

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19;19,5)	[19,5;20)	[20;20,5)	[20,5;21)	[21;21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 3. B. 2,5. C. 2. D. 1,5.

Câu 2: Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và công bội $q = 4$. Số hạng u_2 của cấp số nhân là:

- A. 64. B. 12. C. 81. D. 7.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$, điểm G là trọng tâm tam giác BCD . Phát biểu nào sau đây **sai**?

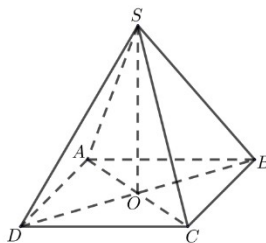
- A. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{BG}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

Câu 4: Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?

- A. $y = \frac{2x+1}{x-3}$. B. $y = x^3 - x^2 - 3x + 2$. C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(3;0;0)$. B. $(0;5;2)$. C. $(0;0;2)$. D. $(0;5;0)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $SA = SC$, $SB = SD$ (minh họa như hình bên dưới).

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $SO \perp (ABCD)$. B. $SC \perp (ABCD)$. C. $SA \perp (ABCD)$. D. $SB \perp (ABCD)$.

Câu 7: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

- A. $x^3 + x + C$. B. $3x^2 + 1 + C$. C. $x^4 + x^2 + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} \leq 4$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1]$. D. $[1; +\infty)$.

Câu 9: Đồ thị hàm số $y = 2x + 1 - \frac{3}{x+1}$ có đường tiệm cận xiên là

- A. $y = 2x - 3$. B. $y = 2x + 1$. C. $y = 2x - 1$. D. $y = x + 1$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; -2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $\sqrt{22}$. B. $\sqrt{26}$. C. 26 . D. 22 .

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 2$ là

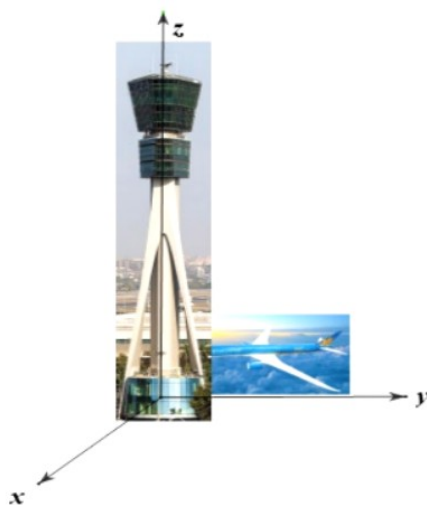
- A. $x = \frac{7}{2}$. B. $x = \frac{9}{2}$. C. $x = 3$. D. $x = 5$.

Câu 12: Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx$ bằng

- A. 8 . B. 6 . C. 5 . D. 9 .

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.

Câu 1: Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 100m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 12km, cách 350km về phía đông và 200km về phía nam so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu.

a) Radar ở vị trí có tọa độ $(0; 0; 0)$.

b) Vị trí A có tọa độ $(350; 200; 12)$.

c) Khoảng cách từ máy bay đến radar khoảng $403,29\text{km}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

d) Nếu máy bay giữ nguyên độ cao, tiếp tục bay về phía nam 100km nữa thì radar của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được vị trí của máy bay.

Câu 2: Lớp 12B có 40 học sinh, trong đó có 34 em thích ăn chuối, 22 em thích ăn cam và 2 em không thích ăn cả hai loại quả đó. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp.

a) Số phần tử của không gian mẫu là 40 .

b) Xác suất để chọn được học sinh thích ăn cam là $0,53$.

c) Xác suất để chọn được học sinh thích ăn ít nhất một trong hai loại quả chuối hoặc cam là $0,95$.

d) Xác suất để chọn được học sinh thích ăn cả hai loại quả chuối và cam là $0,45$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos x - \sin x$.

b) Giả sử $\frac{\sin x + \cos x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ khi đó $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{4}$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{4}\right]$ là bằng $a\sqrt{b}$, với a, b là các số nguyên dương. Khi đó $b - a = 2$.

d) Tổng các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên khoảng $(0; 3\pi)$ bằng $\frac{15\pi}{4}$.

Câu 4: Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trong thành phố thì các xe khi dừng lại phải cách nhau một khoảng tối thiểu là 1 m. Một xe máy di chuyển trên đường thì gặp đèn đỏ từ xa, người điều khiển xe máy đạp phanh và xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 10 - 5t \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Gia tốc tức thời của chuyển động này là $5 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

b) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe máy dừng hẳn là 2 giây.

c) Quãng đường xe máy đi được sau $0,5$ giây kể từ lúc đạp phanh là 6 m.

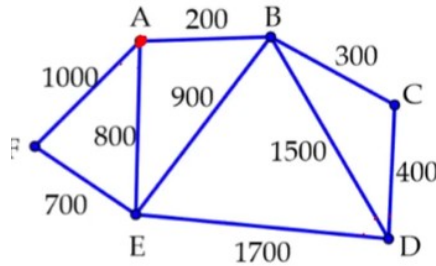
d) Để giữ khoảng cách an toàn, người điều khiển xe máy phải bắt đầu đạp phanh khi cách xe đang dừng phía trước tối thiểu một khoảng 11m (giả sử ngay lúc đạp phanh thì xe phía trước đang đứng yên).

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

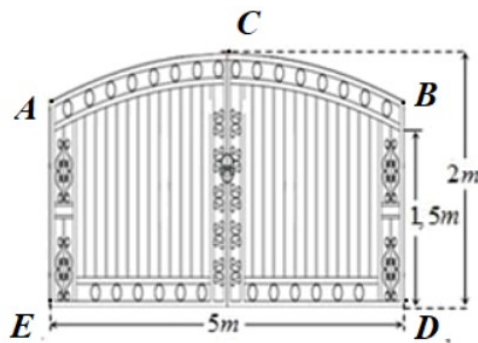
Câu 1: Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện (vị trí A) và phải đi qua các con đường để phát thư

rồi

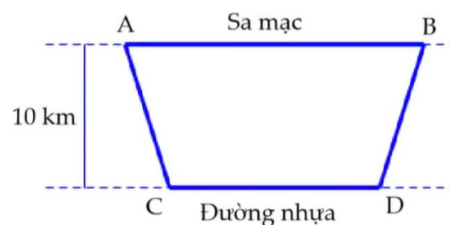
quay lại bưu điện. Sơ đồ các con đường cần đi qua và độ dài của chúng (tính theo mét) được biểu diễn ở hình vẽ dưới. Khi đó, quãng đường ngắn nhất người ta đưa thư có thể lựa chọn là đi bao nhiêu mét?



Câu 2: Bác Vinh muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên dưới, biết đường cong phía trên là một parabol, tứ giác $ABDE$ là hình chữ nhật. Giá của cánh cửa sau khi hoàn thành là $700\,000$ đồng/m². Hỏi bác Vinh phải trả số tiền bao nhiêu triệu đồng để làm một cửa sắt như vậy? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

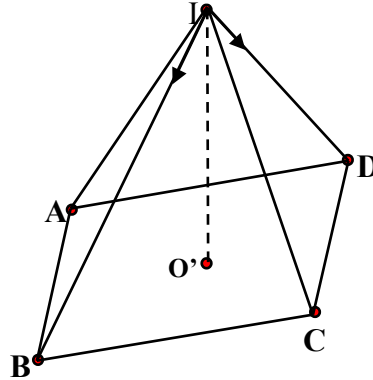


Câu 3: Một nhà địa chất học đang ở địa điểm A trên sa mạc. Anh ta muốn đến điểm B và cách A một khoảng bằng 70 km . Trong sa mạc, xe anh ta chỉ có thể di chuyển với vận tốc 30 km/h . Nhà địa chất phải đến được điểm B sau 2 giờ, vì vậy nếu anh ta đi từ A đến B sẽ không thể đến đúng giờ được. Rất may, có một con đường nhựa song song với đường nối A và B và cách AB một đoạn 10 km . Trên đường nhựa đó, xe nhà địa chất có thể di chuyển với vận tốc 50 km/h . Thời gian ngắn nhất để nhà địa chất di chuyển từ A đến B là bao nhiêu phút?



Câu 4: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 5 . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{5\sqrt{3}}{4}$. Thể tích của khối lăng trụ là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một tấm bảng đồng chất có dạng hình vuông $ABCD$ tâm O' được treo nghiêng bởi 4 sợi dây IA, IB, IC, ID gắn cố định tại điểm $I(0;0;9)$ như hình vẽ. Điểm $O'(0;0;5)$; $A(-\sqrt{2};\sqrt{2};5)$, điểm D có hoành độ dương và góc $\theta'ID$ đạt giá trị lớn nhất. Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ lần lượt là lực căng của các sợi dây IB, IC, ID, IA .



Biết $|\vec{F}_1| = 50\text{ N}$ và $|\vec{F}_2| = 40\text{ N}$. Tính khối lượng m (kg) của tấm bảng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) (Cho gia tốc trọng trường $g = 9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$ và trọng lượng của tấm bảng được tính bằng công thức $P = m \cdot g$).

Câu 6: Một vật chuyển động theo quy luật $s = s(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 10t + 2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Tính quãng đường mà vật đi được khi vận tốc đạt 20 m/s (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

❗ HẾT ❗

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI**PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.**

1.B	2.B	3.B	4.A	5.A	6.A	7.D	8.C	9.B	10.A
11.D	12.A								

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.

Câu	1	2	3	4
	SSDS	DSDD	DSSD	SDSD

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Trả lời	8400	6,42	116	18	15	56,2

HƯỚNG DẪN GIẢI**PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.**

Câu 1: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19;19,5)	[19,5;20)	[20;20,5)	[20,5;21)	[21;21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 3. B. 2,5. C. 2. D. 1,5.

Lời giải

Chọn B.

Khoảng biến thiên $21,5 - 19 = 2,5$.

Câu 2: Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và công bội $q = 4$. Số hạng u_2 của cấp số nhân là:

- A. 64. B. 12. C. 81. D. 7.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = 3 \cdot 4 = 12$.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$, điểm G là trọng tâm tam giác BCD . Phát biểu nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.
 C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{BG}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \vec{0} = \vec{0}$ (sai).

Câu 4: Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?

- A. $y = \frac{2x+1}{x-3}$. B. $y = x^3 - x^2 - 3x + 2$. C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $y' = \frac{-7}{(x-3)^2} < 0$ ($\forall x \neq 3$) nên hàm số không có cực trị.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

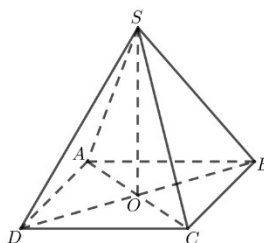
A. $(3;0;0)$ **B.** $(0;5;2)$ **C.** $(0;0;2)$ **D.** $(0;5;0)$

Lời giải

Chọn A.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là $(3;0;0)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $SA = SC$, $SB = SD$ (minh họa như hình bên dưới).



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $SO \perp (ABCD)$ **B.** $SC \perp (ABCD)$ **C.** $SA \perp (ABCD)$ **D.** $SB \perp (ABCD)$

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$SA = SC \Rightarrow SO \perp AC$$

$$SB = SD \Rightarrow SO \perp BD$$

Do đó ta có: $SO \perp (ABCD)$

Câu 7: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

A. $x^3 + x + C$ **B.** $3x^2 + 1 + C$ **C.** $x^4 + x^2 + C$ **D.** $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\int f(x) dx = \int (x^3 + x) dx = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} \leq 4$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1]$. D. $[1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $2^{x+1} \leq 4 \Leftrightarrow x+1 \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} \leq 4$ là $(-\infty; 1]$.

Câu 9: Đồ thị hàm số $y = 2x + 1 - \frac{3}{x+1}$ có đường tiệm cận xiên là

- A. $y = 2x - 3$. B. $y = 2x + 1$! C. $y = 2x - 1$. D. $y = x + 1$.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị hàm số $y = 2x + 1 - \frac{3}{x+1}$ có đường tiệm cận xiên là $y = 2x + 1$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; -2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $\sqrt{22}$. B. $\sqrt{26}$. C. 26 . D. 22 .

Lời giải

Chọn A.

Độ dài đoạn thẳng $AB = \sqrt{(3-1)^2 + (0+3)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{22}$.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 2$ là

- A. $x = \frac{7}{2}$. B. $x = \frac{9}{2}$. C. $x = 3$. D. $x = 5$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\log_3(2x-1) = 2 \Leftrightarrow x = 5$.

Câu 12: Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx$ bằng

- A. 8 ! B. 6 . C. 5 . D. 9 .

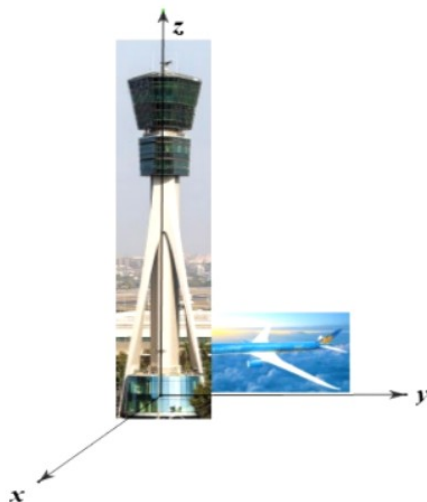
Lời giải

Chọn A.

Ta có $\int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx = \frac{1}{3} \int_0^3 f(x) dx + 2 \int_0^3 dx = \frac{1}{3} \cdot 6 + 2 \cdot 3 = 8$.

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.

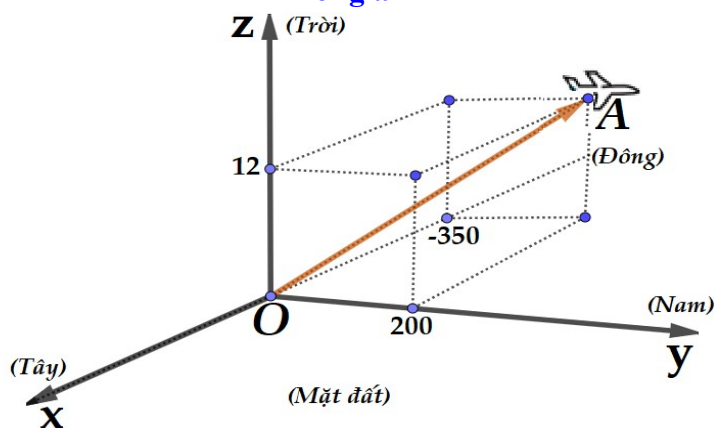
Câu 1: Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 100m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 12km, cách 350km về phía đông và 200km về phía nam so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu.

- Radar ở vị trí có tọa độ $(0;0;0)$.
- Vị trí A có tọa độ $(350;200;12)$.
- Khoảng cách từ máy bay đến radar khoảng 403,29km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Nếu máy bay giữ nguyên độ cao, tiếp tục bay về phía nam 100km nữa thì radar của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được vị trí của máy bay.

Lời giải



- Sai.** Radar ở vị trí $B(0;0;0,1)$.
- Sai.** Điểm $A(-350;200;12)$.
- Đúng.** Ta có: $\overrightarrow{AB} = (350; -200; -11,9)$.

Khoảng cách từ máy bay đến radar là: $AB = \sqrt{350^2 + 200^2 + 11,9^2} \approx 403,29\text{km}$.

d) **Sai.** Nếu máy bay giữ nguyên độ cao, tiếp tục bay về phía nam 100km nữa thì máy bay đến vị trí điểm $C(-350; 300; 12)$. Ta có: $\overrightarrow{BC} = (-350; 300; -11,9)$.

Khoảng cách từ máy bay đến radar là: $BC = \sqrt{350^2 + 300^2 + 11,9^2} \approx 461,13\text{km} < 500\text{km}$
 $\Rightarrow$ radar của trung tâm kiểm soát không lưu vẫn phát hiện được vị trí của máy bay.

Câu 2: Lớp 12B có 40 học sinh, trong đó có 34 em thích ăn chuối, 22 em thích ăn cam và 2 em không thích ăn cả hai loại quả đó. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp.

a) Số phần tử của không gian mẫu là 40.

b) Xác suất để chọn được học sinh thích ăn cam là $0,55$.

c) Xác suất để chọn được học sinh thích ăn ít nhất một trong hai loại quả chuối hoặc cam là $0,95$.

d) Xác suất để chọn được học sinh thích ăn cả hai loại quả chuối và cam là $0,45$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) **Đúng.** Vì số cách chọn một học sinh tương ứng với việc chọn một phần tử từ tập hợp 40 học sinh. Không gian mẫu: $n(\Omega) = 40$.

b) **Sai.**

Số học sinh thích ăn cam là 22 nên xác suất để chọn được học sinh thích ăn cam là $\frac{22}{40} = 0,55$.

c) **Đúng.**

Số học sinh thích ăn ít nhất một trong hai loại quả chuối hoặc cam là $40 - 2 = 38$.

Xác suất cần tìm là $\frac{38}{40} = 0,95$.

d) **Đúng.**

Số học sinh thích ăn cả hai loại quả chuối và cam là $34 + 22 - 38 = 18$.

Xác suất cần tìm là $\frac{18}{40} = 0,45$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos x - \sin x$.

b) Giả sử $\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ khi đó $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{4}$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{4}\right]$ là bằng $a\sqrt{b}$, với a, b là các số nguyên dương. Khi đó $b - a = 2$.

d) Tổng các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên khoảng $(0; 3\pi)$ bằng $\frac{15\pi}{4}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng. $f(x) = \sin x + \cos x \Rightarrow f'(x) = \cos x - \sin x$.

b) Sai. Ta có:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow (\sin x + \cos x)^2 - 2 \sin x \cdot \cos x = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} - 2 \sin x \cdot \cos x = 1 \Leftrightarrow \sin x \cdot \cos x = -\frac{1}{4}$$

$$f(x) = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x \right) = \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$$

c) Sai. Ta có:

$$\forall x \in \left[0; \frac{3\pi}{4}\right] \Rightarrow x + \frac{\pi}{4} \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right] \Rightarrow 0 \leq \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \leq 1 \Rightarrow 0 \leq y \leq \sqrt{2}$$

$$\text{Và } y = \sqrt{2} \text{ khi } x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \text{ hay } x = \frac{\pi}{4}. \text{ Suy ra } a = 1, b = 2 \Rightarrow b - a = 1.$$

d) Đúng. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

$$\text{Mà } x \in (0; 3\pi) \Rightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{9\pi}{4} \right\} \Rightarrow \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} + \frac{9\pi}{4} = \frac{15\pi}{4}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên khoảng $(0; 3\pi)$ bằng $\frac{15\pi}{4}$.

Câu 4: Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trong thành phố thì các xe khi dừng lại phải cách nhau một khoảng tối thiểu là 1 m. Một xe máy di chuyển trên đường thì gặp đèn đỏ từ xa, người điều khiển xe máy đạp phanh và xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 10 - 5t \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Gia tốc tức thời của chuyển động này là $5 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

b) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe máy dừng hẳn là 2 giây.

c) Quãng đường xe máy đi được sau 0,5 giây kể từ lúc đạp phanh là 6 m.

d) Để giữ khoảng cách an toàn, người điều khiển xe máy phải bắt đầu đạp phanh khi cách xe đang dừng phía trước tối thiểu một khoảng 11m (giả sử ngay lúc đạp phanh thì xe phía trước đang đứng yên)

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai. $v(t) = 10 - 5t \Rightarrow a(t) = -5$

b) Đúng. Xe dừng hẳn khi $v(t) = 10 - 5t = 0 \Leftrightarrow t = 2$

c) Sai. Khoảng thời gian xe đi được sau 0,5 giây từ khi đạp phanh là

$$\int_0^{0.5} (10 - 5t) dt = \frac{35}{8} = 4,375$$

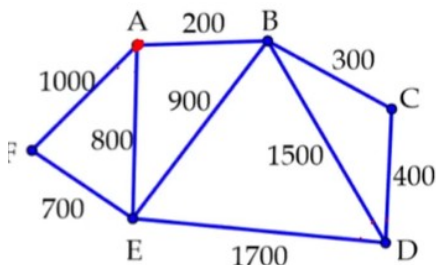
d) Đúng. Để giữ khoảng cách an toàn, người điều khiển xe máy phải bắt đầu đạp phanh khi

cách xe đang dừng phía trước tối thiểu một khoảng $1 + \int_0^2 (10 - 5t) dt = 11$ (m).

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện (vị trí A) và phải đi qua các con đường để phát thư rồi

quay lại bưu điện. Sơ đồ các con đường cần đi qua và độ dài của chúng (tính theo mét) được biểu diễn ở hình vẽ dưới. Khi đó, quãng đường ngắn nhất người ta đưa thư có thể lựa chọn là đi bao nhiêu mét?



Lời giải

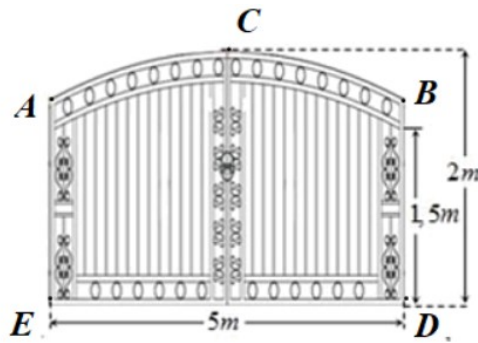
Trả lời: 8400

Tổng quãng đường người đưa thư phải đi qua các con đường là; 7.500 (mét).

Người đưa thư cần quay lại bưu điện, khi đó để quãng đường đi là ngắn thì quãng đường đi quay lại bưu điện là ngắn nhất, quãng đường quay lại bưu điện ngắn nhất là $D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$.

Vậy quãng đường ngắn nhất để người đưa thư xuất phát từ bưu điện (vị trí A) và phải đi qua các con đường để phát thư rồi quay lại bưu điện: $7.500 + 400 + 300 + 200 = 8.400$ (mét).

Câu 2: Bác Vinh muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên dưới, biết đường cong phía trên là một parabol, tứ giác $ABDE$ là hình chữ nhật. Giá của cánh cửa sau khi hoàn thành là 700.000 đồng/m². Hỏi bác Vinh phải trả số tiền bao nhiêu triệu đồng để làm một cửa sắt như vậy? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Lời giải

Ta dễ tính được diện tích hình chữ nhật $ABDE$ là:

$$S_1 = 5 \cdot 1,5 = 7,5 \text{ (m}^2\text{)}.$$

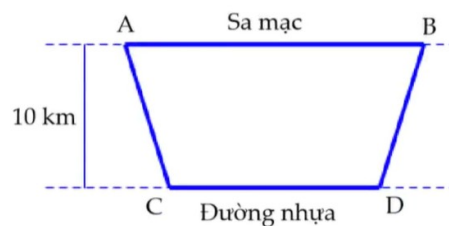
Ta thấy $d(C, AB) = 2 - 1,5 = 0,5 \text{ (m)}$. Suy ra diện tích phần vòm cổng parabol là:

$$S_2 = \frac{2}{3} d(C, AB) \cdot AB = \frac{2}{3} \cdot 0,5 \cdot 5 = \frac{5}{3} \text{ (m}^2\text{)}.$$

Vậy số tiền bác Vinh phải trả để làm cửa sắt là:

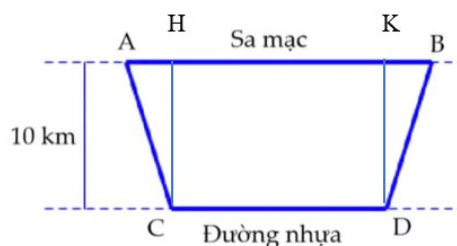
$$700\,000 \cdot (S_1 + S_2) \approx 6,42 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 3: Một nhà địa chất học đang ở địa điểm A trên sa mạc. Anh ta muốn đến điểm B và cách A một khoảng bằng 70 km . Trong sa mạc, xe anh ta chỉ có thể di chuyển với vận tốc 30 km/h . Nhà địa chất phải đến được điểm B sau 2 giờ, vì vậy nếu anh ta đi từ A đến B sẽ không thể đến đúng giờ được. Rất may, có một con đường nhựa song song với đường nối A và B và cách AB một đoạn 10 km . Trên đường nhựa đó, xe nhà địa chất có thể di chuyển với vận tốc 50 km/h . Thời gian ngắn nhất để nhà địa chất di chuyển từ A đến B là bao nhiêu phút?



Lời giải

Trả lời: 116.



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của C, D trên AB .

Đặt $AH = x, BK = y$ ($0 < x < 70; 0 < y < 70$)

Khi đó:

+ Thời gian nhà địa chất đi trên sa mạc là: $\frac{AC+BD}{30} = \frac{\sqrt{x^2+100} + \sqrt{y^2+100}}{30}$

+ Thời gian nhà địa chất đi trên đường nhựa là: $\frac{CD}{50} = \frac{HK}{50} = \frac{70-(x+y)}{50}$

Vậy tổng thời gian nhà địa chất di chuyển là

$$T = \frac{\sqrt{x^2+100} + \sqrt{y^2+100}}{30} + \frac{70-(x+y)}{50}$$

Ta có:

$$T \geq \frac{\sqrt{(x+y)^2 + (10+10)^2}}{30} + \frac{70-(x+y)}{50}$$

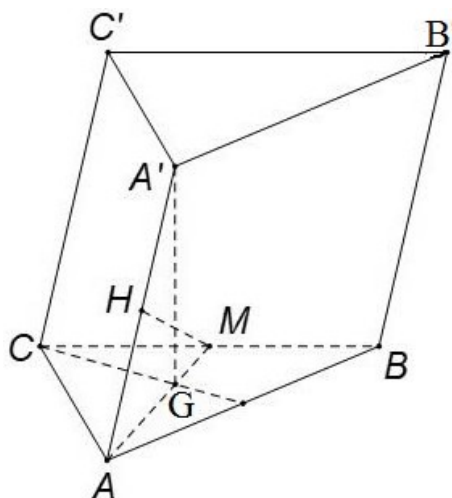
Đặt $t = x + y$ suy ra $T \geq \frac{\sqrt{t^2+400}}{30} + \frac{70-t}{50}$

Xét hàm số $f(t) = \frac{\sqrt{t^2+400}}{30} + \frac{70-t}{50} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 15$ (sử dụng MTCT).

Vậy $\text{Min} T = f(15) = \frac{29}{15}(h) = 116(p)$

Câu 4: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 5. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{5\sqrt{3}}{4}$. Thể tích của khối lăng trụ là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Đáp án: 18.



Gọi M là trung điểm BC, dựng MH vuông góc với AA' . Suy ra $MH = d(BC, A'A) = \frac{5\sqrt{3}}{4}$

$$A'G = h, \text{ ta có: } AA' = \sqrt{h^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2}; AM = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

Đặt

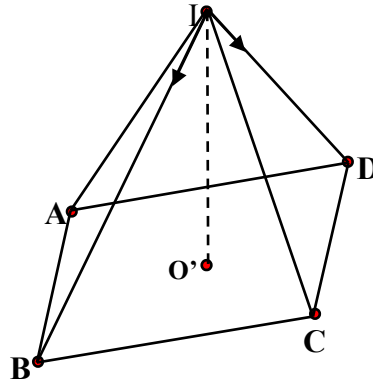
$$\text{Mà: } AA' \cdot MH = GA' \cdot AM$$

$$\sqrt{h^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{4} = \frac{5\sqrt{3}}{2} h \Rightarrow h = \frac{5}{3}.$$

$$S_{ABC} = \frac{5^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{5}{3} \cdot \frac{5^2\sqrt{3}}{4} = \frac{125\sqrt{3}}{12} \approx 18.$$

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một tấm bảng đồng chất có dạng hình vuông $ABCD$ tâm O' được treo nghiêng bởi 4 sợi dây IA, IB, IC, ID gắn cố định tại điểm $I(0;0;9)$ như hình vẽ. Điểm $O'(0;0;5)$; $A(-\sqrt{2}; \sqrt{2}; 5)$, điểm D có hoành độ dương và góc $\theta' ID$ đạt giá trị lớn nhất. Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ lần lượt là lực căng của các sợi dây IB, IC, ID, IA .



Biết $|\vec{F}_1| = 50 \text{ N}$ và $|\vec{F}_2| = 40 \text{ N}$. Tính khối lượng m (kg) của tấm bảng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) (Cho gia tốc trọng trường $g = 9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$ và trọng lượng của tấm bảng được tính bằng công thức $P = m \cdot g$).

Lời giải

Đáp án: 15

Do O' là trung điểm đoạn AC nên $C(\sqrt{2}; -\sqrt{2}; 5)$ và gọi $D(a; b; c)$

Khi đó $\vec{O'D} = (a; b; c-5)$; $\vec{AC} = (2\sqrt{2}; -2\sqrt{2}; 0)$ mà hai vector này vuông góc với nhau nên có $2\sqrt{2}a = 2\sqrt{2}b \Leftrightarrow a = b \Rightarrow \vec{CD} = (a - \sqrt{2}; a + \sqrt{2}; c-5)$; $\vec{AD} = (a + \sqrt{2}; a - \sqrt{2}; c-5)$

mà hai vector này cũng vuông góc với nhau nên

$$a^2 - 2 + a^2 - 2 + (c - 5)^2 = 0 \Leftrightarrow (c - 5)^2 = 4 - 2a^2 \Rightarrow c - 5 = \sqrt{4 - 2a^2} \quad (\text{với } 4 - 2a^2 \geq 0) \quad \text{có}$$

$$c - 5 \geq 0$$

$$\overrightarrow{ID} = (a; a; \sqrt{4 - 2a^2} - 4); \overrightarrow{IO'} = (0; 0; -4) \Rightarrow \cos \widehat{O'ID} = \frac{16 - 4\sqrt{4 - 2a^2}}{4\sqrt{a^2 + a^2 + (4 - \sqrt{4 - 2a^2})^2}}$$

Ta có:

$$f(a) = \frac{4 - \sqrt{4 - 2a^2}}{\sqrt{a^2 + a^2 + (4 - \sqrt{4 - 2a^2})^2}}$$

Khảo sát hàm số trên đoạn $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ tìm được $f(a)$ đạt

GTNN tại $a = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$

Vậy tọa độ các điểm: $A(-\sqrt{2}; \sqrt{2}; 5); B(-\frac{\sqrt{6}}{2}; -\frac{\sqrt{6}}{2}; 4); C(\sqrt{2}; -\sqrt{2}; 5); D(\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{\sqrt{6}}{2}; 6)$

Ta có: $\overrightarrow{IA} = (-\sqrt{2}; \sqrt{2}; -4) \Rightarrow |\overrightarrow{IA}| = 2\sqrt{5}; \overrightarrow{IC} = (\sqrt{2}; -\sqrt{2}; -4) \Rightarrow |\overrightarrow{IC}| = 2\sqrt{5}$

Vậy $|\overrightarrow{F_4}| = |\overrightarrow{F_2}| = k \cdot 2\sqrt{5} = 40 \Rightarrow k = 4\sqrt{5}$

Suy ra $\overrightarrow{F_4} = (-4\sqrt{10}; 4\sqrt{10}; -16\sqrt{5}); \overrightarrow{F_2} = (4\sqrt{10}; -4\sqrt{10}; -16\sqrt{5})$

Tương tự $\overrightarrow{IB} = (-\frac{\sqrt{6}}{2}; -\frac{\sqrt{6}}{2}; -5) \Rightarrow |\overrightarrow{IB}| = 2\sqrt{7}; \overrightarrow{ID} = (\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{\sqrt{6}}{2}; -3) \Rightarrow |\overrightarrow{ID}| = 2\sqrt{3}$

Sử dụng tỉ lệ giữa độ dài dây và độ lớn lực: $\frac{|\overrightarrow{F_1}|}{|\overrightarrow{F_3}|} = \frac{2\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} \Rightarrow |\overrightarrow{F_3}| = \frac{50\sqrt{21}}{7}$

Suy ra $\overrightarrow{F_3} = (\frac{25\sqrt{42}}{14}; \frac{25\sqrt{42}}{14}; -\frac{75\sqrt{7}}{7}); \overrightarrow{F_1} = (-\frac{25\sqrt{42}}{14}; -\frac{25\sqrt{42}}{14}; -\frac{125\sqrt{7}}{7})$

Để hệ cân bằng thì $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4} = \overrightarrow{P} = (0; 0; -32\sqrt{5} - \frac{200\sqrt{7}}{7}) \Rightarrow |\overrightarrow{P}| = \frac{200\sqrt{7}}{7} + 32\sqrt{5}$

Vậy khối lượng của thanh kim loại là: $m = \frac{P}{g} = \frac{\frac{200\sqrt{7}}{7} + 32\sqrt{5}}{9,8} \approx 15 \quad (\text{kg}).$

Câu 6: Một vật chuyển động theo quy luật $s = s(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 10t + 2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Tính quãng đường mà vật đi được khi vận tốc đạt 20 m/s (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp án: 56,2

Vận tốc của vật là: $v = v(t) = s'(t) = t^2 - 3t + 10 \quad (\text{m/s})$

Khi vận tốc đạt 20 m/s thì ta có phương trình :

$$t^2 - 3t + 10 = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = -2 \text{ (KTM)} \end{cases}$$

Vậy quãng đường mà vật đi được khi vận tốc đạt 20 m/s là :

$$s(5) = \frac{1}{3} \cdot 5^3 - \frac{3}{2} \cdot 5^2 + 10 \cdot 5 + 2 = \frac{337}{6} \approx 56,2 \text{ (m)}$$

❗ HẾT ❗