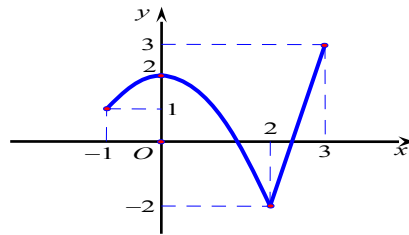


Họ và tên:

Số báo danh: Mã đề 0104

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1; 3]$. Tính giá trị $M - m$ bằng



A. 1

B. 0

C. 5

D. 4

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và SB vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SBD) ?

A. (SCD) .B. (SAD) .C. (SAC) .D. (SBC) .

Câu 3. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + x - 5}{x + 3}$ có đường tiệm cận xiên là đường thẳng $\Delta: y = ax + b$ với $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$. Giá trị của tổng $a + b$ bằng

A. 3.

B. 7.

C. -3.

D. -5.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = (e^x - 1)(x^2 - x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

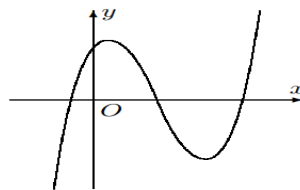
A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

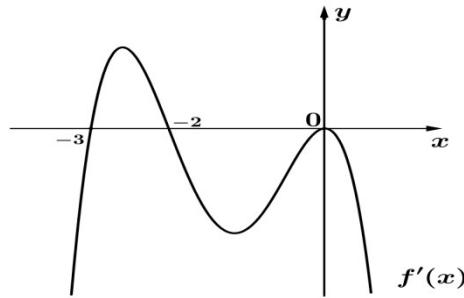
Câu 5. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, d > 0$.B. $a > 0, d < 0$.

C. Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau đây



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\frac{1}{2}; 0)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\frac{5}{2}; -2)$.

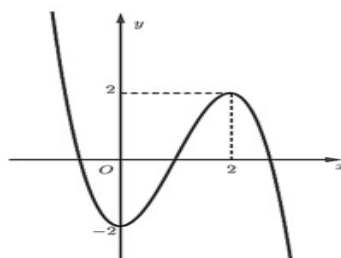
Câu 7. Giả sử nhiệt độ của một loại đồ uống được xác định theo công thức: $T = 22 + 50e^{-\frac{1}{5}t}, t \geq 0$ trong đó t (phút) là khoảng thời gian tính từ lúc pha chế đồ uống đó xong. Hỏi sau bao lâu kể từ lúc pha chế xong thì nhiệt độ của đồ uống đó là 50°C ? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8.

Câu 8. Xét hàm số $y = \frac{x-1}{2x+1}$ trên $[0; 1]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

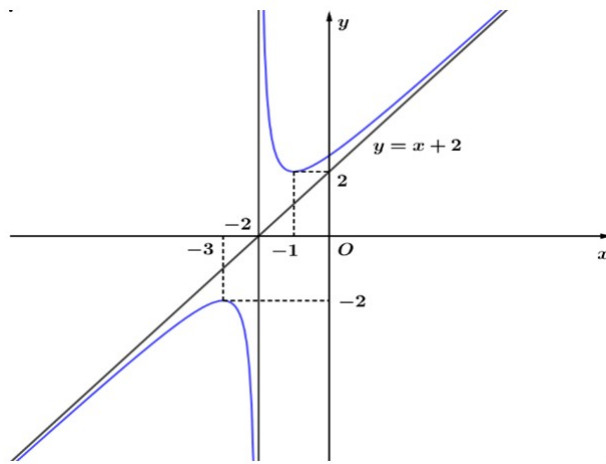
- A. $\min_{[0;1]} y = -\frac{1}{2}$ B. $\max_{[0;1]} y = 0$ C. $\min_{[0;1]} y = \frac{1}{2}$ D. $\max_{[0;1]} y = 1$

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(2; +\infty)$ B. $(-2; 2)$ C. $(-\infty; 2)$ D. $(0; 2)$

Câu 10. Đồ thị dưới đây là của hàm số nào?



A. $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x - 2}$

B. $y = \frac{x^2 + 4x + 1}{x + 2}$

C. $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$

D. $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{-x - 2}$

Câu 11. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt bên (SCD) .

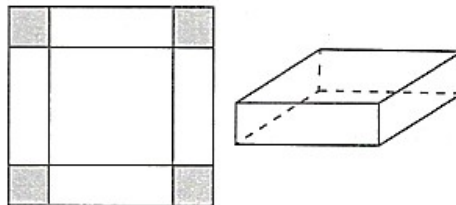
A. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

Câu 12. Bạn Nga có một tấm bìa hình vuông cạnh 20 cm. Bạn muốn cắt ở mỗi góc một hình vuông nhỏ để gấp và dán lại thành một cái hộp đựng đồ dùng học tập không có nắp (mép dán không đáng kể).



Để cái hộp có thể tích lớn nhất thì hình vuông nhỏ cắt đi có độ dài cạnh là

A. $\frac{20}{3} \text{ cm}$

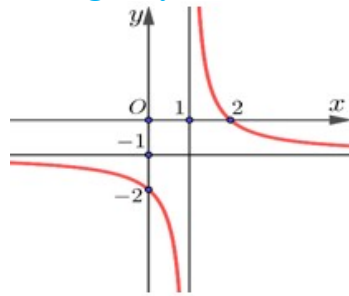
B. 20 cm.

C. $\frac{10}{3} \text{ cm}$

D. 10 cm.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+1}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Tổng $a + b + c = 5$.
- b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và đường tiệm cận ngang là $y = -1$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- d) Đạo hàm của hàm số $f'(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 2: Trong đề kiểm tra 15 phút môn Toán của lớp 11A có 20 câu trắc nghiệm. Mỗi câu trắc nghiệm có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án trả lời đúng. Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm. Nam giải chắc chắn đúng 10 câu, 10 câu còn lại lựa chọn ngẫu nhiên đáp án. Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm, trả lời sai không bị trừ điểm. Khi đó:

- a) Xác suất để Nam đạt đúng 8 điểm là $\left(\frac{1}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4$
- b) Xác suất để Nam trả lời đúng hết 20 câu là $\left(\frac{1}{4}\right)^{20}$
- c) Xác suất để Nam đạt từ 9 điểm trở lên lớn hơn 0,0004.
- d) Xác suất để Nam trả lời sai 1 câu là $\frac{1}{4}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$			+	-
$f(x)$			$0 \nearrow +\infty$	$1 \searrow -\infty$

- a) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 1.
- b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

d) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-1}$ có a đường tiệm cận đứng và b đường tiệm cận ngang. Khi đó $a^2 + b^2 = 2$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 + 5x}{x+3}$ có đồ thị (C) . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -3$.

b) Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

c) Hàm số có hai cực trị có tổng hoành độ của cực trị bằng -6 .

d) Khoảng cách từ điểm $M(2;1)$ đến đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) bằng $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

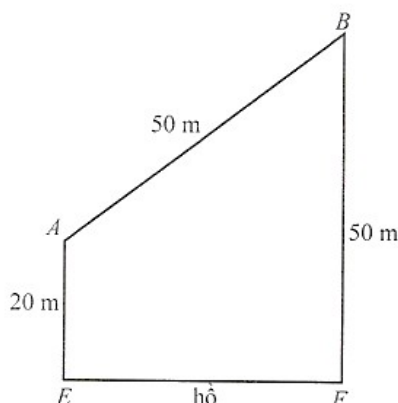
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và I là giao điểm của hai đường tiệm cận. Giả sử $M(x_0; y_0)$ là điểm trên đồ thị (C) có hoành độ dương sao cho tiếp tuyến tại M với (C) cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại hai điểm A, B thỏa mãn $IA^2 + IB^2 = 40$. Tính giá trị của biểu thức $P = x_0^2 + y_0^2 + x_0 y_0$?

Câu 2: Vào đầu tháng 1 anh Huy gửi vào ngân hàng 1 tỷ đồng với lãi suất $0,5\%$ /tháng. Từ đó, cứ vào đầu mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ hai anh Huy đến ngân hàng rút ra 30 triệu đồng để tiêu xài. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Huy rút hết tiền trong ngân hàng (tháng cuối cùng có thể rút được ít hơn 30 triệu đồng).

Câu 3: Cho $M(a;b)$ là điểm nằm trên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ và hai điểm $A(1;2), B(2;1)$. Khi $MA + MB$ ngắn nhất thì giá trị $b-a$ bằng bao nhiêu?

Câu 4: Trong một buổi cắm trại bên bờ hồ, các đội thi đua chạy từ lều chỉ huy A cách bờ hồ 20 m đến hồ lấy nước và mang về lều chỉ huy B cách bờ hồ 50 m.



Hai lều chỉ huy A và B cách nhau 50 m. Đoạn đường đi ngắn nhất mỗi lượt các đội có thể đi là bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Câu 5: Một công ty sản xuất mỹ phẩm ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là

$$C(x) = 300x + 50 \quad (\text{nghìn đồng}).$$

Khi đó $f(x) = \frac{C(x)}{x}$ là chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm. Hỏi chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm không thấp hơn bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 6: Một đại lý vật liệu cần thuê xe chở 140 tấn xi măng và 9 tấn thép tới công trình xây dựng.

Nơi thuê có hai loại xe A và B, trong đó xe A có 10 chiếc và xe B có 9 chiếc. Mỗi xe loại A cho thuê với giá 5 triệu đồng và một xe loại B cho thuê với giá 4,5 triệu đồng. Biết rằng mỗi xe loại A chở tối đa 20 tấn xi măng và 0,6 tấn thép, mỗi xe loại B có thể chở tối đa 10 tấn xi măng và 1,5 tấn thép. Để số tiền thuê xe ít nhất đại lý đã thuê x chiếc xe loại A và y chiếc xe loại B. Tính 2^{x+y} .

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

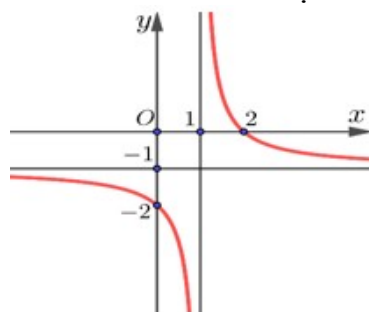
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	C	C	D	C	C	A	B	D	C	C	C

1	2	3	4	1	2	3	4	5	6
SDSS	SSDS	SSDS	SSDD	7	37	1	80,6	300	14

Lời giải chi tiết

Phần 2

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+1}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



- Đạo hàm của hàm số $f'(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và đường tiệm cận ngang là $y = -1$.
- Tổng $a + b + c = 5$.

Lời giải

a) Sai. Đạo hàm của hàm số $f'(x) < 0, \forall x \neq 1$.

Dựa vào hình vẽ, đạo hàm của hàm số $f'(x) < 0, \forall x \neq 1$.

b) Sai. Từ đồ thị ta có hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

c) **Đúng.** Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và đường tiệm cận ngang là $y = -1$.

d) **Sai.** Tổng $a + b + c = -2$.

Đồ thị hàm số có TCD $x = -\frac{1}{c} = 1 \Rightarrow c = -1$.

Đồ thị hàm số có TCN $y = \frac{a}{c} = -1 \Rightarrow a = 1$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -2) \Rightarrow b = -2$. Vậy $a + b + c = 1 - 2 - 1 = -2$.

Câu 2: Trong đề kiểm tra 15 phút môn Toán của lớp 11A có 20 câu trắc nghiệm. Mỗi câu trắc nghiệm có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án trả lời đúng. Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm. Nam giải chắc chắn đúng 10 câu, 10 câu còn lại lựa chọn ngẫu nhiên đáp án. Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm, trả lời sai không bị trừ điểm

a) Xác suất để đánh đúng hết 20 câu là $\left(\frac{1}{4}\right)^{20}$

b)) Xác suất để Nam trả lời sai 1 câu là $\frac{1}{4}$.

c) Xác suất để Nam đạt đúng 8 điểm là $\left(\frac{1}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4$

d) Xác suất để Nam đạt từ 9 điểm trở lên lớn hơn 0,0004.

Giải

a) **Sai** (Nam giải chắc chắn đúng 10 câu nên Nam cần trả lời đúng thêm 10 câu. Xác suất là

$$C_{10}^{10} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^0 = \left(\frac{1}{4}\right)^{10}$$

b) **Sai**

c) **Sai**. Để Nam đạt được đúng 8 điểm thì trong 10 câu còn lại lựa chọn ngẫu nhiên đáp án phải đúng 6 câu nữa (vì đã có 5 điểm chắc chắn), sai 4 câu.

Xác suất khi đánh ngẫu nhiên đúng một câu trắc nghiệm là $\frac{1}{4}$.

Xác suất khi đánh ngẫu nhiên sai một câu trắc nghiệm là $\frac{3}{4}$.

Chọn 6 câu trắc nghiệm để đánh đúng từ 10 câu trắc nghiệm có: C_{10}^6 (cách)

Vậy, xác suất để Nam đạt được đúng 8 điểm là $C_{10}^6 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4$.

d) **Đúng.**

$$C_{10}^8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

Để đạt 9 điểm, Nam cần trả lời đúng thêm 8 câu. Xác suất là

$$C_{10}^9 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^9 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1$$

Để đạt 9,5 điểm, Nam cần trả lời đúng thêm 9 câu. Xác suất là

$$C_{10}^{10} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^0$$

Để đạt 10 điểm, Nam cần trả lời đúng thêm 10 câu. Xác suất là

Như vậy, xác suất để đạt từ 9 điểm trở lên là tổng xác suất đạt 9 điểm, 9,5 điểm, 10 điểm và bằng

$$C_{10}^8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + C_{10}^9 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^9 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1 + C_{10}^{10} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^0 \approx 0,0004158 > 0,0004$$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$			+	-
$f(x)$			$0 \nearrow +\infty$	$1 \searrow -\infty$

a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

c) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 1.

d) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-1}$ có a đường tiệm cận đứng và b đường tiệm cận ngang. Khi đó $a^2 + b^2 = 2$

Lời giải

a) Đ b) S c) S d) S

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)-1} = 0$$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

Do đó đồ thị hàm số có 1 đường TCN là $y = 0$

Dựa vào bảng biến thiên là có tồn tại $x_1 \in (-2; 0)$ sao cho $f(x_1) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_1^+} \frac{1}{f(x)-1} = +\infty; \lim_{x \rightarrow x_1^-} \frac{1}{f(x)-1} = -\infty; \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{f(x)-1} = -\infty \Rightarrow$$

Đồ thị hàm số có 2 đường TCD là

$$x = x_1, x = 0$$

$$\text{Do đó } a = 2, b = 1 \Rightarrow a^2 + b^2 = 5$$

Câu 4 : Cho hàm số $y = \frac{2x^2 + 5x}{x+3}$ có đồ thị (C) . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

b) Hàm số có hai cực trị có tổng hoành độ của cực trị bằng -6 .

c) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -3$.

d) Khoảng cách từ điểm $M(2;1)$ đến đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) bằng $\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

a) Sai: Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

b) Đúng: Ta có $y = \frac{2x^2 + 5x}{x+3} = 2x - 1 + \frac{3}{x+3}$.

$$y' = 2 - \frac{3}{(x+3)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{3}{(x+3)^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 + 12x + 15}{(x+3)^2} = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 12x + 15 = 0$$

có hai nghiệm phân biệt.

$$\frac{-12}{2} = -6$$

Vậy hàm số có hai cực trị có tổng hoành độ của cực trị bằng -6 .

c) Sai: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 5x}{x+3} = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 5x}{x+3} = -\infty$, nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

d) Sai: Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (2x - 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x+3} = 0; \lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (2x - 1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x+3} = 0$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y = 2x - 1 \Leftrightarrow 2x - y - 1 = 0 \ (\Delta)$.

$$d(M, \Delta) = \frac{|2 \cdot 2 - 1 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Khoảng cách từ điểm $M(2;1)$ đến Δ là

Phần 3

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ có đồ thị (C) và I là giao điểm của hai đường tiệm cận. Giả sử $M(x_0; y_0)$ là điểm trên đồ thị (C) có hoành độ dương sao cho tiếp tuyến tại M với (C) cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại hai điểm A, B thỏa mãn $|A^2 + B^2| = 40$. Tính giá trị của biểu thức $P = x_0^2 + y_0^2 + x_0 y_0$?

Lời giải

Đồ thị $(C): y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 2$ nên $I(-1; 2)$.

Vì $M \in (C)$ nên $M(x_0; \frac{2x_0 - 1}{x_0 + 1})$ ($x_0 > 0$)

Phương trình tiếp tuyến với (C) tại M là $y = \frac{3}{(x_0 + 1)^2}(x - x_0) + \frac{2x_0 - 1}{x_0 + 1}$.

$$P = A \left(1 + \frac{2x_0 - 4}{x_0 + 1} \right) B (2x_0 + 1; 2)$$

Ta có $|A| = \left| \frac{6}{x_0 + 1} \right|$ và $|B| = 2|x_0 + 1|$.

Khi đó $|A|^2 + |B|^2 = 40 \Rightarrow \frac{36}{(x_0 + 1)^2} + 4(x_0 + 1)^2 = 40, x_0 > 0$

$$\Rightarrow (x_0 + 1)^4 - 10(x_0 + 1)^2 + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} (x_0 + 1)^2 = 1 \\ (x_0 + 1)^2 = 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 (l) \\ x_0 = -2 (l) \\ x_0 = 2 (n) \\ x_0 = -4 (l) \end{cases} \text{ ® } x_0 = 2 \text{ p } y_0 = 1$$

. Suy ra $M(2; 1)$. Giá trị của biểu thức $P = 7$.

Câu 2: Vào đầu tháng 1 anh Huy gửi vào ngân hàng 1 tỷ đồng với lãi suất $0,5\%$ /tháng. Từ đó, cứ vào đầu mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ hai anh Huy đến ngân hàng rút ra 30 triệu đồng để tiêu xài. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Huy rút hết tiền trong ngân hàng (tháng cuối cùng có thể rút được ít hơn 30 triệu đồng).

Lời giải

Đáp án 37

Gọi số tiền anh Huy gửi vào ngân hàng ban đầu là A (triệu đồng), với lãi suất r / tháng, và số tiền anh rút ra hàng tháng là m (triệu đồng) thì:

- Sau 1 tháng gửi, số tiền anh Huy còn lại là: $C_1 = A(1+r) - m$

- Sau 2 tháng gửi, số tiền anh Huy còn lại là: $C_2 = [A(1+r) - m](1+r) - m$
 $= A(1+r)^2 - m(1+r) - m$

- Sau 3 tháng gửi, số tiền anh Huy còn lại là: $C_3 = [A(1+r)^2 - m(1+r) - m](1+r) - m$
 $= A(1+r)^3 - m(1+r)^2 - m(1+r) - m$

.....

- Sau n tháng gửi, số tiền anh Huy còn lại là:

$$C_n = A(1+r)^n - m(1+r)^{n-1} - m(1+r)^{n-2} - \dots - m(1+r) - m$$

$$= A(1+r)^n - m \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Anh Huy rút hết tiền khi: $C_n = 0 \Leftrightarrow A(1+r)^n - m \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0$

$$\Leftrightarrow (m - Ar)(1+r)^n = m$$

$$\Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{m}{m - Ar}$$

$$\Leftrightarrow n = \log_{(1+r)} \frac{m}{m - Ar}$$

Thay $A = 1000$ (triệu), $m = 30$ (triệu), $r = 0,5\% = 0,005$

Ta được $n \approx 36,6$. Tức là sau 37 tháng anh Huy sẽ rút hết tiền trong ngân hàng.

Câu 3: Cho $M(a; b)$ là điểm nằm trên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ và hai điểm $A(1; 2), B(2; 1)$. Khi $MA + MB$ ngắn nhất thì giá trị $b - a$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 1

Tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ là $(-1; 2); (1; -2)$

Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị $2x + y = 0$ (d)

Hai điểm A, B nằm cùng phía đối với d . Gọi A' là điểm đối xứng với A qua d .

Khi đó $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$.

Do đó $MA + MB$ ngắn nhất thì M, A', B thẳng hàng hay $M = A'B \cap d$.

Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc d

PT Δ $(x-1) - 2(y-2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3 = 0$

Gọi I là giao điểm của d và $\Delta \Rightarrow I\left(-\frac{3}{5}; \frac{6}{5}\right) \Rightarrow A'\left(-\frac{11}{5}; \frac{2}{5}\right)$.

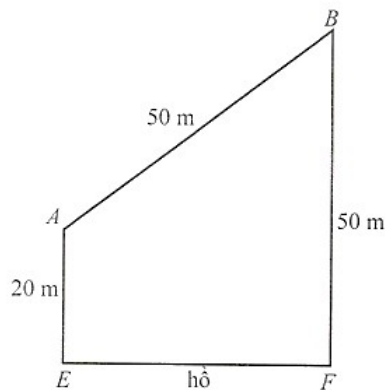
$\overrightarrow{A'B} = \left(\frac{21}{5}; \frac{3}{5}\right) \Rightarrow$ VTPT của $A'B$ là $\vec{n}(3; -21)$

PT $A'B$: $3(x-2) - 21(y-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 21y + 15 = 0$

$M = A'B \cap d \Rightarrow M\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ nên $a = -\frac{1}{3}; b = \frac{2}{3}$

Khi đó $b - a = \frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right) = 1$.

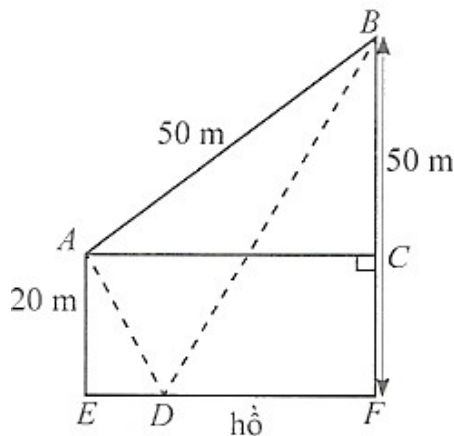
Câu 4: Trong một buổi cắm trại bên bờ hồ, các đội thi đua chạy từ lều chỉ huy A cách bờ hồ 20 m đến hồ lấy nước và mang về lều chỉ huy B cách bờ hồ 50 m.



Hai lều chỉ huy A và B cách nhau 50 m. Đoạn đường đi ngắn nhất mỗi lượt các đội có thể đi là bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Lời giải

Trả lời: 80,6.



Vẽ $AC \perp BF$. Ta có $CF = 20\text{ m}$, $BC = 30\text{ m}$. Suy ra $EF = AC = 40\text{ m}$.

Gọi D là điểm ở bờ hồ EF mà các đội đến lấy nước.

Đặt $ED = x$ thì $DF = 40 - x$; $AD = \sqrt{x^2 + 400}$;

$$BD = \sqrt{(40 - x)^2 + 2500}$$

Quãng đường mỗi lượt các đội phải đi là

$$s = AD + BD = \sqrt{x^2 + 400} + \sqrt{(40 - x)^2 + 2500}$$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + 400} + \sqrt{(40 - x)^2 + 2500}$ ($0 \leq x \leq 40$).

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 400}} - \frac{40 - x}{\sqrt{(40 - x)^2 + 2500}}$$

Ta có

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 400}} = \frac{40 - x}{\sqrt{(40 - x)^2 + 2500}} \Leftrightarrow 2500x^2 - [20(40 - x)]^2 = 0 \Leftrightarrow x \approx 11,4$$

Lập bảng biến thiên, ta thấy s nhỏ nhất là khoảng $80,6\text{ m}$ khi $x \approx 11,4\text{ m}$.

Vậy đoạn đường đi ngắn nhất mỗi lượt các đội có thể đi là khoảng $80,6\text{ m}$.

Câu 5: Một công ty sản xuất mỹ phẩm ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là

$$C(x) = 300x + 50 \quad (\text{nghìn đồng}).$$

Khi đó $f(x) = \frac{C(x)}{x}$ là chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm. Hỏi chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm không thấp hơn bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Đáp án: 300.

$$\text{Ta có: } f(x) = \frac{300x + 50}{x}, x \in \mathbb{R}^+ \Leftrightarrow f(x) = 300 + \frac{50}{x}$$

Thấy $f'(x) = -\frac{50}{x^2} < 0, \forall x \neq 0 \Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ luôn nghịch biến (giảm) trên mỗi khoảng xác định. Do đó chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm sẽ giảm khi số lượng sản phẩm tăng.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(300 + \frac{50}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 300 + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{50}{x} = 300$$

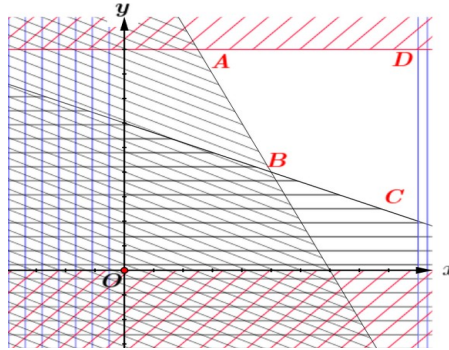
Do đó chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm không thấp hơn 300 (nghìn đồng)

Câu 6: Một đại lý vật liệu cần thuê xe chở 140 tấn xi măng và 9 tấn thép tới công trình xây dựng. Nơi thuê có hai loại xe A và B, trong đó xe A có 10 chiếc và xe B có 9 chiếc. Mỗi xe loại A cho thuê với giá 5 triệu đồng và một xe loại B cho thuê với giá 4,5 triệu đồng. Biết rằng mỗi xe loại A chở tối đa 20 tấn xi măng và 0,6 tấn thép, mỗi xe loại B có thể chở tối đa 10 tấn xi măng và 1,5 tấn thép. Để số tiền thuê xe ít nhất đại lý đã thuê x chiếc xe loại A và y chiếc xe loại B. Tính $2x + y$

Lời giải

Đáp số: 9.

Gọi x, y lần lượt là số xe loại A và B mà đại lý cần thuê. ĐK

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases}$$


Từ đề bài ta có:

$$\begin{cases} 20x + 10y \geq 140 \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \end{cases}$$

Khi đó, số tiền thuê xe là: $T = 5x + 4,5y$

Miền nghiệm (x, y) là tứ giác $ABCD$ với $A(\frac{5}{2}; 9), B(5; 4), C(10; 2), D(10; 9)$.

Tại đỉnh B thì $T = 43$ đạt giá trị nhỏ nhất nên $x = 5, y = 4 \Rightarrow 2x + y = 14$.