

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VĨNH LONG
ĐỀ THI CHÍNH THỨC**
(Đề thi có 04 trang)

uigeli.xyz
KỶ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên: Số báo danh: **Mã đề 0101**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho $\int_0^2 f(x)dx = 3$. Tính $I = \int_0^2 (1 + 2f(x))dx$.

- A. $I = 7$. B. $I = 4$. C. $I = 8$. D. $I = 6$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(SCD) \perp (SAD)$. B. $(SBD) \perp (SAC)$. C. $(SBC) \perp (SIA)$. D. $(SDC) \perp (SAI)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 7 + 2t \\ z = 9 + 3t \end{cases}$ có một vector chỉ phương là:

- A. $\vec{u}_4 = (5; 7; 9)$. B. $\vec{u}_2 = (3; 2; 1)$. C. $\vec{u}_3 = (1; 2; 3)$. D. $\vec{u}_1 = (1; 3; 2)$.

Câu 4. Cho bảng số liệu sau đây:

Nhóm	[1, 5; 2, 5)	[2, 5; 3, 5)	[3, 5; 4, 5)	[4, 5; 5, 5)	[5, 5; 6, 5)
Tần số	2	3	7	2	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu cho bởi bảng trên là:

- A. 2. B. 5. C. 3. D. 4.

Câu 5. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được cho bởi công thức nào sau đây?

- A. $S = \pi \int_a^b f^2(x)dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)|dx$. C. $S = \int_a^b f(x)dx$. D. $S = \pi \int_a^b |f(x)|dx$.

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng:

- A. 22. B. 17. C. 12. D. 250.

Câu 7. Với mọi số thực dương a , $\log_3(27a) - \log_3 a$ bằng:

- A. 3. B. $3 - 2\log_3 a$. C. 9. D. $\log_3(26a)$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2 - 2x - 3} = 5^{x+1}$ là:

- A. $x = -1; x = 2$. B. Vô nghiệm. C. $x = 1; x = 2$. D. $x = 1; x = -2$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$. Tọa độ tâm của mặt cầu (S) là:

- A. $(1; -2; 3)$. B. $(1; 2; 3)$. C. $(1; -2; -3)$. D. $(1; 2; -3)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ac \neq 0, ad - bc \neq 0$) có bảng biến thiên như dưới đây.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	1	$+\infty$	1

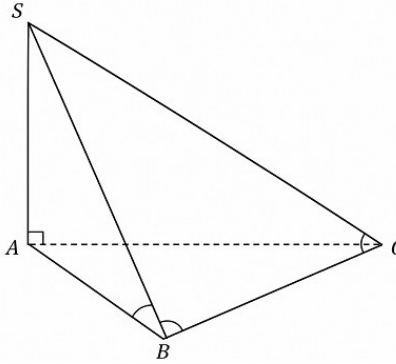
Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là:

- A. $y = 1$. B. $x = 1$. C. $y = -2$. D. $x = -2$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (-1; 0; 2)$ và $\vec{b} = (2; 3; 2)$. Giá trị của $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng:

- A. 2. B. -6. C. -3. D. -4.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$, $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp nói trên.

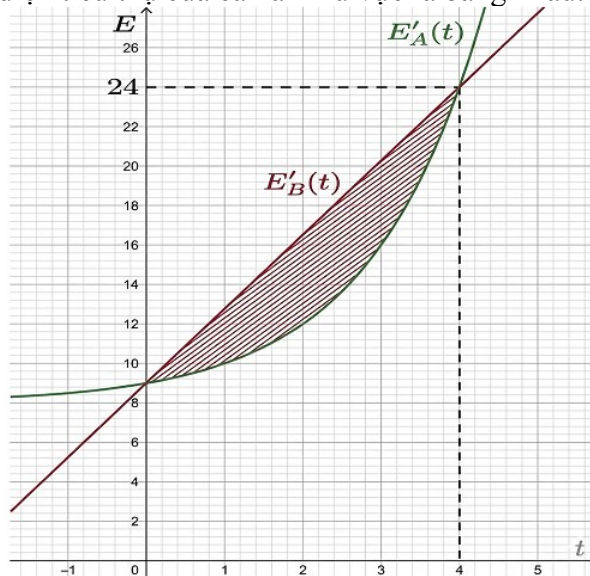


- A. $V = \frac{a^3}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $V = a^3\sqrt{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một chuyên gia kinh tế nghiên cứu tốc độ thay đổi lượng điện tiêu thụ của hai khu vực công nghiệp A và B từ đầu năm 2020 đến đầu năm 2024. Tốc độ thay đổi lượng điện tiêu thụ của khu vực A và khu vực B lần lượt được mô tả bởi các hàm số: $E'_A(t) = 2^t + 8$ và $E'_B(t) = 3,75t + n$ (n là một hằng số), trong đó t là số năm kể từ đầu năm 2020 ($0 \leq t \leq 4$). Biết rằng tại thời điểm bắt đầu khảo sát ($t = 0$) và đầu năm 2024 ($t = 4$), tốc độ thay đổi lượng điện tiêu thụ của cả hai khu vực là bằng nhau.



a) Tổng lượng điện tiêu thụ tăng thêm của khu vực A sau 4 năm đầu khảo sát xấp xỉ bằng $53,64$ triệu kWh.

b) Gọi t_0 là mốc thời gian mà tại đó tốc độ thay đổi lượng điện tiêu thụ của khu vực A đạt 12 triệu kWh/năm. Khi đó $t_0 = 2,5$.

c) Tại thời điểm $t = 3$, tốc độ thay đổi lượng điện tiêu thụ của khu vực A là 16 triệu kWh/năm.

d) Trong giai đoạn 4 năm đầu khảo sát, tổng lượng điện tiêu thụ tăng thêm của khu vực B nhiều hơn khu vực A một lượng xấp xỉ $10,93$ triệu kWh.

Câu 2. Trong một đợt khảo sát về hành vi người dùng trên ứng dụng ngân hàng số của một ngân hàng thương mại, bộ phận dữ liệu nhận thấy: xác suất để một khách hàng có sử dụng dịch vụ thanh toán hóa đơn bằng mã QR là $0,7$; xác suất để khách hàng có sử dụng dịch vụ gửi tiết kiệm trực tuyến là $0,5$ và xác suất để khách hàng sử dụng cả hai dịch vụ này là $0,3$.

a) Khảo sát ngẫu nhiên 10 khách hàng, xác suất để có đúng 3 người sử dụng cả hai dịch vụ xấp xỉ bằng $0,27$.

b) Chọn ngẫu nhiên một khách hàng, xác suất để khách hàng này sử dụng dịch vụ thanh toán hóa đơn bằng mã QR, biết rằng khách hàng này có sử dụng dịch vụ gửi tiết kiệm trực tuyến, bằng $0,6$.

c) Nghiên cứu thêm về tính năng “Hoàn tiền” (Cashback), ngân hàng nhận thấy: tỷ lệ khách hàng được hoàn tiền nếu sử dụng cả hai dịch vụ là 60%, còn với nhóm khách hàng không sử dụng đồng thời cả hai dịch vụ này thì tỷ lệ được hoàn tiền chỉ là 10%. Biết rằng một khách hàng vừa nhận được tin nhắn hoàn tiền từ hệ thống, xác suất để khách hàng đó thuộc nhóm sử dụng cả hai dịch vụ là $0,25$.

d) Chọn ngẫu nhiên một khách hàng, xác suất để khách hàng này có sử dụng ít nhất một trong hai dịch vụ trên là $0,9$.

Câu 3. Để thực hiện công tác bảo trì cầu Mỹ Thuận 2, các kỹ sư sử dụng hệ thống máy bay không người lái (UAV) tích hợp công nghệ Bathymetric LiDAR. Hệ thống này phát ra các xung laser xanh lá (green laser) theo đường thẳng từ điểm $C(20;60;50)$ nằm trên đỉnh tháp cầu, đi qua phao tiêu quan trắc $B(a;b;c)$ trên mặt nước và chiếu đến mục tiêu $A(15;10;-50)$ nằm trên bề mặt lớp cát bồi lắng ở chân trụ cầu. Hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O tại mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước sông, trục Oz hướng thẳng đứng lên trên (đơn vị: mét).

a) Đường thẳng AC biểu diễn quỹ đạo của tia laser có phương trình chính tắc là:

$$\frac{x-20}{1} = \frac{y-60}{10} = \frac{z-50}{20}$$

b) Sau khi xác định mục tiêu A , các kỹ sư vận hành một robot dò tìm chạy trên một thanh ray bảo trì d nằm song song với mặt nước, cách mặt nước 5 m. Biết rằng hình chiếu vuông góc của thanh ray d lên mặt nước là một đường thẳng đi qua phao tiêu B và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;1;0)$. Để nhận được tín hiệu mạnh nhất từ mục tiêu A , robot cần di chuyển đến vị trí $M(a';b';c')$ trên thanh ray d sao cho khoảng cách AM ngắn nhất. Khi đó $a' + b' - c' = 34$.

c) Tọa độ phao tiêu B thỏa mãn $a + b + c = 52,5$.

d) Khi xung laser truyền trong nước, vận tốc của nó thay đổi theo thời gian t (đơn vị: ns) bởi hàm số $v(t) = 0,22 + 0,01t$ (m/ns), với $t \geq 0$ là thời gian tính từ thời điểm xung laser chạm mặt nước. Khi đó, quãng đường tia laser đã đi được trong nước sau 10 ns kể từ khi chạm mặt nước là $2,475$ mét.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{4}{x} + x + 1$ với $x \neq 0$.

a) $f'(-4) = 2$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2}$ với $x \neq 0$.

c) Hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[1; 3]$ lần lượt bằng M, m . Khi đó $M - m = 1$.

d) Tổng các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ bằng 4.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

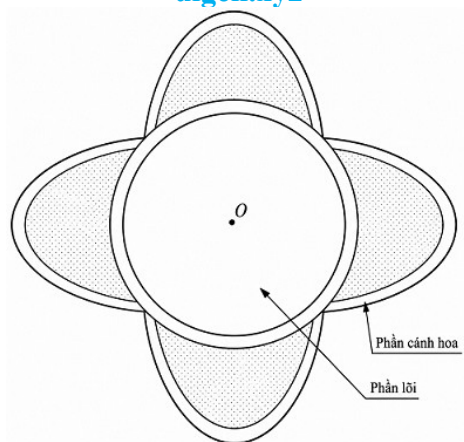
Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), một kiến trúc sư cần lắp đặt một đèn chiếu sáng tại vị trí A cho một phòng triển lãm. Điểm A thay đổi trên một khung thép hình tròn là giao tuyến của mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 4 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 6$. Đèn phát ra luồng sáng có dạng hình nón với góc ở đỉnh bằng 60° , trục của hình nón luôn vuông góc với mặt sàn $(P): x - 2y + 2z + 10 = 0$. Để đảm bảo mật độ ánh sáng tập trung cao nhất cho khu vực trưng bày dưới sàn, kiến trúc sư cần điều chỉnh đèn đến vị trí sao cho diện tích vùng chiếu sáng trên mặt sàn (P) là nhỏ nhất. Hãy tính diện tích vùng chiếu sáng nhỏ nhất đó. (Không làm tròn các kết quả trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười của m^2).

Câu 2. Một nghệ nhân làm gốm thủ công tại địa phương đang sản xuất một dòng bình hoa gốm đặc biệt. Mỗi ngày, nghệ nhân này có thể sản xuất x chiếc bình hoa ($1 \leq x \leq 18, x \in \mathbb{N}$). Tổng chi phí sản xuất x bình hoa trong một ngày (bao gồm nguyên liệu, công thợ và lò nung), tính bằng đơn vị nghìn đồng, được xác định bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 3x^2 + 40x + 500$. Giả sử toàn bộ số bình hoa sản xuất ra trong ngày đều được các cửa hàng lưu niệm thu mua hết với giá cố định là 280 nghìn đồng/bình. Để đạt được lợi nhuận cao nhất, nghệ nhân này nên sản xuất bao nhiêu bình hoa mỗi ngày?

Câu 3. Cho dãy số (u_n) với $u_n = C_{n+3}^4$ ($n = 1, 2, \dots, 80$). Người ta chọn ngẫu nhiên lần lượt hai bộ A và B , mỗi bộ gồm ba số hạng liên tiếp của dãy số trên sao cho hai bộ không có chỉ số chung. Bộ A được điền vào cột 1 và bộ B được điền vào cột 2 của một bảng ô vuông kích thước 3×2 sao cho các số hạng trong mỗi cột có chỉ số tăng dần từ trên xuống dưới. Biết xác suất để tổng các số hạng ở mỗi cột đều là số lẻ bằng $\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), hãy tính $a + b$.

Câu 4. Một khối đá có dạng hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ với cạnh đáy bằng 2 dm, khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ dm. Tìm khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy của khối đá hình lăng trụ đã cho theo đơn vị dm.

Câu 5. Để chuẩn bị quà tặng sinh nhật đặc biệt cho các thành viên trong câu lạc bộ nghệ thuật, người ta đặt hàng chế tác một vật phẩm chặn giấy bằng hợp kim cao cấp. Bề mặt của vật phẩm có dạng hai hình elip bằng nhau xếp chồng lên nhau. Biết mỗi elip có độ dài trục lớn bằng 8 cm, độ dài trục nhỏ bằng $\frac{8}{\sqrt{3}}$ cm; trục lớn của elip này vuông góc với trục lớn của elip kia tại giao điểm O của chúng. Đường tròn (O) đi qua các giao điểm của hai elip được vẽ lên bề mặt để phân chia các khu vực trang trí (như hình vẽ). Phần lõi bên trong đường tròn được dát đồng để khắc tên và lời chúc sinh nhật với chi phí 5.000 đồng/cm². Các phần cánh hoa nằm phía ngoài đường tròn được đính đá Sapphire nhân tạo với chi phí 15.000 đồng/cm². Hỏi tổng chi phí nguyên vật liệu để chế tác một vật phẩm quà tặng này là bao nhiêu nghìn đồng? (Không làm tròn các kết quả trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).



Câu 6. Bác Minh mua một chiếc tivi tại một cửa hàng với giá $21,5$ triệu đồng và đã trả trước 10 triệu đồng ngay khi nhận tivi. Số tiền còn lại bác lựa chọn trả góp trong vòng 12 tháng với lãi suất $3,5\%$ /tháng theo hình thức lãi kép trên dư nợ giảm dần, tiền lãi được tính dựa trên số dư nợ thực tế tại thời điểm tính lãi. Biết rằng, vào cuối mỗi tháng, bác Minh phải trả cho cửa hàng một số tiền không đổi là m triệu đồng để sau đúng 12 tháng thì hết nợ. Giá trị của m bằng bao nhiêu? (Không làm tròn các kết quả trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm).

--- HẾT

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	A	C	B	B	B	A	A	D	D	A	C

Phần II

Câu	a	b	c	d
1	Đ	S	Đ	S
2	Đ	Đ	S	Đ
3	Đ	S	Đ	S
4	S	Đ	Đ	S

Phần III

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	26,2	10	1781	1	329	1,19

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I

Câu 1

$$\int_0^2 f(x) dx = 3$$

Ta có:

Suy ra:

$$I = \int_0^2 (1 + 2f(x)) dx = \int_0^2 1 dx + 2 \int_0^2 f(x) dx = 2 + 2 \cdot 3 = 8$$

Chọn C.

Câu 2

$$SA \perp (ABCD) \quad SA \perp CD$$

Vì nên

$$ABCD \quad AD \perp CD$$

Đáy là hình chữ nhật nên

$$CD \quad SA, AD \quad (SAD)$$

Ta có vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng nên:

$$CD \perp (SAD)$$

$$CD \subset (SCD)$$

Mà nên:

$$(SCD) \perp (SAD)$$

Chọn A.

Câu 3

$$d : \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 7 + 2t \\ z = 9 + 3t \end{cases}$$

Đường thẳng có dạng:

$$t \quad 1, 2, 3 \quad \vec{u} = (1; 2; 3)$$

Hệ số của lần lượt là nên một vectơ chỉ phương là:

Chọn C.

Câu 4

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm được tính bằng:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

1,5

6,5

Từ bảng, giá trị nhỏ nhất thuộc đầu mút , giá trị lớn nhất thuộc đầu mút .

$$R = 6,5 - 1,5 = 5$$

Do đó:

Chọn B.

Câu 5

$$y = f(x)$$

$$x = a, x = b$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị , trục hoành và hai đường thẳng là:

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

$$f(x)$$

Vì nếu âm thì phần diện tích vẫn phải lấy dương.

Chọn B.

Câu 6

$$u_1 = 2, d = 5$$

Cấp số cộng có:

$$u_4 = u_1 + 3d = 2 + 3.5 = 17$$

Ta có:

Chọn B.

Câu 7

$$\log_3(27a) - \log_3 a = \log_3 \frac{27a}{a} = \log_3 27 = 3$$

Ta có:

Chọn A.

Câu 8

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x-3} = 5^{x+1}$$

Phương trình:

$$\frac{1}{5} = 5^{-1} \quad 5^{-(x^2-2x-3)} = 5^{x+1}$$

Vì nên:

$$-x^2 + 2x + 3 = x + 1 \Leftrightarrow -x^2 + x + 2 = 0$$

Suy ra:

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2) = 0$$

Vậy:

$$x = -1 \quad x = 2$$

hoặc

Chọn A.

Câu 9

$$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$$

Mặt cầu:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$$

Dạng chuẩn là:

$$I(1; 2; -3)$$

Suy ra tâm là:

Chọn D.

Câu 10

$$x = -2 \quad -\infty \quad +\infty$$

Từ bảng biến thiên, tại thì hàm số có giới hạn một bên là , bên kia là .

$$x = -2$$

Do đó đồ thị có tiệm cận đứng:

Chọn D.

Câu 11

$$\vec{a} = (-1; 0; 2) \quad \vec{b} = (2; 3; 2)$$

Ta có:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1).2 + 0.3 + 2.2 = -2 + 4 = 2$$

Tích vô hướng:

Chọn A.

Câu 12

Đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = a$, có:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{a^2}{2}$$

Diện tích đáy:

$$SA \perp (ABC) \quad h = SA = a\sqrt{3}$$

Vì nên chiều cao khối chóp là:

$$V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$$

Thể tích:

Chọn C.

PHẦN II

Câu 1

$$E'_A(t) = 2^t + 8$$

Ta có:

$$t = 0 \quad t = 4$$

Vì tại và , tốc độ thay đổi của hai khu vực bằng nhau.

$$t = 0 \quad E'_A(0) = 2^0 + 8 = 9$$

Tại :

$$E'_B(t) = 3,75t + n \quad E'_B(0) = n = 9$$

Do nên:

$$E'_B(t) = 3,75t + 9$$

Vậy:

$$A \quad 4$$

a) Lượng điện tiêu thụ tăng thêm của khu vực trong năm là:

$$\int_0^4 (2^t + 8) dt = \frac{2^t}{\ln 2} + 8t \Big|_0^4 = \frac{16-1}{\ln 2} + 32 \approx 53,64$$

Mệnh đề đúng.

a) Đúng.

b)

Tốc độ thay đổi của khu vực A đạt 12 khi:

$$2^t + 8 = 12 \Leftrightarrow 2^t = 4 \Leftrightarrow t = 2$$

$$t_0 = 2,5$$

Không phải.

b) Sai.

$$t = 3$$

c) Tại :

$$E'_A(3) = 2^3 + 8 = 16$$

Mệnh đề đúng.

c) Đúng.

d) Lượng điện tiêu thụ tăng thêm của khu vực B là:

$$\int_0^4 (3,75t + 9) dt = \left(1,875t^2 + 9t \right) \Big|_0^4 = 1,875 \cdot 16 + 36 = 66$$

Lượng tăng thêm của A xấp xỉ 53,64.

Do đó B nhiều hơn A $66 - 53,64 = 12,36$.

$$10,93$$

Không phải.

d) Sai.

Câu 2

Gọi:

Q

: khách hàng dùng thanh toán hóa đơn bằng mã QR.

T

: khách hàng dùng gửi tiết kiệm trực tuyến.

Theo đề:

$$P(Q) = 0,7 \quad P(T) = 0,5 \quad P(Q \cap T) = 0,3$$

a)

$$\frac{3}{10}$$

Xác suất đúng 3 người trong 10 người dùng cả hai dịch vụ là:

$$C_{10}^3 \cdot 0,3^3 \cdot 0,7^7 \approx 0,2668 \approx 0,27$$

a) Đúng.

b) Ta có:

$$P(Q|T) = \frac{P(Q \cap T)}{P(T)} = \frac{0,3}{0,5} = 0,6$$

b) Đúng.

H

c) Gọi H là biến cố khách hàng được hoàn tiền.

Theo đề:

$$P(H|Q \cap T) = 0,6$$

$$P(H|\overline{Q \cap T}) = 0,1$$

Ta có:

$$P(Q \cap T) = 0,3 \quad P(\overline{Q \cap T}) = 0,7$$

nên

$$P(H) = 0,6.0,3 + 0,1.0,7 = 0,18 + 0,07 = 0,25$$

Suy ra:

Xác suất khách hàng thuộc nhóm dùng cả hai dịch vụ khi biết đã được hoàn tiền là:

$$P(Q \cap T | H) = \frac{0,6.0,3}{0,25} = \frac{0,18}{0,25} = 0,72$$

$$0,25$$

Không phải

c) Sai.

d)

Xác suất dùng ít nhất một trong hai dịch vụ là:

$$P(Q \cup T) = P(Q) + P(T) - P(Q \cap T)$$

$$= 0,7 + 0,5 - 0,3 = 0,9$$

d) Đúng.

Câu 3

Ta có:

$$C(20; 60; 50) \quad A(15; 10; -50)$$

,

$\overrightarrow{AC}$

Vector chỉ phương của đường thẳng là:

$$\overrightarrow{AC} = (-5; -50; -100) = -5(1; 10; 20)$$

a)

$$C(20; 60; 50)$$

$$(1; 10; 20)$$

Đường thẳng qua , có vector chỉ phương là:

$$\frac{x-20}{1} = \frac{y-60}{10} = \frac{z-50}{20}$$

AC

Đây đúng là đường thẳng

a) Đúng.

b)

B

$$z_B = 0$$

Phao tiêu nằm trên mặt nước nên

AC

$$\begin{cases} x = 20 - 5s \\ y = 60 - 50s \\ z = 50 - 100s \end{cases}$$

Đường thẳng có tham số:

$$z = 0$$

Cho :

$$50 - 100s = 0 \Rightarrow s = \frac{1}{2}$$

$$B(17, 5; 35; 0)$$

Suy ra:

d

5

Thanh ray song song mặt nước, cách mặt nước m nên có dạng:

$$M(17, 5 + 2\lambda; 35 + \lambda; 5)$$

AM

$\overline{AM}$

$$(2; 1; 0)$$

d

Ta cần nhỏ nhất. Khi đó vuông góc với vector chỉ phương của

$$A(15; 10; -50)$$

Với :

$$\overline{AM} = (2, 5 + 2\lambda; 25 + \lambda; 55)$$

$$(2, 5 + 2\lambda).2 + (25 + \lambda).1 + 55.0 = 0$$

Điều kiện vuông góc:

$$\Leftrightarrow 5 + 4\lambda + 25 + \lambda = 0 \Leftrightarrow 5\lambda + 30 = 0 \Leftrightarrow \lambda = -6$$

$$M(5, 5; 29; 5)$$

Suy ra:

$$a' + b' - c' = 5, 5 + 29 - 5 = 29, 5$$

Do đó:

$$34$$

Không phải

b) Sai.

c)

$$B(17, 5; 35; 0)$$

Từ trên ta có:

$$a + b + c = 17, 5 + 35 + 0 = 52, 5$$

Do đó:

c) Đúng.

$$10$$

d) Quãng đường tia laser đi được trong nước sau 10 ns là:

$$\int_0^{10} (0, 22 + 0, 01t) dt = (0, 22t + 0, 005t^2) \Big|_0^{10}$$

$$= 2, 2 + 0, 5 = 2, 7$$

m.

$$2, 475$$

Không phải m.

d) Sai.

Câu 4

$$f(x) = \frac{4}{x} + x + 1 \quad x \neq 0$$

Cho:

$$f'(x) = -\frac{4}{x^2} + 1 = \frac{x^2 - 4}{x^2}$$

Ta có:

$$f'(-4) = \frac{(-4)^2 - 4}{(-4)^2} = \frac{16 - 4}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

a) ☐ .

Không phải ☐ .

a) Sai.

$$f'(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2} \quad x \neq 0$$

b) Theo tính ở trên: ☐ , với ☐ .

b) Đúng.

c) Xét trên đoạn từ ☐ đến ☐ .

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \quad x = -2$$

hoặc ☐ .

Trong đoạn từ ☐ đến ☐ chỉ có ☐ $x = 2$.

Tính:

$$f(1) = 4 + 1 + 1 = 6$$

. ☐

$$f(2) = 2 + 2 + 1 = 5$$

. ☐

$$f(3) = \frac{4}{3} + 3 + 1 = \frac{16}{3}$$

. ☐

Vậy giá trị lớn nhất là ☐ $M = 6$, giá trị nhỏ nhất là ☐ $m = 5$.

$$M - m = 6 - 5 = 1$$

Do đó: ☐ .

c) Đúng.

$$f'(x) = 0$$

d) Phương trình: ☐

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

$$-2 + 2 = 0$$

Tổng các nghiệm là:

4

Không phải .

d) Sai.

PHẦN III

Câu 1

(P)

Ta cần diện tích vùng chiếu sáng nhỏ nhất trên mặt phẳng .

60°

30°

Góc ở đỉnh của hình nón bằng nên nửa góc ở đỉnh là .

A

(P)

h

Nếu khoảng cách từ đèn đến mặt phẳng sàn là , thì bán kính vùng chiếu sáng là:

$$r = h \tan 30^\circ = \frac{h}{\sqrt{3}}$$

$$S = \pi r^2 = \frac{\pi h^2}{3}$$

Diện tích vùng chiếu sáng:

h

Vậy cần tìm nhỏ nhất.

I(1;1;2)

R = √6

Mặt cầu có tâm: , bán kính .

$$(\alpha): x + y - z + 4 = 0$$

Mặt phẳng:

$$(\alpha) \quad \vec{n}_\alpha = (1; 1; -1)$$

Pháp tuyến của là:

$$I \quad (\alpha)$$

Khoảng cách từ đến :

$$d(I, (\alpha)) = \frac{|1+1-2+4|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$I \quad (\alpha)$$

Tâm của đường tròn giao tuyến là hình chiếu của I lên (α) :

$$H = I - \frac{1+1-2+4}{1^2+1^2+(-1)^2} \vec{n}_\alpha = (1; 1; 2) - \frac{4}{3}(1; 1; -1)$$

$$= \left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{10}{3} \right)$$

Bán kính đường tròn giao tuyến:

$$\rho = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{6 - \frac{16}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$(P): x - 2y + 2z + 10 = 0$$

Mặt phẳng sán:

$$L = x - 2y + 2z + 10$$

Đặt:

$$L(H) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{20}{3} + 10 = 17$$

Tại H :

$$(P) \quad \vec{n}_P = (1; -2; 2)$$

Pháp tuyến của (P) là:

$$\vec{n}_P \quad (\alpha)$$

Thành phần của $\vec{n}_P$ nằm trong mặt phẳng (α) có độ dài:

$$\left| \vec{n}_P - \frac{\vec{n}_P \cdot \vec{n}_\alpha}{|\vec{n}_\alpha|^2} \vec{n}_\alpha \right|$$

$$\vec{n}_P \cdot \vec{n}_\alpha = 1 - 2 - 2 = -3$$

Ta có:

Suy ra vector thành phần là:

$$\vec{n}P + \vec{n}\alpha = (2; -1; 1)$$

Độ dài bằng:

$$\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{6}$$

Vì A chạy trên đường tròn tâm H , bán kính ρ , nên L nhỏ nhất bằng:

$$17 - \rho\sqrt{6} = 17 - \sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{6} = 17 - 2 = 15$$

Do đó khoảng cách nhỏ nhất từ A đến (P) là:

$$h_{\min} = \frac{15}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{15}{3} = 5$$

Vậy diện tích nhỏ nhất:

$$S_{\min} = \frac{\pi h_{\min}^2}{3} = \frac{25\pi}{3} \approx 26,2$$

26,2

Đáp án: .

Câu 2

Doanh thu khi bán x bình hoa là: $R(x) = 280x$ nghìn đồng.

$$C(x) = x^3 - 3x^2 + 40x + 500$$

Chi phí:

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

Lợi nhuận:

$$= 280x - (x^3 - 3x^2 + 40x + 500)$$

$$= -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$$

$$P'(x) = -3x^2 + 6x + 240$$

Xét hàm số:

$$= -3(x^2 - 2x - 80) = -3(x - 10)(x + 8)$$

$$1 \leq x \leq 18$$

Với , ta có:

$$P'(x) > 0 \quad x < 10$$

khi

$$P'(x) < 0 \quad x > 10$$

khi

Vì vậy lợi nhuận lớn nhất đạt tại:

$$x = 10$$

$$10$$

Đáp án: bình hoa.

Câu 3

$$u_n = C_{n+3}^4$$

Ta có:

$$u_n$$

Xét tính chẵn lẻ của

$$C_N^4 \quad 4 = 100_2 \quad C_N^4$$

$$4$$

$$N$$

$$1$$

Với tổ hợp , vì , nên lẻ khi chữ số hàng trong biểu diễn nhị phân của bằng .

Tương đương:

$$N \equiv 4, 5, 6, 7 \pmod{8}$$

$$N = n + 3$$

Ở đây nên:

$$u_n \quad n + 3 \equiv 4, 5, 6, 7 \pmod{8}$$

lẻ khi

$$n \equiv 1, 2, 3, 4 \pmod{8}$$

Suy ra:

$$u_n \pmod{8}$$

Vậy tính chẵn lẻ của dãy lặp theo chu kì :

lẻ, lẻ, lẻ, lẻ, chẵn, chẵn, chẵn, chẵn.

$$u_i$$

Một bộ gồm ba số hạng liên tiếp bắt đầu từ có tổng lẻ khi số số hạng lẻ trong bộ là lẻ.

$$i \pmod{8}$$

Xét theo modulo , ta được tổng lẻ khi:

$$i \equiv 1, 2, 4, 7 \pmod{8}$$

Có số hạng nên có bộ ba liên tiếp, tương ứng $i = 1, 2, \dots, 78$.

Trong các số đến 78 :

- Các lớp dư $1, 2, 4 \pmod{8}$ xuất hiện 10 lần.
- Lớp dư $7 \pmod{8}$ xuất hiện 9 lần.

$$10 + 10 + 10 + 9 = 39$$

Vậy có:

bộ có tổng lẻ.

$$A, B$$

$$i, j$$

Ta chọn lần lượt hai bộ không có chỉ số chung. Hai bộ bắt đầu tại không giao nhau khi:

$$|i - j| \geq 3$$

$$(A, B)$$

Tổng số cặp có thứ tự không giao nhau là:

$$78 \cdot 77 - 2(77 + 76) = 5700$$

$$39$$

Trong bộ có tổng lẻ, số cặp có thứ tự ban đầu là:

$$39.38 = 1482$$

Cần loại các cặp bị giao chỉ số.

Trong các bộ có tổng lẻ:

- Cặp cách nhau 1 đơn vị có 10 cặp không thứ tự, tức 20 cặp có thứ tự.
- Cặp cách nhau 2 đơn vị có 19 cặp không thứ tự, tức 38 cặp có thứ tự.

Vậy số cặp có thứ tự vừa không giao nhau vừa có tổng mỗi cột lẻ là:

$$1482 - 20 - 38 = 1424$$

$$P = \frac{1424}{5700} = \frac{356}{1425}$$

Xác suất cần tìm:

$$a = 356, b = 1425$$

Suy ra:

$$a + b = 356 + 1425 = 1781$$

Do đó:

$$1781$$

Đáp án: .

Câu 4

Gọi khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy là h .

Chọn hệ tọa độ:

$$A(0; 0; 0) \quad B(2; 0; 0) \quad C(1; \sqrt{3}; 0)$$

Vì là lăng trụ tam giác đều nên:

$$A'(0; 0; h) \quad B'(2; 0; h) \quad C'(1; \sqrt{3}; h)$$

$$(AB'C') \quad A, B', C'$$

Mặt phẳng đi qua ba điểm .

$$\overrightarrow{AB'} = (2; 0; h)$$

Ta có: ,

$$\overrightarrow{AC'} = (1; \sqrt{3}; h)$$

.

$$(AB'C') \quad \vec{n} = \overrightarrow{AB'} \times \overrightarrow{AC'} = (-\sqrt{3}h; -h; 2\sqrt{3})$$

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng là: .

$$A' \quad (AB'C') \quad d = \frac{|\vec{n} \cdot \overrightarrow{AA'}|}{|\vec{n}|}$$

Khoảng cách từ đến mặt phẳng là: .

$$\overrightarrow{AA'} = (0; 0; h) \quad d = \frac{|2\sqrt{3}h|}{\sqrt{3h^2 + h^2 + 12}} h$$

Với :

$$d = \frac{\sqrt{3}h}{\sqrt{h^2 + 3}}$$

Cách viết gọn sau khi rút gọn là: .

$$\frac{\sqrt{3}h}{\sqrt{h^2 + 3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Theo đề: .

$$\frac{3h^2}{h^2 + 3} = \frac{3}{4}$$

Bình phương hai vế: .

$$4h^2 = h^2 + 3$$

Suy ra:

$$\Leftrightarrow 3h^2 = 3 \Leftrightarrow h = 1$$

.

1

Vậy khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy là dm.

1

Đáp án: .

Câu 5

Mỗi elip có:

8

$a = 4$

- Trục lớn bằng $\frac{8}{\sqrt{3}}$ cm nên bán trục lớn $b = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

- Trục nhỏ bằng $\frac{8}{\sqrt{3}}$ cm nên bán trục nhỏ $b = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

O

Chọn hệ trục tọa độ có tâm O là gốc tọa độ.

Giả sử elip thứ nhất có trục lớn nằm ngang:

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{16/3} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 3y^2 = 16$$

Elip thứ hai có trục lớn thẳng đứng:

$$\frac{x^2}{16/3} + \frac{y^2}{16} = 1 \Leftrightarrow 3x^2 + y^2 = 16$$

$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 16 \\ 3x^2 + y^2 = 16 \end{cases}$$

Giao điểm hai elip thỏa mãn:

$$-2x^2 + 2y^2 = 0$$

Trừ hai phương trình:

$$\Rightarrow x^2 = y^2$$

$$x^2 + 3y^2 = 16$$

Thay vào $3x^2 + y^2 = 16$:

$$4x^2 = 16 \Rightarrow x^2 = 4$$

$$(\pm 2; \pm 2)$$

Vậy các giao điểm có dạng $(\pm 2; \pm 2)$.

Đường tròn đi qua các giao điểm có bán kính:

$$R = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

Diện tích phần lõi bên trong đường tròn:

$$S_1 = \pi R^2 = 8\pi$$

Bây giờ tính diện tích toàn bộ bề mặt là hợp của hai elip.

$$0 \quad \frac{\pi}{4}$$

Trong góc phần tư thứ nhất, từ góc 0 đến $\frac{\pi}{4}$, biên ngoài là elip:

$$x^2 + 3y^2 = 16$$

Đặt tọa độ cực:

$$x = r \cos \theta \quad y = r \sin \theta$$

$$r^2 \cos^2 \theta + 3r^2 \sin^2 \theta = 16$$

Khi đó:

$$\Rightarrow r^2 = \frac{16}{\cos^2 \theta + 3 \sin^2 \theta}$$

Do hình có tính đối xứng, diện tích toàn bộ bề mặt là:

$$S = 4 \int_0^{\pi/4} \frac{16}{\cos^2 \theta + 3 \sin^2 \theta} d\theta$$

$$t = \tan \theta$$

Đặt $t = \tan \theta$, ta có:

$$\int_0^{\pi/4} \frac{d\theta}{\cos^2 \theta + 3 \sin^2 \theta} = \int_0^1 \frac{dt}{1+3t^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \arctan(\sqrt{3}t) \Big|_0^1 = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$$

$$S = 4 \cdot 16 \cdot \frac{\pi}{3\sqrt{3}} = \frac{64\pi}{3\sqrt{3}}$$

Suy ra:

Diện tích các phần cánh hoa ngoài đường tròn là:

$$S_2 = S - S_1 = \frac{64\pi}{3\sqrt{3}} - 8\pi$$

Chi phí tính bằng nghìn đồng là:

$$T = 5S_1 + 15S_2 = 5.8\pi + 15\left(\frac{64\pi}{3\sqrt{3}} - 8\pi\right)$$

$$= 40\pi + \frac{320\pi}{\sqrt{3}} - 120\pi = \frac{320\pi}{\sqrt{3}} - 80\pi \approx 329,09$$

Làm tròn đến hàng đơn vị:

329

Đáp án: nghìn đồng.

Câu 6

21,5

Giá trị là triệu đồng.

10

Bác Minh trả trước triệu đồng nên số tiền còn nợ là:

$$21,5 - 10 = 11,5$$

triệu đồng.

$$i = 3,5\% = 0,035$$

Lãi suất mỗi tháng:

m

12

Bác trả góp đều mỗi tháng triệu đồng trong tháng.

$$11,5 = m \cdot \frac{1 - (1+i)^{-12}}{i}$$

Công thức trả góp cuối mỗi tháng:

$$m = \frac{11,5 \cdot i}{1 - (1+i)^{-12}}$$

Suy ra:

$$i = 0,035$$

Thay :

$$m = \frac{11,5 \cdot 0,035}{1 - (1,035)^{-12}} \approx 1,190065$$

$$m \approx 1,19$$

Làm tròn đến hàng phần trăm: triệu đồng.

$$1,19$$

Đáp án: .