

SỞ GD & ĐT GIA LAI
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG
 (Đề thi có 04 trang)

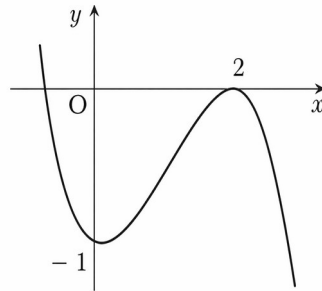
KÌ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026
MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề.

Họ và tên: Số báo danh: **Mã đề 1203**

Phần I. Thí sinh trả lời câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số đạt cực tiểu tại



- A. $x = 0$. B. $x = -4$. C. $x = 2$. D. $y = -4$.

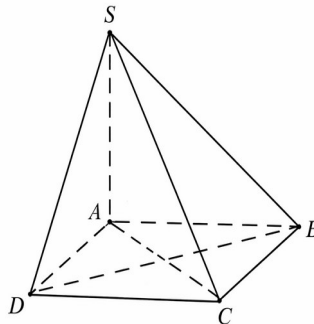
Câu 2. Công ty A thống kê mức lương hàng tháng của các nhân viên (đơn vị: triệu đồng) được kết quả sau:

Mức lương	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)
Số nhân viên	15	12	8	10	3	2

Tính tứ phân vị thứ ba Q_3 (đơn vị: triệu đồng) của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. 18,25. B. 18,5. C. 20,8. D. 26,25.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc $(ABCD)$ (xem hình dưới). Khẳng định nào sau đây sai?



- A. $SA \perp AC$. B. $BD \perp SC$. C. $BC \perp SB$. D. $SA \perp CD$.

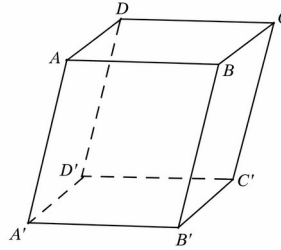
Câu 4. Tập nghiệm của phương trình $2\sin x - 1 = 0$ là

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{5\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, \frac{2\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-2}{-2}$. Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ ?

- A. $\vec{u}_3 = (-5; 4; 2)$. B. $\vec{u}_1 = (5; -2; -1)$. C. $\vec{u}_4 = (-3; 1; 2)$. D. $\vec{u}_2 = (3; -1; -2)$.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới). Phát biểu nào sau đây là đúng?



- A. $\vec{AA'} - \vec{CB} = \vec{BA}$. B. $\vec{AA'} - \vec{CD} = \vec{BA}$. C. $\vec{AA'} - \vec{CD} = \vec{DC}$. D. $\vec{AA'} - \vec{CD} = \vec{AB'}$.

Câu 7. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + 1$ là

- A. $\frac{1}{3}x^4 + C$. B. $\frac{1}{4}x^4 + C$. C. $3x^2 + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + x + C$.

Câu 8. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục hoành hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ ($f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$), trục Ox , 2 đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bằng công thức nào sau đây?

- A. $V = \int_a^b f^2(x) dx$. B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi \int_a^b x^2 f(y) dy$. D. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3, u_5 = -13$. Công sai d của cấp số cộng bằng

- A. -2. B. 4. C. 2. D. -4.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_3(5x) = 3$ là:

- A. $x = 8$. B. $x = \frac{27}{5}$. C. $x = \frac{9}{5}$. D. $x = \frac{8}{5}$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = 4$, tam giác ABC có $AB = 2, AC = 4$ và $\angle CAB = 60^\circ$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $8\sqrt{3}$. D. 8.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$ và phương trình mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z - 1 = 0$. Mặt phẳng (α) đi qua A và song song (P) có phương trình nào dưới đây?

- A. $x + y + z - 3 = 0$. B. $3x + 2y - z + 4 = 0$. C. $3x + 2y - z - 4 = 0$. D. $3x + 2y - z - 3 = 0$.

Phần II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $g(x) = -\frac{x^3}{3} + 16x + 2$

a) Hàm số đã cho có đạo hàm là $g'(x) = -x^2 + 16$

b) Phương trình $g'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{4\}$

c) $g(4) = \frac{134}{3}$

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[-5; 5]$ bằng $\frac{134}{3}$.

Câu 2. Trong nuôi trồng thủy sản, một loại thuốc được sử dụng để xử lý nước. Sau khi sử dụng, nồng độ thuốc tồn dư trong nước giảm dần theo thời gian. Giả sử nồng độ thuốc tồn dư $C(t)$ (đơn vị: mg/lít) tại thời điểm t ngày ($t \geq 0$) thỏa mãn $C'(t) = kC(t), k \neq 0$. Biết rằng: $C(0) = 20, C(3) = 5$.

a) $C(t) = 20e^{kt}$.

b) $k = -\frac{\ln 4}{3}$.

c) $C(6) = \frac{5}{2}$.

d) Nồng độ thuốc tồn dư sau 4 ngày nhỏ hơn 3 mg/lít.

Câu 3. Một hệ thống phát hiện cuộc gọi rác trên điện thoại hoạt động dựa trên dữ liệu lịch sử của cuộc gọi. Sau một thời gian, người ta thống kê được:

* Có 30% số cuộc gọi bị đánh dấu là "cuộc gọi rác".

* Trong số các cuộc gọi bị đánh dấu, có 15% thực tế không phải là cuộc gọi rác. Trong số các cuộc gọi không bị đánh dấu, có 2% là cuộc gọi rác.

Chọn ngẫu nhiên một cuộc gọi.

a) Xác suất để cuộc gọi không bị đánh dấu là 0,70.

b) Xác suất để cuộc gọi không phải là cuộc gọi rác, biết rằng nó không bị đánh dấu, là 0,98.

c) Xác suất để cuộc gọi không phải là cuộc gọi rác bằng 0,80.

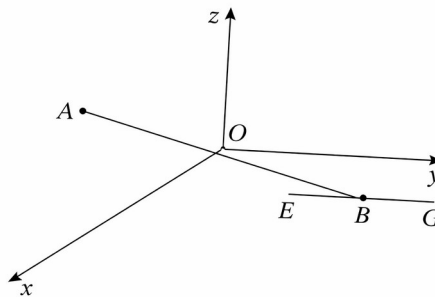
d) Xác suất để cuộc gọi không bị đánh dấu, biết rằng nó không phải là cuộc gọi rác, lớn hơn 0,90.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang

ở vị trí $A\left(2; -\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B\left(\frac{7}{2}; 8; 0\right)$ trên đường băng EG (hình vẽ), mặt đất là mặt

phẳng (Oxy) . Các khẳng định sau đúng hay sai?

(Hình vẽ hệ trục $Oxyz$ với các điểm A, B, E, G)



$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -\frac{1}{2} + 17t \\ z = \frac{3}{2} - 3t \end{cases}$$

a) Phương trình đường thẳng AB là

b) Biết góc trượt α là góc giữa đường bay AB và mặt đất, khi đó $4,5^\circ < \alpha < 5,5^\circ$.

c) Có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng (Q) qua ba điểm $M(2; 0; 0), N(0; -2; 0), P\left(0; 0; \frac{1}{2}\right)$.

Vị trí mà máy bay xuyên qua mặt phẳng (Q) để hạ cánh là điểm $I(a; b; c)$. Giá trị của $1212a - 512b + 816c$ bằng 2026.

d) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm đầu của đường băng ở độ cao tối thiểu là 120m. Giả sử điểm đầu của đường băng là $E\left(\frac{7}{2}; 6; 0\right)$ và sau khi bay khỏi đám mây, vị trí của máy bay đạt độ cao 120m là ở vị trí D . Khi đó người phi công đạt được quy định an toàn. Biết rằng tầm nhìn của phi công sau khi ra khỏi đám mây là 900m (Nguồn: R.Larson and B.Edwards, Calculus 10e, Cengage, 2014).

Phần III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong một nhà hàng, mỗi tuần để chế biến x phần ăn ($x \in \mathbb{N}^*, 30 \leq x \leq 120$) thì chi phí trung bình (đơn vị: nghìn đồng) của mỗi phần ăn được cho bởi công thức:

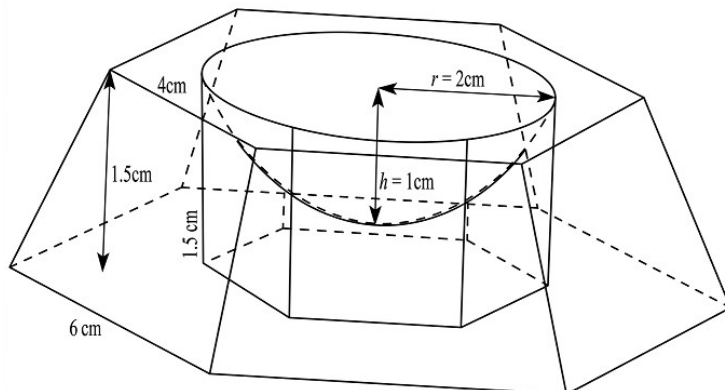
$$F(x) = 2x - 230 + \frac{7200}{x}$$

Nhà hàng niêm yết giá bán trên thực đơn cho một phần ăn là 120 nghìn đồng. Nhà hàng đặt mục tiêu lợi nhuận thu được khi bán hết x phần ăn trong một tuần là 7 triệu đồng. Hỏi nhà hàng phải bán được ít nhất bao nhiêu phần ăn trong một tuần để đạt được mục tiêu trên?

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $A, AB = 14, AC = 7$. Tam giác SAB đều và $(SAB) \perp (ABC)$. Gọi H, N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng HN và SC (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 3. Một thương nhân sử dụng 160 triệu đồng tiền vốn để mua tối đa 10 tấn trái cây. Thương nhân đó mua hai loại trái cây là A với giá 12 triệu đồng/tấn và B với giá 20 triệu đồng/tấn. Lợi nhuận thương nhân đó thu được khi bán 1 tấn trái cây loại A là 1,5 triệu đồng, 1 tấn trái cây loại B là 2,2 triệu đồng. Hỏi lợi nhuận lớn nhất mà thương nhân đó nhận được sau khi bán hết số trái cây mua về là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 4. Người ta làm một vật trang trí từ một khối chóp cụt lục giác đều, với cạnh đáy lớn bằng 6 cm, cạnh đáy nhỏ bằng 4 cm và chiều cao bằng 1,5 cm. Tại tâm của đáy nhỏ, người ta khoét đi một khối chòm cầu có chiều cao bằng 1 cm và bán kính đường tròn đáy bằng 2 cm (xem hình vẽ bên dưới). Thể tích của vật trang trí đó bằng bao nhiêu centimét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)?
(Hình vẽ khối chóp cụt lục giác và chòm cầu bị khoét)



Câu 5. Cho một bảng ô vuông kích thước 3×3 như hình vẽ. Điền ngẫu nhiên 9 số thuộc tập hợp $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ vào 9 ô vuông trong bảng (mỗi ô điền một số khác nhau). Gọi C là biến cố

"mỗi hàng, mỗi cột bất kỳ trong bảng đều có ít nhất một số lẻ". Biết xác suất $P(C) = \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó $a - b$ bằng bao nhiêu?

Câu 6. Một bảng hiệu quảng cáo ô vuông 3×3 , các ô của bảng được đánh tọa độ theo cột và hàng: ô $(i; j)$ nằm trên cột thứ i từ trái qua phải và trên hàng thứ j từ dưới lên trên. Người ta muốn đặt 4 bóng đèn vào các ô của bảng, mỗi ô có không quá một bóng đèn, thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau:

- Mỗi hàng và mỗi cột đều có ít nhất một bóng đèn;
- Mỗi bóng đèn nằm cùng hàng hoặc cùng cột với ít nhất một bóng đèn khác.

Gọi T là số cách đặt 4 bóng đèn vào bảng thỏa mãn các điều kiện trên. (Hai cách đặt bóng đèn được coi là khác nhau nếu có một ô $(i; j)$ có bóng đèn trong một cách đặt nhưng không có bóng đèn trong cách đặt còn lại). Tính giá trị biểu thức $\frac{T}{3} + 2026$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	D	B	A	A	D	D	B	D	B	C	C

Phần II.

Câu	a	b	c	d
1	Đ	S	Đ	Đ
2	Đ	Đ	S	S
3	Đ	Đ	S	Đ
4	Đ	S	S	S

Phần III.

Câu	Đáp án
1	64
2	3,03
3	18,5 triệu đồng
4	91,9
5	-9
6	2029

GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

Phần I. Giải chi tiết

Câu 1

Từ đồ thị trong đề, hàm số đạt cực tiểu tại điểm có hoành độ $x = 0$.

Chọn A.

Câu 2

Bảng tần số cho các lớp lương là $[10;15), [15;20), [20;25), [25;30), [30;35), [35;40)$ với tần số lần lượt là 15, 12, 8, 10, 3, 2. Tổng số nhân viên là $N = 15 + 12 + 8 + 10 + 3 + 2 = 50$. Vị trí tứ phân vị ba là

$$\frac{3N}{4} = \frac{3 \cdot 50}{4} = 37,5$$

Tần số tích lũy là 15, 27, 35, 45, 48, 50, nên Q_3 nằm trong lớp $[25;30)$. Khi đó $L = 25$, $h = 5$, $F = 35$,

$$f = 10. \text{ Suy ra } Q_3 = L + \frac{\frac{3N}{4} - F}{f} \cdot h = 25 + \frac{37,5 - 35}{10} \cdot 5 = 26,25$$

Chọn D.

Câu 3

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp AC$ và $SA \perp CD$, do đó A và D đúng.

Do đáy $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AB \perp BC$. Lại có $SA \perp BC$ vì $SA \perp (ABCD)$. Vậy BC vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau AB và SA thuộc mặt phẳng (SAB) , suy ra $BC \perp (SAB)$, nên $BC \perp SB$. Vì thế C đúng.

Khẳng định sai là $BD \perp SC$.

Chọn B.

Câu 4

Ta có $2 \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2}$. Suy ra $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ hoặc $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$, với $k \in \mathbb{Z}$.

Chọn A.

Câu 5

Đường thẳng Δ có dạng $\frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-2}{-2}$ nên một vector chỉ phương là $\vec{u} = (5; -4; -2)$. Mọi vector cùng phương với nó đều được. Phương án A là $(-5; 4; 2)$, cùng phương với $(5; -4; -2)$.

Chọn A.

Câu 6

Vì $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ nên

$$\overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB'}$$

Câu 7

$$\int (x^3 + 1) dx = \frac{x^4}{4} + x + C$$

Chọn D.

Câu 8

Thể tích khối tròn xoay tạo bởi miền giới hạn bởi $y = f(x)$, trục Ox , $x = a$, $x = b$ khi quay quanh trục hoành là (Text translation failed).

Chọn B.

Câu 9

Với cấp số cộng, $u_n = u_1 + (n-1)d$. Ta có $u_5 = u_1 + 4d$. Theo đề, $u_1 = 3$, $u_5 = -13$, nên $-13 = 3 + 4d \Rightarrow 4d = -16 \Rightarrow d = -4$.

Chọn D.

Câu 10

$$\log_3(5x) = 3 \Rightarrow 5x = 3^3 = 27 \Rightarrow x = \frac{27}{5}$$

Ta có

Chọn B.

Câu 11

Diện tích đáy của lăng trụ là diện tích tam giác ABC : $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.

Chiều cao lăng trụ là $BB' = 4$, nên thể tích là $V = S_{ABC} \cdot BB' = 2\sqrt{3} \cdot 4 = 8\sqrt{3}$.

Chọn C.

Câu 12

Mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z - 1 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (3; 2; -1)$. Mặt phẳng (α) song song với (P) nên có dạng $3x + 2y - z + d = 0$.

Vì (α) đi qua $A(1; 1; 1)$ nên $3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 1 + d = 0 \Rightarrow 4 + d = 0 \Rightarrow d = -4$. Vậy $(\alpha): 3x + 2y - z - 4 = 0$.

Chọn C.

Phần II. Đúng/Sai

Câu 1

Cho $g(x) = -\frac{x^3}{3} + 16x + 2$.

a) $g'(x) = -x^2 + 16$, nên mệnh đề đúng.

b) $g'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 16 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 4$. Tập nghiệm là $\{-4; 4\}$, không phải 4 , nên sai.

c) $g(4) = -\frac{64}{3} + 64 + 2 = \frac{-64 + 192 + 6}{3} = \frac{134}{3}$, nên đúng.

d) Trên đoạn $[-5; 5]$, xét các điểm quan trọng $x = -5, -4, 4, 5$. Ta có $g(-5) = \frac{-109}{3}$, $g(-4) = \frac{-122}{3}$, $g(4) = \frac{134}{3}$, $g(5) = \frac{121}{3}$. Giá trị lớn nhất là $\frac{134}{3}$, nên đúng.

Kết luận: **Đ, S, Đ, Đ.**

Câu 2

Theo đề, $C'(t) = kC(t)$ với $k \neq 0$, $C(0) = 20$, $C(3) = 5$.

Nghiệm của phương trình vi phân là $C(t) = Ae^{kt}$. Từ $C(0) = 20$ suy ra $A = 20$, nên $C(t) = 20e^{kt}$.

a) Đúng.

b) Từ $C(3) = 5$ suy ra $20e^{3k} = 5 \Rightarrow e^{3k} = \frac{1}{4} \Rightarrow 3k = \ln \frac{1}{4} = -\ln 4 \Rightarrow k = -\frac{\ln 4}{3}$. Đúng.

c) $C(6) = 20e^{6k} = 20\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$, không phải giá trị nêu trong đề, nên sai.

d) $C(4) = 20e^{4k} = 20 \cdot 4^{-4/3} \approx 3,15 > 3$, nên khẳng định “sau 4 ngày nhỏ hơn 3 mg/lít” là sai.

Kết luận: **Đ, Đ, S, S.**

Câu 3

Gọi M là biến cố “cuộc gọi bị đánh dấu”, R là biến cố “cuộc gọi rác”.

Theo đề: $P(M) = 0,30$, nên $P(\bar{M}) = 0,70$. Trong số các cuộc gọi bị đánh dấu, có 15% không phải rác,

nên $P(\bar{R} | M) = 0,15$ và $P(R | M) = 0,85$. Trong số các cuộc gọi không bị đánh dấu, có 2% là rác, nên $P(R | \bar{M}) = 0,02$ và $P(\bar{R} | \bar{M}) = 0,98$.

a) $P(\bar{M}) = 0,70$, đúng.

b) $P(\bar{R} | \bar{M}) = 0,98$, đúng.

c) $P(\bar{R}) = P(\bar{R} | M)P(M) + P(\bar{R} | \bar{M})P(\bar{M}) = 0,15 \cdot 0,30 + 0,98 \cdot 0,70 = 0,731$, không bằng $0,80$, nên sai.

$$P(\bar{M} | \bar{R}) = \frac{P(\bar{M} \cap \bar{R})}{P(\bar{R})} = \frac{0,70 \cdot 0,98}{0,731} \approx 0,938 > 0,90$$

d) , nên đúng.

Kết luận: **Đ, Đ, S, Đ.**

Câu 4

Theo hình và dữ liệu đề, ta có $A\left(2; -\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ và $B\left(\frac{7}{2}; 8; 0\right)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} = \left(\frac{3}{2}; \frac{17}{2}; -\frac{3}{2}\right)$, cùng phương với $(3; 17; -3)$.

a) Phương trình tham số của AB là $x = 2 + 3t$, $y = -\frac{1}{2} + 17t$, $z = \frac{3}{2} - 3t$. Khẳng định đúng.

b) Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (Oxy) thỏa $\sin \alpha = \frac{|-3|}{\sqrt{3^2 + 17^2 + (-3)^2}} = \frac{3}{\sqrt{307}}$, nên $\alpha \approx 9,86^\circ$. Không thuộc khoảng $(4,5^\circ; 5,5^\circ)$, nên sai.

c) Mặt phẳng (Q) đi qua $M(2; 0; 0)$, $N(0; -2; 0)$, $P\left(0; 0; \frac{1}{2}\right)$ nên có dạng chặn là $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1/2} = 1$, tức là $x - y + 4z = 2$.

Thay phương trình đường thẳng AB vào, ta được

$$(2 + 3t) - \left(-\frac{1}{2} + 17t\right) + 4\left(\frac{3}{2} - 3t\right) = 2 \Rightarrow \frac{17}{2} - 26t = 2 \Rightarrow t = \frac{1}{4}$$

Suy ra $I\left(\frac{11}{4}; \frac{15}{4}; \frac{3}{4}\right)$. Khi đó $1212a - 512b + 816c = 1212 \cdot \frac{11}{4} - 512 \cdot \frac{15}{4} + 816 \cdot \frac{3}{4} = 2025$, không phải 2026, nên sai.

d) Độ cao tối thiểu 120m tương ứng $0,12$ km. Điểm D trên đường bay có tung độ cao $z = 0,12$, nên $\frac{3}{2} - 3t = 0,12 \Rightarrow t = 0,46$.

Suy ra $D = (3,38; 7,32; 0,12)$. Điểm đầu đường băng là $E\left(\frac{7}{2}; 6; 0\right) = (3,5; 6; 0)$. Khi đó

$$DE = \sqrt{(3,38 - 3,5)^2 + (7,32 - 6)^2 + (0,12 - 0)^2} \approx 1,33 \text{ km} = 1330 \text{ m} > 900 \text{ m}$$

Vậy phi công **không đạt** quy định an toàn. Mệnh đề sai.

Kết luận: **Đ, S, S, S.**

Phần III. Trả lời ngắn

Câu 1

Chi phí trung bình cho một phần ăn là $F(x) = 2x - 230 + \frac{7200}{x}$, đơn vị nghìn đồng. Vậy tổng chi phí là $C(x) = xF(x) = 2x^2 - 230x + 7200$.

Do giá bán mỗi phần là 120 nghìn đồng nên doanh thu là $R(x) = 120x$. Lợi nhuận là

$$P(x) = R(x) - C(x) = 120x - (2x^2 - 230x + 7200) = -2x^2 + 350x - 7200$$

Nhà hàng muốn lợi nhuận ít nhất là 7000 nghìn đồng, nên cần $-2x^2 + 350x - 7200 \geq 7000$ { Suy ra $-2x^2 + 350x - 14200 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 175x + 7100 \leq 0$.

Giải phương trình $x^2 - 175x + 7100 = 0$, ta có $\Delta = 175^2 - 4 \cdot 7100 = 2225 = 25 \cdot 89$, nên $\sqrt{\Delta} = 5\sqrt{89}$. Hai

nghiệm là $x = \frac{175 \pm 5\sqrt{89}}{2} \approx 63,91$ và $111,09$.

Vì x là số nguyên và $30 \leq x \leq 120$, nên số phần ăn ít nhất phải bán là 64.

Đáp số: 64 phần ăn.

Câu 2

Đặt hệ trục tọa độ sao cho $A(0;0;0)$, $B(14;0;0)$, $C(0;7;0)$. Vì tam giác SAB đều cạnh 14 và mặt phẳng $(SAB) \perp (ABC)$, ta có thể chọn $S(7;0;7\sqrt{3})$.

Trung điểm của AB là $H(7;0;0)$, trung điểm của AC là $N\left(0;\frac{7}{2};0\right)$.

Vector chỉ phương của HN là $\overrightarrow{HN} = \left(-7;\frac{7}{2};0\right)$, lấy gọn $\vec{u} = (-2;1;0)$. Vector chỉ phương của SC là $\overrightarrow{SC} = (-7;7;-7\sqrt{3})$, lấy gọn $\vec{v} = (-1;1;-\sqrt{3})$.

Lấy $\overrightarrow{HS} = (0;0;7\sqrt{3})$. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau HN và SC là

$$d = \frac{|\overrightarrow{HS} \cdot (\vec{u} \times \vec{v})|}{|\vec{u} \times \vec{v}|}$$

Ta có $\vec{u} \times \vec{v} = (-\sqrt{3}; -2\sqrt{3}; -1)$ nên $|\vec{u} \times \vec{v}| = \sqrt{3+12+1} = 4$.

Đồng thời $|\overrightarrow{HS} \cdot (\vec{u} \times \vec{v})| = |0+0+7\sqrt{3} \cdot (-1)| = 7\sqrt{3}$.

$$d = \frac{7\sqrt{3}}{4} \approx 3,03$$

Vậy **Đáp số:** 3,03.

Câu 3

Gọi x là số tấn trái cây loại A , y là số tấn trái cây loại B .

Điều kiện là $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \leq 10$, và $12x + 20y \leq 160$.

Lợi nhuận là $P = 1,5x + 2,2y$ triệu đồng. Đây là bài toán quy hoạch tuyến tính, nên giá trị lớn nhất đạt tại các đỉnh miền nghiệm.

Các đỉnh cần xét:

- $O(0;0)$ cho $P = 0$.
- $(10;0)$ cho $P = 15$.
- $(0;8)$ cho $P = 17,6$.
- Giao của $x + y = 10$ và $12x + 20y = 160$.

Giải hệ $x + y = 10$, $12x + 20y = 160$: từ $x = 10 - y$, thay vào được $12(10 - y) + 20y = 160 \Rightarrow 120 + 8y = 160 \Rightarrow y = 5$, nên $x = 5$.

Khi đó $P = 1,5 \cdot 5 + 2,2 \cdot 5 = 7,5 + 11 = 18,5$.

Vậy lợi nhuận lớn nhất là 18,5 triệu đồng.

Đáp số: 18,5 triệu đồng.
Câu 4

Diện tích lục giác đều cạnh a là $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$.

Với đáy lớn cạnh 6, ta có $S_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 6^2 = 54\sqrt{3}$.

Với đáy nhỏ cạnh 4, ta có $S_2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 4^2 = 24\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp cắt đều là $V_1 = \frac{h}{3}(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2})$ với $h = 1,5$. Ta có

$$\sqrt{S_1 S_2} = \sqrt{54\sqrt{3} \cdot 24\sqrt{3}} = \sqrt{3888} = 36\sqrt{3}$$

$$\text{Suy ra } V_1 = \frac{1,5}{3}(54\sqrt{3} + 24\sqrt{3} + 36\sqrt{3}) = 0,5 \cdot 114\sqrt{3} = 57\sqrt{3}$$

Khối bị khoét là chỏm cầu có chiều cao $h = 1$ và bán kính đáy $r = 2$. Thể tích chỏm cầu là

$$V_2 = \frac{\pi h}{6}(3r^2 + h^2) = \frac{\pi}{6}(3 \cdot 4 + 1) = \frac{13\pi}{6}$$

Vậy thể tích vật còn lại là $V = V_1 - V_2 = 57\sqrt{3} - \frac{13\pi}{6} \approx 91,9201$. Làm tròn đến hàng phần mười được $91,9 \text{ cm}^3$.

Đáp số: $91,9 \text{ cm}^3$.
Câu 5

Ta điền ngẫu nhiên 9 số khác nhau của tập $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ vào bảng 3×3 . Vì có 4 số lẻ và 5 số chẵn, nên xác suất chỉ phụ thuộc vào cách chọn vị trí của 4 số lẻ.

Tổng số cách chọn vị trí cho 4 số lẻ trong 9 ô là $\binom{9}{4} = 126$.

Gọi C là biến cố “mỗi hàng, mỗi cột đều có ít nhất một số lẻ”.

Ta đếm bù. Gọi A_i là biến cố hàng i không có số lẻ, B_j là biến cố cột j không có số lẻ.

Một hàng trống số lẻ thì cả 4 số lẻ phải nằm trong 6 ô còn lại, có $\binom{6}{4} = 15$ cách. Có 3 hàng nên tổng là $3 \cdot 15 = 45$.

Tương tự, có 45 cách để tồn tại một cột trống số lẻ.

Nếu một hàng và một cột cùng trống số lẻ thì chỉ còn đúng 4 ô không nằm trên hàng đó và cột đó, nên 4 số lẻ buộc phải chiếm đúng 4 ô ấy. Mỗi cặp “1 hàng, 1 cột” cho 1 cách. Có $3 \cdot 3 = 9$ cặp, nên có 9 cách.

Vậy số cách bất lợi là $45 + 45 - 9 = 81$. Số cách thuận lợi là $126 - 81 = 45$.

$$\text{Do đó } P(C) = \frac{45}{126} = \frac{5}{14} \text{. Suy ra } a = 5, b = 14, \text{ nên } a - b = 5 - 14 = -9 \text{.}$$

Đáp số: -9 .
Câu 6

Ta cần đặt 4 bóng đèn vào bảng 3×3 sao cho mỗi hàng và mỗi cột đều có ít nhất 1 bóng đèn, đồng thời mỗi bóng đèn phải cùng hàng hoặc cùng cột với ít nhất một bóng khác.

Vì có 4 bóng cho 3 hàng, nên phân bố số bóng theo hàng chỉ có thể là một hoán vị của $(2, 1, 1)$. Tương tự theo cột cũng phải là một hoán vị của $(2, 1, 1)$.

Chọn một hàng có 2 bóng, có 3 cách. Chọn một cột có 2 bóng, cũng có 3 cách.

Để mọi bóng đèn đều không bị cô lập, ô giao của “hàng đôi” và “cột đôi” phải để trống. Khi đó 2 bóng trên hàng đôi nằm ở 2 ô còn lại của hàng đó, còn 2 bóng trên cột đôi nằm ở 2 ô còn lại của cột đó. Với mỗi cặp chọn “hàng đôi, cột đôi”, ta thu được đúng 1 cấu hình thỏa mãn.

Vậy $T = 3 \cdot 3 = 9$. Do đó $\frac{T}{3} + 2026 = \frac{9}{3} + 2026 = 3 + 2026 = 2029$.

Đáp số: 2029.