

MỘT SỐ HỆ THỨC GIỮA CẠNH, GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG VÀ ỨNG DỤNG

A. TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

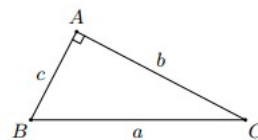
1. Hệ thức giữa cạnh huyền và cạnh góc vuông

Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh huyền nhân với $\sin$ góc đối hoặc nhân với $\cos$ góc kề.

+ Trong tam giác ABC vuông tại A ta có

$$b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C$$

$$c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B$$



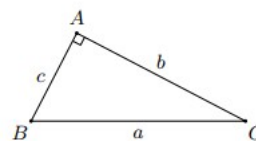
2. Hệ thức giữa hai cạnh góc vuông

Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh góc vuông kia nhân với $\tan$ góc đối hoặc nhân với $\cot$ góc kề.

+ Trong tam giác ABC vuông tại A ta có

$$b = c \cdot \tan B = a \cdot \cot C$$

$$c = b \cdot \tan C = b \cdot \cot B$$



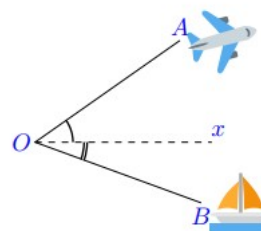
3. Giải tam giác vuông

Trong một tam giác vuông, nếu cho biết trước hai cạnh (hoặc một góc nhọn và một cạnh) thì ta sẽ tìm được tất cả các cạnh và các góc còn lại của tam giác vuông đó. Bài toán này gọi là bài toán **Giải tam giác vuông**.

Trong đo đạc, khi người quan sát có hướng nhìn ngang theo tia Ox (hình bên)

+ Góc $\angle xOA$ gọi là góc nghiêng lên hay góc nâng

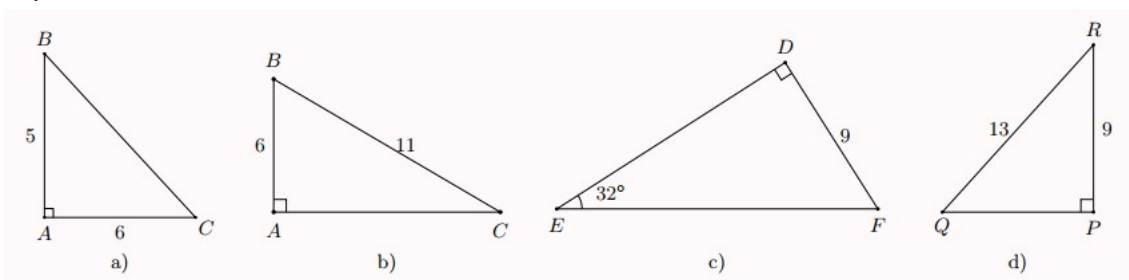
+ Góc $\angle xOB$ gọi là góc nghiêng xuống hay góc hạ.



B. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Giải tam giác vuông

Ví dụ 1. Giải các tam giác vuông ở hình sau. Làm tròn kết quả độ dài đến hàng đơn vị và số đo góc đến độ.



Lời giải

a) Xét tam giác ABC vuông tại A , theo định lý Pythagore ta có

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{5^2 + 6^2} \approx 7,8$$

$$\tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{6} \approx 0,833$$

Ta có

Từ đó tìm được $\angle C \approx 39^\circ$ suy ra $\angle B = 90^\circ - \angle C \approx 90^\circ - 39^\circ = 51^\circ$

b) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có

$$\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{11} \text{ suy ra } \angle C \approx 33^\circ, \angle B \approx 90^\circ - 33^\circ = 57^\circ$$

Theo định lí Pythagore ta có

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{11^2 - 6^2} = \sqrt{121 - 36} \approx 9$$

c) Xét tam giác DEF vuông tại D , ta có

$$\hat{F} = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$$

$$DE = DF \cdot \cot E = 9 \cdot \cot 32^\circ \approx 14$$

$$\sin E = \frac{DF}{EF} \quad \text{nên} \quad EF = \frac{DF}{\sin E} = \frac{9}{\sin 32^\circ} \approx 17$$

d) Xét tam giác PQR vuông tại P , ta có

$$\cos R = \frac{PR}{QR} = \frac{9}{13} \quad \text{suy ra} \quad \hat{R} \approx 46^\circ, \hat{Q} \approx 90^\circ - 46^\circ = 44^\circ$$

Theo định lí Pythagore ta có

$$QP = \sqrt{QR^2 - RP^2} = \sqrt{13^2 - 9^2} = \sqrt{169 - 81} \approx 9$$

Ví dụ 2. Giải tam giác ABC vuông tại A biết

- a) $AB = 4, AC = 6$ b) $AB = 4, BC = 8$ c) $AB = 3; \hat{B} = 42^\circ$ d) $BC = 9, \hat{C} = 53^\circ$

Lời giải

a) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2 + 6^2 = 52 \quad \text{hay} \quad BC = \sqrt{52} \approx 7,2 \quad (\text{cm})$$

$$\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \quad \text{suy ra} \quad \hat{B} \approx 56^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \quad (\text{tổng hai góc nhọn của tam giác vuông})$$

$$\text{Suy ra} \quad \hat{C} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$$

b) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3} \approx 6,928$$

$$\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 60^\circ$$

$$\hat{C} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

c) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có

$$\hat{C} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$$

$$AC = AB \cdot \tan B = 3 \cdot \tan 42^\circ \approx 2,701$$

$$\text{Ta có} \quad \cos B = \frac{AB}{BC} \quad \text{suy ra} \quad BC = \frac{AB}{\cos B} = \frac{3}{\cos 42^\circ} \approx 4,037$$

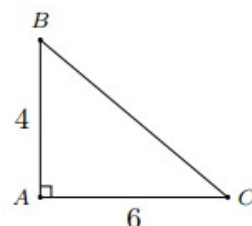
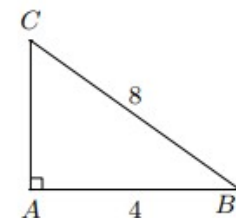
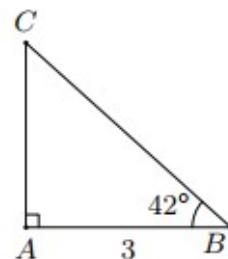
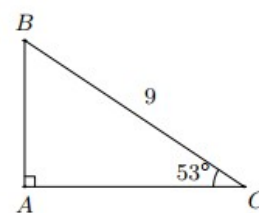
d) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có

$$\sin C = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = \sin C \cdot BC = \sin 53^\circ \cdot 9 \approx 7,2$$

$$\cos C = \frac{AC}{BC} \Rightarrow AC = BC \cdot \cos C = 9 \cdot \cos 53^\circ \approx 5,4$$

$$\hat{B} = 90^\circ - \hat{C} = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$$

Ví dụ 3. Giải tam giác ABC vuông tại A biết



a) $AB = 3,5$ và $AC = 4,2$

c) $\hat{B} = 50^\circ$ và $AB = 3,7$

b) $AB = 3,0$ và $BC = 4,5$

d) $\hat{B} = 57^\circ$ và $BC = 4,5$

Lời giải

$$\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{4,2}{3,5}$$

a) Ta có

suy ra $\hat{B} \approx 50^\circ 12'$ mà $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$

nên $\hat{C} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 50^\circ 12' = 39^\circ 48'$

Mặt khác, theo định lý Pythagore ta có

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{3,5^2 + 4,2^2} \approx 5,5$$

$$\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{3,0}{4,5} \approx \sin 41^\circ 49'$$

b) Do giả thiết ta có

Suy ra $\hat{C} \approx 41^\circ 49'$

Mà $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$ nên $\hat{B} = 90^\circ - \hat{C} = 90^\circ - 41^\circ 49' = 48^\circ 11'$

Mặt khác, theo định lý Pythagore ta có

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{4,5^2 - 3,0^2} \approx 3,4$$

c) Ta có

$$\hat{C} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

Mặt khác $AC = AB \cdot \tan B = 3,7 \cdot \tan 50^\circ \approx 4,4$

$$\text{Tương tự } BC = \frac{AB}{\cos B} = \frac{3,7}{\cos 50^\circ} \approx 5,8$$

d) Ta có $\hat{C} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 57^\circ = 33^\circ$

Mặt khác $AB = BC \cdot \cos B = 4,5 \cdot \cos 57^\circ \approx 2,5$

Và $AC = BC \cdot \sin B = 4,5 \cdot \sin 57^\circ \approx 3,8$

Ví dụ 4. Giải tam giác ABC vuông tại A biếta) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (theo định lý Pythagore) suy ra } 13^2 = 5^2 + AC^2$$

Suy ra $AC^2 = 144$ hay $AC = 12$ (cm)

$$\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{5} \text{ suy ra } \hat{B} \approx 67^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \text{ (tổng hai góc nhọn của tam giác vuông)}$$

Suy ra $\hat{C} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 67^\circ = 23^\circ$

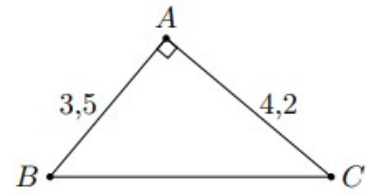
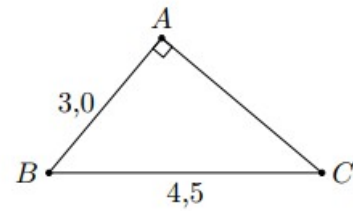
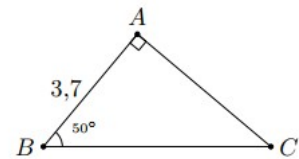
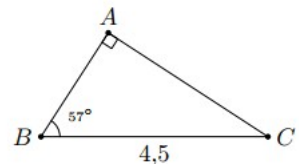
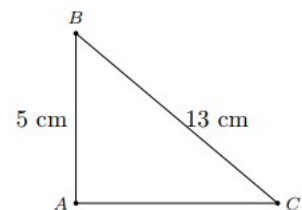
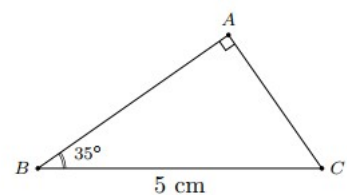
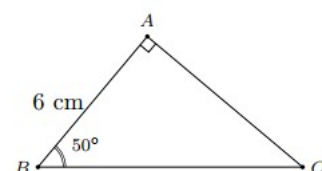
b) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có

$$\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \text{ (tổng hai góc nhọn của tam giác vuông)}$$

Suy ra $\hat{C} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

$$AB = BC \cdot \cos B = 5 \cdot \cos 35^\circ \approx 4,1 \text{ (cm)}$$

$$AC = BC \cdot \sin B = 5 \cdot \sin 35^\circ \approx 2,9 \text{ (cm)}$$



c) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có

$$\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ \text{ (tổng hai góc nhọn của tam giác vuông)}$$

$$\text{Suy ra } \widehat{C} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$AC = AB \cdot \tan \widehat{B} = 6 \cdot \tan 50^\circ \approx 7,2 \text{ (cm)}$$

$$AB = BC \cdot \cos \widehat{B} \text{ hay } BC = \frac{AB}{\cos \widehat{B}} = \frac{6}{\cos 50^\circ} \approx 9,3 \text{ (cm)}$$

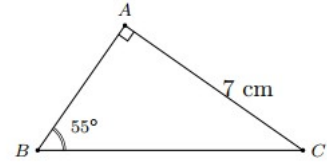
d) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có

$$\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ \text{ (tổng hai góc nhọn của tam giác vuông)}$$

$$\text{Suy ra } \widehat{C} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$$

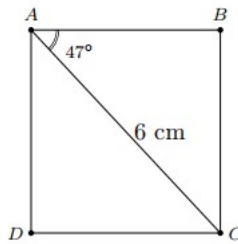
$$AB = AC \cdot \tan \widehat{C} = 7 \cdot \tan 35^\circ \approx 4,9 \text{ (cm)}$$

$$AB = BC \cdot \cos \widehat{B} \text{ hay } BC = \frac{AB}{\cos \widehat{B}} = \frac{4,9}{\cos 55^\circ} \approx 8,5 \text{ (cm)}$$



Ví dụ 5. Cho hình chữ nhật $ABCD$ thỏa mãn $AC = 6$ cm, $\widehat{BAC} = 47^\circ$. Tính độ dài các đoạn thẳng AB, AD

Lời giải



Xét tam giác ABC vuông tại B ta có

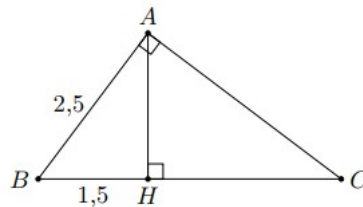
$$AB = AC \cdot \cos \widehat{BAC} = 6 \cdot \cos 47^\circ \approx 4,1 \text{ (cm)}$$

$$BC = AC \cdot \sin \widehat{BAC} = 6 \cdot \sin 47^\circ \approx 4,4 \text{ (cm)}$$

Vì tam giác $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AD = BC \approx 4,4$ (cm)

Ví dụ 6. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB = 2,5$; $BH = 1,5$. Tính $\widehat{B}, \widehat{C}$ và AC

Lời giải



Xét tam giác ABH vuông tại H ta có

$$\cos \widehat{B} = \frac{BH}{AB} = \frac{1,5}{2,5} \approx \cos 53^\circ 8' \quad \text{suy ra } \widehat{B} \approx 53^\circ 8'$$

Mà $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn của tam giác vuông)

$$\text{Suy ra } \widehat{C} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 53^\circ 8' = 36^\circ 52'$$

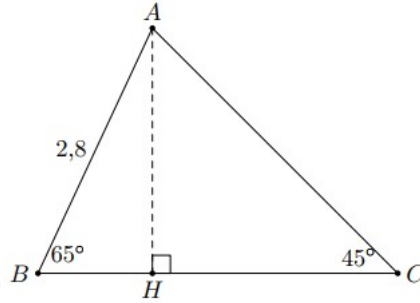
Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có

$$AC = AB \cdot \tan B = 2,5 \tan 53^\circ 8' \approx 3,3$$

Dạng 2. Giải tam giác nhọn

Ví dụ 7. Cho tam giác ABC có $B = 65^\circ, C = 45^\circ$ và $AB = 2,8$ cm. Tính các góc và cạnh còn lại của tam giác đó (gọi là giải tam giác ABC).

Lời giải



Ta có $A = 180^\circ - B - C = 70^\circ$

Kẻ đường cao AH . Xét $\triangle ABH$ vuông tại H , ta có

$$AH = AB \cdot \sin B = 2,8 \cdot \sin 65^\circ \approx 2,54 \text{ (cm)}$$

Tương tự $BH = AB \cdot \cos B = 2,8 \cdot \cos 65^\circ \approx 1,18 \text{ (cm)}$

Mặt khác do giả thiết suy ra tam giác HAC vuông cân tại H nên

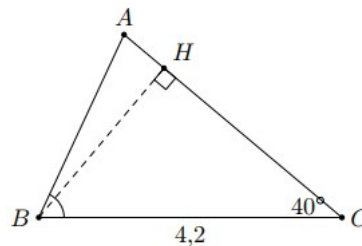
$$HA = HC. \text{ Do đó } BC \approx 2,54 + 1,18 = 3,7 \text{ (cm)}$$

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H , ta có

$$AC = \frac{HA}{\sin C} = \frac{2,54}{\sin 45^\circ} \approx 3,6 \text{ (cm)}$$

Ví dụ 8. Giải tam giác ABC có $B = 65^\circ, C = 40^\circ$ và $BC = 4,2$ cm

Lời giải



Ta có $A = 180^\circ - B - C = 75^\circ$

Kẻ đường cao BH . Xét $\triangle BCH$ vuông tại H , ta có

$$BH = BC \cdot \sin C = 4,2 \cdot \sin 40^\circ \approx 2,70 \text{ (cm)}$$

Tương tự, xét $\triangle ABH$ vuông tại H , ta có

$$AB = \frac{BH}{\sin A} = \frac{2,70}{\sin 75^\circ} \approx 2,8 \text{ (cm)}$$

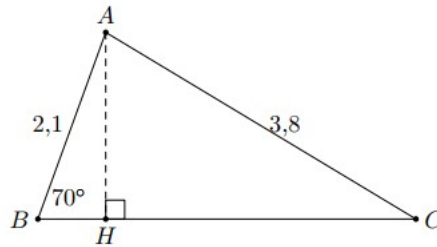
Mặt khác ta có

$$AC = AH + CH = BH \cdot (\cot A + \cot C)$$

$$\approx 2,70 \cdot (\cot 75^\circ + \cot 40^\circ) \approx 3,9$$

Ví dụ 9. Giải tam giác ABC có $B = 70^\circ$ và $AB = 2,1; AC = 3,8$ cm

Lời giải



Vẽ $AH \perp BC$. Xét $\triangle ABH$ vuông tại H có $AH = AB \cdot \sin B = 2,1 \cdot \sin 70^\circ \approx 1,97$

Tương tự, xét $BH = AB \cdot \cos B = 2,1 \cdot \cos 70^\circ \approx 0,72$

Mặt khác, xét $\triangle AHC$ vuông tại H ta có $\sin C = \frac{AH}{AC} \approx \frac{1,97}{3,8} \approx \sin 31^\circ 14'$ do đó $C \approx 31^\circ 14'$

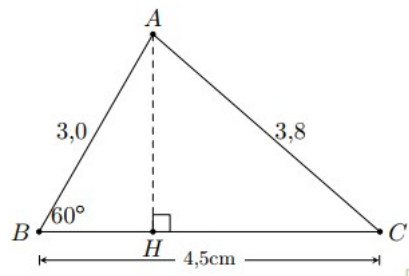
Mà $A = 180^\circ - (70^\circ + 31^\circ 14') = 78^\circ 46'$

Ta có $HC = AC \cdot \cos C \approx 3,80 \cdot \cos 31^\circ 14' \approx 3,25$

Mà $BC = BH + HC = 0,72 + 3,25 = 3,97$

Ví dụ 10. Giải tam giác ABC biết $B = 60^\circ$, $AB = 3,0$ và $BC = 4,5$.

Lời giải



Kẻ đường cao $AH \perp BC$. Xét $\triangle ABH$ vuông tại H có $AH = AB \cdot \sin B = 3 \cdot \sin 60^\circ \approx 2,6$

Tương tự, xét $BH = AB \cdot \cos B = 3 \cdot \cos 60^\circ = 1,5$

Mà $HC = BC - HB = 4,5 - 1,5 = 3,0$

Theo định lý Pythagore ta có $AB^2 = BH^2 + AH^2 = 3^2 + 2,6^2 = 15,76$

Suy ra $AB = \sqrt{15,76} \approx 4,0$

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H ta có $\tan C = \frac{AH}{HC} \approx \frac{2,6}{3,0} \approx \tan 40^\circ 55'$

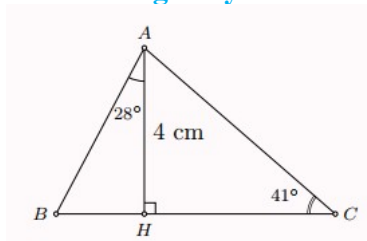
Do $A = 180^\circ - B - C = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ 55') = 79^\circ 5'$

Ví dụ 11. Trong hình bên, tính độ dài của mỗi đoạn thẳng sau:

a) HB và HC

b) AH và AC

Lời giải



a) Xét tam giác ABH vuông tại H , ta có

$$HB = AH \cdot \tan \angle BAH = 4 \cdot \tan 28^\circ \approx 2,1 \text{ (cm)}$$

Vì tam giác AHC vuông tại H nên $HC = AH \cdot \cot C = 4 \cdot \cot 41^\circ \approx 4,6 \text{ (cm)}$

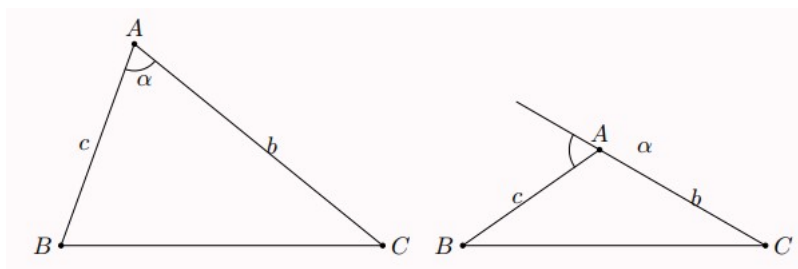
b) Xét tam giác ABH vuông tại H , ta có

$$\cos \angle BAH = \frac{AH}{AB} \text{ hay } AB = \frac{AH}{\cos \angle BAH} = \frac{4}{\cos 28^\circ} \approx 4,5 \text{ (cm)}$$

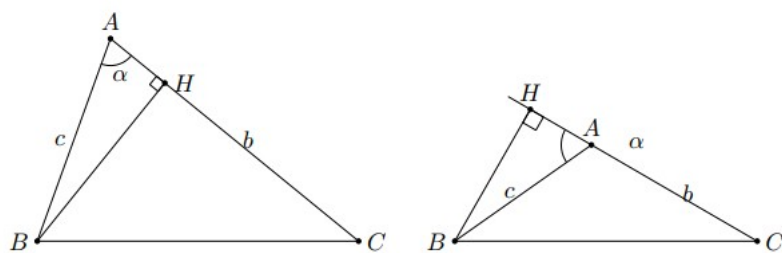
Vì tam giác AHC vuông tại H nên $\sin C = \frac{AH}{AC}$ hay $AC = \frac{AH}{\sin C} = \frac{4}{\sin 41^\circ} \approx 6,1 \text{ (cm)}$

Dạng 3. Tính diện tích tam giác, tứ giác

Ví dụ 12. Cho tam giác ABC như hình vẽ bên. Chứng minh rằng diện tích tam giác ABC có diện tích là $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$



Lời giải



Vẽ đường cao BH của tam giác ABC .

Xét $\triangle ABH$ vuông tại H , ta có $BH = AB \cdot \sin A = c \cdot \sin \alpha$

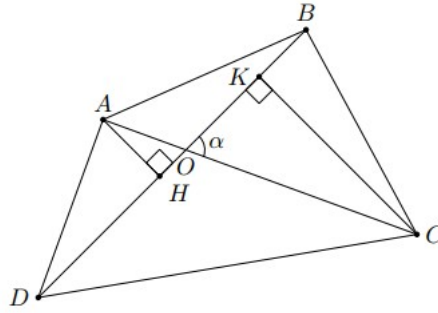
Do đó diện tích S của tam giác ABC là

$$S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$$

Nhận xét. Qua ví dụ này ta có thêm một cách tính diện tích tam giác. Diện tích tam giác bằng nửa tích hai cạnh nhân với $\sin$ của góc nhọn xen giữa hai đường thẳng chứa hai cạnh đó.

Ví dụ 13. Tứ giác $ABCD$ như hình vẽ phía dưới. Biết $AB = 3,8$; $BD = 5,0$ và $\alpha = 65^\circ$. Tính diện tích của tứ giác đó.

Lời giải



Vẽ $AH \perp BD$ và $CK \perp BD$. Xét $\triangle OAH$ có $AH = OA \cdot \sin \alpha$

Tương tự, xét $\triangle OCK$ ta có $CK = OC \cdot \sin \alpha$

$$\text{Mà } S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot OA \cdot \sin \alpha$$

$$\text{Tương tự } S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot CK = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot OC \cdot \sin \alpha$$

. Gọi S là diện tích tứ giác $ABCD$ ta có

$$S = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD}$$

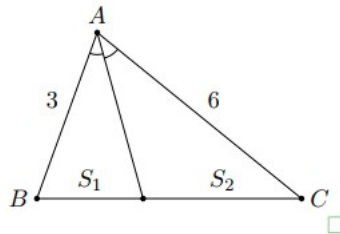
$$= \frac{1}{2} \cdot BD \cdot OA \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} \cdot BD \cdot OC \cdot \sin \alpha$$

$$= \frac{1}{2} \cdot BD \cdot (OA + OC) \cdot \sin \alpha$$

$$= \frac{1}{2} \cdot BD \cdot AC \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 5,0,3,8 \cdot \sin 65^\circ \approx 8,6$$

Ví dụ 14. Tam giác ABC có $\angle B + \angle C = 60^\circ$; $AB = 3$; $AC = 6$. Tính độ dài đường phân giác AD .

Lời giải



Do $\angle B + \angle C = 60^\circ$ nên $\angle BAC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

Mà AD là đường phân giác nên $\angle BAD = \angle CAD = 60^\circ$

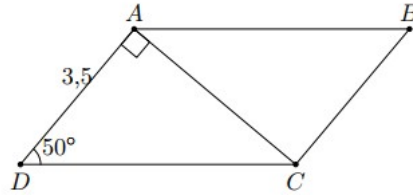
$$\text{Mà } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 \cdot \sin 120^\circ = \frac{18}{2} \cdot \sin 60^\circ$$

$$\text{Mặt khác } S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD \cdot \sin \angle BAD = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD \cdot \sin 60^\circ$$

$$\text{Và } S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AD \cdot \sin \angle DAC = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AD \cdot \sin 60^\circ$$

Ví dụ 15. Hình bình hành $ABCD$ có $AC \perp AD$ và $AD = 3,5$; $\angle D = 50^\circ$. Tính diện tích của hình bình hành.

Lời giải



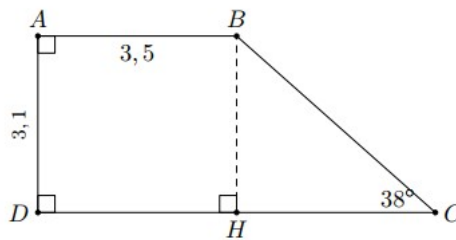
Xét $\triangle ADC$ vuông tại A , ta có

Khi đó gọi S là diện tích hình bình hành $ABCD$ ta có

$$S = AD \cdot AC = 3,5 \cdot 3,5 \cdot \tan 50^\circ \approx 4,6$$

Ví dụ 16. Hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $\angle D = 90^\circ$; $\angle C = 38^\circ$, $AB = 3,5$; $AD = 3,1$. Tính diện tích hình thang đó.

Lời giải



Vẽ $BH \perp CD$, do giả thiết suy ra $ABHD$ là hình chữ nhật.

Do đó $BH = 3,1$; $DH = 3,5$

Xét $\triangle BHC$ vuông tại H , ta có

$$HC = BH \cdot \cot \angle C = 3,1 \cdot \cot 38^\circ \approx 4,0$$

Mà $CD = DH + HC = 3,5 + 4,0 = 7,5$

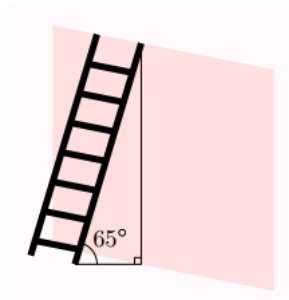
Khi đó gọi S là diện tích hình thang $ABCD$ ta có

$$S = \frac{(AB + CD) \cdot BH}{2} = \frac{(3,5 + 7,5) \cdot 3,1}{2} = 17,1$$

Dạng 4. Ước lượng chiều cao và khoảng cách

Ví dụ 17.

Một chiếc thang dài $3m$. Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến số thập phân thứ hai) để nó tạo được với mặt đất một góc an toàn 65° (tức là đảm bảo thang chắc chắn khi sử dụng) (H.4.14)?



Lời giải

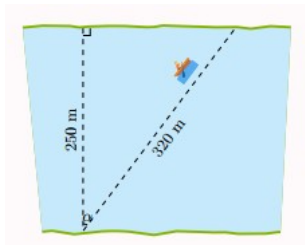
Khoảng cách từ thang đến chân tường để nó tạo được với mặt đất một góc an toàn 65° (tức là đảm bảo thang chắc chắn khi sử dụng) là $3 \cdot \cos 65^\circ \approx 1,27 (m)$

Vậy khoảng cách từ thang đến chân tường để nó tạo được với mặt đất một góc an toàn là $1,27 \text{ m}$

Ví dụ 18.

Một khúc sông rộng khoảng 250m . Một con đò chèo qua sông bị dòng nước chảy đẩy xiên nên phải chèo khoảng 320m mới sang được bờ bên kia. Hỏi dòng nước chảy đã đẩy con đò đi lệch một góc α bằng bao nhiêu độ (làm tròn đến phút)?

Lời giải



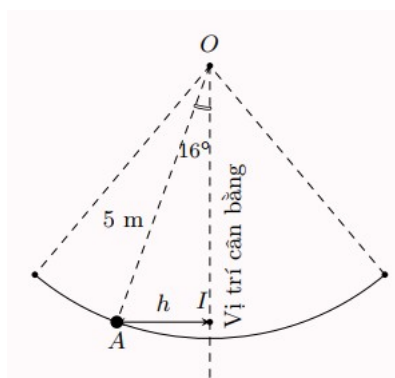
Ta có
$$\cos \alpha = \frac{250}{320} = \frac{25}{32} \Rightarrow \alpha \approx 38^{\circ}37'$$

Vậy dòng nước chảy đã đẩy con đò đi lệch một góc $38^{\circ}37'$

Ví dụ 19.

Trong trò chơi đánh đu của một lễ hội vào mùa xuân, khi người chơi nhún đều. Cây đu sẽ đưa người chơi dạo động quanh vị trí cân bằng. Hình bên minh họa người chơi đang ở vị trí A với $OA = 5\text{m}$ và dây OA tạo với phương thẳng đứng một góc $\angle AOI = 16^{\circ}$. Tính khoảng cách AI (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của mét)?

Lời giải

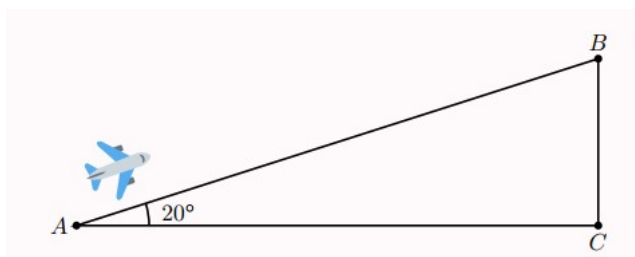


Vì tam giác AOI vuông tại I nên $AI = OA \cdot \sin \angle AOI = 5 \cdot \sin 16^{\circ} \approx 1,38 \text{ (m)}$

Ví dụ 20.

Một máy bay cất cánh từ vị trí A trên đường băng của sân bay và bay theo đường thẳng AB tạo với phương nằm ngang AC một góc là 20° . Sau 5 giây, máy bay ở độ cao $BC = 110\text{m}$. Em hãy tính khoảng cách AB (làm tròn kết quả đến hàng trăm của mét).

Lời giải



Xét $\triangle ABC$ vuông tại C ta có

$$\sin A = \frac{BC}{AB} \text{ suy ra } AB = \frac{BC}{\sin A} = \frac{110}{\sin 20^\circ} \approx 361,62(m)$$

Vậy khoảng cách từ A đến B là $361,62(m)$.

Ví dụ 21.

Năm 1990, tháp nghiêng ở thành phố Pisa (Italia) bắt đầu quá trình trùng tu nhằm giảm độ nghiêng của tháp. Sau 10 năm trùng tu, vào năm 2001, các kĩ sư đã thành công trong việc đưa độ nghiêng của tháp chỉ còn khoảng 4° (Nguồn: http://en.wikipedia.org/wiki/Leaning_Tower_of_Pisa). Giả sử một người đứng trên tháp (tại vị trí A), cách mặt đất một khoảng là $AH = 45m$, thả một vật rơi xuống đất (Hình bên). Tính khoảng cách từ vị trí chạm đất (vị trí H) đó đến chân tháp (vị trí B) (làm tròn kết quả đến hàng trăm của mét).

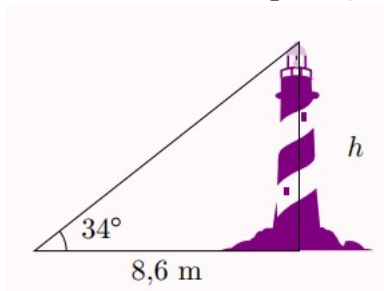


Lời giải

Xét tam giác ABH vuông tại H ta có $BH = AH \cdot \tan A = 45 \cdot \tan 4^\circ \approx 3,15(m)$

Vậy khoảng cách từ vị trí chạm đất đến chân tháp là $3,15(m)$

Ví dụ 22. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 34° và bóng của một tòa tháp trên mặt đất dài $8,6$ m. Tính chiều cao của tòa tháp đó (làm tròn kết quả đến mét).



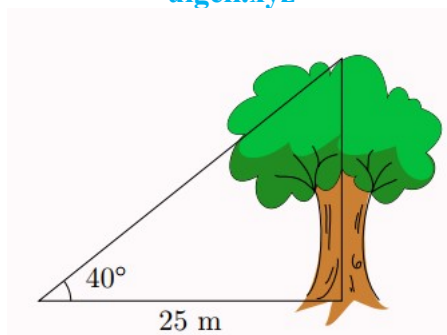
Lời giải

Ta nhận thấy đường cao của tháp đối diện với góc 34° (góc tạo bởi tia nắng mặt trời và bóng của tháp trên mặt đất). Do đó ta có $h = 8,6 \cdot \tan 34^\circ \approx 6(m)$

Vậy chiều cao của tháp là khoảng 6 m.

Ví dụ 23.

Bóng trên mặt đất của một cái cây dài 25 m. Tính chiều cao của cây (làm tròn đến dm), biết rằng tia nắng mặt trời tạo với mặt đất góc 40° .

**Lời giải**

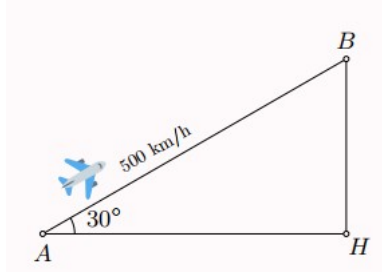
Đổi $25\text{ m} = 250\text{ dm}$

Chiều cao của cây là $250 : \cos 40^\circ \approx 326\text{ dm}$

Ví dụ 24.

Một chiếc máy bay bay lên với vận tốc 500 km/h . Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 30° . (Hình bên).

Hỏi sau $1,2$ phút, máy bay lên cao được bao nhiêu ki-lo-met theo phương thẳng đứng?

**Lời giải**

Trong hình vẽ, AB là đoạn đường máy bay bay lên trong $1,2$ phút và BH chính là độ cao của máy bay đạt được trong $1,2$ phút đó.

Ta có $1,2$ phút $= \frac{1}{50}$ giờ nên $AB = 500 \cdot \frac{1}{50} = 10$ (km)

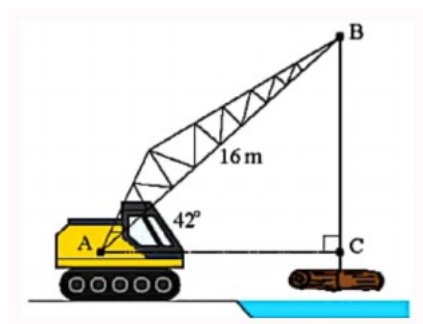
Tam giác ABH vuông tại H có $\angle A = 30^\circ$ nên theo định lí 1 ta có

$$BH = AB \cdot \sin \angle A = 10 \cdot \sin 30^\circ = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 \text{ (km)}$$

Vậy sau $1,2$ phút máy bay lên cao được 5 km .

Ví dụ 25.

Một cần cẩu đang nâng một khối gỗ trên sông, Biết ta cần AB có chiều dài bằng 16 m và nghiêng một góc 42° so với phương nằm ngang. Tính chiều dài BC của đoạn dây cáp (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

**Lời giải**

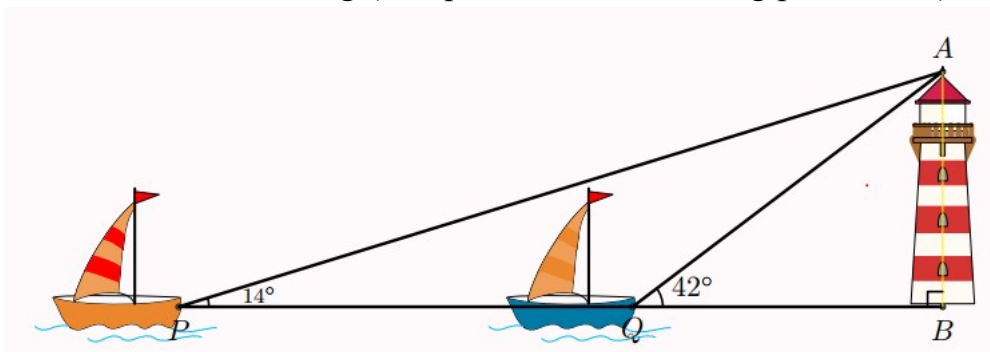
Xét tam giác ABC vuông tại C có $AB = 16$; $\angle A = 42^\circ$ ta có

$$BC = AB \cdot \sin \angle A = 16 \cdot \sin 42^\circ \approx 10,71(m)$$

Ví dụ 26. Hai con thuyền P và Q cách nhau $300m$ và thẳng hàng với chân B của tháp hải đăng ở trên bờ biển. Từ P và Q người ta nhìn thấy tháp hải đăng dưới các góc $\angle BPQ = 14^\circ$ và $\angle BQA = 42^\circ$. Đặt $h = AB$ là chiều cao của tháp hải đăng.

a) Tính BQ và BP theo h

b) Tính chiều cao của tháp hải đăng (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Lời giải

a) Xét tam giác BQA vuông tại B , ta có $\tan \angle Q = \frac{AB}{QB}$ nên $BQ = \frac{AB}{\tan 42^\circ} = \frac{h}{\tan 42^\circ}$

Xét tam giác BPA vuông tại B ta có $\tan \angle P = \frac{AB}{PB}$ nên $PB = \frac{AB}{\tan 14^\circ} = \frac{h}{\tan 14^\circ}$

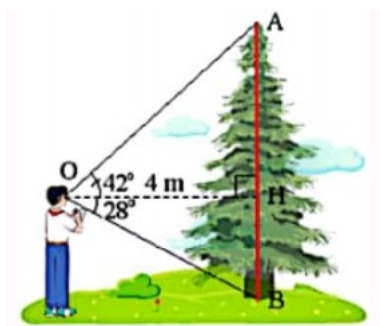
b) Ta có $BP - BQ = 300$ suy ra $\frac{h}{\tan 14^\circ} - \frac{h}{\tan 42^\circ} = 300$

$$h = \frac{300}{\frac{1}{\tan 14^\circ} - \frac{1}{\tan 42^\circ}} \approx 103,4(m)$$

Vậy chiều cao của tháp hải đăng là khoảng $103,4(m)$

Ví dụ 27.

Trong hình bên cho $OH = 4m$; $\angle AOH = 42^\circ$; $\angle HOB = 28^\circ$. Tính chiều cao AB của cây



Lời giải

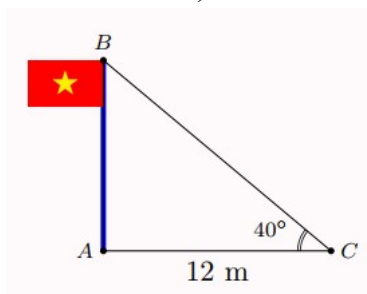
Xét tam giác OHA vuông tại H ta có $HA = OH \cdot \tan \angle HOA = 4 \cdot \tan 42^\circ \approx 3,6(m)$

Xét tam giác OHB vuông tại H ta có $HB = OH \cdot \tan \angle HOB = 4 \cdot \tan 28^\circ \approx 2,1(m)$

Vậy chiều dài của cây là $AB = HA + HAB = 3,6 + 2,1 = 5,7 (m)$

Ví dụ 28.

Tam giác ABC ở hình bên (có $\angle A = 90^\circ$) mô tả cột cờ AB và bóng nắng của cột cờ trên mặt đất là AC . Người ta đo được độ dài $AC = 12m$ và $\angle C = 40^\circ$. Tính chiều cao AB của cột cờ. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của mét).

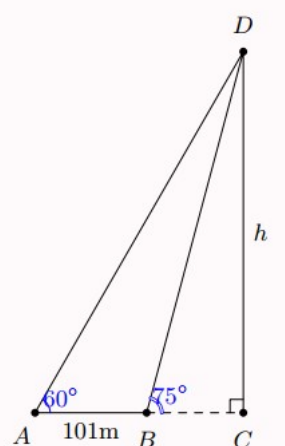


Lời giải

Vì tam giác ABC vuông tại A nên $AB = AC \cdot \tan \angle C = 12 \cdot \tan 40^\circ \approx 10,07 (m)$

Ví dụ 29.

Trong lần tham quan tháp Eiffel (thủ đô Paris, Pháp), bạn Vân muốn ước tính độ cao của tháp. Sau khi quan sát, bạn Vân đã minh họa kết quả đo đạc ở hình bên. Em hãy giúp bạn Vân tính độ cao h của tháp Eiffel theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



Lời giải

Xét tam giác ADC vuông tại C ta có $AC = h \cdot \cot \angle DAC = h \cdot \cot 60^\circ$

Xét tam giác BDC vuông tại C ta có $BC = h \cdot \cot \angle DBC = h \cdot \cot 75^\circ$

Do $AC - BC = AB = 101$ nên $h \cdot \cot 60^\circ - h \cdot \cot 75^\circ = 101$

Hay $h \cdot (\cot 60^\circ - \cot 75^\circ) = 101$

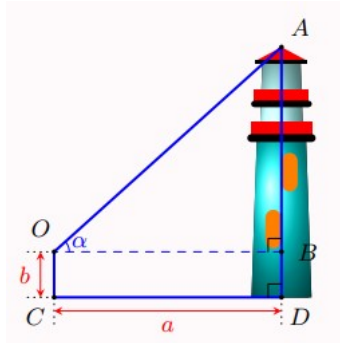
Suy ra $h = \frac{101}{\cot 60^\circ - \cot 75^\circ} \approx 326 (m)$

Vậy chiều cao của tháp Eiffel khoảng 326m

Ví dụ 30.

Để ước lượng chiều cao của một cái tháp mà không cần lên đỉnh tháp, người ta sử dụng giác kế, máy tính cầm tay. Chẳng hạn, ở hình bên, để đo chiều cao AD của tháp, người ta

đặt giác kế tại một điểm quan sát cách chân tháp một khoảng $CD = OB = a$, trong đó chiều cao của điểm đặt giác kế là $OC = b$. Quay thanh giác kế sao cho khi ngắm thanh này ta nhìn thấy đỉnh A của tháp, đọc trên giác kế số đo góc α của góc AOB . Tính chiều cao của tháp, biết $\alpha = 42^\circ$; $b = 13,81m$; $a = 90m$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của mét).



Lời giải

Vì tam giác OAB vuông tại B nên

$$AB = OB \cdot \tan \angle AOB = 90 \cdot \tan 42^\circ \approx 81,04(m)$$

Vậy chiều cao của tháp khoảng

$$81,04 + 13,81 = 94,85(m)$$

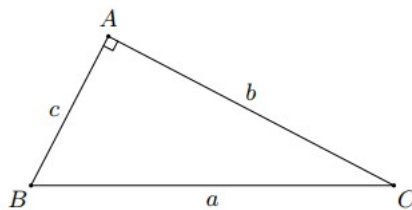
C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Giải tam giác ABC vuông tại A có $BC = a$; $AC = b$; $AB = c$ trong các trường hợp sau:

a) $a = 21$; $b = 18$

b) $b = 10$; $\angle C = 30^\circ$

c) $c = 5$; $b = 3$



Lời giải

a) Tam giác ABC vuông tại A có

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{21^2 - 18^2} = 3\sqrt{13} \quad (\text{Định lý Pythagore})$$

$$\cos B = \frac{c}{a} = \frac{3\sqrt{13}}{21} = \frac{\sqrt{13}}{7} \Rightarrow B \approx 59^\circ$$

$$\angle C = 90^\circ - B = 90^\circ - 59^\circ = 31^\circ$$

b) Tam giác ABC vuông tại A có

$$\angle B = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\cos C = \frac{b}{a} \Rightarrow a = \frac{b}{\cos C} = \frac{10}{\cos 30^\circ} = \frac{20\sqrt{3}}{3}$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{\left(\frac{20\sqrt{3}}{3}\right)^2 - 10^2} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \quad (\text{Định lý Pythagore})$$

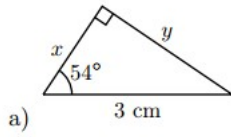
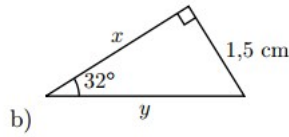
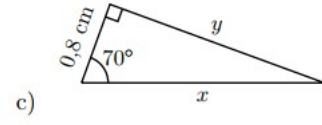
c) Tam giác ABC vuông tại A có

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34} \quad (\text{Định lý Pythagore})$$

$$\cos B = \frac{c}{a} = \frac{5}{\sqrt{34}} \Rightarrow B \approx 30,96^\circ$$

$$C = 90^\circ - B = 90^\circ - 30,96^\circ = 59,04^\circ$$

Bài 2. Tìm x, y trong mỗi hình bên dưới (làm tròn đến hàng phần mười của centimet)



Lời giải

a) Ta có $\sin 54^\circ = \frac{y}{3} \Rightarrow y = 3 \cdot \sin 54^\circ \approx 2,4 (cm)$

$$\cos 54^\circ = \frac{x}{3} \Rightarrow x = 3 \cdot \cos 54^\circ \approx 1,8 (cm)$$

b) Ta có $\sin 32^\circ = \frac{1,5}{y} \Rightarrow y = \frac{1,5}{\sin 32^\circ} \approx 2,8 (cm)$

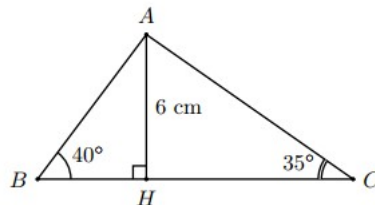
$$\tan 32^\circ = \frac{1,5}{x} \Rightarrow x = \frac{1,5}{\tan 32^\circ} \approx 2,4 (cm)$$

c) Ta có $\tan 70^\circ = \frac{y}{0,8} \Rightarrow y = 0,8 \cdot \tan 70^\circ \approx 2,2 (cm)$

$$\cos 70^\circ = \frac{0,8}{x} \Rightarrow x = \frac{0,8}{\cos 70^\circ} \approx 2,3 (cm)$$

Bài 3. Cho tam giác ABC có đường cao $AH = 6cm, B = 40^\circ, C = 35^\circ$. Tính độ dài các đoạn thẳng AB, BH, AC, BC (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của centimet)

Lời giải



$\triangle ABH$ vuông tại H có

$$BH = \frac{AH}{\tan 40^\circ} = \frac{6}{\tan 40^\circ} \approx 7,2 (cm)$$

$$AB = \frac{AH}{\sin 40^\circ} = \frac{6}{\sin 40^\circ} \approx 9,3 (cm)$$

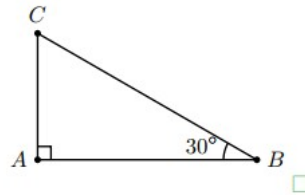
$\triangle ACH$ vuông tại H có

$$CH = \frac{AH}{\tan 35^\circ} = \frac{6}{\tan 35^\circ} \approx 8,6 (cm)$$

$$AC = \frac{AH}{\sin 35^\circ} = \frac{6}{\sin 35^\circ} \approx 10,5 (cm)$$

$$BC = BH + CH = 7,2 + 8,6 = 15,8 (cm)$$

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A có $B = 30^\circ$. Chứng minh $AC = \frac{1}{2}BC$

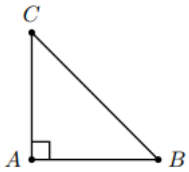
Lời giải

Tam giác ABC vuông tại A nên

$$\sin B = \frac{AC}{BC} \text{ hay } AC = BC \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot BC$$

$$AB = AC = \frac{\sqrt{2}}{2} BC$$

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Chứng minh

Lời giải

Tam giác ABC vuông cân tại A nên $B = C = 45^\circ$

Ta có $AC = AB = BC \cdot \cos B = BC \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} BC$

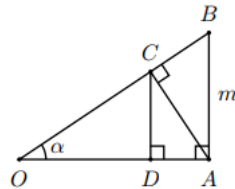
Bài 6.

Trong hình bên cho $\angle O = \alpha$, $AB = m$ và $\angle OAB = \angle OCA = \angle ODC = 90^\circ$. Chứng minh

a) $OA = m \cdot \cot \alpha$

b) $AC = m \cdot \cos \alpha$

c) $CD = m \cdot \cos^2 \alpha$

**Lời giải**

a) Xét $\triangle OAB$ vuông tại A có $OA = AB \cdot \cot \angle BOA = m \cdot \cot \alpha$

b) Ta có $\angle BAC = 90^\circ - \angle ABC = 90^\circ - \angle ABO = \alpha$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại C có $AC = AB \cdot \cos \angle BAC = m \cdot \cos \alpha$

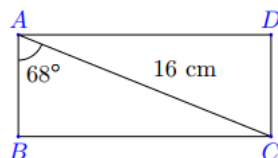
c) Ta có $\angle DCA = 90^\circ - \angle CAD = 90^\circ - \angle CAO = \alpha$

Xét $\triangle ACD$ vuông tại D có $CD = AC \cdot \cos \angle DCA = AC \cdot \cos \alpha$

Mà theo câu b) ta lại có $AC = m \cdot \cos \alpha$ nên $CD = m \cdot \cos^2 \alpha$

Bài 7.

Tính các cạnh của hình chữ nhật $ABCD$ biết $AC = 16$ cm và $\angle BAC = 68^\circ$.

**Lời giải**

Xét tam giác ABC vuông tại B ta có

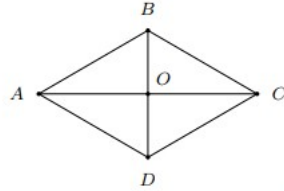
$$AB = AC \cdot \cos \angle BAC = 16 \cdot \cos 68^\circ \approx 6 \text{ cm}$$

$$BC = AC \cdot \sin \angle BAC = 16 \cdot \sin 68^\circ \approx 14,8 \text{ cm}$$

Vậy $AB = CD = 6 \text{ cm}$; $AD = BC = 14,8 \text{ cm}$

Bài 8. Tính các góc của hình thoi có hai đường chéo dài $2\sqrt{3}$ và 2

Lời giải



Giả sử hình thoi $ABCD$ có $AC = 2\sqrt{3}$; $BD = 2$

Gọi O là giao điểm của AC và BD . Khi đó ta có $AC \perp BD$ tại O và $BO = DO = 1$; $AO = OC = \sqrt{3}$

Tam giác ABO vuông tại O có

$$\tan \angle OAB = \frac{BO}{AO} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \angle OAB = 30^\circ$$

$$\angle ABO = 90^\circ - \angle OAB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

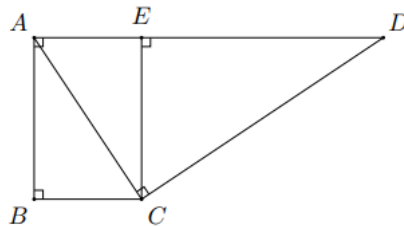
Suy ra $\angle ABC = \angle ACD = 2 \cdot \angle ABO = 120^\circ$; $\angle BAD = \angle BCD = 2 \cdot \angle BAO = 60^\circ$

Bài 9. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $AD = 16 \text{ cm}$; $BC = 4 \text{ cm}$ và $\angle A = \angle B = \angle ACD = 90^\circ$

a) Kẻ đường cao CE của tam giác ACD . Chứng minh $\angle ADC = \angle ACE$. Tính $\sin$ của các góc $\angle ADC$; $\angle ACE$ và suy ra $AC^2 = AE \cdot AD$. Từ đó tính AC

b) Tính góc D của hình thang.

Lời giải



a) Ta có

$$\angle ADC + \angle CAD = 90^\circ \text{ (tam giác } ACD \text{ vuông tại } C)$$

$$\angle ACE + \angle CAD = 90^\circ \text{ (tam giác } ACE \text{ vuông tại } E)$$

Suy ra $\angle ADC = \angle ACE$

Tam giác ACD vuông tại C có $\sin \angle ADC = \frac{AC}{AD}$

Tam giác ACE vuông tại E có $\sin \angle ADE = \frac{AE}{AC}$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AC^2 = AE \cdot AD$$

Suy ra

Vì tứ giác $AECB$ có $\angle B = \angle BAE = \angle AEC = 90^\circ$ nên tứ giác $AECB$ là hình chữ nhật.

$\Rightarrow AE = BC = 4\text{cm}$ và $AB = CE$

Ta có $AC^2 = AE \cdot AD = 4 \cdot 16 = 64 \Rightarrow AC = 8\text{cm}$

$$\text{b) Ta có } \sin \angle ADC \cdot \sin \angle ACE = \frac{AC}{AD} \cdot \frac{AE}{AC} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow (\sin \angle ADC)^2 = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin \angle ADC = \frac{1}{2}$$

suy ra $\angle D = 30^\circ$

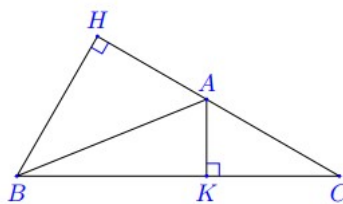
Bài 10. Cho tam giác ABC có $BC = 20\text{cm}$; $\angle ABC = 22^\circ$; $\angle ACB = 30^\circ$

a) Tính khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng AC .

b) Tính các cạnh và các góc còn lại của tam giác ABC

c) Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BC .

Lời giải



a) Kẻ $BH \perp AC$ tại H .

Xét tam giác BHC vuông tại H ta có $BH = BC \cdot \sin C = 20 \cdot \sin 30^\circ = 10\text{cm}$

Vậy khoảng cách từ B đến AC là $BH = 10\text{cm}$.

b) Xét tam giác ABC ta có

$$\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 22^\circ + 30^\circ + \angle BAC = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BAC = 180^\circ - 22^\circ - 30^\circ = 128^\circ$$

Ta có $\angle BAC + \angle BAH = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

$$\angle BAH = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$$

Xét tam giác AHB vuông tại H ta có

$$BH = AB \cdot \sin \angle BAH \Rightarrow AB = \frac{BH}{\sin \angle BAH} = \frac{10}{\sin 52^\circ} \approx 12,7(\text{cm})$$

$$HA = BH \cdot \cot \angle BAH = 10 \cdot \cot 52^\circ \approx 7,8(\text{cm})$$

Xét tam giác BHC vuông tại H ta có

$$BC^2 = BH^2 + HC^2 \text{ (định lý Pythagore)}$$

$$\Rightarrow 20^2 = 10^2 + HC^2$$

$$\Rightarrow HC = \sqrt{20^2 - 10^2} = 10\sqrt{3}(\text{cm})$$

Lại có $HC = HA + AC \Rightarrow AC = HC - HA = 10\sqrt{3} - 7,8 \approx 9,5(\text{cm})$

c) Kẻ $AK \perp BC$

Xét tam giác AKB vuông tại K có $BK = AK \cdot \cot 22^\circ$

Xét tam giác AKC vuông tại K có $CK = AK \cdot \cot 30^\circ$

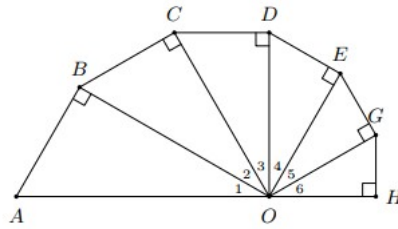
Lại có

$$\begin{aligned} BC &= BK + KC \\ \Rightarrow 20 &= AK \cdot \cot 22^\circ + AK \cdot \cot 30^\circ \\ \Rightarrow AK &= \frac{20}{\cot 22^\circ + \cot 30^\circ} \\ \Rightarrow AK &\approx 4,8 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Vậy khoảng cách từ A đến BC là $AK \approx 4,8 \text{ cm}$

Bài 11.

Tính độ dài đường gấp khúc $ABCDEGH$ biết các tam giác $OAB; OBC; OCD; ODE; OEG; OGH$ là các tam giác vuông tại các đỉnh lần lượt là B, C, D, E, G, H các góc $O_1; O_2; O_3; O_4; O_5; O_6$ đều bằng 30° và $OA = 2 \text{ cm}$.



Lời giải

Xét tam giác OAB vuông tại B có

$$\begin{cases} AB = OA \cdot \sin 30^\circ = 2 \cdot \sin 30^\circ = 1 \\ OB = OA \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \end{cases}$$

Xét tam giác OBC vuông tại C có

$$\begin{cases} BC = OB \cdot \sin 30^\circ = \sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ OC = OB \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Xét tam giác OCD vuông tại D có

$$\begin{cases} CD = OC \cdot \sin 30^\circ = \frac{3}{2} \cdot \sin 30^\circ = \frac{3}{4} \\ OD = OC \cdot \cos 30^\circ = \frac{3}{2} \cdot \cos 30^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

Xét tam giác ODE vuông tại E có

$$\begin{cases} DE = OD \cdot \sin 30^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{4} \cdot \sin 30^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{8} \\ OE = OD \cdot \cos 30^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{4} \cdot \cos 30^\circ = \frac{9}{8} \end{cases}$$

Xét tam giác OEG vuông tại G có

$$\begin{cases} EG = OE \cdot \sin 30^\circ = \frac{9}{8} \cdot \sin 30^\circ = \frac{9}{16} \\ OG = OE \cdot \cos 30^\circ = \frac{9}{8} \cdot \cos 30^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{16} \end{cases}$$

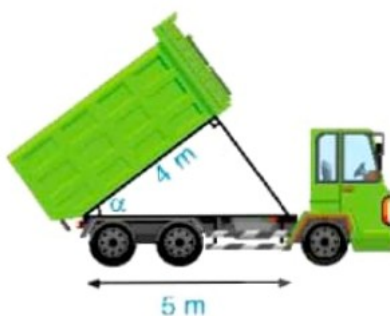
Xét tam giác OGH vuông tại H có

$$BH = OG \cdot \sin 30^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{16} \cdot \sin 30^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{32}$$

Vậy độ dài đường gấp khúc $ABCDEGH$ là

$$AB + BC + CD + DE + EG + GH = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3\sqrt{3}}{8} + \frac{9}{16} + \frac{9\sqrt{3}}{32} \text{ (cm)}$$

Bài 12. Tính góc nghiêng α của thùng xe chở rác trong hình sau:

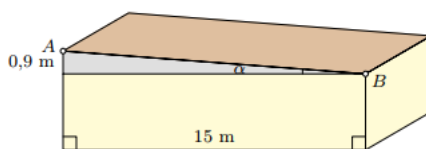


Lời giải

Ta có $\cos \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \alpha \approx 36,87^\circ$

Vậy góc nghiêng của thùng xe chở rác là khoảng $36,87^\circ$.

Bài 13. Tính góc nghiêng α và chiều rộng AB của mái nhà kho trong hình sau:



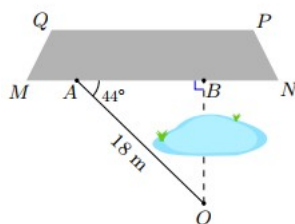
Lời giải

Ta có $\tan \alpha = \frac{0,9}{15} \Rightarrow \alpha \approx 3,43^\circ$

Theo định lí Pythagore, chiều rộng của mái nhà là $AB = \sqrt{0,9^2 + 15^2} \approx 15,03 \text{ m}$

Bài 14.

Trong công việc, người ta cần ước lượng khoảng cách từ vị trí O đến khu đất có dạng hình thang $MNPQ$ nhưng không thể đo được trực tiếp, khoảng cách đó được tính bằng khoảng cách từ O đến đường thẳng MN . Người ta chọn vị trí A ở đáy MN và đo được $OA = 18 \text{ m}$, $\angle OAN = 44^\circ$. Tính khoảng cách từ vị trí O đến khu đất (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét).



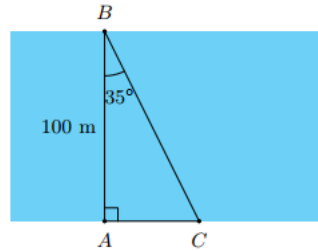
Lời giải

Xét $\triangle OAB$ vuông tại B ta có: $OB = OA \cdot \sin A = 18 \cdot \sin 44^\circ \approx 12,5 \text{ m}$

Vậy khoảng cách từ O đến khu đất là $12,5 \text{ m}$.

Bài 15.

Hình bên minh họa một phần con sông có bề rộng $AB = 100 \text{ m}$. Một chiếc thuyền đi thẳng từ vị trí B bên này sông đến vị trí C bên kia bờ sông. Tính quãng đường BC (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét), biết $\angle ABC = 35^\circ$.

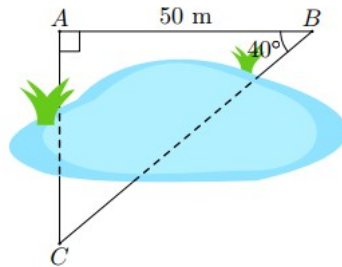
**Lời giải**

Xét tam giác ABC vuông tại A có $\cos \angle ABC = \frac{AB}{BC}$

$$\text{Suy ra } BC = \frac{AB}{\cos \angle ABC} = \frac{100}{\cos 35^\circ} \approx 122,1 (m)$$

Bài 16.

Hình bên mô tả ba vị trí A, B, C là ba đỉnh của một tam giác vuông và không đo được trực tiếp các khoảng cách từ C đến A và từ C đến B . Biết $AB = 50m$; $\angle ABC = 40^\circ$. Tính các khoảng cách CA và CB (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

**Lời giải**

$\angle ABC$ vuông tại A

$$\tan \angle ABC = \frac{AC}{AB}$$

$$AC = AB \cdot \tan \angle ABC$$

$$AC = 50 \cdot \tan 40^\circ$$

$$AC \approx 42$$

$\angle ABC$ vuông tại A

$$\cos \angle ABC = \frac{AB}{BC}$$

$$BC = \frac{AB}{\cos \angle ABC}$$

$$BC = \frac{50}{\cos 40^\circ}$$

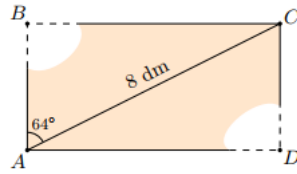
$$BC \approx 65$$

Vậy $CA \approx 42$ m và $CB \approx 65$ m.

Bài 17.

Một mảnh gỗ có dạng hình chữ nhật $ABCD$ với đường chéo $AC = 8dm$. Do bảo quản không tốt nên mảnh gỗ bị hỏng phía hai đỉnh B và D . Biết $\angle BAC = 64^\circ$. Người ta cần biết độ dài AB và AD

để khôi phục lại mảnh gỗ ban đầu. Độ dài AB, AD bằng bao nhiêu decimet (làm tròn đến hàng phần mười)



Lời giải

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B ta có

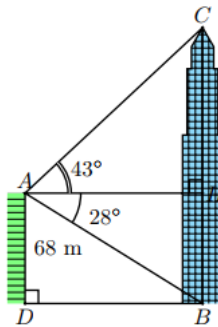
$$AB = AC \cdot \cos A = 8 \cdot \cos 64^\circ \approx 3,5 \text{ dm}$$

$$BC = AC \cdot \sin A = 8 \cdot \sin 64^\circ \approx 7,2 \text{ dm}$$

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AD = BC = 7,2 \text{ dm}$

Bài 18.

Từ vị trí A ở phía trên một tòa nhà có chiều cao $AD = 68 \text{ m}$, bác Duy nhìn thấy vị trí C cao nhất của một tháp truyền hình, góc tạo bởi tia AC và tia AH theo phương nằm ngang là $\angle CAH = 43^\circ$. Bác Duy cũng nhìn thấy chân tháp tại vị trí B mà góc tạo bởi tia AB và tia AH là $\angle BAH = 28^\circ$, điểm H thuộc đoạn thẳng BC . Tính khoảng cách BD từ chân tháp đến chân tòa nhà và chiều cao BC của tháp truyền hình (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét).



Lời giải

Do $AD \parallel BC$ nên $\angle ABD = \angle BAH = 28^\circ$ (so le trong)

Xét $\triangle ABD$ vuông tại D có $BD = AD \cdot \cot \angle ABD = 68 \cdot \cot 28^\circ \approx 127,9 \text{ (m)}$

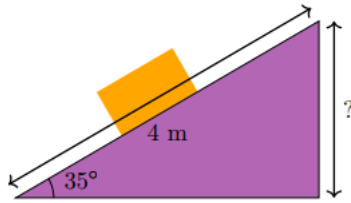
Do $ADBH$ là hình chữ nhật nên $BD = AH$ và $AD = BH$

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H có $CH = AH \cdot \tan \angle CAH = 127,9 \cdot \tan 43^\circ \approx 119,3 \text{ (m)}$

Vậy chiều cao của tháp truyền hình là $BC = BH + HC \approx 68 + 119,3 = 187,3 \text{ (m)}$

Bài 19.

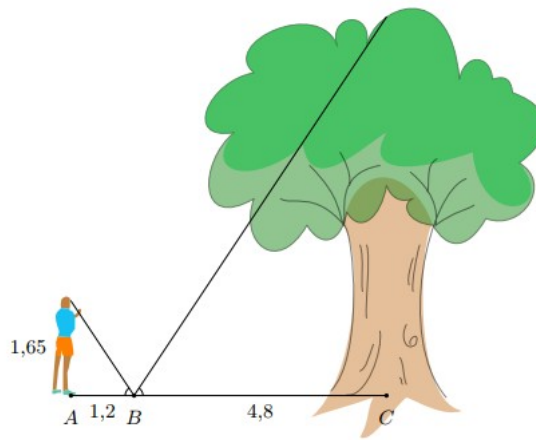
Một người đẩy một vật lên hết một con dốc nghiêng một góc 35° . Tính độ cao của vật so với mặt đất biết độ dài con dốc là 4 m .



Lời giải

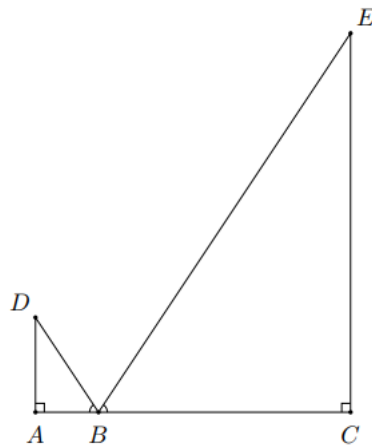
Độ cao của con dốc so với mặt đất là $4 \cdot \sin 35^\circ \approx 2,3m$

Bài 20. Một người đứng tại điểm A , cách gương phẳng đặt nằm trên mặt đất tại điểm B là $1,2m$, nhìn thấy hình phản chiếu qua gương B của ngọn cây (cây có gốc ở tại điểm C cách B là $4,8m$, B nằm giữa A và C). Biết khoảng cách từ mặt đất đến mắt người đó là $1,65m$. Tính chiều cao của cây.



Lời giải

Ta có hình vẽ sau:



Tam giác ABD vuông tại A có $\tan \angle ABD = \frac{AD}{AB}$

Tam giác BCE vuông tại C có $\tan \angle CBE = \frac{CE}{BC}$

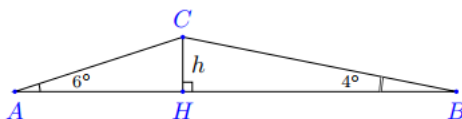
Mà $\angle ABD = \angle CBE$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{CE}{BC} \Rightarrow \frac{1,65}{1,2} = \frac{CE}{4,8} \Rightarrow CE = 6,6$$

Nên

Vậy chiều cao của cây là $6,6m$.

Bài 21. Lúc 6 giờ sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B). Khi đi từ A đến B , An phải đi lên đoạn dốc AC và xuống đoạn dốc CB (hình dưới). Biết $AB = 762m$, $\angle A = 6^\circ$; $\angle B = 4^\circ$.



a) Tính chiều cao h của con dốc

b) Hỏi bạn An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ khi lên dốc là $4km/h$ và tốc độ khi xuống dốc là $19km/h$.

Lời giải

a) Xét tam giác AHC vuông tại H ta có $AH = h \cdot \cot 6^\circ$

Xét tam giác CHB vuông tại H ta có $BH = h \cdot \cot 4^\circ$

Lại có

$$\begin{aligned} AB &= AH + BH \\ \Rightarrow 762 &= h \cdot \cot 6^\circ + h \cdot \cot 4^\circ \\ \Rightarrow h &= \frac{762}{\cot 6^\circ + \cot 4^\circ} \\ \Rightarrow h &\approx 32(m) \end{aligned}$$

Vậy chiều cao của con dốc là $h \approx 32m$

b) Xét tam giác AHC vuông tại H ta có

$$CH = AC \cdot \sin \angle A \Rightarrow AC = \frac{CH}{\sin \angle A} = \frac{32}{\sin 6^\circ} \approx 306,1(m)$$

Xét tam giác CHB vuông tại H ta có

$$CH = BC \cdot \sin \angle B \Rightarrow BC = \frac{CH}{\sin \angle B} = \frac{32}{\sin 4^\circ} \approx 458,7(m)$$

$$\text{Đổi } 4km/h = \frac{10}{9} m/s, 19km/h = \frac{95}{18} m/s$$

$$\frac{306,1}{\frac{10}{9}} \approx 275,5(s)$$

Thời gian bạn An đi hết quãng đường AC là

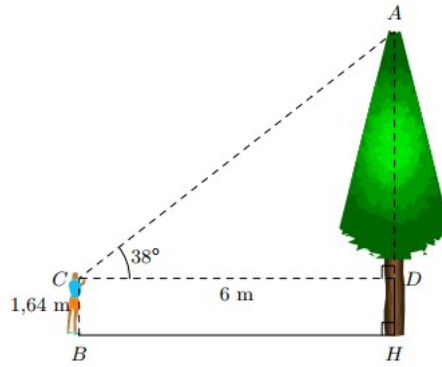
$$\frac{458,7}{\frac{95}{18}} \approx 86,9(s)$$

Thời gian bạn An đi hết quãng đường BC là

$$\text{Vậy tổng thời gian bạn An đi từ nhà đến trường là: } 275,5 + 86,9 = 362,4(s)$$

Bài 22.

Để ước lượng chiều cao của một cây trong sân trường, bạn Hoàng đứng ở sân trường theo phương thẳng đứng, mắt bạn Hoàng đặt tại vị trí C cách mặt đất một khoảng $CB = DH = 1,64m$ và cách cây một khoảng $CD = BH = 6m$. Tính chiều cao AH của cây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của mét), biết góc nhìn ACD bằng 38° minh họa ở hình bên.

**Lời giải**

$\triangle ACD$ vuông tại D

$$\tan \angle ACD = \frac{AD}{CD}$$

$$AD = CD \cdot \tan \angle ACD$$

$$AD = 6 \cdot \tan 38^\circ$$

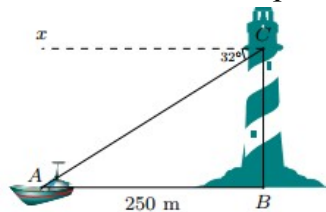
$$AH = AD + DH = 6 \cdot \tan 38^\circ + 1,64$$

$$AH \approx 6,33$$

Vậy chiều cao của cây là $AH \approx 6,33$

Bài 23.

Trên mặt biển, khi khoảng cách AB từ ca nô đến chân tháp hải đăng là $250m$, một người đứng trên tháp hải đăng đó nhìn về phía ca nô theo phương CA tạo với phương nằm ngang Cx một góc $\angle ACx = 32^\circ$. Tính chiều cao của tháp hải đăng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét), biết $AB \parallel Cx$ và độ cao từ tầm mắt của người đó đến đỉnh tháp hải đăng là $3,2m$.

**Lời giải**

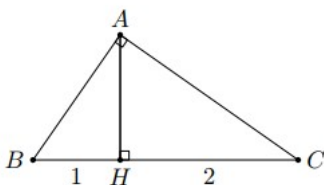
Xét $\triangle ABC$ vuông tại B có $\angle A = \angle ACx = 32^\circ$

$$BC = AB \cdot \tan \angle A = 250 \cdot \tan 32^\circ = 156,2m$$

Vậy chiều cao của tháp hải đăng là $156,2 + 3,2 = 159,4m$

LUYỆN TẬP CHUNG

Bài 1. Cho hình bên. Tính $\sin C$ và $\tan B$.

**Lời giải**

Ta có $AB^2 = BC \cdot BH = 3 \cdot 1$ suy ra $AB = \sqrt{3}$

Tương tự $AH^2 = BH \cdot CH = 1 \cdot 2$ suy ra $AH = \sqrt{2}$

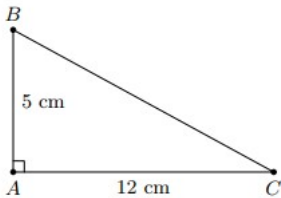
Do đó $\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ và $\tan \hat{B} = \frac{AH}{BH} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 5\text{ cm}$, $AC = 12\text{ cm}$

a) Tính các tỉ số lượng giác của góc $\hat{B}$

b) Từ kết quả câu a) suy ra các tỉ số lượng giác của góc $\hat{C}$

Lời giải



a) Xét tam giác ABC vuông tại A . Theo định lý Pythagore ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 12^2 = 169 \text{ suy ra } BC = 13\text{ cm}$$

Ta có $\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{13}$; $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{13}$

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{5}; \cot \hat{B} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{12}$$

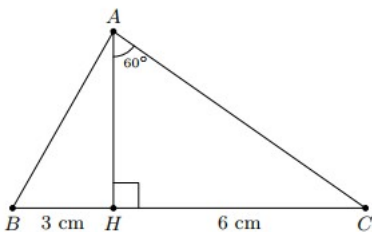
b) Do $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$ nên

$$\cos \hat{C} = \sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{13}; \sin \hat{C} = \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{13}$$

$$\cot \hat{C} = \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{5}; \tan \hat{C} = \cot \hat{B} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{12}$$

Bài 3. Cho tam giác ABC có chân đường cao AH nằm giữa B và C . Biết $HB = 3\text{ cm}$; $HC = 6\text{ cm}$; $\hat{HAC} = 60^\circ$. Hãy tính độ dài các cạnh (làm tròn đến cm), số đo các góc của tam giác ABC (làm tròn đến độ)

Lời giải



$$AC = \frac{HC}{\sin 60^\circ} = \frac{6}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \approx 7$$

Xét tam giác AHC vuông tại H , ta có

$$\tan \hat{HAC} = \frac{HC}{HA} \text{ nên } HA = \frac{HC}{\tan \hat{HAC}} = \frac{6}{\tan 60^\circ} = \frac{6}{\sqrt{3}} \approx 3 \text{ (cm)}$$

Xét tam giác vuông AHB vuông tại H , theo định lý Pythagore ta có

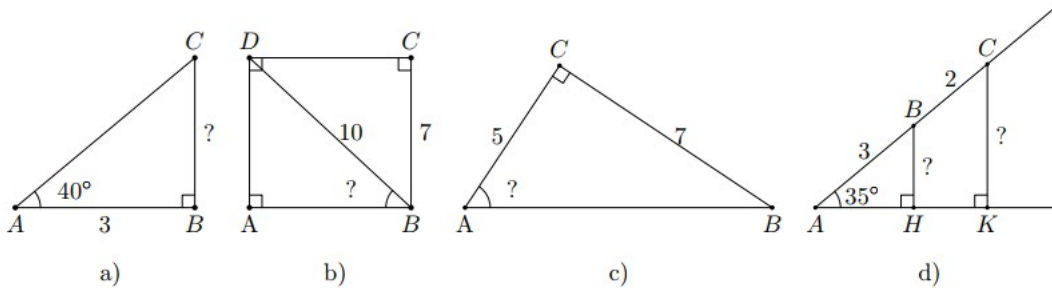
$$AB^2 = HB^2 + HA^2$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{HB^2 + HA^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} \approx 4 \text{ (cm)}$$

$$BC = HB + HC = 3 + 6 = 9 \text{ (cm)}$$

Vậy $AB = 4 \text{ cm}; AC = 7 \text{ cm}; BC = 9 \text{ cm}$

Bài 4. Tính các số liệu còn thiếu (dấu ?) ở hình sau với góc làm tròn đến độ, với độ dài làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.



Lời giải

a) Từ hình vẽ ta có $\tan 40^\circ = \frac{BC}{AB} \Rightarrow BC = AB \cdot \tan 40^\circ = 3 \cdot \tan 40^\circ \approx 2,5$

b) Từ hình vẽ ta có $\sin \angle ABD = \frac{AD}{DB} = \frac{BC}{DB} = \frac{7}{10} \Rightarrow \angle ABD \approx 44^\circ 25'$

c) Từ hình vẽ ta có $\tan \angle CAB = \frac{CB}{CA} = \frac{7}{5} \Rightarrow \angle CAB \approx 54^\circ 27'$

d) Từ hình vẽ ta có, xét tam giác ABH vuông tại H

$$HB = AB \cdot \sin 35^\circ \approx 1,7$$

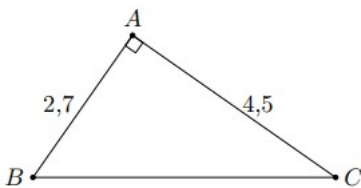
$$CK = AC \cdot \sin 35^\circ \approx 2,9$$

Bài 5. Giải tam giác ABC vuông tại A, biết

a) $AB = 2,7$ và $AC = 4,5$

b) $AC = 4,0$ và $BC = 4,8$

Lời giải



a) Xét tam giác ABC vuông tại A, ta có

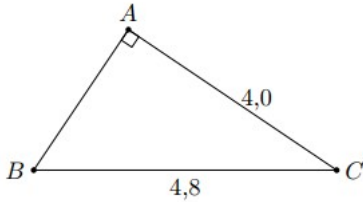
$$\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{4,5}{2,7} \approx \tan 59^\circ 04'$$

Suy ra $\angle B \approx 59^\circ 04'$ mà $\angle B + \angle C = 90^\circ$

Nên $\angle C = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 59^\circ 04' = 30^\circ 56'$

Mặt khác, theo định lý Pythagore ta có

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{2,7^2 + 4,5^2} \approx 5,25$$



b) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{4,0}{4,8} \approx \sin 56^\circ 44'$$

Suy ra $\widehat{B} \approx 56^\circ 44'$ mà $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$

Nên $\widehat{C} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 56^\circ 44' = 33^\circ 16'$

Mặt khác, theo định lý Pythagore ta có

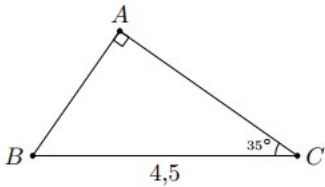
$$AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{4,8^2 - 4,0^2} \approx 2,65$$

Bài 6. Giải tam giác ABC vuông tại A , biết

a) $BC = 4,5$ và $\widehat{C} = 35^\circ$

b) $AB = 3,1$ và $\widehat{B} = 65^\circ$

Lời giải



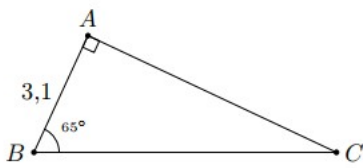
a) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có

$$AB = BC \cdot \sin C = 4,5 \cdot \sin 35^\circ \approx 2,58$$

Tương tự $AC = BC \cdot \cos C = 4,5 \cdot \cos 35^\circ \approx 3,69$

Do $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$

Nên $\widehat{B} = 90^\circ - \widehat{C} = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$



b)

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có

$$BC = \frac{AB}{\cos B} = \frac{3,1}{\cos 65^\circ} \approx 7,34$$

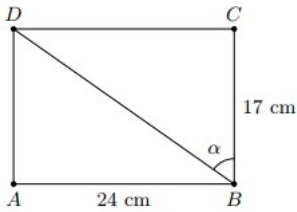
Tương tự $AC = AB \cdot \tan B = 3,1 \cdot \tan 65^\circ \approx 6,65$

Do $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$

Nên $\widehat{C} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$

Bài 7. Một cuốn sách khổ 17×24 cm, tức là chiều rộng là 17cm , chiều dài 24cm . Gọi α là góc giữa đường chéo và cạnh 17cm . Tính $\sin \alpha, \cos \alpha$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) và tính số đo α (làm tròn đến độ)

Lời giải

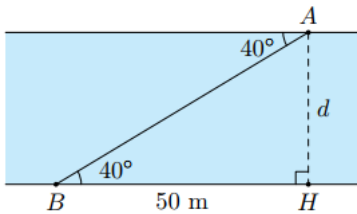


$$\alpha = \angle CBD = \frac{DC}{BC} = \frac{AB}{BC} = \frac{24}{17}$$

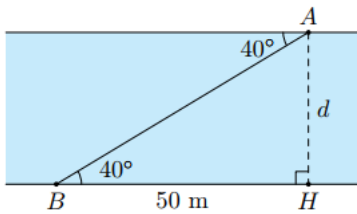
Theo bài ta ta có

Do đó $\alpha \approx 54^\circ 41'$

Bài 8. Tìm chiều rộng d của dòng sông trong hình bên (làm tròn đến m)



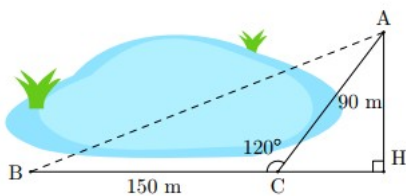
Lời giải



Xét tam giác ABH vuông tại H ta có

$$\tan \angle ABH = \frac{AH}{BH} \Rightarrow d = AH = BH \cdot \tan \angle ABH = 50 \cdot \tan 40^\circ \approx 42m$$

Bài 9. Một bạn muốn tính khoảng cách A và B ở hai bên hồ nước. Biết rằng các khoảng cách từ một điểm C đến A và đến B là $CA = 90m$; $CB = 150m$ và $\angle ACB = 120^\circ$. Hãy tính AB giúp bạn.



Lời giải

Ta có: $\angle ACH = 180^\circ - \angle ACB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

Xét tam giác AHC vuông tại H ta có:

$$\sin \angle ACH = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH = AC \cdot \sin 60^\circ = 45\sqrt{3} \quad (m)$$

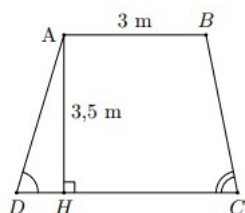
$$\cos \angle ACH = \frac{CH}{AC} \Rightarrow CH = AC \cdot \cos 60^\circ = 45 \quad (m)$$

Suy ra $BH = BC + CH = 195(m)$

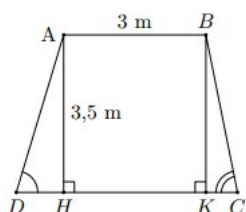
Theo Pythagorre ta có:

$$AB^2 = BH^2 + AH^2 \Rightarrow AB = \sqrt{BH^2 + AH^2} = \sqrt{195^2 + 3 \cdot 45^2} = 210(m)$$

Bài 10. Mặt cắt ngang của một đập ngăn nước có dạng hình thang $ABCD$. Chiều rộng của mặt trên AB của đập là $3m$. Độ dốc của sườn AD , tức là $\tan D = 1,25$. Độ dốc của sườn BC , tức là $\tan C = 1,5$. Chiều cao của đập là $3,5m$. Hãy tính chiều rộng CD của chân đập, chiều dài của các sườn AD và BC (làm tròn đến dm).



Lời giải



Gọi K là chân đường cao hạ từ B xuống DC . Khi đó ta có $BK \perp DC$, do $AB \parallel DC$ nên $BK \perp DC$.

Suy ra $\angle ABK = \angle BKH = 90^\circ; \angle AHK = 90^\circ$ (do $AH \perp DC$)

Suy ra $ABKH$ là hình chữ nhật (Tứ giác có ba góc vuông) suy ra $KH = AB = 3m$

Và $BK = AH = 3,5m$ (cạnh đối hình chữ nhật)

Xét tam giác ADH vuông tại H ta có

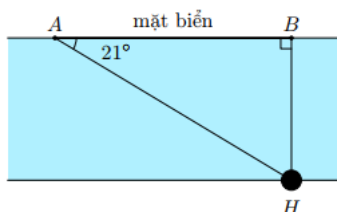
$$\tan D = \frac{AH}{DH} \Rightarrow DH = \frac{AH}{\tan D} = \frac{3,5}{1,25} = 2,8(m)$$

Xét tam giác BCK vuông tại K ta có

$$\tan C = \frac{BK}{KC} \Rightarrow KC = \frac{BK}{\tan C} = \frac{3,5}{1,5} \approx 2,3(m)$$

Vậy $DC = DH + KH + KC = 2,8 + 3 + 2,3 = 8,1(m)$

Bài 11. Trong một buổi tập trận, một tàu ngầm đang ở trên mặt biển bắt đầu di chuyển theo đường thẳng tạo với mặt nước biển một góc 21° để lặn xuống.



a) Khi tàu chuyển động theo hướng đó và đi được $200m$ thì tàu ở độ sâu bao nhiêu so với mặt nước biển (làm tròn đến m)

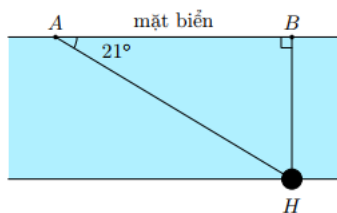
b) Giả sử tốc độ của tàu là $9km/h$ thì sau bao lâu (tính từ lúc bắt đầu lặn) tàu ở độ sâu $200m$ (tức là cách mặt nước biển $200m$)

Lời giải

a) Theo bài ra ta có $AH = 200m$

Xét tam giác ABH vuông tại B ta có

$$BH = AH \cdot \sin \angle HAB = 200 \cdot \sin 21^\circ \approx 72m$$



b) Theo bài ra ta có $BH = 200m$

Xét tam giác ABH vuông tại B ta có

$$BH = AH \cdot \sin \angle HAB \Rightarrow AH = \frac{BH}{\sin 21^\circ} \approx 558(m) = 0,558(km)$$

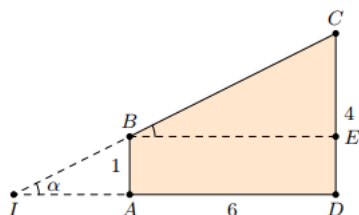
Vậy thời gian để tàu ngầm lặn xuống độ sâu $200m$ là:

$$0,558 : 9 = 0,62 \text{ (giờ)} = 3,72 \text{ phút.}$$

Bài 12. Một bức tường đang xây dở có dạng hình thang vuông $ABCD$, vuông góc ở A và D , $AB = 1m$; $CD = 4m$; $AD = 6m$

a) Hỏi góc α tạo bởi đường thẳng BC và mặt đất AD có số đo xấp xỉ bằng bao nhiêu (làm tròn đến phút)

b) Tính độ dài cạnh BC (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



Lời giải

a) Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng AD và BC .

Qua B kẻ đường thẳng song song với AD (mặt đất) cắt CD ở E khi đó $\angle EBC = \angle DIC = \alpha$ (hai góc đồng vị)

Tứ giác $ABED$ có $BE \parallel AD$; $AB \parallel DE$; $\angle A = 90^\circ$ nên $ABED$ là hình chữ nhật.

Do đó $BE = AD = 6m$; $EC = CD - DE = 4 - 1 = 3m$

$$\tan \alpha = \tan \angle EBC = \frac{EC}{BE} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Xét tam giác BCE vuông tại E ta có

Từ đó tính được $\alpha \approx 26^\circ 34'$

b) **Cách 1**

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác BCE vuông tại E ta có

$$BC^2 = BE^2 + EC^2 = 6^2 + 3^2 = 45 \text{ suy ra } BC = 3\sqrt{5} \approx 6,7m$$

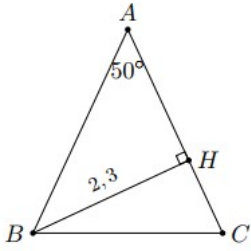
Cách 2.

Xét tam giác BCE vuông tại E ta có $EC = BC \cdot \sin \alpha$ suy ra

$$BC = \frac{EC}{\sin \alpha} = \frac{3}{\sin 26^\circ 34'} \approx 6,7m$$

Bài 13. Cho tam giác ABC cân tại A , đường cao BH . Biết $\angle A = 50^\circ$; $BH = 2,3$. Tính chu vi của tam giác ABC .

Lời giải



Do giả thiết suy ra $\angle B = \angle C$ nên $\angle C = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = \frac{1}{2}(180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$

Xét tam giác AHB vuông tại H ta có $AH = BH \cdot \cot \angle HAB = 2,3 \cdot \cot 50^\circ \approx 1,92$

Tương tự, xét $\triangle CHB$ vuông tại H ta có $CH = BH \cdot \cot \angle HCB = 2,3 \cdot \cot 65^\circ \approx 1,07$

Và $BC = \frac{BH}{\sin \angle HCB} = \frac{2,3}{\sin 65^\circ} \approx 2,54$

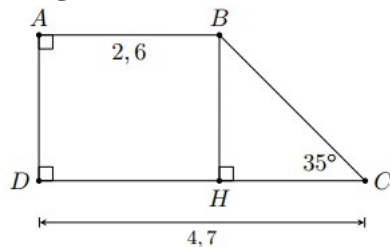
Mà $AC = AH + HC \approx 1,92 + 1,07 = 2,99$

Do đó chu vi tam giác ABC bằng

$$AB + BC + CA \approx 2,99 + 2,54 = 5,53$$

Bài 14. Hình thang $ABCD$ có $\angle A = \angle D = 90^\circ$. Biết $AB = 2,6$; $CD = 4,7$ và $\angle C = 35^\circ$. Tính diện tích hình thang.

Lời giải



Vẽ $BH \perp CD$ do giả thiết suy ra $ABHD$ là hình chữ nhật nên $AB = DH = 2,6$.

Mà $CD = DH + HC \Leftrightarrow HC = DC - DH = 4,7 - 2,6 = 2,1$

Xét $\triangle BHC$ vuông tại H ta có

$$BH = HC \cdot \tan \angle BCH = 2,1 \cdot \tan 35^\circ \approx 1,5$$

Gọi S là diện tích hình thang $ABCD$

$$S = \frac{(AB + CD) \cdot BH}{2} = \frac{(2,6 + 4,7) \cdot 1,5}{2} \approx 5,5$$

Ta có

Bài 15. Không dùng máy tính hoặc bảng số, hãy

a) Tính giá trị của biểu thức $M = \sin^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 40^\circ - \sin^2 50^\circ + \cos^2 60^\circ + \sin^2 70^\circ$

b) Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần $\sin 41^\circ$; $\cos 58^\circ$; $\cot 49^\circ$; $\cos 75^\circ$; $\sin 25^\circ$

Lời giải

a) Ta có $\sin^2 70^\circ = \sin^2 (90^\circ - 20^\circ) = \cos^2 20^\circ$

Tương tự $\sin^2 50^\circ = \sin^2 (90^\circ - 40^\circ) = \cos^2 40^\circ$ và $\cos^2 60^\circ = \cos^2 (90^\circ - 30^\circ) = \sin^2 30^\circ$

Do đó

$$\begin{aligned} M &= \sin^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 40^\circ - \cos^2 40^\circ + \sin^2 60^\circ + \cos^2 20^\circ \\ &= (\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) + (\cos^2 30^\circ + \sin^2 30^\circ) - (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ) = 1 + 1 - 1 = 1 \end{aligned}$$

b) Ta có $\cos 58^\circ = \sin 32^\circ, \cos 49^\circ = \sin 41^\circ, \cos 75^\circ = \sin 25^\circ$

Mà $\sin 25^\circ < \sin 32^\circ < \sin 41^\circ$ mà $\cos 49^\circ < \cot 49^\circ$ nên

$$\sin 25^\circ = \cos 75^\circ < \cos 58^\circ < \sin 41^\circ = \cos 49^\circ < \cot 49^\circ$$

Vậy $\sin 25^\circ = \cos 75^\circ < \cos 58^\circ < \sin 41^\circ < \cot 49^\circ$