

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG I: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 LỰA CHỌN

Đơn vị kiến thức 1. Giá trị lượng giác của góc lượng giác

Nhận biết

Câu 1. [NB] Tập hợp tất cả các số đo của những góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc 125° là

- A. $-125^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. B. $125^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$. C. $125^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. D. $235^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2. [NB] Góc -225° có số đo bằng radian là

- A. $-\frac{5\pi}{4}$. B. $\frac{5\pi}{4}$. C. $-\frac{4\pi}{5}$. D. $\frac{5\pi}{6}$.

Thông hiểu

Câu 3. [TH] Biết $sđ(Ox; Ou) = 310^\circ$ và $sđ(Ox; Ov) = -35^\circ$. Khi đó $sđ(Ou; Ov)$ có dạng

- A. $15^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$. B. $-15^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. C. $35^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. D. $15^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4. [TH] Một đường tròn có bán kính 9 cm. Độ dài cung có số đo 160° là

- A. 6π cm. B. 8π cm. C. 9π cm. D. 16π cm.

Câu 5. [TH] Điểm $M\left(-\frac{7}{25}; -\frac{24}{25}\right)$ trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc α . Khi đó $\tan \alpha$ bằng

- A. $-\frac{24}{7}$. B. $\frac{7}{24}$. C. $\frac{24}{7}$. D. $-\frac{7}{24}$.

Vận dụng

Câu 6. [VD] Biết $\sin \alpha = \frac{8}{17}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó $\tan \alpha$ bằng

- A. $-\frac{8}{15}$. B. $\frac{8}{15}$. C. $-\frac{15}{8}$. D. $\frac{15}{8}$.

Câu 7. [VD] Biết $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Giá trị của $\sin(\pi - \alpha)$ là

- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $-\frac{4}{5}$. D. $-\frac{3}{5}$.

Đơn vị kiến thức 2. Công thức lượng giác

Nhận biết

Câu 8. [NB] Công thức nào sau đây đúng?

- A. $\sin(a+b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$. B. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.
C. $\sin(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$. D. $\sin(a+b) = \cos a \sin b - \sin a \cos b$.

Câu 9. [NB] Biểu thức $\cos a \cos b$ bằng

- A. $\frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$. B. $\frac{1}{2}[\sin(a-b) + \sin(a+b)]$.
C. $\frac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)]$. D. $\frac{1}{2}[\sin(a+b) - \sin(a-b)]$.

Thông hiểu

Câu 10. [TH] Không dùng máy tính, giá trị của $\cos 165^\circ$ là

- A. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$. B. $-\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$. D. $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.

Câu 11. [TH] Biết $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\cos \beta = \frac{4}{5}$, $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$. Khi đó $\cos(\alpha + \beta)$ bằng

- A. $\frac{33}{65}$. B. $\frac{63}{65}$. C. $\frac{48}{65}$. D. $\frac{3}{65}$.

Câu 12. [TH] Biết $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Giá trị của $\sin 2\alpha$ là

- A. $-\frac{24}{25}$. B. $\frac{24}{25}$. C. $-\frac{7}{25}$. D. $\frac{7}{25}$.

Vận dụng

Câu 13. [VD] Biểu thức $\sin 5x + \sin x$ được biến đổi thành tích là

- A. $2\sin 2x \cos 4x$. B. $2\sin 4x \cos x$. C. $2\sin 3x \cos 2x$. D. $2\cos 3x \cos 2x$.

Câu 14. [VD] Rút gọn $\cos 50^\circ - \cos 10^\circ$, ta được

- A. $\sin 20^\circ$. B. $-\sin 20^\circ$. C. $2\sin 20^\circ$. D. $-2\sin 20^\circ$.

Câu 15. [VD] Biết $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{6}{5}$. Giá trị của $\sin 2\alpha$ là

- A. $\frac{6}{25}$. B. $-\frac{11}{25}$. C. $\frac{24}{25}$. D. $\frac{11}{25}$.

Đơn vị kiến thức 3. Hàm số lượng giác

Nhận biết

Câu 16. [NB] Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(3x + \frac{\pi}{8}\right)$ là

- A. $D = \mathbb{R}, \left\{ \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R}, \left\{ -\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R}, \left\{ \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R}, \left\{ \frac{\pi}{8} + \frac{2k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 17. [NB] Hàm số $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x}$ là

- A. hàm số lẻ. B. không chẵn, không lẻ.
C. hàm số chẵn. D. hàm số không tuần hoàn.

Thông hiểu

Câu 18. [TH] Chu kì của hàm số $y = \cos\left(5x - \frac{\pi}{7}\right)$ là

- A. $\frac{\pi}{5}$. B. $\frac{2\pi}{5}$. C. 5π . D. 2π .

Câu 19. [TH] Tập giá trị của hàm số $y = 4 - 3\sin x$ là

- A. $[-7; -1]$. B. $[-3; 4]$. C. $[-1; 7]$. D. $[1; 7]$.

Câu 20. [TH] Các khoảng đồng biến cực đại của hàm số $y = \tan x$ là

- A. $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.
 B. $(k\pi; \pi + k\pi), k \in \mathbb{Z}$.
 C. $(-\pi + k\pi; k\pi), k \in \mathbb{Z}$.
 D. $(2k\pi; \pi + 2k\pi), k \in \mathbb{Z}$.

Vận dụng

Câu 21. [VD] Trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$, đồ thị hàm số $y = \cos x$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?
 A. 3. B. 5. C. 4. D. 6.

Câu 22. [VD] Mức nước tại một bến cảng được mô hình hóa bởi $H(t) = 2,4 + 0,7\cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$, trong đó $H(t)$ tính bằng mét và t tính bằng giờ. Trong 36 giờ, mô hình thực hiện bao nhiêu chu kì đầy đủ?
 A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 23. [VD] Cường độ của một tín hiệu tuần hoàn được mô hình hóa bởi $I(t) = 60 + 40\sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$, với t tính bằng giây. Thời điểm dương nhỏ nhất để tín hiệu đạt giá trị lớn nhất là
 A. 1 giây. B. 4 giây. C. 8 giây. D. 2 giây.

Đơn vị kiến thức 4. Phương trình lượng giác cơ bản
Nhận biết

Câu 24. [NB] Với phương trình bất kì $f(x) = g(x)$, phép biến đổi nào sau đây luôn cho phương trình tương đương?

- A. Nhân hai vế với $x^2 + 4$.
 B. Nhân hai vế với x .
 C. Bình phương hai vế.
 D. Chia hai vế cho $x - 1$.

Câu 25. [NB] Tập nghiệm của phương trình $\sin x = -1$ là

- A. $S = \left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 B. $S = \left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 C. $S = \left\{-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 D. $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Thông hiểu

Câu 26. [TH] Tập nghiệm của phương trình $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$ là

- A. $S = \left\{-\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 B. $S = \left\{\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 C. $S = \left\{\frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 D. $S = \left\{\frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 27. [TH] Tập nghiệm của phương trình $\tan\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = \sqrt{3}$ là

- A. $S = \left\{\frac{2\pi}{45} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 B. $S = \left\{\frac{8\pi}{15} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $S = \left\{ -\frac{2\pi}{45} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $S = \left\{ \frac{8\pi}{45} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 28. [TH] Tập nghiệm của phương trình

$$\cot\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$$

là

A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $S = \left\{ \frac{7\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Vận dụng

Câu 29. [VD] Với $0 \leq x < 2\pi$, phương trình $\cos 4x = -\frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4.

B. 6.

C. 8.

D. 10.

Câu 30. [VD] Dùng máy tính cầm tay ở chế độ độ, biết $\sin \alpha = 0,37$ và $-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$. Giá trị gần đúng của α , làm tròn đến $0,1^\circ$, là

A. $21,7^\circ$.

B. $68,3^\circ$.

C. $0,4^\circ$.

D. $158,3^\circ$.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI

Đơn vị kiến thức 1. Giá trị lượng giác của góc lượng giác

Câu 1. [TH] Xét góc lượng giác $\alpha = -\frac{7\pi}{4}$.

a) Góc α có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác với góc $\frac{\pi}{4}$.

b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

c) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

d) Góc 405° có cùng tia đầu và tia cuối với góc α .

Câu 2. [VD] Biết $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

a) $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$.

b) $\tan \alpha = \frac{5}{12}$.

c) $\cos(\pi - \alpha) = \frac{12}{13}$.

d) $\sin(\alpha + \pi) = -\frac{5}{13}$.

Đơn vị kiến thức 2. Công thức lượng giác

Câu 3. [TH] Cho

$$A = \cos 35^\circ \cos 10^\circ - \sin 35^\circ \sin 10^\circ,$$

$$B = \sin 35^\circ \cos 10^\circ + \cos 35^\circ \sin 10^\circ.$$

Xét các khẳng định sau:

a) $A = \cos 45^\circ$.

b) $B = \sin 45^\circ$.

c) $A + B = \sqrt{2}$.

d) $A - B = 1$.

Câu 4. [VD] Biết $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

a) $\sin 2\alpha = -\frac{120}{169}$.

b) $\cos 2\alpha = -\frac{119}{169}$.

c) $1 + \cos 2\alpha = \frac{50}{169}$.

d) $\sin^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$.

Đơn vị kiến thức 3. Hàm số lượng giác

$$f(x) = 2\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$$

Câu 5. [TH] Cho hàm số

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

b) Hàm số tuần hoàn với chu kỳ $\frac{2\pi}{3}$.

c) Tập giá trị của hàm số là $[-2; 1]$.

d) $f(0) = 0$.

$$g(x) = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$$

Câu 6. [VD] Cho hàm số

a) $D = \mathbb{R}, \left\{ \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

b) Chu kỳ của hàm số là $\frac{\pi}{2}$.

c) $g\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0$.

d) Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định liên tiếp.

$$p(x) = \sin x \cos x$$

Câu 7. [VD] Cho hàm số

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

b) Hàm số p là hàm số lẻ.

c) Hàm số p tuần hoàn với chu kỳ π .

d) Tập giá trị của hàm số là $[-1; 1]$.

Đơn vị kiến thức 4. Phương trình lượng giác cơ bản

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

Câu 8. [TH] Xét phương trình

a) Mọi số $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$, đều là nghiệm.

b) Mọi số $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, đều là nghiệm.

c) Mọi số $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, đều là nghiệm.

d) Với $0 \leq x < 2\pi$, phương trình có 4 nghiệm.

Câu 9. [TH] Xét phương trình $\cos 3x = 0$.

$$S = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

a) Tập nghiệm là

b) $x = \frac{\pi}{2}$ là một nghiệm.

c) $x = 0$ là một nghiệm.

d) Trên đoạn $[-\pi; \pi]$, phương trình có 6 nghiệm.

Câu 10. [VD] Xét phương trình $\tan 2x = \cot x$.

$$S = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

a) Tập nghiệm của phương trình là

b) Với $0 \leq x < 2\pi$, phương trình có 6 nghiệm.

c) $x = 0$ là một nghiệm.

d) $x = \frac{\pi}{2}$ là một nghiệm.

PHẦN III. CÂU TRẢ LỜI NGẮN

Đơn vị 1. Giá trị lượng giác của góc lượng giác

Câu 41. [TH] Một đĩa quay $2,6$ vòng theo chiều âm, sau đó quay $0,9$ vòng theo chiều dương. Tính số đo góc lượng giác của toàn bộ chuyển động theo độ. Chỉ ghi phần số.

Câu 42. [VD] Một đường tròn có bán kính 21 cm. Một cung có số đo 100° . Nếu độ dài cung viết dưới dạng $\frac{a\pi}{3}$ cm thì a bằng bao nhiêu?

Đơn vị 2. Công thức lượng giác

Câu 43. [TH] Biết $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{7}{5}$. Tính $25 \sin 2\alpha$.

Câu 44. [VD] Không dùng máy tính, tính $2\sqrt{2} \sin 07,5^\circ \sin 22,5^\circ$.

Đơn vị 3. Hàm số lượng giác

Câu 45. [TH] Trên đoạn $[0; 2\pi]$, hàm số $y = \sin 3x$ có bao nhiêu điểm có tung độ bằng 0?

Câu 46. [TH] Một đại lượng được mô hình hóa bởi $P(t) = 7 + 2 \cos\left(\frac{\pi t}{9}\right)$. Chu kì của hàm số P bằng bao nhiêu? Chỉ ghi phần số.

Câu 47. [VD] Tập giá trị của hàm số $y = 5 - 4 \sin x$ là $[m; M]$. Tính $M - m$.

Đơn vị 4. Phương trình lượng giác cơ bản

Câu 48. [TH] Với $0 \leq x < 2\pi$, phương trình $\tan 2x = 1$ có bao nhiêu nghiệm?

Câu 49. [VD] Một cảm biến dao động theo mô hình $s(t) = 4 \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$. Trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq 12$, có bao nhiêu thời điểm cảm biến đi qua vị trí cân bằng $s = 0$?

Câu 50. [VD] Với $0 \leq x < 2\pi$, phương trình $\cot x = -\sqrt{3}$ có hai nghiệm $x_1 < x_2$. Tính $\frac{3(x_1 + x_2)}{\pi}$.

Đáp án Phần I - Trắc nghiệm 4 lựa chọn

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	C	A	D	B	C	A	D	B	C	D
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	B	A	C	B	D	A	C	B	D	A
Câu	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Đáp án	C	B	D	A	C	B	D	A	C	A

Đáp án Phần II - Trắc nghiệm đúng - sai

Câu	a)	b)	c)	d)
31	Đ	Đ	S	Đ
32	Đ	Đ	Đ	S
33	Đ	Đ	Đ	S
34	Đ	Đ	Đ	S
35	Đ	Đ	S	Đ
36	Đ	Đ	Đ	S
37	Đ	Đ	Đ	S
38	Đ	Đ	S	Đ
39	Đ	Đ	S	Đ
40	Đ	Đ	S	Đ

Đáp án Phần III - Câu trả lời ngắn

Câu	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Đáp án	$-\frac{612}{1}$	35	24	1	7	18	8	4	4	8

GIẢI CHI TIẾT ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG I

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 LỰA CHỌN

Đơn vị 1. Giá trị lượng giác của góc lượng giác

Nhận biết

Câu 1. [NB] Tập hợp tất cả các số đo của những góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc 125° là

- A. $-125^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
- B. $125^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
- C. $125^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
- D. $235^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải. Hai góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối thì số đo của chúng hơn kém nhau một bội nguyên của 360° . Vì vậy mọi số đo cần tìm có dạng

$$125^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn C.

Câu 2. [NB] Góc -225° có số đo bằng radian là

A. $-\frac{5\pi}{4}$.

B. $\frac{5\pi}{4}$.

C. $-\frac{4\pi}{5}$.

D. $\frac{5\pi}{6}$.

$$-225^\circ = -225 \cdot \frac{\pi}{180} = -\frac{5\pi}{4}.$$

Lời giải. Đổi từ độ sang radian:

Chọn A.

Thông hiểu

Câu 3. [TH] Biết số $(Ox; Ou) = 310^\circ$ và số $(Ox; Ov) = -35^\circ$. Số đo của các góc lượng giác $(Ou; Ov)$ có dạng

A. $15^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

B. $-15^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

C. $35^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

D. $15^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải. Theo hệ thức Chasles, ta có số $(Ou; Ov) = -35^\circ - 310^\circ + k360^\circ = -345^\circ + k360^\circ$.

Mà $-345^\circ = 15^\circ - 360^\circ$, nên có thể viết $(Ou; Ov) = 15^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn D.

Câu 4. [TH] Một đường tròn có bán kính 9 cm. Độ dài cung có số đo 160° là

A. 6π cm.

B. 8π cm.

C. 9π cm.

D. 16π cm.

$$160^\circ = 160 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{8\pi}{9}.$$

Lời giải. Đổi 160° sang radian:

$$l = R\alpha = 9 \cdot \frac{8\pi}{9} = 8\pi.$$

Độ dài cung là

Vậy độ dài cung bằng 8π cm.

Chọn B.

Câu 5. [TH] Điểm $M\left(-\frac{7}{25}; -\frac{24}{25}\right)$ trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc α . Khi đó $\tan \alpha$ bằng

- A. $-\frac{24}{7}$.
- B. $\frac{7}{24}$.
- C. $\frac{24}{7}$.
- D. $-\frac{7}{24}$.

Lời giải. Trên đường tròn lượng giác, nếu $M(x; y)$ biểu diễn góc α thì

$$\cos \alpha = x = -\frac{7}{25}, \sin \alpha = y = -\frac{24}{25}.$$

$$\text{Do đó } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-24/25}{-7/25} = \frac{24}{7}.$$

Chọn C.

Vận dụng

Câu 6. [VD] Biết $\sin \alpha = \frac{8}{17}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó $\tan \alpha$ bằng

- A. $-\frac{8}{15}$.
- B. $\frac{8}{15}$.
- C. $-\frac{15}{8}$.
- D. $\frac{15}{8}$.

Lời giải. Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên α thuộc góc phần tư II, do đó $\cos \alpha < 0$.

$$\text{Từ } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\text{suy ra } \cos \alpha = -\sqrt{1 - \left(\frac{8}{17}\right)^2} = -\frac{15}{17}.$$

$$\text{Vậy } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{8/17}{-15/17} = -\frac{8}{15}.$$

Chọn A.

Câu 7. [VD] Biết $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Giá trị của $\sin(\pi - \alpha)$ là

- A. $\frac{4}{5}$.
- B. $\frac{3}{5}$.
- C. $-\frac{4}{5}$.
- D. $-\frac{3}{5}$.

Lời giải. Vì $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ nên α thuộc góc phần tư IV. Với $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$, ta có thể lấy tam giác tỉ lệ 3-4-5, từ đó $\sin \alpha = -\frac{3}{5}, \cos \alpha = \frac{4}{5}$.

Mặt khác, $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha = -\frac{3}{5}$.

Chọn D.

Đơn vị 2. Công thức lượng giác

Nhận biết

Câu 8. [NB] Công thức nào sau đây đúng?

- A. $\sin(a+b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.
- B. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.
- C. $\sin(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.
- D. $\sin(a+b) = \cos a \sin b - \sin a \cos b$.

Lời giải. Công thức cộng của hàm số sin là

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b.$$

Chọn B.

Câu 9. [NB] Biểu thức $\cos a \cos b$ bằng

- A. $\frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$.
- B. $\frac{1}{2}[\sin(a-b) + \sin(a+b)]$.
- C. $\frac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)]$.
- D. $\frac{1}{2}[\sin(a+b) - \sin(a-b)]$.

Lời giải. Công thức biến đổi tích thành tổng cho ta

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)].$$

Chọn C.

Thông hiểu

Câu 10. [TH] Không dùng máy tính, giá trị của $\cos 165^\circ$ là

- A. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.
- B. $-\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.
- C. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.
- D. $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.

Lời giải. Ta có

$$165^\circ = 180^\circ - 15^\circ, \text{ nên } \cos 165^\circ = -\cos 15^\circ.$$

Mà $\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$

Vậy $\cos 165^\circ = -\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$

Chọn D.

Câu 11. [TH] Biết $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\cos \beta = \frac{4}{5}$, $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$. Khi đó $\cos(\alpha + \beta)$ bằng

- A. $\frac{33}{65}$.
- B. $\frac{63}{65}$.
- C. $\frac{48}{65}$.
- D. $\frac{3}{65}$.

Lời giải. Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ nên $\cos \alpha = \frac{12}{13}.$

Vì $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$ và $\cos \beta = \frac{4}{5}$ nên $\sin \beta < 0$, do đó $\sin \beta = -\frac{3}{5}.$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \frac{12}{13} \cdot \frac{4}{5} - \frac{5}{13} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{48 + 15}{65} = \frac{63}{65}.$$

Sử dụng công thức cộng:

Chọn B.

Câu 12. [TH] Biết $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Giá trị của $\sin 2\alpha$ là

A. $-\frac{24}{25}$.

B. $\frac{24}{25}$.

C. $-\frac{7}{25}$.

D. $\frac{7}{25}$.

Lời giải. Vì $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ nên $\sin \alpha < 0$. Từ $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ suy ra $\sin \alpha = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\frac{4}{5}$.

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{3}{5} = -\frac{24}{25}.$$

Do đó

Chọn A.

Vận dụng

Câu 13. [VD] Biểu thức $\sin 5x + \sin x$ được biến đổi thành tích là

A. $2\sin 2x \cos 4x$.

B. $2\sin 4x \cos x$.

C. $2\sin 3x \cos 2x$.

D. $2\cos 3x \cos 2x$.

Lời giải. Dùng công thức

$$\sin u + \sin v = 2\sin \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}.$$

Với $u = 5x$, $v = x$:

$$\sin 5x + \sin x = 2\sin 3x \cos 2x.$$

Chọn C.

Câu 14. [VD] Rút gọn $\cos 50^\circ - \cos 10^\circ$, ta được

A. $\sin 20^\circ$.

B. $-\sin 20^\circ$.

C. $2\sin 20^\circ$.

D. $-2\sin 20^\circ$.

Lời giải. Dùng công thức

$$\cos u - \cos v = -2\sin \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2}.$$

Suy ra $\cos 50^\circ - \cos 10^\circ = -2\sin 30^\circ \sin 20^\circ = -\sin 20^\circ$.

Chọn B.

Câu 15. [VD] Biết $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{6}{5}$. Giá trị của $\sin 2\alpha$ là

A. $\frac{6}{25}$.

B. $-\frac{11}{25}$.

C. $\frac{24}{25}$.

D. $\frac{11}{25}$.

Lời giải. Bình phương hai vế của giả thiết: $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{36}{25}$.

Mà $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha = 1 + \sin 2\alpha$.

Do đó $1 + \sin 2\alpha = \frac{36}{25} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{11}{25}$.

Chọn D.

Đơn vị 3. Hàm số lượng giác

Nhận biết

Câu 16. [NB] Tập xác định của hàm số $y = \tan \left(3x + \frac{\pi}{8} \right)$ là

A. $D = \mathbb{R}, \left\{ \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R}, \left\{ -\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R}, \left\{ \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R}, \left\{ \frac{\pi}{8} + \frac{2k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải. Hàm tang xác định khi

$$\cos \left(3x + \frac{\pi}{8} \right) \neq 0.$$

Do đó

$$3x + \frac{\pi}{8} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\Leftrightarrow 3x \neq \frac{3\pi}{8} + k\pi$$

$$\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Chọn A.

Câu 17. [NB] Hàm số $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x}$ là

- A. hàm số lẻ.
- B. không chẵn, không lẻ.
- C. hàm số chẵn.
- D. hàm số không tuần hoàn.

Lời giải. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$. Ta có

$$f(-x) = \frac{\cos(-x)}{1 + \sin^2(-x)} = \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} = f(x).$$

Vì vậy f là hàm số chẵn.

Chọn C.

Thông hiểu

Câu 18. [TH] Chu kì của hàm số $y = \cos\left(5x - \frac{\pi}{7}\right)$ là

- A. $\frac{\pi}{5}$.
- B. $\frac{2\pi}{5}$.
- C. 5π .
- D. 2π .

Lời giải. Hàm số dạng $y = \cos(\omega x + \varphi)$ với $\omega = 5$ có chu kì

$$T = \frac{2\pi}{|\omega|} = \frac{2\pi}{5}.$$

Chọn B.

Câu 19. [TH] Tập giá trị của hàm số $y = 4 - 3\sin x$ là

- A. $[-7; -1]$.
- B. $[-3; 4]$.
- C. $[-1; 7]$.
- D. $[1; 7]$.

Lời giải. Vì $-1 \leq \sin x \leq 1$,

nên $-3 \leq -3\sin x \leq 3$.

Cộng 4 vào ba vế: $1 \leq 4 - 3\sin x \leq 7$.

Vậy tập giá trị là $[1; 7]$.

Chọn D.

Câu 20. [TH] Các khoảng đồng biến cực đại của hàm số $y = \tan x$ là

A. $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.

B. $(k\pi; \pi + k\pi), k \in \mathbb{Z}$.

C. $(-\pi + k\pi; k\pi), k \in \mathbb{Z}$.

D. $(2k\pi; \pi + 2k\pi), k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải. Hàm số $y = \tan x$ xác định và đồng biến trên từng khoảng giữa hai tiệm cận đứng liên tiếp:

$$\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right), k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn A.

Vận dụng

Câu 21. [VD] Trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$, đồ thị hàm số $y = \cos x$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

Lời giải. Đồ thị $y = \cos x$ cắt trục hoành khi $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Trong đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$, các nghiệm là $-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$.

Có 4 điểm cắt.

Chọn C.

Câu 22. [VD] Mức nước tại một bến cảng được mô hình hóa bởi $H(t) = 2,4 + 0,7\cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$, trong đó $H(t)$ tính bằng mét và t tính bằng giờ. Trong 36 giờ, mô hình thực hiện bao nhiêu chu kì đầy đủ?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

$$H(t) = 2,4 + 0,7 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right),$$

Lời giải. Với

hệ số của t trong góc là $\omega = \frac{\pi}{6}$. Chu kì là $T = \frac{2\pi}{\pi/6} = 12$

giờ. Trong 36 giờ, số chu kì đầy đủ là $\frac{36}{12} = 3$.

Chọn B.

$$I(t) = 60 + 40 \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right), \text{ với } t$$

Câu 23. [VD] Cường độ của một tín hiệu tuần hoàn được mô hình hóa bởi tính bằng giây. Thời điểm dương nhỏ nhất để tín hiệu đạt giá trị lớn nhất là

- A. 1 giây.
- B. 4 giây.
- C. 8 giây.
- D. 2 giây.

$$\sin\left(\frac{\pi t}{4}\right) = 1.$$

Lời giải. Tín hiệu đạt giá trị lớn nhất khi

$$\frac{\pi t}{4} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Leftrightarrow t = 2 + 8k.$$

Thời điểm dương nhỏ nhất ứng với $k = 0$, nên $t = 2$ giây.

Chọn D.

Đơn vị 4. Phương trình lượng giác cơ bản

Nhận biết

Câu 24. [NB] Với phương trình bất kì $f(x) = g(x)$, phép biến đổi nào sau đây luôn cho phương trình tương đương?

- A. Nhân hai vế với $x^2 + 4$.
- B. Nhân hai vế với x .
- C. Bình phương hai vế.
- D. Chia hai vế cho $x - 1$.

Lời giải. Một phép nhân hai vế luôn cho phương trình tương đương nếu biểu thức nhân luôn khác 0 trên tập đang xét.

Với mọi $x \in \mathbb{R}$,

$$x^2 + 4 > 0.$$

Vì vậy nhân hai vế với $x^2 + 4$ luôn bảo toàn tập nghiệm. Các biểu thức x và $x - 1$ có thể bằng 0 , còn bình phương hai vế có thể tạo nghiệm ngoại lai.

Chọn A.

Câu 25. [NB] Tập nghiệm của phương trình $\sin x = -1$ là

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải. Ta có

$$\sin x = -1 \text{ khi và chỉ khi } x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy $S = \left\{ -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Chọn C.

Thông hiểu

Câu 26. [TH] Tập nghiệm của phương trình $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$ là

A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải. Ta có

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn B.

Câu 27. [TH] Tập nghiệm của phương trình $\tan\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = \sqrt{3}$ là

A. $S = \left\{ \frac{2\pi}{45} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{8\pi}{15} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ -\frac{2\pi}{45} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{8\pi}{45} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải. Vì $\sqrt{3} = \tan \frac{\pi}{3}$, ta có

$$\tan\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow 3x - \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow 3x = \frac{8\pi}{15} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{8\pi}{45} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn D.

Câu 28. [TH] Tập nghiệm của phương trình $\cot\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ là

A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{7\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải. Vì $1 = \cot \frac{\pi}{4}$, ta có

$$\cot\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn A.

Vận dụng

Câu 29. [VD] Với $0 \leq x < 2\pi$, phương trình $\cos 4x = -\frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4.

B. 6.

C. 8.

D. 10.

Lời giải. Đặt $u = 4x$. Khi $0 \leq x < 2\pi$ thì $0 \leq u < 8\pi$.

Phương trình trở thành $\cos u = -\frac{1}{2}$.

Trong mỗi chu kì dài 2π , phương trình này có 2 nghiệm. Miền $0 \leq u < 8\pi$ gồm đúng 4 chu kì của hàm cosin, nên số nghiệm là $4 \cdot 2 = 8$.

Chọn C.

Câu 30. [VD] Dùng máy tính cầm tay ở chế độ độ, biết $\sin \alpha = 0,37$ và $-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$. Giá trị gần đúng của α , làm tròn đến $0,1^\circ$, là

- A. $21,7^\circ$.
- B. $68,3^\circ$.
- C. $0,4^\circ$.
- D. $158,3^\circ$.

Lời giải. Vì $-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$, ta lấy giá trị chính của hàm nghịch đảo sin:

$$\alpha = \sin^{-1}(0,37).$$

Dùng máy tính ở chế độ độ thu được $\alpha \approx 21,715^\circ$.

Làm tròn đến $0,1^\circ$: $\alpha \approx 21,7^\circ$.

Chọn A.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI

Đơn vị 1. Giá trị lượng giác của góc lượng giác

Câu 31. [TH] Xét góc lượng giác $\alpha = -\frac{7\pi}{4}$.

a) Góc α có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác với góc $\frac{\pi}{4}$.

b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

c) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

d) Góc 405° có cùng tia đầu và tia cuối với góc α .

Lời giải. Ta có $-\frac{7\pi}{4} + 2\pi = \frac{\pi}{4}$.

Vì thế góc đã cho có cùng điểm biểu diễn với $\frac{\pi}{4}$.

a) **Đúng**, vì hai góc hơn kém nhau 2π .

b) **Đúng**, vì $\sin \alpha = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

c) **Sai**, vì $\cos \alpha = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$.

d) **Đúng**, vì $405^\circ = 45^\circ + 360^\circ$ và $\alpha = -315^\circ = 45^\circ - 360^\circ$, nên chúng cùng tia đầu và tia cuối.

Kết luận: a) Đ; b) Đ; c) S; d) Đ.

Câu 32. [VD] Biết $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

a) $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$.

b) $\tan \alpha = \frac{5}{12}$.

c) $\cos(\pi - \alpha) = \frac{12}{13}$.

d) $\sin(\alpha + \pi) = -\frac{5}{13}$.

Lời giải. Vì $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên α thuộc góc phần tư III, do đó $\cos \alpha < 0$. Từ $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ suy ra

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{25}{169}} = -\frac{12}{13}.$$

a) Đúng, $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$.

b) Đúng, $\tan \alpha = \frac{-5/13}{-12/13} = \frac{5}{12}$.

c) Đúng, $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha = \frac{12}{13}$.

d) Sai, vì $\sin(\alpha + \pi) = -\sin \alpha = \frac{5}{13}$.

Kết luận: a) Đ; b) Đ; c) Đ; d) S.

Đơn vị 2. Công thức lượng giác

Câu 33. [TH] Cho

$$A = \cos 35^\circ \cos 10^\circ - \sin 35^\circ \sin 10^\circ,$$

$$B = \sin 35^\circ \cos 10^\circ + \cos 35^\circ \sin 10^\circ.$$

Xét các khẳng định sau:

a) $A = \cos 45^\circ$.

b) $B = \sin 45^\circ$.

c) $A + B = \sqrt{2}$.

d) $A - B = 1$.

Lời giải. Theo công thức cộng,

$$A = \cos(35^\circ + 10^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$B = \sin(35^\circ + 10^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Do đó:

a) Đúng.

b) Đúng.

c) Đúng, vì $A + B = \sqrt{2}$.

d) Sai, vì $A - B = 0$, không phải 1.

Kết luận: a) Đ; b) Đ; c) Đ; d) S.

Câu 34. [VD] Biết $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

a) $\sin 2\alpha = -\frac{120}{169}$.

b) $\cos 2\alpha = -\frac{119}{169}$.

c) $1 + \cos 2\alpha = \frac{50}{169}$.

d) $\sin^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$.

Lời giải. Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha > 0$. Từ $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ suy ra $\sin \alpha = \frac{12}{13}$.

Ta có $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{12}{13} \cdot \left(-\frac{5}{13}\right) = -\frac{120}{169},$

và $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{25 - 144}{169} = -\frac{119}{169}.$

Suy ra $1 + \cos 2\alpha = 1 - \frac{119}{169} = \frac{50}{169}.$

Mặt khác, công thức hạ bậc đúng là $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}.$

Vì vậy:

a) Đúng.

b) Đúng.

c) Đúng.

d) Sai.

Kết luận: **a)** Đ; **b)** Đ; **c)** Đ; **d)** S.

Đơn vị 3. Hàm số lượng giác

Câu 35. [TH] Cho hàm số $f(x) = 2\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$.

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

b) Hàm số tuần hoàn với chu kì $\frac{2\pi}{3}$.

c) Tập giá trị của hàm số là $[-2; 1]$.

d) $f(0) = 0$.

Lời giải. Xét $f(x) = 2\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$.

a) Đúng, vì hàm sin xác định với mọi số thực nên $D = \mathbb{R}$.

b) Đúng, vì chu kì là $T = \frac{2\pi}{3}$.

c) Sai, vì $-1 \leq \sin u \leq 1$ nên $-3 \leq f(x) \leq 1$. Tập giá trị là $[-3; 1]$.

d) Đúng, vì $f(0) = 2\sin\frac{\pi}{6} - 1 = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 0$.

Kết luận: **a)** Đ; **b)** Đ; **c)** S; **d)** Đ.

Câu 36. [VD] Cho hàm số $g(x) = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

a) $D = \mathbb{R}, \left\{ \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

b) Chu kì của hàm số là $\frac{\pi}{2}$.

c) $g\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0$.

d) Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định liên tiếp.

Lời giải. Với $g(x) = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$,

hàm số không xác định khi $2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi$,

hay $x = \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

a) Đúng.

b) Đúng, vì chu kì của $\tan(2x - \pi/4)$ là $T = \frac{\pi}{2}$.

c) Đúng, vì $g\left(\frac{\pi}{8}\right) = \tan 0 = 0$.

d) Sai, vì hàm $\tan u$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định liên tiếp và biểu thức $2x - \frac{\pi}{4}$ cũng tăng theo x .
Do đó g đồng biến, không nghịch biến.

Kết luận: a) Đ; b) Đ; c) Đ; d) S.

Câu 37. [VD] Cho hàm số $p(x) = \sin x \cos x$.

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

b) Hàm số p là hàm số lẻ.

c) Hàm số p tuần hoàn với chu kì π .

d) Tập giá trị của hàm số là $[-1; 1]$.

Lời giải. Ta có

$$p(x) = \sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x.$$

a) Đúng, vì p xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

b) Đúng, vì $p(-x) = \sin(-x) \cos(-x) = -\sin x \cos x = -p(x)$.

c) Đúng, vì $\sin 2x$ có chu kì π .

d) Sai, vì $-\frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \sin 2x \leq \frac{1}{2}$.

Tập giá trị đúng là $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.

Kết luận: **a)** Đ; **b)** Đ; **c)** Đ; **d)** S.

Đơn vị 4. Phương trình lượng giác cơ bản

Câu 38. [TH] Xét phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.

a) Mọi số $x = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, đều là nghiệm.

b) Mọi số $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, đều là nghiệm.

c) Mọi số $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, đều là nghiệm.

d) Với $0 \leq x < 2\pi$, phương trình có 4 nghiệm.

Lời giải. Ta có

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \\ 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, \end{cases}$$

nên $x = k\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

a) Đúng.

b) Đúng.

c) Sai, vì $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ không thuộc hai họ nghiệm trên.

d) Đúng. Với $0 \leq x < 2\pi$, có các nghiệm $0, \pi, \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$, tổng cộng 4 nghiệm.

Kết luận: **a)** Đ; **b)** Đ; **c)** S; **d)** Đ.

Câu 39. [TH] Xét phương trình $\cos 3x = 0$.

a) Tập nghiệm là $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

b) $x = \frac{\pi}{2}$ là một nghiệm.

c) $x = 0$ là một nghiệm.

d) Trên đoạn $[-\pi; \pi]$, phương trình có 6 nghiệm.

Lời giải. Ta có

$$\cos 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

a) Đúng.

b) Đúng, vì $\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}$.

c) Sai, vì $\cos 0 = 1 \neq 0$.

d) Đúng. Điều kiện

$$-\pi \leq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \leq \pi$$

cho $k = -3, -2, -1, 0, 1, 2$, tức có 6 nghiệm.

Kết luận: **a)** Đ; **b)** Đ; **c)** S; **d)** Đ.

Câu 40. [VD] Xét phương trình $\tan 2x = \cot x$.

$$S = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

a) Tập nghiệm của phương trình là

b) Với $0 \leq x < 2\pi$, phương trình có 6 nghiệm.

c) $x = 0$ là một nghiệm.

d) $x = \frac{\pi}{2}$ là một nghiệm.

Lời giải. Trên miền xác định của hai vế,

$$\cot x = \tan \left(\frac{\pi}{2} - x \right).$$

$$\text{Do đó } \tan 2x = \cot x \Leftrightarrow \tan 2x = \tan \left(\frac{\pi}{2} - x \right)$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} - x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

Các giá trị này không rơi vào điểm làm hai vế không xác định.

a) Đúng.

b) Đúng. Với $0 \leq x < 2\pi$, có 6 nghiệm: $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$.

c) Sai, vì $x = 0$ làm $\cot x$ không xác định.

d) Đúng, vì tại $x = \frac{\pi}{2}$, hai vế đều bằng 0.

Kết luận: a) Đ; b) Đ; c) S; d) Đ.

PHẦN III. CÂU TRẢ LỜI NGẮN

Đơn vị 1. Giá trị lượng giác của góc lượng giác

Câu 41. [TH] Một đĩa quay $2,6$ vòng theo chiều âm, sau đó quay $0,9$ vòng theo chiều dương. Tính số đo góc lượng giác của toàn bộ chuyển động theo độ. Chỉ ghi phần số.

Lời giải. Số vòng quay tổng cộng là $-2,6 + 0,9 = -1,7$

vòng. Vì một vòng ứng với 360° , số đo góc là $-1,7 \cdot 360^\circ = -612^\circ$.

Theo yêu cầu chỉ ghi phần số, đáp án là **-612**.

Câu 42. [VD] Một đường tròn có bán kính 21 cm. Một cung có số đo 100° . Nếu độ dài cung viết dưới

dạng $\frac{a\pi}{3}$ cm thì a bằng bao nhiêu?

Lời giải. Đổi 100° sang radian: $100^\circ = \frac{5\pi}{9}$.

Độ dài cung: $l = R\alpha = 21 \cdot \frac{5\pi}{9} = \frac{35\pi}{3}$.

So sánh với $\frac{a\pi}{3}$, ta được $a = 35$.

Đáp án: 35.

Đơn vị 2. Công thức lượng giác

Câu 43. [TH] Biết $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{7}{5}$. Tính $25\sin 2\alpha$.

Lời giải. Ta có

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha.$$

Theo giả thiết, $\frac{49}{25} = 1 + \sin 2\alpha$ nên $\sin 2\alpha = \frac{24}{25}$.

Do đó $25\sin 2\alpha = 24$.

Đáp án: 24.

Câu 44. [VD] Không dùng máy tính, tính $2\sqrt{2}\sin 67,5^\circ \sin 22,5^\circ$.

Lời giải. Dùng công thức tích thành tổng:

$$\sin 67,5^\circ \sin 22,5^\circ = \frac{1}{2} [\cos 45^\circ - \cos 90^\circ] = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Vì vậy $2\sqrt{2}\sin 67,5^\circ \sin 22,5^\circ = 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} = 1$.

Đáp án: 1.

Đơn vị 3. Hàm số lượng giác

Câu 45. [TH] Trên đoạn $[0; 2\pi]$, hàm số $y = \sin 3x$ có bao nhiêu điểm có tung độ bằng 0?

Lời giải. Tung độ bằng 0 khi $\sin 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3}$.

Với $0 \leq x \leq 2\pi$, ta có $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

Vậy có 7 điểm.

Đáp án: 7.

Câu 46. [TH] Một đại lượng được mô hình hóa bởi $P(t) = 7 + 2\cos\left(\frac{\pi t}{9}\right)$. Chu kì của hàm số P bằng bao nhiêu? Chỉ ghi phần số.

Lời giải. Với $P(t) = 7 + 2\cos\left(\frac{\pi t}{9}\right)$, hệ số góc là $\omega = \frac{\pi}{9}$.

Chu kì: $T = \frac{2\pi}{\pi/9} = 18$.

Đáp án: 18.

Câu 47. [VD] Tập giá trị của hàm số $y = 5 - 4\sin x$ là $[m; M]$. Tính $M - m$.

Lời giải. Vì $-1 \leq \sin x \leq 1$ nên $1 \leq 5 - 4\sin x \leq 9$.

Do đó $m = 1$, $M = 9$ và $M - m = 9 - 1 = 8$.

Đáp án: 8.

Đơn vị 4. Phương trình lượng giác cơ bản

Câu 48. [TH] Với $0 \leq x < 2\pi$, phương trình $\tan 2x = 1$ có bao nhiêu nghiệm?

Lời giải. Ta có

$$\tan 2x = 1 = \tan \frac{\pi}{4}$$

$$\text{nên } 2x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}.$$

Trong $0 \leq x < 2\pi$, ta nhận $k = 0, 1, 2, 3$, nên có 4 nghiệm.

Đáp án: 4.

Câu 49. [VD] Một cảm biến dao động theo mô hình $s(t) = 4\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$. Trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq 12$, có bao nhiêu thời điểm cảm biến đi qua vị trí cân bằng $s = 0$?

Lời giải. Vị trí cân bằng là $s = 0$:

$$4\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow t = \frac{3}{2} + 3k.$$

Trong $0 \leq t \leq 12$, các giá trị là 1, 5; 4, 5; 7, 5; 10, 5.

Có 4 thời điểm.

Đáp án: 4.

Câu 50. [VD] Với $0 \leq x < 2\pi$, phương trình $\cot x = -\sqrt{3}$ có hai nghiệm $x_1 < x_2$. Tính $\frac{3(x_1 + x_2)}{\pi}$.

Lời giải. Ta có

$$\cot x = -\sqrt{3} = \cot \frac{5\pi}{6}.$$

Vì hàm cotang có chu kì π , $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$.

Trong $0 \leq x < 2\pi$, hai nghiệm là $x_1 = \frac{5\pi}{6}$, $x_2 = \frac{11\pi}{6}$.

Do đó
$$\frac{3(x_1 + x_2)}{\pi} = \frac{3}{\pi} \left(\frac{16\pi}{6} \right) = 8.$$

Đáp án: 8.