
(Đề thi có 04 trang)

Họ và
tên:

Số báo danh: Mã đề 121

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. (Mỗi câu Học sinh chỉ chọn một đáp án)

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; -2)$. Độ dài $\overline{AB}$ bằng bao nhiêu?

- A. 22. B. $\sqrt{26}$. C. 26. D. $\sqrt{22}$.

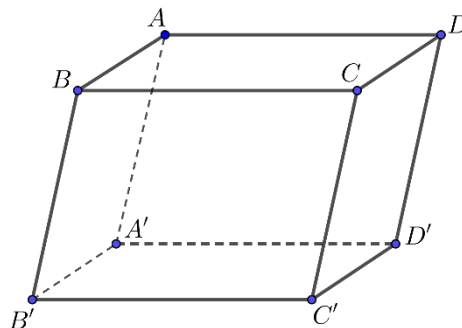
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y		3	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



- Khi đó $\overline{BA} + \overline{BC} + \overline{BB'}$ bằng
- A. $\overline{BD}$. B. $\overline{BA'}$. C. $\overline{BD'}$. D. $\overline{BC'}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = -20\vec{i} + 6\vec{j} + 9\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{u}$ là

A. $(20; 6; 9)$. B. $(-20; 6; 0)$. C. $(20; 6; 0)$. D. $(-20; 6; 9)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Tọa độ điểm D là hình chiếu vuông góc của điểm A trên $mp(Oxy)$ là

- A. $D(1; -2; 0)$. B. $D(1; 2; 0)$. C. $D(1; 0; -3)$. D. $D(-1; 2; 0)$.

Câu 6. Điểm bài kiểm tra thường xuyên của 36 học sinh lớp 12A được cho bởi bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm điểm	[1; 3)	[3; 5)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)
Số học sinh	0	2	20	10	4

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên bằng

- A. 6. B. 9. C. 8. D. 10.

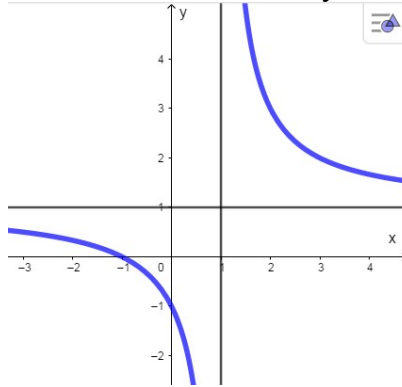
Câu 7. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. -3. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 8. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 2x + 1 + \frac{1}{x-1}$ có phương trình là

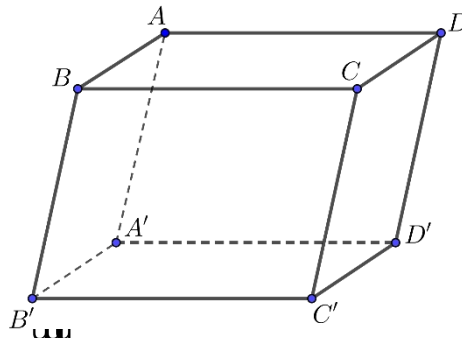
- A. $y = 2x + 1$. B. $y = 2x - 1$. C. $y = x - 1$. D. $x = 1$.

Câu 9. Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{x+1}{x-1}$. C. $y = x^3 - 3x - 1$. D. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



- Vector nào sau đây bằng Vector $\overrightarrow{BC}$?
- A. $\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{A'D'}$. C. $\overrightarrow{DA}$. D. $\overrightarrow{D'A'}$.

Câu 11. Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1), B(2; 1; 2), D(1; -1; 1), C'(4; 5; -5)$. Tọa độ tâm I của hình hộp là

- A. $I\left(-\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; -2\right)$. B. $I\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; -2\right)$. C. $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$. D. $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$.

Câu 12. Vận tốc đi xe đạp điện của các học sinh lớp 12 được thống kê trong bảng sau:

Vận tốc (km/giờ)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số học sinh	9	20	25	15	1

ưa từ phân vị thứ nhất

- Nhóm ch
- A. [25; 30). B. [20; 25). C. [40; 45). D. [30; 35).

PHẦN II. (2 Điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$, có đồ thị (C).

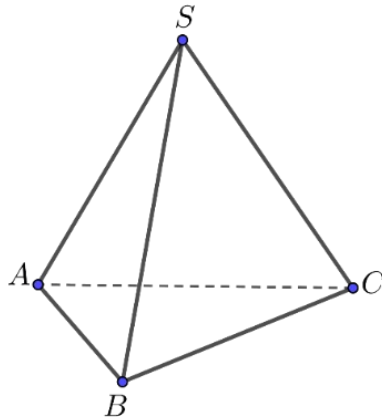
- a) Tập xác định hàm số là $D = \mathbb{R}$.

b) Hàm số có đạo hàm $y' = f'(x) = 3x^2 + 6x - 1$.

c) $f(2) = 19$.

d) (C) có tâm đối xứng $I(-1; 1)$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ với $A(1; -2; 3)$, $B(-2; 0; 1)$ và $C(4; 3; -2)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M, N lần lượt là trung điểm của AB và SC .



a) $G\left(2; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

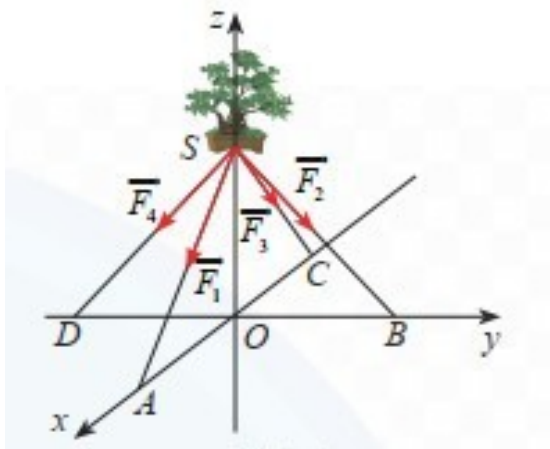
b) Với $E(7; 1; 2)$ thì $ABCE$ là hình bình hành.

c) $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = 3\vec{SG}$.

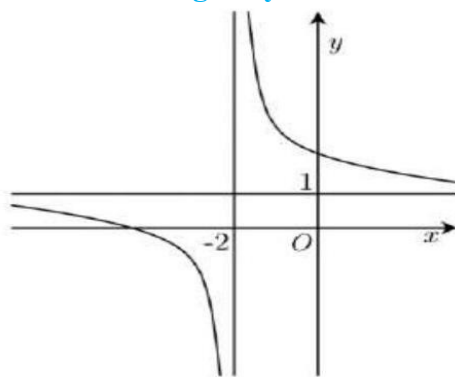
d) $2\vec{NM} = \vec{SA} + \vec{CB}$.

PHẦN III. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN. Học sinh trả lời câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0; 0; 30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(10; 0; 0)$, $B(0; 10; 0)$, $C(-10; 0; 0)$, $D(0; -10; 0)$ (đơn vị cm) tạo thành chóp đều $SABCD$. Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn $60N$ và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Tính $|\vec{F}_1| = ?$ (làm tròn đến hàng phần chục)



Câu 2. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Có đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang lần lượt là $x = a; y = b$ Tính giá trị của $A = 100a + b$

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-3; 2]$ lần lượt là M, m Tính giá trị của $M - 100m$

Câu 4. Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất cách mặt đất 6 m, cách điểm xuất phát 3 m về phía Nam và 2 m về phía Đông. Chiếc flycam thứ hai cách mặt đất 5 m, cách điểm xuất phát 6 m về phía Bắc và 6 m về phía Tây. Chọn hệ trục tọa độ O_{xyz} với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng (O_{xy}) trùng với mặt đất có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo mét. khoảng cách của 2 flycam bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần chục)

PHẦN IV. TỰ LUẬN

Câu 1. (1,0 điểm) Tìm hiểu về thu nhập trung bình của mỗi nhân viên trong số 35 nhân viên ở một công ty, người ta thu được bảng số liệu sau:

Thu nhập trung bình (triệu đồng/tháng)	[15;18)	[18;21)	[21;24)	[24;27)	[27;30)
Số nhân viên	5	9	11	6	4

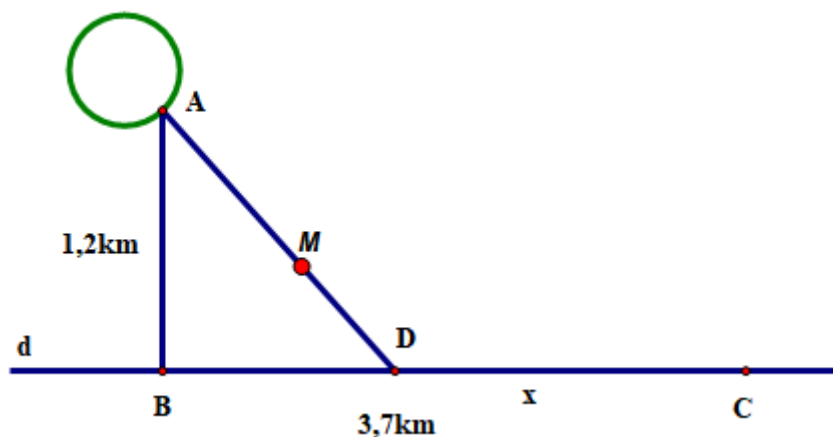
Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 2. (1,0 điểm) Bộ điều khiển drone đặt tại gốc tọa độ O của hệ trục O_{xyz} , đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Drone di chuyển từ vị trí $A(60;30;20)$ qua khỏi ngọn cây ở vị trí $B(-75;21;8)$. Sau đó hạ cánh xuống địa điểm $M(a;b;0)$. Tính $a+b$, biết A, B, M thẳng hàng.

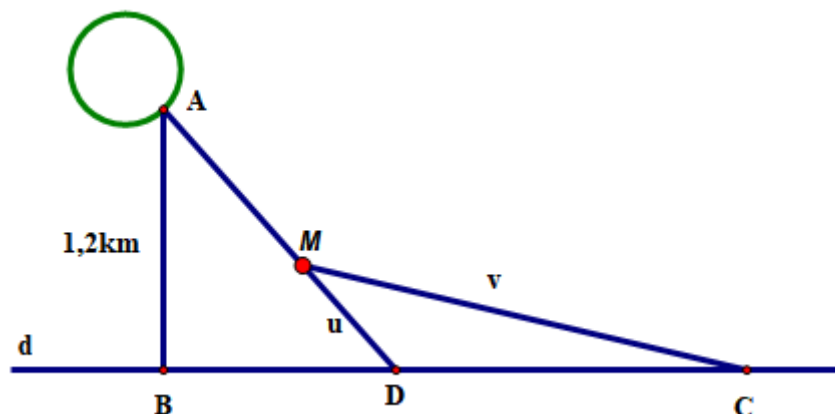


Câu 3. (1,0 điểm) Trong đợt lũ vừa qua, thôn A bị cô lập giữa biển nước. Một nhóm thiện nguyện tập kết thực phẩm ở vị trí C để ứng cứu người dân. Sau khi nghiên cứu cách tiếp cận, họ xác định có thể đi theo đường bộ d và rẽ qua vùng ngập sâu đi bằng thuyền thúng để đến được thôn A. Vận tốc trên đường bộ $5km/h$ và vận tốc trên vùng nước ngập $3km/h$. Khoảng cách AB từ thôn A đến đường bộ d bằng $1,2km$, và đo được $CB = 3,7km$. Người ta chọn rẽ ở vị trí D trên đường thẳng d sao cho tổng thời gian đi về là nhanh nhất.

a. Tính độ dài đoạn thẳng CD theo đơn vị mét. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



b. Với kết quả tìm được ở câu a, tại thời điểm thuyền thúng ở vị trí M cách D một khoảng $u = 0,9 \text{ km}$ thì tốc độ tăng khoảng cách v từ thuyền thúng đến vị trí tập kết lúc này bằng bao nhiêu km/h ? Biết vận tốc thuyền thúng không đổi 3 km/h .



----- HẾT -----

SỞ GD&ĐT THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG
TRƯỜNG THPT NGUYỄN THÁI BÌNH

(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I
NĂM HỌC 2025 - 2026
MÔN: TOÁN - KHỐI 12
Thời gian làm bài: 90 phút
(không kể thời gian phát đề)

Họ và
tên:

Số báo danh: Mã đề 122

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. (Mỗi câu học sinh chỉ chọn một đáp án)

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -3; 1)$, $B(3; 0; -2)$. Độ dài $\overline{AB}$ bằng
A. $2\sqrt{3}$. B. $\sqrt{26}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $\sqrt{19}$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = 20\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{u}$ là
A. $(-20; -4; 3)$. B. $(20; 4; -3)$. C. $(20; -4; -3)$. D. $(20; 4; 3)$.

Câu 3. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + 1 + \frac{1}{x-1}$ có phương trình là
A. $y = x + 1$. B. $x = 1$. C. $y = 2x - 1$. D. $y = x - 1$.

Câu 4. Điểm bài kiểm tra thường xuyên của 42 học sinh lớp 12A được cho bởi bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm điểm	[0,5; 2,5)	[2,5; 4,5)	[4,5; 6,5)	[6,5; 8,5)	[8,5; 10,5)
Số học sinh	1	3	20	10	8

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên bằng

- A. 9. B. 10. C. 9,5. D. 8.

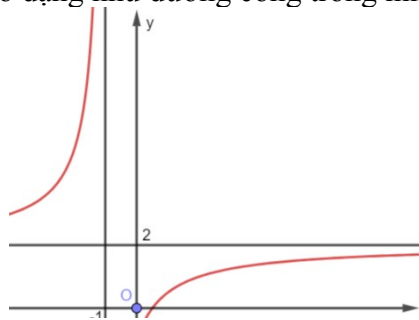
Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Tìm tọa độ điểm D là hình chiếu vuông góc của điểm A trên $mp(Oxz)$.

- A. $D(1; 0; -3)$. B. $D(-1; 0; 0)$. C. $D(-1; 0; -3)$. D. $D(1; 0; 3)$.

Câu 6. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

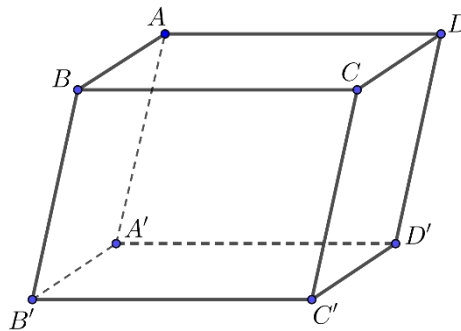
- A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. -3. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau.



- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{2x^2+3x+2}{x+1}$. C. $y = x^3 - 3x - 1$. D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



- Khi đó $DA + DC + DD'$ bằng
- A. DA' . B. DB' . C. DC' . D. DB .

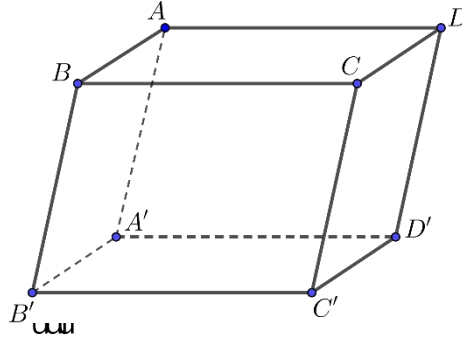
Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây

- A. $(-1; 1)$. B. $(-2; 3)$. C. $(-1; +\infty)$. D. C. $(-2; +\infty)$.

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



Vector nào sau đây bằng Vector $\overrightarrow{CD}$?

- A. $\overrightarrow{AB}$. B. $\overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{D'C'}$. D. $\overrightarrow{B'A'}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(2;0;2), B(2;1;2), D(1;-1;1), C'(4;5;-5)$. Tìm tọa độ tâm I của hình hộp?

- A. $I\left(-\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; -2\right)$. B. $I\left(3; \frac{5}{2}; -3\right)$. C. $I\left(3; \frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. D. $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$.

Câu 12. Vận tốc đi xe đạp điện của các học sinh lớp 12 được thống kê trong bảng sau:

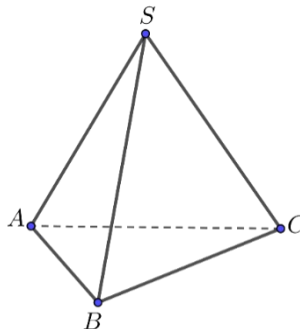
Vận tốc (km/giờ)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số học sinh	9	20	25	15	1

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba

- A. [20; 25). B. [30; 35). C. [40; 45). D. [35; 40).

PHẦN II. (2 Điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ với $A(1;2;0)$, $B(0;-1;3)$, $C(3;0;-1)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M, N lần lượt là trung điểm của AB và SC .



- a) $G\left(2; \frac{1}{2}; 1\right)$.
b) Với $D(4;3;-4)$ thì $ABCD$ là hình bình hành.
c) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG}$.
d) $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 2. Cho hàm số Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$, có đồ thị (C) .

- a) Tập xác định hàm số là $D = \mathbb{R}$.
b) Hàm số có đạo hàm $y' = f'(x) = 3x^2 + 6x$.
c) $f(3) = 45$.

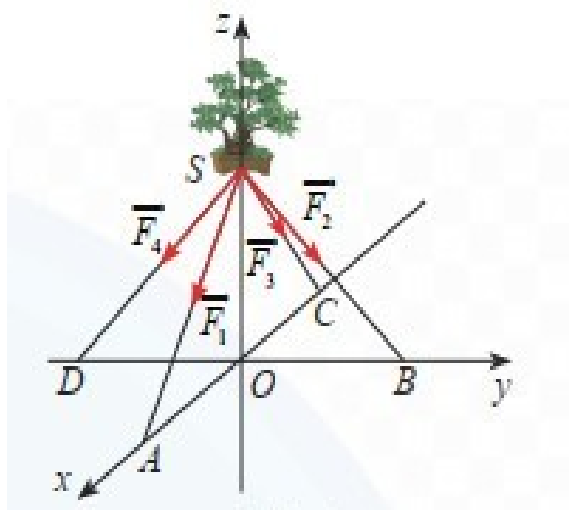
d) (C) có tâm đối xứng $I(-1; -5)$.

PHẦN III. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN. Học sinh trả lời câu 1 đến câu 4.

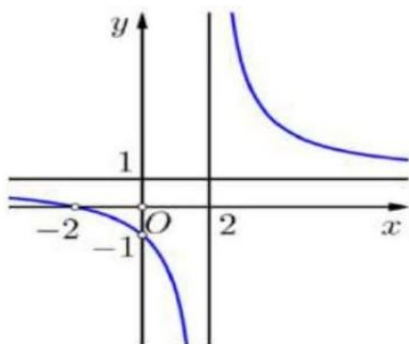
Câu 1. Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một giờ bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Nam $30(km)$ và về phía Đông $20(km)$, đồng thời cách mặt đất $2(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $40(km)$ và về phía Tây $25(km)$, đồng thời cách mặt đất $4(km)$. Chọn hệ trục Oxyz, Ox là hướng Nam, Oy là hướng Đông và mặt đất là mặt phẳng (Oxy). khoảng cách của 2 máy bay ?(làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 2. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-2; 3]$ lần lượt là M, m Tính giá trị của $50M - 200m$

Câu 3. Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0; 0; 30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(15; 0; 0), B(0; 15; 0), C(-15; 0; 0), D(0; -15; 0)$ (đơn vị cm) tạo thành chóp đều $SABCD$. Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn $40N$ và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Tính $|\vec{F}_1| = ?$ (làm tròn đến hàng phần chục)



Câu 4. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Có đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang lần lượt là $x = a; y = b$. Tính giá trị của $A = 1000a - 100b$

PHẦN IV. TỰ LUẬN

Câu 1. (1,0 điểm) Tìm hiểu về thu nhập trung bình của mỗi nhân viên trong số 35 nhân viên ở một công ty, người ta thu được bảng số liệu sau:

Thu nhập trung bình (triệu đồng/tháng)	[15;17)	[17;19)	[19;21)	[21;23)	[23;25)
Số nhân viên	5	8	12	6	4

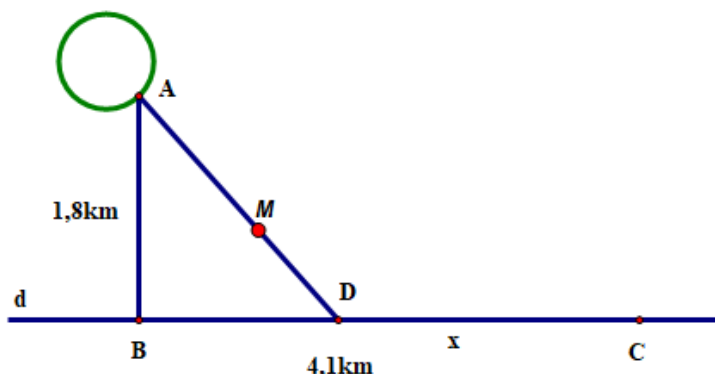
Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 2. (1,0 điểm) Bộ điều khiển drone đặt tại gốc tọa độ O của hệ trục $Oxyz$, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Drone di chuyển từ vị trí $A(60;30;20)$ qua khỏi ngọn cây ở vị trí $B(-75;21;5)$. Sau đó hạ cánh xuống địa điểm $M(a;b;0)$. Tính $a+b$, biết A, B, M thẳng hàng.

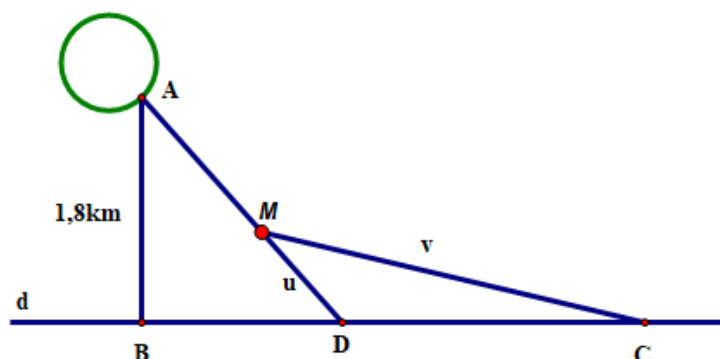


Câu 3. (1,0 điểm) Trong đợt lũ vừa qua, thôn A bị cô lập giữa biển nước. Một nhóm thiện nguyện tập kết thực phẩm ở vị trí C để ứng cứu người dân. Sau khi nghiên cứu cách tiếp cận, họ xác định có thể đi theo đường bộ d và rẽ qua vùng ngập sâu đi bằng thuyền thúng để đến được thôn A. Vận tốc trên đường bộ 5 km/h và vận tốc trên vùng nước ngập 4 km/h . Khoảng cách AB từ thôn A đến đường bộ d bằng $1,8\text{ km}$, và đo được $CB = 4,1\text{ km}$. Người ta chọn rẽ ở vị trí D trên đường thẳng d sao cho tổng thời gian đi về là nhanh nhất.

a. Tính độ dài đoạn thẳng CD theo đơn vị mét. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



b. Với kết quả tìm được ở câu a, tại thời điểm thuyền thúng ở vị trí M cách D một khoảng $u = 1,5\text{ km}$ thì tốc độ tăng khoảng cách v từ thuyền thúng đến vị trí tập kết lúc này bằng bao nhiêu km/h ? Biết vận tốc thuyền thúng không đổi 4 km/h .



----- HẾT -----

(Đề thi có 04 trang)

HƯỚNG DẪN CHẤM**PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn**

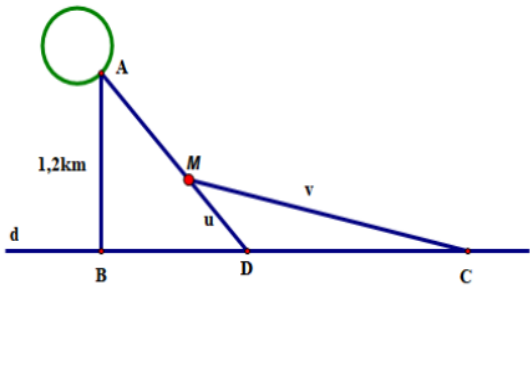
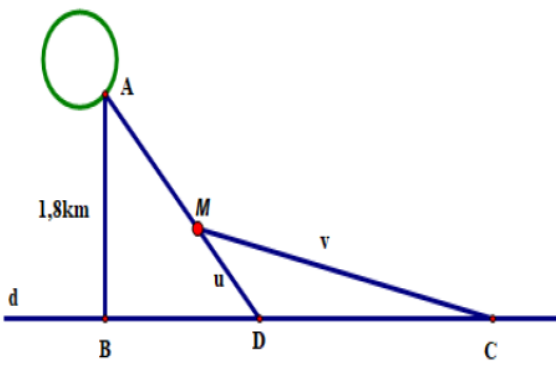
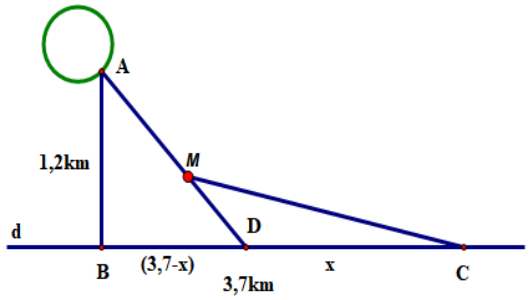
Mã đề	Đáp án											
121	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	D	D	C	D	B	C	D	A	B	B	B	A
122	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	C	B	A	B	A	C	A	B	A	D	C	B

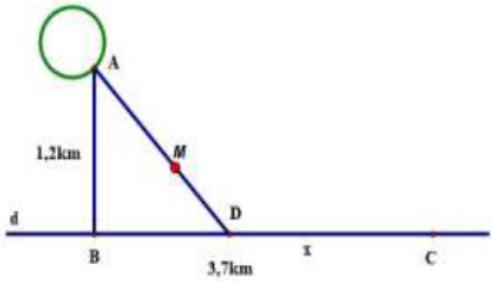
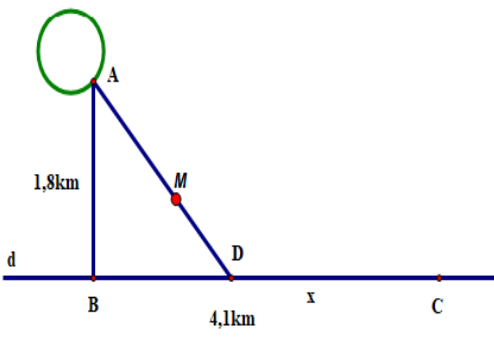
PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
121	a)D-b)S-c)D-d)D	a)S-b)S-c)D-d)D		
122	a)S-b)D-c)S-d)D	a)D-b)S-c)S-d)S		

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
121	15,8	-199	5301	12,1		
122	83.2	1150	11,2	1900		

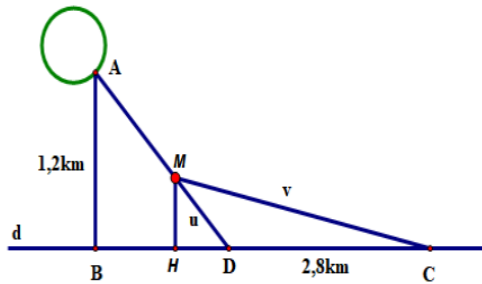
	
<p>a) Đáp án 2800.</p>  <p>Đặt $CD = x$. Khi đó, tổng thời gian đi từ C đến A qua D là:</p> $f(x) = \frac{x}{5} + \frac{\sqrt{1,2^2 + (3,7 - x)^2}}{3}$ <p>Khảo sát tìm a để tìm</p> $f(x) = \frac{x}{5} + \frac{\sqrt{1,2^2 + (3,7 - x)^2}}{3} \text{ min.}$ $f'(x) = \frac{1}{5} + \frac{-2(3,7 - x)}{3 \cdot 2 \sqrt{1,2^2 + (3,7 - x)^2}}$ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{5} + \frac{-2(3,7 - x)}{3 \cdot 2 \sqrt{1,2^2 + (3,7 - x)^2}} = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 4,6 \\ x = 2,8 \end{cases}$ <p>Ta chỉ lấy $x = 2,8(km) \Rightarrow x = 2800(m)$.</p>	<p>Đặt $CD = x$. Khi đó, tổng thời gian đi từ C đến A qua D là:</p> $f(x) = \frac{x}{5} + \frac{\sqrt{1,8^2 + (4,1 - x)^2}}{4}$ <p>Khảo sát tìm a để</p> $f(x) = \frac{x}{5} + \frac{\sqrt{1,8^2 + (4,1 - x)^2}}{4} \text{ min.}$ $f'(x) = \frac{1}{5} + \frac{-2(4,1 - x)}{4 \cdot 2 \sqrt{1,8^2 + (4,1 - x)^2}}$ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{5} + \frac{-2(4,1 - x)}{4 \cdot 2 \sqrt{1,8^2 + (4,1 - x)^2}} = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 1,7 \\ x = 6,5 \end{cases}$ <p>Học sinh đạo hàm trên máy tính đc kết quả 2,8 (đề lẻ) và 1,7 (đề chẵn) vẫn chấm điểm tối đa.</p> <p>Ta chỉ lấy $x = 1,7(km) \Rightarrow x = 1700(m)$.</p>
	<p>0,25</p>
	<p>0,25</p>

	<p>Đáp số: -150.</p> <p>Ta có A, B, M thẳng hàng khi $\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{AB}$ cùng phương.</p> <p>Mà $\overrightarrow{AM} = (a - 60; b - 30; -20);$ $\overrightarrow{AB} = (-135; -9; -12)$</p>	<p>Đáp số: -102.</p> <p>Ta có A, B, M thẳng hàng khi $\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{AB}$ cùng phương.</p> <p>Mà $\overrightarrow{AM} = (a - 60; b - 30; -20)$ $\overrightarrow{AB} = (-135; -9; -16)$</p>	<p>0,25</p>
	<p>Do đó $\frac{a-60}{-135} = \frac{b-30}{-9} = \frac{-20}{-12} \Rightarrow \begin{cases} a = -165 \\ b = 15 \end{cases}$</p> <p>Vậy $M(-165; 15; 0) \Rightarrow a + b = -150$.</p>	<p>Do đó $\frac{a-60}{-135} = \frac{b-30}{-9} = \frac{-20}{-15} \Rightarrow \begin{cases} a = -120 \\ b = 18 \end{cases}$</p> <p>Vậy $M(-120; 18; 0) \Rightarrow a + b = -102$.</p>	<p>0,25</p>
<p>3 1,0đ</p>	<p>Trong đợt lũ vừa qua, thôn A bị cô lập giữa biển nước. Một nhóm thiện nguyện tập kết thực phẩm ở vị trí C để ứng cứu người dân. Sau khi nghiên cứu cách tiếp cận, họ xác định có thể đi theo đường bộ d và rẽ qua vùng ngập sâu đi bằng thuyền thúng để đến được thôn A. Vận tốc trên đường bộ $5km/h$ và vận tốc trên vùng nước ngập $3km/h$. Khoảng cách AB từ thôn A đến đường bộ d bằng $1,2km$, và đo được $CB = 3,7km$. Người ta chọn rẽ ở vị trí D trên đường thẳng d sao cho tổng thời gian đi về là nhanh nhất.</p> <p>a) Tính độ dài đoạn thẳng CD theo đơn vị mét. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.</p>  <p>b) Với kết quả tìm được ở câu a, tại thời điểm thuyền thúng ở vị trí M cách D một khoảng $u = 0,9km$ thì tốc độ tăng khoảng cách v từ thuyền thúng đến vị trí tập kết lúc này bằng bao nhiêu km/h? Biết vận tốc thuyền thúng không đổi $3km/h$.</p>	<p>Trong đợt lũ vừa qua, thôn A bị cô lập giữa biển nước. Một nhóm thiện nguyện tập kết thực phẩm ở vị trí C để ứng cứu người dân. Sau khi nghiên cứu cách tiếp cận, họ xác định có thể đi theo đường bộ d và rẽ qua vùng ngập sâu đi bằng thuyền thúng để đến được thôn A. Vận tốc trên đường bộ $5km/h$ và vận tốc trên vùng nước ngập $4km/h$. Khoảng cách AB từ thôn A đến đường bộ d bằng $1,8km$, và đo được $CB = 4,1km$. Người ta chọn rẽ ở vị trí D trên đường thẳng d sao cho tổng thời gian đi về là nhanh nhất.</p> <p>a. Tính độ dài đoạn thẳng CD theo đơn vị mét. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.</p>  <p>b. Với kết quả tìm được ở câu a, tại thời điểm thuyền thúng ở vị trí M cách D một khoảng $u = 1,5km$ thì tốc độ tăng khoảng cách v từ thuyền thúng đến vị trí tập kết lúc này bằng bao nhiêu km/h? Biết vận tốc thuyền thúng không đổi $4km/h$.</p>	<p>0,25</p>

PHẦN IV: Tự luận

Câu	Mã đề lẻ	Mã đề chẵn	Điểm																								
1 1,0đ	<p>Tìm hiểu về thu nhập trung bình của mỗi nhân viên trong số 35 nhân viên ở một công ty, người ta thu được bảng số liệu sau:</p> <table><tr><td>Thu nhập trung bình (triệu đồng/tháng)</td><td>[15;18)</td><td>[18;21)</td><td>[21;24)</td><td>[24;27)</td><td>[27;30)</td></tr><tr><td>Số nhân viên</td><td>5</td><td>9</td><td>11</td><td>6</td><td>4</td></tr></table> <p>Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).</p>	Thu nhập trung bình (triệu đồng/tháng)	[15;18)	[18;21)	[21;24)	[24;27)	[27;30)	Số nhân viên	5	9	11	6	4	<p>Tìm hiểu về thu nhập trung bình của mỗi nhân viên trong số 35 nhân viên ở một công ty, người ta thu được bảng số liệu sau:</p> <table><tr><td>Thu nhập trung bình (triệu đồng/tháng)</td><td>[15;17)</td><td>[17;19)</td><td>[19;21)</td><td>[21;23)</td><td>[23;25)</td></tr><tr><td>Số nhân viên</td><td>5</td><td>8</td><td>12</td><td>6</td><td>4</td></tr></table>	Thu nhập trung bình (triệu đồng/tháng)	[15;17)	[17;19)	[19;21)	[21;23)	[23;25)	Số nhân viên	5	8	12	6	4	
Thu nhập trung bình (triệu đồng/tháng)	[15;18)	[18;21)	[21;24)	[24;27)	[27;30)																						
Số nhân viên	5	9	11	6	4																						
Thu nhập trung bình (triệu đồng/tháng)	[15;17)	[17;19)	[19;21)	[21;23)	[23;25)																						
Số nhân viên	5	8	12	6	4																						
	<p>Đáp số: 5,38.</p> <p>Ta có: $\frac{n}{4}=8,75$, chọn nhóm 2 là nhóm có tần số tích lũy lớn hơn 8,75.</p> <p>Áp dụng công thức $Q_i=s_k+\frac{i.\frac{n}{4}-cf_{k-1}}{n_k}.h$</p> <p>$\Rightarrow Q_1=18+\frac{8,75-5}{9}.3=19,25.$</p>	<p>$n=35$</p> <p>$\frac{n}{4}=8,75, Q_1=17+(\frac{8,75-5}{8})2=17,9375$</p>	0,5																								
	<p>Ta có: $3.\frac{n}{4}=26,25$, chọn nhóm 4 là nhóm có tần số tích lũy lớn hơn 26,25.</p> <p>$\Rightarrow Q_3=24+\frac{26,25-25}{6}.3=24,625.$</p>	<p>$\frac{3n}{4}=26,25, Q_3=21+(\frac{26,25-23}{6})2=21,417$</p>	0,25																								
	<p>Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là $\Delta Q=Q_3-Q_1=5,375\approx 5,38.$</p>	<p>$\Delta_Q=Q_3-Q_1=22,625-19,25=3,375$</p>	0,25																								
2	<p>Bộ điều khiển drone đặt tại gốc tọa độ O của hệ trục $Oxyz$, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Drone di chuyển từ vị trí $A(60;30;20)$ qua khỏi ngọn cây ở vị trí $B(-75;21;8)$. Sau đó hạ cánh xuống địa điểm $M(a;b;0)$. Tính $a+b$, biết A, B, M thẳng hàng.</p> 	<p>Bộ điều khiển drone đặt tại gốc tọa độ O của hệ trục $Oxyz$, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Drone di chuyển từ vị trí $A(60;30;20)$ qua khỏi ngọn cây ở vị trí $B(-75;21;5)$. Sau đó hạ cánh xuống địa điểm $M(a;b;0)$. Tính $a+b$, biết A, B, M thẳng hàng.</p> 																									

b)Đáp án: 2,27km/h.



Đặt $MD = u$. Khi đó, $MH = \frac{4}{5}u$, $HD = \frac{3}{5}u$.

$$\text{Do đó: } MC = v = \sqrt{\left(\frac{4}{5}u\right)^2 + \left(\frac{3}{5}u + 2,8\right)^2}.$$

$$\text{Hay } v = \sqrt{u^2 + 3,36u + 7,84}.$$

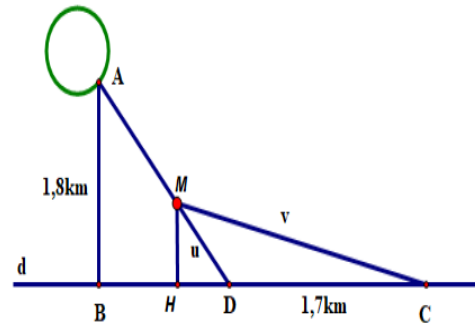
Thì $u = u(t)$; $v = v(t)$ là các hàm khoảng cách theo biến thời gian t nên

$$v'_t = \frac{2uu'_t + 3,36u'_t}{2\sqrt{u^2 + 3,36u + 7,84}}$$

Tại thời điểm thuyền thúng ở vị trí M cách D một khoảng $u = 0,9km$, với vận tốc thuyền thúng không đổi $u' = 3km/h$, lúc đó, vận tốc thay đổi khoảng cách từ thuyền thúng đến vị trí tập kết thực phẩm bằng

$$v'_t = \frac{2 \cdot 0,9 \cdot 3 + 3,36 \cdot 3}{2\sqrt{0,9^2 + 3,36 \cdot 0,9 + 7,84}} \approx 2,27. \text{ Do đó}$$

tốc độ tăng khoảng cách v là 2,27km/h.



Đặt $MD = u$. Khi đó, $MH = \frac{3}{5}u$, $HD = \frac{4}{5}u$.

$$\text{Do đó: } MC = v = \sqrt{\left(\frac{3}{5}u\right)^2 + \left(\frac{4}{5}u + 1,7\right)^2}.$$

$$\text{Hay } v = \sqrt{u^2 + 2,72u + 2,89}.$$

Thì $u = u(t)$; $v = v(t)$ là các hàm khoảng cách theo biến thời gian t nên

$$v'_t = \frac{2uu'_t + 2,72u'_t}{2\sqrt{u^2 + 2,72u + 2,89}}$$

Tại thời điểm thuyền thúng ở vị trí M cách D một khoảng $u = 1,5km$, với vận tốc thuyền thúng không đổi $u' = 4km/h$, lúc đó, vận tốc thay đổi khoảng cách từ thuyền thúng đến vị trí tập kết thực phẩm bằng

$$v'_t = \frac{2 \cdot 1,5 \cdot 4 + 2,72 \cdot 4}{2\sqrt{1,5^2 + 2,72 \cdot 1,5 + 2,89}} \approx 3,77. \text{ Do đó}$$

tốc độ tăng khoảng cách v là 3,77km/h.

0,25

0,25

3b
C2

Tam giác CDM có

$$\begin{aligned} CD &= 2,8km, \cos CDM = -\cos ADB \\ &= -\frac{3,7 - 2,8}{\sqrt{1,2^2 + 0,9^2}} = -0,6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MC^2 &= v^2 = CD^2 + u^2 - 2CDu \cdot \cos(CMD) \\ &= 7,84 + u^2 + 3,36u \end{aligned}$$

Tại thời điểm $u = 0,9$, $v = 3,4167$

$$2v \cdot v' = 2uu' - 2CD \cdot \cos(CMD) \cdot u'$$

$$v = 2,27km/h$$

Tam giác CDM có

$$\begin{aligned} CD &= 1,7km, \cos CDM = -\cos ADB \\ &= -0,8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MC^2 &= v^2 = CD^2 + u^2 - 2CDu \cdot \cos(CMD) \\ &= 2,89 + u^2 + 2,72u \end{aligned}$$

Tại thời điểm $u = 1,5$, $v = \sqrt{9,22}$

$$2v \cdot v' = 2uu' - 2CD \cdot \cos(CMD) \cdot u'$$

$$v = 3,77km/h$$

