

Phần I. Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Hãy viết chữ cái đứng trước phương án trả lời đúng vào bài làm.

Câu 1. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt[2025]{(\sqrt{x}+1)^2}$ là
A. $x \geq -1$. B. $x \geq 0$. C. $x \neq -1$ D. với mọi x .

Câu 2. Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = -2x + m^2 - 5m$ và đường thẳng $y = -x + m^2 - 10$ có cùng tung độ gốc?
A. $m = -2$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m \neq 2$.

Câu 3. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $x^4 - 6x^2 - 7 = 0$ là
A. 4. B. -2. C. 1. D. 0.

Câu 4. Hàm số $y = |m+3|x - 2m + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi
A. $m \neq -3$. B. $m \geq -3$. C. $m \leq -3$. D. $m = -3$.

Câu 5. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm dương?

A. $x^2 - 3x + 5 = 0$. B. $x^2 + 3x + 5 = 0$. C. $x^2 - 5x + 2 = 0$. D. $x^2 - 3x - 5 = 0$.

Câu 6. Cho $(O; R)$ và dây cung $AB = R$. Khi đó khoảng cách từ tâm O đến dây AB là
A. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$. B. $R\sqrt{3}$. C. $R\sqrt{2}$. D. $\frac{2R}{3}$.

Câu 7. Tam giác đều có cạnh 8cm thì bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó là
A. $2\sqrt{3}$ cm. B. $4\sqrt{3}$ cm. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm. D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm.

Câu 8: Cho hình nón có đường sinh bằng hai lần bán kính đáy. Biết thể tích của hình nón là $3\pi(\text{cm}^3)$, khi đó chiều cao của hình nón là
A. $\sqrt{3}\text{cm}$. B. $3\sqrt{3}\text{cm}$. C. $2\sqrt{3}\text{cm}$. D. 3cm .

Phần II. Tự luận (8,0 điểm)

Bài 1. (1,5 điểm)

1) Chứng minh đẳng thức: $\frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} - 2\sqrt{7-2\sqrt{10}} + \frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} = \sqrt{2}$

2) Rút gọn biểu thức: $B = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

Bài 2. (1,5 điểm)

1) Tìm tọa độ giao điểm của $(P): y = -x^2$ và $(d): y = 6x - m^2 - m - 1$ khi $m = -3$?

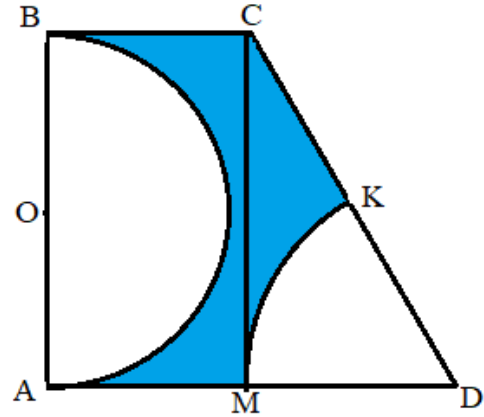
2) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ (1) (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $(x_1 + 1)^2 + 2mx_2 = 4m^2 - 2$.

$$\begin{cases} \frac{2x}{x+1} + \sqrt{y} = -1 \\ \frac{1}{x+1} + 2y = 4 \end{cases}$$

Bài 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình

Bài 4. (3,0 điểm)

1) (1,0 điểm) Cho hình thang ABCD vuông tại A và B biết $AD = 2BC = 6$ (cm), $AB = 3\sqrt{3}$ (cm). Kẻ CM vuông góc với AD (M ∈ AD), vẽ cung tròn tâm D bán kính DM cắt CD tại K và nửa đường tròn tâm O đường kính AB (hình vẽ bên). Tính diện tích phần tô đậm trong hình vẽ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



2) (2,0 điểm) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O. Đường phân giác của góc BAC cắt BC tại D, cắt đường tròn (O) tại M và cắt tiếp tuyến của (O) kẻ từ B tại E. Gọi F là giao điểm của BM và AC. Chứng minh:

a) $MC^2 = MA \cdot MD$ và tứ giác ABEF nội tiếp.

b) $AM > \frac{AB + AC}{2}$.

Bài 5. (1,0 điểm)

1) Giải phương trình: $x^2 - 2x + 3 = (x+1)\sqrt{x^2 - 3x + 3}$

2) Cho các số a, b, c > 0 và $a + b + c \leq \frac{3}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \sqrt{a^2 + \frac{1}{b^2}} + \sqrt{b^2 + \frac{1}{c^2}} + \sqrt{c^2 + \frac{1}{a^2}}$$

---HẾT---

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI THỬ THPT 2025 LẦN 2

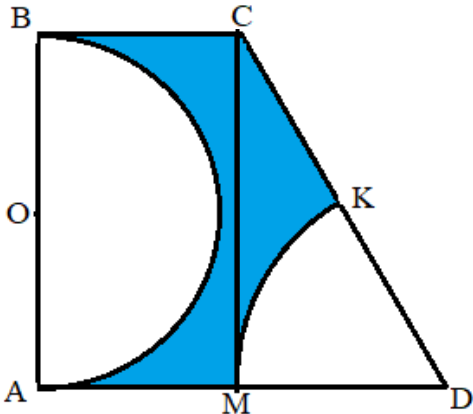
Phần I. Trắc nghiệm (2,0 điểm).

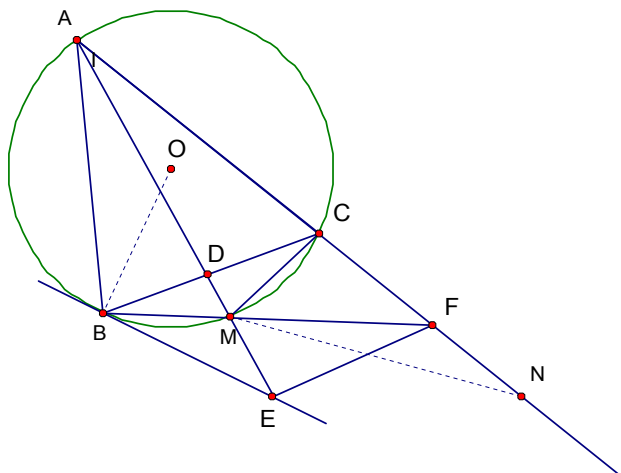
Câu	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
Đáp án	B	C	D	A	C	A	D	D

Phần II. Tự luận (8,0 điểm).

Bài 1. (1,5 điểm)	$\frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} - 2\sqrt{7-2\sqrt{10}} + \frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} = \sqrt{2}$	
	1) Chứng minh đẳng thức: Biến đổi VT ta có:	
	$\frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} - 2\sqrt{7-2\sqrt{10}} + \frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}-1} - 2\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2} + \frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}$	0,25
	$= \sqrt{5} - 2 \sqrt{5}-\sqrt{2} + \frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{3}$	0,25

	$= \sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$	0,25
	<p>2) Rút gọn biểu thức: $B = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$ với $x \geq 0; x \neq 1$</p>	
	<p>Với $x \geq 0; x \neq 1$, ta có:</p> $B = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2} = \frac{x+2+\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)-(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$	0,25
	$= \frac{x+2+x-\sqrt{x}-x-\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} : \frac{\sqrt{x}-1}{2} = \frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$	0,25
	$= \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{2}{\sqrt{x}-1} = \frac{2}{x+\sqrt{x}+1}$ <p>. KL...</p>	0,25
Bài 2. (1,5 điểm)	<p>1) Tìm tọa độ giao điểm của (P): $y = -x^2$ và (d): $y = 6x - m^2 - m - 1$ khi $m = -3$?</p>	
	<p>Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:</p> $-x^2 = 6x - m^2 - m - 1 \Leftrightarrow x^2 + 6x - m^2 - m - 1 = 0 (*)$ <p>Thay $m = -3$ vào (*) ta có: $x^2 + 6x - (-3)^2 - (-3) - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 7 = 0$</p>	0,25
	<p>Có $a + b + c = 1 + 6 - 7 = 0$ Suy ra</p> $x = 1 \Rightarrow y = -1$ $x = -7 \Rightarrow y = 49$ <p>Tọa độ giao điểm cần tìm $(1; -1); (-7; 49)$</p>	0,25
	<p>2) Xét phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ (1)</p> <p>Phương trình (1) là phương trình bậc hai có:</p> $\Delta' = [-(m-1)]^2 - (2m-5) = m^2 - 4m + 6 = (m-2)^2 + 2 > 0 \forall m$ <p>$\Rightarrow$ Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ với mọi m</p>	0,25
	<p>Theo định lí Viet:</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) = 2m-2 \\ x_1 x_2 = 2m-5 \end{cases}$	0,25
	<p>Theo bài ra:</p> $(x_1 + 1)^2 + 2mx_2 = 4m^2 - 2 \Leftrightarrow x_1^2 + 2x_1 + 1 + 2mx_2 - 4m^2 + 2 = 0 (*)$ <p>Vì x_1 là nghiệm phương trình (1)</p> $\Leftrightarrow x_1^2 - 2(m-1)x_1 + 2m - 5 = 0$ $\Leftrightarrow x_1^2 + 2x_1 = 2mx_1 - 2m + 5$ <p>Thay vào (*) ta được:</p> $2mx_1 - 2m + 5 + 1 + 2mx_2 - 4m^2 + 2 = 0$ $\Leftrightarrow 2m(x_1 + x_2) - 4m^2 - 2m + 8 = 0$ $\Leftrightarrow 2m(2m-2) - 4m^2 - 2m + 8 = 0$ $\Leftrightarrow -6m + 8 = 0$ $\Leftrightarrow m = \frac{4}{3}$ <p>Vậy $m = \frac{4}{3}$ là giá trị cần tìm.</p>	0,25

Bài 3 (1,0 điểm)	$\begin{cases} \frac{2x}{x+1} + \sqrt{y} = -1 \\ \frac{1}{x+1} + 2y = 4 \end{cases}$
Bài 3: Giải hệ phương trình	
Đk: $x \neq -1; y \geq 0$	$\begin{cases} \frac{2x}{x+1} + \sqrt{y} = -1 \\ \frac{1}{x+1} + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - \frac{2}{x+1} + \sqrt{y} = -1 \\ \frac{1}{x+1} + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{2}{x+1} + \sqrt{y} = -3 \\ \frac{1}{x+1} + 2y = 4 \end{cases}$
$\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{2}{x+1} + \sqrt{y} = -3 \\ \frac{2}{x+1} + 4y = 8 \end{cases}$	0,25
Cộng vế với vế hai phương trình của hệ (1) ta được $4y + \sqrt{y} - 5 = 0(*)$	0,25
Phương trình (*) có $a+b+c=4+1-5=0 \Rightarrow (*)$ có nghiệm $\sqrt{y} = 1 \Leftrightarrow y = 1(tm); \sqrt{y} = -\frac{5}{4}(loai)$	0,25
$\begin{cases} y = 1(tm) \\ x = -\frac{1}{2}(tm) \end{cases}$	
Từ đó tìm được Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$	
Bài 4 (3,0 điểm)	1)(1,0 điểm) Cho hình thang ABCD vuông tại A và B biết $AD = 2BC = 6(cm), AB = 3\sqrt{3}(cm)$. Kẻ CM vuông góc với AD (M ∈ AD), vẽ cung tròn tâm D bán kính DM cắt CD tại K và nửa đường tròn tâm O đường kính AB (hình vẽ bên). Tính diện tích phần tô đậm trong hình vẽ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).
	
Diện tích hình thang ABCD vuông là:	$S_1 = S_{ABCD} = \frac{1}{2}(BC + AD)AB = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 3\sqrt{3} = \frac{27\sqrt{3}}{2}(cm^2)$
ABCD là hình chữ nhật $\Rightarrow AM = BC = 3(cm) \Rightarrow MD = 3cm, AB = CM = 3\sqrt{3}cm$	0,25

$\tan \angle CDM = \frac{CM}{MD} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle CDM = 60^\circ$ $S_2 = \pi \cdot MD^2 \cdot \frac{60}{360} = \frac{\pi \cdot 3^2}{6} = \frac{3}{2} \pi (cm^2)$ <p>Diện tích hình quạt tròn DMK là:</p>	0,25
$S_3 = \frac{1}{2} \pi \cdot \left(\frac{AB}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} \pi \cdot \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{27}{8} \pi (cm^2)$ <p>Diện tích nửa hình tròn (O) là:</p>	0,25
$S = S_1 - S_2 - S_3 = \frac{27\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2} \pi - \frac{27}{8} \pi \approx 8,1 (cm^2)$ <p>Diện tích cần tính là</p>	0,25
<p>2) (2,0 điểm) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O. Đường phân giác của góc BAC cắt BC tại D, cắt đường tròn (O) tại M và cắt tiếp tuyến của (O) kẻ từ B tại E. Gọi F là giao điểm của BM và AC. Chứng minh:</p> <p>b) $MC^2 = MA \cdot MD$ và tứ giác ABEF nội tiếp.</p> <p>c) $AM > \frac{AB + AC}{2}$.</p>	
	
<p>Xét (O) có:</p> $\angle BAM = \angle BCM$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BM) <p>Mà $\angle BAM = \angle MAC$ (AM là tia phân giác của góc BAC)</p> $\Rightarrow \angle BCM = \angle CAM$	0,25
<p>Xét $\triangle AMC$ và $\triangle CMD$ có:</p> $\angle BCM = \angle CAM$ (cmt) $\angle AMC$ là góc chung $\Rightarrow \triangle AMC \sim \triangle CMD$ (g.g)	0,25
$\frac{MA}{MC} = \frac{MC}{MD} \Rightarrow MC^2 = MA \cdot MD$	0,25
<p>Xét đường tròn (O)</p> <p>Có $\angle BAM = \angle EBM$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn $\widehat{BM}$). Mà $\angle BAM = \angle MAC$ (cmt) $\Rightarrow \angle EBM = \angle MAC$ hay $\angle EBF = \angle EAF$</p>	0,25
<p>Tứ giác ABEF có: $\angle EBF = \angle EAF \Rightarrow$ hai đỉnh A, B cùng nhìn cạnh EF dưới hai góc bằng nhau nên tứ giác ABEF nội tiếp đường tròn.</p> <p>Trên tia đối của tia CA lấy điểm N sao cho $AB = CN$.</p>	0,25
<p>Có tứ giác ABMC nội tiếp (O) $\Rightarrow \angle ABM = \angle MCN$ (cùng bù với $\angle ACM$)</p> <p>Xét $\triangle ABM$ và $\triangle NCM$ có:</p> <p>$BM = MC$ (hai cung BM và MC bằng nhau)</p>	0,25

	$\square ABM = \square MCN$ (cmt) $AB = CN$ $\Rightarrow \Delta ABM = \Delta NCM$ (c.g.c) $\Rightarrow AM = MN$ (hai cạnh tương ứng)	0,25
	$Xét \Delta AMN$ có $AM + MN > AN$ (bất đẳng thức tam giác) $\Rightarrow 2AM > AN$ Mà $AN = AC + AB$ (vì $AB = CN$) $\Rightarrow 2AM > AC + AB$	0,25
Bài 5 (1,0 điểm)	<p>1) Giải phương trình: $x^2 - 2x + 3 = (x+1)\sqrt{x^2 - 3x + 3}$</p> <p>ĐKXD: $x \in R$</p> $x^2 - 2x + 3 = (x+1)\sqrt{x^2 - 3x + 3}$ $\Leftrightarrow (x+1)(\sqrt{x^2 - 3x + 3} - 1) - x^2 + 3x - 2 = 0$ $\Leftrightarrow (x+1)(\sqrt{x^2 - 3x + 3} - 1) - (x^2 - 3x + 2) = 0$ $\Leftrightarrow \frac{(x+1)(x^2 - 3x + 2)}{\sqrt{x^2 - 3x + 3} + 1} - (x^2 - 3x + 2) = 0$ <p>(Vì $\sqrt{x^2 - 3x + 3} + 1 > 0 \forall x$)</p> $\Leftrightarrow (x^2 - 3x + 2)\left(\frac{x+1}{\sqrt{x^2 - 3x + 3} + 1} - 1\right) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ \frac{x+1}{\sqrt{x^2 - 3x + 3} + 1} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{x^2 - 3x + 3} \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ <p>* Kết luận: Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm $x = 1$; $x = 2$</p>	0,25
	<p>2) Cho các số $a, b, c > 0$ và $a + b + c \leq \frac{3}{2}$.</p> <p>Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \sqrt{a^2 + \frac{1}{b^2}} + \sqrt{b^2 + \frac{1}{c^2}} + \sqrt{c^2 + \frac{1}{a^2}}$</p>	
	<p>Ta có: $(1^2 + 4^2)\left(a^2 + \frac{1}{b^2}\right) \geq \left(1.a + 4.\frac{1}{b}\right)^2 \Rightarrow \sqrt{a^2 + \frac{1}{b^2}} \geq \frac{1}{\sqrt{17}}\left(a + \frac{4}{b}\right)$</p> <p>Tương tự: $\sqrt{b^2 + \frac{1}{c^2}} \geq \frac{1}{\sqrt{17}}\left(b + \frac{4}{c}\right); \sqrt{c^2 + \frac{1}{a^2}} \geq \frac{1}{\sqrt{17}}\left(c + \frac{4}{a}\right)$</p>	0,25
	<p>Do đó: $Q \geq \frac{1}{\sqrt{17}}\left(a + b + c + \frac{4}{a} + \frac{4}{b} + \frac{4}{c}\right) \geq \frac{1}{\sqrt{17}}\left(a + b + c + \frac{36}{a+b+c}\right)$</p> $= \frac{1}{\sqrt{17}}\left(a + b + c + \frac{9}{4(a+b+c)} + \frac{135}{4(a+b+c)}\right)$ <p>Áp dụng bất đẳng thức Cô – Si ta có $a + b + c + \frac{9}{4(a+b+c)} \geq 3$</p> <p>Có $a + b + c \leq \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{a+b+c} \geq \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{135}{4(a+b+c)} \geq \frac{45}{2}$</p> $\Rightarrow Q \geq \frac{1}{\sqrt{17}}\left(3 + \frac{45}{2}\right) \geq \frac{3\sqrt{17}}{2}$ <p>Giá trị nhỏ nhất của Q là $\frac{3\sqrt{17}}{2}$ khi $a = b = c = \frac{1}{2}$</p>	0,25