

PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. [Mức độ 1] Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K.$

B. $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

C. $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K.$

Câu 2 [Mức độ 1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4$ là

A. $4x^3 + C$

B. $\frac{1}{5}x^5 + C$

C. $x^5 + C$

D. $4x^4 + C$

Câu 3. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$, với mọi hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\square$.

B. $\int f'(x) dx = f(x) + C$ với mọi hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\square$.

C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$, với mọi hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\square$.

D. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với mọi hằng số k và với mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên $\square$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) = -2, f(b) = -4$. Tích phân

$$I = \int_a^b f'(x) dx$$

có kết quả bằng

A. $T = -6$

B. $T = 2$

C. $T = 6$

D. $T = -2$

Câu 5. [Mức độ 2] Kết quả phép tính $\int_1^2 5^x dx$ bằng

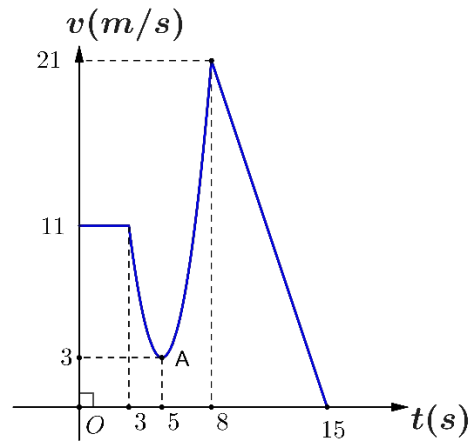
A. $\frac{2}{\ln 5}$

B. 6

C. $\frac{-20}{\ln 5}$

D. $\frac{20}{\ln 5}$

Câu 6. [Mức độ 2]. Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t) (m/s)$ có dạng đường thẳng khi $0 \leq t \leq 3(s)$ và $8 \leq t \leq 15(s)$ và $v(t)$ có dạng đường Parabol khi $3 \leq t \leq 8(s)$ (như hình vẽ).
Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 15 giây bằng bao nhiêu mét?



- A. $15(m)$. B. $21(m)$. C. $74(m)$. D. $73,5(m)$

Câu 7. [Mức độ 2] Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$. Biết rằng $f(x) - g(x) = -9$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_a^b (-9) dx$. B. $S = \int_a^b 9 dx$. C. $S = \int_a^b 81 dx$. D. $S = \pi \int_a^b 81 dx$.

Câu 8. [Mức độ 2] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $V = \frac{202}{5} \pi$. B. $V = \frac{202}{5}$. C. $\frac{26}{3}$. D. $V = \frac{26}{3} \pi$.

Câu 9. [Mức độ 1] Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

- A. $2x + 3y - z + 5 = 0$. B. $x^2 + y + 2z - 1 = 0$.
C. $x - y^2 + 2z - 7 = 0$. D. $x - y + z^2 - 5 = 0$.

Câu 10. [Mức độ 1] Cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $I(2; -1; 3)$ và nhận vec-tơ $\vec{n} = (1; -1; 5)$ làm vec-tơ pháp tuyến. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là

- A. $x - y + 5z - 18 = 0$. B. $x - y + 5z + 18 = 0$.
C. $2x - y + 3z - 18 = 0$. D. $2x - y + 3z + 18 = 0$.

Câu 11. [Mức độ 1] Cho điểm $M(2; -3; -1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 7 = 0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu?

- A. 2 . B. $-\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. -2 .

- Câu 12.** [Mức độ 2] Cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 3 = 0$, $(Q): mx + 3y + z + 1 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc nhau.
- A. -5. B. 5. C. -8. D. 8.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

- Câu 13.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x)$ và $G(x)$ là các nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Khi đó

a) [1] $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.

b) [1] $\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a)$.

c) [1] $\int_a^a f(x) dx = 0$.

d) [2] $G(b) - F(b) = G(a) - F(a)$.

- Câu 14.** Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = -10$, $x = 10$.

a) [1] Diện tích hình phẳng (H) được tính theo công thức $S = \int_{-10}^{10} (x^2 - 2x) dx$.

b) [2] Diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_{-10}^0 (x^2 - 2x) dx - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^{10} (x^2 - 2x) dx$.

c) [2] Diện tích hình phẳng (H) là: $S = \frac{2008}{3}$.

- d) [2] Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox được tính theo công

thức $S = \pi \int_{-10}^{10} (x^2 - 2x)^2 dx$.

- Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$, $(Q): x - 2y + 2z - 4 = 0$ và $(R): x - my + m = 0$.

- a) [1] Mặt phẳng (P) , (Q) song song với nhau.

b) [1] $d((P), (Q)) = 3$.

- c) [2] Với $m = 4$ thì hai mặt phẳng (P) và (R) vuông góc nhau.

- d) [3] Tổng các giá trị của m để góc giữa hai mặt phẳng (Q) và (R) bằng 45° là 8.

- Câu 16.** Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilomet) vào một trận địa pháo phòng không, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất. Trong tập luyện, một vùng mặt phẳng trong tầm

hoạt động của pháo được giữ bởi 3 điểm pháo $A(3;0;0)$; $B(0;1;5)$; $C(0;0;-1,5)$. Một mục tiêu bay từ $M(5;2;4)$ tới $N(1;0;-2)$.

a) [1] Mặt phẳng (ABC) có phương trình: $x + 2y - 2z - 3 = 0$

c) [1] Mục tiêu tại $M(5;2;4)$ nằm trong vùng hoạt động của pháo.

b) [2] Gọi G là điểm va chạm của mục tiêu khi tới mặt phẳng (ABC) . Toạ độ điểm G là $(3;1;1)$.

d) [2] Khoảng cách từ điểm pháo A tới vị trí va chạm của mục tiêu khi tới mặt phẳng là 1,41 km.

PHẦN III: CÂU HỎI DẠNG THỨC TRẢ LỜI NGẮN

Câu 17. [Mức độ 2] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-45; 45\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 2025}$, $f(5) = 0$. Tính $f(-100)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 18. [Mức độ 2] Biết $I = \int_{-1}^2 |x^2 - 3x + 2| dx = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $T = a + b$.

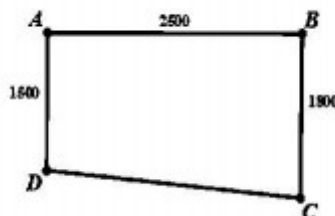
Câu 19. [Mức độ 2] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 20. [Mức độ 4] Vòm cửa lớn của một trung tâm văn hoá có dạng hình Parabol. Người ta dự định lắp cửa kính cường lực cho vòm cửa này. Diện tích mặt kính cần lắp vào biết rằng vòm cửa cao $8m$ và rộng $8m$ (như hình vẽ) là bao nhiêu m^2 . (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Câu 21. [Mức độ 3] Trong không gian cho điểm $M(1; -3; 2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và cắt các trục tọa độ tại A, B, C mà $OA = OB = OC \neq 0$.

Câu 22. [Mức độ 4] Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D , như hình vẽ.



Bước đầu chúng được lấy “thăng bằng” để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB = 25m$, $AD = 15m$, $BC = 18m$. Do yêu cầu kỹ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D

xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10 cm , $a\text{ cm}$, 6 cm tương ứng. Tìm giá trị của a ? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

-HẾT-

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

1.B	2.B	3.D	4.D	5.D	6.D	7.B	8.A	9.A	10.A
11.C	12.A								

PHẦN II: TRẮC NGHIỆM CHỌN PHƯƠNG ÁN ĐÚNG SAI

Câu	13	14	15	16
a)	S	S	Đ	Đ
b)	Đ	Đ	S	S
c)	Đ	Đ	S	Đ
d)	Đ	Đ	Đ	Đ

PHẦN III: CÂU HỎI DẠNG THỨC TRẢ LỜI NGẮN

Câu	17	18	19	20	21	22
Đáp án	0,01	35	6,39	42,3	3	17,2

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT.

PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. [Mức độ 1] Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K.$

B. $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

C. $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K.$

Lời giải

$$F'(x) = f(x), \forall x \in K.$$

Theo định nghĩa nguyên hàm, ta có

Câu 2 [Mức độ 1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4$ là

A. $4x^3 + C$

B. $\frac{1}{5}x^5 + C$

C. $x^5 + C$

D. $4x^4 + C$

Lời giải

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1) \qquad \int x^4 dx = \frac{x^5}{5} + C$$

Theo CT :

ta được

Câu 3. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$, với mọi hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\square$.
- B.** $\int f'(x) dx = f(x) + C$ với mọi hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\square$.
- C.** $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$, với mọi hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\square$.
- D.** $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với mọi hằng số k và với mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên $\square$.

Lời giải

Mệnh đề: $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với mọi hằng số k và với mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên $\square$ là mệnh đề sai vì khi $k = 0$ thì $\int kf(x) dx \neq k \int f(x) dx$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) = -2$, $f(b) = -4$. Tích phân

$$I = \int_a^b f'(x) dx$$

có kết quả bằng

- A.** $T = -6$. **B.** $T = 2$. **C.** $T = 6$. **D.** $T = -2$.

Lời giải

$$I = \int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a) = -2$$

Ta có:

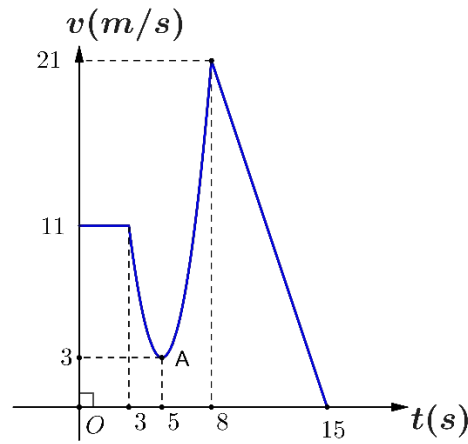
Câu 5. [Mức độ 2]. Kết quả phép tính $\int_1^2 5^x dx$ bằng

- A.** $\frac{2}{\ln 5}$. **B.** 6 . **C.** $\frac{-20}{\ln 5}$. **D.** $\frac{20}{\ln 5}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int_1^2 5^x dx = \left. \frac{5^x}{\ln 5} \right|_1^2 = \frac{25}{\ln 5} - \frac{5}{\ln 5} = \frac{20}{\ln 5}$$

Câu 6. [Mức độ 2]. Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t) (m/s)$ có dạng đường thẳng khi $0 \leq t \leq 3(s)$ và $8 \leq t \leq 15(s)$ và $v(t)$ có dạng đường Parabol khi $3 \leq t \leq 8(s)$ (như hình vẽ). Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 15 giây bằng bao nhiêu mét?



- A. $15(m)$. B. $21(m)$. C. $74(m)$. **D. $73,5(m)$**

Lời giải

Trong khoảng thời gian từ 8 đến 15 giây, đồ thị $v(t)$ là một đường thẳng đi qua hai điểm $(8; 21)$ và $(15; 0)$. Ta có: $v(t) = at + b$.

Từ giả thiết ta có hệ:
$$\begin{cases} 8a + b = 21 \\ 15a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 45 \end{cases}$$

Do đó $v(t) = -3t + 45$ ($8 \leq t \leq 15$).

Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian này là:

$$S_2 = \int_8^{15} (-3t + 45) dt = -\frac{3t^2}{2} \Big|_8^{15} + 45t \Big|_8^{15} = \frac{147}{2} = 73,5(m)$$

Câu 7. [Mức độ 2] Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$. Biết rằng $f(x) - g(x) = -9$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_a^b (-9) dx$. **B. $S = \int_a^b 9 dx$** . C. $S = \int_a^b 81 dx$. D. $S = \pi \int_a^b 81 dx$.

Lời giải

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \int_a^b |-9| dx = \int_a^b 9 dx.$$

Ta có

Câu 8. [Mức độ 2] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $V = \frac{202}{5} \pi$** . B. $V = \frac{202}{5}$. C. $\frac{26}{3}$. D. $V = \frac{26}{3} \pi$.

Lời giải

$$V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx = \frac{202}{5} \pi.$$

Thể tích của vật thể được tạo nên là

Câu 9. [Mức độ 1] Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

A. $2x + 3y - z + 5 = 0$

B. $x^2 + y + 2z - 1 = 0$

C. $x - y^2 + 2z - 7 = 0$

D. $x - y + z^2 - 5 = 0$

Lời giải

Dựa vào định nghĩa phương trình tổng quát của mặt phẳng, phương trình $2x + 3y - z + 5 = 0$ là phương trình tổng quát của mặt phẳng.

Câu 10. [Mức độ 1] Cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $I(2; -1; 3)$ và nhận vec-tơ $\vec{n} = (1; -1; 5)$ làm vec-tơ pháp tuyến. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là

A. $x - y + 5z - 18 = 0$

B. $x - y + 5z + 18 = 0$

C. $2x - y + 3z - 18 = 0$

D. $2x - y + 3z + 18 = 0$

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $I(2; -1; 3)$ và nhận vec-tơ $\vec{n} = (1; -1; 5)$ làm vec-tơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là $x - y + 5z - 18 = 0$.

Câu 11. [Mức độ 1] Cho điểm $M(2; -3; -1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 7 = 0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu?

A. 2.

B. $-\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$

D. -2.

Lời giải

$$d(M, (P)) = \frac{|2 - 2 \cdot (-3) + 2 \cdot (-1) - 7|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{1}{3}$$

Ta có

Câu 12. [Mức độ 2] Cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 3 = 0$, $mx + 3y + z + 1 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc nhau.

A. -5

B. 5.

C. -8.

D. 8.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; 2; -1)$.

Mặt phẳng (Q) có vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (m; 3; 1)$.

Hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc nhau khi chỉ khi $\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0 \Leftrightarrow m + 6 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = -5$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x)$ và $G(x)$ là các nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Khi đó

a) [1] $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$

b) [1] $\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a)$

c) [1] $\int_a^a f(x) dx = 0$

d) [2] $G(b) - F(b) = G(a) - F(a)$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
S	Đ	Đ	Đ

a) $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$

Ta có $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$

b) $\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a)$

Ta có $\int_a^b f(x) dx = G(x) \Big|_a^b = G(b) - G(a)$

c) $\int_a^a f(x) dx = 0$

d) $G(b) - F(b) = G(a) - F(a)$

Ta có $\int_a^b f(x) dx = G(x) \Big|_a^b = G(b) - G(a)$ và $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$, suy ra

$G(b) - G(a) = F(b) - F(a) \Leftrightarrow G(b) - F(b) = G(a) - F(a)$

Câu 14. Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = -10$, $x = 10$.

a) [1] Diện tích hình phẳng (H) được tính theo công thức $S = \int_{-10}^{10} (x^2 - 2x) dx$.

b) [2] Diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_{-10}^0 (x^2 - 2x) dx - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^{10} (x^2 - 2x) dx$.

c) [2] Diện tích hình phẳng (H) là: $S = \frac{2008}{3}$.

d) [2] Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox được tính theo công

thức $S = \pi \int_{-10}^{10} (x^2 - 2x)^2 dx$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
S	Đ	Đ	Đ

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$x^2 - 2x$	+	0	-	0	+

Diện tích cần tìm: $S = \int_{-10}^{10} |x^2 - 2x| dx = \int_{-10}^0 (x^2 - 2x) dx - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^{10} (x^2 - 2x) dx$.

$$= \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_{-10}^0 - \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^2 + \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_2^{10} = \frac{1300}{3} + \frac{4}{3} + \frac{704}{3} = \frac{2008}{3}.$$

Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox được tính theo công thức

$$S = \pi \int_{-10}^{10} (x^2 - 2x)^2 dx.$$

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$, $(Q): x - 2y + 2z - 4 = 0$ và $(R): x - my + m = 0$.

a) [1] Mặt phẳng (P) , (Q) song song với nhau.

b) [1] $d((P), (Q)) = 3$.

c) [2] Với $m = 4$ thì hai mặt phẳng (P) và (R) vuông góc nhau.

d) [3] Tổng các giá trị của m để góc giữa hai mặt phẳng (Q) và (R) bằng 45° là 8.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
Đ	S	S	Đ

a) Mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$ có VTPT là $\vec{n}_{(P)} = (1; -2; 2)$.

Mặt phẳng $(Q): x - 2y + 2z - 4 = 0$ có VTPT là $\vec{n}_{(Q)} = (1; -2; 2)$.

Vì $(Q): \frac{1}{1} = \frac{-2}{-2} = \frac{2}{2} \neq \frac{-1}{-4}$ nên hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

$$d((P), (Q)) = \frac{|-1+4|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 1$$

b)

c) VTPT là $\overrightarrow{n_{(R)}} = (1; -m; 0)$

$$(P) \perp (R) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} \cdot \overrightarrow{n_{(R)}} = 0 \Leftrightarrow 1 + 2m = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$$

Suy ra với $m = \frac{11}{2}$ hai mặt phẳng (P) và (R) vuông góc nhau.

d) Mặt phẳng (R) có VTPT là $\overrightarrow{n_{(R)}} = (1; -m; 0)$

$$\cos((Q), (R)) = \cos 45^\circ$$

$$\Leftrightarrow \frac{|1+2m|}{3\sqrt{1+m^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 7 \end{cases}$$

Suy ra tổng các giá trị của m để góc giữa hai mặt phẳng (Q) và (R) bằng 45° là 8.

Câu 16. Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilomet) vào một trận địa pháo phòng không, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất. Trong tập luyện, một vùng mặt phẳng trong tầm hoạt động của pháo được giữ bởi 3 điểm pháo $A(3; 0; 0); B(0; 1, 5; 0); C(0; 0; -1, 5)$. Một mục tiêu bay từ $M(5; 2; 4)$ tới $N(1; 0; -2)$.

a) [1] Mặt phẳng (ABC) có phương trình: $x + 2y - 2z - 3 = 0$

c) [1] Mục tiêu tại $M(5; 2; 4)$ nằm trong vùng hoạt động của pháo.

b) [2] Gọi G là điểm va chạm của mục tiêu khi tới mặt phẳng (ABC) . Tọa độ điểm G là $(3; 1; 1)$.

d) [2] Khoảng cách từ điểm pháo A tới vị trí va chạm của mục tiêu khi tới mặt phẳng là 1,41 km.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
Đ	S	Đ	Đ

a) Gọi mặt phẳng (ABC) đi qua 3 điểm pháo $A(3; 0; 0); B(0; 1, 5; 0); C(0; 0; -1, 5)$ nên có phương trình là $\frac{x}{3} + \frac{y}{1,5} + \frac{z}{-1,5} = 1 \Leftrightarrow x + 2y - 2z - 3 = 0$

b) Vì $5 + 2 \cdot 2 - 2 \cdot 4 - 3 \neq 0$ nên $M(5; 2; 4) \notin (ABC)$

c) Giả sử điểm $G(x_G; y_G; z_G)$ là vị trí khi mục tiêu bay tới mặt phẳng (ABC) để tới vị trí N nên $G \in (ABC)$.

Do $\overrightarrow{MG}, \overrightarrow{MN}$ là 2 vectơ cùng hướng nên tồn tại số thực $t > 0$ sao cho $\overrightarrow{MG} = t\overrightarrow{MN}$

$$\overrightarrow{MG} = (x_G - 5; y_G - 2; z_G - 4); \overrightarrow{MN} = (-4; -2; -6)$$

$$\text{Nên } \begin{cases} x_G - 5 = -4t \\ y_G - 2 = -2t \\ z_G - 4 = -6t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 5 - 4t \\ y_G = 2 - 2t \\ z_G = 4 - 6t \end{cases}$$

$$\text{Vì } G \in (ABC) \Leftrightarrow 5 - 4t + 2(2 - t) - 2(4 - 6t) = 3 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2} \Rightarrow G(3; 1; 1)$$

d) Khoảng cách từ vị trí A đến điểm va chạm là $AG = \sqrt{(3-3)^2 + (1-0)^2 + (1-0)^2} = 1,41 \text{ km.}$

PHẦN III: CÂU HỎI DẠNG THỨC TRẢ LỜI NGẮN

Câu 17. [Mức độ 2] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-45; 45\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 2025}$, $f(5) = 0$. Tính $f(-100)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số: 0.01

$$\text{Ta có: } f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{1}{x^2 - 2025} dx = \frac{1}{90} \int \left(\frac{1}{x-45} - \frac{1}{x+45} \right) dx = \frac{1}{90} \ln \left| \frac{x-45}{x+45} \right| + C$$

$$f(5) = 0 \Rightarrow \frac{1}{90} \ln \left| \frac{5-45}{5+45} \right| + C = 0 \Rightarrow C = -\frac{1}{90} \ln \frac{4}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{90} \ln \left| \frac{x-45}{x+45} \right| - \frac{1}{90} \ln \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow f(-100) = 0.01$$

Câu 18. [Mức độ 2] Biết $I = \int_{-1}^2 |x^2 - 3x + 2| dx = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $T = a + b$.

Lời giải

Đáp số: 35

$$\text{Ta có: } x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = \int_{-1}^2 |x^2 - 3x + 2| dx = \int_{-1}^1 (x^2 - 3x + 2) dx - \int_1^2 (x^2 - 3x + 2) dx$$

$$= \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 2x \right) \Big|_{-1}^1 - \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 2x \right) \Big|_1^2 = \frac{5}{6} - \left(-\frac{23}{6} \right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{6} \right) = \frac{29}{6} \Rightarrow a + b = 35$$

Câu 19. [Mức độ 2] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số: 6,39

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ là

$$S = \int_0^2 |e^x| dx = \int_0^2 e^x dx = e^x \Big|_0^2 = e^2 - 1 = 6,39$$

Câu 20. [Mức độ 4] Vòm cửa lớn của một trung tâm văn hoá có dạng hình Parabol. Người ta dự định lắp cửa kính cường lực cho vòm cửa này. Diện tích mặt kính cần lắp vào biết rằng vòm cửa cao 8m và rộng 8m (như hình vẽ) là bao nhiêu m^2 . (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy với gốc tọa độ O là trung điểm của cạnh đáy, trục Oy trùng với chiều cao của vòm cửa.

Gọi Parabol có dạng: $y = ax^2 + bx + c$.

Vì Parabol có đỉnh $I(0;8)$ và qua điểm $(4;0); (-4;0)$ nên ta có:

$$\begin{cases} c = 8 \\ 16a + 4b + 8 = 0 \\ 16a - 4b + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 8 \\ b = 0 \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ . Vậy Parabol có phương trình là } y = -\frac{1}{2}x^2 + 8 \text{ .}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = -\frac{1}{2}x^2 + 8 \\ y = 0 \\ x = -4 \\ x = 4 \end{array} \right. \text{ .}$$

Diện tích cái cổng chính bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi:

$$S = \int_{-4}^4 \left| -\frac{1}{2}x^2 + 8 \right| dx = \left| \int_{-4}^4 \left(-\frac{1}{2}x^2 + 8 \right) dx \right| = 42,3 \text{ m}^2 \text{ .}$$

Từ đó ta có

Câu 21. [Mức độ 3] Trong không gian cho điểm $M(1; -3; 2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và cắt các trục tọa độ tại A, B, C mà $OA = OB = OC \neq 0$.

Lời giải

Giả sử mặt phẳng (α) cần tìm cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a, 0, 0), B(0, b, 0), C(0, 0, c) (a, b, c \neq 0)$

$$\text{Vì } (\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1; (\alpha) \text{ qua } M(1; -3; 2) \text{ nên: } (\alpha): \frac{1}{a} - \frac{3}{b} + \frac{2}{c} = 1 (*)$$

$$OA = OB = OC \neq 0 \Rightarrow |a| = |b| = |c| \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} a = b = c(1) \\ a = b = -c(2) \\ a = -b = c(3) \\ a = -b = -c(4) \end{cases}$$

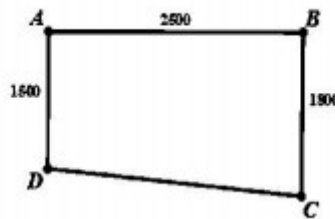
Vì

Thay (1) vào (*) ta có phương trình vô nghiệm

Thay (2), (3), (4) vào (*) ta được tương ứng $a = -4, a = 6, a = \frac{-3}{4}$

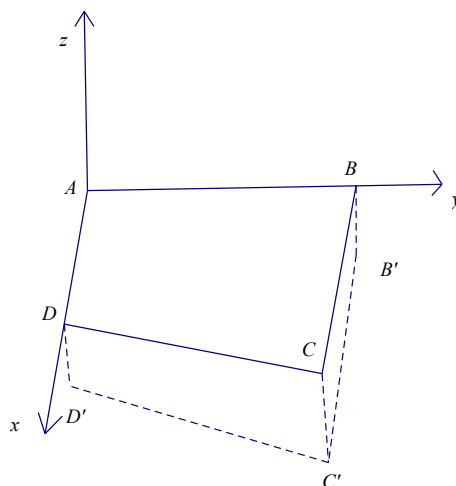
Vậy có 3 mặt phẳng.

Câu 22. [Mức độ 4] Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D , như hình vẽ.



Bước đầu chúng được lấy “thăng bằng” để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB = 25 \text{ m}$, $AD = 15 \text{ m}$, $BC = 18 \text{ m}$. Do yêu cầu kỹ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10 cm , $a \text{ cm}$, 6 cm tương ứng. Tìm giá trị của a ? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho: $O \equiv A$, tia $Ox \equiv AD$; tia $Oy \equiv AB$.

Khi đó, $A(0;0;0)$; $B(0;2500;0)$; $C(1800;2500;0)$; $D(1500;0;0)$.

Khi hạ độ cao các điểm ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10cm , $a\text{cm}$, 6cm tương ứng ta có các điểm mới $B'(0; 2500; -10)$, $C'(1800; 2500; -a)$, $D'(1500; 0; -6)$.

Theo bài ra có bốn điểm $A; B'; C'; D'$ đồng phẳng.

Phương trình mặt phẳng $(AB'D')$: $x + y + 250z = 0$.

Do $C'(1800; 2500; -a) \in (AB'D')$ nên có: $1800 + 2500 - 250a = 0 \Leftrightarrow a = 17,2$.

Vậy $a = 17,2\text{cm}$.

-----HẾT-----

<p>ĐỀ 2</p>	<p>ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK2 NĂM HỌC 2024-2025</p> <p>MÔN: TOÁN LỚP 12</p> <p>KẾT NỐI TRI THỨC</p>
--------------------	--

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. [Mức 1] Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A. $4x^4 + C$ B. $3x^2 + C$ C. $x^4 + C$ D. $\frac{1}{4}x^4 + C$

Câu 2. [Mức 1] Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$ là

- A. $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$ B. $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$
- C. $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$ D. $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$

Câu 3. [Mức 2] Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$ là

- A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$ B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$
- C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C$ D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x-1} + C$

Câu 4. [Mức 1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$ B. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$

C. $\int_a^b f(x) dx = 2 \int_a^b f(x) d(2x)$

D. $\int_a^a 2025 f(x) dx = 2025$

$$I = \int_0^2 (2x-1) dx$$

Câu 5. [Mức 1] Tính tích phân

A. $I = 0$

B. $I = 2$

C. $I = 6$

D. $I = 4$

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx$$

Câu 6. [Mức 1] Giá trị của bằng

A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{3}{2}$

C. $-\frac{1}{2}$

D. $\frac{3}{2}$

Câu 7. [Mức 1] Cho hàm số $y = f(x) > 0$ liên tục dương trên $[a; b]$. Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x = a, x = b$, đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành. Khi đó diện tích hình (H) được xác định bởi công thức

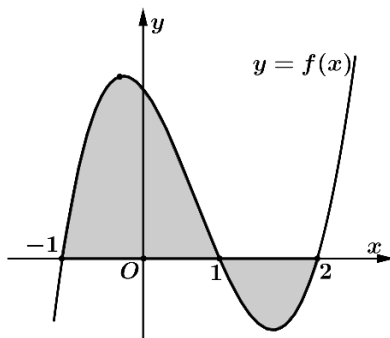
A. $S_{(H)} = \int_a^b f(x) dx$

B. $S_{(H)} = \int_b^a f(x) dx$

C. $S_{(H)} = \int_b^a F(x) dx$

D. $S_{(H)} = \int_a^b F(x) dx$

Câu 8. [Mức 2] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\square$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x = -1, x = 2$, đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành. Khi đó khẳng định nào dưới đây là đúng?



A. $S_{(H)} = \int_{-1}^2 f(x) dx$

B. $S_{(H)} = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$

C. $S_{(H)} = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$

D. $S_{(H)} = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$

Câu 9. [Mức 1] Cho hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $\square$ thỏa mãn $f(x) < g(x), \forall x \in [a; b]$.

Thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$, đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục hoành là

A. $V = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

B. $V = \pi \int_a^b (|f(x) - g(x)|)^2 dx$

C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) - g^2(x) dx$

D. $V = \pi \int_a^b g^2(x) - f^2(x) dx$

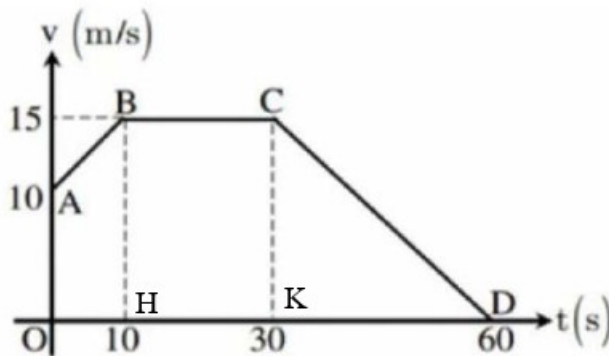
Câu 10. [Mức 2] Một ô tô đang chạy với vận tốc 15 (m/s) thì tăng tốc chuyển động nhanh dần với gia tốc $a = t + 2 \text{ (m/s}^2\text{)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc tăng vận tốc và $0 < t \leq 10$. Hỏi tại giây thứ 9 thì vận tốc của ô tô là bao nhiêu m/s ?

- A. $85,3 \text{ (m/s)}$ B. $83,5 \text{ (m/s)}$ C. $73,5 \text{ (m/s)}$ D. $75,3 \text{ (m/s)}$

Câu 11. [Mức 2] Khi cắt một vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , $(-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3})$, mặt cắt là hình vuông có độ dài các cạnh là $\sqrt{3-x^2}$. Thể tích của vật thể đã cho bằng

- A. $\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{3}$ C. $4\pi\sqrt{3}$ D. $\pi\sqrt{3}$

Câu 12. [Mức 2] Một vật chuyển động thẳng có đồ thị vận tốc như hình vẽ sau:



Tính quãng đường (đơn vị mét) mà vật chuyển động trong 60 giây đầu tiên.

- A. 680 (m) B. 550 (m) C. 560 (m) D. 650 (m)

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. [Mức 1-1-2-2] Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2x$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

a) $\int_1^3 f(x) dx = F(3) - F(1)$

b) Nếu $F(0) = 1$ thì $F(2) = \frac{25}{3}$

c) Nếu $\int_0^2 kf(x) dx = 2$ thì $k = \frac{3}{10}$

$$\int_1^3 \frac{f(x)}{x^2} dx = a + a \ln b \quad a, b \in \mathbb{Z} \quad 2a - 3b = -5$$

d) Biết , . Khi đó:

Câu 14. [Mức 2 – 2 – 2 - 3] Một vật đang chuyển động với vận tốc $v = 72 \text{ (km/h)}$ thì thay đổi vận tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t) = -4 + 2t \text{ (m/s}^2\text{)}$.

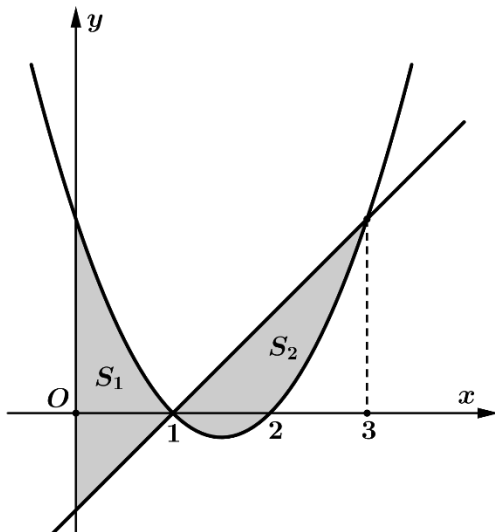
a) Vận tốc của vật khi thay đổi là $v(t) = t^2 - 4t \text{ (m/s)}$.

b) Tại thời điểm $t = 0$ (khi vật bắt đầu thay đổi vận tốc) ta có $v_0 = 20 \text{ (m/s)}$. Suy ra $v(t) = t^2 - 4t + 72$.

c) Quãng đường vật đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc là 9 (m)

d) Quãng đường vật đi được kể từ thời điểm thay đổi vận tốc đến lúc vật đạt vận tốc bé nhất là $\frac{104}{3} \text{ (m)}$

Câu 15. Cho đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ và $y = x - 1$ và $S_1; S_2$ là phần diện tích phần được tô như trong hình dưới.



a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ và $y = x - 1$ là $\int_0^3 (-x^2 + 4x - 3) dx$.

b) $S_1 = \frac{4}{3}$.

c) $S_1 = S_2$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$; $y = x - 1$; $x = 0$; $x = 3$ là

$$\int_0^3 (-x^2 + 4x - 3) dx = 1$$

Câu 16. Rùa và thỏ tranh tài: Trong một cuộc thi chạy đua giữa rùa và thỏ xem ai chạy được quãng đường xa hơn, rùa chạy với tốc độ $v_R(t) = 3\sqrt{t}$, thỏ chạy với tốc độ $v_T(t) = 5 - 5\cos(2\pi t)$ (với t là thời gian (đơn vị: giờ), vận tốc đơn vị km/h). (Các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm, đơn vị km)

a) Trong khoảng thời gian từ $0,5$ giờ đến 1 giờ (kể từ khi xuất phát) thì vận tốc của thỏ giảm dần.

b) Quãng đường rùa chạy được sau $0,5$ giờ là $0,70 km$.

c) Nếu cuộc đua kết thúc sau 1 giờ thì thỏ giành chiến thắng và thắng cách biệt $3,15 km$.

d) Nếu cuộc đua kết thúc khi thỏ hoặc rùa chạy được $10 km$ đầu tiên thì thỏ giành chiến thắng và thắng cách biệt $4,34 km$.

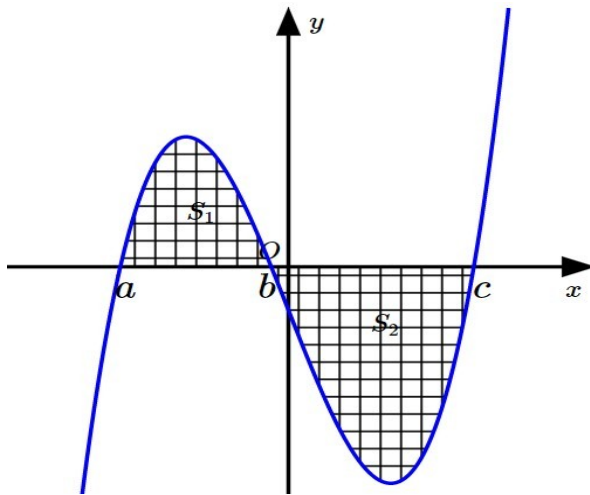
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17. [Mức 3] Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-4}$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{10x^2 - 13x - 252}{\sqrt{2x-4}} \text{ trên khoảng } (2; +\infty). \text{ Tính giá trị biểu thức } T = abc.$$

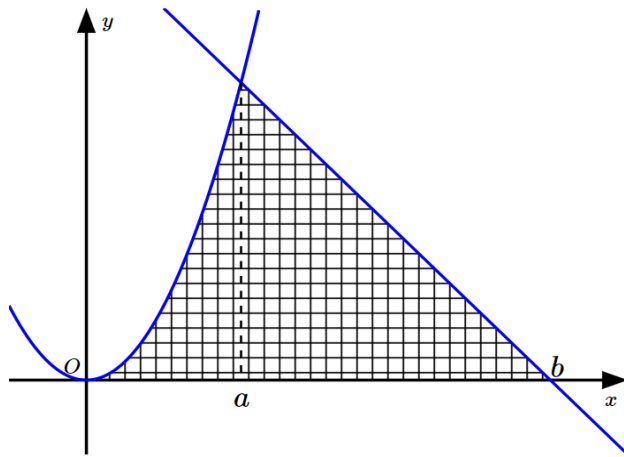
Câu 18. [Mức 2] Biết $\int_{-1}^5 x^2 |x-1| dx = \frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T = a - b$.

Câu 19. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm có hoành độ là $a, b, c (a < b < c)$ và tạo với trục hoành hai phần diện tích S_1, S_2 như hình vẽ dưới đây:



Nếu $S_1 = 294, S_2 = 327$. Khi đó $\int_a^c f(x) dx$ bằng

Câu 20. Cho đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2$ và đường thẳng $y = g(x) = mx + n$ như hình vẽ dưới đây:

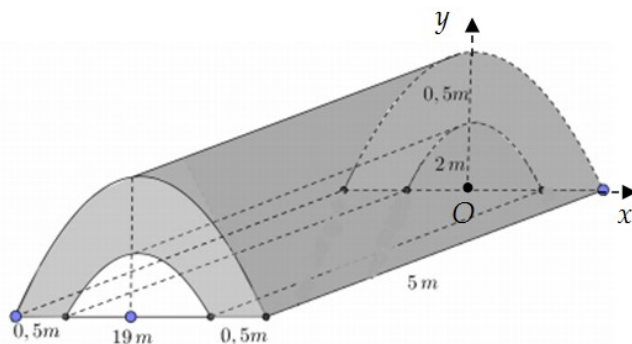


$$a = 3, b = 9$$

Nếu . Khi đó diện tích phần gạch như hình trên bằng

Câu 21. Trường THPT X muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là $2,25$ mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là bao nhiêu (Đơn vị triệu đồng)? (Làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 22. Trong chương trình nông thôn mới của tỉnh Phú Yên, tại xã Hòa Mỹ Tây có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ (đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol). Biết 1 m^3 khối bê tông để đổ cây cầu có giá 5 triệu đồng. Tính số tiền mà tỉnh Phú Yên cần bỏ ra để xây cây cầu trên (Đơn vị triệu đồng).



BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	A	B	B	B	A	A	C	D	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	D	ĐSĐĐ	SĐSĐ	SĐĐS	ĐSSĐ	512	343	-33	36
21	22								
6,75	200								

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. [Mức 1] Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

A. $4x^4 + C$ B. $3x^2 + C$ C. $x^4 + C$ **D. $\frac{1}{4}x^4 + C$**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C$

Câu 2. [Mức 1] Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$ là

A. $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$ **B.** $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$

C. $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$ **D**

$\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$

Câu 3. [Mức 2] Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$ là

A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$ **B.** $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C$ **D.** $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x-1} + C$

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= \int \sqrt{2x-1} dx = \frac{1}{2} \int (2x-1)^{\frac{1}{2}} d(2x-1) \\ &= \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C \end{aligned}$$

Câu 4. [Mức 1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$ **B.** $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$

C. $\int_a^b f(x) dx = 2 \int_a^b f(x) d(2x)$ **D.** $\int_a^{2025} 2025 f(x) dx = 2025$

Lời giải

Ta có: $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$ nên A sai; B đúng

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{1}{2} \int_a^b f(x) d(2x) \quad \text{nên C sai}$$

$$\int_a^a 2025 f(x) dx = 2025 \int_a^a f(x) dx = 0. \quad \text{nên D sai}$$

$$I = \int_0^2 (2x-1) dx$$

Câu 5. [Mức 1] Tính tích phân

- A.** $I = 0$ **B.** $I = 2$ **C.** $I = 6$ **D.** $I = 4$

Lời giải

$$I = \int_0^2 (2x-1) dx = \left(x^2 - x \right) \Big|_0^2 = 4 - 2 = 2$$

Ta có

Câu 6. [Mức 1] Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx$ bằng

- A.** $\frac{1}{2}$ **B.** $-\frac{3}{2}$ **C.** $-\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{3}{2}$

Lời giải

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = -\cos \frac{\pi}{3} + \cos 0 = \frac{1}{2}$$

Tính được

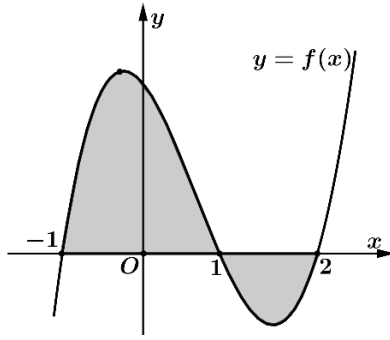
Câu 7. [Mức 1] Cho hàm số $y = f(x) > 0$ liên tục dương trên $[a; b]$. Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x = a, x = b$, đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành. Khi đó diện tích hình (H) được xác định bởi công thức

- A.** $S_{(H)} = \int_a^b f(x) dx$ **B.** $S_{(H)} = \int_b^a f(x) dx$ **C.** $S_{(H)} = \int_b^a F(x) dx$
D. $S_{(H)} = \int_a^b F(x) dx$

Lời giải

Vì $f(x) > 0, \forall x \in [a; b]$ nên diện tích hình (H) được giới hạn bởi các đường thẳng $x = a, x = b$, đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành là $S_{(H)} = \int_a^b f(x) dx$. **Chọn A**

Câu 8. [Mức 2] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\square$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x = -1, x = 2$, đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành. Khi đó khẳng định nào dưới đây là đúng?



A. $S_{(H)} = \int_{-1}^2 f(x) dx$

B. $S_{(H)} = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$

C. $S_{(H)} = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$

D. $S_{(H)} = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$

Lời giải

Từ hình vẽ ta có
$$S_{(H)} = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$$
 . **Chọn C**

Câu 9. [Mức 1] Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $\square$ thỏa mãn $f(x) < g(x), \forall x \in [a; b]$.

Thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục hoành là

A. $V = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

B. $V = \pi \int_a^b (|f(x) - g(x)|)^2 dx$

C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) - g^2(x) dx$

D. $V = \pi \int_a^b g^2(x) - f^2(x) dx$

Lời giải

Thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục hoành là:

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx = \pi \int_a^b g^2(x) - f^2(x) dx$$
 (vì $f(x) < g(x), \forall x \in [a; b]$). **Chọn D**

Câu 10. [Mức 2] Một ô tô đang chạy với vận tốc $15 (m/s)$ thì tăng tốc chuyển động nhanh dần với gia

tốc $a = t + 2 (m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc tăng vận tốc và $0 < t \leq 10$. Hỏi tại giây thứ 9 thì vận tốc của ô tô là bao nhiêu m/s ?

A. $85,3 (m/s)$. B. $83,5 (m/s)$. C. $73,5 (m/s)$. D. $75,3 (m/s)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $v(t) = \int a(t) dt = \int (t+2) dt = \frac{t^2}{2} + 2t + C$

Vận tốc khi ô tô bắt đầu tăng tốc là 15 m/s : $v(0) = 15 \Leftrightarrow C = 15$

Vận tốc của ô tô là $v(t) = \frac{t^2}{2} + 2t + 15$

Suy ra $v(9) = 73,5 \text{ (m/s)}$

Câu 11. [Mức 2] Khi cắt một vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , $(-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3})$, mặt cắt là hình vuông có độ dài các cạnh là $\sqrt{3-x^2}$. Thể tích của vật thể đã cho bằng

- A. $\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{3}$ C. $4\pi\sqrt{3}$ D. $\pi\sqrt{3}$

Lời giải

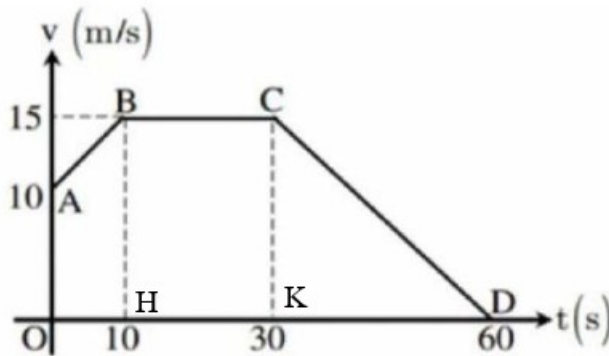
Chọn B

Diện tích của mặt cắt hình vuông $S(x) = (\sqrt{3-x^2})^2 = 3-x^2$

Thể tích của vật thể đã cho là:

$$V = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} S(x) dx = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (3-x^2) dx = \left(3x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} = (2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$$

Câu 12. [Mức 2] Một vật chuyển động thẳng có đồ thị vận tốc như hình vẽ sau:



Tính quãng đường (đơn vị mét) mà vật chuyển động trong 60 giây đầu tiên.

- A. $680(m)$ B. $550(m)$ C. $560(m)$ D. $650(m)$

Lời giải

Chọn D

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của B, C lên trục Ot . Ta có:

$$S = \int_0^{60} v(t) dt = \int_0^{10} v(t) dt + \int_{10}^{30} v(t) dt + \int_{30}^{60} v(t) dt$$

$$= S_{OABH} + S_{HBCK} + S_{KCD} = \frac{1}{2} \cdot (10+15) \cdot 10 + 20 \cdot 15 + \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 15 = 650(m)$$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. [Mức 1-1-2-2] Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2x$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$

$$\int_1^3 f(x) dx = F(3) - F(1)$$

a)

$$F(0) = 1 \quad F(2) = \frac{25}{3}$$

b) Nếu thì .

$$\int_0^2 kf(x) dx = 2 \quad k = \frac{3}{10}$$

c) Nếu thì .

$$\int_1^3 \frac{f(x)}{x^2} dx = a + a \ln b \quad a, b \in \mathbb{Z} \quad 2a - 3b = -5$$

d) Biết , . Khi đó: .

Lời giải

(a) Đúng theo định nghĩa

(b) Sai

$$F(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 + C$$

$$F(0) = 1 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow F(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 + 1$$

$$F(2) = \frac{23}{3}$$

(c) Đúng

$$\int_0^2 kf(x) dx = 2 \Leftrightarrow k \cdot \int_0^2 f(x) dx = 2 \Leftrightarrow k \cdot \int_0^2 (x^2 + 2x) dx = 2 \Leftrightarrow k \cdot \frac{20}{3} = 2 \Leftrightarrow k = \frac{3}{10}$$

(d) Đúng

$$\int_1^3 \frac{f(x)}{x^2} dx = \int_1^3 \frac{x^2 + 2x}{x^2} dx = \int_1^3 \left(1 + \frac{2}{x}\right) dx = 2 + 2 \ln 3.$$

$$\Rightarrow a = 2, b = 3 \Rightarrow 2a - 3b = -5.$$

Câu 14. [Mức 2 - 2 - 2 - 3] Một vật đang chuyển động với vận tốc $v = 72 \text{ (km/h)}$ thì thay đổi vận tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t) = -4 + 2t \text{ (m/s}^2\text{)}$.

- a)** Vận tốc của vật khi thay đổi là $v(t) = t^2 - 4t$ (m/s).
- b)** Tại thời điểm $t = 0$ (khi vật bắt đầu thay đổi vận tốc) ta có $v_0 = 20$ (m/s). Suy ra $v(t) = t^2 - 4t + 72$.
- c)** Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc là 9 (m).
- d)** Quãng đường vật đi được kể từ thời điểm thay đổi vận tốc đến lúc vật đạt vận tốc bé nhất là $\frac{104}{3}$ (m).

Lời giải

Đổi $v = 72$ (km/h) Hay $v = 20$ (m/s)

(a) S

Vận tốc của vật khi thay đổi là $v(t) = \int (-4 + 2t) dt = t^2 - 4t + C$.

Vậy **(a)** Sai.

(b) Đ

Tại thời điểm $t = 0$ (khi vật bắt đầu thay đổi vận tốc) có $v_0 = 20 \Rightarrow C = 20$

Suy ra $v(t) = t^2 - 4t + 20$.

Vậy **(b)** Đúng.

(c) S

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc là

$$S = \int_0^3 v(t) dt = \int_0^3 (t^2 - 4t + 20) dt = \left(\frac{1}{3} t^3 - 2t^2 + 20t \right) \Big|_0^3 = 51 \text{ (m)}$$

Vậy **(c)** Sai

(d) Đ

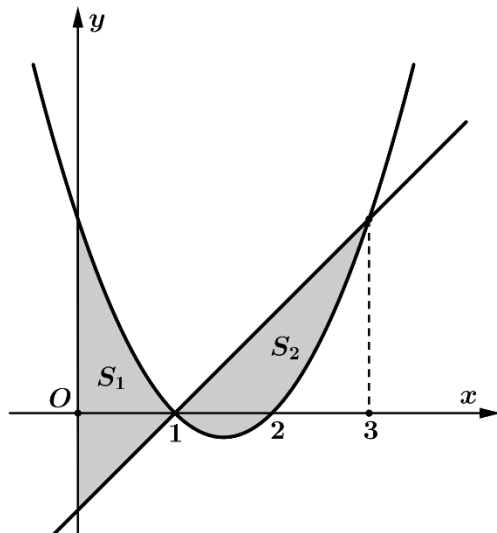
Có $v(t) = (t - 2)^2 + 16 \geq 16$, suy ra vận tốc của vật đạt bé nhất khi $t = 2$

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó là

$$S = \int_0^2 v(t) dt = \int_0^2 (t^2 - 4t + 20) dt = \left(\frac{1}{3} t^3 - 2t^2 + 20t \right) \Big|_0^2 = \frac{104}{3} \text{ (m)}$$

Vậy **(d)** Đúng.

Câu 15. Cho đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ và $y = x - 1$ và $S_1; S_2$ là phần diện tích phần được tô như trong hình dưới.



a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ và $y = x - 1$ là $\int_0^3 (-x^2 + 4x - 3) dx$.

b) $S_1 = \frac{4}{3}$.

c) $S_1 = S_2$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$, $y = x - 1$, $x = 0$, $x = 3$ là $\int_0^3 (-x^2 + 4x - 3) dx = 1$.

Lời giải

(a) Sai: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ và $y = x - 1$ là $\int_1^3 (x - 1 - (x^2 - 3x + 2)) dx = \int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx$.

(b)

Đúng:

$$S_1 = \int_0^1 (x^2 - 3x + 2 - (x - 1)) dx = \int_0^1 (x^2 - 4x + 3) dx = \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 2 + 3 = \frac{4}{3}$$

(c) Đúng: $S_2 = \int_1^3 (x - 1 - (x^2 - 3x + 2)) dx = \int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 3x \right) \Big|_1^3$

$$= -9 + 18 - 9 - \left(-\frac{1}{3} + 2 - 3 \right) = \frac{4}{3}$$

Vậy $S_1 = S_2$.

(d) Sai: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$; $y = x - 1$; $x = 0$;

$$x = 3 \text{ là } \int_0^3 |-x^2 + 4x - 3| dx = S_1 + S_2 = \frac{8}{3}.$$

Câu 16. Rùa và thỏ tranh tài: Trong một cuộc thi chạy đua giữa rùa và thỏ xem ai chạy được quãng đường xa hơn,

rùa chạy với tốc độ $v_R(t) = 3\sqrt{t}$, thỏ chạy với tốc độ $v_T(t) = 5 - 5\cos(2\pi t)$ (với t là thời gian (đơn vị: giờ), vận tốc đơn vị km/h). (Các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm, đơn vị km)

a) Trong khoảng thời gian từ $0,5$ giờ đến 1 giờ (kể từ khi xuất phát) thì vận tốc của thỏ giảm dần.

b) Quãng đường rùa chạy được sau $0,5$ giờ là $0,70 km$.

c) Nếu cuộc đua kết thúc sau 1 giờ thì thỏ giành chiến thắng và thắng cách biệt $3,15 km$.

d) Nếu cuộc đua kết thúc khi thỏ hoặc rùa chạy được $10 km$ đầu tiên thì thỏ giành chiến thắng và thắng cách biệt $4,34 km$.

Lời giải

(a) Đ: $v_T'(t) = 10\pi \sin(2\pi t)$; $v_T'(t) = 0 \Rightarrow t = \frac{k}{2}, k \in \mathbb{Z}$ mà $t \in [0, 5; 1]$ suy ra $t = 0,5$ hoặc $t = 1$

Bảng biến thiên:

t	0,5	1
$v_T'(t)$	—	
$v_T(t)$	↘	

Từ bảng biến thiên, trong khoảng thời gian từ $0,5$ giờ đến 1 giờ (kể từ khi xuất phát) thì vận tốc của thỏ giảm dần.

(b) S: Quãng đường rùa chạy được sau $0,5$ giờ là $\int_0^{0,5} 3\sqrt{t} dt \approx 0,71 (km)$.

(c) S: Nếu cuộc đua kết thúc sau 1 giờ thì thỏ chạy được $\int_0^1 (5 - 5\cos(2\pi t)) dt = 5 (km)$, và rùa chạy được $\int_0^1 3\sqrt{t} dt = 2 (km)$. Khi đó thỏ giành chiến thắng và cách biệt $5 - 2 = 3 (km)$.

(d) Đ: $\int_0^{x_1} (5 - 5\cos(2\pi t)) dt = 5x_1 - \frac{5}{2\pi} \sin(2\pi x_1)$. Ta cần giải phương trình $5x - \frac{5}{2\pi} \sin(2\pi x) = 10$

Xét hàm số $f(x) = 5x - \frac{5}{2\pi} \sin(2\pi x)$

Ta có $f'(x) = 5 - 5 \cos(2\pi x) \geq 0$ (do $\cos(2\pi x) \leq 1$ với mọi x) nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó phương trình $f(x) = 10$ có tối đa 1 nghiệm. Dễ thấy $f(2) = 10$ nên phương trình $f(x) = 10$ có nghiệm duy nhất là $x_1 = 2$.

$$\int_0^{x_2} 3\sqrt{t} dt = 2\sqrt{x_2^3} = 10 \quad \text{suy ra } x_2 = \sqrt[3]{25} > x_1 \text{ do đó thỏ chạy được } 10 \text{ km trước.}$$

$$\text{Khi thỏ chạy được } 10 \text{ km thì rùa chạy được } \int_0^2 3\sqrt{t} dt = 4\sqrt{2}.$$

$$\text{Khi đó thỏ thắng cách biệt } 10 - 4\sqrt{2} \approx 4,34 \text{ (km)}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17. [Mức 3] Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-4}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{10x^2 - 13x - 252}{\sqrt{2x-4}}$ trên khoảng $(2; +\infty)$. Tính giá trị biểu thức $T = abc$.

<key=-496>

Lời giải

Đáp án: -496

$$F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-4} \Rightarrow F'(x) = \frac{5ax^2 - (8a-3b)x - 4b+c}{\sqrt{2x-4}}$$

Từ

$$F(x) \quad f(x) \quad (2; +\infty) \quad F'(x) = f(x)$$

Vì là một nguyên hàm của trên khoảng nên . Do đó:

$$\begin{cases} 5a = 10 \\ -(8a-3b) = -13 \\ -4b+c = -252 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -496 \end{cases}$$

$$T = abc = -496$$

Vậy .

Câu 18. [Mức 2] Biết $\int_{-1}^5 x^2 |x-1| dx = \frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T = a - b$.

<key=343>

Lời giải

Đáp án: 343

$$|x-1| = \begin{cases} x-1 & \text{khi } x \geq 1 \\ -x+1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

Ta có:

Do đó:

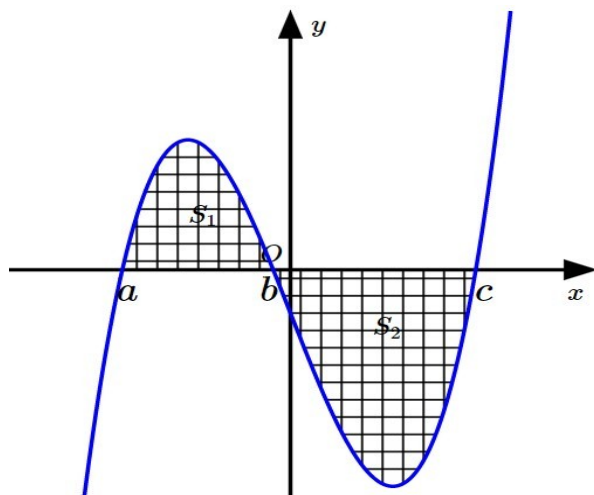
$$\int_{-1}^5 x^2 |x-1| dx = \int_{-1}^1 x^2 (-x+1) dx + \int_1^5 x^2 (x-1) dx = \int_{-1}^1 (-x^3 + x^2) dx + \int_1^5 (x^3 - x^2) dx$$

$$= \left(-\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 + \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^5 = \frac{346}{3}.$$

$$T = a - b = 346 - 3 = 343$$

Vậy

Câu 19. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm có hoành độ là a, b, c ($a < b < c$) và tạo với trục hoành hai phần diện tích S_1, S_2 như hình vẽ dưới đây:



Nếu $S_1 = 294, S_2 = 327$. Khi đó $\int_a^c f(x) dx$ bằng

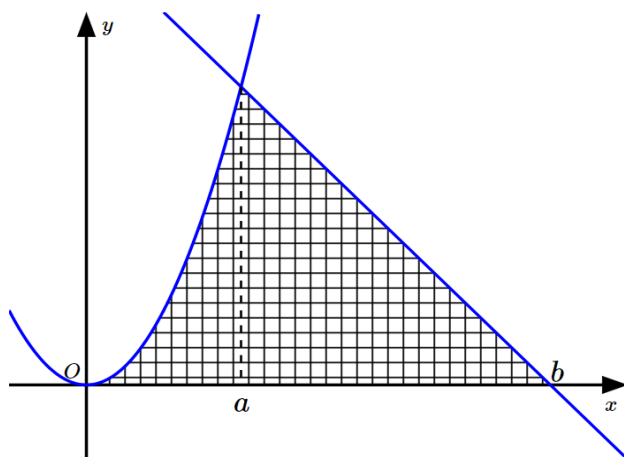
<key=-33>

Lời giải

Đáp án: - 33

Từ đồ thị hàm số ta thấy $\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = S_1 - S_2 = 294 - 327 = -33$.

Câu 20. Cho đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2$ và đường thẳng $y = g(x) = mx + n$ như hình vẽ dưới đây:



$$a = 3, b = 9$$

Nếu . Khi đó diện tích phần gạch như hình trên bằng

<key=36>

Lời giải**Đáp án: 36**

Với $a = 3, b = 9$ ta có đường thẳng $y = g(x) = mx + n$ đi qua các điểm $A(3; 9)$ và $B(9; 0)$ do đó ta có hệ

$$\begin{cases} 3m + n = 9 \\ 9m + n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-3}{2} \\ n = \frac{27}{2} \end{cases} \Rightarrow y = g(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{27}{2}$$

$$S = \int_0^3 x^2 dx + \int_3^9 \left(-\frac{3}{2}x + \frac{27}{2} \right) dx = 36$$

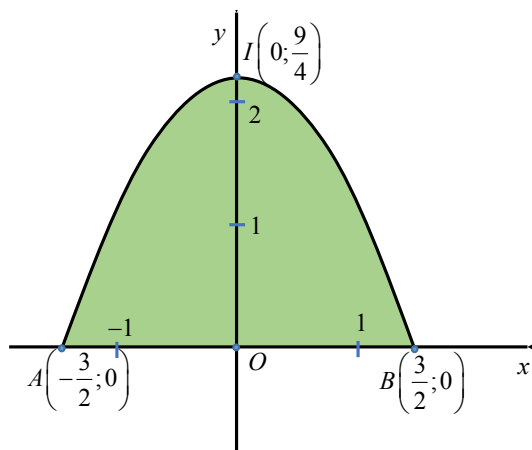
Khi đó diện tích phần gạch như hình trên bằng

Câu 21. Trường THPT X muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là $2,25$ mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là bao nhiêu (Đơn vị triệu đồng)? (Làm tròn đến hàng phần trăm).

<key=6,75>

Lời giải**Đáp số:** 6,75

Gọi phương trình parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$. Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho (P) có đỉnh $I \in Oy$ (như hình vẽ).



$$\begin{cases} \frac{9}{4} = c, (I \in (P)) \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 (A \in (P)) \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 (B \in (P)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{4} \\ a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$$

Ta có hệ phương trình:

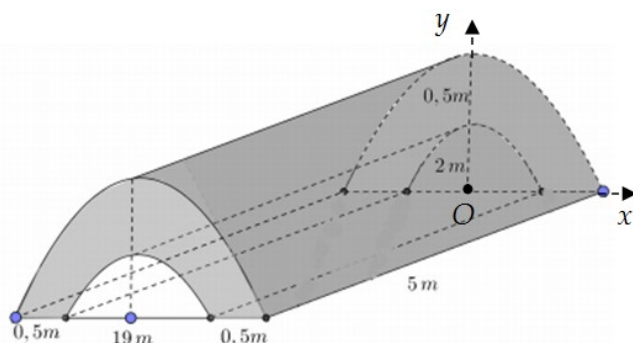
Vậy $(P): y = -x^2 + \frac{9}{4}$.

Dựa vào đồ thị, diện tích cửa parabol là:

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4} \right) dx = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4} \right) dx = 2 \left(\frac{-x^3}{3} + \frac{9}{4}x \right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2} \text{ m}^2$$

Vậy số tiền phải trả là: $\frac{9}{2} \cdot 1500000 = 6750000$ đồng.

Câu 22. Trong chương trình nông thôn mới của tỉnh Phú Yên, tại xã Hòa Mỹ Tây có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ (đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol). Biết 1 m^3 khối bê tông để đổ cây cầu có giá 5 triệu đồng. Tính số tiền mà tỉnh Phú Yên cần bỏ ra để xây cây cầu trên (Đơn vị triệu đồng).



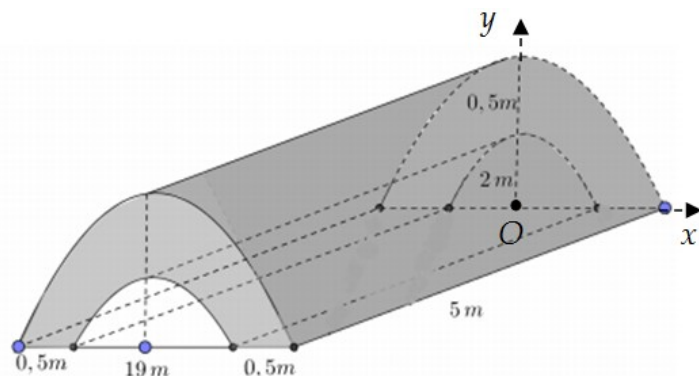
<key=200>

Lời giải

FB tác giả: Hạ trắng

Đáp số: 200

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Gọi $(P_1): y = a_1x^2 + b_1$ là Parabol đi qua hai điểm $A\left(\frac{19}{2}; 0\right), B(0; 2)$

Nên ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 0 = a_1 \cdot \left(\frac{19}{2}\right)^2 + 2 \\ 2 = b_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -\frac{8}{361} \\ b_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow (P_1): y = -\frac{8}{361}x^2 + 2$$

Gọi $(P_2): y = a_2x^2 + b_2$ là Parabol đi qua hai điểm $C(10; 0), D\left(0; \frac{5}{2}\right)$

$$\begin{cases} 0 = a_2 \cdot (10)^2 + \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} = b_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2 = -\frac{1}{40} \\ b_2 = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow (P_2): y = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}$$

Nên ta có hệ phương trình sau:

$$V = 5.2 \left[\int_0^{10} \left(-\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2} \right) dx - \int_0^{\frac{19}{2}} \left(-\frac{8}{361}x^2 + 2 \right) dx \right] = 40 \text{ m}^3$$

Ta có thể tích của bê tông là:

Số tiền mà tỉnh Phú Yên cần bỏ ra để xây cây cầu là: $5.40 = 200$ triệu đồng

ĐỀ 3	ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK2 NĂM HỌC 2024-2025
	MÔN: TOÁN LỚP 12
	KẾT NỐI TRI THỨC

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. [Mức 1] Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

- A. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$ B. $f'(x) = F(x) + C, \forall x \in K$
 C. $F'(x) = f(x) + C, \forall x \in K$ D. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$

Câu 2. [Mức 1] Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\int \cos x dx = -\sin x + C$ B. $\int \sin x dx = \cos x + C$
 C. $\int \sin x dx = \sin x + C$ D. $\int \cos x dx = \sin x + C$

Câu 3. [Mức 2] Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên $(0; +\infty)$ và $F(e) = 3$. Tính $F(5)$?

- A. $F(5) = \ln 5 + 2$ B. $F(5) = \ln 5$ C. $F(5) = \ln 5 + C$
 D. $F(5) = \ln 5 + 5$

Câu 4. [Mức 1] Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x + 1) dx$

- A. $I = 5$ B. $I = 6$ C. $I = 2$ D. $I = 4$

Câu 5. [Mức 1] Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

- A. 0. B. 1. C. -1. D. $\frac{\pi}{2}$

Câu 6. [Mức 2] Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$ với m là tham số. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-1; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 4)$. D. $(-3; 1)$.

Câu 7. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_0^2 3^x dx$. B. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$. C. $S = \pi \int_0^2 3^x dx$. D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx$.

Câu 8. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số

$y = \sin x$, trục Ox , trục Oy và đường thẳng $x = \frac{\pi}{2}$, xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$. B. $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$. C. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$. D. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.

Câu 9. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 5$, $y = 6x$, $x = 0$, $x = 1$. Tính S .

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{5}{3}$.

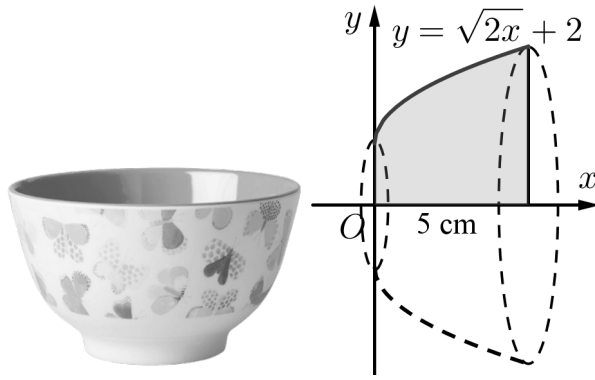
Câu 10. Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = 2 \cos t \text{ (m/s}^2\text{)}$, biết rằng tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0. Tính quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0 \text{ (s)}$ đến thời điểm $t = \pi \text{ (s)}$.

- A. 5 (m) . B. 3 (m) . C. 2 (m) . D. 4 (m) .

Câu 11. Một quả bóng được ném lên từ độ cao 20 m với vận tốc được tính bởi công thức sau đây $v(t) = -10t + 16 \text{ (m/s)}$. Công thức nào sau đây tính độ cao của quả bóng theo thời gian t ?

- A. $h(t) = -5t^2 + 16t + C$. B. $h(t) = -5t^2 + 16t + 20$.
C. $h(t) = 5t^2 - 16t + 20$. D. $h(t) = 5t^2 - 16t + C$.

Câu 12. Tính thể tích chứa được (dung tích) của một cái chén (bát), biết phần trong của nó có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đường $y = \sqrt{2x} + 2$ và trục Ox (như hình vẽ), bát có độ sâu 5 cm, đơn vị trên trục là centimet (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



- A. 78 cm^3 . B. 274 cm^3 . C. 87 cm^3 . D. 247 cm^3 .

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

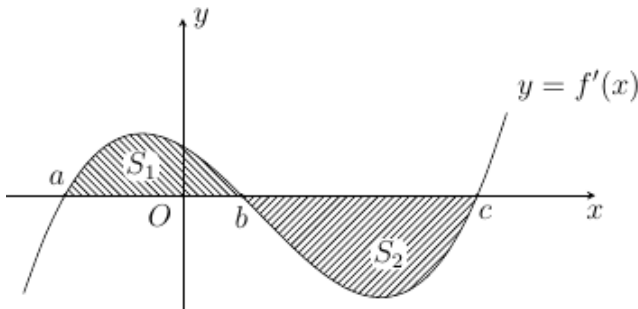
Câu 13. Cho hai hàm số $f(x) = e^x$ và $g(x) = 2e^x - 3$. Khi đó:

- a) $\int_0^{\ln 2} g(x) dx = 2 - 3 \ln 2$.
 b) $2 \int_0^2 f(x) dx = 3 + \int_0^2 g(x) dx$.
 c) $\int_2^7 [2f(x) - g(x)] dx = -15$.
 d) Nếu $\int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx = a \cdot e^2 + b \cdot e + c$ (với a, b, c là các số nguyên) thì $a + b + c = 0$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = 18x - 6, f(0) = 1$.

- a) $f(x) = 9x^2 + 6x + 1$.
 b) $\int_{-1}^2 f'(x) dx = 39$.
 c) $\int_0^1 [3f'(x) - 1] dx = 8$.
 d) $\int_{-1}^2 [f'(x) - 2xf'(x)] dx = \frac{-51}{2}$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Ký hiệu S_1, S_2 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và trục hoành như hình dưới đây.



$S_2 > S_1$

- a) .

$$S_1 = \int_a^b f(x) dx$$

b)

$$\int_a^c f'(x) dx = S_1 + S_2$$

c)

$$f(a) < f(b) < f(c)$$

d)

Câu 16. Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang với gia tốc phụ thuộc vào thời gian $t(s)$ là $a(t) = 2t - 7 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Biết vận tốc đầu bằng 6 (m/s) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t(s)$ xác định bởi $v(t) = t^2 - 7t + 10$.
- b) Tại thời điểm $t = 7$, vận tốc của chất điểm là 6 .
- c) Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 7$ là 18 m .
- d) Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t = 7$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17. Cho hàm số $F(x) = (ax^2 + bx - c)e^{2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2024x^2 + 2x + 1)e^{2x}$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Tính $T = a + b - c$.

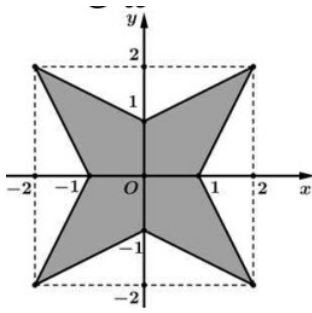
Câu 18. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục, dương trên $\mathbb{R}$; thỏa mãn $f(0) = 1$ và $f'(x) = \frac{x}{x^2 + 1} f(x)$.. Tính $T = f(\sqrt{2024}) - 2f(1)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Câu 19. Tính diện tích phần mặt phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = \sqrt{x}$, $y = -\sqrt{x}$, $y = x - 2$?

Câu 20. Thể tích của khối có mỗi mặt cắt vuông góc trục hoành là một đường tròn có đường kính thỏa $y = \sqrt{x}$ trên đoạn $[0; 4]$ có dạng $a.\pi$. Giá trị $2 \cdot |a|$ bằng bao nhiêu, biết a là số thực ?

Câu 21. Một ô tô đang chạy đều với vận tốc $a \text{ (m/s)}$ thì người lái xe đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + a \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô di chuyển được 40 mét thì vận tốc ban đầu a là bao nhiêu?

Câu 22. Bên trong hình vuông cạnh 4, dựng hình sao bốn cánh đều như hình vẽ bên (các kích thước cần thiết cho như ở trong hình). Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình sao đó quanh trục Ox (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	D	A	B	B	C	A	C	B	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	B	ĐSSĐ	SSSĐ	ĐSSS	SĐSS	507	42,2	4,5	4
21	22								
20	20,9								

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. [Mức 1] Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$

B. $f'(x) = F(x) + C, \forall x \in K$

C. $F'(x) = f(x) + C, \forall x \in K$

D. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$

Lời giải

Công thức $F'(x) = f(x), \forall x \in K$

Câu 2. [Mức 1] Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\int \cos x dx = -\sin x + C$

B. $\int \sin x dx = \cos x + C$

C. $\int \sin x dx = \sin x + C$

D. $\int \cos x dx = \sin x + C$

Lời giải

Ta có: $\int \cos x dx = \sin x + C$

Câu 3. [Mức 2] Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên $(0; +\infty)$ và $F(e) = 3$. Tính $F(5)$?

A. $F(5) = \ln 5 + 2$

B. $F(5) = \ln 5$

C. $F(5) = \ln 5 + C$

D. $F(5) = \ln 5 + 5$

Lời giải

Ta có: nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên $(0; +\infty)$ là $F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$.
Do $F(e) = 3 \Rightarrow \ln e + C = 3 \Rightarrow C = 2 \Rightarrow F(5) = \ln 5 + 2$.

Câu 4. [Mức 1] Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x+1) dx$

- A.** $I = 5$ **B.** $I = 6$ **C.** $I = 2$ **D.** $I = 4$

Lời giải

Chọn B

$$I = \int_0^2 (2x+1) dx = \left(x^2 + x \right) \Big|_0^2 = 4 + 2 = 6$$

Ta có

Câu 5. [Mức 1] Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

- A.** 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $\frac{\pi}{2}$

Lời giải

Chọn B

Câu 6. [Mức 2] Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$ với m là tham số. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

- A.** $(-1; 2)$ **B.** $(-\infty; 0)$ **C.** $(0; 4)$ **D.** $(-3; 1)$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6 \Leftrightarrow \left(x^3 - x^2 + x \right) \Big|_0^m = 6 \Leftrightarrow m^3 - m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow m = 2$

Câu 7. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $S = \int_0^2 3^x dx$ **B.** $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$ **C.** $S = \pi \int_0^2 3^x dx$ **D.** $S = \int_0^2 3^{2x} dx$

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa ta có $S = \int_0^2 3^x dx$

Câu 8. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số

$y = \sin x$, trục Ox , trục Oy và đường thẳng $x = \frac{\pi}{2}$, xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$ B. $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ C. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$ D. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$

Lời giải

Chọn C

Trục Ox : $y = 0$

Trục Oy : $x = 0$

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cdot dx$$

Theo công thức tính thể tích khối tròn xoay ta có:

Câu 9. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 5$, $y = 6x$, $x = 0$, $x = 1$. Tính S .

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{7}{3}$ C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

Lời giải

Chọn B

Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số là

$x^2 + 5 = 6x \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$. Do đó trên đoạn $[0;1]$ biểu thức $x^2 - 6x + 5$ không đổi dấu nên ta có:

$$S = \int_0^1 |x^2 - 6x + 5| dx = \int_0^1 (x^2 - 6x + 5) dx = \left(\frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x \right) \Big|_0^1 = \frac{7}{3}$$

Câu 10. Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = 2 \cos t \left(\text{m/s}^2 \right)$, biết rằng tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0. Tính quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0(s)$ đến thời điểm $t = \pi(s)$.

- A. $5(m)$ B. $3(m)$ C. $2(m)$ D. $4(m)$

Lời giải

Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int 2 \cos t dt = 2 \sin t + C$

Mà tại thời điểm bắt đầu chuyển động thì vật có vận tốc bằng 0 nên ta có $v(0) = 0$ hay $C = 0$.

Vậy $v(t) = 2 \sin t$

Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0(s)$ đến thời điểm $t = \pi(s)$ là

$$\int_0^{\pi} v(t) dt = \int_0^{\pi} 2 \sin t dt = -2 \cos t \Big|_0^{\pi} = -2 \cos \pi - (-2 \cos 0) = 4 \text{ (m)}.$$

Câu 11. Một quả bóng được ném lên từ độ cao $20m$ với vận tốc được tính bởi công thức sau đây $v(t) = -10t + 16 \text{ (m/s)}$. Công thức nào sau đây tính độ cao của quả bóng theo thời gian t ?

A. $h(t) = -5t^2 + 16t + C$

B. $h(t) = -5t^2 + 16t + 20$

C. $h(t) = 5t^2 - 16t + 20$

D. $h(t) = 5t^2 - 16t + C$

Lời giải

Gọi $h(t)$ là độ cao của quả bóng tại thời điểm t .

Suy ra: $h'(t) = v(t)$ do đó $h(t)$ là một nguyên hàm của $v(t)$

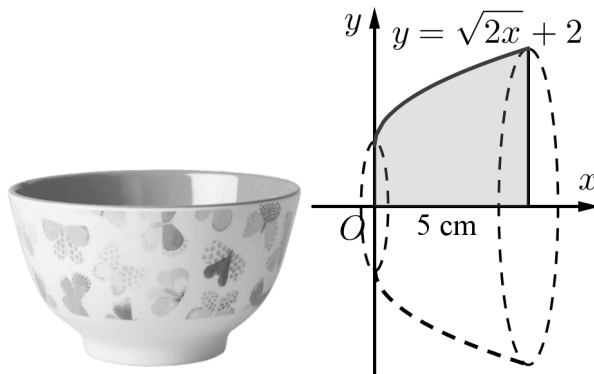
$$\int (-10t + 16) dt = -5t^2 + 16t + C$$

Ta có:

Do quả bóng được ném lên từ độ cao $20m$ nên tại thời điểm $t = 0$ thì $h = 20$.

Hay $h(0) = 20 \Rightarrow C = 20$ nên $h(t) = -5t^2 + 16t + 20$.

Câu 12. Tính thể tích chứa được (dung tích) của một cái chén (bát), biết phần trong của nó có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đường $y = \sqrt{2x} + 2$ và trục Ox (như hình vẽ), bát có độ sâu 5 cm, đơn vị trên trục là centimet (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



A. 78 cm^3 .

B. 274 cm^3 .

C. 87 cm^3 .

D. 247 cm^3 .

Lời giải

$$V = \pi \int_0^5 (\sqrt{2x} + 2)^2 dx = \pi \left(\frac{40}{3} \sqrt{10} + 45 \right) \approx 274 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Thể tích của chén là:

Câu 13. Cho hai hàm số $f(x) = e^x$ và $g(x) = 2e^x - 3$. Khi đó:

a) $\int_0^{\ln 2} g(x) dx = 2 - 3 \ln 2$

b) $2 \int_0^2 f(x) dx = 3 + \int_0^2 g(x) dx$

c) $\int_2^7 [2f(x) - g(x)] dx = -15$

d) Nếu $\int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx = a \cdot e^2 + b \cdot e + c$ (với a, b, c là các số nguyên) thì $a + b + c = 0$.

Lời giải

ý (a) Đúng.

$$\int_0^{\ln 2} g(x) dx = \int_0^{\ln 2} (2e^x - 3) dx = (2e^x - 3x) \Big|_0^{\ln 2} = 2 - 3\ln 2$$

ý (b) Sai.

$$\int_0^2 g(x) dx = \int_0^2 [2f(x) - 3] dx = 2 \int_0^2 f(x) dx - 3 \int_0^2 dx = 2 \int_0^2 f(x) dx - 6$$

Suy ra $2 \int_0^2 f(x) dx = 6 + \int_0^2 g(x) dx$

ý (c) Sai.

$$\int_2^7 [2f(x) - g(x)] dx = \int_2^7 [2e^x - (2e^x - 3)] dx = \int_2^7 3 dx = 3x \Big|_2^7 = 15$$

ý (d) Đúng.

$$\int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx = \int_0^1 (2e^{2x} - 3e^x) dx = \left(2 \frac{e^{2x}}{\ln e^2} - 3e^x \right) \Big|_0^1 = (e^{2x} - 3e^x) \Big|_0^1 = e^2 - 3e + 2$$

Suy ra $a = 1, b = -3, c = 2$

Vậy $a + b + c = 1 - 3 + 2 = 0$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên R thỏa mãn $f'(x) = 18x - 6, f(0) = 1$.

a) $f(x) = 9x^2 + 6x + 1$

b) $\int_{-1}^2 f'(x) dx = 39$

c) $\int_0^1 [3f(x) - 1] dx = 8$

d) $\int_{-1}^2 [f'(x) - 2xf(x)] dx = \frac{-51}{2}$

Lời giải

(a) Ta có: $f'(x) = 18x - 6 \Rightarrow f(x) = \int (18x - 6) dx = 9x^2 - 6x + C$

Ta lại có $f(0) = 1 \Leftrightarrow C = 1$

Vậy $f(x) = 9x^2 - 6x + 1$

Vậy (a) sai

(b) Ta có: $\int_{-1}^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_{-1}^2 = (9x^2 - 6x + 1) \Big|_{-1}^2 = 25 - 16 = 9$

Vậy (b) sai

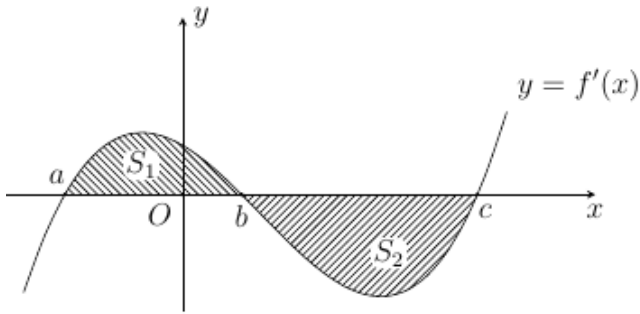
(c) Ta có: $\int_0^1 [3f(x) - 1] dx = 3 \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 1 dx = 3 \cdot 1 - 1 = 2$

Vậy (c) **sai**

(d) Ta có: $\int_{-1}^2 [f'(x) - 2xf(x)] dx = \int_{-1}^2 f'(x) dx - \int_{-1}^2 2x(9x^2 - 6x + 1) dx = 9 - \frac{69}{2} = -\frac{51}{2}$

Vậy (d) **đúng**

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Ký hiệu S_1, S_2 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và trục hoành như hình dưới đây.



$$S_2 > S_1$$

a)

$$S_1 = \int_a^b f'(x) dx$$

b)

$$\int_a^c f'(x) dx = S_1 + S_2$$

c)

$$f(a) < f(b) < f(c)$$

d)

Lời giải

(a) Đ

Theo hình vẽ thì $S_2 > S_1$.

(b) S

Ta có $S_1 = \int_a^b f'(x) dx$

(c) S

Ta có $\int_a^c f'(x) dx = \int_a^b f'(x) dx + \int_b^c f'(x) dx = S_1 - S_2$

(d) S

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau

x	$-\infty$	a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$								

Từ bảng biến thiên ta có $f(a) < f(b)$ và $f(c) < f(b)$.

Ta có $S_1 = \int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$, $S_2 = -\int_b^c f'(x) dx = f(b) - f(c)$ và $S_2 > S_1$ nên $f(b) - f(c) > f(b) - f(a) \Leftrightarrow f(c) < f(a)$.

Vậy $f(c) < f(a) < f(b)$.

Câu 16. Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang với gia tốc phụ thuộc vào thời gian $t(s)$ là $a(t) = 2t - 7 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Biết vận tốc đầu bằng 6 (m/s) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a)** Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t(s)$ xác định bởi $v(t) = t^2 - 7t + 10$.
- b)** Tại thời điểm $t = 7$, vận tốc của chất điểm là 6 .
- c)** Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 7$ là 18 m .
- d)** Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t = 7$.

Lời giải

(a) Sai: Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int (2t - 7) dt = t^2 - 7t + C$.

$v(0) = 6 \Rightarrow C = 6$ nên $v(t) = t^2 - 7t + 6$.

(b) Đúng: $v(7) = 7^2 - 7 \cdot 7 + 6 = 6$.

(c) Sai: Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 7$ là

$$S = \int_1^7 v(t) dt = \int_1^7 (t^2 - 7t + 6) dt = \left(\frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 6t \right) \Big|_1^7 = -18$$

(d) Sai: Tọa độ của chất điểm tại thời điểm t là

$$x(t) = \int v(t) dt = \int (t^2 - 7t + 6) dt = \frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 6t + C$$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $x(t)$ với $t \in [0; 8]$.

Ta có $x'(t) = v(t) = 0$ khi $t = 1$ hoặc $t = 6$.

Lại có $x(0) = C$, $x(1) = \frac{17}{6} + C$, $x(6) = -18 + C$, $x(8) = -\frac{16}{3} + C$.

Vậy giá trị lớn nhất của $x(t)$ với $t \in [0; 8]$ đạt được khi $t = 1$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17. Cho hàm số $F(x) = (ax^2 + bx - c)e^{2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2024x^2 + 2x + 1)e^{2x}$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Tính $T = a + b - c$.

<key=507>

Lời giải

Đáp án: 507

$$F'(x) = (2ax + b)e^{2x} + 2(ax^2 + bx - c)e^{2x} = [2ax^2 + (2b + 2a)x + b - 2c]e^{2x}$$

$$[2ax^2 + (2b + 2a)x + b - 2c]e^{2x} = (2024x^2 + 2x + 1)e^{2x} \Rightarrow \begin{cases} 2a = 2024 \\ 2(a + b) = 2 \\ b - 2c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1012 \\ b = -1011 \\ c = -506 \end{cases}$$

Ta có:

Vậy $T = 507$

Câu 18. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục, dương trên $\mathbb{R}$; thỏa mãn $f(0) = 1$ và $f'(x) = \frac{x}{x^2 + 1} f(x)$.. Tính $T = f(\sqrt{2024}) - 2f(1)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

<key=42,2>

Lời giải

Đáp án: 42,2

Ta có:

$$f'(x) = \frac{x}{x^2 + 1} f(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{x}{x^2 + 1} \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \frac{1}{2} \int \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

$$\Rightarrow \ln|f(x)| = \frac{1}{2} \ln|x^2 + 1| + C \Rightarrow \ln f(x) = \ln \sqrt{x^2 + 1} + C \quad (\text{vì } f(x) \text{ luôn dương trên } \mathbb{R}).$$

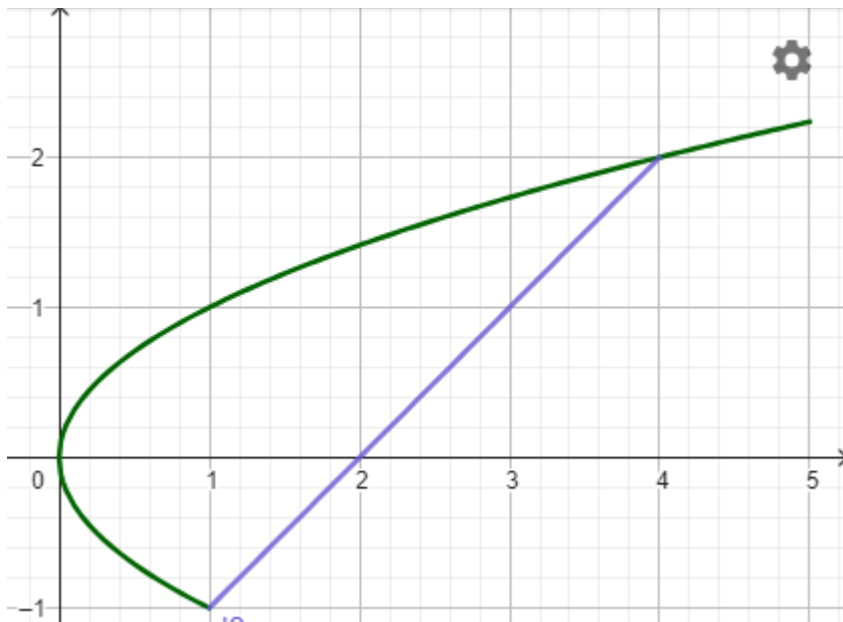
$$\text{Mà } f(0) = 1 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow T = f(\sqrt{2024}) - 2f(1) = 45 - 2\sqrt{2} \approx 42,2$$

Câu 19. Tính diện tích phần mặt phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = \sqrt{x}$, $y = -\sqrt{x}$, $y = x - 2$?

<key=4,5>

Lời giải

Đáp án: 4,5



Diện tích phần mặt phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số trên là

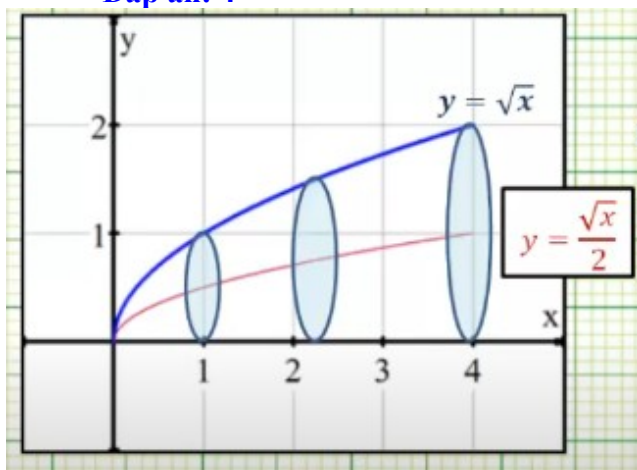
$$\int_0^1 2\sqrt{x} \, dx + \int_1^4 (\sqrt{x} - x + 2) \, dx = 2 \int_0^1 x^{\frac{1}{2}} \, dx + \int_1^4 (x^{\frac{1}{2}} - x + 2) \, dx = 2 \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 + \left(\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_1^4 = 4,5$$

Câu 20. Thể tích của khối có mỗi mặt cắt vuông góc trục hoành là một đường tròn có đường kính thỏa $y = \sqrt{x}$ trên đoạn $[0; 4]$ có dạng $a \cdot \pi$. Giá trị $2 \cdot |a|$ bằng bao nhiêu, biết a là số thực?

<key=4>

Lời giải

Đáp án: 4



$$S = \pi \left(\frac{\sqrt{x}}{2} \right)^2 = \frac{\pi \cdot x}{4}$$

Diện tích của mỗi lát cắt là

Thể tích của khối là

$$V = \int_0^4 \frac{\pi x}{4} \, dx = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 = 2\pi$$

Do đó $a = 2$ nên $2|a| = 4$.

Câu 21. Một ô tô đang chạy đều với vận tốc $a \text{ (m/s)}$ thì người lái xe đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + a \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô đi chuyển được 40 mét thì vận tốc ban đầu a là bao nhiêu?

<key=20>

Lời giải

Đáp án: 20

Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 nên: $-5t + a = 0 \Leftrightarrow t = \frac{a}{5}$.

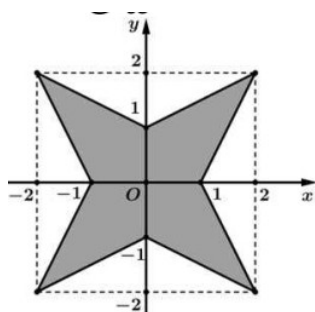
$$S = \int_0^{\frac{a}{5}} |v(t)| dt = \int_0^{\frac{a}{5}} |-5t + a| dt = \int_0^{\frac{a}{5}} (-5t + a) dt = \frac{1}{10} a^2$$

Ta có:

$$S = 40 \Leftrightarrow \frac{1}{10} a^2 = 40 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -20 \text{ (L)} \\ a = 20 \end{cases}$$

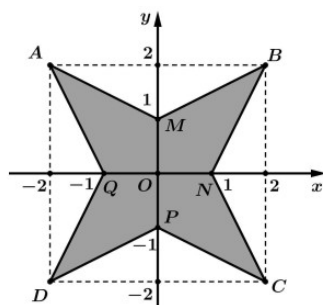
Vậy: $a = 20 \text{ (m/s)}$.

Câu 22. Bên trong hình vuông cạnh 4, dựng hình sao bốn cánh đều như hình vẽ bên (các kích thước cần thiết cho như ở trong hình). Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình sao đó quanh trục Ox (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



<key=20,9>

Lời giải



Ta kí hiệu các điểm như hình vẽ. Ta có khối tròn xoay đó được tạo thành khi quay hình phẳng $QAMBN$ quanh trục (Ox) . Mà $S_{OQAM} = S_{ONBM}$ nên thể tích của khối tròn xoay đó sẽ bằng 2 lần thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng $ONBM$ quanh trục (Ox) .

+) Viết phương trình đường thẳng MB: M(0; 1), B(2; 2)

Có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{MB} = (2; 1)$ suy ra một vectơ pháp tuyến của đường thẳng là $n_1 = (-1; 2)$.

$$MB: -1(x-0) + 2(y-1) = 0 \Leftrightarrow MB: -x + 2y - 2 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1.$$

Suy ra

+) Tương tự, ta viết được phương trình đường thẳng NB là

$$-2.(x-1) + 1.(y-0) = 0 \Leftrightarrow -2x + y + 2 = 0 \Rightarrow y = 2x - 2.$$

$$\Rightarrow V = 2 \left(\pi \int_0^2 \left(\frac{1}{2}x + 1 \right)^2 dx - \pi \int_1^2 (2x - 2)^2 dx \right) = \frac{20}{3} \pi \approx 20,9.$$

ĐỀ 4

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK2 NĂM HỌC 2024-2025

MÔN: TOÁN LỚP 12

KẾT NỐI TRI THỨC

PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. [Mức độ 1] Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K thì

A. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$

B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$

C. $F'(x) = f'(x), \forall x \in K$

D. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$

Câu 2. [Mức độ 1] $\int x^5 dx$ bằng

A. $\frac{x^5}{5} + C$

B. $x^5 + C$

C. $\frac{x^4}{4} + C$

D. $\frac{x^6}{6} + C$

Câu 3. [Mức độ 2] $\int (x^3 - 3x^2 + 2) dx$ bằng

A. $\frac{x^4}{4} - x^3 + C$

B. $3x^2 - 6x + C$

C. $\frac{x^4}{4} - x^3 + 2x + C$

D. $\frac{x^4}{4} + x^3 + 2x + C$

Câu 4. [Mức độ 2] Cho $f(x), g(x)$ là những hàm số liên tục trên K . Mệnh đề nào sau đây SAI?

A. Hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên K .

B. $\int f'(x) dx = f(x) + C$

C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}$

D. $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$

Câu 5. Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x+1) dx$

A. $I = 6$

B. $I = 5$

C. $I = 2$

D. $I = 4$

Câu 6. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể

từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 5 m

B. 15 m

C. 20 m

D. 10 m

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b f(x) dx$

B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$

C. $S = -\int_a^b f(x) dx$

D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$

Câu 8. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x$, $y = x$. Tính S .

A. $S = 8$

B. $S = 4$

C. $S = 2$

D. $S = 1$

Câu 9. [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây nhận $\vec{n} = (3; 1; -7)$ là một vector pháp tuyến?

A. $3x + z + 7 = 0$

B. $3x - y - 7z + 1 = 0$

C. $3x + y - 7 = 0$

D. $3x + y - 7z - 3 = 0$

Câu 10. [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

A. $x - 2y + 3z + 12 = 0$

B. $x - 2y - 3z - 6 = 0$

C. $x - 2y + 3z - 12 = 0$

D. $x - 2y - 3z + 6 = 0$

Câu 11. [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M(1; 2; -3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$.

A. $\frac{11}{3}$

B. 3

C. $\frac{7}{3}$

D. $\frac{4}{3}$

Câu 12. [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $mx + (m-1)y + z - 10 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 2x + y - 2z + 3 = 0$. Với giá trị nào của m thì (P) và (Q) vuông góc với nhau

A. $m = -2$

B. $m = 2$

C. $m = 1$

D. $m = -1$

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

$$I = \int_a^b 6x^5 dx$$

Câu 13. Cho

$$J = \int_a^b x^5 dx$$

$$J = 5I$$

a) Gọi thì ta có

$$\int_a^b (6x^5 + x) dx = 8 \quad \int_a^b x dx = 3 \quad I = \int_a^b 6x^5 dx = 5$$

b) Biết và thì

$$I = \int_a^b 6x^5 dx = 728$$

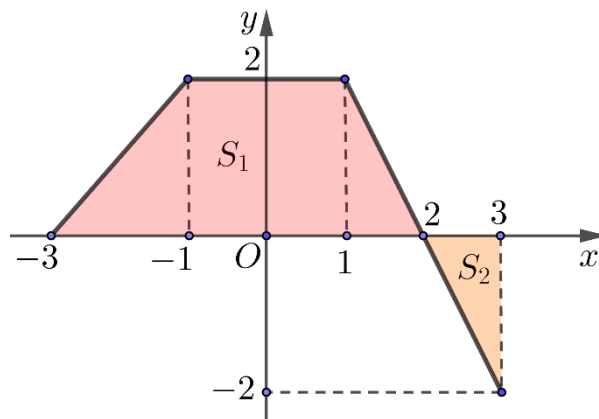
$$a^3 + b^3 = 28 \quad a^3 - b^3 = 26$$

c) Biết và thì .

$$\int_{-1}^1 |6x^5| dx = \int_0^{-1} 6x^5 dx + \int_0^1 6x^5 dx$$

d)

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng $f(x)$ tạo với trục hoành và hai đường thẳng $x = -3$, $x = 3$ một hình phẳng (H) gồm hai phần có diện tích lần lượt là S_1 , S_2 .



$$S_{(H)} = \int_{-3}^3 f(x) dx$$

a)

$$S_2 = \left| \int_2^3 (-2x + 4) dx \right| = 1$$

b)

$$S_1 = \int_{-3}^{-1} (x + 3) dx + \int_{-1}^1 2 dx + \int_1^2 (-2x + 4) dx$$

c)

$$S_{(H)} = S_1 - \int_2^3 (-2x + 4) dx$$

d)

$$(P): 2x - y + 2z - 5 = 0 \quad (Q): 4x - 2y + 4z + 1 - m = 0 \quad M(2; 1; 5)$$

Câu 15. Cho hai mặt phẳng ; và điểm .

a) Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{8}{3}$.

b) Với $m = 0$ thì khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) bằng $\frac{9}{2}$.

c) Với $m = 3$ thì khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng 3 .

d) Có hai giá trị của m để khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) bằng 1 . Khi đó tổng tất cả các giá trị của m bằng 5 .

Câu 16. Một công trình xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Bốn bức tường $(P), (Q), (R), (T)$ (như hình vẽ) của toà nhà lần lượt có phương trình:
 $(P): 2x - y - z + 1 = 0$,
 $(Q): x + 3y - z - 2 = 0$, $(R): 4x - 2y - 2z + 9 = 0$, $(T): 2x + 6y - 2z + 15 = 0$
 và



a) Hai bức tường (P) và (R) song song.

b) Hai bức tường (P) và (T) vuông góc.

c) Khoảng cách giữa hai bức tường (Q) và (T) của toàn nhà là $2,8m$ (làm tròn đến hàng phần chục).

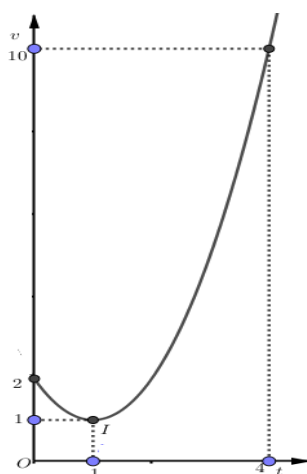
- d) Chiều rộng của bức tường (Q) của toà nhà là $2,9m$ (làm tròn đến hàng phần chục).

PHẦN III: CÂU HỎI DẠNG THỨC TRẢ LỜI NGẮN

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5 \cos x$ và $f(0) = 5$. Tính $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 18: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \\ x+1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Tích phân $I = \int_2^0 t^2 f(t) dt$ (làm tròn đến hàng phần chục)

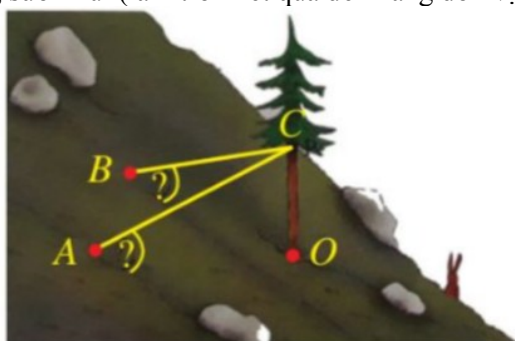
Câu 19: Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1;1)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát. (làm tròn đến hàng phần chục)



Câu 20: Cổng trường Đại học Bách Khoa Hà Nội có hình dạng Parabol, chiều rộng $8m$, chiều cao $12,5m$. Tính diện tích của cổng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 21: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm $M(a, b, c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z - 6 = 0$ và cách đều các điểm $A(1; 6; 0)$, $B(-2; 2; -1)$, $C(5; -1; 3)$. Tính tích abc .

Câu 22: Trên một sườn núi (có độ nghiêng đều), người ta trồng một cây thông và muốn giữ nó không bị nghiêng bằng hai sợi dây neo như hình bên. Giả thiết cây thông mọc thẳng đứng và trong một hệ tọa độ phù hợp, các điểm O (gốc cây thông) và A, B (nơi buộc dây neo) có tọa độ tương ứng là $O(0; 0; 0)$, $A(3; -4; 2)$, $B(-5; -2; 1)$, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Biết rằng hai dây neo đều được buộc vào cây thông tại điểm $(0; 0; 5)$ và được kéo căng tạo thành các đoạn thẳng. Tính tổng các góc tạo bởi mỗi dây neo và mặt phẳng sườn núi (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).



-HẾT-**BẢNG ĐÁP ÁN****PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

1.A	2.D	3.C	4.C	5.A	6.D	7.B	8.A	9.D	10.A
11.A	12.C								

PHẦN II: TRẮC NGHIỆM CHỌN PHƯƠNG ÁN ĐÚNG SAI

Câu	13	14	15	16
a)	S	S	Đ	Đ
b)	Đ	Đ	Đ	Đ
c)	S	Đ	S	S
d)	Đ	Đ	S	S

PHẦN III: CÂU HỎI DẠNG THỨC TRẢ LỜI NGẮN

Câu	17	18	19	20	21	22
Đáp án	4,71	-0,7	13,3	67	6	92

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT.**PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

Câu 1. [Mức độ 1] Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K thì

A. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$ **!**

B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$

C. $F'(x) = f'(x), \forall x \in K$

D. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$

Lời giải**Chọn A.**

Câu 2. [Mức độ 1] $\int x^5 dx$ bằng

A. $\frac{x^5}{5} + C$

B. $x^5 + C$

C. $\frac{x^4}{4} + C$

D. $\frac{x^6}{6} + C$ **!**

Lời giải**Chọn D.**

Câu 3. [Mức độ 2] $\int (x^3 - 3x^2 + 2) dx$ bằng

A. $\frac{x^4}{4} - x^3 + C$

B. $3x^2 - 6x + C$

C. $\frac{x^4}{4} - x^3 + 2x + C$ **!**

D. $\frac{x^4}{4} + x^3 + 2x + C$

Lời giải

Chọn C.

$$\int (x^3 - 3x^2 + 2) dx = \frac{x^4}{4} - 3 \cdot \frac{x^3}{3} + 2x + C = \frac{x^4}{4} - x^3 + 2x + C$$

Câu 4. [Mức độ 2] Cho $f(x)$, $g(x)$ là những hàm số liên tục trên K . Mệnh đề nào sau đây **SAI**?

A. Hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên K .

B. $\int f'(x) dx = f(x) + C$

C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}$

D. $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$

Lời giải

Chọn C.

$$\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}, k \neq 0$$

$$I = \int_0^2 (2x+1) dx$$

Câu 5. Tính tích phân

A. $I = 6$

B. $I = 5$

C. $I = 2$

D. $I = 4$

Lời giải

$$I = \int_0^2 (2x+1) dx = \left(x^2 + x \right) \Big|_0^2 = 4 + 2 = 6$$

Ta có

Câu 6. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 5 m

B. 15 m

C. 20 m

D. 10 m

Lời giải

Xét phương trình $-5t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Do vậy, kể từ lúc người lái đạp phanh thì sau 2s ô tô dừng hẳn.

Quãng đường ô tô đi được kể từ lúc người lái đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn là

$$s = \int_0^2 (-5t + 10) dt = \left(-\frac{5}{2}t^2 + 10t \right) \Big|_0^2 = 10 \text{ m.}$$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b f(x) dx$ B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$ C. $S = -\int_a^b f(x) dx$ D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng

$$x = a, x = b \text{ được tính bởi công thức: } S = \int_a^b |f(x)| dx$$

Câu 8. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x$, $y = x$. Tính S .

A. $S = 8$ B. $S = 4$ C. $S = 2$ D. $S = 1$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là $x^3 - 3x = x \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Vậy $S = \left| \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx \right| + \left| \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \right| = 4 + 4 = 8$.

Câu 9. [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây nhận $\vec{n} = (3; 1; -7)$ là một vector pháp tuyến?

A. $3x + z + 7 = 0$ B. $3x - y - 7z + 1 = 0$ C. $3x + y - 7 = 0$ D. $3x + y - 7z - 3 = 0$

Lời giải

Phương trình mặt phẳng $3x + y - 7z - 3 = 0$ có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 1; -7)$.

Câu 10. [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

A. $x - 2y + 3z + 12 = 0$ B. $x - 2y - 3z - 6 = 0$ C. $x - 2y + 3z - 12 = 0$ D. $x - 2y - 3z + 6 = 0$

Lời giải

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$ là $1(x-1) - 2(y-2) + 3(z+3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z + 12 = 0$.

Câu 11. [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M(1; 2; -3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$

A. $\frac{11}{3}$ B. 3 C. $\frac{7}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

Lời giải

Ta có $d(M; (P)) = \frac{|1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot (-3) - 10|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{|-11|}{3} = \frac{11}{3}$.

Câu 12. [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $mx + (m-1)y + z - 10 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 2x + y - 2z + 3 = 0$. Với giá trị nào của dưới đây của m thì (P) và (Q) vuông góc với nhau

A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $m = 1$! D. $m = -1$.

Lời giải

$$(P): mx + (m-1)y + z - 10 = 0 \text{ có VTPT } \vec{n_P} = (m; m-1; 1)$$

$$(Q): 2x + y - 2z + 3 = 0 \text{ có VTPT } \vec{n_Q} = (2; 1; -2)$$

$$(P) \text{ và } (Q) \text{ vuông góc} \Leftrightarrow \vec{n_P} \perp \vec{n_Q} \Leftrightarrow \vec{n_P} \cdot \vec{n_Q} = 0 \Leftrightarrow m \cdot 2 + (m-1) \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 1$$

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

$$I = \int_a^b 6x^5 dx$$

Câu 13. Cho

$$J = \int_a^b x^5 dx \quad J = 5I$$

a) Gọi thì ta có

$$\int_a^b (6x^5 + x) dx = 8 \quad \int_a^b x dx = 3 \quad I = \int_a^b 6x^5 dx = 5$$

b) Biết và thì !

$$I = \int_a^b 6x^5 dx = 728 \quad a^3 + b^3 = 28 \quad a^3 - b^3 = 26$$

c) Biết và thì

$$\int_{-1}^1 |6x^5| dx = \int_0^{-1} 6x^5 dx + \int_0^1 6x^5 dx$$

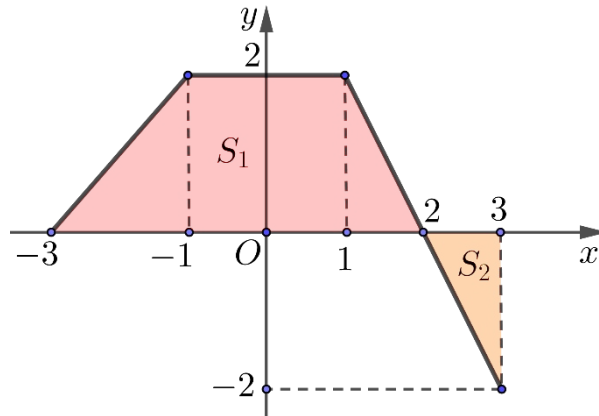
d) !

Lời giải

13	Giải chi tiết(giải thích)
a) S	$I = \int_a^b 6x^5 dx = 6 \int_a^b x^5 dx = 6J$
b) Đ	$\int_a^b (6x^5 + x) dx = \int_a^b 6x^5 dx + \int_a^b x dx = \int_a^b 6x^5 dx + 3 = 8 \Leftrightarrow \int_a^b 6x^5 dx = 5$

c) S	$I = \int_a^b 6x^5 dx = x^6 \Big _a^b = b^6 - a^6 = (b^3 - a^3)(b^3 + a^3) = (b^3 - a^3) \cdot 28 = 728 \Leftrightarrow b^3 - a^3 = 26$
d) Đ	$\int_{-1}^1 6x^5 dx = \int_{-1}^0 6x^5 dx + \int_0^1 6x^5 dx = -\int_{-1}^0 6x^5 dx + \int_0^1 6x^5 dx = \int_0^{-1} 6x^5 dx + \int_0^1 6x^5 dx$

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng $f(x)$ tạo với trục hoành và hai đường thẳng $x = -3$, $x = 3$ một hình phẳng (H) gồm hai phần có diện tích lần lượt là S_1 , S_2 .



$$S_{(H)} = \int_{-3}^3 f(x) dx$$

a)

$$S_2 = \left| \int_2^3 (-2x + 4) dx \right| = 1$$

b)

$$S_1 = \int_{-3}^{-1} (x + 3) dx + \int_{-1}^1 2 dx + \int_1^2 (-2x + 4) dx$$

c)

$$S_{(H)} = S_1 - \int_2^3 (-2x + 4) dx$$

d)

Lời giải

Xét hàm số $y = f(x)$, ta có:

$$f(x) = \begin{cases} x + 3, & x \in [-3; -1] \\ 2, & x \in [-1; 1] \\ -2x + 4, & x \in [1; 3] \end{cases}$$

14	Giải chi tiết(giải thích)
----	-----------------------------------

a) S	Ta có: $S_{(H)} = \int_{-3}^3 f(x) dx \neq \int_{-3}^3 f(x) dx$ (vì $f(x) \leq 0$ khi $x \in [2;3]$).
b) Đ	$S_2 = \int_2^3 (-2x+4) dx = \left \int_2^3 (-2x+4) dx \right = 1$ (vì $f(x) \leq 0$ khi $x \in [2;3]$).
c) Đ	Ta có: $S_1 = \int_{-3}^2 f(x) dx = \int_{-3}^{-1} (x+3) dx + \int_{-1}^1 2 dx + \int_1^2 (-2x+4) dx$ (dựa vào phương trình của hàm số $y = f(x)$).
d) Đ	$S_{(H)} = \int_{-3}^3 f(x) dx = S_1 + S_2 = S_1 - \int_2^3 (-2x+4) dx$ (vì $f(x) \leq 0$ khi $x \in [2;3]$).

Câu 15. Cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 5 = 0$ $(Q): 4x - 2y + 4z + 1 - m = 0$ và điểm $M(2;1;5)$.

a) Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{8}{3}$!

b) Với $m = 0$ thì khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) bằng $\frac{9}{2}$!

c) Với $m = 3$ thì khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng 3 .

d) Có hai giá trị của m để khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) bằng 1 . Khi đó tổng tất cả các giá trị của m bằng 5 .

Lời giải

15	Giải chi tiết(giải thích)
a) Đ	Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là: $d(M, (P)) = \frac{ 2 \cdot 2 - 1 + 2 \cdot 5 - 5 }{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{8}{3}$

b) Đ	<p>Với $m = 0$ thì $(Q): 4x - 2y + 4z + 1 = 0$.</p> $d(M, (Q)) = \frac{ 4 \cdot 2 - 2 \cdot 1 + 4 \cdot 5 + 1 }{\sqrt{4^2 + (-2)^2 + 4^2}} = \frac{9}{2}$ <p>Ta có:</p>
c) S	<p>Với $m = 3$ thì $(Q): 4x - 2y + 4z - 2 = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 2z - 1 = 0$. Dễ thấy: $(P) \parallel (Q)$.</p> $d((P), (Q)) = d(N, (Q)) = \frac{ 2 \cdot 0 - (-5) + 2 \cdot 0 - 1 }{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{4}{3}$ <p>Chọn $N(0; -5; 0) \in (P)$. Ta có:</p>
d) S	<p>Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) bằng 1 nên:</p> $d(M, (Q)) = \frac{ 4 \cdot 2 - 2 \cdot 1 + 4 \cdot 5 + 1 - m }{\sqrt{4^2 + (-2)^2 + 4^2}} = 1 \Leftrightarrow \frac{ 27 - m }{6} = 1 \Leftrightarrow 27 - m = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 21 \\ m = 33 \end{cases}$ <p>Vậy tổng các giá trị của m bằng $21 + 33 = 54$.</p>

Oxyz

Câu 16. Một công trình xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Bốn bức tường $(P), (Q), (R), (T)$ của toà nhà lần lượt có phương trình:

$(P): 2x - y - z + 1 = 0$,
 $(Q): x + 3y - z - 2 = 0$,
 $(R): 4x - 2y - 2z + 9 = 0$,
 $(T): 2x + 6y - 2z + 15 = 0$

và



(P) (R)

a) Hai bức tường và song song.

(P) (T)

b) Hai bức tường và vuông góc.

(Q) (T)

2,8m

c) Khoảng cách giữa hai bức tường và của toàn nhà là (làm tròn đến hàng phần chục).

(Q)

2,9m

d) Chiều rộng của bức tường của toà nhà là (làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

16	Giải chi tiết(giải thích)
a) Đ	Ta có: $\vec{n}_R = (4; -2; -2)$ và $\vec{n}_P = (2; -1; -1)$ nên $\vec{n}_R = 2\vec{n}_P$ nên hai bức tường (P) và (R) song song.
b) Đ	Ta có: $\vec{n}_T = (2; 6; -2)$ và $\vec{n}_P = (2; -1; -1)$ nên $\vec{n}_T \cdot \vec{n}_P = 0$ nên hai bức tường (P) và (T) vuông góc.
c) S	Ta có: $\vec{n}_Q = (1; 3; -1)$ và $\vec{n}_T = (2; 6; -2)$ nên $\vec{n}_T = 2\vec{n}_Q$ nên hai bức tường (Q) và (T) song song. Chọn điểm $M(2; 0; 0) \in (Q)$. Do hai bức tường (Q) và (T) song song nên: $d((Q), (T)) = d(M, (T)) = \frac{ 2 \cdot 2 + 6 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 15 }{\sqrt{2^2 + 6^2 + (-2)^2}} = \frac{19}{\sqrt{44}} \approx 2,9m$
d) S	Dễ thấy hai bức tường (P) và (R) song song và cùng vuông góc với bức tường (Q). Nên chiều rộng của bức tường (Q) là khoảng cách giữa hai bức tường (P) và (R). Chọn điểm $N(0; 0; 1) \in (P)$. Do hai bức tường (P) và (R) song song nên: $d((P), (R)) = d(N, (R)) = \frac{ 4 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 2 \cdot 1 + 9 }{\sqrt{4^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{7}{\sqrt{24}} \approx 1,4m$

PHẦN III: CÂU HỎI DẠNG THỨC TRẢ LỜI NGẮN

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5 \cos x$ và $f(0) = 5$. Tính $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ (làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số: 4,71.

Ta có $f(x) = \int (3 - 5 \cos x) dx = 3x - 5 \sin x + C$.

Lại có: $f(0) = 5 \Leftrightarrow 3 \cdot 0 - 5 \sin 0 + C = 5 \Leftrightarrow C = 5$. Vậy $f(x) = 3x - 5 \sin x + 5$.

Vậy $f\left(\frac{\pi}{2}\right) \approx 4,71$.

Câu 21: Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \\ x+1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

Tích phân

$$I = \int_2^0 t^2 f(t) dt$$

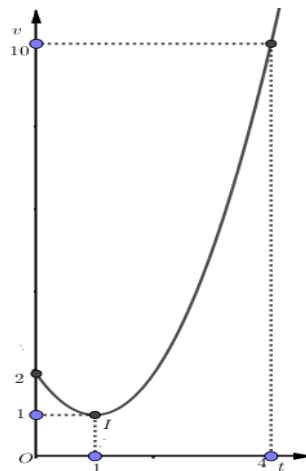
(làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Đáp số: $I = \frac{-25}{36}$

$$I = \int_2^0 t^2 f(t) dt = - \int_0^2 x^2 f(x) dx = - \left[\int_0^1 x^2 (x+1) dx + \int_1^2 x dx \right] = \frac{-25}{36} \approx -0,7$$

Câu 22: Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1;1)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát. (làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Đáp số: $s = \frac{40}{3}$ (km).

Hàm biểu diễn vận tốc có dạng $v(t) = at^2 + bt + c$. Dựa vào đồ thị ta có:

$$\begin{cases} c = 2 \\ \frac{-b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow v(t) = t^2 - 2t + 2$$

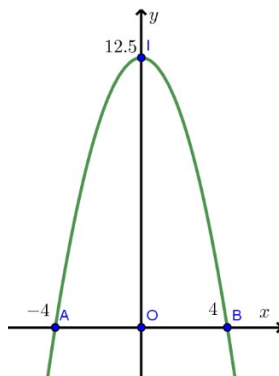
Với $t = 4 \Rightarrow v(4) = 10$ (thỏa mãn).

$$s = \int_0^4 (t^2 - 2t + 2) dt = \frac{40}{3} \approx 13,3 (km)$$

Từ đó

Câu 20. Cổng trường Đại học Bách Khoa Hà Nội có hình dạng Parabol, chiều rộng $8m$, chiều cao $12,5m$. Tính diện tích của cổng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải



Xét hệ trục tọa độ như hình vẽ mà trục đối xứng của Parabol trùng với trục tung, trục hoành trùng với đường tiếp đất của cổng.

$$y = ax^2 + c$$

Khi đó Parabol có phương trình dạng

$$(P) \quad I(0; 12,5) \quad c = 12,5$$

Vì đi qua đỉnh nên ta có

$$(P) \quad A(-4; 0) \quad B(4; 0) \quad 0 = 16a + c \Rightarrow a = \frac{-c}{16} = -\frac{25}{32}$$

cắt trục hoành tại hai điểm và nên ta có

$$(P): y = -\frac{25}{32}x^2 + 12,5$$

Do đó

$$S = \int_{-4}^4 \left(-\frac{25}{32}x^2 + 12,5 \right) dx = \frac{200}{3} \approx 67 (m^2)$$

Diện tích của cổng là:

Câu 21. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm $M(a, b, c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z - 6 = 0$ và cách đều các điểm $A(1; 6; 0), B(-2; 2; -1), C(5; -1; 3)$. Tính tích abc .

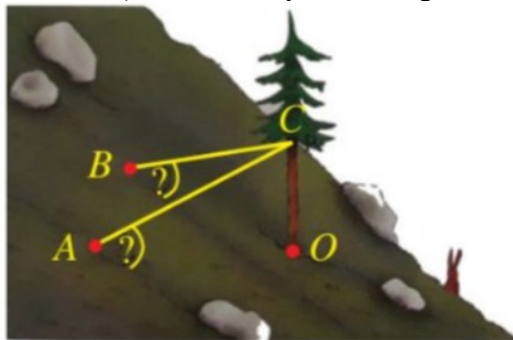
Lời giải

Đáp số: 6

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a + b + c = 6 \\ MA^2 = MB^2 \\ MA^2 = MC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 6 \\ (a-1)^2 + (b-6)^2 + b^2 = (a+2)^2 + (b-2)^2 + (c+1)^2 \\ (a-1)^2 + (b-6)^2 + c^2 = (a-5)^2 + (b+1)^2 + (c-3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 6 \\ 3a + 4b + c = 14 \\ 4a - 7b + 3c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow abc = 6.$$

Câu 22. Trên một sườn núi (có độ nghiêng đều), người ta trồng một cây thông và muốn giữ nó không bị nghiêng bằng hai sợi dây neo như hình bên. Giả thiết cây thông mọc thẳng đứng và trong một hệ tọa độ phù hợp, các điểm O (gốc cây thông) và A, B (nơi buộc dây neo) có tọa độ tương ứng là $O(0; 0; 0), A(3; -4; 2), B(-5; -2; 1)$, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Biết rằng hai dây neo đều được buộc vào cây thông tại điểm $C(0; 0; 5)$ và được kéo căng tạo thành các đoạn thẳng. Tính tổng các góc tạo bởi mỗi dây neo và mặt phẳng sườn núi (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).



Lời giải.

$$C(0; 0; 5), \vec{OA} = (3; -4; 2), \vec{OB} = (-5; -2; 1), [\vec{OA}, \vec{OB}] = (0; -13; -26)$$

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (OAB) là $\vec{n} = (0; 1; 2)$

Góc tạo bởi dây neo CA và mặt phẳng sườn núi là

$$\sin(CA, (OAB)) = \frac{10}{\sqrt{170}} \Rightarrow (CA, (OAB)) \approx 50^\circ$$

Góc tạo bởi dây neo BC và mặt phẳng sườn núi là $\sin(BC, (OAB)) = \frac{2}{3}$
 $\Rightarrow (BC, (OAB)) \approx 42^\circ$

Vậy tổng các góc tạo bởi mỗi dây neo và mặt phẳng sườn núi là khoảng 92°

-----HẾT-----