

Họ và tên thí

sinh:

Số báo

danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -2$ và công sai $d = -5$. Giá trị của u_7 bằng

- A. 15623. B. -33. C. 16. D. -32.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, $\{-8; 8\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-8	0	8	$+\infty$
y'	—	—	—	—	
y	2 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 2 ↘ $-\infty$		$+\infty$ ↘ 3	

Đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(8; 3; -9)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(0; 3; -9)$. B. $(8; 0; -9)$. C. $(0; 3; 0)$. D. $(8; 3; 0)$.

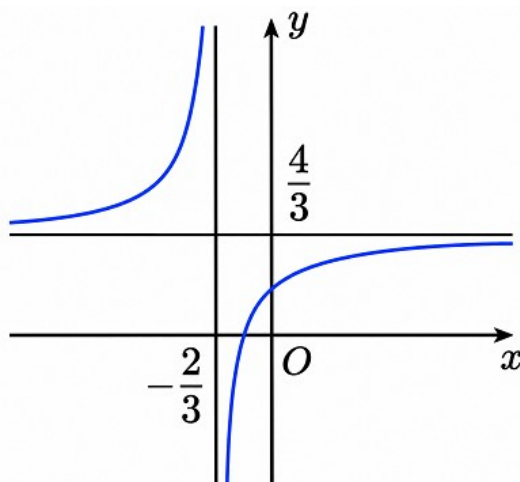
Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 7x^2 - 1$ bằng

- A. $-\frac{61}{4}$. B. -1. C. $\frac{53}{4}$. D. 0.

Câu 5. Miền nghiệm của bất phương trình $2x - 5y + 19 > 0$ là nửa mặt phẳng chứa điểm nào?

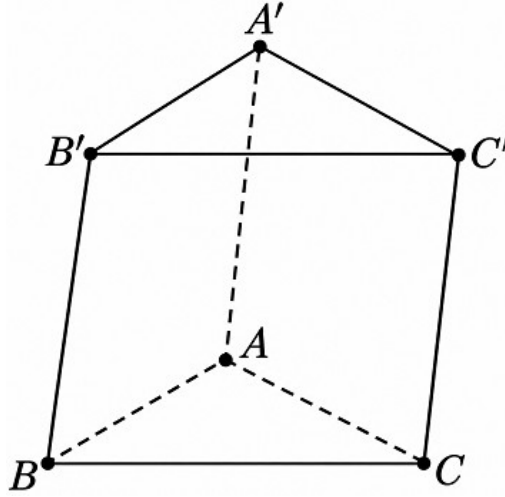
- A. $(1; 9)$. B. $(0; 4)$. C. $(0; 5)$. D. $(0; 3)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ac \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là



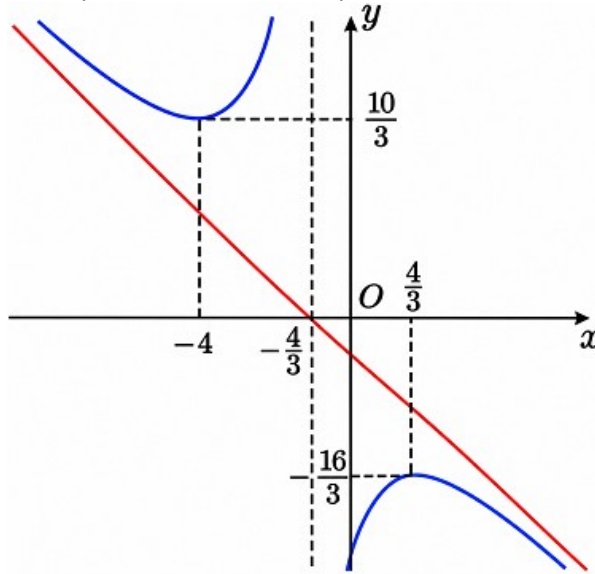
- A. $x = -\frac{1}{3}$. B. $x = -1$. C. $y = \frac{4}{3}$. D. $x = -\frac{2}{3}$.

Câu 7. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (xem hình vẽ). Phát biểu nào sau đây là đúng?



- A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'B'} = \overrightarrow{C'C}$. B. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{BA}$. C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{C'B'}$. D. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BC'}$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận xiên là



- A. $x = -\frac{4}{3}$. B. $y = -x - \frac{4}{3}$. C. $y = \frac{4}{3} - x$. D. $y = x + \frac{4}{3}$.

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy , khoảng cách từ điểm $M(-7;8)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 182 = 0$ bằng

- A. -47 . B. $\frac{235}{\sqrt{7}}$. C. 48 . D. 47 .

Câu 10. Tập nghiệm của phương trình $8\cos x + 8 = 0$ là

- A. $S = \{\pi + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. B. $S = \left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$. C. $S = \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. D. $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 11. Một người chia thời lượng (đơn vị: giây) thực hiện các cuộc gọi điện thoại của mình trong một tuần thành sáu nhóm và lập bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[0; 40)$	$[40; 80)$	$[80; 120)$	$[120; 160)$	$[160; 200)$	$[200; 240)$
Tần số	7	10	8	5	8	2

Tứ phân vị thứ ba Q_3 (đơn vị: giây) của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- A. 145. B. 121. C. 160. D. 120.

Câu 12. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{4-5x}{x-1}$?
A. $x = -5$. **B.** $x = 1$. **C.** $y = -5$. **D.** $y = 5$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

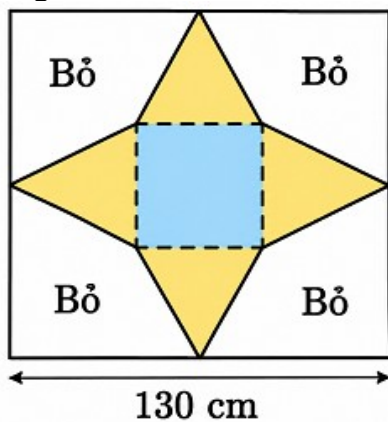
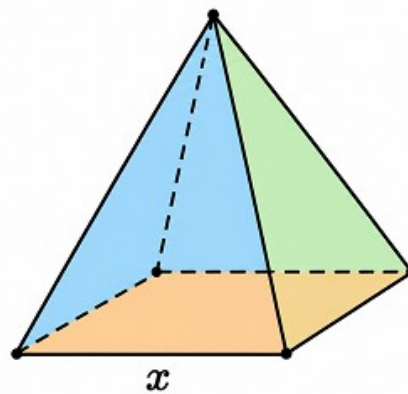
Câu 1. Giả sử công thức $\log E = 11,4 + 1,5M$ cho biết mối liên hệ giữa năng lượng E tạo ra (tính theo erg, 1 erg tương đương 10^{-7} jun) với độ lớn M theo thang Richter của một trận động đất.

- a)** Nếu năng lượng được tạo ra là $36 \cdot 10^{19}$ erg thì trận động đất phải có độ lớn bằng 6,2 độ Richter (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).
b) Trận động đất có độ lớn 4 độ Richter tạo ra năng lượng bằng $10^{17,4}$ erg.
c) Trận động đất có độ lớn 8 độ Richter tạo ra năng lượng gấp 100 lần so với trận động đất có độ lớn 6 độ Richter.
d) Trận động đất Tôhoku (Nhật Bản, 2011) có độ lớn khoảng 9,0 độ Richter và trận động đất Tứ Xuyên (Trung Quốc, 2008) có độ lớn khoảng 7,9 độ Richter. Năng lượng do trận động đất Tôhoku giải phóng gấp khoảng 45 lần năng lượng của trận động đất Tứ Xuyên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 - 18x^2 + 48x + 3$.

- a)** Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = 6x^2 - 36x + 48$.
b) Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x = 4$.
c) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3; 8)$.
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 3.

Câu 3. Từ một miếng bìa hình vuông cạnh bằng 130 cm, người ta cắt bỏ 4 phần ở 4 góc như hình vẽ và giữ lại một mảnh được tô màu (gồm 1 hình vuông cạnh bằng x cm và 4 tam giác cân). Tiến hành gấp mảnh còn lại thành một hình chóp tứ giác đều (H) .



- a)** Diện tích đáy của hình chóp (H) bằng x^2 cm².
b) Diện tích phần bị cắt bỏ là $S = 130x$ cm².
c) Thể tích của khối chóp (H) là $V = \frac{1}{3}x^2\sqrt{4225 - 65x}$ cm³.
d) Thể tích của khối chóp (H) lớn nhất khi $x = 39$ cm.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=10, AD=8, AA'=6, \angle BAA' = \angle DAA' = 90^\circ, \angle BAD = 120^\circ$. Gọi O là tâm của hình bình hành $BCC'B'$ và G là trọng tâm tam giác ADC .

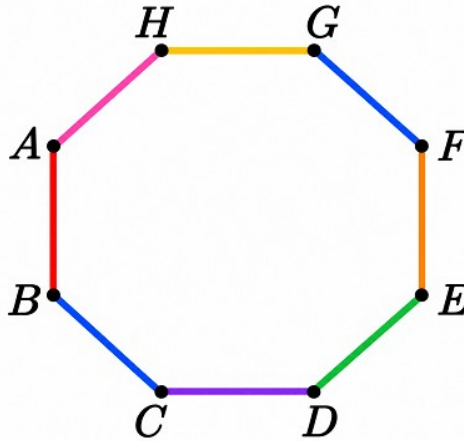
- a)** $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC}$.
b) Nếu $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{A'D'} = k$ thì $1 - 5k = -119$.
c) Góc giữa hai vector $\overrightarrow{DA'}$ và $\overrightarrow{AC}$ nhỏ hơn 106° .

d) Độ dài đoạn thẳng GO bằng $\frac{2}{3}\sqrt{577}$.

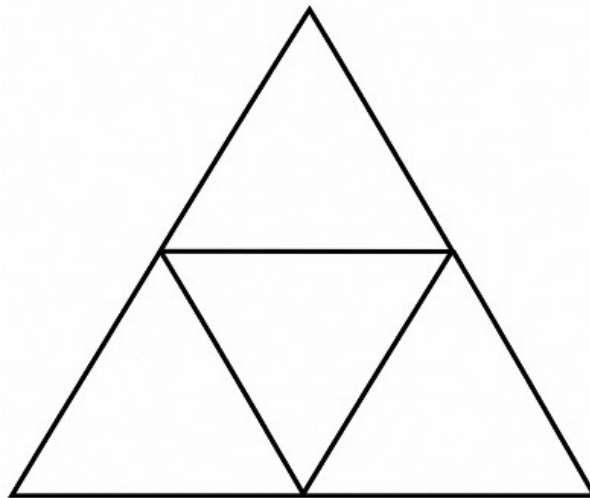
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho một hình bát giác đều có tám đỉnh A, B, C, D, E, F, G, H . Người ta gắn ngẫu nhiên vào 8 đỉnh này 8 số tự nhiên 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21 (mỗi đỉnh gắn một số). Chọn ngẫu nhiên một tam giác có 3 đỉnh lấy từ 8 đỉnh của bát giác đã cho. Gọi P là xác suất để thu được một tam giác vuông với 3 số trên 3 đỉnh của tam

giác đó lập thành một cấp số cộng. Biết $P = \frac{m}{n}$ (m, n là các số tự nhiên, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Tính $9m + 19n$.



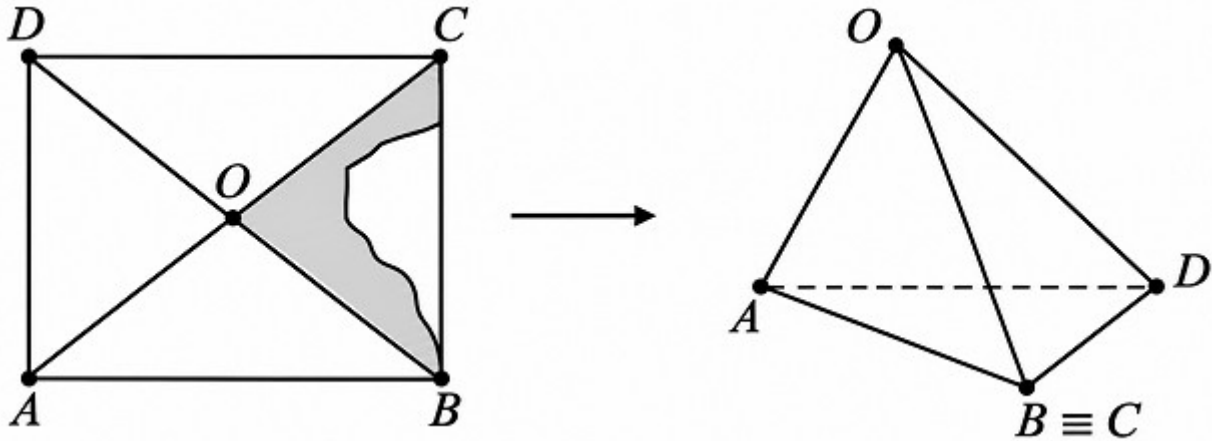
Câu 2. Cho hình vẽ bên gồm 4 tam giác. Người ta chọn 3 số phân biệt từ tập hợp $S = \{1; 2; \dots; 25\}$ để xếp vào 3 tam giác ở 3 góc. Sau đó, tính tổng lập phương của 3 số đó rồi ghi kết quả vào tam giác còn lại ở giữa. Gọi M là số cách xếp sao cho số ghi ở tam giác giữa là một số chia hết cho 9. Tính $M - 19$.



Câu 3. Nhiệt độ bên trong một lò nung gồm được mô hình hóa bằng hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ (đơn vị: độ C), với $x(1 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{N})$ là thứ tự lần đo kể từ khi bắt đầu nạp phôi (hai lần đo liên tiếp cách nhau 5 phút) và $f(x)$ là nhiệt độ đo được ở lần đo thứ x . Ở lần đo đầu tiên nhiệt độ lò là 183 độ C, sau đó giảm dần do phôi nguội được đưa vào và đến lần đo thứ 4 nhiệt độ xuống thấp nhất, chỉ còn 138 độ C. Kể từ lần đo thứ 4 trở đi, bộ đốt hoạt động trở lại nên nhiệt độ tăng dần. Tính nhiệt độ lò đo được ở lần đo thứ 9.

Câu 4. Trên công trường xây dựng, một công nhân muốn tạo ra một dụng cụ để đựng vật liệu lỏng từ một tấm thép hình chữ nhật tâm O có $AB = 4,64$ m, $AD = 3,48$ m. Do tấm thép bị hỏng một phần nên người đó cắt bỏ tam giác OBC và hàn hai mép OB, OC với nhau để thu được một hình tứ diện $OABD$ (không có mặt ABD). Dụng cụ này sẽ được vùi đất xung quanh sao cho đỉnh O quay xuống và mặt ABD hướng lên trên, khi đựng

đầy vật liệu lỏng thì phần không gian trong lòng của dụng cụ hoàn toàn bị lấp đầy. Tính thể tích của vật liệu lỏng được đựng đầy trong dụng cụ. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười của đơn vị m^3 và xem độ dày của tấm thép không đáng kể).



Câu 5. Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}^*; 1 \leq x \leq 4800$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -0,01x^2 + 410x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{23000}{x} + 200$ (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 150 triệu đồng?

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một đơn vị dài trên các trục tương ứng với 10 mét trên thực tế. Trên một khu đất bằng phẳng (mặt phẳng (Oxy)), có hai trạm phát tín hiệu định vị đặt cố định tại $A(3;0;0)$ và $B(-3;0;0)$. Một thiết bị dò tìm M di chuyển trên mặt đất, có bộ thu tín hiệu từ cả hai trạm; theo đó thiết bị chỉ hoạt động ổn định tại các vị trí sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai trạm A, B luôn bằng 10 đơn vị (tương ứng 100 mét trên thực tế). Tại vị trí $C(0;5;4)$ có đặt một trạm chỉ huy. Khoảng cách ngắn nhất từ thiết bị M đến trạm chỉ huy C bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần mười).

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (12 CÂU)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
D	D	A	C	D	D
Câu 7	Câu 8	Câu 9	Câu 10	Câu 11	Câu 12
D	B	D	A	C	B

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI (4 CÂU)

Câu	Ý a	Ý b	Ý c	Ý d
-----	-----	-----	-----	-----

1	Sai	Đúng	Sai	Đúng
2	Đúng	Sai	Sai	Đúng
3	Đúng	Sai	Đúng	Sai
4	Sai	Sai	Đúng	Sai

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN (6 CÂU)

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	1943	4	3,7 m ³
2	1667	5	859
3	463	6	41,2 m

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN

Câu 1.

Cấp số cộng có số hạng đầu và công sai:

$$u_1 = -2, \quad d = -5$$

Dùng công thức số hạng tổng quát: $u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_7 = -2 + 6(-5) = -32$

Kết luận: Chọn D.

Câu 2.

Từ bảng biến thiên:

$$x < -8, \quad x \rightarrow -8, \quad f(x) \rightarrow -\infty$$

$$x > -8, \quad x \rightarrow -8, \quad f(x) \rightarrow +\infty$$

Suy ra đường thẳng sau là tiệm cận đứng:

$$x = -8$$

$$x < 8, \quad x \rightarrow 8, \quad f(x) \rightarrow -\infty; \quad x > 8, \quad x \rightarrow 8, \quad f(x) \rightarrow +\infty$$

Suy ra đường thẳng sau cũng là tiệm cận đứng:

$$x = 8$$

Ngoài ra:

$$x \rightarrow -\infty, \quad f(x) \rightarrow 2 \Rightarrow y = 2$$

$$x \rightarrow +\infty, \quad f(x) \rightarrow 3 \Rightarrow y = 3$$

Kết luận: Có 4 đường tiệm cận. Chọn D.

Câu 3.

Mặt phẳng tọa độ cần chiếu lên có phương trình:

$$(Oyz): x = 0$$

Hình chiếu vuông góc giữ nguyên tung độ và cao độ, chỉ đưa hoành độ về 0:

$$M(8; 3; -9) \rightarrow M'(0; 3; -9)$$

Kết luận: Hình chiếu là $M'(0; 3; -9)$. Chọn A.

Câu 4.

Đặt: $t = x^2 \geq 0$

Khi đó hàm số trở thành: $f = t^2 - 7t - 1$

$$f = (t - 7/2)^2 - \frac{53}{4}$$

$$t = \frac{7}{2}$$

Giá trị nhỏ nhất đạt khi:

Kết luận: Giá trị nhỏ nhất là $-53/4$. Chọn C.

Câu 5.

Thay lần lượt các điểm vào vế trái của bất phương trình: $2x - 5y + 19 > 0$

$$A(1; 9): 2 - 45 + 19 = -24 < 0$$

$$B(0; 4): -20 + 19 = -1 < 0$$

$$C(0; 5): -25 + 19 = -6 < 0$$

$$D(0; 3): -15 + 19 = 4 > 0$$

Kết luận: Miền nghiệm chứa điểm $D(0; 3)$. Chọn D.

Câu 6.

Quan sát đồ thị, hai nhánh tiệm sát đường thẳng đứng: $x = -\frac{2}{3}$

Đường thẳng ngang trên hình là: $y = \frac{4}{3}$

nên đó là tiệm cận ngang, không phải tiệm cận đứng.

Kết luận: Chọn D.

Câu 7.

Trong lăng trụ, các cạnh bên cùng hướng và cùng độ dài: $\overline{AA'} = \overline{BB'} = \overline{CC'}$

Đi từ B đến C': $\overline{BC'} = \overline{BC} + \overline{CC'}$

Thay vector cạnh bên tương ứng: $\overline{BC'} = \overline{BC} + \overline{AA'}$

Kết luận: Chọn D.

Câu 8.

Từ hình vẽ, tiệm cận xiên có hệ số góc âm và đi qua hai giao điểm trục:

$$\left(-\frac{4}{3}; 0\right), \left(0; -\frac{4}{3}\right)$$

Vì vậy phương trình tiệm cận xiên là: $y = -x - \frac{4}{3}$

Kết luận: Chọn B.

Câu 9.

Với dữ kiện của bài toán: $M(-7; 8), \Delta: 3x - 4y - 182 = 0$

Biểu thức ở tử số của công thức khoảng cách có giá trị: $3(-7) - 48 - 182 = -235$

Lấy trị tuyệt đối được 235; đồng thời: $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$$d(M, \Delta) = \frac{235}{5} = 47$$

Do đó:

Kết luận: Chọn D.

Câu 10.

Ta có:

$$8\cos x + 8 = 0 \Rightarrow \cos x = -1 \Rightarrow x = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Kết luận: Chọn A.

Câu 11.

Tổng số quan sát: $n = 7 + 10 + 8 + 5 + 8 + 2 = 40$

$$\frac{3n}{4} = 30$$

Vị trí tứ phân vị thứ ba:

Tần số tích lũy là 7; 17; 25; 30; 38; 40 nên tứ phân vị thứ ba nằm ở cuối lớp: $120 \leq x < 160$

Kết luận: $Q_3 = 160$. Chọn C.

Câu 12.

Hàm phân thức có mẫu: $x - 1$

Tại: $x = 1$ mẫu bằng 0 còn tử số: $4 - 5 = -1 \neq 0$

Kết luận: $x = 1$ là tiệm cận đứng. Chọn B.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI

Câu 1. Công thức Richter

$$\log E = 11,4 + 1,5M$$

a) Với năng lượng:

$$E = 3,6 \cdot 10^{19} = 3,6 \cdot 10^{20}$$

Ta có: $\log E = \log 3,6 + 20 \approx 20,5563$

$$M = \frac{20,5563 - 11,4}{1,5} \approx 6,1$$

Làm tròn đến hàng phần mười được 6,1 chứ không phải 6,2.

Kết luận: a) Sai.

b) Với: $M = 4$

Ta được: $\log E = 11,4 + 1,5 \cdot 4 = 17,4 \Rightarrow E = 10^{17,4}$

Kết luận: b) Đúng.

c) So sánh động đất 8 độ và 6 độ:

$$\log \left(\frac{E_8}{E_6} \right) = 1,5(8 - 6) = 3 \Rightarrow \frac{E_8}{E_6} = 10^3 = 1000$$

Năng lượng gấp 1000 lần, không phải 100 lần.

Kết luận: c) Sai.

d) So sánh trận Tohoku và trận Tứ Xuyên:

$$\log\left(\frac{E-T}{E-X}\right)=1,5(9,0-7,9)=1,65$$

$$\Rightarrow \frac{E-T}{E-X}=10^{1,65} \approx 44,67 \approx 45$$

Kết luận: d) Đúng.

Câu 2.

Hàm số: $f(x)=2x^3-18x^2+48x+3$

a) Đạo hàm: $f'(x)=6x^2-36x+48$

Kết luận: a) Đúng.

b) Giải phương trình đạo hàm bằng 0:

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 6x^2-36x+48=0 \Leftrightarrow x=2; x=4$$

Đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm tại: $x=2$ nên đây là điểm cực đại; tại: $x=4$ là điểm cực tiểu.

Kết luận: b) Sai.

c) Xét dấu đạo hàm:

$$x \in (3;4) \Rightarrow f'(x) < 0$$

$$x \in (4;8) \Rightarrow f'(x) > 0$$

Vì vậy hàm số không đồng biến trên toàn khoảng đã cho.

Kết luận: c) Sai.

d) Trên đoạn cần xét, các điểm quan trọng là: $x=0, x=2, x=3$

Giá trị hàm số: $f(0)=3, f(2)=43, f(3)=39$

Kết luận: Giá trị nhỏ nhất bằng 3 nên d) Đúng.

Câu 3.

Gọi cạnh đáy hình chóp tứ giác đều là: x

Chiều cao của mỗi tam giác bên trong bản khai triển: $l = \frac{130-x}{2}$

a) Đáy là hình vuông cạnh x : $S_{ABCD} = x^2$

Kết luận: a) Đúng.

b) Diện tích bốn tam giác bên: $S_{sq} = 4 \cdot \frac{1}{2} x \cdot \frac{130-x}{2} \Rightarrow S_{sq} = x(130-x)$

Diện tích phần còn lại để gấp hình chóp: $S_1 = x^2 + x(130-x) = 130x$

Vì vậy $130x$ là phần còn lại, không phải phần bị cắt bỏ.

Kết luận: b) Sai.

c) Gọi chiều cao khối chóp là: h

Trong tam giác vuông tạo bởi đường sinh và nửa cạnh đáy:

$$h^2 = l^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$h^2 = \frac{(130-x)^2 - x^2}{4}$$

$$h^2 = 4225 - 65x$$

$$V = \frac{1}{3}x^2 \sqrt{4225 - 65x}$$

Do đó:

Kết luận: c) Đúng.

d) Để cực đại thể tích, xét bình phương của thể tích (bỏ hằng số dương):

$$g(x) = x^4 (4225 - 65x)$$

$$g'(x) = 65x^3 (260 - 5x)$$

Trong miền hình học, nghiệm cực đại nội là: $x = 52$

Kết luận: Giá trị tối ưu là 52 cm, không phải 39 cm nên d) Sai.

Câu 4.

Đặt các vector cơ sở: $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{d} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AA'}$

Các độ dài và tích vô hướng: $AB=10$, $AD=8$, $AA'=6$

$$\vec{c} \cdot \vec{a} = 0, \quad \vec{c} \cdot \vec{d} = 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{d} = 10 \cdot 8 \cos 120^\circ = -40$$

a) Ta có:

$$\overrightarrow{BD'} = \vec{d} + \vec{c} - \vec{a}$$

$$\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \vec{c} + \vec{d} + \vec{a}$$

Kết luận: Hai vector không bằng nhau nên a) Sai.

b) Ta có:

$$\overrightarrow{BD} = \vec{d} - \vec{a}$$

$$\overrightarrow{A'D'} = \vec{d}$$

$$\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{A'D'} = (d - a) \cdot d = 64 - (-40) = 104$$

Suy ra nếu tích vô hướng bằng k thì: $k = 104$

$$\Rightarrow 1 - 5k = 1 - 520 = -519$$

Kết luận: Không bằng -119 nên b) Sai.

c) Ta có:

$$\overrightarrow{DA'} = \vec{c} - \vec{d}$$

$$\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{d}$$

$$\overrightarrow{DA'} \cdot \overrightarrow{AC} = (c - d) \cdot (a + d) = 40 - 64 = -24$$

$$DA' = 10$$

$$AC = \sqrt{84}$$

$$\cos \theta = \frac{-24}{10 \sqrt{84}}$$

Giá trị này cho một góc lớn hơn 90° nhưng nhỏ hơn 106° .

Kết luận: c) Đúng.

d) Tọa độ vector của các điểm theo cơ sở đã chọn:

$$\vec{O} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{d} + \frac{1}{2}\vec{c}$$

$$\vec{G} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{d}$$

$$\overrightarrow{GO} = \frac{2}{3}\vec{a} - \frac{1}{6}\vec{d} + \frac{1}{2}\vec{c}$$

Bình phương độ dài:

$$GO^2 = \frac{4}{9} \cdot 100 + \frac{1}{36} \cdot 64 + \frac{1}{4} \cdot 36 + 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot (-40)$$

$$GO^2 = \frac{641}{9} \Rightarrow GO = \frac{\sqrt{641}}{3}$$

Kết quả này không bằng giá trị nêu trong đề.

Kết luận: d) Sai.

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1.

Số tam giác tạo bởi 3 đỉnh của bát giác đều: $C(8, 3) = 56$

Tam giác nội tiếp là vuông khi cạnh huyền là một đường kính. Bát giác có 4 đường kính, với mỗi đường kính

chọn một trong 6 đỉnh còn lại: $N_v = 4 \cdot 6 = 24$

Trong dãy số từ 14 đến 21, số bộ ba lập thành cấp số cộng là: $6 + 4 + 2 = 12$

Do việc gán số độc lập với việc chọn tam giác, xác suất cần tìm: $P = \frac{24}{56} \cdot \frac{12}{56} = \frac{9}{98}$

Suy ra: $m = 9, n = 98$

$$9m + 19n = 9 \cdot 9 + 19 \cdot 98 = 1943$$

Kết luận: Đáp án: 1943.

Câu 2.

Xét bình phương các số theo modulo 9. Trong tập từ 1 đến 25, số lượng theo các lớp bình phương là:

$$n_1 = 8; \quad n_4 = 5; \quad n_7 = 6; \quad n_0 = 6$$

Các bộ phần dư làm tổng ba bình phương chia hết cho 9:

$$(0, 0, 0), (1, 1, 7), (1, 4, 4), (4, 7, 7)$$

Ba vị trí ở ba góc là phân biệt nên đếm các bộ có thứ tự:

$$M = 8 \cdot 7 \cdot 6 + 3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 6 + 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 5 + 3 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 5$$

$$M = 1686$$

$$M - 19 = 1667$$

Kết luận: Đáp án: 1667.

Câu 3.

Mô hình nhiệt độ: $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

Theo dữ kiện:

$$f(1) = 183$$

$$f(4) = 138$$

$$f'(4) = 0$$

$$\text{Hệ phương trình: } \begin{cases} 1 + a + b + c = 183 \\ 64 + 16a + 4b + c = 138 \\ 48 + 8a + b = 0 \end{cases}$$

Giải hệ được: $a = -4, b = -16, c = 202$

Suy ra: $f(9) = 9^3 - 4 \cdot 9^2 - 16 \cdot 9 + 202 = 463$

Kết luận: Nhiệt độ ở lần đo thứ 9 là 463 °C.

Câu 4.

Kích thước tấm thép: $AB = 4,64, AD = 3,48$

Đường chéo hình chữ nhật: $AC = \sqrt{4,64^2 + 3,48^2} = 5,8$

Vì O là tâm hình chữ nhật: $OA = OB = OC = OD = 2,9$

Sau khi cắt và hàn, tứ diện có các cạnh: $OA = OB = OD = 2,9$

$$AB = BD = 4,64, AD = 3,48$$

Tam giác đáy cân tại B. Đường cao từ B xuống AD: $h_B = \sqrt{4,64^2 - (3,48/2)^2}$
 $\Rightarrow h_B \approx 4,301$

Diện tích đáy: $S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot 3,48 \cdot 4,301 \approx 7,484$

Bán kính ngoại tiếp tam giác ABD: $R = \frac{AB \cdot BD \cdot AD}{4S_{ABD}} \approx 2,507$

Chiều cao tứ diện: $H = \sqrt{2,9^2 - R^2} \approx 1,457$

Thể tích:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABD} \cdot H \approx 3,63$$

Kết luận: Làm tròn đến hàng phần mười: 3,7 m³.

Câu 5.

Doanh thu (nghìn đồng): $F(x) = -0,01x^2 + 410x$

Chi phí bình quân mỗi sản phẩm: $G(x) = \frac{23000}{x} + 200$

Tổng chi phí: $C(x) = xG(x) = 23000 + 200x$

Lợi nhuận:

$$P(x) = F(x) - C(x)$$

$$P(x) = -0,01x^2 + 210x - 23000$$

Yêu cầu lợi nhuận lớn hơn 150 triệu đồng: $P(x) > 150000$

$$\Leftrightarrow -0,01x^2 + 210x - 173000 > 0$$

Phương trình biên: $-0,01x^2 + 210x - 173000 = 0$

Có hai nghiệm xấp xỉ:

$$x_1 \approx 858,942$$

$$x_2 \approx 20141,058$$

Trong miền cho phép, cần: $x > 858,942$

Kết luận: Số sản phẩm ít nhất là 859.

Câu 6.

Thiết bị nằm trên mặt đất nên: $z=0$

Hai trạm phát là hai tiêu điểm: $A(3;0;0), B(-3;0;0)$

Điều kiện quỹ tích: $MA+MB=10$

Suy ra elip có: $2a=10 \Rightarrow a=5, c=3, b=4$

Phương trình elip trên mặt đất: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

Trạm chỉ huy:

$C(0;5;4)$ Điểm của elip gần hình chiếu $(0;5)$ nhất là đỉnh trên: $M_0(0;4;0)$

Khoảng cách không gian nhỏ nhất: $CM_0 = \sqrt{(5-4)^2 + 4^2} = \sqrt{17}$

Mỗi đơn vị ứng với 10 m: $10\sqrt{17} \approx 41,2$

Kết luận: Khoảng cách ngắn nhất là 41,2 m.