

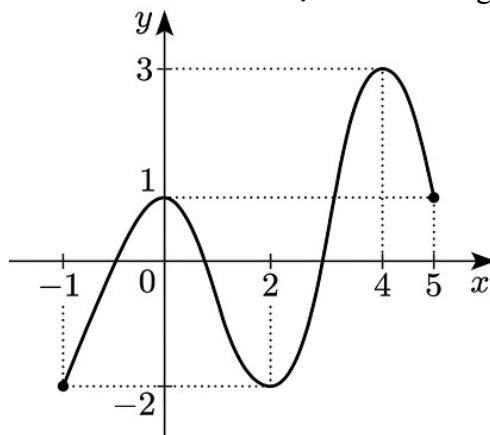
Họ và tên: Số báo danh: MÃ ĐỀ: 0104

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}}(a^3 \sqrt{a})$ bằng

A. 7. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng



A. -5. B. 5. C. -1. D. 1.

Câu 3. Khoảng cách từ điểm $M(2; 1; -1)$ đến mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$ bằng

A. $\frac{1}{7}$. B. 1. C. $\frac{1}{49}$. D. $\frac{5}{7}$.

Câu 4. Kết quả thu thập điểm số môn Toán của 50 học sinh khi tham gia kì thi học sinh giỏi toán 11 cho ta bảng tần số ghép nhóm sau.

Nhóm	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	12	18	14	6

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $Q_1 = \frac{4}{3}$. B. $Q_3 = \frac{73}{9}$. C. $Q_1 = \frac{73}{9}$. D. $Q_1 = \frac{2}{7}$.

Câu 5. Nếu $\int_0^2 (2f(x) + 3x) dx = 5$ thì $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

A. $-\frac{5}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $-\frac{7}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD , biết $\overline{AC} + \overline{BD} = k \overline{MN}$. Tìm k .

A. $k = 2$. B. $k = 3$. C. $k = \frac{1}{3}$. D. $k = \frac{1}{2}$.

Câu 7. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = 2$. B. $y = 0$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-5	$+\infty$	

A. $x = 4$.B. $(4; -5)$.C. $(0; 3)$.D. $y = -5$.

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -3$ và công sai $d = 4$. Giá trị của số hạng u_4 bằng

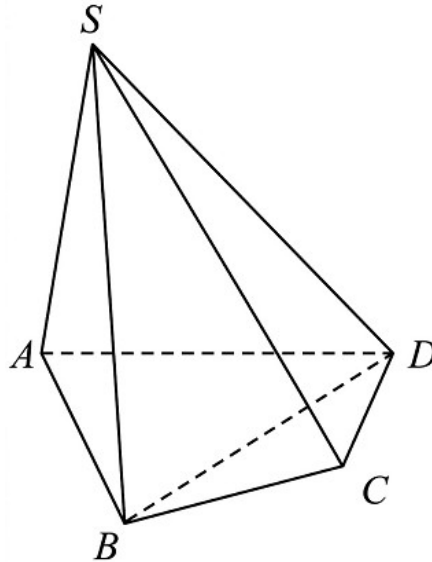
A. 13.

B. 9.

C. 1.

D. -15.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ như hình vẽ, M là một điểm bất kỳ nằm trên cạnh AB . Điểm M không thuộc mặt phẳng nào dưới đây?

A. (SDM) .B. (BCD) .C. (SAB) .D. (SCD) .

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$\Delta_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-4} \quad \text{và} \quad \Delta_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1-2t \\ z = -1-8t \end{cases}$$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.B. $\Delta_1 // \Delta_2$.C. $\Delta_1 \equiv \Delta_2$.D. $\Delta_1 \perp \Delta_2$.

Câu 12. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3x + 2$ biết $F(1) = 0$.

A. $F(x) = \frac{3}{2}x^2 + 2x - \frac{7}{2}$ B. $F(x) = \frac{3}{2}x^2 + 2x$ C. $F(x) = \frac{3}{2}x^2 + 2x + \frac{7}{2}$ D. $F(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2x$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2\sin^2 x - x$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\sin 2x - 1$.

b) Đồ thị hàm số đã cho nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

c) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

d) Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; \pi]$ tại $x = \frac{a}{b}\pi$, biết $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $b > 0$. Khi đó $b - 2a = 2$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và thỏa mãn $F(-1) + 3F(2) = 8$.

- a) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$ quay xung quanh trục hoành bằng $\frac{7}{15}\pi$.
- b) $F'(2026) = f(2026)$.
- c) $F(5) = 2026$.
- d) Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$. Đường thẳng $x = k$, $k \in (1; 2)$ chia hình phẳng D thành hai phần có diện tích bằng nhau. Khi đó $k > \frac{4}{3}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$ và điểm $A(1; 2; -3)$.

- a) Điểm A thuộc đường thẳng d .
- b) Giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là điểm $K\left(\frac{2}{7}; -\frac{22}{7}; \frac{27}{14}\right)$.
- c) Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là $3x + 2y + z - 4 = 0$.
- d) Mặt cầu tâm A tiếp xúc với đường thẳng d có bán kính là $R = \frac{\sqrt{133}}{7}$.

Câu 4. Một lô hàng điện tử gồm 2000 linh kiện, trong đó có 100 linh kiện bị lỗi phần cứng. Để tiết kiệm thời gian, nhà máy sử dụng một Robot kiểm định để phân loại sản phẩm. Robot này có đặc tính kỹ thuật như sau:

- Nếu linh kiện bị lỗi, Robot sẽ phát hiện và báo “lỗi” với xác suất $0,98$.
 - Nếu linh kiện không bị lỗi, Robot sẽ phát hiện và báo “không lỗi” với xác suất $0,95$.
- Chọn ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng.
- a) Xác suất để linh kiện được chọn là linh kiện không bị lỗi bằng $0,9$.
- b) Xác suất để Robot báo linh kiện được chọn là “lỗi” bằng $0,0965$.
- c) Nếu biết linh kiện được chọn bị lỗi, xác suất để Robot báo linh kiện đó “không lỗi” là $0,2$.
- d) Trong số những linh kiện bị Robot báo là “lỗi”, xác suất để linh kiện đó thực chất là linh kiện không bị lỗi sẽ thấp hơn xác suất nó bị lỗi thực sự.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một hệ thống máy chủ có 14 địa chỉ IP được đánh số từ 1 đến 14. Quản trị viên cần cấp phát địa chỉ cho ba nhóm:

- Web có 4 địa chỉ được đánh số liên tiếp.
- Database có 3 địa chỉ trong đó không có hai địa chỉ nào được đánh số liên tiếp.
- Storage có 2 địa chỉ được đánh số bất kỳ.

Biết rằng ba nhóm này không có địa chỉ chung và không có địa chỉ của nhóm Database nào được đứng cạnh nhóm Web (cả trước và sau). Hỏi có bao nhiêu cách cấp phát địa chỉ?

Câu 2. Một bình hoa có dạng khối tròn xoay với chiều cao là $3dm$ (tham khảo hình vẽ). Khi cắt bình hoa theo một mặt phẳng vuông góc với trục của nó thì ta luôn được thiết diện là một hình tròn có bán kính

$y = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$ với x là khoảng cách từ mặt cắt tới mặt đáy của bình hoa ($x \in [0; 3]$, x tính theo đơn vị

dm). Đổ vào bình một lượng nước để mức nước trong bình cao bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao của bình. Hỏi lượng nước này chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm so với thể tích của bình hoa (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng $(Q): x+2y+z-5=0$ một góc có số đo nhỏ nhất. Điểm $M(3; 2; 1)$ cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 4. Doanh nghiệp A độc quyền sản xuất một loại máy tính bảng. Gọi x (nghìn sản phẩm, $0 \leq x \leq 50$, $x \in \mathbb{Q}$) là số lượng sản phẩm bán ra. Giá bán mỗi sản phẩm phụ thuộc số lượng bán ra theo công thức $p(x) = 497 - 2x$ (nghìn đồng/sản phẩm). Tổng chi phí để sản xuất x nghìn sản phẩm là

$C(x) = 1000 + 300x - 10x^2 + \frac{1}{3}x^3$ (triệu đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu nghìn sản phẩm máy tính bảng để thu được lợi nhuận lớn nhất biết chi phí đánh thuế mỗi sản phẩm bán ra là 36 nghìn đồng.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB , A' là hình chiếu song song của G lên đường thẳng SA theo phương chiếu AB . Trên các cạnh BC và CD lần lượt lấy các điểm E và F sao cho $\angle EAF = 45^\circ$. Đặt $BE = x$, $DF = y$ ($x, y > 0$), gọi V là thể tích của khối chóp $A'.AEF$. Biết $V = \frac{a^2(x+y)\sqrt{3}}{m}$, tìm m .

Câu 6. Một ứng viên tham gia quy trình tuyển dụng gồm ba vòng phỏng vấn liên tiếp. Quy định của quy trình là ứng viên chỉ được đi tiếp vào vòng sau nếu vượt qua vòng trước đó và sẽ bị loại ngay lập tức nếu không đạt ở bất kỳ vòng nào. Giả sử xác suất để ứng viên này vượt qua các vòng như sau:

Xác suất vượt qua vòng 1 là $0,7$.

Nếu đã vượt qua vòng 1, xác suất để vượt qua vòng 2 là $0,6$.

Nếu đã vượt qua cả vòng 1 và vòng 2, xác suất vượt qua vòng 3 là $0,5$.

Biết rằng ứng viên này cuối cùng đã không trúng tuyển (bị loại). Tính xác suất để ứng viên đó bị loại ở vòng 2 hoặc vòng 3 (tức là đã vượt qua được ít nhất vòng 1), (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	D	A	C	B	A	C	B	B	D	B	A

PHẦN II.

Câu	a	b	c	d
Câu 1	Đ	S	S	Đ
Câu 2	S	Đ	S	Đ
Câu 3	S	S	Đ	Đ
Câu 4	S	Đ	S	Đ

PHẦN III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	588 0	22	1,24	$\frac{2}{3}$	18	0,62

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I.

Câu 1

$$P = \log_{\sqrt{a}} \left(a^3 \sqrt{a} \right)$$

Ta có:

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} \quad a^3 \sqrt{a} = a^3 \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{2}}$$

Vì và nên:

$$P = \log_{a^{\frac{1}{2}}} a^{\frac{7}{2}} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{1}{2}} = 7$$

Chọn **A**.

Câu 2

$$[-1; 5]$$

Quan sát đồ thị trên đoạn :

- Giá trị lớn nhất của hàm số là $\frac{3}{-2}$.
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số là .

Vậy tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là:

$$3 + (-2) = 1$$

Chọn **D**.

Câu 3

$$(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$$

Mặt phẳng:

$$x - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} - 1 = 0$$

Suy ra:

6

Nhân cả hai vế với :

$$6x - 3y + 2z - 6 = 0$$

$$M(2; 1; -1) \quad (P)$$

Khoảng cách từ đến mặt phẳng là:

$$d = \frac{|6 \cdot 2 - 3 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) - 6|}{\sqrt{6^2 + (-3)^2 + 2^2}}$$

$$d = \frac{|12 - 3 - 2 - 6|}{\sqrt{36 + 9 + 4}} = \frac{1}{7}$$

Chọn A.

Câu 4

Bảng tần số ghép nhóm:

Nhóm	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	12	18	14	6

$$n = 50$$

Tổng số học sinh:

$$\frac{n}{4} = \frac{50}{4} = 12,5$$

Vị trí tứ phân vị thứ nhất là:

$$[4; 8) \quad 12 \quad Q_1 \quad [8; 12)$$

Tần số tích lũy đến nhóm là , nên nằm trong nhóm .

Ta có:

$$L = 8$$

•

$$F = 12$$

•

$$f = 18$$

- $h = 4$
-

$$Q_1 = L + \frac{\frac{n}{4} - F}{f} \cdot h$$

Áp dụng công thức:

$$Q_1 = 8 + \frac{12,5 - 12}{18} \cdot 4 = 8 + \frac{1}{9} = \frac{73}{9}$$

Chọn C.

Câu 5

$$\int_0^2 (2f(x) + 3x) dx = 5$$

Ta có:

$$2 \int_0^2 f(x) dx + 3 \int_0^2 x dx = 5$$

Suy ra:

$$\int_0^2 x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^2 = 2$$

Tính:

$$2 \int_0^2 f(x) dx + 3 \cdot 2 = 5$$

Do đó:

$$2 \int_0^2 f(x) dx + 6 = 5$$

$$2 \int_0^2 f(x) dx = -1$$

$$\int_0^2 f(x) dx = -\frac{1}{2}$$

Chọn B.

Câu 6

Gọi các vectơ vị trí của A, B, C, D lần lượt là $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}, \vec{D}$.

Vì M là trung điểm của AB nên: $\vec{M} = \frac{\vec{A} + \vec{B}}{2}$

Vì N là trung điểm của CD nên: $\vec{N} = \frac{\vec{C} + \vec{D}}{2}$

$$\overrightarrow{MN} = \vec{N} - \vec{M} = \frac{\vec{C} + \vec{D} - \vec{A} - \vec{B}}{2}$$

Do đó:

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = (\vec{C} - \vec{A}) + (\vec{D} - \vec{B})$$

Mặt khác:

$$= \vec{C} + \vec{D} - \vec{A} - \vec{B}$$

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$$

Suy ra:

$$k = 2$$

Vậy .

Chọn A.

Câu 7

$$y = \frac{3}{x-2}$$

Hàm số:

$$0$$

Tiệm cận đứng xảy ra khi mẫu số bằng :

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$x = 2$$

Vậy tiệm cận đứng là đường thẳng:

Chọn C.

Câu 8

Từ bảng biến thiên:

- $x = 0$ (0;3)
- Tại $x = 0$, đạo hàm đổi dấu từ + sang - nên hàm số đạt cực đại, điểm cực đại là (0;3).
 - Tại $x = 4$, đạo hàm đổi dấu từ - sang + nên hàm số đạt cực tiểu, điểm cực tiểu là (4;-5).

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là:

Chọn B.

Câu 9

$$u_1 = -3, d = 4$$

Cấp số cộng có:

$$u_n = u_1 + (n-1)d$$

Công thức số hạng tổng quát:

$$u_4 = -3 + (4-1) \cdot 4 = -3 + 12 = 9$$

Suy ra:

Chọn B.

Câu 10

Điểm M nằm trên cạnh AB .

- Mặt phẳng (SDM) chứa M .
- Mặt phẳng (BCD) chính là mặt phẳng đáy, mà AB thuộc mặt đáy nên M thuộc (BCD) .
- Mặt phẳng (SAB) chứa cạnh AB , nên chứa M .
- Mặt phẳng (SCD) không chứa cạnh AB , nên nói chung không chứa M .

Vậy M không thuộc mặt phẳng (SCD) .

Chọn D.

Câu 11

$$\Delta_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-4}$$

Đường thẳng có dạng:

$$\Delta_1 \quad \vec{u}_1 = (1; -1; -4)$$

Suy ra vector chỉ phương của Δ_1 là:

$$\Delta_2 : \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 - 8t \end{cases}$$

Đường thẳng Δ_2 có dạng:

$$\Delta_2 \quad \vec{u}_2 = (2; -2; -8) = 2(1; -1; -4)$$

Suy ra vector chỉ phương của Δ_2 là:

$$\Delta_1 \quad \Delta_2$$

Do đó Δ_1 và Δ_2 song song hoặc trùng nhau.

$$A(0; 1; -1) \in \Delta_2 \quad t = 0$$

Lấy điểm $A(0; 1; -1)$ thuộc Δ_2 khi $t = 0$.

$$A \in \Delta_1$$

Kiểm tra A có thuộc Δ_1 không:

$$A(0; 1; -1) \in \Delta_1 \quad \frac{0-1}{1} = \frac{1-1}{-1} = \frac{-1-2}{-4}$$

Nếu $\frac{0-1}{1} = \frac{1-1}{-1} = \frac{-1-2}{-4}$ thì:

$$-1 = 0 = \frac{3}{4}$$

Tức là:

Điều này sai.

Vậy hai đường thẳng không trùng nhau, chỉ song song với nhau.

Chọn **B**.

Câu 12

$$f(x) = 3x + 2$$

Ta có:

$$f(x) \quad F(x) = \frac{3}{2}x^2 + 2x + C$$

Một nguyên hàm của $f(x)$ là:

$$F(1) = 0$$

Theo giả thiết:

$$\frac{3}{2} \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 + C = 0$$

Suy ra:

$$\frac{3}{2} + 2 + C = 0$$

$$\frac{7}{2} + C = 0$$

$$C = -\frac{7}{2}$$

Vậy:

$$F(x) = \frac{3}{2}x^2 + 2x - \frac{7}{2}$$

Chọn A.

PHẦN II.

Câu 1

$$f(x) = 2\sin^2 x - x$$

Cho hàm số

a) Đúng

Ta có:

$$f'(x) = 2 \cdot 2 \sin x \cos x - 1$$

$$f'(x) = 4 \sin x \cos x - 1 = 2 \sin 2x - 1$$

Vậy mệnh đề **đúng**.

b) Sai

Để đồ thị nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng thì hàm số phải là hàm lẻ, tức là:

$$f(-x) = -f(x)$$

Ta có:

$$f(-x) = 2\sin^2(-x) + x = 2\sin^2 x + x$$

Trong khi đó:

$$-f(x) = -2\sin^2 x + x$$

$$f(-x) \neq -f(x)$$

Suy ra .

Vậy đồ thị không nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

Mệnh đề **sai**.

c) Sai

Ta có:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\sin 2x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$$

Suy ra:

$$2x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad 2x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

hoặc

Do đó:

$$x = \frac{\pi}{12} + k\pi \quad x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

hoặc , .

$$S = \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Đề cho tập nghiệm là là sai.

Mệnh đề **sai**.

d) Đúng

$$[0; \pi]$$

Trên đoạn , ta xét các điểm tới hạn:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} \quad x = \frac{5\pi}{12}$$

hoặc .

Tính giá trị hàm số tại các điểm cần xét:

$$f(0) = 0$$

$$f(\pi) = -\pi$$

$$f\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2\sin^2 \frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{12} < 0$$

$$f\left(\frac{5\pi}{12}\right) = 2\sin^2 \frac{5\pi}{12} - \frac{5\pi}{12} > 0$$

$$x = \frac{5\pi}{12}$$

Vậy hàm số đạt giá trị lớn nhất tại:

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{12} \Rightarrow a = 5, b = 12$$

Suy ra:

$$b - 2a = 12 - 2 \cdot 5 = 2$$

Do đó:

Mệnh đề **đúng**.

Kết luận Câu 1: Đ - S - S - Đ.

Câu 2

Cho hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và thỏa mãn $F(-1) + 3F(2) = 8$.

$$F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x + C$$

Ta có:

Tính:

$$F(-1) = -\frac{23}{6} + C$$

$$F(2) = \frac{2}{3} + C$$

$$F(-1) + 3F(2) = 8$$

Theo giả thiết:

$$\Rightarrow -\frac{23}{6} + C + 3\left(\frac{2}{3} + C\right) = 8$$

$$\Rightarrow -\frac{11}{6} + 4C = 8 \Rightarrow C = \frac{59}{24}$$

a) Sai

$$V = \pi \int_1^3 (x^2 - 3x + 2)^2 dx$$

Thể tích khối tròn xoay là:

$$(x^2 - 3x + 2)^2 = x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 12x + 4$$

Ta có:

$$\int_1^3 (x^2 - 3x + 2)^2 dx = \frac{16}{15}$$

Do đó:

$$V = \frac{16\pi}{15}$$

Suy ra:

$$\frac{7\pi}{15}$$

Không phải .

Mệnh đề **sai**.

b) Đúng

$$F(x) \qquad f(x)$$

Vì là một nguyên hàm của nên:

$$F'(x) = f(x)$$

$$F'(2026) = f(2026)$$

Do đó:

Mệnh đề **đúng**.

c) Sai

Ta có:

$$F(5) = \frac{5^3}{3} - \frac{3 \cdot 5^2}{2} + 2 \cdot 5 + \frac{59}{24}$$

$$F(5) = \frac{125}{3} - \frac{75}{2} + 10 + \frac{59}{24}$$

$$F(5) = \frac{133}{8}$$

$$F(5) \neq 2026$$

Vậy .

Mệnh đề **sai**.

d) Đúng

$$[1; 2]$$

Trên đoạn :

$$f(x) = (x-1)(x-2) \leq 0$$

$$D \quad S = \int_1^2 -f(x)dx = \frac{1}{6}$$

Diện tích hình phẳng là:

$$x = k \quad D$$

Đường thẳng chia thành hai phần có diện tích bằng nhau nên:

$$\int_1^k -f(x)dx = \frac{1}{12}$$

$$u = k - 1 \quad 0 < u < 1$$

Đặt , với .

$$\int_0^u (t - t^2) dt = \frac{1}{12}$$

Khi đó:

$$\frac{u^2}{2} - \frac{u^3}{3} = \frac{1}{12}$$

$$u = \frac{1}{2} - \frac{1}{8} - \frac{1}{24} = \frac{1}{12}$$

Thử :

$$u = \frac{1}{2} \Rightarrow k = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Suy ra:

$$\frac{3}{2} > \frac{4}{3}$$

Vì: nên mệnh đề **đúng**.

Kết luận Câu 2: S - Đ - S - Đ.

Câu 3

$Oxyz$

Trong không gian , cho đường thẳng:

$$d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1} \quad A(1; 2; -3)$$

và điểm .

$$d \quad \vec{u} = (3; 2; 1)$$

Đường thẳng có vector chỉ phương:

$$d \quad x = 2 + 3t, y = 1 + 2t, z = -2 + t$$

Phương trình tham số của là:

a) Sai

$$A(1; 2; -3) \quad d$$

Kiểm tra điểm có thuộc hay không.

$$x = 1$$

Từ :

$$2 + 3t = 1 \Rightarrow t = -\frac{1}{3}$$

$$y = 2$$

Từ :

$$1 + 2t = 2 \Rightarrow t = \frac{1}{2}$$

Hai giá trị khác nhau nên không thuộc .

Mệnh đề **sai**.

b) Sai

$$K\left(\frac{2}{7}; -\frac{22}{7}; \frac{27}{14}\right) \quad d \quad (P) \quad d$$

Điểm muốn là giao điểm của và thì trước hết phải thuộc đường thẳng .

Kiểm tra:

$$\frac{x_K - 2}{3} = \frac{\frac{2}{7} - 2}{3} = -\frac{4}{7}$$

$$\frac{y_K - 1}{2} = \frac{-\frac{22}{7} - 1}{2} = -\frac{29}{14}$$

Hai giá trị không bằng nhau nên K không thuộc d .

Vậy K không thể là giao điểm của d và (P) .

Mệnh đề **sai**.

c) Đúng

Mặt phẳng (P) đi qua $A(1; 2; -3)$ và vuông góc với đường thẳng d nên nhận vector chỉ phương của d làm vector pháp tuyến.

$$(P) \quad \vec{n} = (3; 2; 1)$$

Do đó, một vector pháp tuyến của (P) là:

Phương trình mặt phẳng (P) :

$$3(x-1) + 2(y-2) + 1(z+3) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + z - 4 = 0$$

Mệnh đề **đúng**.

d) Đúng

Mặt cầu tâm A tiếp xúc với đường thẳng d thì bán kính bằng khoảng cách từ A đến d .

$$B(2;1;-2) \in d$$

Lấy điểm .

$$\overrightarrow{AB} = (1; -1; 1)$$

Ta có:

$$d \quad \vec{u} = (3; 2; 1)$$

Vector chỉ phương của là:

$$d(A, d) = \frac{|\overrightarrow{AB}, \vec{u}|}{|\vec{u}|}$$

Khoảng cách từ đến :

$$|\overrightarrow{AB}, \vec{u}| = \sqrt{38}$$

Tính được:

$$|\vec{u}| = \sqrt{14}$$

Và

$$d(A, d) = \frac{\sqrt{38}}{\sqrt{14}} = \sqrt{\frac{19}{7}} = \frac{\sqrt{133}}{7}$$

Suy ra:

$$R = \frac{\sqrt{133}}{7}$$

Vậy bán kính mặt cầu là:

Mệnh đề **đúng**.

Kết luận Câu 3: S - S - Đ - Đ.

Câu 4

Lô hàng có 2000 linh kiện, trong đó có 100 linh kiện lỗi phần cứng.

Gọi:

- L : linh kiện bị lỗi.
- $\bar{L}$: linh kiện không bị lỗi.
- B : Robot báo “lỗi”.

Ta có:

$$P(L) = \frac{100}{2000} = 0,05$$

$$P(\bar{L}) = 0,95$$

$$P(B | L) = 0,98$$

$$P(B | \bar{L}) = 1 - 0,95 = 0,05$$

a) Sai

$$P(\bar{L}) = \frac{1900}{2000} = 0,95$$

Xác suất để linh kiện được chọn không bị lỗi là:

$$0,9$$

Không phải .

Mệnh đề **sai**.

b) Đúng

Theo công thức xác suất toàn phần:

$$P(B) = P(L)P(B | L) + P(\bar{L})P(B | \bar{L})$$

$$P(B) = 0,05 \cdot 0,98 + 0,95 \cdot 0,05$$

$$P(B) = 0,049 + 0,0475 = 0,0965$$

Mệnh đề **đúng**.

c) Sai

Nếu biết linh kiện được chọn bị lỗi, xác suất để Robot báo “không lỗi” là:

$$1 - 0,98 = 0,02$$

$$0,2$$

Không phải .

Mệnh đề **sai**.

d) Đúng

Ta cần so sánh trong số các linh kiện bị Robot báo “lỗi”:

Xác suất linh kiện thực sự bị lỗi là:

$$P(L | B) = \frac{P(L)P(B | L)}{P(B)} = \frac{0,049}{0,0965}$$

Xác suất linh kiện thực chất không bị lỗi là:

$$P(\bar{L} | B) = \frac{P(\bar{L})P(B | \bar{L})}{P(B)} = \frac{0,0475}{0,0965}$$

$$0,0475 < 0,049$$

Vì:

$$P(\bar{L} | B) < P(L | B)$$

nên:

Vậy trong số những linh kiện bị Robot báo “lỗi”, xác suất để linh kiện đó thực chất không bị lỗi thấp hơn xác suất nó bị lỗi thực sự.

Mệnh đề **đúng**.

Kết luận Câu 4: S - Đ - S - Đ.

Phần III.

Câu 1

Có 14 địa chỉ IP được đánh số từ 1 đến 14.

s

Nhóm Web có 4 địa chỉ liên tiếp. Giả sử nhóm Web bắt đầu từ địa chỉ s , khi đó:

$$s = 1, 2, \dots, 11$$

$$s, s+1, s+2, s+3$$

Nhóm Web gồm:

Do địa chỉ của Database không được đứng cạnh nhóm Web, nên Database không được chọn các địa chỉ $s-1$ và $s+4$

và nếu các địa chỉ này tồn tại.

Với mỗi vị trí của nhóm Web, số địa chỉ còn có thể chọn cho Database nằm ở hai đoạn:

- Bên trái Web: từ 1 đến $s-2$.
- Bên phải Web: từ $s+5$ đến 14.

Database cần chọn 3 địa chỉ, không có hai địa chỉ nào liên tiếp.

Số cách chọn địa chỉ không liên tiếp từ địa chỉ liên tiếp là:

$$C_{n-k+1}^k$$

Ta xét theo vị trí bắt đầu của nhóm Web:

s	Số cách chọn Database
1	35
2	20
3	25
4	24
5	24
6	24
7	24
8	24
9	25
10	20
11	35

Tổng số cách chọn Web và Database là:

$$35 + 20 + 25 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 25 + 20 + 35 = 280$$

Sau khi chọn Web và Database, đã dùng:

$$4 + 3 = 7$$

địa chỉ.

Còn lại 7 địa chỉ. Nhóm Storage chọn 2 địa chỉ bất kỳ trong 7 địa chỉ còn lại nên có:

$$C_7^2 = 21$$

Vậy số cách cấp phát địa chỉ là:

$$280 \cdot 21 = 5880$$

Đáp án: 5880.

Câu 2

Chiều cao bình hoa là $3dm$.

$$\frac{1}{3}$$

1dm

Mức nước cao bằng chiều cao bình nên chiều cao phần nước là:

$$y = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$$

Bán kính thiết diện tại độ cao là:

$$S(x) = \pi y^2 = \pi(x^2 - 2x + 2)$$

Diện tích thiết diện là:

$$V_1 = \pi \int_0^1 (x^2 - 2x + 2) dx$$

Thể tích nước là:

Ta có:

$$\int_0^1 (x^2 - 2x + 2) dx = \left(\frac{x^3}{3} - x^2 + 2x \right) \Big|_0^1$$

$$= \frac{1}{3} - 1 + 2 = \frac{4}{3}$$

$$V_1 = \frac{4\pi}{3}$$

Suy ra:

$$V = \pi \int_0^3 (x^2 - 2x + 2) dx$$

Thể tích cả bình hoa là:

$$\int_0^3 (x^2 - 2x + 2) dx = \left(\frac{x^3}{3} - x^2 + 2x \right) \Big|_0^3$$

$$= 9 - 9 + 6 = 6$$

$$V = 6\pi$$

Suy ra:

Tỉ lệ phần trăm lượng nước so với thể tích bình là:

$$\frac{V_1}{V} \cdot 100\% = \frac{\frac{4\pi}{3}}{6\pi} \cdot 100\% = \frac{2}{9} \cdot 100\% \approx 22,22\%$$

Làm tròn đến hàng đơn vị được:

22%

Đáp án: 22.

Câu 3

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2}$$

Đường thẳng:

$$d \quad A(1; 2; 0)$$

Đường thẳng đi qua điểm và có vector chỉ phương:

$$\vec{u} = (1; 1; -2)$$

$$(Q): x + 2y + z - 5 = 0$$

Mặt phẳng có vector pháp tuyến:

$$\vec{n}_Q = (1; 2; 1)$$

Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d nên vector pháp tuyến $\vec{n}_P$ của (P) phải vuông góc với $\vec{u}$.

Để góc giữa (P) và (Q) nhỏ nhất, ta chọn $\vec{n}_P$ là hình chiếu của $\vec{n}_Q$ lên mặt phẳng vuông góc với $\vec{u}$.

Ta có:

$$\vec{n}_P = \vec{n}_Q - \frac{\vec{n}_Q \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u}$$

$$\vec{n}_Q \cdot \vec{u} = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 1$$

Tính:

$$\vec{u} \cdot \vec{u} = 1^2 + 1^2 + (-2)^2 = 6$$

$$\vec{n}_P = (1; 2; 1) - \frac{1}{6} (1; 1; -2)$$

Do đó:

$$= \left(\frac{5}{6}; \frac{11}{6}; \frac{4}{3} \right)$$

$$\vec{n_p} = (5; 11; 8)$$

Chọn vectơ pháp tuyến:

$$(P) \quad A(1; 2; 0)$$

Mặt phẳng đi qua nên có phương trình:

$$5(x-1) + 11(y-2) + 8z = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x + 11y + 8z - 27 = 0$$

$$M(3; 2; 1) \quad (P)$$

Khoảng cách từ đến là:

$$d = \frac{|5 \cdot 3 + 11 \cdot 2 + 8 \cdot 1 - 27|}{\sqrt{5^2 + 11^2 + 8^2}}$$

$$d = \frac{|15 + 22 + 8 - 27|}{\sqrt{25 + 121 + 64}}$$

$$d = \frac{18}{\sqrt{210}} \approx 1,24$$

Đáp án: 1,24.

Câu 4

Gọi x là số nghìn sản phẩm bán ra.

$$p(x) = 497 - 2x$$

Giá bán mỗi sản phẩm là: nghìn đồng/sản phẩm.

$$R(x) = x(497 - 2x)$$

Do đó doanh thu là: triệu đồng.

$$C(x) = 1000 + 300x - 10x^2 + \frac{1}{3}x^3$$

Chi phí sản xuất là:

Thuế mỗi sản phẩm là 36 nghìn đồng, nên với x nghìn sản phẩm, tiền thuế là:

$36x$

triệu đồng.

$$L(x) = R(x) - C(x) - 36x$$

Lợi nhuận là:

$$L(x) = x(497 - 2x) - \left(1000 + 300x - 10x^2 + \frac{1}{3}x^3\right) - 36x$$

$$L(x) = 497x - 2x^2 - 1000 - 300x + 10x^2 - \frac{1}{3}x^3 - 36x$$

$$L(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 8x^2 + 161x - 1000$$

$$0 \leq x \leq 50$$

Xét trên đoạn .

$$L'(x) = -x^2 + 16x + 161$$

Ta có:

$$L'(x) = 0$$

Cho :

$$-x^2 + 16x + 161 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 16x - 161 = 0$$

$$\Delta = 16^2 + 4 \cdot 161 = 900$$

$$\sqrt{\Delta} = 30$$

$$x = \frac{16 + 30}{2} = 23 \quad x = \frac{16 - 30}{2} = -7$$

Suy ra: hoặc

$$x \geq 0 \quad x = 23$$

Do nên nhận .

$$(0; 23) \quad (23; 50)$$

Hàm lợi nhuận tăng trên và giảm trên , nên lợi nhuận lớn nhất khi:

$$x = 23$$

Vậy doanh nghiệp cần sản xuất **23 nghìn sản phẩm**.

Đáp án: 23.

Câu 5

Chọn hệ trục tọa độ:

$$A(0;0;0), B(a;0;0), D(0;a;0), C(a;a;0)$$

Vì $SA \perp (ABCD)$ và $S(0;0;a\sqrt{3})$, lấy:

Trọng tâm G của tam giác SAB là:

A' là hình chiếu song song của G lên đường thẳng SA theo phương chiếu AB .

Vì phương chiếu song song với AB , tức song song với trục hoành, nên:

$$A' \left(0; 0; \frac{a\sqrt{3}}{3} \right)$$

Suy ra khoảng cách từ A' đến mặt phẳng đáy là:

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Vì $E \in BC$ và $BE = x$, nên:

Vì $F \in CD$ và $DF = y$, nên:

$$\overrightarrow{AE} = (a; x; 0)$$

Ta có:

$$\overrightarrow{AF} = (y; a; 0)$$

Do $\angle EAF = 45^\circ$, nên:

$$\tan 45^\circ = \frac{|\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AF}|}{\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF}}$$

$$|\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AF}| = a^2 - xy$$

Ở đây:

$$\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF} = ay + ax = a(x + y)$$

Và

$$\tan 45^\circ = 1 \quad \frac{a^2 - xy}{a(x + y)} = 1$$

Vì , ta được:

$$a^2 - xy = a(x + y)$$

Suy ra:

$$S_{AEF} = \frac{1}{2}(a^2 - xy)$$

Diện tích tam giác là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{AEF}$$

Thể tích khối chóp là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a^2 - xy}{2}$$

$$V = \frac{a\sqrt{3}(a^2 - xy)}{18}$$

$$a^2 - xy = a(x + y)$$

Mà:

$$V = \frac{a\sqrt{3} \cdot a(x + y)}{18}$$

nên:

$$V = \frac{a^2(x + y)\sqrt{3}}{18}$$

Theo đề bài:

$$V = \frac{a^2(x + y)\sqrt{3}}{m}$$

$$m = 18$$

Suy ra:

Đáp án: 18.

Câu 6

Gọi:

- A_1 : ứng viên vượt qua vòng 1.
- A_2 : ứng viên vượt qua vòng 2.
- A_3 : ứng viên vượt qua vòng 3.

Ta có:

$$P(A_1) = 0,7$$

$$P(A_2 | A_1) = 0,6$$

$$P(A_3 | A_1 A_2) = 0,5$$

Xác suất ứng viên bị loại ở vòng 1 là:

$$P_1 = 1 - 0,7 = 0,3$$

Xác suất ứng viên bị loại ở vòng 2 là:

$$P_2 = 0,7(1 - 0,6) = 0,7 \cdot 0,4 = 0,28$$

Xác suất ứng viên bị loại ở vòng 3 là:

$$P_3 = 0,7 \cdot 0,6(1 - 0,5) = 0,21$$

Xác suất ứng viên trúng tuyển là:

$$P = 0,7 \cdot 0,6 \cdot 0,5 = 0,21$$

Do đó xác suất ứng viên cuối cùng không trúng tuyển là:

$$1 - 0,21 = 0,79$$

Cần tính xác suất ứng viên bị loại ở vòng 2 hoặc vòng 3, biết rằng ứng viên không trúng tuyển.

$$0,28 + 0,21 = 0,49$$

Xác suất bị loại ở vòng 2 hoặc vòng 3 là:

$$\frac{0,49}{0,79} \approx 0,62025$$

Vậy xác suất cần tìm là:

$$0,62$$

Làm tròn đến hàng phần trăm:

Đáp án: 0,62.