

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 0102

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y - 2z - 5 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (3; 1; -5)$. B. $\vec{n} = (3; 1; 5)$. C. $\vec{n} = (3; 1; 2)$. D. $\vec{n} = (3; 1; -2)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -3)$ và bán kính $R = 2$ là

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 4. Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 5$ và $\int_3^5 f(x) dx = -2$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

- A. 2. B. 3. C. -3. D. 4.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-5)$ là

- A. $D = (5; +\infty)$. B. $D = [5; +\infty)$. C. $D = \square, \{5\}$. D. $D = (-\infty; 5)$.

Câu 6. Trong không gian cho hai đường thẳng song song với nhau a và b . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và b ?

- A. 0. B. 1. C. Vô số. D. 2.

Câu 7. Cho hình chóp $S.MNPQ$ có đáy $MNPQ$ là hình vuông, SM vuông góc với mặt phẳng đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $MN \perp (SMP)$. B. $MN \perp (SNP)$. C. $MP \perp (SNQ)$. D. $NQ \perp (SMP)$.

Câu 8. Tổng nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin x = -\frac{1}{2}$ bằng

- A. 2π . B. $\frac{\pi}{6}$. C. π . D. $\frac{3\pi}{4}$.

Câu 9. Cho (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu bằng 25 và công sai bằng -3. Tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó bằng

- A. -820. B. 820. C. -70. D. 70.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm số thực k biết $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k \overrightarrow{DG}$.

- A. $k = \frac{1}{3}$. B. $k = 3$. C. $k = 2$. D. $k = \frac{1}{2}$.

Câu 11. Biết $\int_1^3 \frac{x-3}{x} dx = a - b \ln c$, với $a, b, c \in \square, c < 27$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = 7$. B. $S = 5$. C. $S = 8$. D. $S = 6$.

Câu 12. Khi thống kê điểm môn toán của 30 học sinh lớp 11, ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

Điểm	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10]
Số học sinh	2	4	4	14	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là

- A. [2; 4) . B. [4; 6) . C. [6; 8) . D. [8; 10] .

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 1}$.

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2}, \forall x \neq 1$.

c) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1 + \sqrt{2}$.

d) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm $M(0; 0)$.

Câu 2. Dung lượng pin lithium-ion của một chiếc xe máy điện do hãng X sản xuất sau t năm sử dụng được ước tính theo công thức $S(t) = S_0 \cdot (0,95)^t$, trong đó S_0 là dung lượng pin khi mới mua. Nhà sản xuất khuyến cáo nên thay pin khi dung lượng còn dưới 70%.

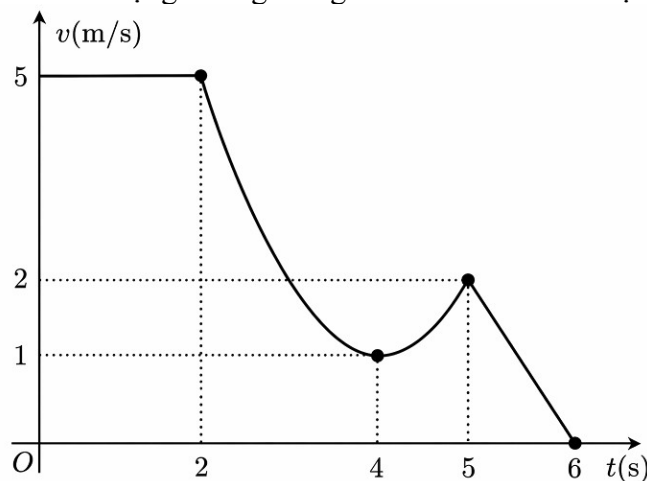
a) Sau 3 năm, dung lượng pin còn lại khoảng 85,7375%.

b) Tốc độ giảm dung lượng pin là một hàm số tăng theo thời gian.

c) Sau 6 năm, chiếc xe vẫn đảm bảo dung lượng trên 70%.

d) Chiếc xe cần thay pin sau ít nhất 8 năm sử dụng.

Câu 3. Một vật chuyển động thẳng với vận tốc tại thời điểm t (giây) là $v(t)$ (m/s). Hình bên là đồ thị của $v(t)$, biết rằng trên $[0; 2]$, $[5; 6]$ nó có dạng đường thẳng và trên $[2; 5]$ nó có dạng đường parabol.



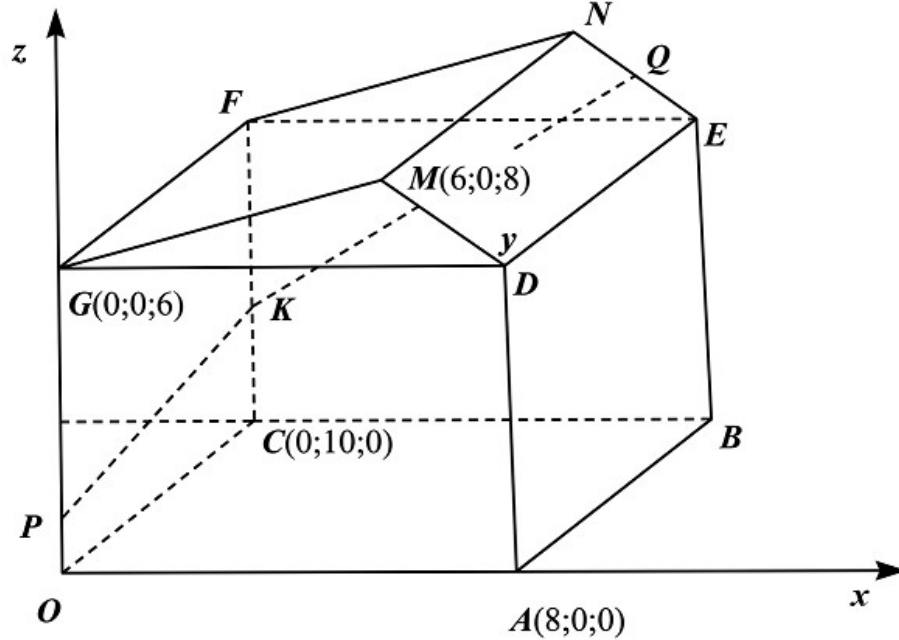
a) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 1$ là $v(1) = 5$ (m/s).

b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 3$ là $v(3) = 2$ (m/s).

c) Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ $t = 0$ đến $t = 4$ bằng 13 m (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian từ $t = 2$ đến $t = 6$ là $1,75$ (m/s).

Câu 4. Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $OADMG.CBENF$ với $OADG$ là hình chữ nhật, P là điểm nằm trên đoạn thẳng OG sao cho $OP = \frac{1}{6}OG$ và Q là trung điểm của NE . Người ta mô hình hoá bằng cách chọn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ là điểm O và các trục tọa độ tương ứng như hình vẽ dưới đây (đơn vị dài trên mỗi trục là 1 m). Biết $A(8;0;0)$; $C(0;10;0)$; $G(0;0;6)$; $M(6;0;8)$.



a) Tọa độ của N là $(6;10;8)$.

b) Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (AGC) bé hơn 5 m.

c) Số đo góc nhị diện $[M, DE, F]$ bằng 45° .

d) Để lắp đặt camera quan sát trong nhà kho tại vị trí Q , đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí P , người ta thiết kế đường dây cáp nối từ P đến một điểm K trên cạnh FC , sau đó nối thẳng đến camera. Cần đoạn dây cáp dài ít nhất 17 m (làm tròn đến hàng đơn vị) để nối được từ P đến Q .

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Tín chỉ carbon là một đơn vị thương mại đại diện cho quyền phát thải khí nhà kính, trong đó mỗi tín chỉ được tính toán định lượng tương đương với một tấn CO_2 (hoặc khí nhà kính khác quy đổi tương đương) đã được cắt giảm hoặc loại bỏ khỏi khí quyển. Về bản chất toán học, đây là một hệ thống kế toán sinh thái dựa trên nguyên tắc cân bằng: các tổ chức phát thải vượt hạn ngạch phải mua lại tín chỉ từ những dự án có chỉ số phát thải âm để triệt tiêu phần chênh lệch. Việc định giá và giao dịch các tín chỉ này tạo ra một cơ chế tài chính minh bạch, biến các nỗ lực bảo vệ môi trường thành tài sản có giá trị kinh tế bền vững. Một doanh nghiệp cần đầu tư mua tín chỉ carbon từ hai dự án: Dự án A (trồng rừng) và Dự án B (năng lượng sạch). Mỗi tín chỉ dự án A giá 20 USD, dự án B giá 30 USD. Dự án A giúp giảm $1,5$ tấn CO_2 /tín chỉ, dự án B giảm 2 tấn CO_2 /tín chỉ. Tổng số tín chỉ của hai dự án không quá 25. Doanh nghiệp cần mua x tín chỉ từ dự án A và y tín chỉ từ dự án B để lượng CO_2 giảm được là tối đa, biết rằng tổng ngân sách của doanh nghiệp không quá 600 USD. Giá trị của x là bao nhiêu?

Câu 2. Một mật mã gồm 6 chữ số được lập từ tập hợp $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Có n mật mã chứa ít nhất một chữ số chẵn, tổng tất cả các chữ số của n bằng bao nhiêu?

Câu 3. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 5. Thể tích khối chóp $A.BCC'B'$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

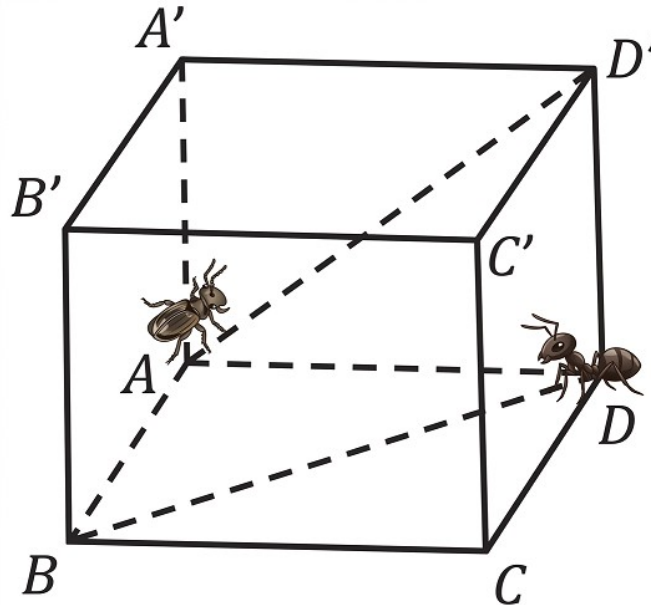
Câu 4. Tốc độ thay đổi của số lượng vi khuẩn trong 1 ml nước ở hồ bơi X tại thời điểm t (ngày) kể từ lúc

hồ nước được xử lý được mô hình bởi hàm số $f(t) = \frac{1200}{(1 + 0,2t)^2}$ (con/ngày), $t \geq 0$. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 400 con trên mỗi ml nước và mức độ an toàn cho người sử dụng hồ bơi là số vi khuẩn phải dưới 3900 con trên mỗi ml nước. Hỏi sau bao nhiêu ngày thì người ta phải xử lý và thay nước mới cho hồ bơi.

Câu 5. Cho tập $S = \{1; 2; \dots; 18\}$ gồm 18 số tự nhiên từ 1 đến 18. Lấy ngẫu nhiên 3 số khác nhau thuộc S .

Xác suất để 3 số lấy ra lập thành cấp số cộng hoặc cấp số nhân là $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a, b \in \mathbb{N}^*$). Tính $a + b$.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 20 cm. Giả sử hai chú kiến vàng và đen xuất phát cùng một lúc tại các vị trí A và D , kiến vàng đi thẳng từ A đến D' với vận tốc 1 cm/s và kiến đen đi thẳng từ D đến B với vận tốc 2 cm/s. Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ khi bắt đầu xuất phát, khoảng cách giữa hai con kiến là bé nhất? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.)



----- Hết -----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	D	B	A	B	A	B	D	C	C	B	C	C

Phần II

Câu	a	b	c	d
-----	---	---	---	---

1	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
2	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
3	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
4	Đúng	Đúng	Đúng	Sai

Phần III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp số	15	36	5.77	7	449	6

LỜI GIẢI THAM KHẢO**PHẦN I****Câu 1**

$$(P): 3x + y - 2z - 5 = 0$$

 x, y, z

Mặt phẳng có một vector pháp tuyến là vector tạo bởi các hệ số của $\vec{n} = (3; 1; -2)$, tức là

Chọn **D**.**Câu 2**

$$I(a; b; c) \quad R$$

Phương trình mặt cầu tâm $I(a; b; c)$, bán kính R là

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$

$$I(1; 2; -3) \quad R = 2$$

Với $I(1; 2; -3)$, ta có

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 4$$

Chọn **B**.**Câu 3**

$$f'(x) = x(x - 2)^3$$

Ta có

$$f'(x) = 0 \quad x = 0 \quad x = 2$$

Các nghiệm của $f'(x) = 0$ là $x = 0$ và $x = 2$.

Xét dấu:

$x < 0$ $x < 0$ $(x-2)^3 < 0$ $f'(x) > 0$
 • Nếu thì , nên .

$0 < x < 2$ $x > 0$ $(x-2)^3 < 0$ $f'(x) < 0$
 • Nếu thì , nên .

$x > 2$ $x > 0$ $(x-2)^3 > 0$ $f'(x) > 0$
 • Nếu thì , nên .

Vậy hàm số đổi dấu đạo hàm tại cả $x = 0$ và $x = 2$, nên có **2 điểm cực trị**.

Chọn **A**.

Câu 4

Theo tính chất cộng của tích phân:

$$\int_1^5 f(x), dx = \int_1^3 f(x), dx + \int_3^5 f(x), dx = 5 + (-2) = 3$$

Chọn **B**.

Câu 5

Điều kiện xác định của $\log_3(x-5)$ là
 $x-5 > 0 \Leftrightarrow x > 5$

$$D = (5; +\infty)$$

Vậy tập xác định là .

Chọn **A**.

Câu 6

Trong không gian, **hai đường thẳng song song phân biệt** luôn xác định một mặt phẳng duy nhất.

Chọn **B**.

Câu 7

$SM \perp (MNPQ)$ $SM \perp NQ$
 Vì nên .

$MNPQ$

$MP \perp NQ$

Trong hình vuông , hai đường chéo vuông góc nhau nên .

SM MP

(SMP)

NQ

Mà và là hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng , đồng thời vuông góc với cả hai đường đó. Do đó

$NQ \perp (SMP)$

Chọn **D**.

Câu 8

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

có các nghiệm:

$$x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \quad x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$$

hoặc

$$\frac{7\pi}{6}$$

• Nghiệm dương nhỏ nhất là .

$$-\frac{\pi}{6}$$

• Nghiệm âm lớn nhất là .

$$\frac{7\pi}{6} + \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \pi$$

Tổng là .

Chọn **C**.

Câu 9

Cấp số cộng có:

$$u_1 = 25$$

• ,

$$d = -3$$

• .

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2 \cdot 25 + 19(-3)]$$

Tổng số hạng đầu:
 $= 10(50 - 57) = 10(-7) = -70$

Chọn **C**.

Câu 10

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{DG} = \frac{\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}}{3}$.

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}$$

Suy ra

$$k = 3$$

Vậy

Chọn **B**.

Câu 11

Ta có

$$\int_1^3 \frac{x-3}{x} dx = \int_1^3 \left(1 - \frac{3}{x}\right) dx$$

$$= [x - 3 \ln x]_1^3$$

$$= (3 - 3 \ln 3) - (1 - 0) = 2 - 3 \ln 3$$

$$a - b \ln c$$

So sánh với , ta được:

$$a = 2$$

• ,

$$b = 3$$

• ,

$$c = 3$$

• .

Khi đó

$$S = a + b + c = 2 + 3 + 3 = 8$$

Chọn C.

Câu 12

Bảng tần số cộng dồn:

$$[0; 2) \quad 2$$

• :

$$[2; 4) \quad 2 + 4 = 6$$

• :

$$[4; 6) \quad 10$$

• :

$$[6; 8) \quad 24$$

• :

$$[8; 10] \quad 30$$

• :

$$n = 30$$

$$\frac{3n}{4} = 22,5$$

Với , tứ phân vị thứ ba tương ứng vị trí khoảng .

$$22,5$$

$$10$$

$$24$$

$$[6; 8)$$

Vị trí nằm trong nhóm có tần số cộng dồn từ đến , tức là nhóm .

Chọn C.

PHẦN II

Câu 1

$$y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 1}$$

Cho

$$D = \square, \{1\}$$

a) Tập xác định của hàm số là

$$0 \quad x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$$

Mẫu số khác nên

Mệnh đề **đúng**.

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2}, \forall x \neq 1$$

b)

Dùng quy tắc thương:

$$f'(x) = \frac{(2x-1)(x-1) - (x^2 - x + 2)}{(x-1)^2}$$

$$(2x-1)(x-1) = 2x^2 - 3x + 1$$

Rút gọn:

$$2x^2 - 3x + 1 - (x^2 - x + 2) = x^2 - 2x - 1$$

nên tử số là

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2}$$

Vậy

Mệnh đề **đúng**.

$$x = 1 + \sqrt{2}$$

c) Hàm số đạt cực đại tại

$$f'(x) = 0$$

Giải :

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$(x-1)^2 > 0 \quad x \neq 1 \quad f'(x) \quad x^2 - 2x - 1$$

Vì với , nên dấu của phụ thuộc vào .

Suy ra:

$$x = 1 - \sqrt{2} \quad f'(x)$$

• tại , đổi dấu từ + sang - nên là cực đại;

$$x = 1 + \sqrt{2} \quad f'(x)$$

• tại , đổi dấu từ - sang + nên là cực tiểu.

Vậy mệnh đề **sai**.

$$M(0;0)$$

d) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm

Chia đa thức:

$$\frac{x^2 - x + 2}{x - 1} = x + \frac{2}{x - 1}$$

$$x \rightarrow \pm\infty \quad \frac{2}{x-1} \rightarrow 0 \quad y = x$$

Khi , , nên tiệm cận xiên là .

$$y = x \quad M(0;0)$$

Đường thẳng đi qua .

Mệnh đề **đúng**.

Câu 2

$$S(t) = S_0(0,95)^t$$

$$3 \quad 85,7375\%$$

a) Sau năm, dung lượng pin còn lại khoảng

$$\frac{S(3)}{S_0} = (0,95)^3 = 0,857375 = 85,7375\%$$

Mệnh đề **đúng**.

b) Tốc độ giảm dung lượng pin là một hàm số tăng theo thời gian

Ta có

$$S'(t) = S_0(0,95)^t \ln(0,95)$$

$$\ln(0,95) < 0 \quad S'(t) < 0$$

Vì nên .

Xét đạo hàm cấp hai:

$$S''(t) = S_0(0,95)^t (\ln(0,95))^2 > 0$$

$$S'(t) \quad t$$

Do đó là hàm **tăng** theo .

Mệnh đề **đúng**.

$$6 \quad 70\%$$

c) Sau năm, chiếc xe vẫn đảm bảo dung lượng trên

$$\frac{S(6)}{S_0} = (0,95)^6 \approx 0,7351 = 73,51\% > 70\%$$

Mệnh đề **đúng**.

$$8$$

d) Chiếc xe cần thay pin sau ít nhất năm sử dụng

$$(0,95)^t < 0,7$$

Ta cần .

$$t > \frac{\ln 0,7}{\ln 0,95} \approx 6,95$$

Lấy log: .

$$7$$

$$8$$

Vậy sau khoảng năm đã cần thay pin, không phải đợi ít nhất năm.

Mệnh đề **sai**.

Câu 3

Từ đồ thị:

$$[0;2] \quad v(t) = 5$$

• Trên , .

$$[2;5] \quad (2;5) \quad (4;1) \quad (5;2)$$

• Trên , đồ thị là parabol đi qua các điểm , , .

$$[5;6] \quad (5;2) \quad (6;0)$$

• Trên , đồ thị là đoạn thẳng nối với .

$$v(1) = 5$$

a)

$$[0; 2] \quad v(t) = 5 \quad v(1) = 5$$

Trên , , nên .

Mệnh đề **đúng**.

$$v(3) = 2$$

b)

$$v(t) = at^2 + bt + c \quad [2; 5]$$

Đặt trên .

Từ các điểm:

$$4a + 2b + c = 5$$

•

$$16a + 4b + c = 1$$

•

$$25a + 5b + c = 2$$

•

$$a = 1 \quad b = -8 \quad c = 17$$

Giải ra được: , , .

$$v(t) = t^2 - 8t + 17$$

Vậy .

$$v(3) = 9 - 24 + 17 = 2$$

Suy ra .

Mệnh đề **đúng**.

$$t = 0 \quad t = 4 \quad 13$$

c) Quãng đường đi được từ đến bằng m

$$\int_0^4 v(t), dt = \int_0^2 5, dt + \int_2^4 (t^2 - 8t + 17), dt$$

Quãng đường là .

$$\int_0^2 5, dt = 10$$

Ta có .

$$\int_2^4 (t^2 - 8t + 17), dt = \left[\frac{t^3}{3} - 4t^2 + 17t \right]_2^4 = \frac{14}{3}$$

Và

$$s = 10 + \frac{14}{3} = \frac{44}{3} \approx 14,67$$

Vậy

m.

15

13

Làm tròn đến hàng đơn vị được m, không phải m.

Mệnh đề **sai**.

$$t = 2 \quad t = 6 \quad 1,75$$

d) Vận tốc trung bình từ đến là m/s

Ta có

$$v_{tb} = \frac{1}{6-2} \int_2^6 v(t), dt$$

$$[2; 5] \quad \int_2^5 v(t), dt = 6$$

Trên

:

$$[5; 6]$$

1

2

$$\int_5^6 v(t), dt = 1$$

Trên , diện tích tam giác có đáy , chiều cao , nên .

$$v_{tb} = \frac{6+1}{4} = \frac{7}{4} = 1,75$$

Suy ra

Mệnh đề **đúng**.

Câu 4

Ta có:

$$O(0;0;0) \quad A(8;0;0) \quad C(0;10;0) \quad G(0;0;6) \quad M(6;0;8)$$

• , • , • , • , • .

Vì đây là lăng trụ đứng nên:

$$D(8;0;6) \quad B(8;10;0) \quad E(8;10;6) \quad F(0;10;6) \quad N(6;10;8)$$

• , • , • , • , • .

$$N(6;10;8)$$

a) Tọa độ của là

Đúng như trên.

Mệnh đề **đúng**.

b) Khoảng cách từ $M(6;0;8)$ đến mặt phẳng (AGC) bé hơn 5 m

$$(AGC)$$

Ta tìm phương trình mặt phẳng .

$$\overrightarrow{AG} = (-8; 0; 6) \quad \overrightarrow{AC} = (-8; 10; 0)$$

$$\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AC} = 64$$

$$\vec{n} = \overrightarrow{AG} \times \overrightarrow{AC} = (15; 12; 20)$$

Lấy vector pháp tuyến: .

$$(AGC) \quad 15x + 12y + 20z - 120 = 0$$

Phương trình mặt phẳng :

$$M(6;0;8)$$

$$d = \frac{|15 \cdot 6 + 12 \cdot 0 + 20 \cdot 8 - 120|}{\sqrt{15^2 + 12^2 + 20^2}}$$

Khoảng cách từ đến mặt phẳng này là

$$= \frac{130}{\sqrt{769}} \approx 4,69 < 5$$

Mệnh đề **đúng**.

$$[M, DE, F] = 45^\circ$$

c) Số đo góc nhị diện bằng

$$DE \quad (MDE) \quad (FDE)$$

Góc nhị diện theo cạnh là góc giữa hai mặt phẳng và .

$$DE \quad D$$

Cắt bởi mặt phẳng vuông góc với tại , ta được hai giao tuyến:

$$\bullet \quad (MDE) \quad DM \text{ cắt theo } ,$$

$$\bullet \quad (FDE) \quad DG \text{ cắt theo } .$$

Khi đó góc nhị diện bằng góc giữa $\overrightarrow{DM}$ và $\overrightarrow{DG}$.

Ta có:

$$\overrightarrow{DM} = (-2; 0; 2) \quad \overrightarrow{DG} = (-8; 0; 0)$$

$$\cos \theta = \frac{\overrightarrow{DM} \cdot \overrightarrow{DG}}{|\overrightarrow{DM}| |\overrightarrow{DG}|} = \frac{16}{(2\sqrt{2}) \cdot 8} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\theta = 45^\circ$$

Suy ra

Mệnh đề **đúng**.

17

d) Đoạn dây cáp ngắn nhất dài ít nhất m

Ta có:

$$P \text{ thuộc } OG, \quad OP = \frac{1}{6} OG = \frac{1}{6} \cdot 6 = 1 \quad P(0; 0; 1)$$

• thuộc , nên

$$Q \text{ thuộc } NE$$

• là trung điểm của , nên

$$Q\left(\frac{6+8}{2}; \frac{10+10}{2}; \frac{8+6}{2}\right) = (7; 10; 7)$$

$$K \text{ thuộc } FC, \quad K = (0; 10; z) \quad 0 \leq z \leq 6$$

Gọi thuộc cạnh , khi đó với

$$L = PK + KQ$$

Độ dài dây cáp:

$$= \sqrt{10^2 + (z-1)^2} + \sqrt{7^2 + (7-z)^2}$$

$$z = \frac{77}{17}$$

Giải bài toán cực tiểu, ta được giá trị nhỏ nhất khi

$$L_{\min} \approx 18,03$$

Khi đó m.

Làm tròn đến hàng đơn vị được 18 m, không phải 17 m.

Mệnh đề **sai**.

PHẦN III

Câu 1

Gọi x là số tín chỉ dự án A, y là số tín chỉ dự án B.

Điều kiện:

$$x \geq 0, y \geq 0$$

• , ,

$$x + y \leq 25$$

• ,

$$20x + 30y \leq 600 \Leftrightarrow 2x + 3y \leq 60$$

• .



Lượng giảm được là

$$F = 1,5x + 2y$$

.

Ta xét các đỉnh miền nghiệm:

$$(0; 0), (25; 0), (0; 20), x + y = 25, 2x + 3y = 60$$

• , • , • , • giao của và .

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 2x + 3y = 60 \end{cases}$$

Giải hệ:

$$x = 25 - y$$

Từ , thay vào:

$$2(25 - y) + 3y = 60$$

$$50 - 2y + 3y = 60$$

$$y = 10 \quad x = 15$$

, suy ra .

F

Tính :

$$(25; 0) \quad F = 37,5$$

• tại : ,

$$(0; 20) \quad F = 40$$

• tại : ,

$$(15; 10) \quad F = 42,5$$

• tại : .

$$(15; 10)$$

Giá trị lớn nhất đạt tại .

$$x = 15$$

Vậy .

Câu 2

$$6 \quad 10^6 = 1000000$$

Tổng số mật mã gồm chữ số là .

Số mật mã không chứa chữ số chẵn, tức là tất cả đều lẻ, là
 $5^6 = 15625$

Vậy số mật mã chứa ít nhất một chữ số chẵn là

$$n = 1000000 - 15625 = 984375$$

n

Tổng các chữ số của là

$$9 + 8 + 4 + 3 + 7 + 5 = 36$$

$$36$$

Đáp số: .

Câu 3

$$ABC.A'B'C'$$

Khối lăng trụ tam giác đều có:

$$AB = BC = CA = 2$$

• cạnh đáy ,

$$AA' = BB' = CC' = 5$$

• cạnh bên .

$$A.BCC'B'$$

Xét khối chóp :

$$BCC'B'$$

$$S_{BCC'B'} = BC \cdot BB' = 2 \cdot 5 = 10$$

• đáy là hình chữ nhật có diện tích .

$$A$$

$$(BCC'B')$$

• chiều cao là khoảng cách từ đến mặt phẳng .

$$(BCC'B')$$

$$BC$$

$$A$$

Vì là mặt bên dựng trên cạnh , nên khoảng cách từ đến mặt phẳng này chính là khoảng

$$A$$

$$BC$$

$$ABC$$

cách từ đến đường thẳng trong tam giác đều .

$$h = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

Đường cao tam giác đều cạnh là .

$$V = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot \sqrt{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \approx 5,77$$

Vậy thể tích khối chóp là .

$$5,77$$

Đáp số: .

Câu 4

$$N(t)$$

$$1$$

$$t$$

Gọi là số lượng vi khuẩn trong ml nước tại thời điểm .

$$N'(t) = \frac{1200}{(1 + 0,2t)^2} \quad N(0) = 400$$

Ta có: , với .

$$N(t) = 400 + \int_0^t \frac{1200}{(1 + 0,2u)^2} du$$

Suy ra

$$\int \frac{1200}{(1 + 0,2u)^2} du = -\frac{6000}{1 + 0,2u} + C$$

Tính tích phân:

Do đó

$$N(t) = 400 + \left[-\frac{6000}{1 + 0,2u} \right]_0^t = 400 + \left(-\frac{6000}{1 + 0,2t} + 6000 \right) = 6400 - \frac{6000}{1 + 0,2t}$$

$$N(t) < 3900$$

Mức an toàn yêu cầu:

$$N(t) = 3900 \quad 6400 - \frac{6000}{1 + 0,2t} = 3900$$

Thời điểm phải thay nước là khi :

$$\frac{6000}{1 + 0,2t} = 2500$$

$$1 + 0,2t = \frac{12}{5} = 2,4$$

$$0,2t = 1,4$$

$$t = 7$$

Vậy sau **7 ngày** phải xử lí và thay nước mới.

Câu 5

$${}^3P_{18} = C_{18}^3 = 816$$

Tổng số cách chọn 3 số khác nhau từ 18 số là .

Ta đếm số bộ ba lập thành cấp số cộng hoặc cấp số nhân.

1. Số bộ ba lập thành cấp số cộng

$$(a - d, a, a + d) \quad d \geq 1$$

Một cấp số cộng có dạng với .

d Với mỗi d , ta cần

$$1 \leq a-d \leq a+d \leq 18-2d$$

và $a+d \leq 18-2d$, nên có cách.

Suy ra số bộ ba cấp số cộng là

$$(18-2) + (18-4) + \dots + (18-16)$$

$$= 16 + 14 + 12 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2 = 72$$

2. Số bộ ba lập thành cấp số nhân

$$(a, b, c) \quad b^2 = ac \quad 1 \leq a < b < c \leq 18$$

Ta cần các bộ ba (a, b, c) thỏa $b^2 = ac$, với $1 \leq a < b < c \leq 18$.

Liệt kê được các bộ:

$$(1, 2, 4) \quad (1, 3, 9) \quad (1, 4, 16) \quad (2, 4, 8) \quad (2, 6, 18) \quad (3, 6, 12)$$

$$(4, 6, 9) \quad (4, 8, 16) \quad (8, 12, 18) \quad (9, 12, 16)$$

10

Có 10 bộ.

3

Không có bộ nào vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân với 3 số phân biệt, nên số bộ thuận lợi là $72 + 10 = 82$

$$P = \frac{82}{816} = \frac{41}{408}$$

Xác suất:

$$a = 41, b = 408 \Rightarrow a + b = 449$$

Vậy

Câu 6

Chọn hệ trục tọa độ:

$$A(0; 0; 0) \quad D(20; 0; 0) \quad B(0; 20; 0) \quad D'(20; 0; 20)$$

• , • , • , •

Vị trí kiến vàng

Kiến vàng đi từ A đến D' với vận tốc 1 cm/s.

$$AD' = 20\sqrt{2}$$

Độ dài

Tại thời điểm t :

$$M(t) = \left(\frac{t}{\sqrt{2}}, 0, \frac{t}{\sqrt{2}} \right)$$

Vị trí kiến đen

Kiến đen đi từ D đến B với vận tốc 2 cm/s.

$$DB = (-20; 20; 0) \quad \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right)$$

Vector chỉ phương của là , vector đơn vị là

Tại thời điểm t :

$$N(t) = (20 - \sqrt{2}t, \sqrt{2}t, 0)$$

Khoảng cách giữa hai con kiến

$$d^2(t) = MN^2$$

Ta có

$$= \left(20 - \sqrt{2}t - \frac{t}{\sqrt{2}} \right)^2 + (\sqrt{2}t)^2 + \left(-\frac{t}{\sqrt{2}} \right)^2$$

$$d^2(t) = 7t^2 - 60\sqrt{2}t + 400$$

Rút gọn được:

$$a > 0$$

Vì đây là tam thức bậc hai có hệ số , nên đạt min tại

$$t = \frac{60\sqrt{2}}{2 \cdot 7} = \frac{30\sqrt{2}}{7} \approx 6,06$$

Làm tròn đến hàng đơn vị, ta được **6 giây**.