

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^5$ là

- A. $F(x) = \frac{x^6}{6} + C$. B. $F(x) = 5x^6 + C$. C. $F(x) = 5x^4 + C$. D. $F(x) = \frac{x^4}{4} + C$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_5^9 f(x)dx = 25$ thì $\int_9^5 f(x)dx$ bằng

- A. 9. B. 5. C. 25. D. -25.

Câu 3. Điểm kiểm tra 15 phút của lớp 12A được cho bởi bảng sau:

Điểm	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số học sinh	3	8	7	12	7	1	1

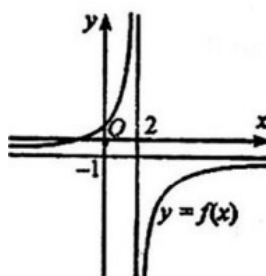
Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

- A. 4,84. B. 2,10. C. 2,09. D. 6,94.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(2;1;-3)$, $B(4;2;1)$, $C(3;0;5)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $G(3;1;-1)$. B. $G(3;1;1)$. C. $G(1;3;1)$. D. $G(-1;3;1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$) có đồ thị như hình bên.



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $y = -1$. B. $y = 2$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-1) \geq 1$ là

- A. $[1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -2; 1)$ và $\vec{b} = (2; -4; -2)$. Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. 8 B. -8 C. 12 D. -12

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của cạnh SA và SD . Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (MNO) ?

- A. (SAB) B. (SBC) C. (SCD) D. (SAD)

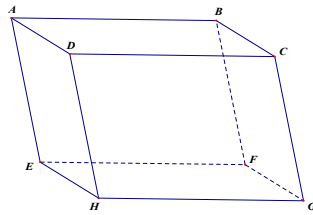
Câu 9. Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là:

- A. $x = 3^2$ B. $x = 2^3$ C. $x = 3$ D. $x = 2$

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_2, u_6 = 64$. Giá trị của u_3, u_5 bằng:

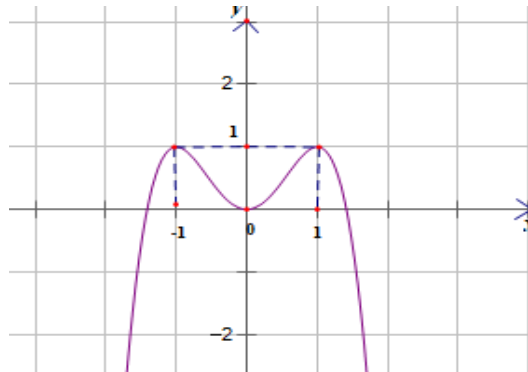
- A. -8 B. -64 C. 64 D. 8

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ (minh họa như hình bên). Vectơ nào sau đây bằng vectơ $\overrightarrow{FH}$?



- A. $\overrightarrow{DB}$ B. $\overrightarrow{BD}$ C. $\overrightarrow{BA}$ D. $\overrightarrow{AB}$

Câu 12. Cho hàm số có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-\infty; 1)$ B. $(0; +\infty)$ C. $(-1; 1)$ D. $(0; 1)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x - x$.

a) $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos 2x - 1$

c) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $x = -\frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $-\frac{\pi}{2}$.

Câu 2. Một sợi dây kim loại dài $6(cm)$. Người ta cắt sợi dây đó thành hai đoạn. Đoạn có độ dài $(x)(cm)$ được uốn thành đường tròn và đoạn còn lại được uốn thành hình vuông $(0 < x < 6)$.

a) Bán kính đường tròn là $r = \frac{x}{2\pi}$.

b) Diện tích hình vuông là $\left(\frac{6-x}{4}\right)^2$.

c) Tổng diện tích hai hình là $\frac{(4+\pi)x^2 - 12\pi x + 36\pi}{16\pi}$.

d) Khi $x = \frac{6\pi}{2+\pi}$ thì hình vuông và hình tròn tương ứng có tổng diện tích nhỏ nhất.

Câu 3. Hai bạn Bảo và Nam của lớp 12A cùng tham gia giải bóng bàn đơn nam do nhà trường tổ chức. Hai bạn đó không cùng một bảng đấu vòng loại và mỗi bảng đấu vòng loại chỉ chọn một người vào vòng chung kết. Xác suất lọt qua vòng loại để vào vòng chung kết của bạn Bảo và bạn Nam lần lượt là $0,8$ và $0,6$.

Gọi A là biến cố "Có ít nhất một bạn lọt vào vòng chung kết".

Gọi B là biến cố "Chỉ có bạn Bảo lọt vào vòng chung kết".

a) Xác suất để bạn Nam không lọt vào vòng chung kết là $0,4$.

b) Xác suất để cả hai bạn lọt vào vòng chung kết là $0,8$.

c) Xác suất của biến cố A là $0,48$.

d) Xác suất của biến cố B là $0,32$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

b) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

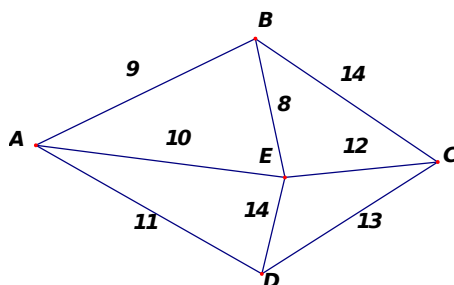
c) Gọi A, B lần lượt là hai điểm cực trị của hàm số. Khi đó độ dài AB bằng $\sqrt{5}$.

d) Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{f(x)}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 22

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng $2\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

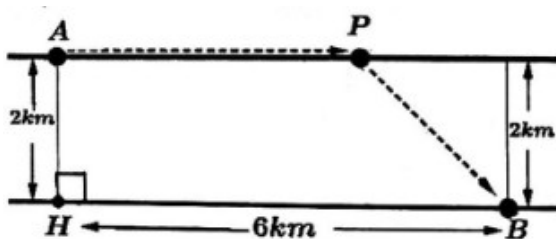
Câu 2. Một công ty vận tải cần giao hàng đến tất cả các thành phố A, B, C, D, E (hình vẽ bên dưới). Chi phí di chuyển giữa các thành phố được mô tả trên hình (đơn vị tính: triệu đồng). Xe giao hàng của công ty xuất phát từ một thành phố trong năm thành phố trên đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần sau đó trở lại thành phố ban đầu. Tìm chi phí thấp nhất của xe giao hàng.



Câu 3. Một máy bay không người lái bay lên tại 1 điểm. Sau một thời gian bay, cách điểm xuất phát về phía Bắc $50(km)$ và về phía Tây $20(km)$, đồng thời cách mặt đất $1(km)$. Lúc đó máy bay cách vị trí tại điểm xuất phát của nó là $a(km)$, giá trị của a là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 4. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$, biết
$$f(x) = 16x^3 - 15x^2 + 2x \int_1^2 f(t) dt - 21$$
. Giá trị của $f(2)$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Người ta muốn lắp đặt một ống dẫn dầu từ nhà máy lọc dầu ở vị trí A đến kho chứa dầu đặt ở vị trí B qua một con sông rộng $2km$, dài $6km$. Chi phí lắp đặt đường ống dẫn dầu trên mặt đất để nối từ nhà máy lọc dầu đến trạm trung chuyển tại vị trí P là 4 tỷ VNĐ/ $1km$ và chi phí lắp đặt ống dẫn dầu dưới dòng sông để nối từ P đến kho chứa dầu tại vị trí B là 8 tỷ VNĐ/ $1km$ (như hình vẽ dưới). Hỏi để chi phí lắp đặt ít nhất cần đặt vị trí P cách nhà máy lọc dầu là bao nhiêu kilômét? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



Câu 6. Trong đợt cùng hộ sách giáo khoa cho những học sinh bị ảnh hưởng do trận lũ lụt vừa qua, lớp 12A nhận được 20 cuốn sách gồm 5 cuốn sách toán học, 7 cuốn sách Vật lý, 8 cuốn sách Hóa học, các sách cùng môn học là giống nhau. Số sách này được chia đều cho 10 học sinh, mỗi học sinh chỉ được nhận đúng 2 cuốn sách khác môn học. Trong số 10 học sinh nhận sách đợt này có bạn Hưng và bạn Thành. Tính xác suất để 2 cuốn sách mà bạn Hưng nhận được giống 2 cuốn sách của bạn Thành (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^5$ là

- A.** $F(x) = \frac{x^6}{6} + C$. **B.** $F(x) = 5x^6 + C$. **C.** $F(x) = 5x^4 + C$. **D.** $F(x) = \frac{x^4}{4} + C$.

Lời giải

Áp dụng công thức, ta có nguyên hàm của $f(x) = x^5$ là:

$$F(x) = \int x^5 dx = \frac{x^{5+1}}{5+1} + C = \frac{x^6}{6} + C$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_5^9 f(x) dx = 25$ thì $\int_9^5 f(x) dx$ bằng

A. 9. **B.** 5. **C.** 25. **D.** -25.

Lời giải

Ta có: $\int_5^9 f(x) dx = 25 \Rightarrow \int_9^5 f(x) dx = -25$.

Câu 3. Điểm kiểm tra 15 phút của lớp 12A được cho bởi bảng sau:

Điểm	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số học sinh	3	8	7	12	7	1	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

- A.** 4,84 **B.** 2,10 **C.** 2,09 **D.** 6,94

Lời giải

Cỡ mẫu: $n = 3 + 8 + 7 + 12 + 7 + 1 + 1 = 39$

$$Q_2 = x_{20}$$

$$Q_1 = x_{10} \in [4;5)$$

$$Q_1 = 4 + \frac{\frac{39}{4} - 3}{8} \cdot 1 = \frac{155}{32} = 4,84375$$

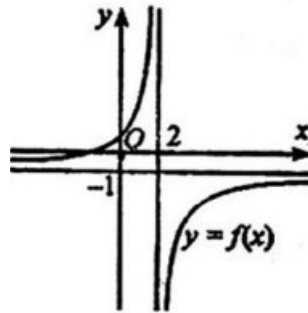
Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(2;1;-3)$, $B(4;2;1)$, $C(3;0;5)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A.** $G(3;1;-1)$ **B.** $G(3;1;1)$ **C.** $G(1;3;1)$ **D.** $G(-1;3;1)$

Lời giải

Trọng tâm G của tam giác ABC là $G(3;1;1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (c \neq 0, ad-bc \neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y = -1$

B. $y = 2$

C. $x = -1$

D. $x = 2$

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 2$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-1) \geq 1$ là

A. $[1; +\infty)$

B. $(-\infty; 11)$

C. $(11; +\infty)$

D. $(1; +\infty)$

Lời giải

Ta có $\log(x-1) \geq 1 \Leftrightarrow x-1 \geq 10^1 \Leftrightarrow x \geq 11$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (1; -2; 1)$ và $\vec{b} = (2; -4; -2)$. Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

A. 8

B. -8

C. 12

D. -12

Lời giải

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 + (-2) \cdot (-4) + 1 \cdot (-2) = 8$

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của cạnh SA và SD . Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (MNO) ?

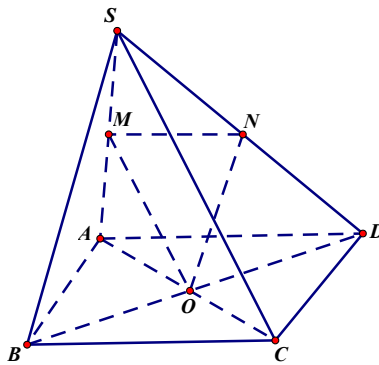
A. (SAB)

B. (SBC)

C. (SCD)

D. (SAD)

Lời giải



Vì $ABCD$ là hình bình hành nên O là trung điểm của AC và BD . Lại có M và N theo thứ tự là trung điểm của SA và $SD \Rightarrow OM \parallel SC$ và $ON \parallel SB \Rightarrow (OMN) \parallel (SBC)$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là:

A. $x = 3^2$

B. $x = 2^3$

C. $x = 3$

D. $x = 2$

Lời giải

có: $\log_2 x = 3 \Leftrightarrow x = 2^3$.

Ta

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_2 \cdot u_6 = 64$. Giá trị của $u_3 \cdot u_5$ bằng:

A. -8

B. -64

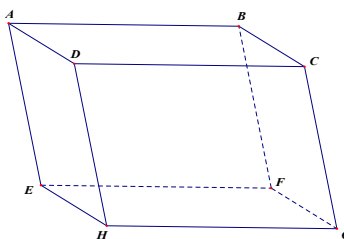
C. 64

D. 8

Lời giải

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) . Ta có $u_2 \cdot u_6 = u_1^2 \cdot q^6 = (u_1 \cdot q^2) \cdot (u_1 \cdot q^4) = u_3 \cdot u_5 = 64$

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ (minh họa như hình bên). Vector nào sau đây bằng vector $\overrightarrow{FH}$?



A. $\overrightarrow{DB}$

B. $\overrightarrow{BD}$

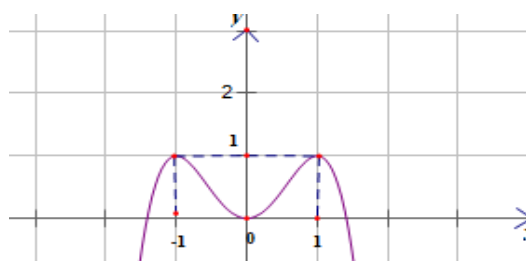
C. $\overrightarrow{BA}$

D. $\overrightarrow{AB}$

Lời giải

Nhận xét: Tứ giác $BDHF$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{FH}$.

Câu 12. Cho hàm số có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty; 1)$

B. $(0; +\infty)$

C. $(-1; 1)$

D. $(0; 1)$

Lời giải

Nhận xét: Trên khoảng $(0; 1)$ nhìn từ trái qua phải đồ thị đi lên nên hàm số đồng biến.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: [NB-TH-TH-TH] Cho hàm số $f(x) = \sin 2x - x$.

a) $f\left(\frac{-\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos 2x - 1$.

c) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm trên đoạn $\left[\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $x = -\frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $-\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Đáp án:

Câu 1		
a. Đúng		
b. Sai		
c. Đúng		
d. Đúng		

a) $f\left(\frac{-\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$.

Ta có: $f\left(\frac{-\pi}{2}\right) = \sin(-\pi) + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin(\pi) - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$.

Chọn Đúng

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos 2x - 1$.

Ta có: $f'(x) = (\sin 2x - x)' = 2 \cos 2x - 1$.

Chọn Sai.

c) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $x = -\frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{\pi}{6}$.

Ta có:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Do $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ nên $x = -\frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{\pi}{6}$.

Chọn Đúng.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $-\frac{\pi}{2}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$$

Do $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ nên $x = -\frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{\pi}{6}$.

Mà :

$$f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} \approx 1,57$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2} \approx -1,57$$

$$f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{6} \approx -0,34$$

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6} \approx 0,34$$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $-\frac{\pi}{2}$.

Chọn Đúng

Câu 2. [NB-TH-TH-VD] Một sợi dây kim loại dài $6^{(cm)}$. Người ta cắt sợi dây đó thành hai đoạn. Đoạn có độ dài $x^{(cm)}$ được uốn thành đường tròn và đoạn còn lại được uốn thành hình vuông $(0 < x < 6)$.

- a) Bán kính đường tròn là $r = \frac{x}{\pi}$.
- b) Diện tích hình vuông là $\left(\frac{6-x}{4}\right)^2$.
- c) Tổng diện tích hai hình là $\frac{(4+\pi)x^2 - 12\pi x + 36\pi}{16\pi}$.
- d) Khi $x = \frac{6\pi}{2+\pi}$ thì hình vuông và hình tròn tương ứng có tổng diện tích nhỏ nhất.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) **Đúng.**

Do chu vi của đường tròn là $x(cm)$ nên bán kính đường tròn là $r = \frac{x}{2\pi}$.

b) **Đúng.**

Chu vi của hình vuông là: $6-x(cm) (0 < x < 6)$

Độ dài một cạnh của hình vuông là: $\frac{6-x}{4} (cm)$

Diện tích hình vuông là: $\left(\frac{6-x}{4}\right)^2$.

c) **Đúng.**

Tổng diện tích của 2 hình là:

$$\begin{aligned} \pi \cdot \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2 + \left(\frac{6-x}{4}\right)^2 &= \pi \cdot \frac{x^2}{4\pi^2} + \frac{36-12x+x^2}{16} \\ &= \frac{4x^2+36\pi-12x\pi+\pi x^2}{16\pi} = \frac{(4+\pi)x^2-12x\pi+36\pi}{16\pi} \end{aligned}$$

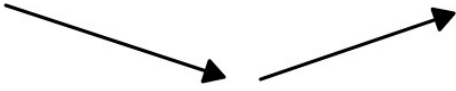
d) **Đúng.**

Xét hàm số $y = \frac{(4+\pi)x^2-12x\pi+36\pi}{16\pi}, (0 < x < 6)$

$$y' = \frac{1}{16\pi} \cdot [2 \cdot (4+\pi)x - 12\pi]$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{12\pi}{2 \cdot (4+\pi)} = \frac{6\pi}{4+\pi}$$

BBT:

x	0	$\frac{6\pi}{4+\pi}$	6
y'	-	0	+
y			

$$x = \frac{6\pi}{4+\pi}$$

Vậy tổng diện tích của hai hình bé nhất khi

Câu 3. Hai bạn Bảo và Nam của lớp 12A cùng tham gia giải bóng bàn đơn nam do nhà trường tổ chức.

Hai bạn đó không cùng một bảng đấu vòng loại và mỗi bảng đấu vòng loại chỉ chọn một người vào vòng chung kết. Xác suất lọt qua vòng loại để vào vòng chung kết của bạn Bảo và bạn Nam lần lượt là $0,8$ và $0,6$.

Gọi A là biến cố " Có ít nhất một bạn lọt vào vòng chung kết".

Gọi B là biến cố " Chỉ có bạn Bảo lọt vào vòng chung kết".

- a) **[NB]** Xác suất để bạn Nam không lọt vào vòng chung kết là $0,4$.
- b) **[TH]** Xác suất để cả hai bạn lọt vào vòng chung kết là $0,8$.
- c) **[TH]** Xác suất của biến cố A là $0,48$.
- d) **[VD]** Xác suất của biến cố B là $0,32$.

Lời giải

Đáp số: a) Đúng; b) Sai; c) Sai; d) Đúng.

a) **[NB]** Đúng vì: Xác suất để bạn Nam lọt vào vòng chung kết là $0,6$.
 $\Rightarrow$ Xác suất để bạn Nam không lọt vào vòng chung kết là $1 - 0,6 = 0,4$.

b) **[TH]** Sai vì:

Xác suất lọt qua vòng loại để vào vòng chung kết của bạn Bảo và Nam lần lượt là $0,8$ và $0,6$.
 $\Rightarrow$ Xác suất để cả hai bạn lọt vào vòng chung kết là $0,8 \cdot 0,6 = 0,48$.

c) **[TH]** Sai vì:

Ta có xác suất để cả hai bạn không lọt vào vòng chung kết là $(1 - 0,8) \cdot (1 - 0,6) = 0,08$.
 $\Rightarrow$ Xác suất của biến cố A là $1 - 0,08 = 0,92$.

d) **[VD]** Đúng vì:

Xác suất để chỉ có bạn Bảo lọt vào vòng chung kết là $0,8 \cdot (1 - 0,6) = 0,32$.
 $\Rightarrow$ Xác suất của biến cố B là $0,32$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

b) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

c) Gọi A, B lần lượt là hai điểm cực trị của hàm số. Khi đó độ dài AB bằng $\sqrt{5}$.

d) Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{f(x)}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng.

Lời giải

a) Đúng, vì:

+ Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là: $D = \mathbb{R}$.

+ $y' = 3x^2 - 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

+

+ Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y		$+$	0	$-$	0	$+$

+ Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

b) Đúng, vì:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x^2 + 4) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \cdot \left(1 - \frac{3}{x} + \frac{4}{x^3}\right) = +\infty$$

+

c) Sai, vì:

+ Tọa độ điểm cực trị: $A(0; 4), B(2; 0)$

$$+ AB = 2\sqrt{5}$$

d) Sai, vì:

$$+ \text{Xét hàm số } y = \frac{x+1}{f(x)} = \frac{x+1}{x^3 - 3x^2 + 4}$$

+ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$

+ Trường hợp 1:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^3 - 3x^2 + 4} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{(x+1)(x^2 - 4x + 4)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{(x+1)(x^2 - 4x + 4)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x^2 - 4x + 4} = \frac{1}{9}$$

Nên trường hợp này, đồ thị của hàm số không có tiệm cận đứng.

+ Trường hợp 2:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x^3 - 3x^2 + 4} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x^3 - 3x^2 + 4} = +\infty$$

Nên trường hợp này, đồ thị của hàm số nhận $x = 2$ làm tiệm cận đứng.

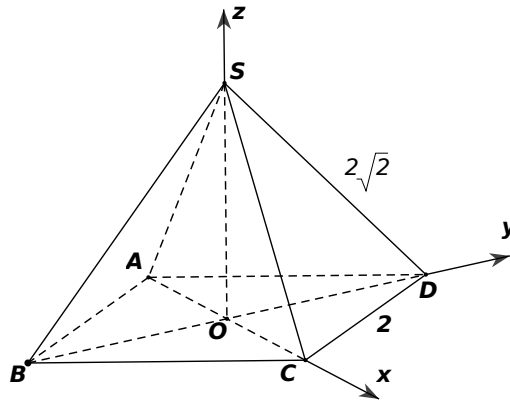
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 22

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng $2\sqrt{2}$.

Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Đáp án: 1,8



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có

$$A(-\sqrt{2}; 0; 0); B(0; -\sqrt{2}; 0); D(0; \sqrt{2}; 0) \quad S(0; 0; \sqrt{6})$$

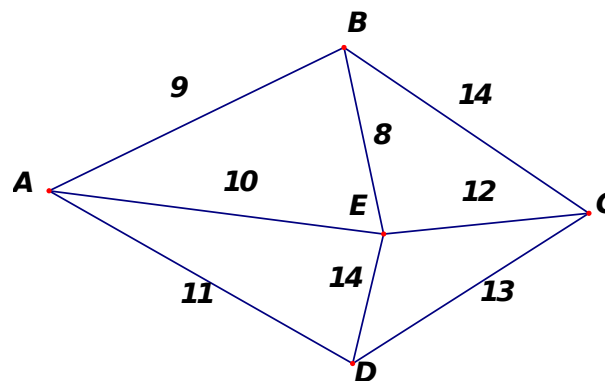
Đường thẳng AB qua A và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (\sqrt{2}; -\sqrt{2}; 0)$

Đường thẳng SD qua D và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{SD} = (0; \sqrt{2}; -\sqrt{6})$

$$\overrightarrow{AD} = (\sqrt{2}; \sqrt{2}; 0); [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SD}] = (2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}; 2).$$

$$d(AB; SD) = \frac{|\overrightarrow{AD} \cdot [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SD}]|}{|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SD}]|} = \frac{|2\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + 0|}{\sqrt{12 + 12 + 4}} = \frac{4\sqrt{6}}{2\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{7}} \approx 1,8$$

Câu 2: Một công ty vận tải cần giao hàng đến tất cả các thành phố A, B, C, D, E (hình vẽ bên dưới). Chi phí di chuyển giữa các thành phố được mô tả trên hình (đơn vị tính: triệu đồng). Xe giao hàng của công ty xuất phát từ một thành phố trong năm thành phố trên đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần sau đó trở lại thành phố ban đầu. Tìm chi phí thấp nhất của xe giao hàng.



Lời giải

Đáp án: 53

Đường đi	Tổng số chi phí
----------	-----------------

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow A$	$9 + 14 + 12 + 14 + 11 = 60$
$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$	$9 + 8 + 12 + 13 + 11 = 53$
$A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$	$10 + 8 + 14 + 13 + 11 = 56$
$A \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$	$10 + 14 + 13 + 14 + 9 = 60$
$A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A$	$11 + 13 + 12 + 8 + 9 = 53$
$A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$	$11 + 14 + 12 + 14 + 9 = 60$
$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow A$	$9 + 14 + 13 + 14 + 10 = 60$
$A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow A$	$11 + 13 + 14 + 8 + 10 = 56$

Vậy chi phí nhỏ nhất của xe giao hàng là 53.

Câu 3. Một máy bay không người lái bay lên tại 1 điểm. Sau một thời gian bay, cách điểm xuất phát về phía Bắc $50(km)$ và về phía Tây $20(km)$, đồng thời cách mặt đất $1(km)$. Lúc đó máy bay cách vị trí tại điểm xuất phát của nó là $a(km)$, giá trị của a là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp án: 53,9.

Chọn hệ trục tọa độ sao cho vị trí ban đầu của máy bay là $O(0;0;0)$, vị trí cần tính là $A(20;50;1)$. Khi đó độ dài AB là khoảng cách của máy bay đến điểm xuất phát.

Nên $AB = a = \sqrt{20^2 + 50^2 + 1^2} = \sqrt{2901} \approx 53,9$

Câu 4. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $f(x) = 16x^3 - 15x^2 + 2x \int_1^2 f(t) dt - 21$. Giá trị của $f(2)$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 39.

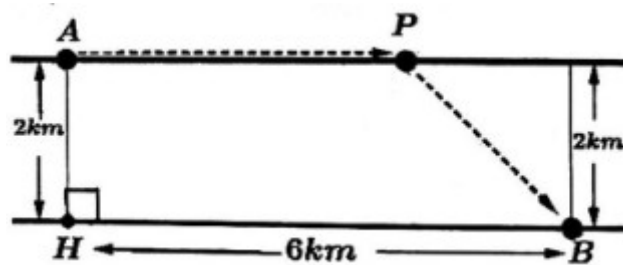
Giả sử $\int_1^2 f(t) dt = a$ và $f(x) = 16x^3 - 15x^2 + 2ax - 21$.

Khi đó ta có:

$$\int_1^2 (16t^3 - 15t^2 + 2at - 21) dt = a \Rightarrow \int_1^2 2at dt + \int_1^2 (16t^3 - 15t^2 - 21) dt \Rightarrow 3a + 4 = a \Rightarrow a = -2$$

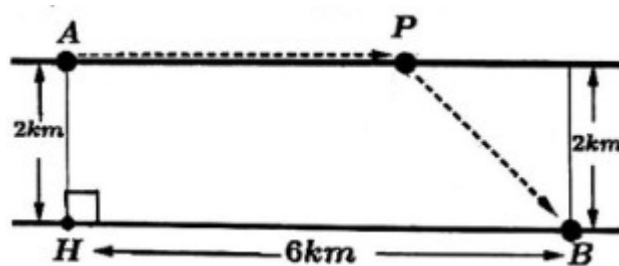
Do đó: $f(x) = 16x^3 - 15x^2 - 4x - 21$ nên $f(2) = 39$.

Câu 5. Người ta muốn lắp đặt một ống dẫn dầu từ nhà máy lọc dầu ở vị trí A đến kho chứa dầu đặt ở vị trí B qua một con sông rộng $2km$, dài $6km$. Chi phí lắp đặt đường ống dẫn dầu trên mặt đất để nối từ nhà máy lọc dầu đến trạm trung chuyển tại vị trí P là 4 tỷ VNĐ/ $1km$ và chi phí lắp đặt ống dẫn dầu dưới dòng sông để nối từ P đến kho chứa dầu tại vị trí B là 8 tỷ VNĐ/ $1km$ (như hình vẽ dưới). Hỏi để chi phí lắp đặt ít nhất cần đặt vị trí P cách nhà máy lọc dầu là bao nhiêu kilômét? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



Lời giải

Đáp số: 4,85



Đặt $AP = x (km), (0 \leq x \leq 6)$. Khi đó $PB = \sqrt{(6-x)^2 + 2^2} = \sqrt{x^2 - 12x + 40}$

Chi phí lắp đặt ống dẫn là: $C(x) = 4x + 8\sqrt{x^2 - 12x + 40}$ (tỷ)

$$C'(x) = 4 + \frac{4(2x-12)}{\sqrt{x^2 - 12x + 40}}, C'(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 12x + 40} = 12 - 2x \Rightarrow x = \frac{18 - 2\sqrt{3}}{3} \in [0; 6]$$

$$C(0) = 16\sqrt{40}, C(6) = 40, C\left(\frac{18 - 2\sqrt{3}}{3}\right) = 24 + 8\sqrt{3}$$

$$\min_{[0;6]} C(x) = C\left(\frac{18 - 2\sqrt{3}}{3}\right) = 24 + 8\sqrt{3}$$

$$\frac{18 - 2\sqrt{3}}{3} \approx 4,85 \text{ (km)}$$

Vậy chi phí lắp đặt ít nhất khi đặt vị trí P cách nhà máy lọc dầu

Câu 6. Trong đợt cung hộ sách giáo khoa cho những học sinh bị ảnh hưởng do trận lũ lụt vừa qua, lớp 12A nhận được 20 cuốn sách gồm 5 cuốn sách toán học, 7 cuốn sách Vật lí, 8 cuốn sách Hóa học, các sách cùng môn học là giống nhau. Số sách này được chia đều cho 10 học sinh, mỗi học sinh chỉ được nhận đúng 2 cuốn sách khác môn học. Trong số 10 học sinh nhận sách đợt này có bạn Hưng và bạn Thành. Tính xác suất để 2 cuốn sách mà bạn Hưng nhận được giống 2 cuốn sách của bạn Thành (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số: 0,31

Cách 1

Gọi x là số học sinh nhận sách Toán và Lí

y là số học sinh nhận sách Lí và Hóa

z là số học sinh nhận sách Hóa và Toán

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ y + z = 8 \\ z + x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ z = 3 \end{cases}$$

Theo bài ra ta có hệ;

Ta chia 20 cuốn sách thành 10 bộ trong đó có 2 bộ sách Toán và Lí, 5 bộ sách Lí và Hóa, 3 bộ Toán và Hóa được trao.

Bạn Thành và Hưng nhận 2 bộ sách trong số 10 bộ được trao

+) Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$

+) Gọi A là biến cố; “Hưng nhận 2 cuốn sách giống bạn Thành”

TH1: Thành và Hưng nhận sách Toán và Lí có C_2^2 cách

TH2: Thành và Hưng nhận sách Hóa và Lí có C_5^2 cách

TH3: Thành và Hưng nhận sách Toán và Hóa có C_3^2 cách

$$\Rightarrow n(A) = C_2^2 + C_5^2 + C_3^2 = 14$$

+) Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{14}{45} \approx 0,31$

Cách 2:

Gọi x là số học sinh nhận sách Toán và Lí

y là số học sinh nhận sách Lí và Hóa

z là số học sinh nhận sách Hóa và Toán

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ y + z = 8 \\ z + x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ z = 3 \end{cases}$$

Theo bài ra ta có hệ;

+) Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^5 \cdot C_5^3 \cdot C_2^2 = 2520$

+) Gọi A là biến cố: “Hưng nhận 2 cuốn sách giống bạn Thành”

TH1: Thành và Hưng nhận sách Toán và Lí có $1.C_8^5.C_3^3 = 56$ cách

TH2: Thành và Hưng nhận sách Hóa và Lí có $1.C_8^3.C_5^3.C_2^2 = 560$ cách

TH3: Thành và Hưng nhận sách Toán và Hóa có $1.C_8^1.C_7^5.C_2^2 = 168$ cách

$$\Rightarrow n(A) = 56 + 560 + 168 = 784$$

+) Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{784}{2520} \approx 0,31$