
(Đề thi có 04 trang)

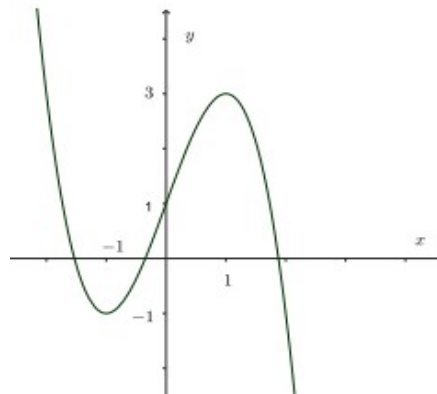
Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 1101

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1.** Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. $31,25$ B. $31,26$ C. $5,4$ D. $5,6$

Câu 2. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong dưới đây?

- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$ B. $y = \frac{x^2+2x-2}{x-1}$ C. $y = -x^3+3x+1$ D. $y = x^3-3x+1$

Câu 3. Kết quả khảo sát cân nặng của 1 thùng táo ở một lô hàng cho trong bảng sau:

Cân nặng (g)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả táo	4	7	12	6	2

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm trên là.

- A. $R = 5$ B. $R = 24$ C. $R = 25$ D. $R = 10$

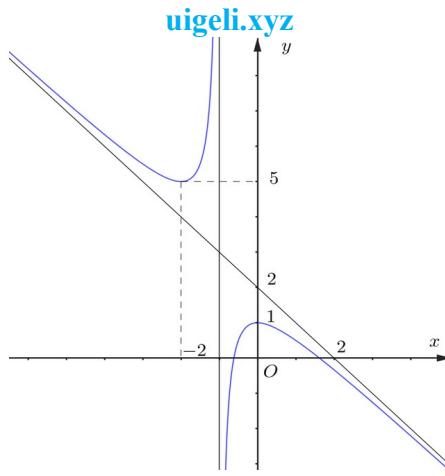
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[0; 3]$ như sau:

x	0	1	3
$f'(x)$	-3	-	0
$f(x)$	-3	-4	0

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là

- A. -4 B. 1 C. 4 D. 0

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là



- A. $(-2; 5)$. B. $(-1; 3)$. C. $(0; 1)$. D. $(-2; 3)$.

Câu 6. Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $AB = a$; $AD = 2a$, $SA = 3a$.
Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $2a^3$. B. a^3 . C. $6a^3$. D. $3a^3$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ là

- A. $\angle SDA$. B. $\angle SAD$. C. $\angle DSA$. D. $\angle SDC$.

Câu 9. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là

- A. $x = 1$. B. $x = 2$. C. $y = 1$. D. $y = 2$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $SA = AB = a$, $AD = 2a$. Tính khoảng cách từ S tới mặt phẳng (ABC) ?

- A. $2a$. B. a . C. $a\sqrt{5}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

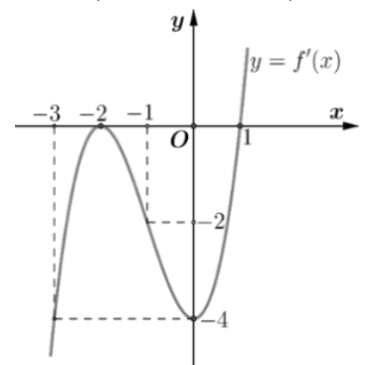
Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình hộp, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\vec{OA} + \vec{OA'} = \vec{0}$. B. $\vec{OA} + \vec{OC'} = \vec{0}$. C. $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{0}$. D. $\vec{OA} + \vec{OD} = \vec{0}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.

Hàm số $y = f(x)$ không nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-2; 0)$.
C. $(-1; 2)$. D. $(-1; 1)$.



PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

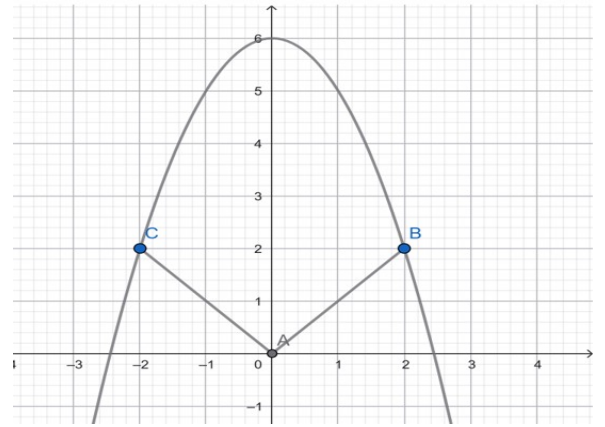
Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2} = x + 1 + \frac{1}{x - 2}$ có đồ thị (C)

- a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
b) Tiệm cận xiên của đồ thị (C) là đường thẳng $y = x - 1$.

c) Tâm đối xứng của đồ thị (C) là $I(2;3)$.

d) Đồ thị hàm số đi qua $A(1;1)$.

Câu 2. Xét hình phẳng (H) là miền giới hạn bởi các đoạn thẳng AB, AC và một phần parabol (P) như hình vẽ. Biết A trùng gốc tọa độ, $B(2;2)$, $C(-2;2)$. Parabol (P) có đỉnh $I(0;6)$ và qua 2 điểm B, C.



a) Diện tích tam giác ABC bằng 4.

b) Diện tích hình (H) bằng 12.

c) Nếu cho hình (H) quay xung quanh trục Ox thì khối tròn xoay tạo ra có thể tích là $\frac{1412\pi}{32\pi}$.

d) Nếu cho hình (H) quay xung quanh trục Oy thì khối tròn xoay tạo ra có thể tích là 3 .

Câu 3. Một gian thương đã trộn các sản phẩm sữa kém chất lượng (sữa giả) với các sản phẩm sữa chất lượng. Trong một lô hàng có 20 hộp sữa chất lượng và 10 hộp sữa giả. Sau khi một khách hàng đến mua 1 hộp sữa từ lô hàng trên thì lực lượng quản lý thị trường đến và lấy ngẫu nhiên 3 hộp sữa từ lô hàng đó đi kiểm tra. Các khẳng định sau là đúng hay sai?

a) Xác suất khách hàng mua phải hộp sữa giả là $\frac{1}{3}$.

b) Xác suất để lực lượng quản lý thị trường phát hiện lô hàng có hộp sữa giả là $\frac{146}{203}$.

c) Nếu biết khách hàng đó đã mua phải hộp sữa giả, xác suất để quản lý thị trường phát hiện lô hàng có hộp sữa giả là $\frac{419}{1827}$.

d) Nếu biết quản lý thị trường sau khi kiểm tra đã phát hiện lô hàng có hộp sữa giả, xác suất để khách hàng đó mua phải hộp sữa giả là $\frac{419}{1314}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;-2;-1)$, $N(4;3;1)$ và mặt phẳng (P): $z = -5$. Mặt cầu (S) đi qua M, N và luôn tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại A (điểm A di động).

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 5t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

a) Phương trình đường thẳng MN là

b) Giao điểm của đường thẳng MN và (P) là $E(1;-12;-5)$.

c) Tập hợp các tiếp điểm A của mặt cầu (S) và (P) là đường tròn có bán kính xấp xỉ bằng 13,41.

d) Giá trị lớn nhất của OA xấp xỉ bằng 25,9.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 1. Thầy Nguyễn Công Toàn là một giáo viên dạy hóa rất giỏi ở trường THPT Phụ Dực. Thầy đặc biệt giỏi công nghệ và say mê chuyên môn. Thầy có ngân hàng đề gồm 20 câu rất hay và độc lạ. Trong một buổi giao bài tập về nhà cho đội tuyển học sinh giỏi gồm 5 bạn, thầy để AI lựa chọn ngẫu nhiên một số câu hỏi từ ngân hàng đề trên cho từng bạn. Gọi A là biến cố xảy ra đồng thời các điều kiện sau:

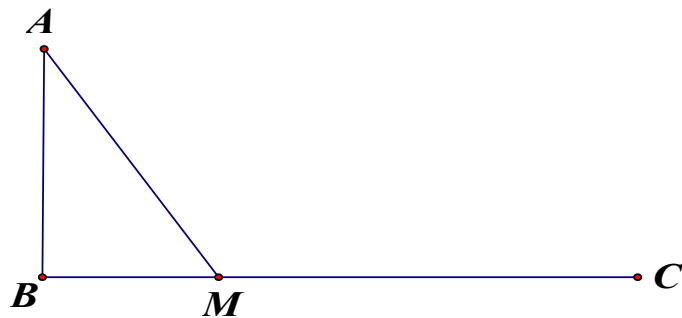
- Số câu hỏi chung của cả 5 bạn là 2.

- Số câu hỏi chung của nhóm gồm 4 bạn bất kì trong đội là 3.

- Số câu hỏi chung của nhóm gồm 3 bạn bất kì trong đội là 4.

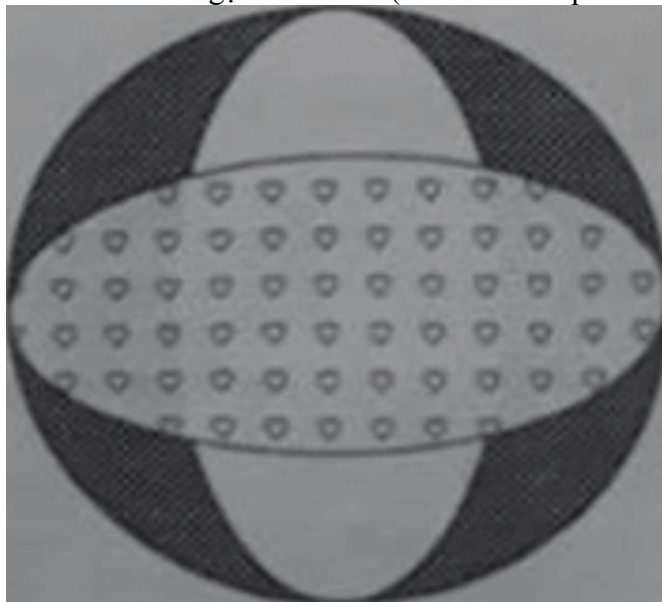
Giả sử xác suất xảy ra biến cố A là p. Tính $10^{10}p$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 2. Trên một hòn đảo (kí hiệu là điểm A) có một người bị tai nạn nặng không thể di chuyển người bệnh và cần cấp cứu gấp. Do điều kiện trên đảo thiếu thuốc, máu và thiết bị y tế để cấp cứu cho bệnh nhân nên bác sĩ đã cử tàu ca nô đi về đất liền ở vị trí M. Cùng lúc tàu khởi hành, bệnh viện ở vị trí C đã cử xe cứu thương đưa thuốc, máu và vật tư y tế đến vị trí M. Biết rằng $BC=60$ km, $AB=20$ km, tàu đi với vận tốc 60



km/h và xe cứu thương đi với vận tốc 80 km/h. Tính thời gian sớm nhất để người bệnh có thể được cấp cứu. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 3. Hình bên là hình ảnh một viên gạch men có dạng một hình vuông có độ dài cạnh 8 dm. Hai hình Elip đều có độ dài trục lớn 8 dm và độ dài trục bé 4 dm (các trục song song các cạnh tương ứng của hình vuông và có tâm đối xứng là tâm hình vuông). Đường tròn tiếp xúc với tất cả các cạnh hình vuông. Ở công đoạn tráng men (chi phí nguyên liệu, thi công, kỹ thuật) với mỗi m^2 : phần tô đen có chi phí 20 nghìn đồng, phần chấm bi (là 1 trong 2 elip như hình vẽ) có chi phí 15 nghìn đồng và phần còn lại có chi phí 10 nghìn đồng. Hãy tính chi phí a triệu đồng của công đoạn tráng men khi doanh nghiệp sản xuất 100000 viên gạch như thế. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



Câu 4. Do gặp mưa bão và sự cố nên một con tàu bị hỏng động cơ và thiết bị liên lạc. Tại thời điểm cuối cùng trước khi mất liên lạc con tàu, radar của trung tâm phòng chống lụt bão xác định được tàu ở vị trí $T(60;75;0)$ trong hệ Oxyz mà mỗi đơn vị trên trục tương ứng có độ dài 1 km.

Đội cứu hộ đã ngay lập tức dùng trực thăng cứu hộ, sau 2 phút trực thăng ở vị trí $A(0;0;2)$. Trong điều kiện bình thường (không gió) động cơ máy bay đẩy được máy bay bay với tốc độ tối đa 400 km/h. Lúc này, sức gió mạnh sẽ đẩy máy bay với vận tốc 50 km/h và hướng theo $\vec{v}_1 = (4; 3; 0)$.

Động cơ trực thăng đẩy máy bay bay với vận tốc n km/h, hướng theo $\vec{v}_2 = (a; b; 0)$. Một chuyên gia cứu hộ ở trung tâm phân tích được gió và sóng biển đẩy con tàu đi với vận tốc 20 km/h và cũng hướng theo $\vec{v}_1 = (4; 3; 0)$ nên đã sử dụng phương án tối ưu, cho máy bay bay từ A hướng đến vị trí có thể gặp được con tàu sớm nhất.

Tính từ thời điểm mất liên lạc con tàu, hãy tính thời gian sớm nhất máy bay tới được vị trí con tàu biết thời gian hạ cánh từ độ cao 2 km xuống mặt biển của máy bay là 1 phút (giả định để đảm bảo an toàn, máy bay cất và hạ cánh theo phương thẳng đứng đồng thời có cơ chế để cân bằng sức gió khi đó). (tính theo đơn vị phút và làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 5. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 3000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 3000x - x^2$ (nghìn đồng) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (nghìn đồng) ($0 < t < 1000$). Hỏi mức thuế phụ thu t (trên 1 đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu nghìn đồng sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó?

Câu 6. Người ta dựng một cái lều hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 6 m. Tính thể tích của cái lều đó. (làm tròn đến hàng phần chục)

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	D	C	C	A	B	C	A	A	A	B	B	C

PHẦN II. Đúng/Sai

Câu	a	b	c	d
1	Đ	S	Đ	Đ
2	Đ	S	S	S
3	Đ	Đ	S	Đ
4	Đ	Đ	Đ	Đ

PHẦN III. Tự luận ngắn

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	6940	0,49	914	16,6	780	50,9

LỜI GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án

Câu 1

Bảng tần số ghép nhóm có các khoảng:

[20; 25) [25; 30) [30; 35) [35; 40) [40; 45)

- , , , , ,
- Tần số tương ứng: \$6, 6, 4, 1, 1\$

Lấy các giá trị đại diện:

$x_1 = 22,5$ $x_2 = 27,5$ $x_3 = 32,5$ $x_4 = 37,5$ $x_5 = 42,5$

- , , , , ,

Tổng số phần tử:

$$n = 6 + 6 + 4 + 1 + 1 = 18$$

Trung bình cộng:

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 22,5 + 6 \cdot 27,5 + 4 \cdot 32,5 + 1 \cdot 37,5 + 1 \cdot 42,5}{18} = \frac{510}{18} = 28,333\ldots$$

Phương sai:

$$s^2 = \frac{1}{18} \left[6(22,5 - \bar{x})^2 + 6(27,5 - \bar{x})^2 + 4(32,5 - \bar{x})^2 + (37,5 - \bar{x})^2 + (42,5 - \bar{x})^2 \right]$$

$$s^2 = 31,25$$

Tính ra:

$$s = \sqrt{31,25} \approx 5,59$$

Suy ra độ lệch chuẩn:

$$5,6$$

Gần nhất là .

Chọn D.

Câu 2

Quan sát đồ thị:

- Nhánh trái đi lên, nhánh phải đi xuống nên đây là hàm bậc ba có hệ số bậc ba âm.

$$(0;1)$$

- Đồ thị đi qua điểm .

$$(-1;-1)$$

$$(1;3)$$

- Có cực tiểu gần và cực đại gần .

$$y = -x^3 + 3x + 1$$

Hàm có:

$$y(0) = 1$$

•

$$y' = -3x^2 + 3 = 3(1 - x^2)$$

•

$$x = \pm 1$$

- Các điểm cực trị tại

$$y(-1) = -1 \quad y(1) = 3$$

•

,

Khớp đúng với hình vẽ.

Chọn C.

Câu 3

$$[150; 155) \quad [170; 175)$$

Các lớp cân nặng từ đến .

Khoảng biến thiên của mẫu ghép nhóm được tính bằng:

$$R = 175 - 150 = 25$$

Chọn C.

Câu 4

$$[0; 3]$$

Từ bảng biến thiên trên đoạn :

$$f(0) = -3$$

•

$$f(1) = -4$$

•

$$f(3) = 0$$

•

$$-4$$

Giá trị nhỏ nhất là .

Chọn A.

Câu 5

Đồ thị là một hypebol có:

$$x = -1$$

• Tiệm cận đứng:

$$(0; 2) \quad (2; 0)$$

$$y = -x + 2$$

• Tiệm cận xiên: đường thẳng đi qua và nên có phương trình

Tâm đối xứng của đồ thị là giao điểm hai tiệm cận.

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = -x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$$

Giải hệ:

$$(-1; 3)$$

Vậy tâm đối xứng là .

Chọn B.

Câu 6

Hàm số:

$$y' = \frac{2(x+1) - (2x+3)}{(x+1)^2} = \frac{-1}{(x+1)^2} < 0 \quad (\forall x \neq -1)$$

Đạo hàm luôn âm trên mỗi khoảng xác định, nên hàm số luôn nghịch biến trên các khoảng đó và **không có điểm cực trị**.

Chọn C.**Câu 7**

Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $AB = a$, $AD = 2a$, $SA = 3a$.

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD = a \cdot 2a = 2a^2$$

Diện tích đáy:

$$h = SA = 3a$$

Chiều cao:

Thể tích khối chóp:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot 3a = 2a^3$$

Chọn A.**Câu 8**

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của điểm S lên đáy là A .

Do đó hình chiếu của đường thẳng SD lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng AD .

Vậy góc giữa SD và $(ABCD)$ chính là góc giữa SD và AD , tức là $\angle SDA$.

Chọn A.**Câu 9**

$$y = \frac{2x+3}{x-1}$$

Hàm số:

Tiệm cận đứng là nghiệm của mẫu số:

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

Chọn A.

Câu 10

Trong hình chóp $S.ABCD$, ba điểm A, B, C cùng nằm trên đáy nên:

$$(ABC) \equiv (ABCD)$$

Lại có $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp (ABC)$.

Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) chính là:
 $d(S, (ABC)) = SA = a$

Chọn B.

Câu 11

Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, tâm O là trung điểm của đường chéo không gian AC' .

Vì O là trung điểm của AC' nên:
 $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OC'}$

Suy ra:

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC'} = \vec{0}$$

Chọn B.

Câu 12

Đề cho đồ thị của $y = f'(x)$.

Quan sát hình:

• $f'(x) = 0$ tại $x = -2$ và $x = 1$

$(-1; 2)$

• Trên khoảng $(-1; 2)$, đạo hàm đổi dấu:

$(-1; 1)$

o âm trên

$(1; 2)$

o dương trên

$(-1; 2)$ $f(x)$

Vì vậy trên , hàm số không thể nghịch biến trên toàn khoảng.

$$f'(x) \leq 0 \quad f$$

Các khoảng còn lại đều nằm trong vùng mà nên vẫn nghịch biến.

Chọn C.

PHẦN II. Đúng/Sai

Câu 1

$$y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2} = x + 1 + \frac{1}{x - 2}$$

Cho hàm số

a) Đúng

$$0 \quad x - 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2$$

Mẫu số phải khác , nên:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

Vì thế tập xác định là:

b) Sai

$$y = x + 1 + \frac{1}{x - 2}$$

Từ

$$x \rightarrow \pm\infty \quad \frac{1}{x - 2} \rightarrow 0$$

Khi thì , nên tiệm cận xiên là:
 $y = x + 1$

$$y = x - 1$$

Không phải .

c) Đúng

Đồ thị có:

$$x = 2$$

- tiệm cận đứng

$$y = x + 1$$

- tiệm cận xiên

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = x + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Tâm đối xứng là giao điểm hai tiệm cận:

$$I(2;3)$$

Vậy tâm đối xứng là .

d) Đúng

$$x = 1$$

Thay vào hàm số:

$$y(1) = \frac{1-1-1}{1-2} = \frac{-1}{-1} = 1$$

$$A(1;1)$$

Nên đồ thị đi qua .

Kết luận Câu 1: Đúng – Sai – Đúng – Đúng.

Câu 2

$$I(0;6)$$

$$B(2;2), C(-2;2)$$

Parabol có đỉnh và đi qua .

$$Oy$$

Vì trục đối xứng là trục , nên parabol có dạng:

$$y = ax^2 + 6$$

$$B(2;2)$$

Thay vào:

$$2 = 4a + 6 \Rightarrow a = -1$$

$$(P): y = 6 - x^2$$

Suy ra:

Hai cạnh:

$$AB \quad A(0;0) \quad B(2;2) \quad y = x$$

- : đi qua và nên

$$AC \quad A(0;0) \quad C(-2;2) \quad y = -x$$

- : đi qua và nên

$$(H)$$

Do đó miền được giới hạn bởi:

$$y = 6 - x^2$$

- phía trên:

$$y = |x| \quad x \in [-2, 2]$$

- phía dưới: , với

a) Đúng

ABC

Tam giác có:

$$BC = 4$$

- đáy

A đến BC bằng 2

- chiều cao từ đến bằng

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$$

Nên:

b) Sai

(H)

Diện tích hình là:

$$S_H = \int_{-2}^2 [(6 - x^2) - |x|] dx = 2 \int_0^2 (6 - x^2 - x) dx$$

$$= 2 \left[6x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right]_0^2 = 2 \left(12 - \frac{8}{3} - 2 \right) = \frac{44}{3}$$

12

Vậy diện tích không phải .

c) Sai

(H) Ox

Quay quanh trục , thể tích khối tròn xoay là:

$$V = \pi \int_{-2}^2 [(6 - x^2)^2 - (|x|)^2] dx$$

$$(|x|)^2 = x^2$$

Vì , nên:

$$V = \pi \int_{-2}^2 (36 - 13x^2 + x^4) dx = 2\pi \int_0^2 (36 - 13x^2 + x^4) dx$$

$$= 2\pi \left[36x - \frac{13x^3}{3} + \frac{x^5}{5} \right]_0^2 = 2\pi \left(72 - \frac{104}{3} + \frac{32}{5} \right) = \frac{1312\pi}{15}$$

$$\frac{1412\pi}{15}$$

Đề cho nên sai.

d) Sai

(H) Oy

Quay quanh trục , dùng phương pháp vỏ trụ:

$$V = 2\pi \int_{-2}^2 |x| \left[(6 - x^2) - |x| \right] dx = 4\pi \int_0^2 x(6 - x^2 - x) dx$$

$$= 4\pi \int_0^2 (6x - x^3 - x^2) dx = 4\pi \left[3x^2 - \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} \right]_0^2$$

$$= 4\pi \left(12 - 4 - \frac{8}{3} \right) = 4\pi \cdot \frac{16}{3} = \frac{64\pi}{3}$$

$$\frac{32\pi}{3}$$

Đề cho nên sai.

Kết luận Câu 2: Đúng – Sai – Sai – Sai.

Câu 3

Ban đầu có:

20

- hộp sữa thật

10

- hộp sữa giả

30

Tổng cộng hộp.

Gọi:

A

- : khách hàng mua phải sữa giả

B

3

- : lực lượng quản lý thị trường phát hiện có sữa giả trong hộp kiểm tra

a) Đúng

$$P(A) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

b) Đúng

$$P(B)$$

Ta tính .

29

Sau khi khách mua 1 hộp, còn hộp.

$$\frac{20}{30}$$

Trường hợp 1: khách mua sữa thật, xác suất .

19 10

Khi đó còn thật, giả.

$$\frac{\binom{19}{3}}{\binom{29}{3}}$$

3

Xác suất kiểm tra hộp đều là thật:

$$\frac{10}{30}$$

Trường hợp 2: khách mua sữa giả, xác suất .

20 9

Khi đó còn thật, giả.

$$\frac{\binom{20}{3}}{\binom{29}{3}}$$

3

Xác suất kiểm tra hộp đều là thật:

$$P(B) = 1 - \left[\frac{20}{30} \cdot \frac{\binom{19}{3}}{\binom{29}{3}} + \frac{10}{30} \cdot \frac{\binom{20}{3}}{\binom{29}{3}} \right]$$

Vậy:

Mà:

$$\binom{19}{3} = 969, \quad \binom{20}{3} = 1140, \quad \binom{29}{3} = 3654$$

$$P(B) = 1 - \left[\frac{20}{30} \cdot \frac{969}{3654} + \frac{10}{30} \cdot \frac{1140}{3654} \right] = \frac{146}{203}$$

Suy ra:

Nên khẳng định b) đúng.

c) Sai

$$P(B|A)$$

Cần tính .

Nếu biết khách đã mua phải sữa giả, thì còn:

20

- thật

9

- giả

Xác suất kiểm tra phát hiện được sữa giả là:

$$P(B|A) = 1 - \frac{\binom{20}{3}}{\binom{29}{3}} = 1 - \frac{1140}{3654} = \frac{2514}{3654} = \frac{419}{609}$$

$$\frac{419}{1827}$$

Không phải .

d) Đúng

Cần tính:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{419}{609}}{\frac{146}{203}} = \frac{419}{1314}$$

Đúng với khẳng định đã cho.

Kết luận Câu 3: Đúng – Đúng – Sai – Đúng.

Câu 4

$$O_{xyz}$$

Trong không gian , có:

$$M(3; -2; -1)$$

•

$$N(4; 3; 1)$$

•

$$(P): z = -5$$

- mặt phẳng

a) Đúng

Ta có:

$$\overrightarrow{MN} = (4-3; 3-(-2); 1-(-1)) = (1; 5; 2)$$

Phương trình đường thẳng MN qua $M(3; -2; -1)$ và có vectơ chỉ phương $(1; 5; 2)$ là:

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 5t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

Đúng như đề cho.

b) Đúng

Giao điểm của MN với (P) thỏa $z = -5$.

$$z = -1 + 2t = -5$$

Từ đó suy ra:

$$2t = -4 \Rightarrow t = -2$$

$$x = 3 + (-2) = 1, \quad y = -2 + 5(-2) = -12, \quad z = -5$$

Thay vào:

$$E(1; -12; -5)$$

Vậy giao điểm là:

c) Đúng

$$A(a; b; -5)$$

Gọi tiếp điểm là

$$(P) \quad A$$

Vì mặt cầu tiếp xúc với (P) tại A , nên tâm mặt cầu có dạng:

$$I(a; b; -5+r)$$

với bán kính r .

$$M \quad N$$

Do mặt cầu đi qua M và N , ta có:

$$IM = r, \quad IN = r$$

$$IM^2 = r^2$$

Từ đó:

$$(a-3)^2 + (b+2)^2 + (-5+r+1)^2 = r^2$$

$$\Rightarrow (a-3)^2 + (b+2)^2 + (r-4)^2 = r^2$$

$$\Rightarrow (a-3)^2 + (b+2)^2 - 8r + 16 = 0 \quad (1)$$

$$IN^2 = r^2$$

Từ :

$$(a-4)^2 + (b-3)^2 + (-5+r-1)^2 = r^2$$

$$\Rightarrow (a-4)^2 + (b-3)^2 + (r-6)^2 = r^2$$

$$\Rightarrow (a-4)^2 + (b-3)^2 - 12r + 36 = 0 \quad (2)$$

$$(1) \quad 3 \quad (2) \quad 2 \quad r$$

Nhân với , nhân với rồi khử , ta được:

$$(a-1)^2 + (b+12)^2 = 180$$

$$z = -5$$

Đây là phương trình một đường tròn trên mặt phẳng , có bán kính:

$$R = \sqrt{180} = 6\sqrt{5} \approx 13,41$$

Vậy khẳng định c) đúng.

d) Đúng

A

Tâm đường tròn quỹ tích của là:

$$E(1; -12; -5)$$

$$OE = \sqrt{1^2 + (-12)^2 + (-5)^2} = \sqrt{170}$$

Ta có:

OA

$$z = -5$$

Nhưng để tính lớn nhất của , ta làm theo hình chiếu trên mặt phẳng .

Oxy

$$E'(1; -12)$$

Trong mặt phẳng , tâm hình chiếu là nên:

$$OE' = \sqrt{1^2 + (-12)^2} = \sqrt{145}$$

Khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ đến một điểm trên đường tròn chiếu là:

$$\sqrt{145} + 6\sqrt{5}$$

$$OA_{\max} = \sqrt{(\sqrt{145} + 6\sqrt{5})^2 + 25} \approx 25,94$$

Suy ra:

$$25,9$$

Xấp xỉ .

Vậy d) đúng.

Kết luận Câu 4: Đúng – Đúng – Đúng – Đúng.

PHẦN III. Tự luận ngắn

Câu 1

Hiểu theo cách chuẩn của dạng toán này: với mỗi câu hỏi trong 20 câu, mỗi bạn có thể nhận hoặc không nhận câu đó, độc lập nhau. Vì có 5 bạn nên với mỗi câu hỏi có $2^5 = 32$ cách phân cho 5 bạn.

Gọi:

$$a_5$$

- là số câu chung của cả 5 bạn,

$$a_4$$

- là số câu thuộc đúng một nhóm 4 bạn bất kì,

$$a_3$$

- là số câu thuộc đúng một nhóm 3 bạn bất kì.

Theo đề:

$$2 \quad a_5 = 2$$

- số câu chung của cả 5 bạn là , nên ;

$$3$$

$$a_5 + a_4 = 3 \Rightarrow a_4 = 1$$

- số câu chung của một nhóm 4 bạn bất kì là , nên với mỗi nhóm 4 bạn ta có ;

$$4$$

$$a_5 + 2a_4 + a_3 = 4$$

- số câu chung của một nhóm 3 bạn bất kì là , nên .

Thế vào:

$$2 + 2 \cdot 1 + a_3 = 4 \Rightarrow a_3 = 0$$

$$A$$

Vậy cấu trúc của biến cố là:

$$2$$

- có đúng câu được giao cho cả 5 bạn;

5

- có đúng 5 câu, mỗi câu ứng với đúng một nhóm 4 bạn;

13

- câu còn lại chỉ được giao cho nhiều nhất 2 bạn.

Với một câu hỏi, các kiểu “được giao cho nhiều nhất 2 bạn” có:

$$C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 = 1 + 5 + 10 = 16$$

kiểu.

$$p = \frac{\binom{20}{2} \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 16^{13}}{32^{20}}$$

Do đó:

$$p \approx 6,940240382 \times 10^{-7}$$

Tính được:

$$10^{10} p \approx 6940,240382$$

Suy ra:

6940

Làm tròn đến hàng đơn vị:

Câu 2

$$B(0;0) \quad C(60;0) \quad A(0;20) \quad M(x;0) \quad 0 \leq x \leq 60$$

Đặt , , , và với .

Khi đó:

$$AM = \sqrt{x^2 + 20^2} = \sqrt{x^2 + 400}$$

- quãng đường ca nô đi là ,

$$CM = 60 - x$$

- quãng đường xe cứu thương đi là .

Thời gian tương ứng:

$$t_1 = \frac{\sqrt{x^2 + 400}}{60}$$

- ca nô: ,

$$t_2 = \frac{60 - x}{80}$$

- xe cứu thương: .

Để người bệnh được cấp cứu sớm nhất thì cần làm cho $\max(t_1, t_2)$ nhỏ nhất. Tại vị trí tối ưu ta có:

$$\frac{\sqrt{x^2 + 400}}{60} = \frac{60 - x}{80}$$

$$80\sqrt{x^2 + 400} = 60(60 - x)$$

Giải ra:

$$\Rightarrow 6400(x^2 + 400) = 3600(60 - x)^2$$

$$\Rightarrow 7x^2 + 1080x - 15200 = 0$$

Nghiệm phù hợp:

$$x = \frac{-540 + 80\sqrt{74}}{7} \approx 21,17$$

$$t = \frac{\sqrt{x^2 + 400}}{60} \approx 0,48538 \text{ giờ}$$

Khi đó:

$$0,49$$

Làm tròn đến hàng phần trăm: $0,49$ giờ.

$$29,12$$

Tức là khoảng $29,12$ phút.

Câu 3

$$8$$

Viên gạch là hình vuông cạnh 8 dm, nên diện tích là:

$$S_{\text{vuông}} = 8^2 = 64 \text{ dm}^2 = 0,64 \text{ m}^2$$

$$4$$

Đường tròn nội tiếp hình vuông có bán kính 4 dm, nên:

$$S_{\text{tròn}} = 16\pi \text{ dm}^2$$

Mỗi elip có:

$$8 \Rightarrow a = 4$$

• trục lớn 8 dm ,

$$4 \Rightarrow b = 2$$

• trục bé 4 dm .

Diện tích một elip:

$$S_{\text{elip}} = \pi ab = \pi \cdot 4 \cdot 2 = 8\pi \text{ dm}^2 = 0,08\pi \text{ m}^2$$

$$8\pi \text{ dm}^2$$

Phần chấm bi chính là **một elip**, nên diện tích phần chấm bi là

Bây giờ tính phần tô đen.

Đặt hệ trục tọa độ tại tâm hình vuông. Khi đó hai elip có phương trình:

$$E_1: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$$

• ,

$$E_2: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$$

• .

$$x = y = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

Hai đường biên cắt nhau tại:

Diện tích phần giao của hai elip là:

$$S_{\cap} = 4 \left(\int_0^{4/\sqrt{5}} 2\sqrt{1 - \frac{x^2}{16}} dx + \int_{4/\sqrt{5}}^2 4\sqrt{1 - \frac{x^2}{4}} dx \right) = 32 \arctan \frac{1}{2} \text{ dm}^2$$

$$S_{E_1} + S_{E_2} = 8\pi + 8\pi = 16\pi = S_{\text{tròn}}$$

Lại có:

nên phần tô đen chính là phần giao của hai elip:

$$S_{\text{đen}} = 32 \arctan \frac{1}{2} \text{ dm}^2 = 0,32 \arctan \frac{1}{2} \text{ m}^2$$

Tính chi phí cho 1 viên gạch:

$$10 \quad 2 \quad 0,64 \cdot 10 = 6,4$$

• toàn bộ viên gạch nếu tính mức nền nghìn đồng/m : nghìn đồng;

$$5 \quad 2 \quad 0,08\pi \cdot 5 = 0,4\pi$$

• phần chấm bi cao hơn mức nền nghìn đồng/m : nghìn đồng;

$$10 \quad 2 \quad 0,32 \arctan \frac{1}{2} \cdot 10 = 3,2 \arctan \frac{1}{2}$$

• phần đen cao hơn mức nền nghìn đồng/m : nghìn đồng.

$$C_1 = 6,4 + 0,4\pi + 3,2 \arctan \frac{1}{2} \approx 9,1403$$

Vậy chi phí 1 viên: nghìn đồng.

100000 $C = 100000 \cdot 9,1403$ nghìn đồng $\approx 914,03$ triệu đồng
 Với viên:

914

Làm tròn đến hàng đơn vị:

Câu 4

$$\vec{e} = \frac{1}{5}(4; 3; 0) = \left(\frac{4}{5}; \frac{3}{5}; 0\right)$$

Gọi là vector đơn vị theo hướng gió.

$$t = 0 \quad T(60; 75; 0)$$

Tại thời điểm mất liên lạc (.....), tàu ở:

$$20 \quad \vec{e} \quad 2$$

Tàu trôi với vận tốc km/h theo hướng , nên sau phút, tàu ở:

$$T_2 = T + 20 \cdot \frac{2}{60} \vec{e} = T + \frac{2}{3} \vec{e} = \left(60 + \frac{8}{15}; 75 + \frac{2}{5}; 0\right)$$

$$2 \quad A(0; 0; 2)$$

Máy bay sau phút ở vị trí:

1

Do thời gian hạ cánh thẳng đứng xuống mặt biển là phút, nên khi máy bay bắt đầu bay ngang truy đuổi từ , nó phải nhắm tới **vị trí của tàu sau thêm 1 phút nữa**.

Khi đó vị trí “mục tiêu ngang” là:

$$T_3 = T + 20 \cdot \frac{3}{60} \vec{e} = T + \vec{e} = (60; 8; 75; 6; 0)$$

$$50\vec{e} \quad 20\vec{e}$$

Gió đẩy máy bay với vận tốc , còn tàu đi với vận tốc
 $\vec{u} + 30\vec{e}$

Vì vậy vận tốc tương đối của máy bay so với tàu là:

$$\vec{u} \quad 400$$

trong đó là vận tốc do động cơ sinh ra, có độ lớn tối đa km/h.

$$|\vec{u}| = 400 \quad s$$

Để thời gian gặp là nhỏ nhất, ta lấy và vận tốc tương đối hướng thẳng tới mục tiêu. Nếu gọi là

$$|\overrightarrow{AT_3} - 30\vec{e}, s| = 400s$$

thời gian bay ngang (tính bằng giờ), thì:

Oxy

Chiều xuống mặt phẳng :

$$\overrightarrow{AT_3} = (60, 8; 75, 6) \quad 30\vec{e} = (24; 18)$$

, còn

$$(60,8 - 24s)^2 + (75,6 - 18s)^2 = (400s)^2$$

Do đó:

$$39775s^2 + 1410s - 2353 = 0$$

Giải ra:

$$s \approx 0,22614 \text{ h} = 13,57 \text{ phút}$$

Nghiệm dương:

$$2 + 13,57 + 1 = 16,57 \text{ phút}$$

Vậy tổng thời gian tính từ lúc mất liên lạc là:

$$16,6$$

Làm tròn đến hàng phần chục: phút.

Câu 5

Doanh thu:

$$F(x) = 3000x - x^2$$

$$G(x) = x^2 + 1440x + 50$$

Chi phí:

 t

Thuế phụ thu là nghìn đồng trên mỗi sản phẩm, nên lợi nhuận của doanh nghiệp là:

$$P(x) = F(x) - G(x) - tx$$

$$P(x) = 3000x - x^2 - (x^2 + 1440x + 50) - tx = -2x^2 + (1560 - t)x - 50$$

Suy ra:

 t

Với cố định, doanh nghiệp muốn lợi nhuận lớn nhất nên:

$$P'(x) = -4x + 1560 - t = 0 \Rightarrow x = \frac{1560 - t}{4} = 390 - \frac{t}{4}$$

$$R(t) = tx = t \left(390 - \frac{t}{4} \right) = 390t - \frac{t^2}{4}$$

Khi đó tiền thuế nhà nước thu được là:

$$R'(t) = 390 - \frac{t}{2} = 0 \Rightarrow t = 780$$

Đây là parabol quay xuống, đạt giá trị lớn nhất tại:

780

Vậy mức thuế cần tìm là: nghìn đồng.

Câu 6

 S_{ABCD}

Lều là hình chóp tứ giác đều có:

$$AB = 6$$

• cạnh đáy ,

$$SA = SB = SC = SD = 6$$

• cạnh bên .

 O

Gọi là tâm hình vuông đáy. Khi đó:

$$OA = \frac{\text{đường chéo đáy}}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{36 - 18} = 3\sqrt{2}$$

Chiều cao hình chóp: .

$$S_{ABCD} = 6^2 = 36$$

Diện tích đáy: .

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 3\sqrt{2} = 36\sqrt{2} \approx 50,91$$

Thể tích lều: .

50,9

Làm tròn đến hàng phần chục: .