CHUYÊN ĐỀ 17: ỨNG DỤNG THỰC TẾ HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

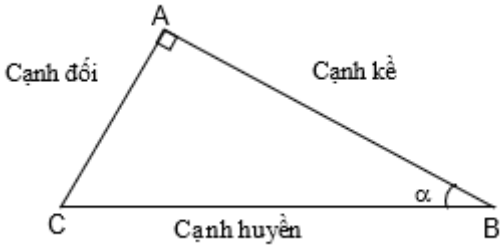
CD3: ỨNG DỤNG THỰC TẾ - ƯỚC LƯỢNG KHOẢNG CÁCH

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tỉ số lượng giác

$\sin\alpha = \frac{\text{đối}}{\text{huyền}}$; $\cos\alpha = \frac{\text{kề}}{\text{huyền}}$;

$\tan\alpha = \frac{\text{đối}}{\text{kề}}$; $\cot\alpha = \frac{\text{kề}}{\text{đối}}$.



- Nếu hai góc nhọn α và β có $\sin\alpha = \sin\beta$ (hoặc $\cos\alpha = \cos\beta$, hoặc $\tan\alpha = \tan\beta$, hoặc $\cot\alpha = \cot\alpha$) thì $\alpha = \beta$.
- Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cos góc kia và tan góc này bằng cot góc kia.

Nếu $\alpha + \beta = 90^0$ $\alpha + \beta = 90^0$ thì:

$\sin\alpha = \cos\beta$; $\cos\alpha = \sin\beta$;

$\tan\alpha = \cot\beta$; $\cot\alpha = \tan\beta$. $\alpha + \beta = 90^0$

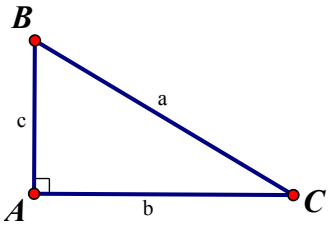
$\sin\alpha = \cos\beta$; $\cos\alpha = \sin\beta$;

$\tan\alpha = \cot\beta$; $\cot\alpha = \tan\beta$.

2. Một số hệ thức giữa cạnh, góc trong tam giác vuông và ứng dụng

- Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = a, AC = b, AB = c.$

Ta có :



- Trong một tam giác vuông :

$b = a.\sin B = a.\cos C;$

$c = a.\sin C = a.\cos B;$

$b = c.\tan B = c.\cot C;$

$c = b.\tan C = b.\cot B.$

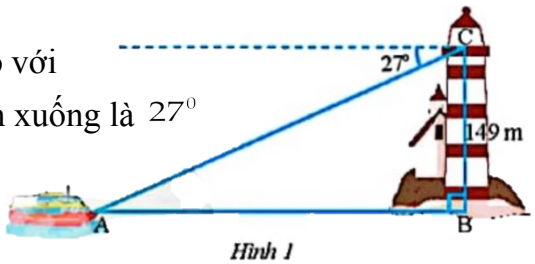
- Cạnh góc vuông = (cạnh huyền) x (sin góc đối).
  = cạnh huyền) x (cosin góc kề).
- Cạnh góc vuông = (cạnh góc vuông) x (tan góc đối).
  = (cạnh góc vuông còn lại) x (cot góc kề).

B. BÀI TẬP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Một người quan sát tại ngọn hải đăng ở vị trí cao $149\,m$ so với mặt nước biển thì thấy một du thuyền ở xa với góc nghiên xuống là 27^0 (Hình 1).



Hình 1

Câu 1. [NB] Công thức tính khoảng cách từ du thuyền đến chân ngọn hải đăng là:

A. $AB = BC.\sin A.$ **B.** $AB = BC.\cos A.$ **C.** $AB = BC.\tan A.$ **D.** $AB = BC.\cot A.$

Lời giải:

Xét ΔABC vuông tại B, có: $AB = BC.\cot \widehat{BAC}$

Câu 2. [NB] Khoảng cách từ du thuyền đến chân ngọn hải đăng là (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị):

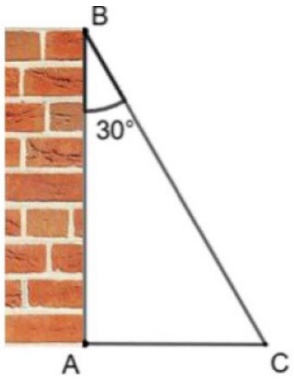
A. $292m.$ **B.** $288m.$ **C.** $312m.$ **D.** $151m.$

Lời giải:

Xét ΔABC vuông tại B, có: $AB = BC.\cot \widehat{BAC} = 149.\cot 27^0 \approx 292\,(m)$

Khoảng cách từ du thuyền đến chân ngọn hải đăng khoảng $292m.$

Một cái thang dài $3m$ đặt sát bờ tường, biết góc tạo bởi thang và bờ tường là 30^0.



Câu 3. [NB] Công thức tính khoảng cách chân thang đến chân tường là:

A. $AC = BC.\sin A.$ **B.** $AC = BC.\cos A.$

C. $AC = BC.\tan A.$ **D.** $AC = BC.\cot A.$

Lời giải:

Xét ΔABC vuông tại A, có: $AC = BC.\sin A.$

Câu 4. [NB] Khoảng cách chân thang đến chân tường là:

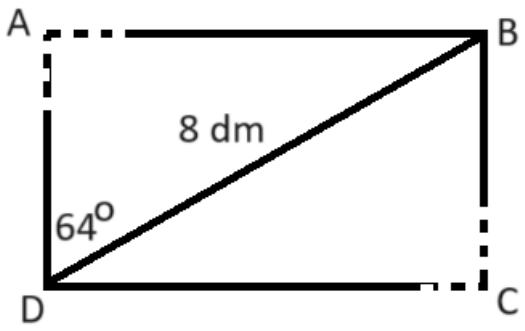
A. $2,6m$ **B.** $5,2m$

C. $1,7m$ **D.** $1,5m$

Lời giải:

Xét ΔABC vuông tại A, có: $AC = BC.\sin A. = 3.\sin 30^0 = 1,5(m)$

Câu 5. [TH] Một mảnh gỗ có dạng hình chữ nhật ABCD với đường chéo $AC = 8dm$ Do bảo quản không tốt nên mảnh gỗ bị hỏng phía hai đỉnh B và D. Biết $\widehat{BAC} = 64^0$. Người ta cần biết độ dài AB và AD để khôi phục lại mảnh gỗ ban đầu. Độ dài AB, AD bằng bao nhiêu decimet (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



A. $7,1\,dm;\ 3,5\,dm.$ **B.** $3,5\,dm;\ 7,2\,dm$

C. $7,2\,dm;\ 3,5\,dm$ **D.** $3,5\,dm;\ 7,1\,dm.$

Lời giải:

Xét ΔABC vuông tại **B,** có:

$$AB = AC.\cos \widehat{BAC} = 8.\cos 64^0 \approx 3,5(dm)$$

$$BC = AC.\sin \widehat{BAC} = 8.\sin 64^0 \approx 7,2(dm)$$

Do ABCD là hình chữ nhật nên $AD = BC \approx 7,2\ (dm)$

Vậy $AB \approx 3,5\ (dm)$ và $AD \approx 7,2\ (dm)$

Câu 6. [TH] Trong trò chơi xích đu, khi dây căng xích đu (không giãn) $OA = 3m$ tạo với phương thẳng đứng một góc là $\widehat{AOH} = 43^0$ thì khoảng cách AH từ em bé đến vị trí cân bằng là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

A. $2m$ **B.** $1m$

C. $1,9m$ **D.** $2,1m$

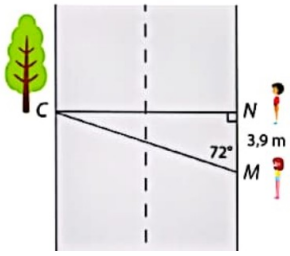
Lời giải:

Xét ΔOAH vuông tại H, có:

$$AH = OA.\sin \widehat{AOH} = 3.\sin 43^0 \approx 2(m)$$

Vậy khoảng cách từ em bé đến vị trí cân bằng khoảng $2m$

Câu 7. [TH] Trong hình bên, bạn An và Minh đứng ở vị trí điểm M và N ở cùng một bên lề đường và cây xanh C nằm đối diện vị trí An đứng ở phía bên kia đường. Tính chiều rộng NC của con đường (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



A. $1m$ **B.** $12m$ **C.** $4m$ **D.** $1,2m$

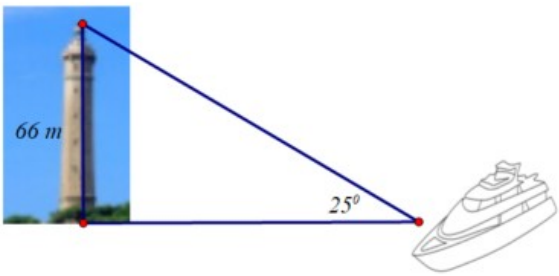
Lời giải:

Xét ΔCMN vuông tại N, có:

$$CN = MN.\tan \widehat{CMN} = 3,9.\tan 72^0 \approx 12(m)$$

Vậy chiều rộng con đường khoảng $12m$.

Câu 8. [TH] Một người đứng trên mũi tàu quan sát ngọn hải đăng cao $66m$ Người đó dùng giác kế đo được góc tạo bởi đường nhìn lên đỉnh và đường nhìn tới chân hải đăng là 25^0. Biết đường nhìn tới



chân hải đăng vuông góc với hải đăng, khoảng cách từ vị trí người đó đứng tới chân hải đăng bằng (làm tròn đến hàng đơn vị):

A. 141 m. **B.** 142 m. **C.** 31 m. **D.** 30 m.

B

Lời giải:

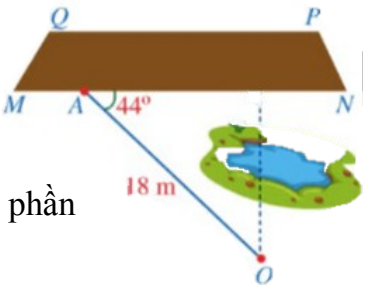
Xét Δ ABC vuông tại A, có:

$$AC = AB.\cot \widehat{ACB} = 66.\cot 25^0 \approx 142\,(m)$$

A 25° C

Vậy khoảng cách từ vị trí người đó đứng tới chân ngọn hải đăng khoảng $142m$

Câu 9. [VD] Người ta cần ước lượng khoảng cách từ vị trí O đến khu đất có dạng hình thang MNPQ nhưng không thể đo trực tiếp, khoảng cách đó được tính bằng khoảng cách từ O đến đường thẳng MN.

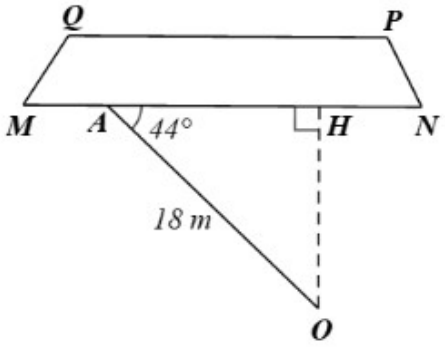


Người ta chọn vị trí A ở đáy MN và đo được $OA = 18m$, $\widehat{OAN} = 44^0$. Tính khoảng cách từ vị trí O đến khu đất (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét).

A. $17,4m$ **B.** $12,9m$ **C.** $18,6m$ **D.** $12,5m$

Lời giải:

Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ O đến MN.

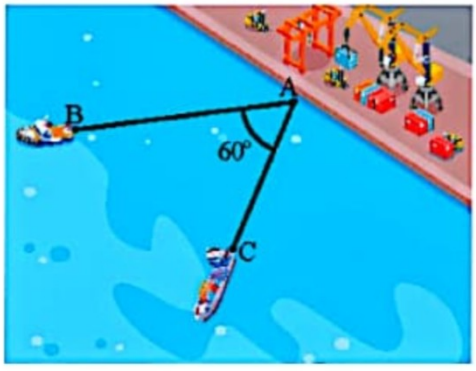


Xét ΔOAH vuông tại H, có:

$$OH = OA.\sin A = 18.\sin 44^0 \approx 12,5\,(m)$$

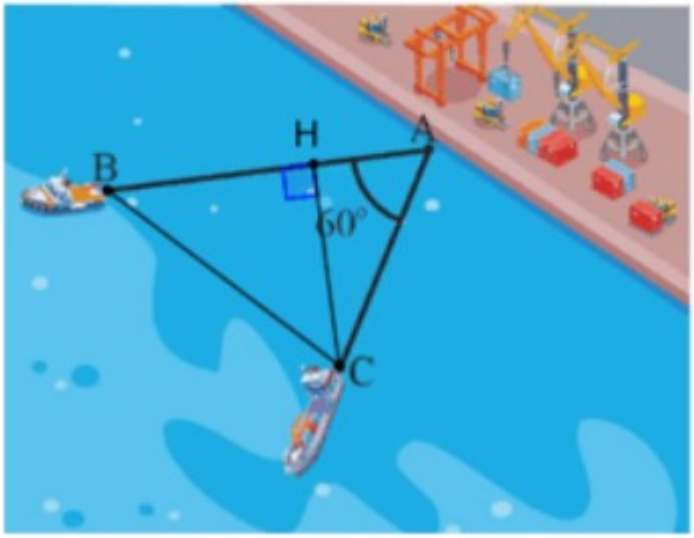
Vậy khoảng cách từ vị trí O đến khu đất khoảng $12,5m$.

Câu 10. [VD] Hai chiếc tàu thủy B và C cùng xuất phát từ một vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo thành một góc 60^0. Tàu B chạy với tốc độ 20 hải lí/giờ, tàu C chạy với tốc độ 15 hải lí/giờ. Hỏi sau 1,5 giờ hai tàu B và C cách nhau bao nhiêu hải lí (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



A. $37,04$ hải lí. **B.** $47,04$ hải lí.

C. $17,04$ hải lí. **D.** $27,04$ hải lí.



Nối B và C. Kẻ $CH \perp AB (H \in AB)$

Sau 1,5 giờ tàu B chạy được quãng đường là:

$AB = 20.1,5 = 30$ (hải lí)

Sau 2,5 giờ tàu C chạy được quãng đường là:

$AC = 15.1,5 = 22,5$ (hải lí)

Xét Δ AHC vuông tại H, ta có

$CH = AC.\sin A = 22,5.\sin 60^0 = \dfrac{45\sqrt{3}}{4}$ (hải lí)

$AH = AC.\cos A = 22,5.\cos 60^0 = 11,25$ (hải lí)

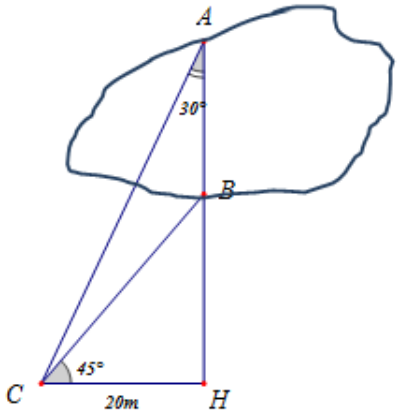
$BH = AB - AH = 30 - 11,25 = 18,75$ (hải lí)

Xét Δ CHB vuông tại H, áp dụng định lý Pythagore có:

$BC = \sqrt{BH^2 + CH^2} = \sqrt{(18,75)^2 + \left(\dfrac{45\sqrt{3}}{4}\right)^2} \approx 27,04$ (hải lí)

Vậy sau 1,5 giờ tàu B cách tàu C là 27,04 hải lí

Câu 11. [VD] Cho hình vẽ sau:



Khoảng cách AB là:

A. $20\left(\sqrt{3}-1\right)$ m. **B.** $10\sqrt{3}$ m. **C.** 20 m. **D.** $20\sqrt{3}$ m.

Lời giải:

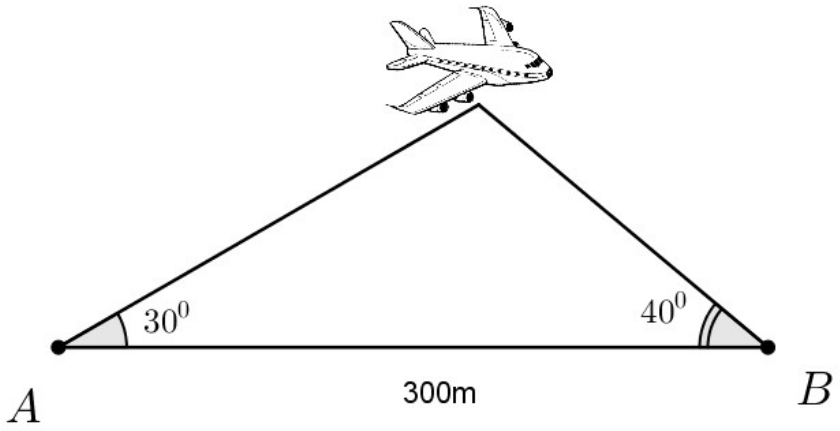
Xét ΔACH vuông tại H ta có: $AH = CH.\cot \widehat{CAH} = 20.\cot 30° = 20\sqrt{3}$ (m)

Xét ΔBCH vuông tại H ta có: $BH = CH.\tan \widehat{BCH} = 20.\tan 45° = 20$ (m)

AB = AH – BH = $20\sqrt{3}-20=20\left(\sqrt{3}-1\right)$. Vậy AB = $20\left(\sqrt{3}-1\right)$ m

Đáp án A

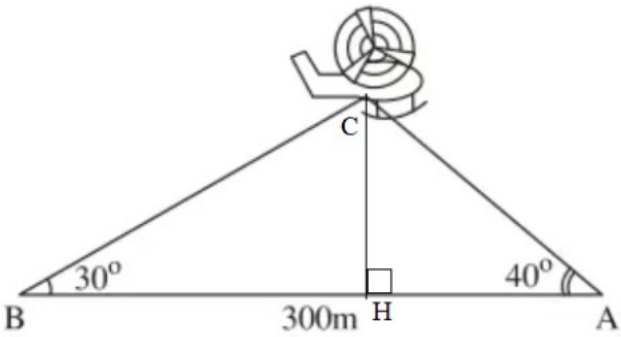
Câu 12. [VDC] Điểm hạ cánh của một máy bay trực thăng ở giữa hai người quan sát A và B. Biết khoảng cách giữa hai người này là $300\,m$, góc "nâng" để nhìn thấy máy bay tại vị trí A là 30^0 và tại vị trí B là 40^0.



Độ cao của máy bay gần nhất với giá trị nào sau đây? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

A. $103\,m$. **B.** $150\,m$ **C.** $200\,m$ **D.** $250\,m$

Lời giải



Kí hiệu như hình vẽ.

Gọi C là vị trí của máy bay

Kẻ CH vuông góc với AB tại H.

Xét ΔACH vuông tại H

Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

$AH = CH.\cot \widehat{HAC}$ (1)

Xét tam giác CBH vuông tại H

Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

$BH = CH.\cot \widehat{CBH}$ (2)

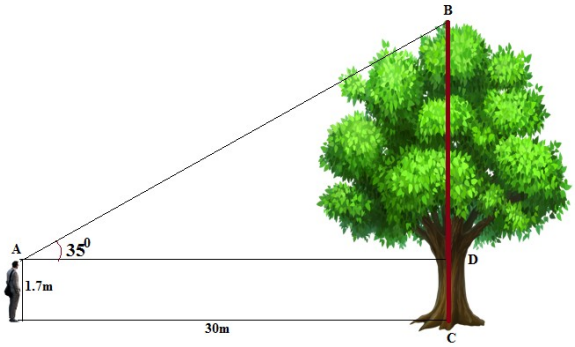
Từ (1) và (2) ta suy ra: $AH + BH = CH.\cot \widehat{A} + CH.\cot \widehat{B}$

$\Rightarrow AB = CH.\left(\cot \widehat{A} + \cot \widehat{B}\right)$

$\Rightarrow CH = \dfrac{AB}{\cot \widehat{A} + \cot \widehat{B}} = \dfrac{300}{\cot 40° + \cot 30°} \approx 102,61$ (m)

Đáp án A

Câu 1. [NB] Một người đứng cách gốc cây 30 mét và nhìn lên ngọn cây. Góc quan sát của người đó là $35°$. Biết độ cao từ mắt người quan sát xuống mặt đất là $1,7$ mét. Chọn đúng hoặc sai cho các khẳng định sau:



a) Độ cao của cây lớn hơn $1,7$ mét.

b) Độ cao của cây là độ dài đoạn BD.

c) Độ cao của cây tính bởi công thức $AD.\sin 35° + 1,7$

d) Cái cây cao khoảng 21m.

Lời giải

a) Đ **b) S** **c) S** **d) Đ**

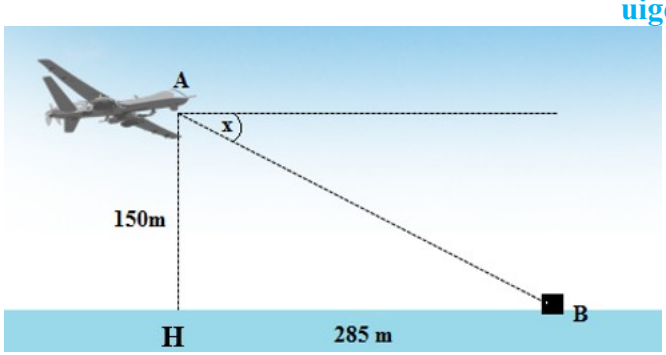
- Độ cao của cây lớn hơn độ cao người quan sát nên a đúng.

- Độ cao của cây là độ dài đoạn $BC = BD + DC$. Do đó b sai. .

- Xét ΔBAD vuông tại D có $BD = AD.\tan 35°$ nên c sai.

- Độ cao của cây là: $BC = BD + DC$ mà $BD = AD.\tan 35°$, $DC = 1,7m$. Thay số vào ta tính được $BD \approx 21$m. Do đó d đúng.

Câu 2. [TH] Một máy bay không người lái tuần tra ở độ cao 150 m phát hiện đối tượng B trên mặt biển cách hình chiếu của nó trên mặt biển là 285 m. H là hình chiếu của điểm A trên mặt nước. (hình vẽ). Gọi x là góc hạ của tia AB. Chọn đúng hoặc sai cho các khẳng định sau:



a) $x = \widehat{ABH}$

b) $AH = AB.\cos x = 285\cos x$

c) $\tan x < 1$

d) Góc hạ của tia AB là khoảng $62,25^\circ$

Lời giải

a) Đ **b) S** **c) Đ** **d) S**

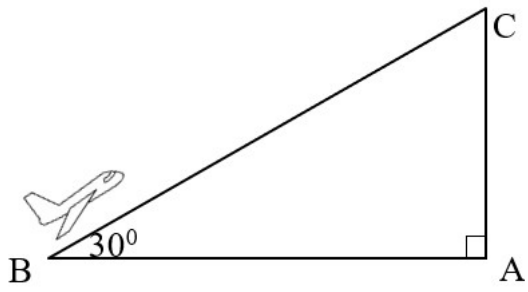
- $x = 90^\circ - \widehat{BAH} = \widehat{ABH}$ do đó câu a đúng.

- Câu b sai vì AB không bằng 285m.

- Xét ΔBAH vuông tại H có $\tan \widehat{ABH} = \dfrac{AH}{BH} = \dfrac{150}{285} < 1$ nên c đúng.

- $\tan \widehat{ABH} = \dfrac{AH}{BH} = \dfrac{150}{285} = \dfrac{10}{19}$ suy ra $\widehat{ABH} \approx 27,75^\circ$. Do đó d sai.

Câu 3. [VD] Một chiếc máy bay cất cánh với vận tốc 450 km/h. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 30^0. (hình vẽ). Các khẳng định sau đúng hay sai?



a) Khi ở vị trí điểm C, máy bao tạo thành một góc 60° so với phương thẳng đứng.

b) Sau 1 phút, máy bay bay được quãng đường $AB = 450.\dfrac{1}{60} = 7,5$ km.

c) Sau 1,2 phút, máy bay bay lên được 4,5 km so với phương thẳng đứng.

d) Sau 1,2 phút, máy bay bay lên được 4,5 km so với phương thẳng nằm ngang.

Lời giải

a) Đ **b) S** **c) Đ** **d) S**

Ta có góc tạo bởi máy bay và phương thẳng đứng là $\widehat{ACB} = 90° - \widehat{ABC} = 90° - 30° = 60°$ nên a) đúng.

Quãng đường máy bay bay được sau 1 phút là độ dài đoạn $BC = 450.\frac{1}{60} = 7,5$ nên b) sai.

Đổi $1,2$ phút = $0,02$ giờ

Gọi điểm máy bay bắt đầu cất cánh là B.

BC là quãng đường máy bay bay được sau 1,2 phút.

CA là độ cao của máy bay sau 1,2 phút.

$BC = 450.0,02 = 9$ (km)

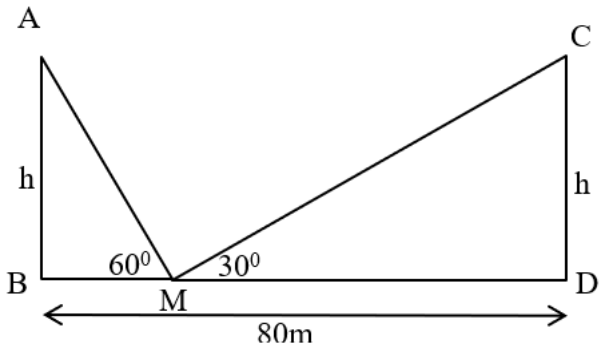
Xét ΔABC vuông tại A:

$$\sin B = \frac{AC}{BC}$$
$$\Leftrightarrow \sin 30^0 = \frac{AC}{9}$$
$$\Leftrightarrow AC = 9.\sin 30^0 = 4,5(km)$$

Vậy sau 1,2 phút, máy bay đã bay lên được 4,5 km so với phương thẳng đứng.

Do đó c) đúng, d) sai.

Câu 4. [VDC]. Hai trụ điện có cùng chiều cao h được dựng thẳng đứng hai bên lề đối diện một đại lộ rộng 80m. Từ một điểm M trên mặt đường giữa hai trụ điện người ta nhìn thấy đỉnh hai trụ điện với góc nâng lần lượt là 60^0 và 30^0. Các khẳng định sau đúng hay sai?



a) $BM.\tan 60° = MD.\cot 30°$

b) $AM^2 + MC^2 = AC^2$

c) $MD = \frac{h}{\sqrt{3}}$

d) Chiều cao của cột điện là khoảng $34,64\,m$.

Lời giải

a) S **b) Đ** **c) S** **d) Đ**

Gọi chiều cao của cột điện thứ nhất và thứ hai lần lượt là AB, DC. (AB = DC = h)

Xét ΔABM vuông tại B:

$$\tan \widehat{AMB} = \frac{AB}{MB}$$
$$\Leftrightarrow \tan 60^0 = \frac{h}{MB}$$
$$\Leftrightarrow MB = \frac{h}{\tan 60^0} = \frac{h}{\sqrt{3}}, h = MB.\tan 60^\circ$$

Xét ΔCDM vuông tại D:

$$\tan \widehat{CMD} = \frac{CD}{MD}$$
$$\Leftrightarrow \tan 30^0 = \frac{h}{MD}$$
$$\Leftrightarrow MD = \frac{h}{\tan 30^0} = \sqrt{3}h;\ h = MD.\tan 30^\circ$$

Suy ra $h = BM.\tan 60^\circ = MD.\tan 30^\circ$ nên a) sai, $MD = \sqrt{3}h$ nên B sai.

Có $\widehat{AMC} = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ$ nên tam giác AMC vuông tại M, theo định lý Pytago có: $AM^2 + MC^2 = AC^2$ do đó b) đúng.

$$MD + MB = 80$$
$$\Leftrightarrow \frac{h}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}h = 80$$
$$\Leftrightarrow h + 3h = 80\sqrt{3}$$
$$\Leftrightarrow 4h = 80\sqrt{3}$$
$$\Leftrightarrow h = 20\sqrt{3} \approx 34,64(m)$$

Vậy chiều cao của cột điện là 34,64 m. Vậy D đúng.

- Độ cao của cây lớn hơn độ cao người quan sát nên a đúng.

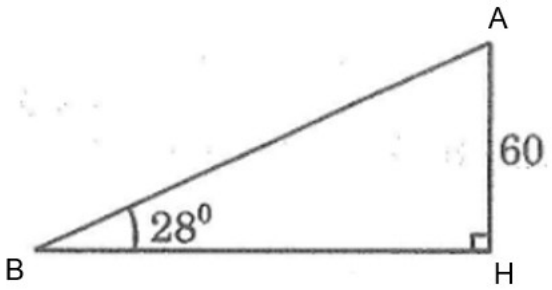
- Độ cao của cây là độ dài đoạn $BC = BD + DC$. Do đó b sai.

- Xét ΔBAD vuông tại D có $BD = AD.\tan 35^\circ$ nên c sai.

- Độ cao của cây là: $BC = BD + DC$ mà $BD = AD.\tan 35^\circ$, $DC = 1,7m$. Thay số vào ta tính được $BD \approx 21$m. Do đó d đúng.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Từ đỉnh một tòa nhà cao 60m, người ta nhìn thấy một chiếc ô tô đang đỗ dưới một góc 28° so với đường nằm ngang. Hỏi chiếc ô tô đang đỗ cách tòa nhà đó bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng đơn vị của mét)



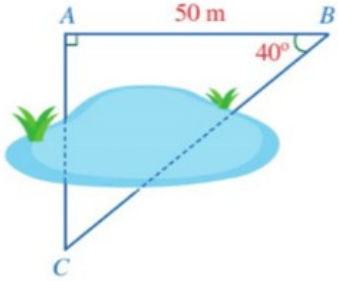
Lời giải

Gọi vị trí đỉnh tòa nhà là A, vị trí ô tô đang đỗ là B, chân tòa nhà là điểm H.

Xét ΔABH vuông tại H có: $BH = AH.\tan \widehat{ABH} = 60.\tan 28^\circ \approx 32$ (m).

Vậy ô tô đỗ cách tòa nhà khoảng 32 mét.

Câu 2. [NB] Hình vẽ sau mô tả ba vị trí A, B, C là ba đỉnh của một tam giác vuông và không đo được trực tiếp các khoảng cách từ C đến A và từ C đến B. Biết $AB = 50$(m), $\widehat{ABC} = 40^\circ$. Tính các khoảng cách CA và BC (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).



Lời giải

Xét ΔABC vuông tại A, ta có:

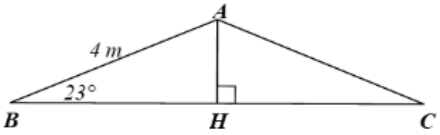
$CA = AB.\tan \widehat{ABC} = 50.\tan 40^\circ \approx 42$ (m).

$AB = BC.\cos \widehat{ABC}$, suy ra $BC = \dfrac{AB}{\cos \widehat{ABC}} = \dfrac{50}{\cos 40^\circ} \approx 65$ (m).

Câu 3. [TH] Mặt cắt đứng của khung thép có dạng tam giác cân ABC với $\widehat{B} = 23°, AB = 4$ m (hình vẽ). Tính độ dài đoạn thẳng BC (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét).

Hình 33

Lời giải



Kẻ $AH \perp BC$. Vì ΔABC cân tại A nên đường cao AH đồng thời là đường trung tuyến, do đó H là trung điểm của BC nên $BC = 2BH$.

Xét ΔABH vuông tại H, ta có: $BH = AB.\cos B = 4.\cos 23° \approx 3,7$ (m).

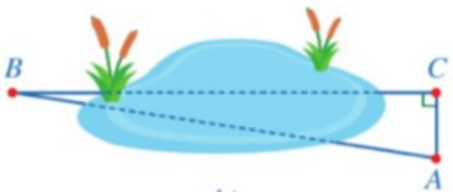
Do đó $BC = 2BH \approx 2.3,7 = 7,4$ (m). Vậy $BC \approx 7,4$ m.

Câu 4. [TH] Để đo khoảng cách giữa hai vị trí B và C khi không thể đo trực tiếp (hình vẽ), người ta có thể làm như sau:

- Sử dụng giác kế, chọn điểm A ở vị trí thích hợp sao cho góc ACB là góc vuông. Đo khoảng cách AC.

- Sử dụng giác kế để đo góc BAC.

- Từ đó, tính độ dài BC.

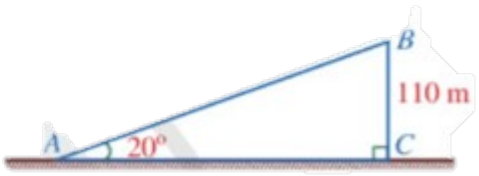


Biết $AC = 4$ (m) và $\widehat{BAC} = 81°$. Tính khoảng cách giữa hai vị trí B, C (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của mét).

Lời giải

Xét ΔABC vuông tại C, ta có: $AC = AC.\cos A$, suy ra $AB = \dfrac{AC}{\cos A} = \dfrac{4}{\cos 81°} \approx 25,57$ (m).

Câu 5. [VD] Một máy bay cất cánh từ vị trí A trên đường băng của sân bay và bay theo đường thẳng AB tạo với phương nằm ngang AC một góc là 20°. Sau 5 giây, máy bay ở độ cao BC = 110 m. Tính độ dài quãng đường máy bay bay được sau 5 giây.

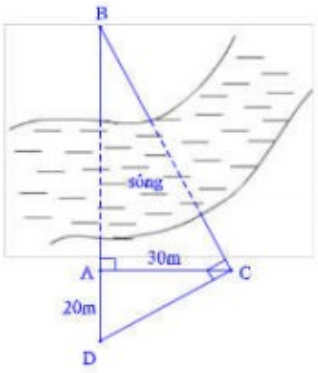


Lời giải

Ta có thể tính khoảng cách AB dựa vào độ cao BC và góc tạo bởi đường bay với phương nằm ngang.

Xét ΔABC vuông tại C, ta có: $BC = AB.\sin A$, suy ra $AB = \dfrac{BC}{\sin A}$

Câu 6. [VD] Muốn tính khoảng cách từ điểm A đến điểm B bên kia bờ sông, ông Việt vạch một đường vuông góc với $AB.$ Trên đường vuông góc này lấy một đoạn thẳng $AC = 30\text{m}.$, rồi vạch CD vuông góc với phương BC cắt AB tại D (xem hình vẽ). Đo $AD = 20\text{m},$ từ đó ông Việt tính được khoảng cách từ A đến B. Em hãy tính độ dài AB và số đo góc $ACB.$



Lời giải

Xét ΔBCD vuông tại C và CA là đường cao, ta có: $AB.AD = AC^2 \Rightarrow AB = \dfrac{AC^2}{AD} = 45\text{m}.$

Xét ΔABC vuông tại A, ta có: $\tan ACB = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{45}{30} = 1,5 \Rightarrow \widehat{ACB} \approx 56°18'.$

Vậy $AB = 45\text{m}, \widehat{ACB} = 56°18'.$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

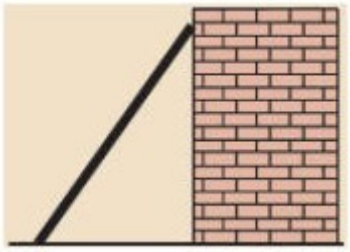
Phương pháp giải:

Đưa bài toán thực tế về bài toán hình học

Giải bài toán

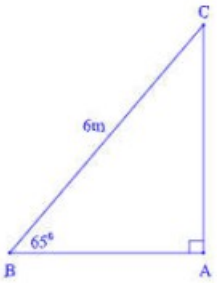
BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Trường bạn An có một chiếc thang dài $6m.$ Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng cách bằng bao nhiêu để nó tạo với mặt đất một góc "an toàn" là 65° (tức là đảm bảo thang không bị đổ khi sử dụng).



Lời giải

Hình vẽ minh họa bài toán:



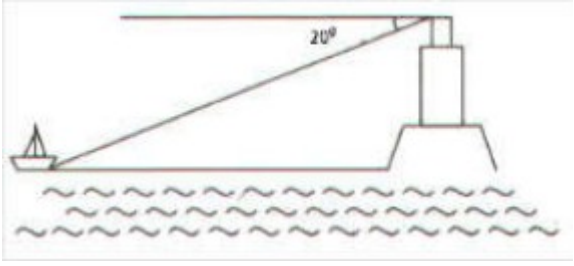
Xét ΔABC vuông tại $A,$ ta có:

$\cos B = \dfrac{AB}{BC}$ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)

$\Rightarrow AB = BC.\cos B = 6.\cos 65^\circ \approx 2,5(m)$

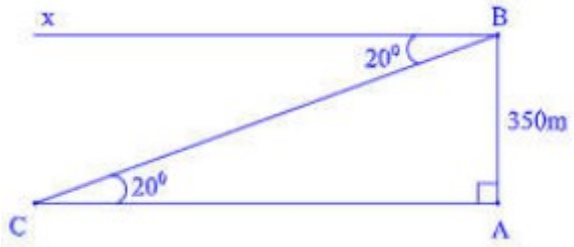
Vậy cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng $2,5m.$

Ví dụ 2 [TH]: Từ một đài quan sát cao 350m so với mực nước biển, người ta nhìn thấy một chiếc thuyền bị nạn dưới góc 20° so với phương ngang của mực nước biển. Muốn đến cứu con thuyền thì phải đi quãng đường dài bao nhiêu mét?



Lời giải

Hình vẽ minh họa bài toán:



Theo đề bài, ta có:

$\widehat{BCA} = \widehat{CBx} = 20^\circ$ (vì AC // Bx và hai góc ở vị trí so le trong)

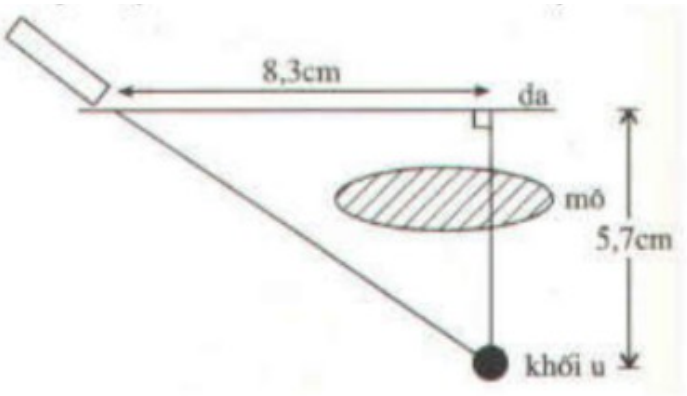
Xét ΔABC vuông tại A, ta có:

$\tan ACB = \dfrac{AB}{AC}$ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)

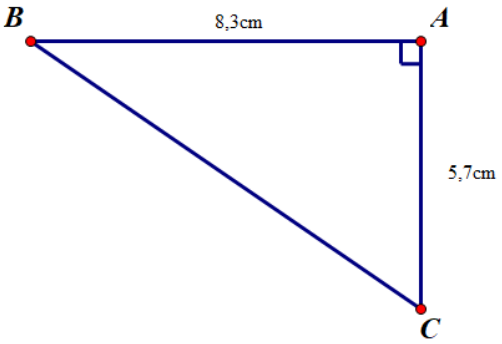
$\Rightarrow AC = \dfrac{AB}{\tan ACB} = \dfrac{350}{\tan 20^\circ} \approx 961,6m$

Vậy muốn đến cứu con thuyền thì phải đi quãng đường dài khoảng $961,6m$.

Ví dụ 3 [TH]: Một khối u của một bệnh nhân cách mặt da $5,7\,\text{cm}$ được chiếu bởi một chùm tia gamma. Để tránh làm tổn thương mô, bác sĩ đặt nguồn tia cách khối u (trên mặt da) $8,3\,\text{cm}$ (xem hình vẽ). Tính góc tạo bởi chùm tia với mặt da và chùm tia phải đi một đoạn dài bao nhiêu để đến được khối u?



Lời giải



Xét ΔABC vuông tại A, ta có:

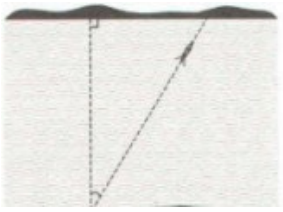
$\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{5,7}{8,3}$ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)

$\Rightarrow \widehat{B} \approx 34^{\circ}28'$

Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (định lý Pytago) $\Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{(8,3)^2 + (5,7)^2} \approx 10,1(cm)$

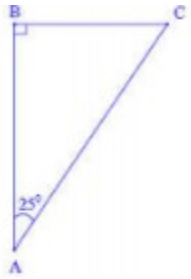
Vậy góc tạo bởi chùm tia với mặt da là $34^{\circ}28'$ và chùm tia phải đi một đoạn dài khoảng $10,1cm$ đề đến được khối u.

Ví dụ 4 [VD]: Một con thuyền qua khúc sông với vận tốc $3,5km/h$ mất hết 6 phút. Do dòng nước chảy mạnh nên đã đẩy con thuyền đi qua con sông trên đường đi tạo với bờ một góc 25^{0}. Hãy tính chiều rộng của con sông?



Lời giải

Hình vẽ minh họa bài toán



Chuyển đổi: 6 phút $= \frac{1}{10}$ giờ.

Quãng đường con thuyền đi được là:

$AC = v.t = 3,5.\frac{1}{10} = 0,35km = 350m$

$\Delta ABO(\widehat{B} = 90^{0}): \cos A = \frac{AB}{AC}$

Xét ΔABC vuông tại B ta có : $\cos A = \frac{AB}{AC}$ (tỷ số lượng giác của góc nhọn)

$\Rightarrow AB = AC\sin A = 350cos25^{0} \approx 317,21m$

Vậy chiều rộng của con sông là 147,92m.

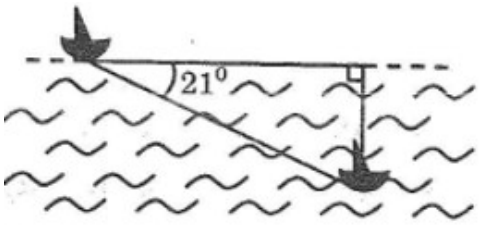
BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Nôi dung *Bài toán tàu ngầm*

Tàu ngầm đang ở trên mặt biển bỗng đột ngột lặn xuống theo phương tạo với mặt nước biển một góc 21°. (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

a) Nếu tàu chuyển động theo phương lặn xuống được 300m thì nó ở độ sâu bao nhiêu? Khi đó khoảng cách theo phương nằm ngang so với nơi xuất phát là bao nhiêu?

b) Tàu phải chạy bao nhiêu mét để đạt đến độ sâu 1000m?



Hướng dẫn

a) Ta có AC là quãng đường tàu ngầm đi được, BC là độ sâu tàu ngầm đạt được Khi đó khoảng cách theo phương nằm ngang so với nơi xuất phát là AB.

Xét Δ ABC vuông tại B. $AB = AC.cosA = 300.cos21^0 \approx 280,1\ (m)$

b) Xét Δ ABC vuông tại B. $AC = \frac{BC}{\sin A} = \frac{1000}{\sin 21} \approx 2790,4(m)$

Vậy tàu phải chạy khoảng 2790,4 m để đạt đến độ sau 1000 m.

Bài 2. [TH] Nội dungBác An lên kế hoạch xây một ngôi nhà cấp bốn có một mái dốc như hình vẽ. Biết chiều rộng của sàn nhà là 4m, chiều dài của sàn nhà là 7m.

a) Giả sử bức tường phía sau của nhà cao hơn bức tường phía trước là 2,5m.

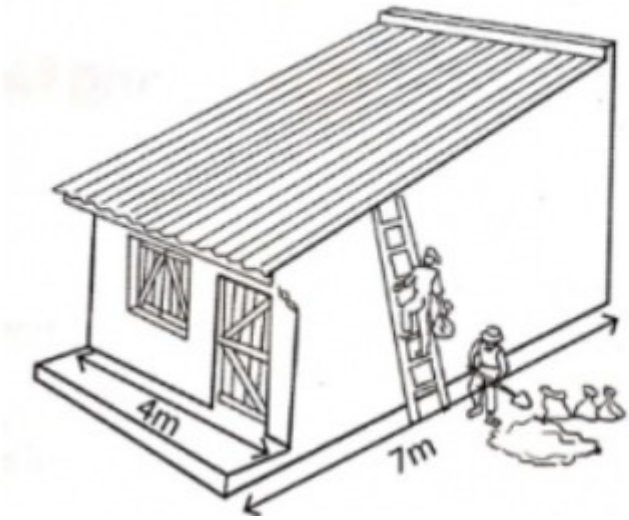
i) Em hãy tính xem mái nhà dốc bao nhiêu độ?

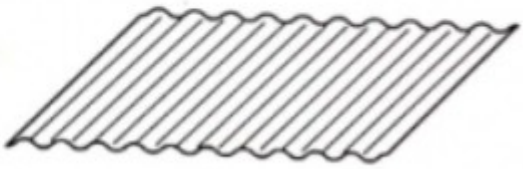
ii) Bác dự định mua tôn để lợp nhà, hỏi bác cần mua ít nhất bao nhiêu mét vuông tôn?

b) Trong lúc dự tính chọn mua nguyên vật liệu, bác An được biết rằng để cho mái nhà thoát nước tốt, không bị đọng nước và thấm dột thì với mỗi một chất liệu lợp nhà, mái nhà cần có độ dốc thích hợp. Bác chọn mua mái tôn múi (như hình) và được tư vấn độ dốc mái là 25°.

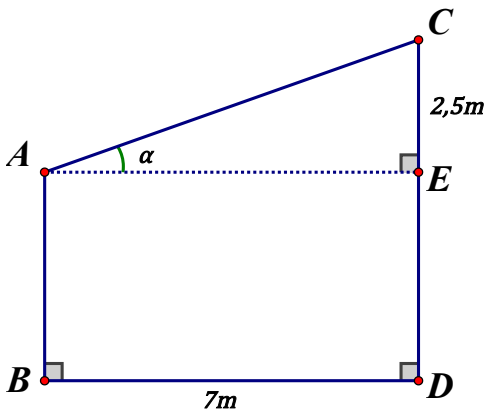
i) Em hãy tính xem bác cần xây bức tường phía sau cao hơn bức tường phía trước bao nhiêu mét?

ii) Bác cần mua ít nhất bao nhiêu mét vuông tôn loại trên để lợp nhà?





Hướng dẫn



a) Giả sử bức tường trước là AB, bức tường sau là CD, hai bức tường cao hơn nhau đoạn CE bằng 2,5m.

Khi đó ta có: $AE = BD = 7\text{m}$ và độ dốc của mái nhà là góc $\widehat{CAE} = \alpha$. (CT mathtype và cỡ chữ không đồng nhất)

i) Xét tam giác vuông ACE có: $\tan\alpha = \dfrac{CE}{AE} = \dfrac{2,5}{7} = \dfrac{5}{14}$ nên độ dốc của mái nhà là: $\alpha \approx 19^{\circ}39'$.

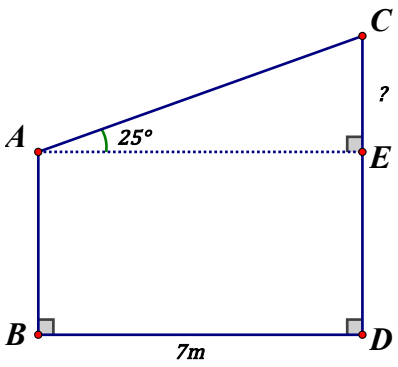
ii) Bác An cần mua ít nhất số tôn để lợp mái nhà bằng diện tích hình chữ nhật có chiều rộng bằng 4m và chiều dài bằng đoạn AC.

Ta có: Theo định lý Pytago thì $AC = \sqrt{CE^2 + AE^2} = \sqrt{(2,5)^2 + 7^2} = \dfrac{\sqrt{221}}{2}\ (\text{m})$

Diện tích tôn bác An cần mua ít nhất là: $4.\dfrac{\sqrt{221}}{2} = 2\sqrt{221} \approx 29,73\ (\text{m}^2)$

b) i) Khi độ dốc mái nhà là 25° thì bức tường phía sau phải cao hơn bức tường phía trước số mét là: $CE = AE.\tan 25^\circ$

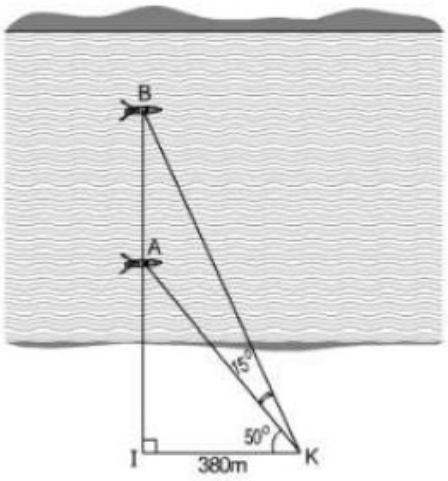
$$= 7.\tan 25^\circ \approx 3,26\ (\text{m})$$



ii) Ta có: $AE = AC.\cos 25^\circ \Rightarrow AC = \dfrac{AE}{\cos 25^\circ} \approx 7,72\,(\text{m})$

Diện tích tôn ít nhất cần dùng để lợp mái nhà là: $7,72.4 \approx 30,88\ (\text{m}^2)$

Bài 3. [VD] Hai chiếc thuyền A và B ở vị trí được minh họa như hình dưới dây. Tính khoảng cách giữa chúng. (làm tròn đến mét)



Hướng dẫn

Xét tam giác AIK vuông tai I ta có:

$$\tan AKI = \frac{AI}{IK} \Rightarrow AI = IK.\tan AKI = 380.\tan 50 \approx 453m$$

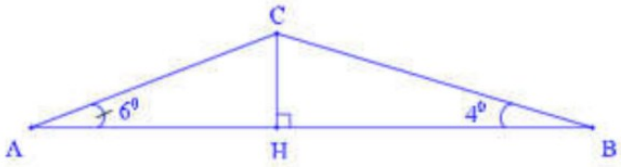
Xét tam giác BIK vuông tai I ta có:

$$\tan BKI = \frac{BI}{IK} \Rightarrow BI = IK.\tan AKI = 380.\tan(15^\circ + 50^\circ) \approx 815m$$

Ta có $AB + AI = BI \Rightarrow AB = BI - AI = 815 - 453 = 362m$

Vậy khoảng cách giữa chúng là $362m$

Bài 4 [VD] Lúc 6h sáng bạn An đi từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống dốc như hình vẽ dưới. Cho biết đoạn AB dài 762m, góc $\hat{A} = 6^\circ$ và $\hat{B} = 4^\circ$



a) Tính chiều cao con dốc.

b) Hỏi An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ lên dốc 4hm/h và tốc độ xuống dốc 19km/h.

Hướng dẫn

a) Xét ΔAHC vuông tại H ta có:

$$\tan CAH = \frac{CH}{AH} \Rightarrow AH = \frac{CH}{\tan CAH} = \frac{CH}{\tan 6^\circ}\,(m) \quad (1)$$

Xét ΔBHC vuông tại H ta có:

$$\tan CBH = \frac{CH}{BH} \Rightarrow BH = \frac{CH}{\tan CBH} = \frac{CH}{\tan 4^\circ}\,(m) \quad (2)$$

:

Từ (1) và (2), suy ra

$$AH + BH = \frac{CH}{\tan 6^\circ} + \frac{CH}{\tan 4^\circ} \Leftrightarrow AB = CH\left(\frac{1}{\tan 6^\circ} + \frac{1}{\tan 4^\circ}\right) \Leftrightarrow 672 = CH\left(\frac{1}{\tan 6^\circ} + \frac{1}{\tan 4^\circ}\right)$$

$$\Rightarrow CH = \frac{672}{\left(\frac{1}{\tan 6^\circ} + \frac{1}{\tan 4^\circ}\right)} \approx 32m$$

Vậy chiều cao của con dốc là 32m.

b) Xét ΔACH vuông tại H ta có: $\sin CAH = \frac{CH}{AC} \Rightarrow AC = \frac{CH}{\sin CAH} = \frac{32}{\sin 6^\circ}\,(m)$

Xét ΔBHC vuông tại H ta có: $\sin CBH = \frac{CH}{CB} \Rightarrow CB = \frac{CH}{\sin CBH} = \frac{CH}{\sin 4^\circ}\,(m)$

Đổi đơn vị: $4km/h = \frac{10}{9}m/s$; $19km/h = \frac{95}{18}m/s$

Thời gian lên dốc AC là: $t_{AC} = \frac{S_{AC}}{V_{AC}} = \frac{AC}{V_{AC}} = \frac{32 : \sin 6^\circ}{14,4}\,(s)$

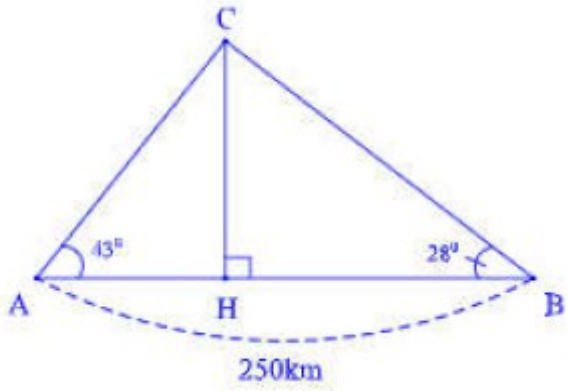
Thời gian xuống dốc CB là: $t_{CB} = \frac{S_{CB}}{V_{CB}} = \frac{CB}{V_{CB}} = \frac{32 / \sin 4^\circ}{68,4}\,(s)$

Thời gian đi từ A đến B là: $t_{AB} = t_{AC} + t_{CB} = \dfrac{32 : \sin 6^\circ}{14,4} + \dfrac{32 : \sin 4^\circ}{68,4} \approx 362,44$ (s)

$362,44s \approx$ 6 phút 3 giây

Bài 5: [VDC] Hai người A và B đứng cùng bờ sông nhìn ra một cồn nổi giữa sông. Người A nhìn ra cồn với một góc 43° so với bờ sông, người B nhìn ra cồn với một góc 28° so với bờ sông. Hai người đứng cách nhau $250m.$ Hỏi cồn cách bờ sông hai người đang đứng bao nhiêu m?

Hướng dẫn



Xét tam giác AHC vuông tại A, ta có

$$\tan \widehat{CAH} = \frac{CH}{AH} \Rightarrow AH = \frac{CH}{\tan \widehat{CAH}} = \frac{CH}{\tan 43^\circ} \quad (1)$$

Xét tam giác BHC vuông tại B, ta có

$$\tan \widehat{CBH} = \frac{CH}{BH} \Rightarrow BH = \frac{CH}{\tan \widehat{CbH}} = \frac{CH}{\tan 28^\circ} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $AB = AH + HB = CH\left(\dfrac{1}{\tan 43^\circ} + \dfrac{1}{\tan 28^\circ}\right) \Leftrightarrow 250 = CH\left(\dfrac{1}{\tan 43^\circ} + \dfrac{1}{\tan 28^\circ}\right)$

Suy ra : $CH \approx 84,66m$

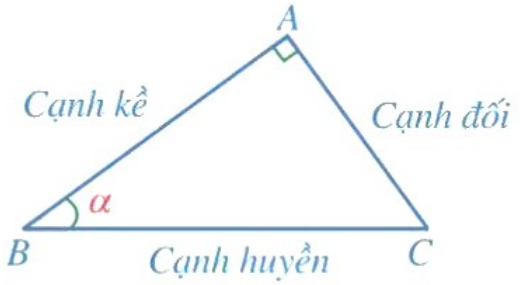
Vậy cồn cách bờ sông hai người đang đứng là $84,66m$.

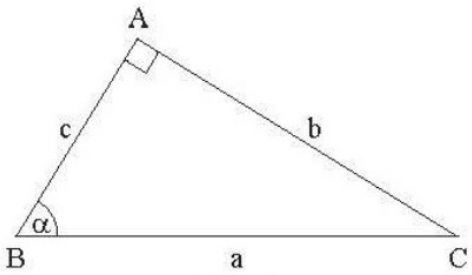
CHUYÊN ĐỀ: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

CD3: ỨNG DỤNG THỰC TẾ - ƯỚC LƯỢNG CHIỀU CAO

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông.





STT	Phát biểu	Kí hiệu	Công thức	Minh họa
1	Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh huyền được gọi là sin của góc α	$\sin\alpha$	$\sin\alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}}$	$\sin\alpha = \sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{b}{c}$
2	Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh huyền được gọi là cos của góc α	$\cos\alpha$	$\cos\alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}}$	$\cos\alpha = \cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{c}{a}$
3	Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh kề được gọi là tan của góc α	$\tan\alpha$	$\tan\alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}}$	$\tan\alpha = \tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$
4	Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh đối được gọi là cot	$\cot\alpha$	$\cot\alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}}$	$\cot\alpha = \cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b}$

	của góc α			

$$0 < \sin\alpha < 1;\quad 0 < \cos\alpha < 1;\quad \cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha}$$

Chú ý: Với góc nhọn α, ta có:

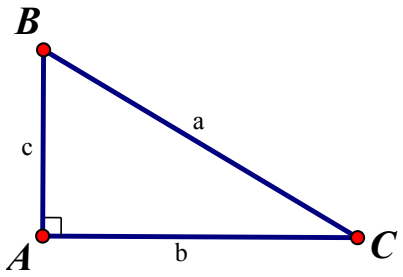
Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cos góc kia, tan góc này bằng cot góc kia

$$\Delta ABC\left(\hat{A} = 90^\circ\right): \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ; \hat{B} = \beta, \hat{C} = \alpha$$

$\sin\alpha = \cos\beta$; $\cos\alpha = \sin\beta$; $\tan\alpha = \cot\beta$; $\cot\alpha = \tan\beta$

2. Một số hệ thức giữa cạnh, góc trong tam giác vuông và ứng dụng

- Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = a, AC = b, AB = c.$ Ta có :



- Trong một tam giác vuông :

$b = a.\sin B = a.\cos C;$

$c = a.\sin C = a.\cos B;$

$b = c.\tan B = c.\cot C;$

$c = b.\tan C = b.\cot B.$

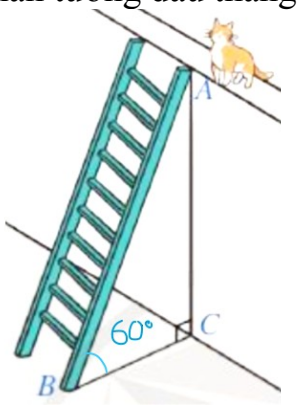
- Cạnh góc vuông = (cạnh huyền) x (sin góc đối)
  = (cạnh huyền) x (cos góc kề)
- Cạnh góc vuông = (cạnh góc vuông) . (tan góc đối)
  = (cạnh góc vuông còn lại) . (cot góc kề).

B. BÀI TẬP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Một chiếc thang có chiều dài $AB = 4m$ được đặt dựa vào tường, biết góc tạo bởi thang và mặt đất là $\hat{ABC} = 60^\circ$.

Câu 1. [NB] Công thức tính chiều cao từ chân tường đầu thang đặt vào tường AC là:



A. $AC = BC.\sin B$. **B.** $AC = AB.\sin B$. **C.** $AC = BC.\cos B$. **D.** $AC = AB.\tan B$.

Lời giải:

Xét ΔABC vuông tại C, có: $AC = AB.\sin B$

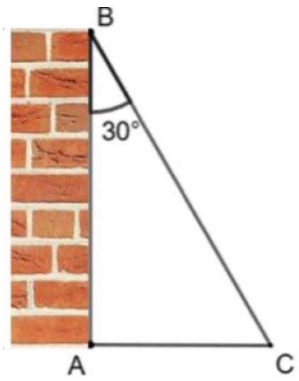
Câu 2. [NB] Chiều cao từ chân tường đến vị trí đầu thang dựa vào tường (AC) là (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị):

A. $2m$. **B.** $3,5m$. **C.** $3,4m$. **D.** $6,9m$.

Lời giải:

Xét ΔABC vuông tại C, có: $AC = AB.\sin B = 4.\sin 60^\circ \approx 3,5m$

Câu 3. [NB] Một chiếc thang được dựa vào tường theo góc nghiêng như hình vẽ. Công thức tính chiều cao của tường là:



A. $AB = BC.\sin B$. **B.** $AB = AC.\cos B$.

C. $AC = BC.\cos B$. **D.** $AB = \dfrac{AC}{\tan B}$.

Lời giải:

Xét ΔABC vuông tại A, có: $AB = \dfrac{AC}{\tan B}$

Câu 4. [NB] Một cột điện có bóng trên mặt đất dài $10\,m$ khi góc tạo bởi tia sáng mặt trời với mặt đất bằng 60°. Chiều cao cột điện đó là:

A. $10m$. **B.** $5\sqrt{3}\,m$. **C.** $5\,m$. **D.** $10\sqrt{3}\,m$.

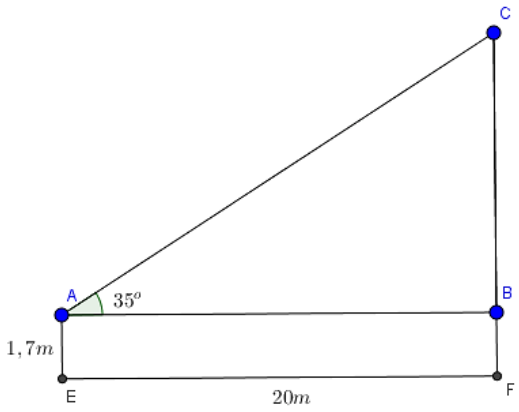
Lời giải:

$h = 10.\tan 60^\circ = 10\sqrt{3}$

Câu 5. [TH] Minh đứng cách một cây xanh $20m$ và nhìn lên một đỉnh cây với hướng nhìn tạo với mặt đất một góc 35°. Tính chiều cao của cây xanh đó, biết chiều cao của Minh là $1,7m$.

A. $14m$. **B.** $28,6m$. **C.** $15,7m$. **D.** $12,3m$.

Lời giải:

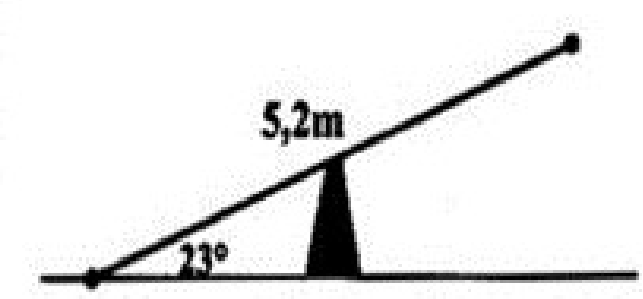


Ta xem đề bài được biểu diễn như hình vẽ trên với $\widehat{ABC} = 90^\circ$

Khi đó chiều cao của cây xanh cần tính là:

$CF = BF + BC = AE + AB.\tan 35^\circ = 1,7 + 20.\tan 35^\circ \approx 15,7\,(m)$

Câu 6. [TH] Một chiếc bập bênh dài $5,2m$. Khi một đầu của cái bập bênh chạm đất thì góc tạo bởi cái bập bênh và mặt đất là 23° (như hình vẽ bên). Khi đó đầu còn lại của cái bập bênh cách mặt đất bao nhiêu mét? *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).*

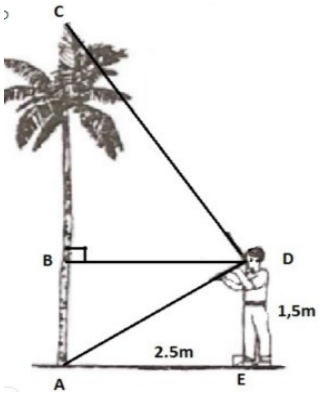


A. $2,03m$. **B.** $4,79m$. **C.** $2,21m$. **D.** $3,23m$.

Lời giải:

$h = 5,2.\sin 23° \approx 2,03(m)$

Câu 7. [TH] Một người dùng thước ngắm có góc vuông để đo chiều cao của cây dừa. Biết khoảng cách từ gốc cây đến vị trí chân của người đứng là $2,5m$ chiều cao từ chỗ đặt mắt



của người ngắm đến mặt đất là $1,5m$. Chiều cao của cây dừa (làm tròn đến hàng phần trăm) là

A. $4,2m$. **B.** $5,5m$. **C.** $6,67m$. **D.** $5,67m$.

Lời giải:

Xét $\Delta ADC\left(\widehat{D} = 90°\right)$ đường cao BD có:

$BD^2 = AB.BC$

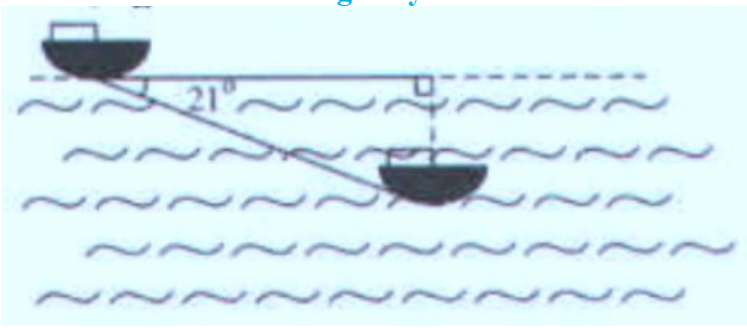
$2,5^2 = 1,5.BC$

$\Rightarrow BC = \frac{25}{6}$

$AC = AB + BC = 1,5 + \frac{25}{6} \approx 5,67(m)$

Vậy chiều cao của cây dừa $5,67(m)$.

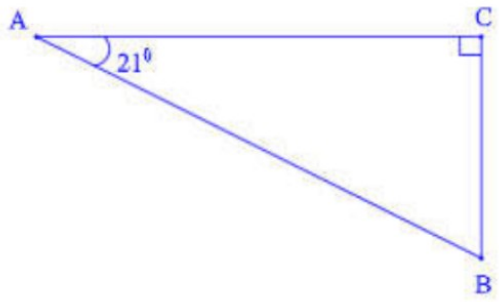
Câu 8. [TH] Trong một buổi luyện tập, một tàu ngầm ở trên mặt biển bắt đầu lặng xuống và di chuyển theo một đường thẳng tạo với mặt nước một góc $21°$. Khi tàu chuyển động theo hướng đó và đi được $250m$ thì độ sâu của tàu so với mặt nước là: (làm tròn đến đơn vị mét).



A. $233,4m$. **B.** $96m$. **C.** $89,6m$. **D.** $89,5m$.

Lời giải:

Hình vẽ minh họa

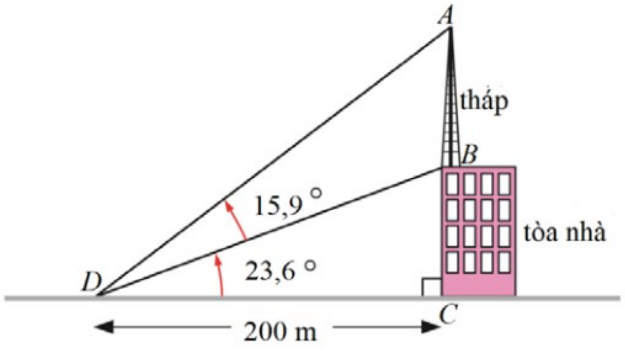


a) Xét ΔABC vuông tại C ta có:

$$\sin A = \frac{CB}{AB} \Rightarrow CB = AB.\sin A = 250.\sin 21^0 \approx 89,6m$$

Vậy tàu đi được $250m$ thì tàu ở độ sâu $89,6m$.

Câu 9. [VD] Một cột tháp truyền thông xây dựng trên nóc của một tòa nhà như hình đã cho, chiều cao của cột tháp là:



A. $252,2\,m$. **B.** $77,5\,m$. **C.** $87,4\,m$. **D.** $164,9\,m$.

Lời giải:

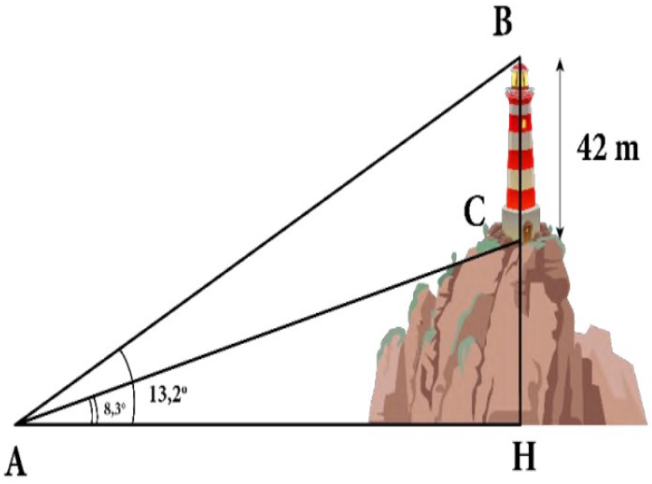
$$BC = DC.\tan 23,6° = 200.\tan 23,6° \approx 87,378m$$

$$\widehat{ADC} = \widehat{ADB} + \widehat{BDC} = 15,9 + 23,6 = 39,5$$

$$AC = DC.\tan \widehat{ADC} = 200.\tan 39,5° \approx 164,867m$$

Vậy chiều cao tháp là $AB = AC - BC = 164,867 - 87,378 = 77,489m \approx 77,5m$

Câu 10. [VD] Một tòa nhà cao $42\,m$ đứng trên đỉnh một ngọn đồi. Từ một điểm trên mặt đất cách xa chân đồi, có thể nhìn thấy đỉnh tháp và chân tháp dưới góc $13,2°$ và $8,3°$ so với mặt đất. Chiều cao của ngọn đồi là:



A. $54,2\,m$. **B.** $69,1m$. **C.** $179,1\,m$. **D.** $26,1\,m$.

Lời giải:

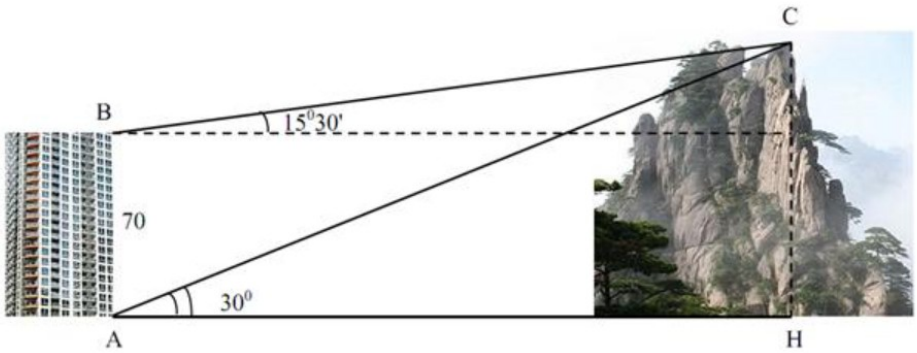
Ta có: $HB = HA.\tan 13,2°$

$HC = HA.\tan 8,3°$

Lại có: $HB - HC = 42 \Leftrightarrow HA(\tan 13,2° - \tan 8,3°) = 42 \Rightarrow HA = \dfrac{42}{\tan 13,2° - \tan 8,3°}$

Vậy chiều cao của ngọn đồi là: $HC = HA.\tan 8,3° = \dfrac{42}{\tan 13,2° - \tan 8,3°}.\tan 8,3° \approx 69,1m$

Câu 11. [VD] Từ vị trí A và điểm B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của một ngọn núi biết rằng độ cao AB là $70m$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang góc $30°$. Phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang một góc $15°30'$. Chiều cao của ngọn núi so với mặt đất là:



A. $269,4\,m$. **B.** $134,7m$. **C.** $179,1\,m$. **D.** $26,1\,m$.

Lời giải:

Từ giải thiết, ta suy ra ΔABC có:

$\dot{C}AB = 90° - 30° = 60°$

$\dot{A}BC = 90° + 15°30' = 105°30'$

$AB = 70m$

Từ đó: $\dot{B}CA = 180° - 60° - 105°30' = 14°30'$

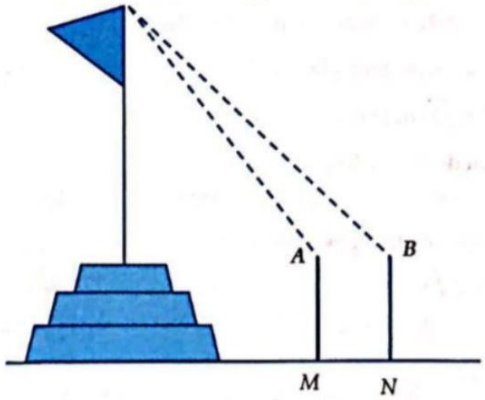
Theo định lí sin ta có $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AC = \frac{AB\sin B}{\sin C} = \frac{70\sin 105°30'}{\sin 14°30'} \approx 269,4m$

Gọi CH là khoảng cách từ C đến mặt đất. Trong tam giác vuông ACH ta có:

$\sin 30° = \frac{CH}{CA} \Rightarrow CH = AC.\sin 30° = \frac{269,4}{2} = 134,7m$

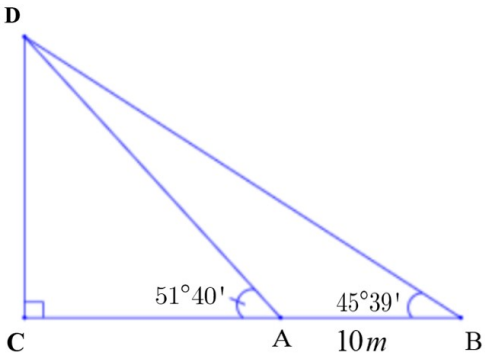
Vậy ngon núi cao $134,7m$

Câu 12. [VD] Để đo chiều cao từ mặt đất đến đỉnh cột cờ của một kỳ đài trước Ngọ Môn (Đại Nội - Huế), người ta cắm hai cọc AM và BN cao $1,5\,m$ so với mặt đất. Hai cọc này song song và cách nhau $10\,m$ và thẳng hàng so với tim cột cờ (Hình vẽ minh họa). Đặt giác kế tại đỉnh A và B để nhắm đến đỉnh cột cờ, người ta được các góc lần lượt là $51°40'$ và $45°39'$ so với đường song song với mặt đất. Chiều cao của cột cờ (làm tròn $0,01\,m$) là:



A. $54,33$ m. **B.** $56,88$ m. **C.** 55,01 m. **D.** $54,63$ m.

Lời giải



Xét $\Delta CDA\left(\hat{C} = 90°\right)$ có: $\tan A = \frac{CD}{CA} \Rightarrow CD = CA.\tan A = CA.\tan 51°40'$

Xét $\Delta CDB\left(\hat{C} = 90°\right)$ có: $\tan B = \frac{CD}{CB} \Rightarrow CD = CB.\tan B = \left(CA + AB\right).\tan B = \left(CA + 10\right).\tan 45°39'$

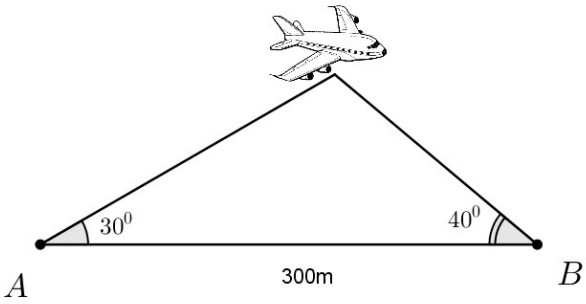
$\Rightarrow (CA+10).\tan 45°39' = CA.\tan 51°40'$

$\Rightarrow CA = \dfrac{10.\tan 45°39'}{\tan 45°39' + \tan 51°40'}$

$\Rightarrow CD = CA.\tan A = \dfrac{10.\tan 45°39'}{\tan 51°40' - \tan 45°39'}.\tan 51°40' \approx 53,51(m)$

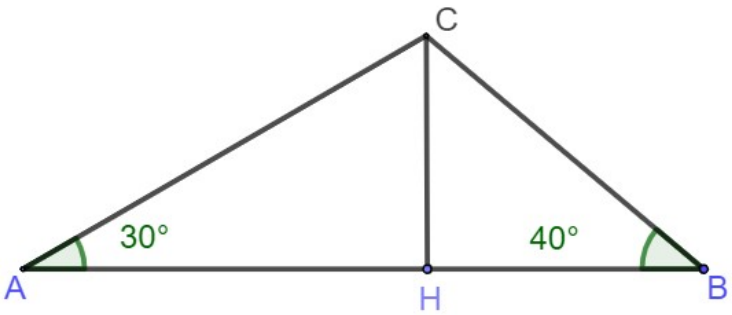
Chiều cao của cột cờ là: $1,5 + 53,51 = 55,01(m)$

Câu 13. [VDC] Điểm hạ cánh của một máy bay trực thăng ở giữa hai người quan sát A và B. Biết khoảng cách giữa hi người này là $300m$, góc "nâng" để nhìn thấy máy bay tại vị trí A là $30°$ và tại vị trí B là $40°$. Độ cao của máy bay gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. $100m$. **B.** $150m$. **C.** $200m$. **D.** $250m$.

Lời giải



Kẻ $CH \wedge AB = \{H\}$

Ta có: $AB = AH + \dfrac{51°40'}{300}$ Þ AH $\dfrac{45°39'}{10m}$ BH

C A B

Xét $DAHC\ (H = 90°)$ có $CH = AH.\tan A = AH.\tan 30°$

Xét $DAHB\ (H = 90°)$ có $CH = BH.\tan B = BH.\tan 40°$

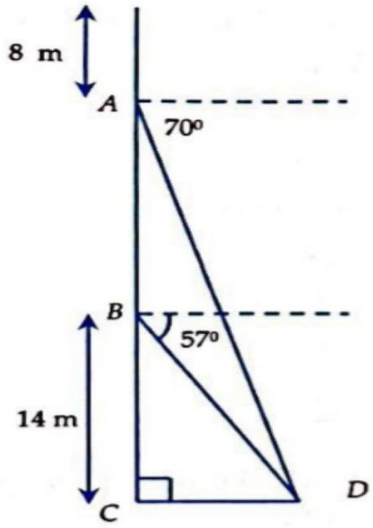
Þ $AH.\tan 30° = BH.\tan 40°$

$AH.\tan 30° = BH.\tan 40°$

$(300 - BH)\tan 30° = BH.\tan 40°$

Þ $BH = \dfrac{300.\tan 30°}{(\tan 30° + \tan 40°)}$ » $122,3m$

Câu 14. [VDC] Một thợ lặn có vị trí cách mặt nước 8 m, một con tàu đắm ở góc 70^0. Sau khi cùng xuống tới một điểm cao hơn 14 m so với đáy đại dương, thợ lặn nhìn thấy con tàu đắm ở góc 57^0. Chiều sâu của con tàu đắm gần giá trị nào nhất?



A. $24,979\text{ m}$. **B.** $32,964\text{ m}$. **C.** $32,979\text{ m}$. **D.** $33,25\text{ m}$.

Lời giải

Đặt: $CD = x;\ AB = y$

ΔBCD vuông tại C có

$$\tan \widehat{CAD} = \frac{x}{14 + y}$$

$$\Rightarrow \tan 20^\circ.(14 + y) = x$$

$$\Rightarrow y \approx 10,979$$

Chiều sâu con tàu đắm là: $8 + 14.\dfrac{\tan 33^\circ}{\tan 20^\circ} \approx 32,979(m)$

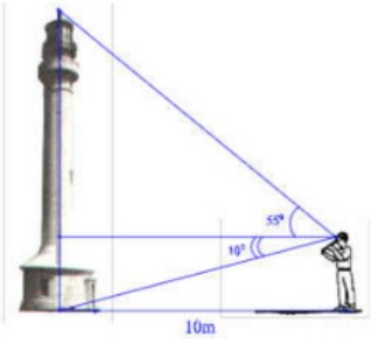
PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1. [NB]: Bóng của cột điện cao 12 m. Tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 30^0. Tính chiều cao của cột điện đó.

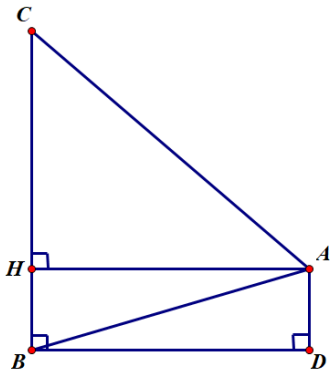
Lời giải

Chiều cao của cột điện đó là: $12.\tan 30^\circ = 4\sqrt{3}(m)$

Ví dụ 2. [TH]: Một người quan sát đứng cách một cái tháp 10m, nhìn thẳng đỉnh tháp và chân tháp lần lượt dưới 1 góc 55° và 10° so với phương ngang của mặt đất. Hãy tính chiều cao của tháp.



Lời giải:



Dựa vào hình vẽ minh họa, ta có: $AH = BD = 10\,m$.

Xét ΔAHB vuông tại H, ta có:

$\tan BAH = \dfrac{BH}{AH}$ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)

$\Rightarrow BH = AH \cdot \tan BAH = 10 \cdot \tan 10^\circ (m)$

Xét ΔAHC vuông tại H, ta có:

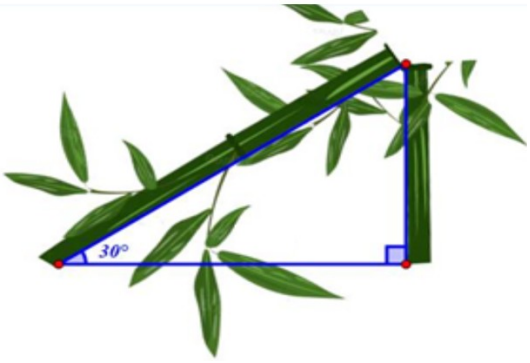
$\tan CAH = \dfrac{CH}{AH}$ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)

$\Rightarrow CH = AH \cdot \tan CAH = 10 \cdot \tan 55^\circ (m)$

Ta có: $BC = BH + CH = 10 \cdot \tan 10^\circ + 10 \cdot \tan 55^\circ \approx 16\,m$

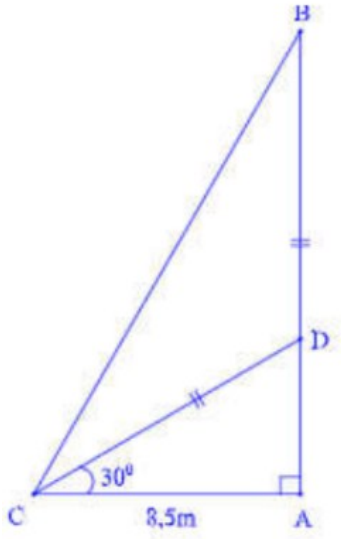
Vậy chiều cao của tháp là $16\,m$.

Ví dụ 3. [VD]: Giông bão thổi mạnh, một cây tre gãy gập xuống làm ngọn cây chạm đất và ngọn cây tạo với mặt đất một góc 30°. Người ta đo được khoảng cách từ chỗ ngọn cây chạm đất đến gốc tre là $8,5m$. Giả sử cây tre mọc vuông góc với mặt đất, hãy tính chiều cao của cây tre đó *(làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)*



Lời giải:

Hình vẽ minh họa bài toán:



Xét ΔADC vuông tại C, ta có: $\tan DCA = \dfrac{AD}{AC}$ (tỉ số lượng giác của hai góc nhọn)

$\Rightarrow AD = AC.\tan DCA = 8,5.\tan 30^\circ\,(m)$

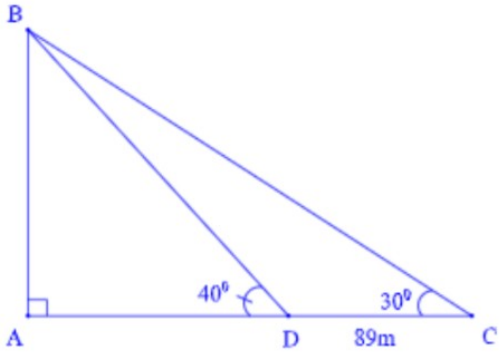
Và $\cos DCA = \dfrac{AC}{DC}$ (tỉ số lượng giác của hai góc nhọn) $\Rightarrow DC = \dfrac{AC}{\cos DCA} = \dfrac{8,5}{\cos 30^\circ}(m)$

$\Rightarrow AB = AD + DC = 8,5.\tan 30^\circ + \dfrac{8,5}{\cos 30^\circ} \approx 14,72\,(m)$

Ví dụ 4. [VDC] Tính chiều cao của trụ cầu Cần Thơ so với mặt sông Hậu, cho biết tại hai điểm cách nhau $89\,m$ trên mặt sông người ta nhìn thấy đỉnh trụ cầu với góc nâng lần lượt là 40° và 30° *(làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)*

Lời giải:

Hình vẽ minh họa bài toán:



Xét ΔABD vuông tại A, ta có

$\tan ADB = \dfrac{AB}{AD}$ (tỉ số lượng giác của hai góc nhọn)

$\Rightarrow AD = \dfrac{AB}{\tan ADB} = \dfrac{AB}{\tan 40^\circ} m \quad (1)$

Xét ΔABC vuông tại A, ta có

$\tan ACB = \dfrac{AB}{AC}$ (tỉ số lượng giác của hai góc nhọn)

$\Rightarrow AC = \dfrac{AB}{\tan ACB} = \dfrac{AB}{\tan 30^\circ} m \quad (2)$

Ta có: $AD + DC = AC$ (vì D thuộc AC)

$\Leftrightarrow \dfrac{AB}{\tan 40^\circ} + 89 = \dfrac{AB}{\tan 30^\circ}$

$\Leftrightarrow \dfrac{AB}{\tan 30^\circ} - \dfrac{AB}{\tan 40^\circ} = 89$

$\Leftrightarrow \dfrac{AB}{\tan 30^\circ}\left(\dfrac{1}{\tan 30^\circ} - \dfrac{1}{\tan 40^\circ}\right) = 89$

$\Leftrightarrow AB = \dfrac{89}{\dfrac{1}{\tan 30^\circ} - \dfrac{1}{\tan 40^\circ}}$

$\Leftrightarrow AB \approx 164,7(m)$

Bài 1. [NB]: Bóng của cây cao $30\,\text{m}$. Tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 30°. Tính chiều cao của cây đó.

Lời giải

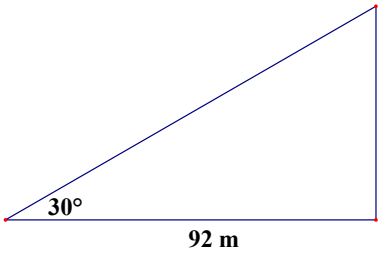
Chiều cao của cây đó là: $30 .\tan 30^\circ = 10\sqrt{3}(m)$

Bài 2. [NB]: Bóng của ngọn tháp in trên mặt đất là $86\,\text{m}$ và tia nắng mặt trời tạo với mặt đất góc 34°. Tính chiều cao của tháp (*làm tròn kết quả đến số thập phân thứ hai)*

Lời giải

Chiều cao của tháp là: $86.\tan 34^\circ \approx 58,01(m)$

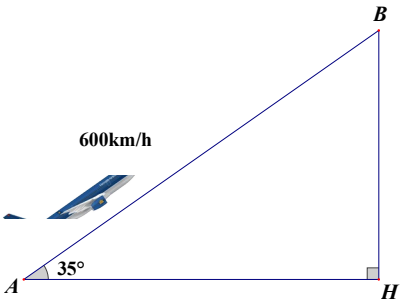
Bài 3.[NB] : Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 30° và bóng của một tháp trên mặt đất dài 92 m. Tính chiều cao của tháp (*làm tròn kết quả đến số thập phân thứ hai).*



Lời giải

Chiều cao của tháp là: $92.\tan 30^\circ \approx 53,12(m)$

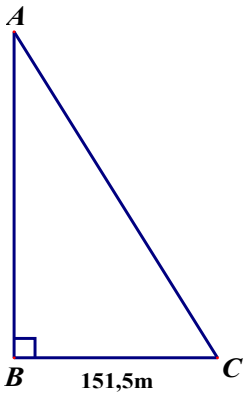
Bài 4. [NB]: Một chiếc máy bay bay lên với vận tốc $600\ km/h$. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 35° (hình bên). Hỏi sau 1 phút máy bay lên cao được bao nhiêu km theo phương thẳng đứng? (*làm tròn kết quả đến số thập phân thứ nhất)*



Lời giải

Chiều cao của máy bay là: $600.\sin 35^\circ \approx 344,2(km)$

Bài 5. [NB]: Một người đứng cách chân tòa nhà BITEXCO (Thành phố Hồ Chí Minh) một khoảng $BC = 151,5\ m$ nhìn thấy đỉnh tòa nhà này theo góc nghiêng $\widehat{BCA} = 60^0$. Tính chiều cao AB của tòa nhà (ghi kết quả gần đúng chính xác đến hàng đơn vị).



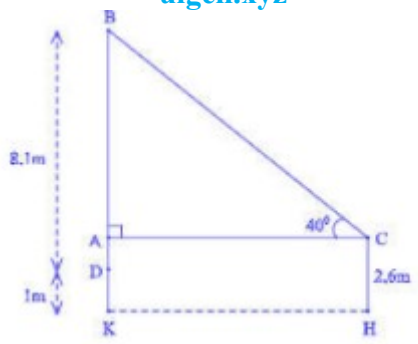
Lời giải

Chiều cao của tòa nhà là: $151,5.\tan 60^\circ \approx 262(m)$

Bài 6. [TH]: Một cần cẩu có góc nghiêng so với mặt đất nằm ngang là 40^0. Vậy muốn nâng một vật nặng lên cao $8,1m$ thì cần cẩu phải dài bao nhiêu? Biết chiều cao của xe là $2,6m$, chiều cao của vật là $1m$ *(làm tròn kết quả đến 1 chữ số thập phân).*

Lời giải:

Hình vẽ minh họa bài toán:



Ta có:

$AK = CH$

$\Rightarrow AD + DK = CH$

$\Rightarrow AD = CH - DK = 2,1 - 1 = 1,6m$

Mà:

$AB + AD = BD$

$\Rightarrow AB = BD - AD = 8,1 - 1,6 = 6,5(m)$

Xét ΔABC vuông tại A, ta có:

$\sin C = \dfrac{AB}{BC}$ (tỷ số lượng giác của góc nhọn)

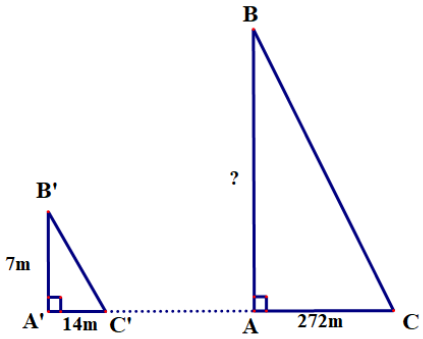
$\Rightarrow BC = \dfrac{AB}{\sin C} = \dfrac{6,5}{\sin 40^0} \approx 10,1(m)$.

Vậy cần cẩu phải dài $10,1m$.

Bài 7.TH : Một tòa nhà cao tầng có bóng trên mặt đất dài $272\ m$, cùng thời điểm đó một cột đèn cao $7\ m$ có bóng trên mặt đất dài $14m$. Em hãy cho biết tòa nhà đó có bao nhiêu tầng, biết rằng mỗi tầng cao $3,4m$ 3,4m?

Lời giải:

Hình vẽ minh họa bài toán:



Vì các góc tạo bởi tia nắng mặt trời và mặt đất là bằng nhau nên góc C bằng góc C’

$\tan C = \tan C' \Leftrightarrow \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{A'B'}{A'C'}$ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)

$\Rightarrow A'B' = \dfrac{AB.A'C'}{AC} = \dfrac{7.272}{14} = 136(m)$

Vậy tòa nhà có: $\dfrac{136}{3,4} = 40$ (tầng)

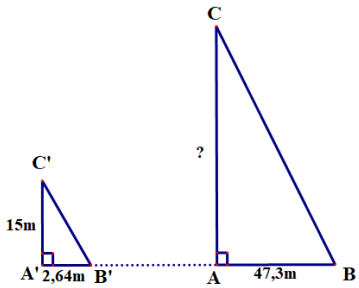
Bài 8. [VD]: Tòa nhà Bitexco Financial (hay Tháp Tài chính Bitexco) là một tòa nhà chọc trời được xây dựng tại trung tâm Quận 1, Thành phố Hồ Chí Minh. Tòa nhà có 68 tầng (không tính 3 tầng hầm). Biết rằng, khi toà nhà có bóng in trên mặt đất dài $47,3\,m$, thì cùng thời điểm đó có một cột cờ (được cắm thẳng đứng trên mặt đất) cao $15\,m$ có bóng in trên mặt đất dài $2,64\,m$.

a) Tính góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất (đơn vị đo góc được làm tròn đến độ).

b) Tính chiều cao của toà nhà (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải:

Hình vẽ minh họa bài toán



a) Vì các góc tạo bởi tia nắng mặt trời và mặt đất là bằng nhau nên góc B bằng góc B'

$\Rightarrow \tan B = \tan B' = \dfrac{A'C'}{A'B'} = \dfrac{15}{2,64}$ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)

$\Rightarrow B = B' \approx 80^{\circ}$

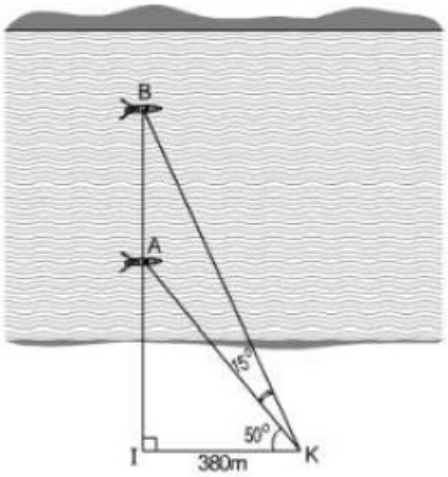
Vậy góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất là 80°

b) Ta có: $\tan B = \dfrac{AC}{AB}$

$\Rightarrow AC = AB.\tan B = 47,3.\dfrac{15}{2,64} \approx 268,8(m)$

Vậy chiều cao của tòa nhà là $268,8m$

Bài 9. [VD] Hai chiếc thuyền A và B ở vị trí được minh họa như hình dưới đây. Tính khoảng cách giữa chúng *(làm tròn đến hàng đơn vị)*



Lời giải:

Xét tam giác AIK vuông tai I ta có:

$\tan AKI = \dfrac{AI}{IK} \Rightarrow AI = IK.\tan AKI = 380.\tan 50 \approx 453(m)$

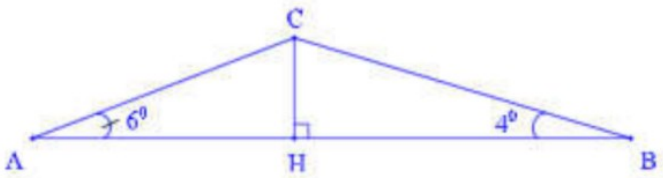
Xét tam giác BIK vuông tai I ta có:

$\tan BKI = \dfrac{BI}{IK} \Rightarrow BI = IK.\tan AKI = 380.\tan(15° + 50°) \approx 815(m)$

Ta có $AB + AI = BI \Rightarrow AB = BI - AI = 815 - 453 = 362(m)$

Vậy khoảng cách giữa chúng là $362\,m$

Bài 10. [VDC]: Lúc $6\,h$ sáng bạn An đi từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống dốc như hình vẽ dưới. Cho biết đoạn AB dài $762\,m$, góc $A = 6°$ và $B = 4°$



a) Tính chiều cao con dốc *(làm tròn đến hàng đơn vị).*

b) Hỏi An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ lên dốc 4 km/h và tốc độ xuống dốc 19km/h *(làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).*

Lời giải:

a) Xét ΔAHC vuông tại H ta có:

$\tan CAH = \dfrac{CH}{AH} \Rightarrow AH = \dfrac{CH}{\tan CAH} = \dfrac{CH}{\tan 6°}(m)$ (1)

Xét ΔBHC vuông tại H ta có:

$\tan CBH = \dfrac{CH}{BH} \Rightarrow BH = \dfrac{CH}{\tan CBH} = \dfrac{CH}{\tan 4°}(m)$ (2)

:

Từ (1) và (2), suy ra

$AH + BH = \dfrac{CH}{\tan 6°} + \dfrac{CH}{\tan 4} \Leftrightarrow AB = CH\left(\dfrac{1}{\tan 6°} + \dfrac{1}{\tan 4°}\right) \Leftrightarrow 672 = CH\left(\dfrac{1}{\tan 6°} + \dfrac{1}{\tan 4°}\right)$

$\Rightarrow CH = \dfrac{672}{\left(\dfrac{1}{\tan 6°} + \dfrac{1}{\tan 4°}\right)} \approx 32m$

Vậy chiều cao của con dốc là 32m.

b) Xét ΔACH vuông tại H ta có: $\sin CAH = \dfrac{CH}{AC} \Rightarrow AC = \dfrac{CH}{\sin CAH} = \dfrac{32}{\sin 6}(m)$

Xét ΔBHC vuông tại H ta có: $\sin CBH = \dfrac{CH}{CB} \Rightarrow CB = \dfrac{CH}{\sin CBH} = \dfrac{CH}{\sin 4}(m)$

Đổi đơn vị: $4km/h = \frac{10}{9} m/s$; $19km/h = \frac{95}{18} m/s$

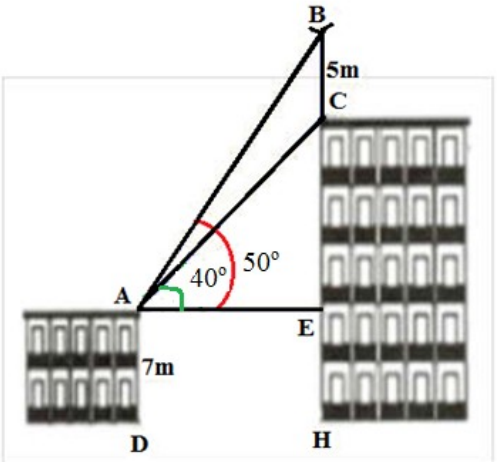
Thời gian lên dốc AC là: $t_{AC} = \frac{S_{AC}}{V_{AC}} = \frac{AC}{V_{AC}} = \frac{32/\sin 6^\circ}{14,4} (s)$

Thời gian xuống dốc CB là: $t_{CB} = \frac{S_{CB}}{V_{CB}} = \frac{CB}{V_{CB}} = \frac{32/\sin 4^\circ}{68,4} (s)$

Thời gian đi từ A đến B là: $t_{AB} = t_{AC} + t_{CB} = \frac{32/\sin 6^\circ}{14,4} + \frac{32/\sin 4^\circ}{68,4} \approx 362,44(s)$

$362,44 giây \approx 6 phút\ 3 giây$

Bài 11. [VDC] Trên nóc của một tòa nhà có một cột ăng – ten cao $5\,\text{m}$. Từ vị trí quan sát A cao $7\,\text{m}$ so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng – ten dưới góc 50° và 40° so với phương nằm ngang. Tính chiều cao của tòa nhà *(làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).*



Lời giải:

+ Dựa vào hình vẽ bài toán, ta có:

BC = 5m

AD = EH = 7m

$\widehat{BAE} = 50^\circ;\ \widehat{CAE} = 40^\circ$

$\widehat{CEA} = \widehat{BEA} = 90^\circ$

+ Xét ΔCAE vuông tại E, ta có:

$\tan CAE = \frac{CE}{AE}$ (Tỉ số lượng giác của góc nhọn)

$\Rightarrow CE = AE.\tan CAE = AE.\tan 40^\circ\ (\text{m})$ (1)

+ Xét ΔBAE vuông ở E ta có:

$\tan BAE = \frac{BE}{AE}$ (Tỉ số lượng giác của góc nhọn)

$\Rightarrow BE = AE.\tan BAE = AE.\tan 50^\circ\ (\text{m})$ (2)

+ Từ (1) và (2) ta suy ra:

$BE - CE = AE\tan 50^\circ - AE\tan 40^\circ$

$$\Leftrightarrow BC = AE\left(\tan 50^\circ - \tan 40^\circ\right)$$

$$\Leftrightarrow 5 = AE\left(\tan 50^\circ - \tan 40^\circ\right)$$

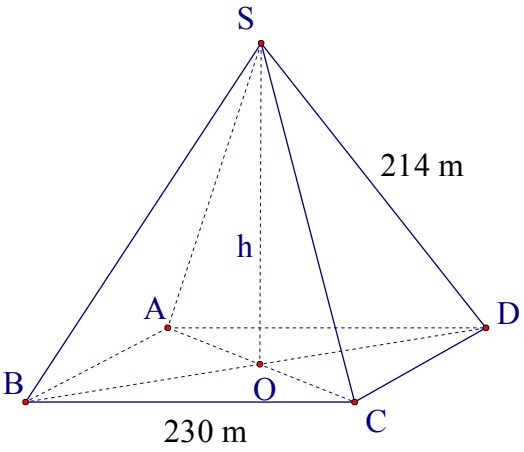
$$\Leftrightarrow AE = \frac{5}{\tan 50^\circ - \tan 40^\circ} \ (\text{m})$$

+ Thay AE vào (1) ta có: $CE = \frac{5}{\tan 50^\circ - \tan 40^\circ}\tan 40^\circ \ (\text{m})$

Suy ra: $BH = BC + CE + EH = 5 + \frac{5.\tan 40^\circ}{\tan 50^\circ - \tan 40^\circ} + 7 \approx 23,9 \ (\text{m})$

Vậy chiều cao của tòa nhà là 23,9 (m)

Bài 12. [VDC] Kim tự tháp Kê Ốp (Ai Cập) có dạng là hình chóp đều, đáy là hình vuông, các mặt bên là các tam giác cân có chung đỉnh (hình vẽ). Mỗi cạnh bên của kim tự tháp dài 214m, cạnh đáy của nó dài 230m. Tính theo mét chiều cao h của kim tự tháp (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



Lời giải:

a) - Dựa vào hình vẽ minh họa ta có:

AB = BC = CD = DA = 230 m

SA = SB = SC = SD = 214 m

$\Delta SOA, \Delta SOB, \Delta SOC, \Delta SOD$ là các tam giác vuông tại O.

- Xét ΔABC vuông tại B ta có:

$$AC^2 = BA^2 + BC^2$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{BA^2 + BC^2} = \sqrt{230^2 + 230^2} = 230\sqrt{2}m$$

$$\Rightarrow OC = \frac{AC}{2} = \frac{230\sqrt{2}}{2} = 115\sqrt{2}m$$

- Xét ΔSOC vuông tại O ta có:

$$SC^2 = SO^2 + OC^2$$

$$214^2 = h^2 + \left(115\sqrt{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow h \approx 139,1(m)$$

Vậy chiều cao của kim tự tháp là $139,1m$.