

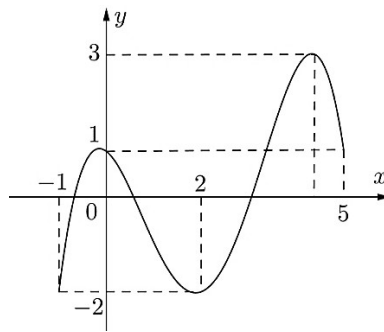
ĐỀ KIỂM TRA THƯỜNG XUYÊN BÀI GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $y = (4 - x^2)^2 + 1$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 1]$ là
A. 10. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 17.

Câu 2: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng
A. $\max_{[1;3]} y = 3$ **B.** $\max_{[1;3]} y = 4$ **C.** $\max_{[1;3]} y = 5$ **D.** $\max_{[1;3]} y = 6$

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng



A. -1 **B.** 4 **C.** 1 **D.** 2

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng
A. 20. **B.** -16. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $(-1; +\infty)$ bằng

A. $f(1)$ **B.** $f(-2)$ **C.** $f(-1)$ **D.** $f(0)$

Câu 6: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3 \sin x + 2}{\sin x + 1}$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Khi đó giá trị của $M^2 + m^2$ là
A. $\frac{31}{2}$ **B.** $\frac{11}{2}$ **C.** $\frac{41}{4}$ **D.** $\frac{61}{4}$

Câu 7: Một chất điểm chuyển động với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -3t^2 + 12t + 1$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động. Hỏi sau bao lâu khi chất điểm chuyển động thì đạt được vận tốc lớn nhất?
A. $2(s)$ **B.** $1(s)$ **C.** $13(s)$ **D.** $4(s)$

Câu 8: Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là 60cm , thể tích 96000cm^3 . Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 VNĐ/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 VNĐ/m^2 . Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.
A. 81200 VNĐ . **B.** 80200 VNĐ . **C.** 82200 VNĐ . **D.** 83200 VNĐ .

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $m > 4$ **B.** $2 < m \leq 4$ **C.** $m \leq 0$ **D.** $0 < m \leq 2$

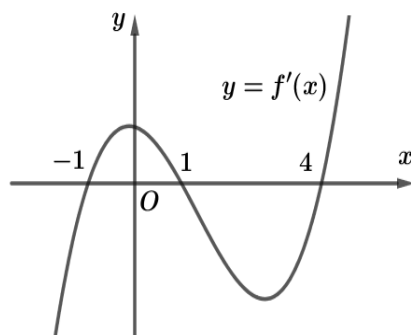
Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-m^2}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[-3;-2]} y = \frac{1}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $3 < m \leq 4$ **B.** $-2 < m \leq 3$ **C.** $m > 4$ **D.** $m \leq -2$

Câu 11: Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?
A. $243(m/s)$ **B.** $27(m/s)$ **C.** $144(m/s)$ **D.** $36(m/s)$

Câu 12: Tìm các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-m^2+m}{x+1}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -2 .
A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -2 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$

c) $f(1) > f(2) > f(4)$.

d) Trên đoạn $[-1; 4]$ thì giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là $f(1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m}$ (với tham số m). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

b) Khi $m = 1$ hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

c) Khi $m = 1$ thì trên đoạn $[1; 4]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{2}$

d) Có 1 giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m}$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng -1 .

Câu 3: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 2025$, (tham số m). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khi $m = 1$ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$

b) Khi $m = 1$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$

c) Khi $m = 1$ thì hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng -4

d) Có tất cả 1 giá trị nguyên của m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$

Câu 4: Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilomet.

a) Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao lớn nhất mà con tàu đạt được là 250 (km).

b) Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao thấp nhất mà con tàu đạt được tại thời điểm $t \approx 25$ (s).

c) Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, vận tốc của con tàu lớn nhất mà con tàu đạt được là 10,33 (km/s).

d) Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao con tàu đạt được khi vận tốc của con tàu lớn nhất là 139,37 (km).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$. Tổng $S = 2M - m$ bằng bao nhiêu?

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = x^3 + (1+m^2)x + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;1]$ không vượt quá 7. Hỏi tập S có bao nhiêu phần tử là số nguyên?

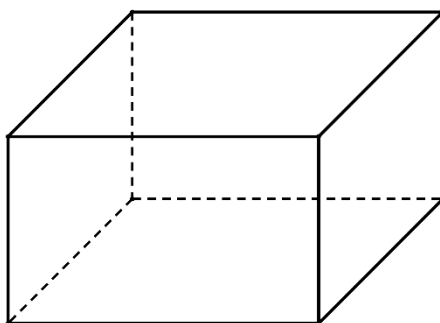
Câu 3: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 8. Tìm giá trị nguyên của tham số m .

Câu 4: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S(t) = 6t^2 - t^3$. Vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm t (s) bằng bao nhiêu giây?

Câu 5: Một cửa hàng có 8 máy in, mỗi máy in in được 3600 bản in trong một giờ. Chi phí để vận hành một máy in trong mỗi lần in là 50 nghìn đồng. Chi phí cho n máy in chạy trong một giờ được tính bằng công thức $60(6n+10)$. Hỏi nếu in 50 000 bản in là các tờ quảng cáo thì phải sử dụng bao nhiêu máy in để được lãi nhiều nhất?



Câu 6: Ông Nam cần xây dựng một bể nước mưa có thể tích $V = 8(m^3)$ dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp $\frac{4}{3}$ lần chiều rộng, đáy và nắp đổ bê tông, cốt thép; xung quanh xây bằng gạch và xi măng. Biết rằng chi phí trung bình là 980.000đ/m² và ở nắp để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\frac{2}{9}$ diện tích nắp bể. Tính chi phí thấp nhất mà ông Nam phải chi trả (làm tròn đến hàng triệu đồng).



LỜI GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Hàm số $y = (4 - x^2)^2 + 1$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 1]$ là
A. 10. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 17.

Lời giải

$$y' = 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \notin [-1; 1] \\ x = 2 \notin [-1; 1] \\ x = 0 \in [-1; 1] \end{cases}$$

Ta có:

Khi đó: $f(-1) = 10$; $f(1) = 10$; $f(0) = 17$. Vậy $\max_{[-1; 1]} y = f(0) = 17$.

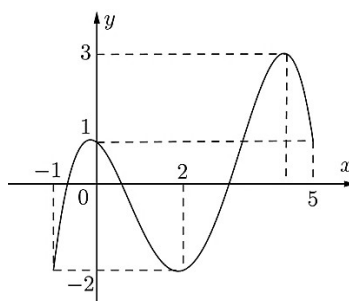
- Câu 2:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng
A. $\max_{[1; 3]} y = 3$ **B.** $\max_{[1; 3]} y = 4$ **C.** $\max_{[1; 3]} y = 5$ **D.** $\max_{[1; 3]} y = 6$

Lời giải

$$Ta \text{ có: } y' = 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 3] \\ x = -2 \notin [1; 3] \end{cases}$$

Khi đó $y(1) = 5$; $y(2) = 4$; $y(3) = \frac{13}{3}$. Vậy $\max_{[1; 3]} y = 5$.

- Câu 3:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng



- A.** -1 **B.** 4 **C.** 1 **D.** 2

Lời giải

$$\begin{cases} M = \max_{[-1; 5]} f(x) = 3 \\ n = \min_{[-1; 5]} f(x) = -2 \end{cases} \Rightarrow M + n = 1.$$

Từ đồ thị ta thấy:

- Câu 4:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng
A. 20. **B.** -16. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

$$Ta \text{ có: } f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ta có: $f(-3) = -16$; $f(3) = 20$; $f(-1) = 4$; $f(1) = 0$. Vậy $\min_{[-3;3]} f(x) = -16$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $(-1; +\infty)$ bằng

- A. $f(1)$. B. $f(-2)$. C. $f(-1)$. D. $f(0)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\max_{(-1; +\infty)} y = f(0)$

Câu 6: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3 \sin x + 2}{\sin x + 1}$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Khi đó giá trị của $M^2 + m^2$ là

- A. $\frac{31}{2}$. B. $\frac{11}{2}$. C. $\frac{41}{4}$. D. $\frac{61}{4}$.

Lời giải

Đặt $t = \sin x$, $t \in [0; 1]$.

Xét hàm $f(t) = \frac{3t+2}{t+1}$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ có $f'(t) = \frac{1}{(t+1)^2} > 0, t \in [0; 1]$ nên hàm số đồng biến trên $[0; 1] \Rightarrow M = \max_{[0;1]} f(t) = f(1) = \frac{5}{2}$ và $m = \min_{[0;1]} f(t) = f(0) = 2$.

Khi đó: $M^2 + m^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 2^2 = \frac{41}{4}$.

Câu 7: Một chất điểm chuyển động với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -3t^2 + 12t + 1$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động. Hỏi sau bao lâu khi chất điểm chuyển động thì đạt được vận tốc lớn nhất?

- A. $2(s)$. B. $1(s)$. C. $13(s)$. D. $4(s)$.

Lời giải

Ta có: $v(t) = -3t^2 + 12t + 1 \Rightarrow v'(t) = -6t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Bảng biến thiên:

t	0	2	$+\infty$
$v'(t)$	$+$	0	$-$
$v(t)$	1	13	$-\infty$

- Câu 8:** Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là 60cm , thể tích 96000cm^3 . Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 VNĐ/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 VNĐ/m^2 . Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.
- A. 81200 VNĐ . B. 80200 VNĐ . C. 82200 VNĐ . D. 83200 VNĐ .

Lời giải

Gọi x, y ($x > 0, y > 0$, đơn vị m) là chiều dài và chiều rộng của đáy bể.

$$0,6xy = 0,096 \Leftrightarrow y = \frac{0,16}{x}$$

Khi đó theo đề ta suy ra

Giá thành của bể cá được xác định theo hàm số sau:

$$f(x) = 2 \cdot 0,6 \left(x + \frac{0,16}{x} \right) \cdot 70000 + 100000 \cdot x \cdot \frac{0,16}{x} \Leftrightarrow f(x) = 84000 \left(x + \frac{0,16}{x} \right) + 16000$$

$$f'(x) = 84000 \left(1 - \frac{0,16}{x^2} \right) \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0,4 \quad \text{với } x \in (0; +\infty)$$

Ta có

Bảng biến thiên:

x	0	0,4	$+\infty$
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$			

Dựa vào bảng biến thiên suy ra chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là $f(0,4) = 83200\text{ VNĐ}$.

- Câu 9:** Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $m > 4$ B. $2 < m \leq 4$ C. $m \leq 0$ D. $0 < m \leq 2$

Lời giải

$$y' = \frac{1-m}{(x+1)^2}$$

Ta có

Nếu $m = 1 \Rightarrow y = 1, \forall x \neq -1$ suy ra không thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Nếu $m < 1 \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên đoạn $[1;2]$.

$$\text{Khi đó: } \min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3} \Leftrightarrow y(1) + y(2) = \frac{16}{3} \Leftrightarrow \frac{m+1}{2} + \frac{m+2}{3} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow m = 5 \quad (\text{loại}).$$

Nếu $m > 1 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên đoạn $[1;2]$.

$$\text{Khi đó: } \min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3} \Leftrightarrow y(2) + y(1) = \frac{16}{3} \Leftrightarrow \frac{2+m}{3} + \frac{1+m}{2} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow m = 5 \quad (\text{t/m})$$

- Câu 10:** Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-m^2}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[-3;-2]} y = \frac{1}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $3 < m \leq 4$. B. $-2 < m \leq 3$. C. $m > 4$. D. $m \leq -2$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m^2\}, [-3; -2] \subset D$.

$$y' = \frac{-m^2 - 1}{(x - m^2)^2} < 0, \forall x \in D$$

Ta có nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Khi đó: $\min_{[-3; -2]} y = \frac{1}{2} = y(-2) = \frac{-2+1}{-2-m^2} \Rightarrow -2-m^2 = -2 \Leftrightarrow m = 0 \Rightarrow -2 < m \leq 3$

Câu 11: Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. $243(m/s)$ B. $27(m/s)$ C. $144(m/s)$ D. $36(m/s)$

Lời giải

Ta có: $v(t) = s'(t) = -t^2 + 12t$; $v'(t) = -2t + 12$; $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6$.

Bảng biến thiên:

t	0	6	9
$v'(t)$	+	0	-
$v(t)$		36	

Nhìn bảng biến thiên ta thấy vận tốc đạt giá trị lớn nhất khi $t = 6$.

Giá trị lớn nhất là $v(6) = 36m/s$.

Câu 12: Tìm các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2 + m}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng -2 .

- A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Hàm số đã cho liên tục trên $[0; 1]$.

$$y' = \frac{1 - (-m^2 + m)}{(x + 1)^2} = \frac{m^2 - m + 1}{(x + 1)^2} > 0$$

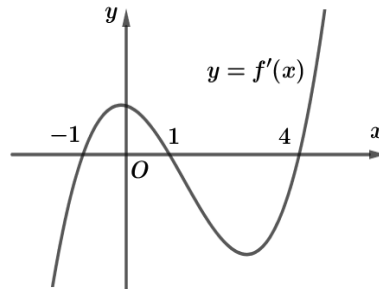
Ta có: ; $\forall x \in D \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên đoạn $[0; 1]$.

Trên $[0; 1]$ hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 0$.

Ta có: $y(0) = -2 \Leftrightarrow -m^2 + m = -2 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị
 b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$
 c) $f(1) > f(2) > f(4)$.
 d) Trên đoạn $[-1; 4]$ thì giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là $f(1)$.

Lời giải

- a) Sai: Hàm số đã cho có ba điểm cực trị
 b) Sai: Trên $(1; +\infty)$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 4)$
 c) Đúng: $f(1) > f(2) > f(4)$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy:

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (1; 4); \quad f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 1) \cup (4; +\infty)$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-1		1		4	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$							

- d) Đúng: Trên đoạn $[-1; 4]$ thì giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là $f(1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m}$ (với tham số m). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

b) Khi $m = 1$ hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

c) Khi $m = 1$ thì trên đoạn $[1; 4]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{2}$

d) Có 1 giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m}$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng -1 .

Lời giải

a) Sai: Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Ta có: $y' = \frac{m^2 - m + 2}{(x - m)^2} > 0, \forall x \neq m$

Do đó hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; m)$ và $(m; +\infty)$.

b) Đúng: Bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	m	$+\infty$
y'	+		+
y	1	$+\infty$	1

c) Sai: Từ bảng biến thiên suy ra, hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 4]$ bằng -1 khi

$$\begin{cases} m < 0 \\ f(4) = -1 \end{cases}$$

d) Đúng: $\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \frac{2 - m^2}{4 - m} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 + m - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m = 2, m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3$.

Câu 3: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 2025$, (tham số m). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khi $m = 1$ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$

b) Khi $m = 1$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$

c) Khi $m = 1$ thì hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng -4

d) Có tất cả 1 giá trị nguyên của m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$

Lời giải

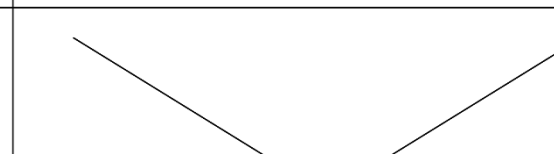
$$y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = m - 1 \\ x_2 = m + 1 \end{cases}$$

a) Đúng: Ta có:

b) Sai: Để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$ thì $x_1 \leq 0 < x_2$ hoặc $0 < x_1 < x_2$.

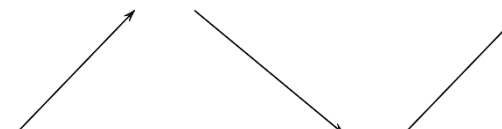
c) Đúng: **Trường hợp 1:** $x_1 \leq 0 < x_2 \Leftrightarrow m - 1 \leq 0 < m + 1 \Leftrightarrow -1 < m \leq 1$ do $m \in \mathbb{Q} \Rightarrow m \in \{0; 1\}$.

Bảng biến thiên của hàm số:

x	0	$m+1$		$+\infty$
y'		-	0	+
y				

Trường hợp 2: $0 < x_1 < x_2$.

Bảng biến thiên của hàm số

x	0	$m-1$		$m+1$		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y						

d) Sai: Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m - 1 > 0 \\ y(m + 1) \leq y(0) \end{cases}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ (m + 1)^3 - 3m(m + 1)^2 + 3(m^2 - 1)(m + 1) + 2025 \leq 2025 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ (m + 1)^2(m - 2) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \leq 2 \\ m = -1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \leq 2 \text{ do } m \in \mathbb{Q} \Rightarrow m = 2. \text{ Vậy } m \in \{0; 1; 2\}.$$

Câu 4: Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilomet.

a) Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao lớn nhất mà con tàu đạt được là 250 (km).

- b) Trong ^{50} giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao thấp nhất mà con tàu đạt được tại thời điểm $t \approx 25$ (s).
- c) Trong ^{50} giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, vận tốc của con tàu lớn nhất mà con tàu đạt được là ^{10,33} (km/s).
- d) Trong ^{50} giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao con tàu đạt được khi vận tốc của con tàu lớn nhất là ^{139,37} (km).

Lời giải

a)

Đúng:

$$h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250 \Rightarrow h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 55 \notin (0; 50) \\ t = 18 \in (0; 50) \end{cases}$$

t	0	18	50
$h'(t)$	—	0	+
$h(t)$	250	8,08	250

- b) Sai: Dựa vào bảng biến thiên trên ta thấy trong ^{50} giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao thấp nhất mà con tàu đạt được tại thời điểm $t \approx 18$ (s).

c) Đúng: $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250 \Rightarrow v(t) = h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$
 $\Rightarrow a(t) = v'(t) = -0,06t + 2,2 = 0 \Leftrightarrow t \approx 37$

t	0	37	50
$v'(t)$	+	0	—
$v(t)$	-30	10,33	5

Vận tốc của con tàu lớn nhất mà con tàu đạt được là $^{10,33}(\text{km} / \text{s})$.

d) Sai: $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250 \Rightarrow v(t) = h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$
 $\Rightarrow a(t) = v'(t) = -0,06t + 2,2 = 0 \Leftrightarrow t \approx 37$

t	0	37	50
$v'(t)$	+	0	—
$v(t)$	-30	10,33	5

Khi đó: $v_{\max} = 10,33 \Leftrightarrow t \approx 37; h(37) = 139,37$ km.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$. Tổng $S = 2M - m$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{x+1} - 1}{2\sqrt{x+1}}$.

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Ta có $f(0) = -1; f(3) = -\frac{1}{2}$ và hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$.

Vậy $M = -\frac{1}{2}; m = -1 \Rightarrow S = 2M - m = 2\left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 0$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = x^3 + (1+m^2)x + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 1]$ không vượt quá 7. Hỏi tập S có bao nhiêu phần tử là số nguyên?

Lời giải

Ta có $f(x) = x^3 + (1+m^2)x + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 1 + m^2 > 0, x \in \mathbb{R}$ do đó hàm số đồng biến trên $[0; 1]$

$\max_{[0; 1]} f(x) = f(1) = m^2 + 3$. Yêu cầu bài toán tương đương $m^2 + 3 \leq 7 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$.

Vậy $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ hay S có 5 phần tử.

Câu 3: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng 8. Tìm giá trị nguyên của tham số m .

Lời giải

Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Ta có $y' = \frac{1-m}{(x+1)^2}$.

$f(1) = \frac{1+m}{2}; f(2) = \frac{2+m}{3}$.

$\min_{[1; 2]} f(x) = \min\{f(1); f(2)\}$ và $\max_{[1; 2]} f(x) = \max\{f(1); f(2)\}$.

Khi đó, theo đề ta có $\max_{[1;2]} f(x) + \min_{[1;2]} f(x) = 8 \Leftrightarrow \frac{2+m}{3} + \frac{1+m}{2} = 8 \Leftrightarrow \frac{5m+7}{6} = 8$

$$\Leftrightarrow 5m + 7 = 48 \Leftrightarrow m = \frac{41}{5}$$

Câu 4: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S(t) = 6t^2 - t^3$. Vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm t (s) bằng bao nhiêu giây?

Lời giải

Ta có $v = S'(t) = 12t - 3t^2$ suy ra $v'(t) = 12 - 6t$ nên $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Bảng biến thiên:

t	0	2	$+\infty$
$v'(t)$	+	0	-
$v(t)$	0	12	$-\infty$

Do vậy $v_{\max} = 12$ (m/s) tại $t = 2$ (s).

Câu 5: Một cửa hàng có 8 máy in, mỗi máy in in được 3600 bản in trong một giờ. Chi phí để vận hành một máy in trong mỗi lần in là 50 nghìn đồng. Chi phí cho n máy in chạy trong một giờ được tính bằng công thức $60(6n+10)$. Hỏi nếu in 50 000 bản in là các tờ quảng cáo thì phải sử dụng bao nhiêu máy in để được lãi nhiều nhất?



Lời giải

Một máy in trong một giờ in được 3600 tờ nên in 50 000 tờ cần $\frac{125}{9}$ giờ

Vậy nên n máy cần thời gian in là $\frac{125}{9n}$ giờ

Khi đó tổng chi phí là: $f(n) = [10(6n+10)] \cdot 1000 + 50000n$

Khi đó để được lãi nhiều nhất thì $f(n)$ đạt giá trị nhĩ nhất với $n \in [1;8]$ và $n \in \square$

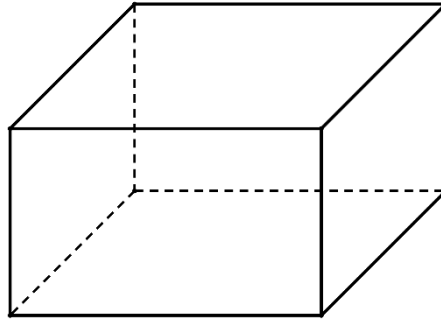
$$f(n) = \left(\frac{250}{3} + \frac{1250}{9n} + 5n \right) \cdot 10\,000 \geq \left(\frac{250}{3} + \frac{50\sqrt{10}}{3} \right)$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy:

$$\text{Do đó } f(n) \text{ nhỏ nhất khi } \frac{1250}{9n} = 4n \Leftrightarrow n = \frac{5\sqrt{5}}{10} \approx 5$$

Vậy cần dùng 5 máy in thì thu được tiền lãi là nhiều nhất.

Câu 6: Ông Nam cần xây dựng một bể nước mưa có thể tích $V = 8(m^3)$ dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp $\frac{4}{3}$ lần chiều rộng, đáy và nắp đổ bê tông, cốt thép; xung quanh xây bằng gạch và xi măng. Biết rằng chi phí trung bình là 980.000đ/m² và ở nắp để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\frac{2}{9}$ diện tích nắp bể. Tính chi phí thấp nhất mà ông Nam phải chi trả (làm tròn đến hàng triệu đồng).



Lời giải

Gọi chiều rộng của bể là $3x (m)$. Ta có chiều dài bể là $4x (m)$ và chiều cao của bể là $\frac{2}{3x^2} (m)$

Khi đó tổng diện tích bề mặt xây là:

$$T = (3x + 4x) \cdot 2 \cdot \frac{2}{3x^2} + 2 \cdot 3x \cdot 4x - \frac{2}{9} \cdot 3x \cdot 4x = \frac{28}{3x^2} + \frac{64x^2}{3} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{28}{3x^2} \cdot \frac{64x^2}{3}} = \frac{32\sqrt{7}}{3} (m^2)$$

$$\text{Chi phí } C \text{ (tính theo đồng) xây dựng là: } C = T \cdot 980000 \geq \frac{32\sqrt{7}}{3} \cdot 980000 \approx 27657000 \text{ (đồng).}$$

Vậy chi phí thấp nhất mà ông Nam phải chi trả là 28 triệu đồng.