

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI**

**KỲ KIỂM TRA KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG
HỌC SINH LỚP 12 CẤP THPT
NĂM HỌC 2025-2026
MÔN THI: TOÁN**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 04 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Mã đề 1307

Số báo danh:

PHẦN I. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Kết quả kiểm tra Toán của 40 học sinh lớp 12 A được cho bởi bảng sau:

Khoảng điểm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10]$
Số học sinh	0	8	15	10	7

Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng điểm nào sau đây?

- A. $[2; 4)$. B. $[6; 8)$. C. $[4; 6)$. D. $[8; 10]$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[0; 2]$. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là

- A. $\int_0^2 [f(x)]^2 dx$. B. $\pi \int_0^2 [f(x)]^2 dx$. C. $\pi \int_0^2 f(x) dx$. D. $\int_0^2 f(x) dx$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) \leq 3$ là

- A. $[1; 9]$. B. $(1; 9]$. C. $(-\infty; 9]$. D. $(1; 9)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

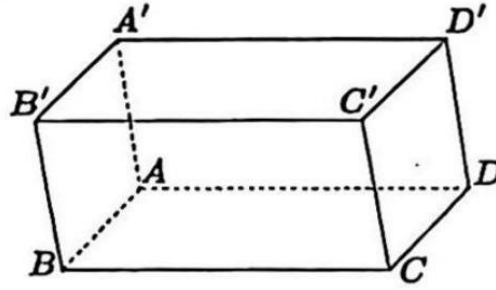
Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

- A. $(1; -2; 2)$. B. $(-1; -2; 2)$. C. $(1; 2; 2)$. D. $(-1; 1; 2)$.

Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu tiên $u_1 = 3$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ tư của cấp số nhân đã cho là

- A. $u_4 = -48$. B. $u_4 = -24$. C. $u_4 = -4$. D. $u_4 = 48$.

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó, tổng $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{DD'}$ bằng



A. $\overline{AD'}$.

B. $\overline{C'A}$.

C. $\overline{AC'}$.

D. $\overline{D'A}$.

Câu 8. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^7$ là

A. $\frac{x^8}{8} + C$.

B. $7x^6 + C$.

C. $8x^8 + C$.

D. $\frac{x^7}{7} + C$.

Câu 9. Cho hình chóp $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = a, OB = b, OC = c$. Thể tích của khối chóp $O.ABC$ bằng

A. abc .

B. $\frac{abc}{3}$.

C. $\frac{abc}{2}$.

D. $\frac{abc}{6}$.

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

A. $\mathbb{R}, \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathbb{R}, \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $\mathbb{R}, \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathbb{R}, \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{u}$ là

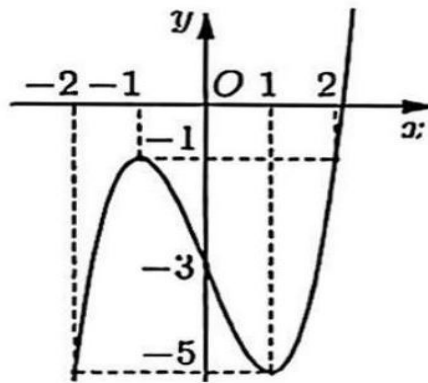
A. $(1; 3; -2)$.

B. $(3; 1; -2)$.

C. $(3; -2; 1)$.

D. $(-2; 3; 1)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 2]$ bằng



A. 0.

B. -1.

C. -5.

D. -6.

PHẦN II. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu hỏi, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một người đang điều khiển ô tô chạy trên đường cao tốc. Khi cách trạm thu phí 1000 m, tốc độ của ô tô là 90 km/h. Sau đó 20 giây, người điều khiển ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ (m/s), trong đó t

là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc và $v(t) > 0$ với mọi $t \in [0; 30]$. Sau 30 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc, ô tô đến trạm thu phí.

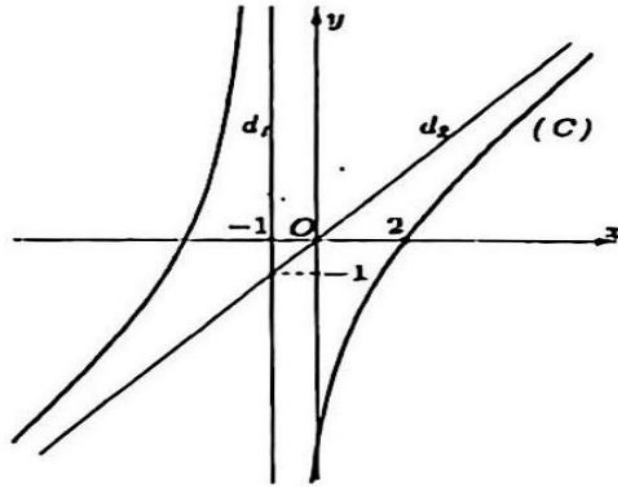
a) Quãng đường từ vị trí ô tô bắt đầu giảm tốc đến trạm thu phí là 500 m .

b) Giá trị của b là 90 .

c) Giá trị của a là $-\frac{5}{9}$.

d) Tốc độ tối đa cho phép của phương tiện khi qua trạm thu phí là 30 km/h . Người điều khiển ô tô đó đã tuân thủ đúng tốc độ quy định khi đi qua trạm thu phí.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ ($a \neq 0$) có đồ thị là đường cong (C). Các đường thẳng d_1, d_2 lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đường cong (C) như hình vẽ.



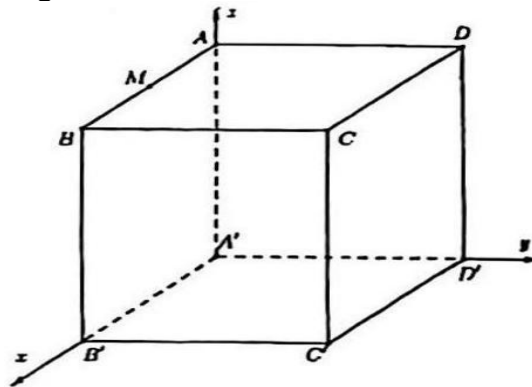
a) Đồ thị (C) đi qua điểm có tọa độ là $(0; 2)$.

b) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

c) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x$.

d) Giá trị của tổng $a + b + c + d$ là một số âm.

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = 4, AD = 3$ và $AA' = 12$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O trùng với điểm A' ; các tia $A'B', A'D', A'A$ lần lượt trùng với các tia Ox, Oy, Oz (tham khảo hình vẽ). Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB .



a) Tọa độ của điểm D là $(0; 3; 12)$.

b) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MD}$ là $(2; -3; 0)$.

c) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (MDC') có tọa độ là $(3; 2; 1)$.

d) Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng (MDC') lớn hơn 5.

Câu 4. Trong vòng chung kết của cuộc thi ĐƯỜNG ĐẾN VINH QUANG có 4 thí sinh An, Bình, Toàn và Phương tham gia thi đấu. Sau khi An, Bình và Toàn hoàn thành phần thi cuối của mình, điểm số của ba bạn đạt được lần lượt là 180 điểm, 200 điểm và 170 điểm. Bạn Phương là thí sinh cuối cùng bước vào phần thi cuối với điểm số hiện có là 190 điểm.

Tại phần thi cuối, mỗi thí sinh phải trả lời 3 câu hỏi thuộc ba lĩnh vực: Tự nhiên, Xã hội và Tiếng Anh. Mỗi câu trả lời đúng được 20 điểm, trả lời sai hoặc không trả lời bị trừ 10 điểm. Thí sinh có quyền sử dụng "Ngôi sao hy vọng" tối đa một lần cho một trong ba câu hỏi, nếu trả lời đúng nhận được 40 điểm, trả lời sai hoặc không trả lời bị trừ 20 điểm.

Biết xác suất Phương trả lời đúng câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên, Xã hội và Tiếng Anh lần lượt là $0,7; 0,4$ và $0,3$. Giả thiết rằng việc trả lời đúng mỗi câu hỏi không làm thay đổi xác suất trả lời đúng hoặc sai các câu hỏi còn lại.

a) Xác suất để Phương trả lời sai câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên là $0,3$.

b) Xác suất để Phương trả lời đúng cả ba câu hỏi là $0,084$.

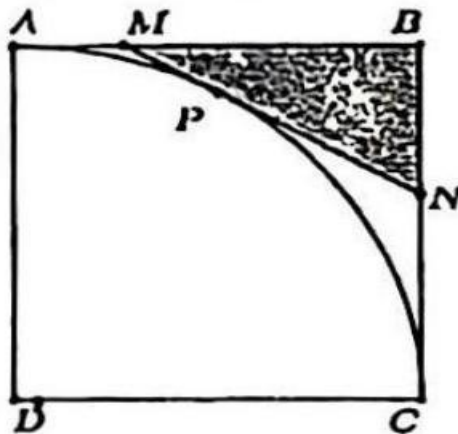
c) Xác suất để Phương trả lời đúng ít nhất một trong ba câu hỏi là $0,916$.

d) Nếu Phương chọn "Ngôi sao hy vọng" ở câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên thì xác suất để Phương trở thành quán quân của cuộc thi này là $0,736$.

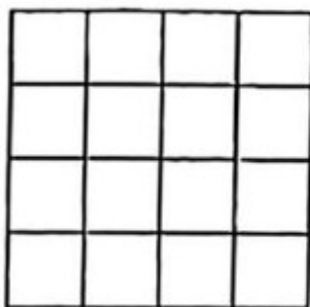
PHẦN III. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Anh Tú vay ngân hàng 300 triệu đồng để mua xe ô tô với lãi suất cố định $7,2\% / \text{năm}$ theo hình thức trả góp hằng tháng, trong thời hạn 12 tháng (ứng với 12 kì trả nợ). Trong thời hạn đó, cuối mỗi kì trả nợ, anh Tú phải trả 25 triệu đồng tiền gốc (ứng với 300 triệu đồng chia đều cho 12 tháng) và một khoản tiền lãi được tính theo số tiền dư nợ còn lại. Sau 12 tháng, tổng số tiền lãi anh Tú phải trả ngân hàng là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

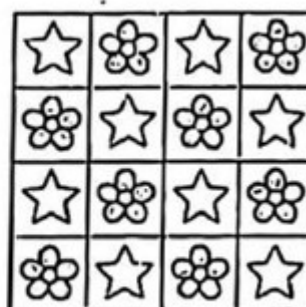
Câu 2. Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 1. Cung AC là một phần tư đường tròn tâm D , bán kính DA (tham khảo hình vẽ). Giả sử P là điểm thay đổi trên cung AC (P khác A và C). Tiếp tuyến tại điểm P của cung AC cắt các đoạn thẳng AB, BC theo thứ tự tại các điểm M, N . Diện tích lớn nhất của tam giác BMN bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



Câu 3. Người ta trang trí một bảng ô vuông 4×4 (như hình 1) bởi các ngôi sao và các bông hoa giống nhau. Mỗi ô vuông nhỏ được dán một ngôi sao hoặc một bông hoa, sao cho trong mỗi hàng hoặc mỗi cột của bảng ô vuông đều có 2 ngôi sao và 2 bông hoa (tham khảo một cách dán trong hình 2). Có tất cả bao nhiêu cách trang trí bảng ô vuông thỏa mãn yêu cầu trên?

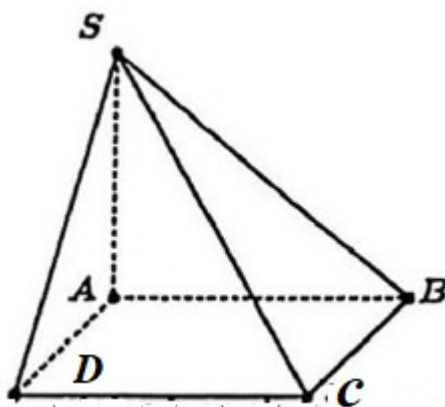


Hình 1

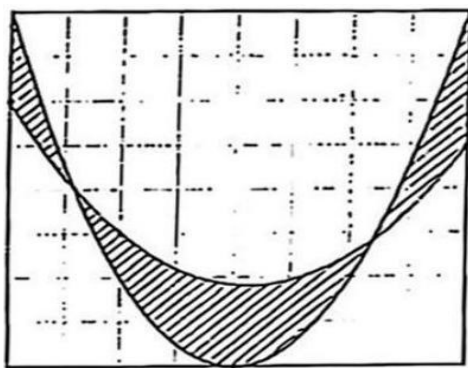


Hình 2

Câu 4. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2. Biết rằng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = \sqrt{6}$ (tham khảo hình vẽ). Góc phẳng nhị diện $[S, BD, C]$ có số đo bằng bao nhiêu độ?



Câu 5. Trong lưới ô vuông có hai đường parabol như hình vẽ. Biết rằng mỗi ô vuông nhỏ có cạnh bằng 1 cm. Diện tích của hình phẳng trong lưới ô vuông được giới hạn bởi hai đường parabol (phần gạch chéo) bằng bao nhiêu centimet vuông (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



Câu 6. Sau khi một loại thuốc kháng sinh được tiêm vào cơ thể thì nồng độ của thuốc trong máu sẽ giảm dần theo thời gian do quá trình chuyển hóa. Nồng độ thuốc trong máu sau t giờ kể từ khi tiêm được mô hình hóa bởi công thức $C(t) = C_0 \cdot e^{-rt}$ (mg / lít).

Trong đó;

* C_0 là nồng độ thuốc trong máu ngay sau khi tiêm.

* r là hằng số dương đo tốc độ phân hủy của thuốc.

* $e \approx 2,718$.

Biết rằng ngay sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu là 15mg/lít và sau đó 4 giờ nồng độ thuốc giảm còn 10mg/lít . Để đạt hiệu quả điều trị, bác sĩ sẽ tiêm lại một liều mới khi nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân giảm xuống và còn ít nhất 6mg/lít .

Theo mô hình trên, để đạt hiệu quả điều trị thì khoảng thời gian nhiều nhất giữa hai lần tiêm thuốc là bao nhiêu giờ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN CHẤM

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Đáp án											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	B	B	A	A	B	C	A	D	D	D	D

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)D-b)S-c)D-d)D	a)S-b)D-c)D-d)D	a)D-b)S-c)D-d)S	a)D-b)D-c)S-d)D

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
11,7	0,17	90	120	9,76	9

LỜI GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG -- SAI

Câu 1. Đổi đơn vị: $90\text{ km/h} = 25\text{ m/s}$.

Khi cách trạm thu phí 1000 m , ô tô chạy với vận tốc 25 m/s . Sau 20 giây mới bắt đầu giảm tốc nên trong 20 giây đầu, quãng đường ô tô đi được là $s_1 = 25 \cdot 20 = 500\text{ m}$.

Vậy từ lúc bắt đầu giảm tốc đến trạm thu phí, ô tô còn phải đi

$$s_2 = 1000 - 500 = 500\text{ m}.$$

Gọi vận tốc khi giảm tốc là $v(t) = at + b$ (m/s), $t \in [0; 30]$.

Vì tại thời điểm bắt đầu giảm tốc, vận tốc vẫn là 25 m/s nên $v(0) = b = 25$.

Mặt khác, sau 30 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc thì ô tô đến trạm thu phí, nên

$$\int_0^{30} v(t) dt = 500. \quad \text{Suy ra} \quad \int_0^{30} (at + b) dt = 500$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a}{2} t^2 + bt \right) \Big|_0^{30} = 500 \Rightarrow 450a + 30b = 500.$$

Thay $b=25$: $450a + 750 = 500 \Rightarrow 450a = -250 \Rightarrow a = -\frac{5}{9}$.

Khi đi qua trạm thu phí, vận tốc của xe là $v(30) = 30a + b = 30 \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) + 25 = -\frac{50}{3} + 25 = \frac{25}{3}$ m/s.

Đổi ra km/h: $\frac{25}{3} \cdot 3,6 = 30$ km/h.

Vậy: **a)** đúng

b) vì quãng đường từ lúc bắt đầu giảm tốc đến trạm thu phí là 500 m.

Vậy **b)** sai

c) vì $b=25$, không phải 90.

Vậy **c)** đúng

d) vì $a = -\frac{5}{9}$.

d) đúng vì khi qua trạm thu phí, xe có vận tốc 30 km/h, đúng bằng tốc độ tối đa cho phép.

Câu 2. Xét hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d} \quad (a \neq 0)$.

Dựa vào hình vẽ:

Tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$, nên $x + d = 0 \Rightarrow d = 1$.

Do đó mệnh đề **b)** là đúng.

Tiệm cận xiên trên hình không phải là $y=x$, mà là một đường thẳng song song với $y=x$ nhưng cắt trục Oy tại -1 , nên tiệm cận xiên là $y = x - 1$.

Vì vậy mệnh đề **c)** là sai.

Đồ thị không đi qua điểm $(0;2)$, nên mệnh đề **a)** là sai.

Ta kiểm tra mệnh đề **d)**.

Vì tiệm cận xiên là $y=x-1$, nên khi chia đa thức:

$$\frac{ax^2 + bx + c}{x + 1} = x - 1 + \frac{\text{phan du}}{x + 1}.$$

Suy ra hệ số của tiệm cận xiên cho ta $a = 1, b - a = -1 \Rightarrow b = 0$.

Từ hình vẽ, đồ thị cắt trục Ox tại $x=2$, nên

$$f(2) = 0 \Rightarrow \frac{2^2 + c}{2 + 1} = 0 \Rightarrow 4 + c = 0 \Rightarrow c = -4.$$

Khi đó $a + b + c + d = 1 + 0 + (-4) + 1 = -2 < 0$.

Vậy mệnh đề **d)** là đúng.

Suy ra: **a)** Sai; **b)** Đúng; **c)** Sai; **d)** Đúng.

Câu 3. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz với

$$O \equiv A', \quad Ox \parallel A'B', \quad Oy \parallel A'D', \quad Oz \parallel A'A.$$

$$V\text{l } AB = 4, \quad AD = 3, \quad AA' = 12,$$

$$\text{nên ta có: } A'(0;0;0), \quad B'(4;0;0), \quad D'(0;3;0), \quad A(0;0;12).$$

$$\text{Suy ra } B(4;0;12), \quad D(0;3;12), \quad C(4;3;12), \quad C'(4;3;0).$$

$$\text{Điểm M là trung điểm của AB, nên } M\left(\frac{0+4}{2}; \frac{0+0}{2}; \frac{12+12}{2}\right) = (2;0;12).$$

$$\text{a) Tọa độ điểm D là } D(0;3;12).$$

Vậy mệnh đề **a)** đúng.

$$\text{b) Ta có } \overrightarrow{MD} = D - M = (0 - 2; 3 - 0; 12 - 12) = (-2; 3; 0).$$

Do đó $\overrightarrow{MD} \neq (2; -3; 0)$, nên mệnh đề **b)** sai.

c) Xét mặt phẳng (MDC').

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MD} = (-2; 3; 0), \overrightarrow{MC'} = (4 - 2; 3 - 0; 0 - 12) = (2; 3; -12).$$

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (MDC') là

$$\vec{n} = \overrightarrow{MD} \times \overrightarrow{MC'}.$$

$$\text{Tính được } \vec{n} = (-36; -24; -12).$$

Vector này cùng phương với $(3; 2; 1)$.

Vậy mệnh đề **c)** đúng.

d) Phương trình mặt phẳng (MDC') nhận $(3; 2; 1)$ làm vector pháp tuyến và đi qua $M(2; 0; 12)$ là

$$3(x - 2) + 2(y - 0) + (z - 12) = 0$$

$$\Rightarrow 3x + 2y + z - 18 = 0.$$

Khoảng cách từ $A'(0; 0; 0)$ đến mặt phẳng (MDC') là

$$d = \frac{|3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 0 - 18|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{18}{\sqrt{14}}.$$

$$\text{Ta có } \frac{18}{\sqrt{14}} \approx 4,81 < 5.$$

Vậy mệnh đề **d)** sai.

Suy ra:

a) Đúng; **b)** Sai; **c)** Đúng; **d)** Sai.

Câu 4.

Ba thí sinh An, Bình, Toàn đã có điểm lần lượt là 180, 200, 170.

Phương có điểm hiện có là 190.

Ở phần thi cuối, mỗi câu:

trả lời đúng được 20 điểm,

trả lời sai hoặc không trả lời bị trừ 10 điểm.

Xác suất Phương trả lời đúng các câu thuộc ba lĩnh vực là:

$$P(\text{TN đúng}) = 0,7, \quad P(\text{XH đúng}) = 0,4, \quad P(\text{TA đúng}) = 0,3.$$

a) Xác suất Phương trả lời sai câu thuộc lĩnh vực Tự nhiên là

$$1 - 0,7 = 0,3.$$

Vậy mệnh đề **a)** đúng.

b) Xác suất Phương trả lời đúng cả ba câu là $0,7 \cdot 0,4 \cdot 0,3 = 0,084$.

Vậy mệnh đề **b)** đúng.

c) Xác suất Phương trả lời đúng ít nhất một câu là

$$1 - P(\text{sai cả ba câu}) = 1 - (0,3 \cdot 0,6 \cdot 0,7) = 1 - 0,126 = 0,874.$$

Không phải 0,916, nên mệnh đề **c)** sai.

d) Nếu Phương chọn "Ngôi sao hy vọng" ở câu Tự nhiên, thì:

Nếu trả lời đúng câu Tự nhiên, Phương được 40 điểm ở câu đó.

Nếu trả lời sai hoặc không trả lời, Phương bị trừ 20 điểm ở câu đó.

Muốn trở thành quán quân, Phương phải có điểm cuối cùng lớn hơn 200 (điểm của Bình).

Trường hợp 1: Phương trả lời đúng câu Tự nhiên.

Xác suất là 0,7.

Khi đó, dù hai câu còn lại đúng hay sai, tổng điểm cuối cùng vẫn lớn hơn 200, nên chắc chắn trở thành quán quân.

Trường hợp 2: Phương trả lời sai câu Tự nhiên.

Xác suất là 0,3.

Khi đó Phương bị trừ 20 điểm ở câu này. Để vẫn vượt 200 điểm, Phương phải trả lời đúng cả hai câu còn lại:
 $P = 0,4 \cdot 0,3 = 0,12$.

Vậy xác suất của trường hợp này là $0,3 \cdot 0,12 = 0,036$.

Suy ra xác suất để Phương trở thành quán quân là $0,7 + 0,036 = 0,736$.

Vậy mệnh đề **d)** đúng.

Suy ra: **a)** Đúng; **b)** Đúng; **c)** Sai; **d)** Đúng.

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN**Câu 1.**

Lãi suất cố định là 7,2 % năm nên lãi suất theo tháng là $\frac{7,2\%}{12} = 0,6\% = 0,006$.

Mỗi tháng anh Tú trả $\frac{300}{12} = 25$ triệu đồng tiền gốc.

Số tiền gốc còn nợ ở đầu mỗi tháng lần lượt là: 300; 275; 250; ...; 25.

Đây là một cấp số cộng có: $u_1 = 300$, $u_{12} = 25$, $n = 12$.

Tổng số tiền gốc dùng để tính lãi trong 12 tháng là $S = \frac{12(300 + 25)}{2} = 1950$.

Vậy tổng số tiền lãi phải trả là $0,006 \cdot 1950 = 11,7$ triệu đồng

Câu 2. Đặt hệ trục tọa độ sao cho $D(0;0)$, $C(1;0)$, $B(1;1)$, $A(0;1)$.

Cung AC là một phần tư đường tròn tâm D, bán kính DA=1, nên có phương trình

$$x^2 + y^2 = 1 \quad (x \geq 0, y \geq 0).$$

Gọi $P(\cos t, \sin t)$, $0 < t < \frac{\pi}{2}$.

Tiếp tuyến tại P của đường tròn $x^2 + y^2 = 1$ có phương trình $x \cos t + y \sin t = 1$.

Tìm tọa độ M,N:

Vì M ∈ AB nên y=1. Thay vào phương trình tiếp tuyến: $x \cos t + \sin t = 1$

$$\Rightarrow x_M = \frac{1 - \sin t}{\cos t}.$$

Suy ra $M\left(\frac{1 - \sin t}{\cos t}; 1\right).$

Vì N ∈ BC nên x=1. Thay vào: $\cos t + y \sin t = 1 \Rightarrow y_N = \frac{1 - \cos t}{\sin t}.$

Suy ra $N\left(1; \frac{1 - \cos t}{\sin t}\right).$

Tam giác BMN vuông tại B, nên $S_{BMN} = \frac{1}{2} BM \cdot BN.$

Ta có $BM = 1 - \frac{1 - \sin t}{\cos t} = \frac{\sin t + \cos t - 1}{\cos t},$

Và $BN = 1 - \frac{1 - \cos t}{\sin t} = \frac{\sin t + \cos t - 1}{\sin t}.$

Do đó $S_{BMN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(\sin t + \cos t - 1)^2}{\sin t \cos t}.$

Đặt $u = \sin t + \cos t$.

Ta có $u^2 = 1 + 2 \sin t \cos t \Rightarrow \sin t \cos t = \frac{u^2 - 1}{2}$.

$$S_{BMN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(u-1)^2}{\frac{u^2-1}{2}} = \frac{(u-1)^2}{u^2-1} = \frac{u-1}{u+1}.$$

Suy ra

$$\forall 1 < u \leq \sqrt{2},$$

nên S_{BMN} lớn nhất khi $u = \sqrt{2}$, tức là khi $t = \frac{\pi}{4}$.

$$\text{Khi đó } S_{\max} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = (\sqrt{2}-1)^2 = 3-2\sqrt{2} \approx 0,1716.$$

Làm tròn đến hàng phần trăm: 0,17

Câu 3.

Mỗi ô vuông được điền một trong hai ký hiệu: ngôi sao hoặc bông hoa.

Điều kiện: trong mỗi hàng và trong mỗi cột đều có đúng 2 ngôi sao và 2 bông hoa.

Bài toán tương đương đếm số ma trận nhị phân 4×4 sao cho tổng mỗi hàng và tổng mỗi cột đều bằng 2.

Ta phân loại theo cấu trúc:

Trường hợp 1: Cấu trúc là hợp của hai chu trình 4.

$$\text{Khi đó ta chia 4 hàng thành 2 cặp: } \frac{\binom{4}{2}}{2} = 3 \text{ cách.}$$

Tương tự, chia 4 cột thành 2 cặp cũng có 3 cách.

Ghép hai cặp hàng với hai cặp cột có $2! = 2$ cách.

Vậy số cách trong trường hợp này là $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$.

Trường hợp 2: Cấu trúc là một chu trình 8.

Số chu trình Hamilton trong đồ thị hai phía $K_{4,4}$ là $\frac{4! \cdot 3!}{2} = 72$.

Vậy tổng số cách là $18 + 72 = 90$.

Câu 4.

- **Tính AO:**

Trong hình vuông ABCD, AO là nửa đường chéo AC.

$$AO = \frac{AC}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$\tan(\angle SOA)$$

- **Tính** :

Xét tam giác SAO vuông tại A (do $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp AO$):

$$\tan(\angle SOA) = \frac{SA}{AO} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \angle SOA = 60^\circ$$

$$[\angle S, BD, C] = \angle SOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

sđ

Câu 5.

Lời giải

Chia hình theo các đường thẳng song song với trục Oy tại các vạch lưới cách nhau 1 cm.

Gọi y_i là khoảng cách thẳng đứng giữa hai đường parabol tại vị trí $x = i$ ($i = 0, 1, \dots, 8$).

Dựa vào hình vẽ (đọc theo lưới ô vuông), ta có bảng giá trị xấp xỉ:

$$y_0 = 0, y_1 \approx 1,10, y_2 \approx 1,85,$$

$$y_3 \approx 2,25, y_4 \approx 2,40, y_5 \approx 2,25, y_6 \approx 1,85, y_7 \approx 1,10, y_8 = 0$$

Áp dụng công thức Simpson với bước $h = 1$:

$$S \approx \frac{h}{3} [y_0 + y_8 + 4(y_1 + y_3 + y_5 + y_7) + 2(y_2 + y_4 + y_6)].$$

$$\text{Thay số: } \approx \frac{1}{3} [0 + 0 + 4(1,10 + 2,25 + 2,25 + 1,10) + 2(1,85 + 2,40 + 1,85)] = \frac{1}{3} [4 \cdot 6,70 + 2 \cdot 6,10]$$

$$= \frac{1}{3} [26,80 + 12,20] = \frac{39,00}{3} \approx 9,76$$

Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S \approx 9,76 \text{ cm}^2.$$

Câu 6.

Nồng độ thuốc trong máu sau t giờ là $C(t) = C_0 e^{-rt}$.

Theo đề bài: $C_0 = 15$.

Sau 4 giờ, nồng độ còn 10 mg/lít, nên $10 = 15e^{-4r} \Rightarrow e^{-4r} = \frac{2}{3} \Rightarrow r = \frac{1}{4} \ln \frac{3}{2}$.

Bác sĩ tiêm lại khi nồng độ còn 6 mg/lít, nên $6 = 15e^{-rt} \Rightarrow e^{-rt} = \frac{2}{5} \Rightarrow t = \frac{\ln(5/2)}{r}$.

Thay $r = \frac{1}{4} \ln \frac{3}{2}$, ta được $t = \frac{\ln(5/2)}{\frac{1}{4} \ln(3/2)} = \frac{4 \ln(5/2)}{\ln(3/2)} \approx 9,039$.

Làm tròn đến hàng đơn vị: 9