

Họ và tên: Số báo danh: **Mã đề 0116**

PHẦN I. Trắc nghiệm lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -3x^2 - 2x + 8$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ được xác định bởi công thức

A. $S = \pi \int_0^2 (-3x^2 - 2x + 8)^2 dx.$

B. $S = \pi \int_0^2 |-3x^2 - 2x + 8| dx.$

C. $S = \left| \int_0^2 (-3x^2 - 2x + 8) dx \right|.$

D. $S = \int_0^2 |-3x^2 - 2x + 8| dx.$

Câu 2. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng

A. $2\sqrt{3}.$

B. 1.

C. 2.

D. $2\sqrt{2}.$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_3 = (2; 3; 2)$

B. $\vec{n}_1 = (2; 3; 0)$

C. $\vec{n} = (2; 3; -4)$

D. $\vec{n}_4 = (2; 3; 4)$

Câu 4. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	[0; 10)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)
Số cây	4	6	7	5	3

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là:

A. [0; 10)

B. [10; 20)

C. [20; 30)

D. [30; 40)

Câu 5. Tập nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là

A. $S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + k\pi; -\frac{5\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{\pi}{6} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		1		$-\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$
 -2 1 $-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số là

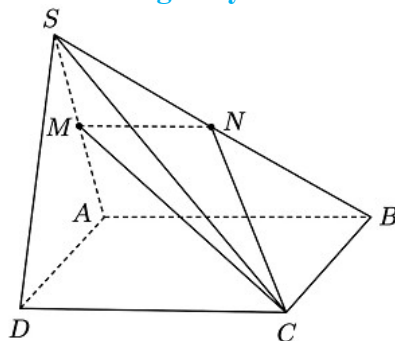
A. -2.

B. 1.

C. 2.

D. -1.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB (tham khảo hình vẽ).



Đường thẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng (CMN) ?

- A. SD . B. AD . C. AB . D. CD .

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(2;0;-2)$ và $A(2;3;2)$. Mặt cầu (S) có tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

- A. $(x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 5$. B. $(x+2)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 25$.
C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 25$. D. $(x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[2;5]$. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn

$[2;5]$ thì $\int_2^5 f(x)dx$ bằng

- A. $F(2) - F(5)$. B. $F(5) - F(2)$. C. $f(5) - f(2)$. D. $F(2) + F(5)$.

Câu 10. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $S = 20$ và chiều cao $h = 9$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 180. B. 60. C. 90. D. 240.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{6}}(x-2) > \log_{\frac{1}{6}}(7-2x)$ là

- A. $(2;3)$. B. $(3;+\infty)$. C. $(-\infty;3)$. D. $\left(3;\frac{7}{2}\right)$.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai $d = 5$. Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là

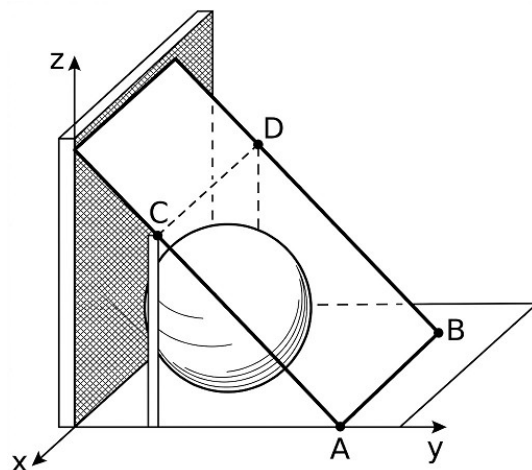
- A. $u_n = 3n - 1$. B. $u_n = 5n - 3$. C. $u_n = 6n - 4$. D. $u_n = 4n - 2$.

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho một bình chứa khí hình cầu K có đường kính $10m$ tiếp xúc với một bức tường thẳng đứng. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, trong đó mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, mặt phẳng (Oxz) là mặt tường thẳng đứng. Biết bình chứa tiếp xúc với mặt tường tại điểm $T(-6;0;5)$. Một tấm chắn hình chữ nhật được cố định xuống

đất tại các điểm $A\left(0;\frac{65}{4};0\right)$, $B\left(-12;\frac{65}{4};0\right)$ và được đỡ bằng các thanh chống thẳng đứng tại các điểm $C(0;5;15)$, $D(-12;5;15)$ (mỗi đơn vị trên trục tương ứng $1m$).

a) Phương trình tấm chắn là $4y + 3z - 65 = 0$.



b) Tấm chắn tạo với mặt đất một góc nhỏ hơn 70° .

c) Tâm I của hình cầu K có tọa độ là $(-6; -5; 5)$.

d) Mặt cầu tiếp xúc với tấm chắn.

Câu 2. Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 thỏ đen và 10 thỏ trắng. Chuồng II có 7 thỏ đen và 3 thỏ trắng. Đầu tiên, lấy ngẫu nhiên 1 con thỏ từ chuồng I cho sang chuồng II, sau đó từ chuồng II lấy ngẫu nhiên 2 con thỏ.

a) Xác suất lấy được thỏ đen ở chuồng II là $\frac{1}{2}$.

b) Xác suất lấy được 2 thỏ đen ở chuồng II là $\frac{14}{33}$.

c) Biết rằng đã lấy được 2 thỏ đen ở chuồng II, xác suất lấy được thỏ trắng ở chuồng I là $\frac{3}{5}$.

d) Biết rằng đã lấy được 1 thỏ đen và 1 thỏ trắng ở chuồng II, xác suất để trong hai con thỏ này không có con

nào từ chuồng I chuyển sang là $\frac{21}{80}$.

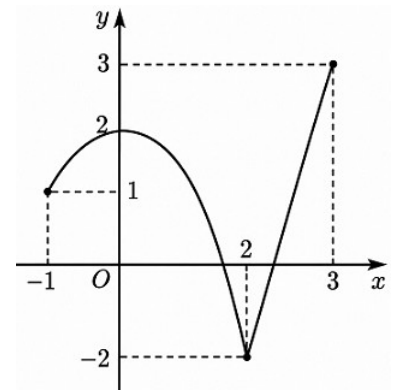
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$, có đồ thị là một phần của parabol và một phần là đoạn thẳng như trong hình bên dưới.

a) $f(2) = -2$.

b) Với $x \in [2; 3]$ thì $f(x) = -3x + 4$.

c) $\int_{-1}^2 f(x) dx > 0$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và các đường $x = -1; x = 3$ bằng $5,4$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$.

a) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$ với $x \neq -1$.

b) Hàm số đồng biến trên $\square$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ là $\frac{5}{3}$.

d) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại hai điểm A và B . Diện tích tam giác OAB bằng 1.

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Để bắc các cột kèo thuận tiện, người ta thiết lập một hệ trục $Oxyz$ hợp lý, đơn vị trên mỗi trục là một mét. Trong hệ tọa độ đó, từ điểm $M(3; -4; -5)$ người ta nhận thấy có thể bắc được thanh xà thẳng nối các cột

nằm trên các đường thẳng $d_1: \frac{x+4}{-5} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-2}{3}$ và $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+5}{-2}$. Khi đó đoạn thanh xà nối hai cột có độ dài bằng bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2. Phòng chăm sóc khách hàng của công ty A làm việc từ 8h00 sáng đến 20h00 mỗi ngày. Nhân viên trực tổng đài làm việc theo 2 ca, mỗi ca 8 tiếng, ca I từ 8h00 đến 16h00 và ca II từ 12h00 đến 20h00. Tiền lương của nhân viên được tính theo giờ và cho trong bảng dưới đây:

Khoảng thời gian làm việc	Tiền lương/giờ
8h00 đến 16h00	32 000 đồng
12h00 đến 20h00	30 000 đồng

Để chăm sóc khách hàng tốt nhất thì cần tối thiểu 2 nhân viên trong khoảng từ 12h00 đến 20h00, tối thiểu 10 nhân viên trong giờ cao điểm từ 12h00 đến 16h00 và không quá 9 nhân viên trong khoảng từ 8h00 đến 16h00. Do lượng khách hàng trong khoảng 8h00 đến 16h00 thường đông hơn nên phòng chăm sóc khách hàng cần số nhân viên ca I ít nhất phải gấp 1,5 lần số nhân viên của ca II. Công ty A muốn huy động số lượng nhân viên mỗi ca sao cho chi phí tiền lương mỗi ngày là ít nhất. Khi đó, chi phí tiền lương ít nhất mà công ty A phải trả cho nhân viên mỗi ngày là a (nghìn đồng). Giá trị của a bằng bao nhiêu?

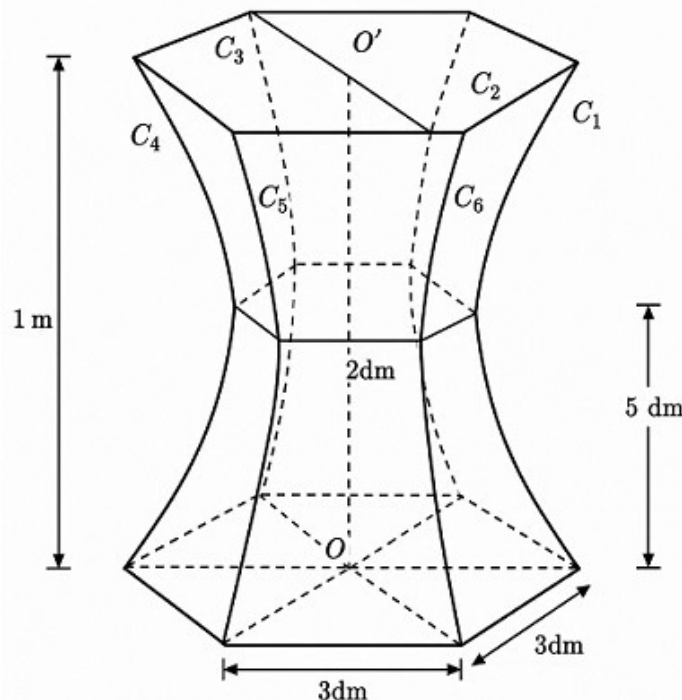
Câu 3. Có 30 bóng đèn được xếp thành 1 hàng ngang (đánh số thứ tự từ 1 đến 30) và được nối ngẫu nhiên vào 30 công tắc sao cho mỗi công tắc chỉ nối duy nhất với một bóng đèn. Ban đầu, tất cả các bóng đèn đều bật sáng. Tắt ngẫu nhiên 3 công tắc. Xác suất để giữa 2 bóng đèn tắt kế nhau bất kỳ không có đúng 2 bóng

sáng là $\frac{m}{n}$, với $m, n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m + n$.

Câu 4. Nuôi cấy nấm men thu sinh khối (protein, amino acid...), ứng dụng làm tế bào nhân trong công nghệ gen để sản xuất một số chất có hoạt tính sinh học mạnh (kháng sinh...). Giả sử số lượng tế bào của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hoá bằng hàm số

$P(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Đạo hàm của hàm số $y = P(t)$ biểu thị tốc độ tăng trưởng của quần thể nấm men (tính bằng tế bào/giờ) tại thời điểm t . Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quần thể có 30 tế bào và tốc độ sinh trưởng là 15 tế bào/giờ. Hỏi sau bao nhiêu giờ thì tốc độ sinh trưởng của quần thể nấm men đạt mức tối đa? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5. Một mô hình (H) cao 1m có dạng hình “chóp lục giác cong đều” như hình vẽ bên dưới. Hai đáy của (H) là hai hình lục giác đều bằng nhau tâm O và O' , cạnh bằng 3dm. Các cạnh bên của (H) là các sợi dây thép $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ nằm trên các đường hypebol có trục đối xứng OO' . Biết hình tạo bởi các đoạn giao tuyến của (H) với một mặt phẳng (α) vuông góc với OO' là một lục giác đều. Khi mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' thì lục giác đều có cạnh $l = 2dm$. Thể tích mô hình là bao nhiêu dm^3 ? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = \sqrt{2}a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi E là trung điểm cạnh AD . Gọi α là góc giữa SB và mặt phẳng (SCE) . Tính $\sin \alpha$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

--- HẾT ---

(Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm)

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	D	C	C	C	D	A	C	D	B	A	A	B

Phần II.

Câu	a)	b)	c)	d)
Câu 1	Đúng	Đúng	Sai	Sai
Câu 2	Sai	Đúng	Đúng	Sai
Câu 3	Đúng	Sai	Đúng	Đúng
Câu 4	Đúng	Sai	Đúng	Sai

Phần III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	3,74	2496	3721	0,92	147	0,6

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần I

Câu 1

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = -3x^2 - 2x + 8$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0$ và $x = 2$ là:

$$S = \int_0^2 |-3x^2 - 2x + 8| dx$$

Vì diện tích luôn lấy giá trị dương nên phải có dấu giá trị tuyệt đối đối với hàm số.

Chọn D.

Câu 2

Tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2 nên tam giác ABC là tam giác đều cạnh 2.

$$(\overline{AB}, \overline{AC}) = 60^\circ$$

Ta có:

$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ = 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 2$$

Do đó:

Chọn C.

Câu 3

$$(P): 2x + 3y - 4z + 2 = 0 \quad x, y, z$$

Mặt phẳng có một vector pháp tuyến là vector gồm các hệ số của:

$$\vec{n} = (2; 3; -4)$$

Chọn C.

Câu 4

Tổng số cây là 25.

Bảng tần số tích lũy:

Nhóm chiều cao	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)
Số cây	4	6	7	5	3
Tần số tích lũy	4	10	17	22	25

$$\frac{25}{2} = 12,5 \quad 10 < 12,5 < 17$$

Trung vị nằm ở vị trí khoảng , mà:

$$[20;30)$$

Vậy nhóm chứa trung vị là .

Chọn C.

Câu 5

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ta có:

Trên đường tròn lượng giác, các nghiệm là:

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{hoặc} \quad x = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Vậy:

Chọn **D**.

Câu 6

Từ bảng biến thiên:

- Hàm số giảm trên $(-\infty; -1)$.
- Hàm số tăng trên $(-1; 2)$.

$$x = -1$$

Do đó tại $x = -1$, hàm số đạt cực tiểu.

$$f'(-1) = -2$$

Giá trị cực tiểu là:

Chọn **A**.

Câu 7

Vì M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB nên trong tam giác SAB ta có: $MN \parallel AB$.

Mặt phẳng (CMN) chứa đường thẳng MN .

$$AB \parallel MN \quad MN \subset (CMN)$$

Suy ra $AB \parallel (CMN)$ và $AB \not\subset (CMN)$.

Do AB không nằm trong mặt phẳng (CMN) nên: $AB \parallel (CMN)$.

Chọn **C**.

Câu 8

$$I(2; 0; -2) \quad (x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = R^2$$

Mặt cầu có tâm $I(2; 0; -2)$ nên phương trình có dạng:

$$A(2;3;2) \quad R^2 = IA^2 = (2-2)^2 + (3-0)^2 + (2-(-2))^2 = 0 + 9 + 16 = 25$$

Vì mặt cầu đi qua nên:

$$(x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25$$

Vậy phương trình mặt cầu là:

Chọn **D**.

Câu 9

$$F(x) \quad f(x) \quad [2;5]$$

Vì là một nguyên hàm của trên đoạn nên theo công thức Newton-Leibniz:

$$\int_2^5 f(x)dx = F(5) - F(2)$$

Chọn **B**.

Câu 10

$$V = S.h$$

Thể tích khối lăng trụ được tính bởi công thức:

$$S = 20 \quad h = 9 \quad V = 20.9 = 180$$

Với , , ta có:

Chọn **A**.

Câu 11

$$\begin{cases} x-2 > 0 \\ 7-2x > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 2 \\ x < \frac{7}{2} \end{cases}$$

Điều kiện xác định: Suy ra:

$$2 < x < \frac{7}{2}$$

Nên điều kiện là:

$$\frac{1}{6} \quad 0 < \frac{1}{6} < 1$$

Vì cơ số thỏa mãn nên hàm số logarit nghịch biến.

$$\log_{\frac{1}{6}}(x-2) > \log_{\frac{1}{6}}(7-2x) \Leftrightarrow x-2 < 7-2x$$

Do đó:

$$\Leftrightarrow 3x < 9 \Leftrightarrow x < 3$$

$$2 < x < 3$$

Kết hợp điều kiện, ta được:

$$(2; 3)$$

Vậy tập nghiệm là

Chọn A.

Câu 12

$$u_1 = 2 \quad d = 5$$

Cấp số cộng có , công sai

$$u_n = u_1 + (n-1)d$$

Công thức số hạng tổng quát:

$$u_n = 2 + (n-1).5 = 2 + 5n - 5 = 5n - 3$$

Suy ra:

Chọn B.

Phần II

Câu 1

Ta có các điểm:

$$A\left(0; \frac{65}{4}; 0\right), B\left(-12; \frac{65}{4}; 0\right), C(0; 5; 15), D(-12; 5; 15)$$

$$4y + 3z - 65 = 0$$

a) Phương trình tam chắn là

A

Kiểm tra điểm :

$$4 \cdot \frac{65}{4} + 3 \cdot 0 - 65 = 65 - 65 = 0$$

C

Kiểm tra điểm :

$$4.5 + 3.15 - 65 = 20 + 45 - 65 = 0$$

B, D

Hai điểm cũng thỏa mãn phương trình này. Vậy tấm chắn nằm trong mặt phẳng:

$$4y + 3z - 65 = 0$$

Mệnh đề **đúng**.

70°

b) Tấm chắn tạo với mặt đất một góc nhỏ hơn .

$$(Oxy) : z = 0$$

$$\vec{n}_1 = (0; 0; 1)$$

Mặt đất là mặt phẳng , có vector pháp tuyến:

$$4y + 3z - 65 = 0$$

$$\vec{n}_2 = (0; 4; 3)$$

Tấm chắn có phương trình , có vector pháp tuyến:

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{3}{5}$$

φ

Gọi là góc giữa tấm chắn và mặt đất, ta có:

$$\varphi \approx 53,13^\circ < 70^\circ$$

Suy ra:

Mệnh đề **đúng**.

I

K

$$(-6; -5; 5)$$

c) Tâm của hình cầu có tọa độ là .

$$(Oxz)$$

$$y = 0$$

Mặt tường là mặt phẳng , tức là mặt phẳng .

$$T(-6; 0; 5)$$

$$10m$$

$$R = 5$$

Hình cầu tiếp xúc với mặt tường tại , đường kính bằng nên bán kính là: .

T

Tâm hình cầu nằm trên đường thẳng vuông góc với mặt tường tại . Vì bình chứa nằm phía trước mặt tường

$$I(-6; 5; 5)$$

nên tâm có tọa độ:

$$I(-6; -5; 5)$$

Do đó là sai.

Mệnh đề **sai**.

d) Mặt cầu tiếp xúc với tấm chắn.

$$I(-6; 5; 5)$$

$$4y + 3z - 65 = 0$$

Khoảng cách từ tâm đến mặt phẳng tấm chắn là:

$$d = \frac{|4 \cdot 5 + 3 \cdot 5 - 65|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{30}{5} = 6$$

$$R = 5$$

Bán kính hình cầu là .

$$d = 6 \neq 5$$

Vì nên mặt cầu không tiếp xúc với tấm chắn.

Mệnh đề **sai**.

Câu 2

$$\frac{5}{7} \quad \frac{10}{3}$$

Chuồng I có thỏ đen, thỏ trắng.

Chuồng II có thỏ đen, thỏ trắng.

Gọi:

- B : chuyển thỏ đen từ chuồng I sang chuồng II.
- T : chuyển thỏ trắng từ chuồng I sang chuồng II.

Ta có:

$$P(B) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$P(T) = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

$$11$$

Sau khi chuyển, chuồng II có con.

$$\frac{1}{2}$$

a) Xác suất lấy được thỏ đen ở chuồng II là .

Nếu hiểu là xác suất một con thỏ lấy ngẫu nhiên từ chuồng II là thỏ đen, ta có:

$$P = \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{11} + \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{11} = \frac{8+14}{33} = \frac{22}{33} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2}$$

Không bằng .

Mệnh đề **sai**.

$$\frac{14}{33}$$

2

b) Xác suất lấy được thỏ đen ở chuồng II là .

8

3

Nếu chuyển thỏ đen sang chuồng II, chuồng II có thỏ đen, thỏ trắng.

$$\frac{C_8^2}{C_{11}^2} = \frac{28}{55}$$

2

Xác suất lấy được thỏ đen là: .

7

4

Nếu chuyển thỏ trắng sang chuồng II, chuồng II có thỏ đen, thỏ trắng.

$$\frac{C_7^2}{C_{11}^2} = \frac{21}{55}$$

2

Xác suất lấy được thỏ đen là: .

$$P = \frac{1}{3} \cdot \frac{28}{55} + \frac{2}{3} \cdot \frac{21}{55} = \frac{28+42}{165} = \frac{70}{165} = \frac{14}{33}$$

Vậy xác suất cần tìm là: .

Mệnh đề **đúng**.

$$\frac{3}{5}$$

2

c) Biết rằng đã lấy được thỏ đen ở chuồng II, xác suất lấy được thỏ trắng ở chuồng I là .

2

Ta cần tính xác suất đã chuyển thỏ trắng từ chuồng I sang chuồng II, biết rằng sau đó lấy được thỏ đen.

$$P = \frac{14}{33}$$

2

Theo câu b), xác suất lấy được thỏ đen là: .

$$P_T = \frac{2}{3} \cdot \frac{21}{55} = \frac{42}{165}$$

Xác suất chuyển thỏ trắng và sau đó lấy được 2 thỏ đen là:

$$\frac{P_T}{P} = \frac{\frac{42}{165}}{\frac{14}{33}} = \frac{42}{165} \cdot \frac{33}{14} = \frac{3}{5}$$

Vậy xác suất cần tìm là:

Mệnh đề **đúng**.

d) Biết rằng đã lấy được 1 thỏ đen và 1 thỏ trắng ở chuồng II, xác suất để trong hai con thỏ này không có con nào từ chuồng I chuyển sang là $\frac{21}{80}$.

Gọi E là biến cố lấy được 1 thỏ đen và 1 thỏ trắng ở chuồng II.

Nếu chuyển thỏ đen sang chuồng II, chuồng II có 8 đen, 3 trắng:

$$P(E|B) = \frac{8 \cdot 3}{C_{11}^2} = \frac{24}{55}$$

Nếu chuyển thỏ trắng sang chuồng II, chuồng II có 7 đen, 4 trắng:

$$P(E|T) = \frac{7 \cdot 4}{C_{11}^2} = \frac{28}{55}$$

Do đó:

$$P(E) = \frac{1}{3} \cdot \frac{24}{55} + \frac{2}{3} \cdot \frac{28}{55} = \frac{80}{165} = \frac{16}{33}$$

Gọi F là biến cố trong hai con thỏ lấy ra không có con nào là con vừa chuyển từ chuồng I sang.

Dù chuyển thỏ đen hay thỏ trắng, để lấy 1 đen và 1 trắng nhưng không lấy con vừa chuyển, ta phải lấy trong số thỏ ban đầu của chuồng II: 7 thỏ đen và 3 thỏ trắng.

$$P(F \cap E) = \frac{7.3}{C_{11}^2} = \frac{21}{55}$$

Vì vậy:

$$P(F|E) = \frac{P(F \cap E)}{P(E)} = \frac{\frac{21}{55}}{\frac{16}{33}} = \frac{21}{55} \cdot \frac{33}{16} = \frac{63}{80}$$

Suy ra:

$$\frac{21}{80}$$

Không phải .

Mệnh đề **sai**.

Câu 3

Từ đồ thị, trên đoạn $[-1; 2]$, đồ thị là parabol có đỉnh $(0; 2)$ và đi qua các điểm $(-1; 1)$ $(2; -2)$.

$$[-1; 2] \quad f(x) = 2 - x^2$$

Suy ra trên đoạn :

Trên đoạn $[2; 3]$, đồ thị là đoạn thẳng đi qua hai điểm $(2; -2)$ $(3; 3)$ và .

$$k = \frac{3 - (-2)}{3 - 2} = 5$$

Hệ số góc của đoạn thẳng là:

$$[2; 3] \quad f(x) = 5x - 12$$

Vậy trên đoạn :

$$f(2) = -2$$

a) .

$$x = 2 \quad f(2) = -2$$

Từ đồ thị, tại $x = 2$ thì $f(2) = -2$.

Mệnh đề **đúng**.

$$x \in [2; 3] \quad f(x) = -3x + 4$$

b) Với $x \in [2; 3]$ thì $f(x) = -3x + 4$.

$$[2; 3] \quad f(x) = 5x - 12$$

Trên đoạn $[2; 3]$, ta có:

$$f(x) = -3x + 4$$

Không phải

Mệnh đề **sai**.

$$\int_{-1}^2 f(x) dx > 0$$

c) .

$$[-1; 2] \quad f(x) = 2 - x^2$$

Trên đoạn :

$$\int_{-1}^2 f(x) dx = \int_{-1}^2 (2 - x^2) dx = \left(2x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2$$

Do đó:

$$\int_{-1}^2 f(x) dx = \left(4 - \frac{8}{3} \right) - \left(-2 + \frac{1}{3} \right) = \frac{4}{3} + \frac{5}{3} = 3 > 0$$

Tính được:

Mệnh đề **đúng**.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và các đường $x = -1; x = 3$ bằng 5,4

$$[-1; 2] \quad f(x) = 2 - x^2 \quad x = \sqrt{2}$$

Trên đoạn , cắt trục hoành tại .

$$S_1 = \int_{-1}^{\sqrt{2}} (2 - x^2) dx - \int_{\sqrt{2}}^2 (2 - x^2) dx$$

Diện tích phần này là:

$$S_1 = \frac{1 + 8\sqrt{2}}{3}$$

Tính được:

$$[2; 3] \quad f(x) = 5x - 12$$

Trên đoạn , cắt trục hoành tại:

$$5x - 12 = 0 \Rightarrow x = \frac{12}{5}$$

$$S_2 = \int_{\frac{2}{5}}^{\frac{12}{5}} (12 - 5x) dx + \int_{\frac{12}{5}}^3 (5x - 12) dx$$

Diện tích phần này là: .

$$S_2 = \frac{13}{10}$$

Tính được: .

$$S = S_1 + S_2 = \frac{1+8\sqrt{2}}{3} + \frac{13}{10} \approx 5,4045$$

Vậy tổng diện tích là: .

$$S \approx 5,4$$

Làm tròn đến hàng phần chục được: .

Mệnh đề **đúng**.

Câu 4

$$y = f(x) = \frac{2x+1}{x+1} \quad x \neq -1$$

Cho hàm số: , với .

$$f(x) = 2 - \frac{1}{x+1}$$

Ta viết lại: .

$$f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} \quad x \neq -1$$

a) Đạo hàm của hàm số là với .

$$f'(x) = 0 + \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

Ta có: .

Mệnh đề **đúng**.

□

b) Hàm số đồng biến trên .

$$x = -1$$

□

Hàm số không xác định tại , nên không thể đồng biến trên toàn bộ .

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 0 \quad x_1 < x_2$$

Hơn nữa, lấy , ta có nhưng:

$$f(-2) = \frac{-4+1}{-2+1} = 3 \quad f(0) = 1$$

$$f(-2) > f(0) \quad \square$$

Do đó , không thỏa mãn tính đồng biến trên .

Mệnh đề **sai**.

$$y = f(x) \quad [0;2] \quad \frac{5}{3}$$

c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn là .

$$[0;2] \quad f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} > 0$$

Trên đoạn , ta có: .

$$[0;2]$$

Vậy hàm số đồng biến trên .

$$x = 2$$

Do đó giá trị lớn nhất đạt tại :

$$f(2) = \frac{2 \cdot 2 + 1}{2 + 1} = \frac{5}{3}$$

Mệnh đề **đúng**.

$$y = f(x) \quad x = 1$$

d) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại hai điểm và . Diện tích tam giác bằng .

Ta có:

$$f(1) = \frac{2 \cdot 1 + 1}{1 + 1} = \frac{3}{2} \quad f'(1) = \frac{1}{(1+1)^2} = \frac{1}{4}$$

$$x = 1 \quad y - \frac{3}{2} = \frac{1}{4}(x - 1)$$

Phương trình tiếp tuyến tại là: .

$$y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$$

Suy ra: .

Giao điểm với trục hoành:

$$0 = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \Rightarrow x = -5$$

$$A(-5; 0)$$

Vậy

Giao điểm với trục tung:

$$x = 0 \Rightarrow y = \frac{5}{4}$$

$$B\left(0; \frac{5}{4}\right)$$

Vậy

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{5}{4} = \frac{25}{8}$$

Diện tích tam giác là:

Không bằng

Mệnh đề **sai**.

Phần III

Câu 1

Gọi thanh xà cắt lần lượt tại d_1, d_2 và đi qua điểm $M(3; -4; -5)$

Đặt:

$$A \in d_1 \Rightarrow A(-4 - 5s; 4 + 2s; 2 + 3s)$$

$$B \in d_2 \Rightarrow B(1 - t; 2 + 3t; -5 - 2t)$$

$$M = A + \lambda(B - A)$$

Vì thẳng hàng nên tồn tại sao cho:

$$\begin{cases} 3 = -4 - 5s + \lambda(5 + 5s - t) \\ -4 = 4 + 2s + \lambda(-2 - 2s + 3t) \\ -5 = 2 + 3s + \lambda(-7 - 3s - 2t) \end{cases}$$

Từ đó ta có hệ:

$$s = -1, \quad t = -1, \quad \lambda = 2$$

Giải hệ được:

$$A(1; 2; -1), \quad B(2; -1; -3)$$

Suy ra:

$$AB = \sqrt{(2-1)^2 + (-1-2)^2 + (-3+1)^2}$$

Độ dài thanh xà là:

$$AB = \sqrt{1 + 9 + 4} = \sqrt{14} \approx 3,74$$

$$3,74m$$

Vậy độ dài đoạn thanh xà là

Câu 2

Gọi:

- x là số nhân viên ca I.
- y là số nhân viên ca II.

Ca I làm từ 8h00 đến 16h00, mỗi người nhận:

$$8.32 = 256$$

nghìn đồng.

Ca II làm từ 12h00 đến 20h00, mỗi người nhận:

$$8.30 = 240$$

nghìn đồng.

Chi phí cần tối thiểu là:

$$T = 256x + 240y$$

nghìn đồng.

Theo đề bài:

$$y \geq 2$$

- Từ 16h00 đến 20h00 chỉ có ca II nên

$$x + y \geq 10$$

- Giờ cao điểm 12h00 đến 16h00 cần ít nhất 10 nhân viên nên

$$x \leq 9$$

- Số nhân viên ca I không quá 9 nên

$$1,5$$

$$x \geq 1,5y$$

- Số nhân viên ca I ít nhất gấp lần số nhân viên ca II nên

$$x, y \in \mathbb{Z}^+$$

T

Ta cần tìm để nhỏ nhất.

$$x + y = 10$$

Vì cả hai loại chi phí đều dương nên để chi phí nhỏ nhất, ưu tiên xét

$$x = 10 - y$$

Khi đó:

$$x \geq 1,5y$$

Điều kiện trở thành:

$$10 - y \geq 1,5y \Rightarrow 10 \geq 2,5y \Rightarrow y \leq 4$$

y

Do ca II rẻ hơn ca I nên muốn chi phí nhỏ nhất thì chọn lớn nhất, tức là:

$$y = 4, \quad x = 6$$

Kiểm tra:

$$x + y = 10, \quad x = 6 \leq 9, \quad x = 6 = 1,5y$$

$$T = 256.6 + 240.4 = 1536 + 960 = 2496$$

Chi phí nhỏ nhất là:

nghìn đồng.

$$a = 2496$$

Vậy

Câu 3

Việc nối ngẫu nhiên 30 bóng đèn với 30 công tắc rồi tắt ngẫu nhiên 3 công tắc tương đương với việc chọn ngẫu nhiên 3 bóng đèn bị tắt trong 30 bóng.

$$C_{30}^3 = 4060$$

Tổng số cách chọn 3 bóng tắt là:

$$1 \leq a < b < c \leq 30$$

Gọi vị trí 3 bóng tắt là:

3

Giữa hai bóng đèn tắt liên tiếp có đúng 2 bóng sáng khi khoảng cách giữa hai vị trí tắt là .

Do đó cần loại các trường hợp:

$$b - a = 3 \quad c - b = 3$$

hoặc

$$b - a = 3$$

Số cách có :

$$a = 1, 2, \dots, 27$$

$$a \quad b = a + 3 \quad c > a + 3$$

Với mỗi , ta có , còn .

$$26 + 25 + \dots + 1 + 0 = 351$$

Số cách là:

$$c - b = 3 \quad 351$$

Tương tự, số cách có cũng bằng .

$$b - a = 3, \quad c - b = 3$$

Số cách đồng thời có:

$$(a, b, c) = (a, a + 3, a + 6) \quad a = 1, 2, \dots, 24$$

là: , với .

24

Có cách.

$$351 + 351 - 24 = 678$$

Vậy số cách không thỏa mãn là:

$$4060 - 678 = 3382$$

Số cách thỏa mãn là:

$$\frac{3382}{4060} = \frac{1691}{2030}$$

Xác suất cần tìm là:

$$m = 1691, \quad n = 2030$$

Do đó:

$$m + n = 1691 + 2030 = 3721$$

Suy ra:

Câu 4

$$P(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$$

Ta có:

$$P'(t) = \frac{0,75ae^{-0,75t}}{(b + e^{-0,75t})^2}$$

Đạo hàm:

$$t = 0$$

Tại , quần thể có 30 tế bào nên:

$$P(0) = 30 \Rightarrow \frac{a}{b+1} = 30.$$

Tốc độ sinh trưởng ban đầu là 15 tế bào/giờ nên:

$$P'(0) = 15 \Rightarrow \frac{0,75a}{(b+1)^2} = 15.$$

$$\frac{a}{b+1} = 30 \quad a = 30(b+1)$$

Từ , suy ra

Thay vào phương trình đạo hàm:

$$\frac{0,75 \cdot 30(b+1)}{(b+1)^2} = 15 \Rightarrow \frac{22,5}{b+1} = 15$$

$$\Rightarrow b+1 = 1,5 \Rightarrow b = 0,5$$

$$u = e^{-0,75t}$$

Đặt:

$$P'(t) = 0,75a \cdot \frac{u}{(b+u)^2}$$

Khi đó:

$$g(u) = \frac{u}{(b+u)^2}$$

Xét hàm:

$$g'(u) = \frac{b-u}{(b+u)^3}$$

Ta có:

$$g(u) \quad u = b = 0,5$$

Vậy đạt giá trị lớn nhất khi:

$$e^{-0,75t} = 0,5$$

Suy ra:

$$\Rightarrow -0,75t = \ln 0,5 = -\ln 2 \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{0,75} \approx 0,92$$

$$0,92$$

Vậy sau khoảng **giờ** thì tốc độ sinh trưởng đạt mức tối đa.

Câu 5

$$1m = 10dm$$

Đổi đơn vị:

$$Oz \quad OO' \quad OO' \quad z \in [-5; 5]$$

Gọi trục trùng với , gốc tọa độ tại trung điểm của . Khi đó:

Mặt phẳng vuông góc với cắt mô hình theo một lục giác đều. Gọi cạnh của lục giác đều tại độ cao $l(z)$ là

Vì các cạnh bên nằm trên hypebol và mô hình đối xứng qua trung điểm OO' , ta có dạng:

$$\frac{l^2}{p^2} - \frac{z^2}{q^2} = 1$$

Tại trung điểm của OO' , tức $z = 0$, $2dm$ $l(0) = 2 \Rightarrow p = 2$ nên:

Tại hai đáy, $z = \pm 5$, $3dm$ nên:

$$\frac{3^2}{2^2} - \frac{5^2}{q^2} = 1 \Rightarrow \frac{9}{4} - \frac{25}{q^2} = 1 \Rightarrow \frac{25}{q^2} = \frac{5}{4} \Rightarrow q^2 = 20$$

$$\frac{l^2}{4} - \frac{z^2}{20} = 1 \Rightarrow l^2 = 4 + \frac{z^2}{5}$$

Do đó:

$$S(z) = \frac{3\sqrt{3}}{2} l^2$$

Diện tích lục giác đều cạnh l là:

$$S(z) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \left(4 + \frac{z^2}{5} \right)$$

Suy ra:

$$V = \int_{-5}^5 S(z) dz$$

Thể tích mô hình là:

$$V = \int_{-5}^5 \frac{3\sqrt{3}}{2} \left(4 + \frac{z^2}{5} \right) dz$$

$$V = \frac{3\sqrt{3}}{2} \left(40 + \frac{1}{5} \cdot \frac{250}{3} \right)$$

$$V = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{170}{3}$$

$$V = 85\sqrt{3} \approx 147,22$$

$$V \approx 147 dm^3$$

Làm tròn đến hàng đơn vị:

Câu 6

$ABCD$

Oxy

Chọn hệ tọa độ sao cho đáy $ABCD$ nằm trên mặt phẳng Oxy :

$$A(0; 0; 0), \quad B(2a; 0; 0), \quad D(0; \sqrt{2}a; 0), \quad C(2a; \sqrt{2}a; 0)$$

Vì tam giác SAB đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên: $S(a; 0; \sqrt{3}a)$.

Trung điểm E của AD là: $E\left(0; \frac{\sqrt{2}a}{2}; 0\right)$.

Ta có vector chỉ phương của SB : $\overrightarrow{SB} = B - S = (a; 0; -\sqrt{3}a)$.

Mặt phẳng (SCE) có hai vector chỉ phương:

$$\overrightarrow{SC} = C - S = (a; \sqrt{2}a; -\sqrt{3}a)$$

$$\overrightarrow{SE} = E - S = \left(-a; \frac{\sqrt{2}a}{2}; -\sqrt{3}a\right)$$

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (SCE) là: $\vec{n} = \overrightarrow{SC} \times \overrightarrow{SE}$.

$$\vec{n} = \left(-\frac{\sqrt{6}}{2}a^2; 2\sqrt{3}a^2; \frac{3\sqrt{2}}{2}a^2\right)$$

Tính được:

Gọi α là góc giữa SB và mặt phẳng (SCE) . Khi đó: $\sin \alpha = \frac{|\overrightarrow{SB} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{SB}| \cdot |\vec{n}|}$.

$$|\overrightarrow{SB}| = 2a \quad |\vec{n}| = 3\sqrt{2}a^2 \quad |\overrightarrow{SB} \cdot \vec{n}| = 2\sqrt{6}a^3$$

Ta có:

$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}a^3}{2a \cdot 3\sqrt{2}a^2} \quad \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,577$$

Do đó:

$$\sin \alpha \approx 0,6$$

Làm tròn đến hàng phần chục:

$$0,6$$

Vậy đáp án là .

