

BÀI 4. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 LỰA CHỌN****Đơn vị kiến thức 1. Khái niệm hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và nghiệm của hệ****Câu 1.** [NB] Hệ nào sau đây là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y ?

- A. $\begin{cases} x^2 + y \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x - y < 3 \\ x + 4y \geq 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} xy \leq 2 \\ x - y > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + y + z \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$

Câu 2. [NB] Một cặp số $(x_0; y_0)$ được gọi là nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn khi

- A. $(x_0; y_0)$ thỏa mãn ít nhất một bất phương trình trong hệ.
 B. $(x_0; y_0)$ thỏa mãn đúng hai bất phương trình trong hệ.
 C. $(x_0; y_0)$ nằm trên ít nhất một đường biên của hệ.
 D. $(x_0; y_0)$ đồng thời thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Câu 3. [TH] Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ $\begin{cases} x + y \leq 6 \\ 2x - y \geq 1 \end{cases}$

- A. $(2; 1)$ B. $(0; 2)$ C. $(4; 3)$ D. $(-1; 0)$

Câu 4. [TH] Cặp số nào sau đây **không** là nghiệm của hệ $\begin{cases} x \geq -1 \\ y \leq 2 \\ x - 2y < 3 \end{cases}$

- A. $(0; 0)$ B. $(-1; 1)$ C. $(2; -1)$ D. $(1; 1)$

Câu 5. [TH] Điểm $(2; 1)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} mx + y \leq 7 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$ khi và chỉ khi

- A. $m \geq 3$ B. $m \leq 3$ C. $m < 3$ D. $m \geq -3$

Câu 6. [TH] Cho hệ $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 7 \end{cases}$ và $x = 3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của y để $(x; y)$ là nghiệm của hệ?

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 3

Câu 7. [TH] Hai đường biên $x + y = 5$ và $x - y = 1$ của một hệ bất phương trình cắt nhau tại điểm nào sau đây?

- A. $(3; 2)$ B. $(2; 3)$ C. $(4; 1)$ D. $(1; 4)$

Câu 8. [VD] Tìm số nguyên lớn nhất m để cặp $(m; 1)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} x + y \leq 4 \\ x - y \leq 2 \end{cases}$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Đơn vị kiến thức 2. Biểu diễn và xác định miền nghiệm của hệ trên mặt phẳng tọa độ**Câu 9.** [NB] Miền nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là

- A. hợp các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.
 B. giao các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.
 C. chỉ phần giao của các đường biên.
 D. tập hợp các giao điểm của các đường biên.

Câu 10. [NB] Khi biểu diễn miền nghiệm của hệ $\begin{cases} x + y < 4 \\ 2x - y \geq 1 \end{cases}$, cách vẽ đường biên đúng là

- A. cả hai đường biên đều vẽ nét liền.
- B. cả hai đường biên đều vẽ nét đứt.
- C. $x + y = 4$ vẽ nét liền, $2x - y = 1$ vẽ nét đứt.
- D. $x + y = 4$ vẽ nét đứt, $2x - y = 1$ vẽ nét liền.

Câu 11. [TH] Điểm nào sau đây không thuộc miền nghiệm của hệ $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 7 \end{cases}$

- A. $(6; 2)$.
- B. $(0; 7)$.
- C. $(3; 4)$.
- D. $(1; 5)$.

Câu 12. [TH] Miền nghiệm của hệ $\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ là tam giác có ba đỉnh

- A. $(0; 0)$, $(5; 0)$, $(0; 5)$.
- B. $(1; 0)$, $(4; 0)$, $(1; 5)$.
- C. $(1; 0)$, $(5; 0)$, $(1; 4)$.
- D. $(1; 1)$, $(5; 0)$, $(0; 5)$.

Câu 13. [TH] Hai đường thẳng $2x + y = 8$ và $x + 2y = 8$ cắt nhau tại điểm

- A. $(2; 2)$.
- B. $\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$.
- C. $(4; 0)$.
- D. $(0; 4)$.

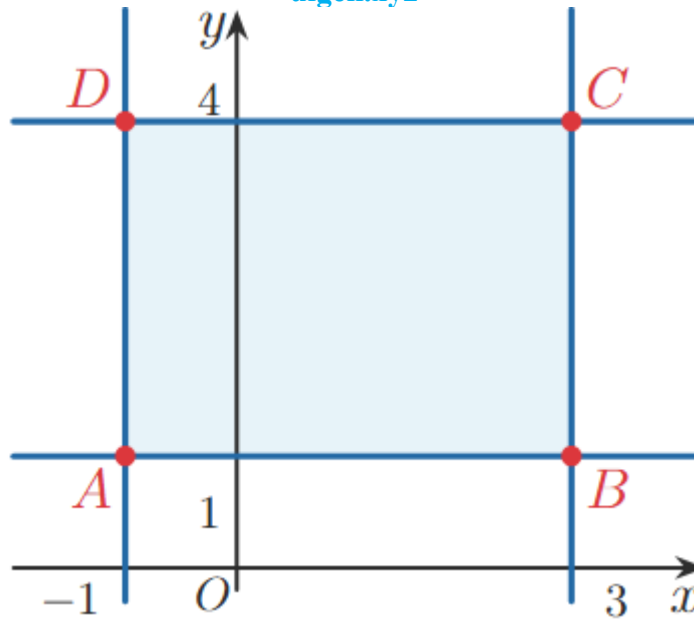
Câu 14. [TH] Hệ bất phương trình nào sau đây có miền nghiệm là tam giác có các đỉnh $O(0; 0)$, $A(6; 0)$ và $B(0; 3)$?

- A. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 6 \end{cases}$.
- B. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \geq 6 \end{cases}$.
- C. $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \\ x + 2y \leq 6 \end{cases}$.
- D. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 6 \end{cases}$.

Câu 15. [TH] Miền nghiệm của hệ $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 4 \end{cases}$ là

- A. miền không bị chặn trong góc phần tư thứ nhất, nằm về phía không chứa O và kể cả đường thẳng $x + y = 4$.
- B. tam giác có các đỉnh $(0; 0)$, $(4; 0)$, $(0; 4)$.
- C. miền không bị chặn nằm dưới đường thẳng $x + y = 4$.
- D. chỉ đường thẳng $x + y = 4$ trong góc phần tư thứ nhất.

Câu 16. [VD] Một miền nghiệm là hình chữ nhật có bốn đỉnh $A(-1; 1)$, $B(3; 1)$, $C(3; 4)$, $D(-1; 4)$. Hệ bất phương trình biểu diễn miền đó là



A. $\begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \\ y < 1 \\ y > 4 \end{cases}$

B. $\begin{cases} -1 \leq y \leq 3 \\ 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$

C. $\begin{cases} -1 \leq x \leq 3 \\ 1 \leq y \leq 4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} -1 < x < 3 \\ 1 < y < 4 \end{cases}$

Câu 17. [TH] Với hệ $\begin{cases} x > 0 \\ y \geq 0 \\ x + y < 5 \end{cases}$, cặp đường biên nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm?

A. $y = 0$ và $x + y = 5$

B. $x = 0$ và $x + y = 5$

C. $x = 0$ và $y = 0$

D. Cả ba đường $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 5$

Câu 18. [NB] Miền nghiệm của hệ $\begin{cases} -2 \leq x \leq 4 \\ -1 \leq y \leq 3 \end{cases}$ có bao nhiêu đỉnh?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 19. [TH] Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 6 \\ x + 2y \leq 8 \end{cases}$

A. (5; 2)

B. (1; 4)

C. (2; 2)

D. (-1; 1)

Câu 20. [VD] Hai đường biên $x + y = 7$ và $2x - y = 2$ cắt nhau tại điểm

A. (3; 4)

B. (4; 3)

C. (2; 5)

D. (5; 2)

Đơn vị kiến thức 3. Ứng dụng và bài toán tối ưu tuyến tính đơn giản

Câu 21. [NB] Một cơ sở sản xuất hai loại sản phẩm P và Q. Lợi nhuận dự kiến được cho trong bảng sau.

Loại sản phẩm	P	Q
Lợi nhuận mỗi sản phẩm (trăm nghìn đồng)	4	6

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm P và Q. Biểu thức lợi nhuận là

A. $F = 6x + 4y$

B. $F = 4x - 6y$

C. $F = 10xy$

D. $F = 4x + 6y$

Câu 22. [TH] Một xưởng làm hai sản phẩm A và B. Mỗi sản phẩm A cần 2 giờ cắt và 1 giờ lắp ráp; mỗi sản phẩm B cần 1 giờ cắt và 3 giờ lắp ráp. Xưởng có không quá 10 giờ cắt và 12 giờ lắp ráp. Gọi x, y là số sản phẩm A và B. Hệ điều kiện phù hợp là..

A. $\begin{cases} 2x + y \geq 10 \\ x + 3y \geq 12 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2x + y \leq 10 \\ x + 3y \leq 12 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x + 2y \leq 10 \\ 3x + y \leq 12 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 2x + 3y \leq 10 \\ x + y \leq 12 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$

Câu 23. [TH] Phương án sản xuất nào sau đây thỏa mãn hệ điều kiện

A. $(5; 2)$

B. $(2; 6)$

C. $(4; 2)$

D. $(-1; 3)$

Câu 24. [TH] Một miền đa giác có các đỉnh $O(0; 0)$, $A(4; 0)$, $B(3; 2)$, $C(0; 5)$. Giá trị lớn nhất của $F(x; y) = 3x + 2y$ trên miền đa giác là

A. 13

B. 12

C. 10

D. 8

Câu 25. [VD] Tìm giá trị lớn nhất của $F(x; y) = 3x + 4y$ trên miền nghiệm của hệ

A. 16

B. 18

C. 15

D. 20

Câu 26. [VD] Tìm giá trị nhỏ nhất của $F(x; y) = 3x + 2y$ trên miền nghiệm của hệ

A. 16

B. 18

C. 12

D. 14

Câu 27. [VD] Một cơ sở làm hai loại bánh A và B. Mỗi bánh A dùng 2 đơn vị bột và 1 đơn vị thời gian lò; mỗi bánh B dùng 1 đơn vị bột và 2 đơn vị thời gian lò. Cơ sở có tối đa 10 đơn vị bột và 8 đơn vị thời gian lò. Lợi nhuận mỗi bánh A và B lần lượt là 5 và 4 đơn vị tiền. Giả sử x, y có thể nhận các giá trị thực không âm. Lợi nhuận lớn nhất là.

A. 28

B. 25

C. 20

D. 30

Câu 28. [TH] Một cơ sở đóng hai loại hộp quà A và B. Mỗi hộp A cần 2 cuộn ruy băng và 1 hộp giấy; mỗi hộp B cần 1 cuộn ruy băng và 2 hộp giấy. Kho có tối đa 16 cuộn ruy băng và 14 hộp giấy. Gọi x, y là số hộp A và B. Hệ điều kiện đúng là..

A. $\begin{cases} x + 2y \leq 16 \\ 2x + y \leq 14 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2x + y \geq 16 \\ x + 2y \geq 14 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2x + y \leq 16 \\ x + 2y \leq 14 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 2x + 2y \leq 16 \\ x + y \leq 14 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$

Câu 29. [VD] Một đơn vị vận chuyển dùng hai loại phương tiện A và B. Mỗi phương tiện A sử dụng 3 đơn vị không gian và 2 đơn vị thời gian; mỗi phương tiện B sử dụng 2 đơn vị không gian và 4 đơn vị thời gian. Tổng nguồn lực lần lượt không quá 36 và 40 đơn vị. Phương án nào sau đây khả thi?

A. $(8;7)$.

B. $(6;6)$.

C. $(10;6)$.

D. $(4;9)$.

Câu 30. [TH] Một miền đa giác có các đỉnh và giá trị của biểu thức $F(x; y) = 2x + 5y$ như bảng sau.

Đỉnh	$O(0;0)$	$A(6;0)$	$B(4;3)$	$C(0;5)$
$F(x; y)$	0	12	23	25

F đạt giá trị lớn nhất tại

A. O .

B. A .

C. B .

D. C .

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI

Đơn vị kiến thức 1. Khái niệm hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và nghiệm của hệ

Câu 1. [TH] Xét hệ
$$\begin{cases} x + y \leq 5 \\ x - y \geq -1 \end{cases}$$

a) Đây là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

b) Cặp $(2;2)$ là một nghiệm của hệ.

c) Cặp $(4;2)$ là một nghiệm của hệ.

d) Mọi điểm trên đường thẳng $x + y = 5$ đều là nghiệm của hệ.

Câu 2. [TH] Xét hệ
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 3 \\ 2x + y > 1 \end{cases}$$

a) Cặp $(0;0)$ là một nghiệm của hệ.

b) Cặp $(1;3)$ là một nghiệm của hệ.

c) Đường thẳng $2x + y = 1$ không thuộc miền nghiệm của hệ.

d) Mọi nghiệm của hệ đều có hoành độ không âm.

Đơn vị kiến thức 2. Biểu diễn và xác định miền nghiệm của hệ trên mặt phẳng tọa độ

Câu 3. [TH] Xét hệ
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 6 \\ 2x + y \leq 8 \end{cases}$$

a) Cả bốn đường biên đều thuộc miền nghiệm.

b) Góc tọa độ là một nghiệm của hệ.

c) Miền nghiệm là tứ giác có các đỉnh $(0;0)$, $(4;0)$, $(2;4)$, $(0;6)$.

d) Điểm $(3;3)$ thuộc miền nghiệm.

Câu 4. [TH] Xét hệ
$$\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 2 \\ x + y \leq 7 \end{cases}$$

a) Miền nghiệm là một tam giác.

b) Ba đỉnh của miền nghiệm là $(1;2)$, $(5;2)$, $(1;6)$.

c) Điểm $(3;4)$ thuộc miền nghiệm.

d) Góc tọa độ thuộc miền nghiệm.

$$\begin{cases} x > 0 \\ y \geq 0 \\ x + y < 5 \end{cases}$$

Câu 5. [TH] Xét hệ

- a) Đường biên $x = 0$ không thuộc miền nghiệm.
- b) Đường biên $y = 0$ có phần thuộc miền nghiệm.
- c) Đường biên $x + y = 5$ thuộc miền nghiệm.
- d) Điểm $(2; 2)$ thuộc miền nghiệm.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x - y \leq 2 \\ x + y \leq 6 \end{cases}$$

Câu 6. [VD] Xét hệ

- a) Hai đường thẳng $x - y = 2$ và $x + y = 6$ cắt nhau tại $(4; 2)$.
- b) Điểm $(0; 6)$ thuộc miền nghiệm.
- c) Điểm $(2; 0)$ thuộc miền nghiệm.
- d) Miền nghiệm là một tam giác.

Đơn vị kiến thức 3. Ứng dụng và bài toán tối ưu tuyến tính đơn giản

Câu 7. [VD] Một xưởng làm hai sản phẩm A và B. Mỗi A cần 2 đơn vị nguyên liệu và 1 giờ lao động; mỗi B cần 1 đơn vị nguyên liệu và 2 giờ lao động. Xưởng có tối đa 12 đơn vị nguyên liệu và 10 giờ lao động. Lợi nhuận mỗi A và B lần lượt là 3 và 4 đơn vị tiền. Gọi x, y là số sản phẩm tương ứng.

- a) Hệ điều kiện là $2x + y \leq 12$, $x + 2y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.
- b) Phương án $(4; 3)$ là khả thi.
- c) Phương án $(6; 2)$ là khả thi.
- d) Biểu thức lợi nhuận là $F(x; y) = 3x + 4y$.

Câu 8. [VD] Một dây chuyền có hai công đoạn. Sản phẩm A cần 4 phút máy và 2 kg vật liệu; sản phẩm B cần 2 phút máy và 3 kg vật liệu. Giới hạn tương ứng là 32 phút và 24 kg. Lợi nhuận mỗi A và B lần lượt là 5 và 4 đơn vị tiền.

- a) Các ràng buộc chính là $4x + 2y \leq 32$ và $2x + 3y \leq 24$.
- b) Phương án $(6; 4)$ là khả thi.
- c) Tại $(6; 4)$, lợi nhuận bằng 46.
- d) Phương án $(8; 0)$ cho lợi nhuận lớn nhất.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 6 \\ 2x + y \geq 8 \end{cases}$$

Câu 9. [VD] Xét bài toán tìm giá trị nhỏ nhất của $F(x; y) = 3x + 2y$ trên miền nghiệm

- a) Miền nghiệm không bị chặn.
- b) Hai đường thẳng $x + y = 6$ và $2x + y = 8$ cắt nhau tại $(2; 4)$.

c) $F(2;4) = 14$.

d) Giá trị nhỏ nhất của F đạt tại $(0;8)$ và bằng 16.

Câu 10. [VD] Một đơn vị quảng bá dùng hai hình thức A và B. Mỗi lượt A tốn 2 triệu đồng, mỗi lượt B tốn 5 triệu đồng; tổng ngân sách không quá 30 triệu đồng. Tổng số lượt không quá 10. Mức tiếp cận tương ứng là 3 và 8 nghìn người. Gọi x, y là số lượt A và B.

a) Hệ điều kiện là $2x + 5y \leq 30$, $x + y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

b) Phương án $(5;4)$ là khả thi.

c) Biểu thức mức tiếp cận là $F(x; y) = 3x + 8y$.

d) Phương án $(5;4)$ cho mức tiếp cận lớn nhất.

PHẦN III. CÂU TRẢ LỜI NGẮN

Đơn vị kiến thức 1. Khái niệm hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và nghiệm của hệ

Câu 1. [TH] Trong năm cặp số $(0;0)$, $(2;1)$, $(3;2)$, $(1;-1)$, $(4;1)$, có bao nhiêu cặp là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x + y \leq 5 \\ x - y \geq 1 \end{cases}$$

Câu 2. [TH] Tìm số nguyên lớn nhất m để cặp $(m;2)$ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x + y \leq 7 \\ 2x - y \leq 6 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Đơn vị kiến thức 2. Biểu diễn và xác định miền nghiệm của hệ trên mặt phẳng tọa độ

Câu 3. [TH] Hai đường thẳng $x + y = 9$ và $2x + y = 12$ cắt nhau tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?

Câu 4. [TH] Hai đường thẳng $x + y = 7$ và $2x + y = 10$ cắt nhau tại điểm có tung độ bằng bao nhiêu?

Câu 5. [TH] Hai đường thẳng $x + 2y = 8$ và $x - y = 2$ cắt nhau tại điểm có tung độ bằng bao nhiêu?

Câu 6. [TH] Miền nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 8 \\ x + 2y \leq 10 \end{cases}$$

có bao nhiêu đỉnh?

Đơn vị kiến thức 3. Ứng dụng và bài toán tối ưu tuyến tính đơn giản

Câu 7. [VD] Tìm giá trị lớn nhất của $F(x; y) = 4x + 3y$ trên miền nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 10 \\ x + 2y \leq 8 \end{cases}$$

Câu 8. [VD] Tìm giá trị lớn nhất của $F(x; y) = 4x + 5y$ trên miền nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 14 \\ x + 2y \leq 10 \end{cases}$$

Câu 9. [VD] Một đơn vị vận chuyển dùng hai loại xe A và B. Mỗi xe A đáp ứng 3 đơn vị nhu cầu hàng và 1 đơn vị nhu cầu lạnh; mỗi xe B đáp ứng 2 đơn vị nhu cầu hàng và 2 đơn vị nhu cầu lạnh. Cần đạt ít nhất 18 đơn vị hàng và 10 đơn vị lạnh. Chi phí mỗi xe A và B lần lượt là 4 và 5 đơn vị tiền. Hỏi chi phí nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 16 \\ x + 3y \leq 18 \end{cases}$$

Câu 10. [VD] Tìm giá trị lớn nhất của $F(x; y) = 3x + 4y$ trên miền nghiệm của hệ

ĐÁP ÁN

Phần I. Trắc nghiệm 4 lựa chọn

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	B	D	A	C	B	D	A	C	B	D
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	A	C	B	D	A	C	B	D	C	A
Câu	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Đáp án	D	B	C	A	B	D	A	C	B	D

Phần II. Trắc nghiệm Đúng - Sai

Câu	a)	b)	c)	d)
1	Đúng	Đúng	Sai	Sai
2	Sai	Đúng	Đúng	Đúng
3	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
4	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
5	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
6	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
7	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
8	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
9	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
10	Đúng	Đúng	Đúng	Sai

Phần III. Câu trả lời ngắn

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	4	4	3	4	2	4	22	34	31	34

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 LỰA CHỌN

Đơn vị kiến thức 1. Khái niệm hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và nghiệm của hệ

Câu 1. [NB] Hệ nào sau đây là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y ?

- A. $\begin{cases} x^2 + y \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$
- B. $\begin{cases} 2x - y < 3 \\ x + 4y \geq 1 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} xy \leq 2 \\ x - y > 0 \end{cases}$
- D. $\begin{cases} x + y + z \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$

Lời giải:

Một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn chỉ chứa các bất phương trình bậc nhất theo hai ẩn x, y .

- A chứa x^2 nên không phải bậc nhất.
- B gồm $2x - y < 3$ và $x + 4y \geq 1$, đều là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

- C chứa tích xy nên không phải bậc nhất.
- D có thêm ẩn z .

Vì vậy chọn **B**.

Đáp án: B

Câu 2. [NB] Một cặp số $(x_0; y_0)$ được gọi là nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn khi

- A.** $(x_0; y_0)$ thỏa mãn ít nhất một bất phương trình trong hệ.
- B.** $(x_0; y_0)$ thỏa mãn đúng hai bất phương trình trong hệ.
- C.** $(x_0; y_0)$ nằm trên ít nhất một đường biên của hệ.
- D.** $(x_0; y_0)$ đồng thời thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Lời giải:

Theo định nghĩa, cặp $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ khi nó **đồng thời thỏa mãn tất cả** các bất phương trình trong hệ.

Do đó chọn **D**.

Đáp án: D

Câu 3. [TH] Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x + y \leq 6 \\ 2x - y \geq 1 \end{cases}$$

- A.** $(2; 1)$.
- B.** $(0; 2)$.
- C.** $(4; 3)$.
- D.** $(-1; 0)$.

Lời giải:

Kiểm tra từng cặp:

- A: $(2; 1)$ cho $2 + 1 = 3 \leq 6$ và $2 \cdot 2 - 1 = 3 \geq 1$, nên thỏa hệ.
- B: $(0; 2)$ cho $2 \leq 6$ nhưng $-2 \geq 1$ sai.
- C: $(4; 3)$ cho $7 \leq 6$ sai.
- D: $(-1; 0)$ cho $-1 \leq 6$ nhưng $-2 \geq 1$ sai.

Vậy cặp $(2; 1)$ là nghiệm của hệ.

Đáp án: A

Câu 4. [TH] Cặp số nào sau đây **không** là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x \geq -1 \\ y \leq 2 \\ x - 2y < 3 \end{cases}$$

- A.** $(0; 0)$.
- B.** $(-1; 1)$.
- C.** $(2; -1)$.
- D.** $(1; 1)$.

Lời giải:

Ta kiểm tra điều kiện $x \geq -1$, $y \leq 2$, $x - 2y < 3$.

- $(0;0)$: $0 \geq -1$, $0 \leq 2$, $0 < 3$.
- $(-1;1)$: $-1 \geq -1$, $1 \leq 2$, $-3 < 3$.
- $(2;-1)$: $2 \geq -1$, $-1 \leq 2$, nhưng $2 - 2(-1) = 4 < 3$ sai.
- $(1;1)$: $1 \geq -1$, $1 \leq 2$, $-1 < 3$.

Vậy $(2;-1)$ không là nghiệm.

Đáp án: C

Câu 5. [TH] Điểm $(2;1)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} mx + y \leq 7 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$ khi và chỉ khi

- A. $m \geq 3$.
- B. $m \leq 3$.
- C. $m < 3$.
- D. $m \geq -3$.

Lời giải:

Thay $(x;y) = (2;1)$ vào hệ.

Bất phương trình thứ nhất: $2m + 1 \leq 7$, suy ra $2m \leq 6$, nên $m \leq 3$.

Bất phương trình thứ hai: $2 - 1 = 1 \geq 0$, luôn đúng.

Vì vậy điều kiện cần và đủ là $m \leq 3$.

Đáp án: B

Câu 6. [TH] Cho hệ $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 7 \end{cases}$

và $x = 3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của y để $(x;y)$ là nghiệm của hệ?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 4.
- D. 3.

Lời giải:

Thay $x = 3$ vào hệ: $y \geq 0$, và $3 + 2y \leq 7$.

Suy ra $2y \leq 4$, nên $0 \leq y \leq 2$.

Vì y nguyên nên $y \in \{0; 1; 2\}$.

Có 3 giá trị.

Đáp án: D

Câu 7. [TH] Hai đường biên $x + y = 5$ và $x - y = 1$ của một hệ bất phương trình cắt nhau tại điểm nào sau đây?

- A. $(3;2)$.
- B. $(2;3)$.
- C. $(4;1)$.

D. $(1; 4)$.

Lời giải:

Giải hệ phương trình đường biên

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Cộng hai phương trình: $2x = 6$, nên $x = 3$.

Suy ra

$$y = 5 - 3 = 2.$$

Giao điểm là $(3; 2)$.

Đáp án: A

Câu 8. [VD] Tìm số nguyên lớn nhất m để cặp $(m; 1)$ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x + y \leq 4 \\ x - y \leq 2 \end{cases}$$

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

Thay $(x, y) = (m; 1)$ vào hệ: $m + 1 \leq 4$, nên $m \leq 3$.

Đồng thời $m - 1 \leq 2$, cũng cho $m \leq 3$.

Vậy số nguyên lớn nhất thỏa mãn là $m = 3$.

Đáp án: C

Đơn vị kiến thức 2. Biểu diễn và xác định miền nghiệm của hệ trên mặt phẳng tọa độ

Câu 9. [NB] Miền nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là

A. hợp các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.

B. giao các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.

C. chỉ phần giao của các đường biên.

D. tập hợp các giao điểm của các đường biên.

Lời giải:

Một điểm là nghiệm của hệ khi nó thỏa mãn đồng thời tất cả các bất phương trình. Vì vậy miền nghiệm của hệ là **giao** của các miền nghiệm thành phần.

Đáp án: B

Câu 10. [NB] Khi biểu diễn miền nghiệm của hệ $\begin{cases} x + y < 4 \\ 2x - y \geq 1 \end{cases}$ cách vẽ đường biên đúng là

A. cả hai đường biên đều vẽ nét liền.

B. cả hai đường biên đều vẽ nét đứt.

C. $x + y = 4$ vẽ nét liền, $2x - y = 1$ vẽ nét đứt.

D. $x + y = 4$ vẽ nét đứt, $2x - y = 1$ vẽ nét liền.

Lời giải:

• Với $x + y < 4$, dấu $<$ không lấy đường biên nên $x + y = 4$ vẽ **nét đứt**.

• Với $2x - y \geq 1$, dấu $\geq$ lấy đường biên nên $2x - y = 1$ vẽ **nét liền**.

Đáp án: D

Câu 11. [TH] Điểm nào sau đây không thuộc miền nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 7 \end{cases}$$

A. $(6; 2)$.

B. $(0; 7)$.

C. $(3; 4)$.

D. $(1; 5)$.

Lời giải:

Hệ yêu cầu $x \geq 0$, $y \geq 0$ và $x + y \leq 7$.

- $(6; 2)$ có $6 + 2 = 8 > 7$, nên không thuộc miền nghiệm.
- $(0; 7)$ có tổng bằng 7, thỏa.
- $(3; 4)$ có tổng bằng 7, thỏa.
- $(1; 5)$ có tổng bằng 6, thỏa.

Đáp án: A

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$

Câu 12. [TH] Miền nghiệm của hệ là tam giác có ba đỉnh

A. $(0; 0)$, $(5; 0)$, $(0; 5)$.

B. $(1; 0)$, $(4; 0)$, $(1; 5)$.

C. $(1; 0)$, $(5; 0)$, $(1; 4)$.

D. $(1; 1)$, $(5; 0)$, $(0; 5)$.

Lời giải:

Các đường biên là $x = 1$, $y = 0$, $x + y = 5$.

Các giao điểm tạo miền tam giác:

- $x = 1$ và $y = 0$ cho $(1; 0)$;
- $y = 0$ và $x + y = 5$ cho $(5; 0)$;
- $x = 1$ và $x + y = 5$ cho $(1; 4)$.

Vậy ba đỉnh là $(1; 0)$, $(5; 0)$, $(1; 4)$.

Đáp án: C

Câu 13. [TH] Hai đường thẳng $2x + y = 8$ và $x + 2y = 8$ cắt nhau tại điểm

A. $(2; 2)$.

B. $\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

C. $(4; 0)$.

D. $(0; 4)$.

Lời giải:

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} 2x + y = 8 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

Lấy phương trình thứ nhất nhân 2: $4x + 2y = 16$.

Trừ phương trình thứ hai: $3x = 8$, nên $x = \frac{8}{3}$.

Suy ra $y = \frac{8}{3}$.

Đáp án: B

Câu 14. [TH] Hệ bất phương trình nào sau đây có miền nghiệm là tam giác có các đỉnh $O(0; 0)$, $A(6; 0)$ và $B(0; 3)$?

A. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 6 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \geq 6 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \\ x + 2y \leq 6 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 6 \end{cases}$.

Lời giải:

Cạnh huyền đi qua $A(6; 0)$ và $B(0; 3)$.

Phương trình đường thẳng qua hai điểm này là $x + 2y = 6$.

Miền tam giác OAB nằm trong góc phần tư thứ nhất và chứa O , nên hệ là

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 6 \end{cases}$$

Đáp án: D

Câu 15. [TH] Miền nghiệm của hệ $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 4 \end{cases}$ là

A. miền không bị chặn trong góc phần tư thứ nhất, nằm về phía không chứa O và kể cả đường thẳng $x + y = 4$.

B. tam giác có các đỉnh $(0;0)$, $(4;0)$, $(0;4)$.

C. miền không bị chặn nằm dưới đường thẳng $x + y = 4$.

D. chỉ đường thẳng $x + y = 4$ trong góc phần tư thứ nhất.

Lời giải:

Hai điều kiện $x \geq 0$, $y \geq 0$ giới hạn miền trong góc phần tư thứ nhất.

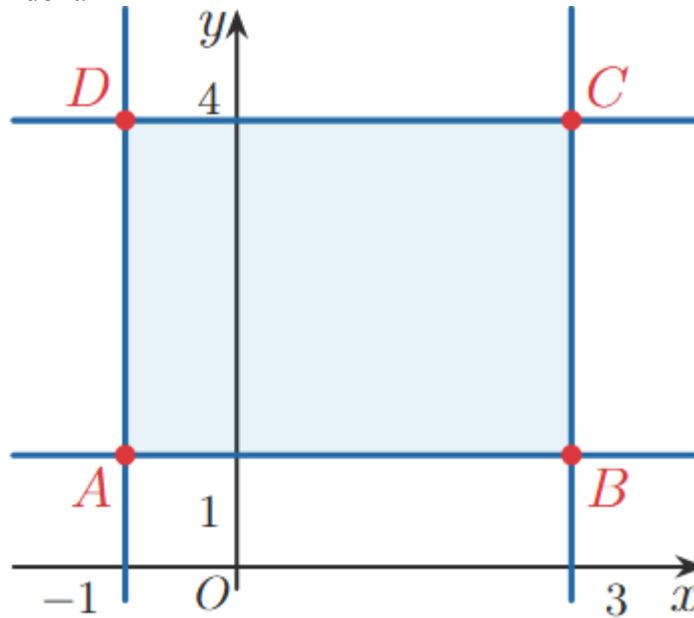
Điều kiện $x + y \geq 4$

chọn nửa mặt phẳng phía **không chứa** $O(0;0)$ vì tại O ta có $0 < 4$.

Miền này không bị chặn và có kẻ đường thẳng $x + y = 4$ vì có dấu $\geq$.

Đáp án: A

Câu 16. [VD] Một miền nghiệm là hình chữ nhật có bốn đỉnh $A(-1;1)$, $B(3;1)$, $C(3;4)$, $D(-1;4)$. Hệ bất phương trình biểu diễn miền đó là



A.
$$\begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \\ y < 1 \\ y > 4 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} -1 \leq y \leq 3 \\ 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} -1 \leq x \leq 3 \\ 1 \leq y \leq 4 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} -1 < x < 3 \\ 1 < y < 4 \end{cases}$$

Lời giải:

Hình chữ nhật có:

- hoành độ từ -1 đến 3 ;
- tung độ từ 1 đến 4 ;
- các cạnh đều được lấy vì đường biên vẽ nét liền.

Do đó hệ là $\begin{cases} -1 \leq x \leq 3 \\ 1 \leq y \leq 4 \end{cases}$

Đáp án: C

Câu 17. [TH] Với hệ $\begin{cases} x > 0 \\ y \geq 0 \\ x + y < 5 \end{cases}$, cặp đường biên nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm?

A. $y = 0$ và $x + y = 5$.

B. $x = 0$ và $x + y = 5$.

C. $x = 0$ và $y = 0$.

D. Cả ba đường $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 5$.

Lời giải:

Hệ gồm: $x > 0$,

nên đường $x = 0$ không thuộc miền nghiệm; $y \geq 0$,

nên phần thích hợp của đường $y = 0$ thuộc miền nghiệm; $x + y < 5$,

nên đường $x + y = 5$ không thuộc miền nghiệm.

Vậy hai đường biên không được lấy là $x = 0$ và $x + y = 5$.

Đáp án: B

Câu 18. [NB] Miền nghiệm của hệ $\begin{cases} -2 \leq x \leq 4 \\ -1 \leq y \leq 3 \end{cases}$ có bao nhiêu đỉnh?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

Hệ $-2 \leq x \leq 4, -1 \leq y \leq 3$ biểu diễn một hình chữ nhật.

Mỗi hình chữ nhật có 4 đỉnh.

Đáp án: D

Câu 19. [TH] Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 6 \\ x + 2y \leq 8 \end{cases}$$

A. $(5; 2)$.

B. $(1; 4)$.

C. $(2; 2)$.

D. $(-1; 1)$.

Lời giải:

Kiểm tra các phương án:

- $(5; 2)$ có $5 + 2 = 7 > 6$, loại.

- $(1;4)$ có $1+4=5 \leq 6$ nhưng $1+2 \cdot 4=9 > 8$, loại.
- $(2;2)$ có $2+2=4 \leq 6$ và $2+2 \cdot 2=6 \leq 8$, thỏa.
- $(-1;1)$ vi phạm $x \geq 0$.

Đáp án: C

Câu 20. [VD] Hai đường biên $x+y=7$ và $2x-y=2$ cắt nhau tại điểm

- A. $(3;4)$.
- B. $(4;3)$.
- C. $(2;5)$.
- D. $(5;2)$.

Lời giải:

Giải hệ hai đường biên
$$\begin{cases} x+y=7 \\ 2x-y=2 \end{cases}$$

Cộng hai phương trình: $3x=9$,

nên $x=3$. Suy ra $y=4$.

Giao điểm là $(3;4)$.

Đáp án: A

Đơn vị kiến thức 3. Ứng dụng và bài toán tối ưu tuyến tính đơn giản

Câu 21. [NB] Một cơ sở sản xuất hai loại sản phẩm P và Q. Lợi nhuận dự kiến được cho trong bảng sau.

Loại sản phẩm	P	Q
Lợi nhuận mỗi sản phẩm (trăm nghìn đồng)	4	6

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm P và Q. Biểu thức lợi nhuận là

- A. $F = 6x + 4y$.
- B. $F = 4x - 6y$.
- C. $F = 10xy$.
- D. $F = 4x + 6y$.

Lời giải:

Mỗi sản phẩm P mang lại 4 trăm nghìn đồng, mỗi sản phẩm Q mang lại 6 trăm nghìn đồng.

Vì vậy với x sản phẩm P và y sản phẩm Q, lợi nhuận là

$$F(x; y) = 4x + 6y.$$

Đáp án: D

Câu 22. [TH] Một xưởng làm hai sản phẩm A và B. Mỗi sản phẩm A cần 2 giờ cắt và 1 giờ lắp ráp; mỗi sản phẩm B cần 1 giờ cắt và 3 giờ lắp ráp. Xưởng có không quá 10 giờ cắt và 12 giờ lắp ráp. Gọi x, y là số sản phẩm A và B. Hệ điều kiện phù hợp là

- A.
$$\begin{cases} 2x+y \geq 10 \\ x+3y \geq 12 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 2x + y \leq 10 \\ x + 3y \leq 12 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x + 2y \leq 10 \\ 3x + y \leq 12 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 2x + 3y \leq 10 \\ x + y \leq 12 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

Lời giải:

Tổng thời gian cắt là $2x + y$,

và không quá 10 giờ: $2x + y \leq 10$.

Tổng thời gian lắp ráp là $x + 3y$,

và không quá 12 giờ: $x + 3y \leq 12$.

Ngoài ra số sản phẩm không âm: $x \geq 0, y \geq 0$.

Đáp án: B

Câu 23. [TH] Phương án sản xuất nào sau đây thỏa mãn hệ điều kiện

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq 18 \\ x + y \leq 7 \end{cases}$$

A. $(5; 2)$.

B. $(2; 6)$.

C. $(4; 2)$.

D. $(-1; 3)$.

Lời giải:

Kiểm tra từng phương án:

• $(5; 2)$: $3 \cdot 5 + 2 \cdot 2 = 19 > 18$, loại.

• $(2; 6)$: $6 + 12 = 18$ nhưng $2 + 6 = 8 > 7$, loại.

• $(4; 2)$: $12 + 4 = 16 \leq 18$ và $4 + 2 = 6 \leq 7$, thỏa.

• $(-1; 3)$ vi phạm $x \geq 0$.

Đáp án: C

Câu 24. [TH] Một miền đa giác có các đỉnh $O(0; 0)$, $A(4; 0)$, $B(3; 2)$, $C(0; 5)$. Giá trị lớn nhất của $F(x; y) = 3x + 2y$ trên miền đa giác là

A. 13.

B. 12.

C. 10.

D. 8.

Lời giải:

Với biểu thức $F(x; y) = 3x + 2y$,
ta tính tại các đỉnh:

$$F(0; 0) = 0,$$

$$F(4; 0) = 12,$$

$$F(3; 2) = 13,$$

$$F(0; 5) = 10.$$

Giá trị lớn nhất là 13.

Đáp án: A

Câu 25. [VD] Tìm giá trị lớn nhất của $F(x; y) = 3x + 4y$ trên miền nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 5 \\ x + 2y \leq 8 \end{cases}$$

A. 16.

B. 18.

C. 15.

D. 20.

Lời giải:

Miền nghiệm nằm trong góc phần tư thứ nhất và được giới hạn bởi $x + y \leq 5, x + 2y \leq 8$.

Các đỉnh là $O(0; 0), A(5; 0), B(2; 3), C(0; 4)$.

Trong đó B là giao của hai đường:
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

Tính

$$F(0; 0) = 0,$$

$$F(5; 0) = 15,$$

$$F(2; 3) = 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 = 18,$$

$$F(0; 4) = 16.$$

Vậy giá trị lớn nhất là 18.

Đáp án: B

Câu 26. [VD] Tìm giá trị nhỏ nhất của $F(x; y) = 3x + 2y$ trên miền nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 6 \\ 2x + y \geq 8 \end{cases}$$

A. 16.

B. 18.

C. 12.

D. 14.

Lời giải:

Miền nghiệm nằm trong góc phần tư thứ nhất và thỏa

$$x + y \geq 6, 2x + y \geq 8.$$

Biểu thức cần tìm giá trị nhỏ nhất là

$$F(x; y) = 3x + 2y.$$

Các đỉnh ở biên dưới của miền nghiệm là

$$A(0; 8), B(2; 4), C(6; 0).$$

Điểm B là nghiệm của
$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$
 nên $B(2; 4)$.

Tính

$$F(0; 8) = 16,$$

$$F(2; 4) = 6 + 8 = 14,$$

$$F(6; 0) = 18.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất là 14.

Đáp án: D

Câu 27. [VD] Một cơ sở làm hai loại bánh A và B. Mỗi bánh A dùng 2 đơn vị bột và 1 đơn vị thời gian lò; mỗi bánh B dùng 1 đơn vị bột và 2 đơn vị thời gian lò. Cơ sở có tối đa 10 đơn vị bột và 8 đơn vị thời gian lò. Lợi nhuận mỗi bánh A và B lần lượt là 5 và 4 đơn vị tiền. Giả sử x, y có thể nhận các giá trị thực không âm. Lợi nhuận lớn nhất là

A. 28.

B. 25.

C. 20.

D. 30.

Lời giải:

Các ràng buộc là

$$2x + y \leq 10,$$

$$x + 2y \leq 8,$$

$$x \geq 0, y \geq 0.$$

Miền nghiệm có các đỉnh

$$O(0; 0), A(5; 0), B(4; 2), C(0; 4).$$

Điểm B là giao của

$$\begin{cases} 2x + y = 10 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 10 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

Biểu thức lợi nhuận là

$$F(x; y) = 5x + 4y.$$

Tính tại các đỉnh:

$$F(0; 0) = 0,$$

$$F(5; 0) = 25,$$

$$F(4; 2) = 20 + 8 = 28,$$

$$F(0; 4) = 16.$$

Vậy lợi nhuận lớn nhất bằng 28.

Đáp án: A

Câu 28. [TH] Một cơ sở đóng hai loại hộp quà A và B. Mỗi hộp A cần 2 cuộn ruy băng và 1 hộp giấy; mỗi hộp B cần 1 cuộn ruy băng và 2 hộp giấy. Kho có tối đa 16 cuộn ruy băng và 14 hộp giấy. Gọi x, y là số hộp A và B. Hệ điều kiện đúng là

A.
$$\begin{cases} x + 2y \leq 16 \\ 2x + y \leq 14 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 2x + y \geq 16 \\ x + 2y \geq 14 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 2x + y \leq 16 \\ x + 2y \leq 14 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 16 \\ x + y \leq 14 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Lời giải:

Ruy băng: mỗi hộp A dùng 2, mỗi hộp B dùng 1, nên $2x + y \leq 16$.

Hộp giấy: mỗi hộp A dùng 1, mỗi hộp B dùng 2, nên $x + 2y \leq 14$.

Ngoài ra $x \geq 0, y \geq 0$.

Đáp án: C

Câu 29. [VD] Một đơn vị vận chuyển dùng hai loại phương tiện A và B. Mỗi phương tiện A sử dụng 3 đơn vị không gian và 2 đơn vị thời gian; mỗi phương tiện B sử dụng 2 đơn vị không gian và 4 đơn vị thời gian. Tổng nguồn lực lần lượt không quá 36 và 40 đơn vị. Phương án nào sau đây khả thi?

A. (8; 7)

B. (6; 6)

C. (10; 6)

D. (4; 9)

Lời giải:

Điều kiện nguồn lực là

$$3x + 2y \leq 36,$$

$$2x + 4y \leq 40.$$

Kiểm tra:

• (8; 7): $24 + 14 = 38 > 36$, không khả thi.

• (6; 6): $18 + 12 = 30 \leq 36$ và $12 + 24 = 36 \leq 40$, khả thi.

• (10; 6): $30 + 12 = 42 > 36$, không khả thi.

• (4; 9): $8 + 36 = 44 > 40$, không khả thi.

Đáp án: B

Câu 30. [TH] Một miền đa giác có các đỉnh và giá trị của biểu thức $F(x; y) = 2x + 5y$ như bảng sau.

Đỉnh	$O(0;0)$	$A(6;0)$	$B(4;3)$	$C(0;5)$
$F(x; y)$	0	12	23	25

F đạt giá trị lớn nhất tại

- A. O .
- B. A .
- C. B .
- D. C .

Lời giải:

Theo bảng: $F(O) = 0, F(A) = 12, F(B) = 23, F(C) = 25$.

Giá trị lớn nhất là 25, đạt tại đỉnh C .

Đáp án: D

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI

Đơn vị kiến thức 1. Khái niệm hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và nghiệm của hệ

Câu 31. [TH] Xét hệ

$$\begin{cases} x + y \leq 5 \\ x - y \geq -1 \end{cases}$$

- a) Đây là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- b) Cặp $(2;2)$ là một nghiệm của hệ.
- c) Cặp $(4;2)$ là một nghiệm của hệ.
- d) Mọi điểm trên đường thẳng $x + y = 5$ đều là nghiệm của hệ.

Lời giải:

a) **Đúng.** Cả hai bất phương trình đều là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

b) **Đúng.** Với $(2;2)$:
 $2 + 2 = 4 \leq 5$, và $2 - 2 = 0 \geq -1$.

c) **Sai.** Với $(4;2)$: $4 + 2 = 6 > 5$.

d) **Sai.** Không phải mọi điểm trên $x + y = 5$ đều thỏa điều kiện còn lại. Chẳng hạn $(0;5)$ nằm trên $x + y = 5$ nhưng $0 - 5 = -5 < -1$.

Kết luận: a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Sai.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 3 \\ 2x + y > 1 \end{cases}$$

Câu 32. [TH] Xét hệ

- a) Cặp $(0;0)$ là một nghiệm của hệ.
- b) Cặp $(1;3)$ là một nghiệm của hệ.
- c) Đường thẳng $2x + y = 1$ không thuộc miền nghiệm của hệ.
- d) Mọi nghiệm của hệ đều có hoành độ không âm.

Lời giải:

a) **Sai.** Với $(0;0)$, ta có $2 \cdot 0 + 0 = 0 > 1$ là sai.

b) **Đúng.** Với $(1;3)$:
 $1 \geq 0, 3 \leq 3$, và $2 \cdot 1 + 3 = 5 > 1$.

c) Đúng. Vì bất phương trình là $2x + y > 1$, dấu bằng không được lấy nên đường $2x + y = 1$ không thuộc miền nghiệm.

d) Đúng. Mọi nghiệm đều phải thỏa $x \geq 0$.

Kết luận: **a)** Sai; **b)** Đúng; **c)** Đúng; **d)** Đúng.

Đơn vị kiến thức 2. Biểu diễn và xác định miền nghiệm của hệ trên mặt phẳng tọa độ

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 6 \\ 2x + y \leq 8 \end{cases}$$

Câu 33. [TH] Xét hệ

a) Cả bốn đường biên đều thuộc miền nghiệm.

b) Gốc tọa độ là một nghiệm của hệ.

c) Miền nghiệm là tứ giác có các đỉnh $(0;0)$, $(4;0)$, $(2;4)$, $(0;6)$.

d) Điểm $(3;3)$ thuộc miền nghiệm.

Lời giải:

a) Đúng theo ý của đề. Bốn bất phương trình đều dùng dấu $\geq$ hoặc $\leq$, nên các **phần cạnh biên tạo nên miền nghiệm** đều được lấy. Lưu ý: nếu hiểu câu này theo nghĩa toàn bộ bốn đường thẳng đều nằm trọn trong giao miền nghiệm thì cách diễn đạt đó không chặt.

b) Đúng. Tại $O(0;0)$, cả bốn điều kiện đều được thỏa mãn.

c) Đúng. Các đỉnh được xác định như sau:

- trên Ox : $2x \leq 8$, nên đỉnh là $(4;0)$;
- giao của $x + y = 6$ và $2x + y = 8$ là $(2;4)$;
- trên Oy : $y \leq 6$, nên đỉnh là $(0;6)$;
- cùng với $O(0;0)$.

Vậy miền nghiệm là tứ giác có các đỉnh đã nêu.

d) Sai. Với $(3;3)$:

$$2 \cdot 3 + 3 = 9 > 8,$$

nên điểm không thuộc miền nghiệm.

Kết luận: **a)** Đúng; **b)** Đúng; **c)** Đúng; **d)** Sai.

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 2 \\ x + y \leq 7 \end{cases}$$

Câu 34. [TH] Xét hệ

a) Miền nghiệm là một tam giác.

b) Ba đỉnh của miền nghiệm là $(1;2)$, $(5;2)$, $(1;6)$.

c) Điểm $(3;4)$ thuộc miền nghiệm.

d) Gốc tọa độ thuộc miền nghiệm.

Lời giải:

Các đường biên là $x = 1$, $y = 2$, $x + y = 7$.

a) Đúng. Giao ba nửa mặt phẳng tạo một tam giác.

b) Đúng. Ba đỉnh là $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;6)$.

c) Đúng. Với $(3;4)$: $3 \geq 1, 4 \geq 2, 3+4=7 \leq 7$.

d) Sai. Gốc tọa độ không thỏa $x \geq 1$ và $y \geq 2$.

Kết luận: **a)** Đúng; **b)** Đúng; **c)** Đúng; **d)** Sai.

$$\begin{cases} x > 0 \\ y \geq 0 \\ x+y < 5 \end{cases}$$

Câu 35. [TH] Xét hệ

a) Đường biên $x=0$ không thuộc miền nghiệm.

b) Đường biên $y=0$ có phần thuộc miền nghiệm.

c) Đường biên $x+y=5$ thuộc miền nghiệm.

d) Điểm $(2;2)$ thuộc miền nghiệm.

Lời giải:

a) Đúng. Do $x > 0$, đường $x=0$ không được lấy.

b) Đúng. Do $y \geq 0$, đường $y=0$ được lấy ở những điểm đồng thời thỏa $x > 0$ và $x < 5$.

c) Sai. Do $x+y < 5$, đường $x+y=5$ không thuộc miền nghiệm.

d) Đúng. Điểm $(2;2)$ thỏa
 $2 > 0, 2 \geq 0, 2+2=4 < 5$.

Kết luận: **a)** Đúng; **b)** Đúng; **c)** Sai; **d)** Đúng.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x-y \leq 2 \\ x+y \leq 6 \end{cases}$$

Câu 36. [VD] Xét hệ

a) Hai đường thẳng $x-y=2$ và $x+y=6$ cắt nhau tại $(4;2)$.

b) Điểm $(0;6)$ thuộc miền nghiệm.

c) Điểm $(2;0)$ thuộc miền nghiệm.

d) Miền nghiệm là một tam giác.

Lời giải:

a) Đúng. Giải $\begin{cases} x-y=2 \\ x+y=6 \end{cases}$

ta được $2x=8$, nên $x=4$, $y=2$.

b) Đúng. Với $(0;6)$:

$$0 \geq 0, 6 \geq 0,$$

$$0-6=-6 \leq 2,$$

$$0+6=6 \leq 6.$$

c) Đúng. Với $(2;0)$:

$$2-0=2 \leq 2, \text{ và } 2+0=2 \leq 6.$$

d) Sai. Miền nghiệm có bốn đỉnh $O(0;0), A(2;0), B(4;2), C(0;6)$, nên là một tứ giác, không phải tam giác.

Kết luận: **a)** Đúng; **b)** Đúng; **c)** Đúng; **d)** Sai.

Đơn vị kiến thức 3. Ứng dụng và bài toán tối ưu tuyến tính đơn giản

Câu 37. [VD] Một xưởng làm hai sản phẩm A và B. Mỗi A cần 2 đơn vị nguyên liệu và 1 giờ lao động; mỗi B cần 1 đơn vị nguyên liệu và 2 giờ lao động. Xưởng có tối đa 12 đơn vị nguyên liệu và 10 giờ lao động. Lợi nhuận mỗi A và B lần lượt là 3 và 4 đơn vị tiền. Gọi x, y là số sản phẩm tương ứng.

a) Hệ điều kiện là $2x + y \leq 12$, $x + 2y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

b) Phương án $(4; 3)$ là khả thi.

c) Phương án $(6; 2)$ là khả thi.

d) Biểu thức lợi nhuận là $F(x; y) = 3x + 4y$.

Lời giải:

a) **Đúng.** Ràng buộc nguyên liệu và lao động lần lượt là

$$2x + y \leq 12,$$

$$x + 2y \leq 10,$$

cùng với $x \geq 0$, $y \geq 0$.

b) **Đúng.** Với $(4; 3)$:

$$2 \cdot 4 + 3 = 11 \leq 12,$$

$$4 + 2 \cdot 3 = 10 \leq 10.$$

c) **Sai.** Với $(6; 2)$:

$$2 \cdot 6 + 2 = 14 > 12.$$

d) **Đúng.** Lợi nhuận là

$$F(x; y) = 3x + 4y.$$

Kết luận: a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.

Câu 38. [VD] Một dây chuyền có hai công đoạn. Sản phẩm A cần 4 phút máy và 2 kg vật liệu; sản phẩm B cần 2 phút máy và 3 kg vật liệu. Giới hạn tương ứng là 32 phút và 24 kg. Lợi nhuận mỗi A và B lần lượt là 5 và 4 đơn vị tiền.

a) Các ràng buộc chính là $4x + 2y \leq 32$ và $2x + 3y \leq 24$.

b) Phương án $(6; 4)$ là khả thi.

c) Tại $(6; 4)$, lợi nhuận bằng 46.

d) Phương án $(8; 0)$ cho lợi nhuận lớn nhất.

Lời giải:

a) **Đúng.** Hai giới hạn cho $4x + 2y \leq 32$, và $2x + 3y \leq 24$.

b) **Đúng.** Với $(6; 4)$:

$$4 \cdot 6 + 2 \cdot 4 = 32,$$

$$2 \cdot 6 + 3 \cdot 4 = 24.$$

c) **Đúng.** Lợi nhuận tại $(6; 4)$ là $5 \cdot 6 + 4 \cdot 4 = 46$.

d) **Sai.** Các đỉnh chính của miền nghiệm là $O(0; 0)$, $A(8; 0)$, $B(6; 4)$, $C(0; 8)$.

Lợi nhuận tương ứng là 0, 40, 46, 32. Vì vậy phương án $(6; 4)$ mới cho lợi nhuận lớn nhất.

Kết luận: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.

Câu 39. [VD] Xét bài toán tìm giá trị nhỏ nhất của $F(x; y) = 3x + 2y$ trên miền nghiệm

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 6 \\ 2x + y \geq 8 \end{cases}$$

a) Miền nghiệm không bị chặn.

b) Hai đường thẳng $x + y = 6$ và $2x + y = 8$ cắt nhau tại $(2; 4)$.

c) $F(2; 4) = 14$.

d) Giá trị nhỏ nhất của F đạt tại $(0; 8)$ và bằng 16.

Lời giải:

a) **Đúng.** Hai điều kiện $\geq$ chọn phía ngoài theo hướng tăng x, y , nên miền nghiệm kéo dài vô hạn.

b) **Đúng.** Giải

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

suy ra $x = 2, y = 4$.

c) **Đúng.**

$$F(2; 4) = 3 \cdot 2 + 2 \cdot 4 = 14.$$

d) **Sai.** Tại $(0; 8)$:

$$F(0; 8) = 16.$$

Nhưng tại $(2; 4)$ ta có $F = 14 < 16$, nên giá trị nhỏ nhất là 14, không phải 16.

Kết luận: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.

Câu 40. [VD] Một đơn vị quảng bá dùng hai hình thức A và B. Mỗi lượt A tốn 2 triệu đồng, mỗi lượt B tốn 5 triệu đồng; tổng ngân sách không quá 30 triệu đồng. Tổng số lượt không quá 10. Mức tiếp cận tương ứng là 3 và 8 nghìn người. Gọi x, y là số lượt A và B.

a) Hệ điều kiện là $2x + 5y \leq 30, x + y \leq 10, x \geq 0, y \geq 0$.

b) Phương án $(5; 4)$ là khả thi.

c) Biểu thức mức tiếp cận là $F(x; y) = 3x + 8y$.

d) Phương án $(5; 4)$ cho mức tiếp cận lớn nhất.

Lời giải:

a) **Đúng.** Hai ràng buộc là

$$2x + 5y \leq 30,$$

$$x + y \leq 10,$$

với $x, y \geq 0$.

b) **Đúng.** Với $(5; 4)$:

$$2 \cdot 5 + 5 \cdot 4 = 30,$$

và

$$5 + 4 = 9 \leq 10.$$

c) **Đúng.** Mức tiếp cận là $F(x; y) = 3x + 8y$.

d) **Sai.** Xét các đỉnh của miền nghiệm:

$$O(0;0), A(10;0), B\left(\frac{20}{3}; \frac{10}{3}\right), C(0;6).$$

Ta có

$$F(10;0) = 30,$$

$$F\left(\frac{20}{3}; \frac{10}{3}\right) = \frac{140}{3},$$

$$F(0;6) = 48.$$

Trong khi

$$F(5;4) = 47.$$

Do đó $(5;4)$ không cho mức tiếp cận lớn nhất.

Kết luận: **a)** Đúng; **b)** Đúng; **c)** Đúng; **d)** Sai.

PHẦN III. CÂU TRẢ LỜI NGẮN

Đơn vị kiến thức 1. Khái niệm hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và nghiệm của hệ

Câu 41. [TH] Trong năm cặp số $(0;0)$, $(2;1)$, $(3;2)$, $(1;-1)$, $(4;1)$, có bao nhiêu cặp là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x + y \leq 5 \\ x - y \geq 1 \end{cases}$$

Lời giải:

Kiểm tra năm cặp:

- $(0;0)$: $x - y = 0 < 1$, không thỏa.
- $(2;1)$: $2 + 1 = 3 \leq 5$ và $2 - 1 = 1 \geq 1$, thỏa.
- $(3;2)$: $3 + 2 = 5 \leq 5$ và $3 - 2 = 1 \geq 1$, thỏa.
- $(1;-1)$: $1 + (-1) = 0 \leq 5$ và $1 - (-1) = 2 \geq 1$, thỏa.
- $(4;1)$: $4 + 1 = 5 \leq 5$ và $4 - 1 = 3 \geq 1$, thỏa.

Có 4 cặp là nghiệm.

Đáp án: 4

Câu 42. [TH] Tìm số nguyên lớn nhất m để cặp $(m;2)$ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x + y \leq 7 \\ 2x - y \leq 6 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Lời giải:

Thay $(x; y) = (m; 2)$:

$$m + 2 \leq 7,$$

nên

$$m \leq 5.$$

Điều kiện thứ hai:

$$2m - 2 \leq 6,$$

suy ra

$$2m \leq 8,$$

nên

$$m \leq 4.$$

Lại có $m \geq 0$.

Vậy số nguyên lớn nhất là 4.

Đáp án: 4

Đơn vị kiến thức 2. Biểu diễn và xác định miền nghiệm của hệ trên mặt phẳng tọa độ

Câu 43. [TH] Hai đường thẳng $x + y = 9$ và $2x + y = 12$ cắt nhau tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?

Lời giải:

Giải hệ

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ 2x + y = 12 \end{cases}$$

Lấy phương trình thứ hai trừ phương trình thứ nhất:

$$x = 3.$$

Vậy hoành độ giao điểm bằng 3.

Đáp án: 3

Câu 44. [TH] Hai đường thẳng $x + y = 7$ và $2x + y = 10$ cắt nhau tại điểm có tung độ bằng bao nhiêu?

Lời giải:

Giải
$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x + y = 10 \end{cases}$$

Trừ hai phương trình: $x = 3$. Suy ra $y = 7 - 3 = 4$.

Đáp án: 4

Câu 45. [TH] Hai đường thẳng $x + 2y = 8$ và $x - y = 2$ cắt nhau tại điểm có tung độ bằng bao nhiêu?

Lời giải:

Từ $x - y = 2$ suy ra $x = y + 2$.

Thay vào $x + 2y = 8$,

ta có $y + 2 + 2y = 8$.

Suy ra $3y = 6$, nên $y = 2$.

Đáp án: 2

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 8 \\ x + 2y \leq 10 \end{cases}$$

Câu 46. [TH] Miền nghiệm của hệ có bao nhiêu đỉnh?

Lời giải:

Miền nghiệm thỏa $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 8, x + 2y \leq 10$.

Các đỉnh là $O(0;0), A(8;0), B(6;2), C(0;5)$.

Trong đó B là giao của hai đường $x + y = 8$ và $x + 2y = 10$.

Vậy miền nghiệm có 4 đỉnh.

Đáp án: 4

Đơn vị kiến thức 3. Ứng dụng và bài toán tối ưu tuyến tính đơn giản

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 10 \\ x + 2y \leq 8 \end{cases}$$

Câu 47. [VD] Tìm giá trị lớn nhất của $F(x; y) = 4x + 3y$ trên miền nghiệm của hệ

Lời giải:

Miền nghiệm có các đỉnh $O(0;0), A(5;0), B(4;2), C(0;4)$.

Điểm B là giao của $2x + y = 10$ và $x + 2y = 8$.

Tính

$$F(0;0) = 0,$$

$$F(5;0) = 20,$$

$$F(4;2) = 16 + 6 = 22,$$

$$F(0;4) = 12.$$

Vậy giá trị lớn nhất là 22.

Đáp án: 22

Câu 48. [VD] Tìm giá trị lớn nhất của $F(x; y) = 4x + 5y$ trên miền nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 14 \\ x + 2y \leq 10 \end{cases}$$

Lời giải:

Miền nghiệm có các đỉnh $O(0;0), A(7;0), B(6;2), C(0;5)$.

Điểm B là giao của $2x + y = 14$ và $x + 2y = 10$.

Tính

$$F(0;0) = 0,$$

$$F(7;0) = 28,$$

$$F(6;2) = 24 + 10 = 34,$$

$$F(0;5) = 25.$$

Vậy giá trị lớn nhất là 34.

Đáp án: 34

Câu 49. [VD] Một đơn vị vận chuyển dùng hai loại xe A và B. Mỗi xe A đáp ứng 3 đơn vị nhu cầu hàng và 1 đơn vị nhu cầu lạnh; mỗi xe B đáp ứng 2 đơn vị nhu cầu hàng và 2 đơn vị nhu cầu lạnh. Cần đạt ít nhất 18 đơn vị hàng và 10 đơn vị lạnh. Chi phí mỗi xe A và B lần lượt là 4 và 5 đơn vị tiền. Hỏi chi phí nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải:

Gọi x, y lần lượt là số xe A và B.

Các yêu cầu tối thiểu cho $3x + 2y \geq 18, x + 2y \geq 10$, với $x \geq 0, y \geq 0$.

Chi phí cần tối thiểu hóa là $F(x; y) = 4x + 5y$.

Hai đường biên chính cắt nhau tại
$$\begin{cases} 3x + 2y = 18 \\ x + 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$$

Tại các đỉnh biên cần xét: $F(0;9) = 45, F(4;3) = 16 + 15 = 31, F(10;0) = 40$.

Vậy chi phí nhỏ nhất là 31.

Đáp án: 31

Câu 50. [VD] Tìm giá trị lớn nhất của $F(x; y) = 3x + 4y$ trên miền nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 16 \\ x + 3y \leq 18 \end{cases}$$

Lời giải:

Miền nghiệm được giới hạn bởi $2x + y \leq 16$, $x + 3y \leq 18$, và hai trục tọa độ.
Các đỉnh là

$$O(0;0), A(8;0), B(6;4), C(0;6).$$

Điểm B là giao của
$$\begin{cases} 2x + y = 16 \\ x + 3y = 18 \end{cases}$$

Tính

$$F(0;0) = 0,$$

$$F(8;0) = 24,$$

$$F(6;4) = 18 + 16 = 34,$$

$$F(0;6) = 24.$$

Vậy giá trị lớn nhất là 34 .

Đáp án: 34