
(Đề thi có 04 trang)

Họ và
tên:

Số báo danh: Mã đề 127

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn đúng một phương án.

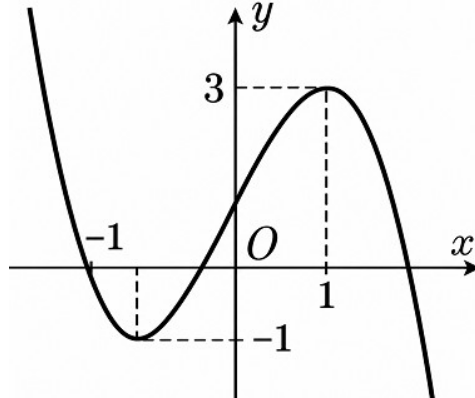
Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính bằng mét) được thiết lập cho khu vực vận hành drone, một thiết bị bay di chuyển thẳng đều với vận tốc không đổi từ điểm $A(1;1;1)$ đến điểm $B(7;10;13)$ trong thời gian 60 giây. Trên hành trình đó, sau khi xuất phát từ A được 20 giây, drone bay qua điểm kiểm soát $C(a;b;c)$. Tổng $a+b+c$ bằng

- A. 18. B. 10. C. 15. D. 12.

Câu 2. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 + 5t + 2$, trong đó thời gian $t > 0$ tính bằng giây và quãng đường s tính bằng mét. Trong 5 giây đầu vận tốc nhỏ nhất của chất điểm bằng bao nhiêu?

- A. 5 m/s. B. 3 m/s. C. 2 m/s. D. 1 m/s.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số bằng



- A. 3. B. 2. C. 1. D. -1.

Câu 4. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = 2 + \frac{1}{x}$ có phương trình là

- A. $x = 2$. B. $x = 0$. C. $y = 2$. D. $y = 0$.

Câu 5. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$ C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$ D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u} = 3\vec{j} - 4\vec{i} + 2\vec{k}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u}$ là

- A. $(3; -4; 2)$ B. $(3; 2; -4)$ C. $(-4; 2; 3)$ D. $(-4; 3; 2)$

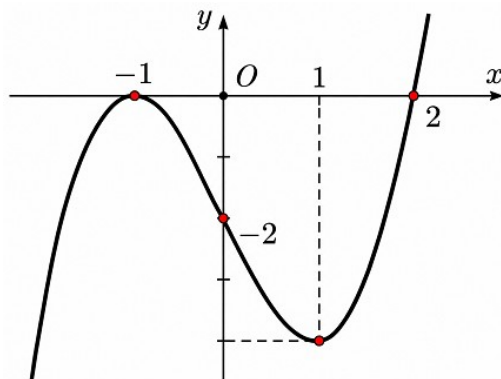
Câu 7. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 2$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = \frac{2x-1}{x+2}$. D. $y = 2^x$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a , $\angle ABC = 60^\circ$. Biết $SA = SC$, tích vô hướng $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{SB}$ bằng

- A. $\frac{a^2}{2}$. B. 0 . C. $-a^2$. D. a^2 .

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại



- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = -2$. D. $x = -1$.

Câu 10. Trong 8 phút đầu kể từ khi xuất phát, độ cao h (tính bằng mét) so với mặt đất của khinh khí cầu vào thời điểm t phút được cho bởi công thức $h(t) = 6t^3 - 81t^2 + 324t$. Trong 3 phút đầu tiên, độ cao của khinh khí cầu

- A. Tăng rồi giảm. B. Giảm rồi tăng. C. Tăng. D. Giảm.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Khoảng cách từ điểm M đến trục Oy là

- A. 2. B. $\sqrt{7}$. C. $\sqrt{10}$. D. 3.

Câu 12. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận ngang là $y = 2$. Khi đó, đồ thị hàm số $y = 3f(x) - 2$ có một đường tiệm cận ngang là

- A. $y = -2$. B. $y = 4$. C. $y = 2$. D. $y = 3$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$.

- a) Hàm số nghịch biến trên $(-2; 0)$.
 b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = x$.
 c) Gọi d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = 1$. Giao điểm của đường thẳng d với tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $M(3; 3)$.
 d) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là $y = 2x - 1$.

Câu 2. Sau một trận lũ lớn, một trạm cứu hộ sử dụng drone để vận chuyển nhu yếu phẩm đến người dân bị cô lập. Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại trạm cứu hộ, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Oz

hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo tính theo mét. Một chiếc drone chưa được sạc đầy pin xuất phát từ trạm, phát hiện được hai địa điểm cần cứu hộ ở trên nóc hai tòa nhà là $A(120; 90; 30)$ và $B(40; 30; 10)$. Sau khi bay đến điểm A , drone chỉ còn đủ pin để bay 40% quãng đường từ A đến B . Các kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

- a) Hai địa điểm cần cứu hộ cách nhau xấp xỉ 102 m.
- b) Drone chỉ có thể vận chuyển nhu yếu phẩm đến từng địa điểm, nên người ở trạm cứu hộ quyết định dựng thêm một trạm cứu hộ cho riêng hai tòa nhà, mà tổng khoảng cách từ trạm cứu hộ đó đến nóc hai tòa nhà là ngắn nhất. Trạm cứu hộ mới có tọa độ $(45; 60; 0)$.
- c) Vị trí drone hết pin cách mặt đất 20 m.
- d) Giả sử drone bay với tốc độ không đổi là 10 m/s. Drone sẽ báo sắp hết pin khoảng 3 giây trước khi pin hết hẳn. Sau 22 giây kể từ lúc xuất phát từ trạm, drone sẽ báo sắp hết pin.

Câu 3. Để điều trị cho một bệnh nhân, bác sĩ tiêm một loại thuốc vào tĩnh mạch. Nồng độ $C(t)$ của thuốc trong máu bệnh nhân (đơn vị: mg/l) thay đổi theo thời gian t (đơn vị: giờ) kể từ lúc tiêm ($t \geq 0$) được xác

định bởi công thức
$$C(t) = \frac{15t}{t^2 + 9}.$$

- a) Nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t = 9$ giờ sau khi tiêm.
- b) Giá trị nồng độ thuốc trong máu cao nhất là 2,5 mg/l.
- c) Trong 3 giờ đầu tiên, nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân tăng.
- d) Tại thời điểm $t = 1$ giờ, tốc độ tăng của nồng độ thuốc là 1,2 mg/l/giờ.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(7; 3; 3)$, $B(1; 2; 4)$, $C(2; 3; 5)$.

- a) $\sin \angle BAC = \sqrt{\frac{37}{551}}.$
- b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 32.$
- c) Để tứ giác $ABDC$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là $(8; 4; 4)$.
- d) Gọi $H(a; b; c)$ là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC . Khi đó $2a - 5b + c = -8.$

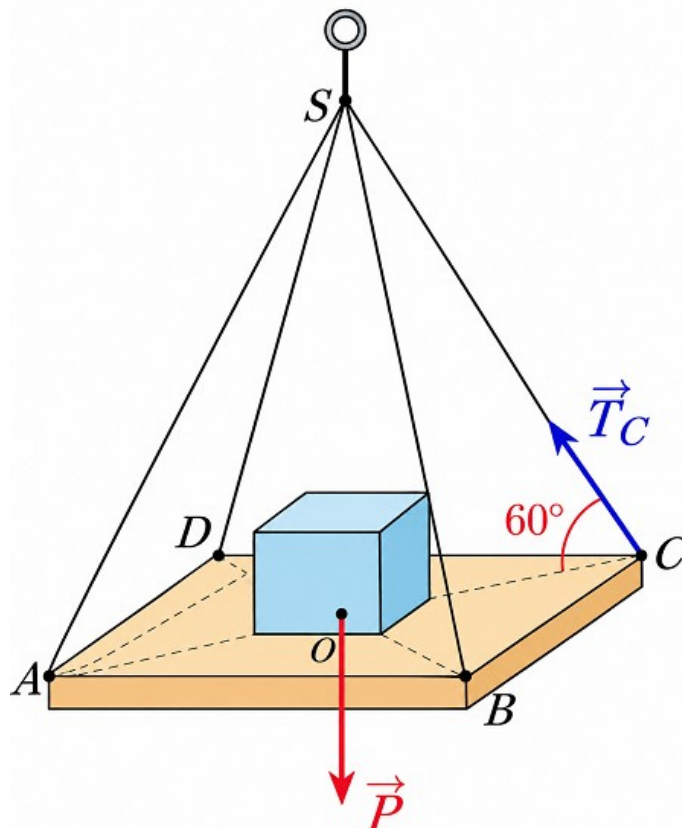
PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

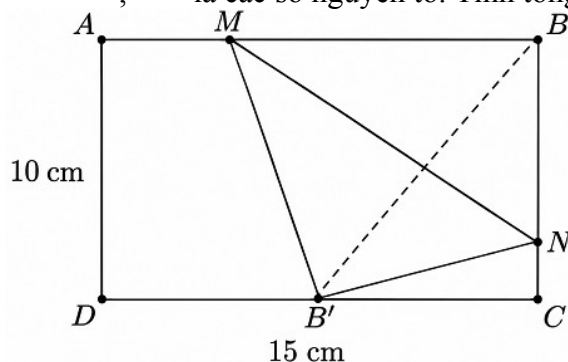
Câu 1. Trong một sân vận động, chọn hệ tọa độ $Oxyz$, đơn vị đo là mét, trong đó mặt sân nằm trên mặt phẳng Oxy và trục Oz vuông góc với mặt sân. Một hệ thống camera tự động được lắp trên một thanh ray cố định ở phía trên sân. Hai đầu của thanh ray lần lượt có tọa độ là $A(0; 6; 8)$ và $B(12; 6; 8)$. Camera có thể di chuyển dọc theo đoạn ray AB . Một cầu thủ đang đứng cố định tại vị trí $C(6; 0; 0)$. Gọi M là vị trí của camera. Để hình ảnh cầu thủ rõ nét, nhà sản xuất quy định độ phóng đại hiệu dụng của camera tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách từ camera đến cầu thủ. Do đó để hình ảnh đạt chất lượng cao nhất, cần tìm vị trí của điểm M để khoảng cách CM nhỏ nhất. Điểm M cách đầu ray A bao nhiêu mét để khoảng cách từ camera đến cầu thủ là nhỏ nhất?

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^1(x-2)^2(x-3)^3 \cdots (x-2026)^{2026}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là bao nhiêu?

Câu 3. Tại một xưởng cơ khí, người ta dùng cần cầu để di chuyển một kiện hàng. Kiện hàng nặng 50 kg được đặt trên một tấm ván gỗ hình vuông nặng 10 kg. Tấm ván được giữ cân bằng nằm ngang nhờ 4 sợi dây cáp nhẹ, không giãn có độ dài bằng nhau. Một đầu của mỗi sợi dây cáp được cố định vào một góc tấm ván, bốn đầu còn lại cùng được xỏ vào móc của cần cầu. Khi cần cầu nâng kiện hàng lên theo phương thẳng đứng, mỗi sợi dây cáp hợp với mặt phẳng tấm ván một góc 60° . Lấy gia tốc rơi tự do $g = 10 \text{ m/s}^2$. Lực căng của mỗi sợi dây cáp nối từ góc tấm ván đến móc của cần cầu bằng bao nhiêu Newton? Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



Câu 4. Bạn Trung có một tờ giấy hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài 15 cm và chiều rộng 10 cm. Gấp góc bên phải của tờ giấy sao cho sau khi gấp, đỉnh B của góc đó chạm lên cạnh CD . Biết nếp gấp MN có độ dài nhỏ nhất bằng $\frac{a\sqrt{b}}{c}$, với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$; b, c là các số nguyên tố. Tính tổng $a + b + c$.



Câu 5. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - (m+7)x + 5$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 6. Một cửa hàng thời trang tự thiết kế (Local Brand) đang bán một mẫu áo phông. Hiện tại, trung bình mỗi tháng cửa hàng bán được 500 chiếc với giá 300 nghìn đồng/chiếc. Dữ liệu nghiên cứu thị trường cho thấy nếu cứ giảm giá bán 30 nghìn đồng/chiếc, số lượng áo bán ra sẽ tăng thêm 100 chiếc mỗi tháng. Biết

hàm giá bán $p(x)$ theo số lượng x chiếc áo bán ra là một hàm số bậc nhất. Cửa hàng sản xuất áo với tổng chi phí hàng tháng là $C(x) = 0,12x + 50$ (triệu đồng), trong đó 0,12 triệu đồng là chi phí nguyên vật liệu cho một chiếc áo và 50 triệu đồng là chi phí mặt bằng, nhân sự. Cửa hàng nên bán mỗi chiếc áo với giá bao nhiêu nghìn đồng để thu được lợi nhuận cao nhất?

HẾT

(Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.)

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	D	7	D
2	C	8	B
3	A	9	A
4	B	10	C
5	A	11	C
6	D	12	B

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI

Câu	a	b	c	d
1	Sai	Đúng	Đúng	Sai
2	Đúng	Sai	Sai	Sai
3	Sai	Đúng	Đúng	Đúng
4	Sai	Đúng	Sai	Đúng

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
6	506	173	20	1	285

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Chuyển động thẳng đều trong không gian

Drone đi từ điểm A đến điểm B trong 60 giây. Sau 20 giây, drone đi được $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ quãng đường AB .

$$\overrightarrow{AB} = (7-1; 10-1; 13-1) = (6; 9; 12).$$

Ta có vectơ

$$C = A + \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} = (1; 1; 1) + (2; 3; 4) = (3; 4; 5).$$

Do đó

$$Suy\ ra\ a+b+c = 3+4+5 = 12.$$

Chọn D.

Câu 2. Vận tốc nhỏ nhất $s(t) = t^3 - 3t^2 + 5t + 2$.

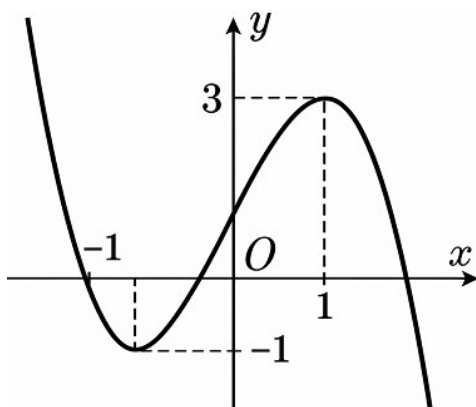
Vận tốc là $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 6t + 5 = 3(t-1)^2 + 2$.

Với $0 \leq t \leq 5$, biểu thức trên nhỏ nhất khi $t = 1$. Khi đó $v_{\min} = 2$.

Vận tốc nhỏ nhất là 2 m/s.

Chọn C.

Câu 3. Giá trị cực đại từ đồ thị



Từ đồ thị, điểm cực đại có tung độ bằng 3. Vì đề hỏi **giá trị cực đại**, kết quả là 3.

Chọn A.

Câu 4. Tiệm cận đứng $y = 2 + \frac{1}{x}$.

Mẫu số bằng 0 tại $x = 0$ và khi x tiến đến 0 thì $\frac{1}{x}$ có độ lớn tăng vô hạn. Do đó tiệm cận đứng là

$$x = 0.$$

Chọn B.

Câu 5. Vector trong hình hộp

Đặt ba vector cơ sở $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$, $\overrightarrow{AA_1} = \vec{w}$.

Khi đó $\overrightarrow{BA} = -\vec{u}$, $\overrightarrow{DD_1} = \vec{w}$, $\overrightarrow{BD_1} = \vec{v} + \vec{w} - \vec{u}$.

Suy ra $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \vec{v} + 2\vec{w} - 2\vec{u} \neq \vec{v} = \overrightarrow{BC}$.

Vì vậy mệnh đề A sai. Các mệnh đề B, C, D đều đúng khi biểu diễn theo $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$.

Chọn A.

Câu 6. Tọa độ vector $\vec{u} = 3\vec{j} - 4\vec{i} + 2\vec{k} = -4\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

Do đó $\vec{u} = (-4; 3; 2)$.

Chọn D.

Câu 7. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

Hàm $y = 2$ là hàm hằng; $y = \log_2 x$ không xác định trên toàn $\mathbb{R}$; hàm phân thức không xác định tại $x = -2$.

Hàm $y = 2^x$

xác định và đồng biến trên toàn $\mathbb{R}$ vì cơ số $2 > 1$.

Chọn D.

Câu 8. Tích vô hướng

Gọi O là giao điểm hai đường chéo của hình thoi $ABCD$. Vì hình thoi có hai đường chéo vuông góc nên

$$\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BD}.$$

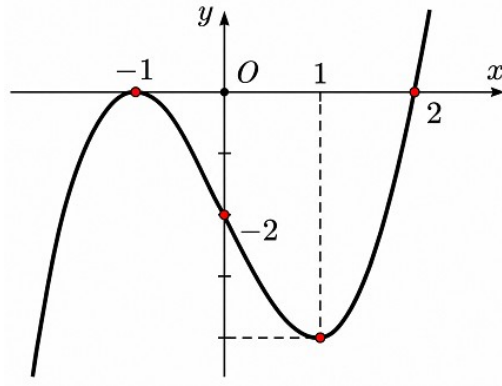
Điều kiện $SA = SC$ cho biết S thuộc mặt phẳng trung trực của AC , nên $\overrightarrow{SO} \perp \overrightarrow{AC}$.

Mặt khác $\overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SO} + \overrightarrow{OB}$.

Vì $\overrightarrow{OB}$ cùng phương với $\overrightarrow{BD}$ nên $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{SO} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 + 0 = 0$.

Chọn B.

Câu 9. Đồ thị $y = f'(x)$



Từ đồ thị $f'(x)$: tại $x = -1$, đồ thị chỉ tiếp xúc trục Ox nên $f'(x)$ không đổi dấu. Tại $x = 2$, $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương.

Vì thế f giảm trước $x = 2$ và tăng sau $x = 2$, nên f đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 2$.

Chọn A.

Câu 10. Sự biến thiên độ cao khinh khí cầu $h(t) = 6t^3 - 81t^2 + 324t$.

$$h'(t) = 18t^2 - 162t + 324 = 18(t-3)(t-6).$$

Trong 3 phút đầu, $0 < t < 3$ nên $h'(t) > 0$.

Vì vậy độ cao tăng trong 3 phút đầu tiên.

Chọn C.

Câu 11. Khoảng cách từ điểm đến trục Oy

Trục Oy gồm các điểm có $x = 0$ và $z = 0$. Khoảng cách từ $M(1; -2; 3)$ đến Oy là $d = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$.

Chọn C.

Câu 12. Tiệm cận ngang sau phép biến đổi hàm số

Khi x tiến ra vô cực, $f(x) \rightarrow 2$.

$$\text{Do đó } 3f(x) - 2 \rightarrow 3 \cdot 2 - 2 = 4.$$

Vì vậy tiệm cận ngang của đồ thị mới là $y = 4$.

Chọn B.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI**Câu 1**

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = x + \frac{1}{x + 1}, x \neq -1.$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{(x + 1)^2} = \frac{x(x + 2)}{(x + 1)^2}.$$

a) Trên từng khoảng $(-2; -1)$ và $(-1; 0)$, đạo hàm âm. Tuy nhiên hàm không xác định tại $x = -1$ nên không thể nói hàm nghịch biến trên toàn khoảng $(-2; 0)$.

Kết luận: Sai.

b) Từ phép chia đa thức, $f(x) = x + \frac{1}{x + 1}$, nên tiệm cận xiên là $y = x$.

Kết luận: Đúng.

c) Tại $x = 1$, $f(1) = \frac{3}{2}, f'(1) = \frac{3}{4}$.

Tiếp tuyến d có phương trình $y - \frac{3}{2} = \frac{3}{4}(x - 1) \Leftrightarrow y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$.

Giao với $y = x$: $x = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4} \Rightarrow x = 3, y = 3$.

Vậy giao điểm là $M(3; 3)$.

Kết luận: Đúng.

d) Hai điểm cực trị ứng với $x = -2$ và $x = 0$.

$$f(-2) = -3, f(0) = 1.$$

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $y = 2x + 1$,

không phải $y = 2x - 1$.

Kết luận: Sai.

Câu 2. Bài toán drone cứu hộ

$$A(120; 90; 30), B(40; 30; 10), O(0; 0; 0).$$

a) Khoảng cách giữa hai điểm cứu hộ: $AB = \sqrt{(120-40)^2 + (90-30)^2 + (30-10)^2} = 20\sqrt{26} \approx 102$.

Khoảng cách xấp xỉ 102 m.

Kết luận: Đúng.

b) Tìm điểm P trên mặt đất $z=0$ sao cho $PA+PB$ nhỏ nhất. Phản xạ B qua mặt đất thành $B'(40; 30; -10)$.

Đường thẳng AB' có dạng $A+t\overrightarrow{AB'}$.

Tọa độ theo z là $30-40t=0 \Rightarrow t=\frac{3}{4}$.

Suy ra $P=(60; 45; 0)$.

Không phải $(45; 60; 0)$.

Kết luận: Sai.

c) Sau khi đến A , drone bay tiếp được 40% quãng đường AB . Vị trí hết pin là

$$P = A + 0.4\overrightarrow{AB} = (88; 66; 22).$$

Độ cao lúc hết pin là 22 m, không phải 20 m.

Kết luận: Sai.

d) Khoảng cách từ trạm đến A : $OA = \sqrt{120^2 + 90^2 + 30^2} \approx 152.97$.

Với vận tốc 10 m/s, $t_{OA} \approx 15.30$.

Quãng đường drone còn bay được sau A : $0.4AB \approx 40.79$.

Thời gian còn lại: $t_{\text{còn}} \approx 4.08$.

Do đó $t_{\text{hết}} \approx 19.38, t_{\text{báo}} \approx 19.38 - 3 = 16.38$.

Drone báo sắp hết pin khoảng 16 giây sau khi xuất phát, không phải sau 22 giây.

Kết luận: Sai.

Câu 3. Nồng độ thuốc

$$C(t) = \frac{15t}{t^2 + 9}, t \geq 0.$$

$$C'(t) = \frac{15(9 - t^2)}{(t^2 + 9)^2}.$$

a) $C'(t) = 0$ tại $t = 3$ và đổi dấu từ dương sang âm, nên nồng độ lớn nhất tại $t = 3$ giờ, không phải 9 giờ.

Kết luận: Sai.

$$C(3) = \frac{45}{18} = 2.5.$$

b)

Nồng độ cực đại là 2,5 mg/l.

Kết luận: Đúng.

c) Với $0 < t < 3$, $C'(t) > 0$,

nên trong 3 giờ đầu nồng độ tăng.

Kết luận: Đúng.

$$C'(1) = \frac{15 \cdot 8}{100} = 1.2.$$

d)

Tốc độ tăng tại $t = 1$ là 1,2 mg/l/giờ.

Kết luận: Đúng.

Câu 4. Hình học tọa độ O_{xyz}

$$A(7; 3; 3), B(1; 2; 4), C(2; 3; 5).$$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-6; -1; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (-5; 0; 2)$.

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 30 + 0 + 2 = 32.$$

$$a) AB^2 = 38, AC^2 = 29.$$

$$\sin^2 \angle BAC = 1 - \frac{32^2}{38 \cdot 29} = \frac{39}{551}.$$

Suy ra $\sin \angle BAC = \sqrt{\frac{39}{551}}$, khác $\sqrt{\frac{37}{551}}$.

Kết luận: Sai.

$$b) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 32.$$

Kết luận: Đúng.

c) Nếu $ABDC$ là hình bình hành theo thứ tự $A-B-D-C$ thì $D = B + C - A = (-4; 2; 6)$.
Không phải $(8; 4; 4)$.

Kết luận: Sai.

d) Đường thẳng BC có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{BC} = (1; 1; 1)$.
Đặt $H = B + t(1; 1; 1)$.

Vì $AH \perp BC$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow t = 2$.

Suy ra $H = (3; 4; 6)$.

Do đó $2a - 5b + c = 2 \cdot 3 - 5 \cdot 4 + 6 = -8$.

Kết luận: Đúng.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Vị trí camera trên thanh ray

Điểm M chạy trên đoạn AB , nên có dạng $M(x; 6; 8), 0 \leq x \leq 12$.

Cầu thủ đứng tại $C(6; 0; 0)$. Khi đó $CM^2 = (x-6)^2 + 6^2 + 8^2 = (x-6)^2 + 100$.

Khoảng cách CM nhỏ nhất khi $(x-6)^2$ nhỏ nhất, tức là $x = 6$. Khi đó M là trung điểm của AB , nên $AM = 6$.

Đáp số: 6.

Câu 2. Đếm số điểm cực đại từ $f'(x)$

$$f'(x) = (x-1)^1 (x-2)^2 (x-3)^3 \cdots (x-2026)^{2026}.$$

Nghiệm có số mũ chẵn không làm $f'(x)$ đổi dấu; nghiệm có số mũ lẻ mới làm $f'(x)$ đổi dấu.

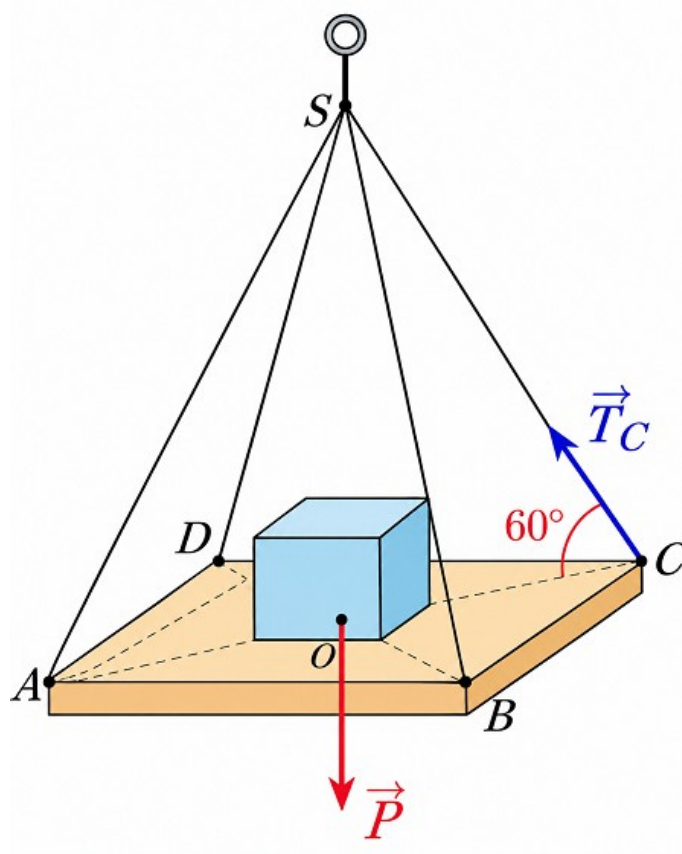
Với $x > 2026$, $f'(x) > 0$.

Nghiệm lẻ lớn nhất là 2025: tại đó dấu đổi từ âm sang dương nên là cực tiểu. Nghiệm lẻ tiếp theo là 2023, tại đó dấu đổi từ dương sang âm nên là cực đại. Các điểm cực đại lặp lại tại $3, 7, 11, \dots, 2023$.

Số điểm cực đại là $N = \frac{2023-3}{4} + 1 = 506$.

Đáp số: 506.

Câu 3. Lực căng của mỗi dây cáp



Khối lượng kiện hàng và tấm ván là $50 + 10 = 60$.

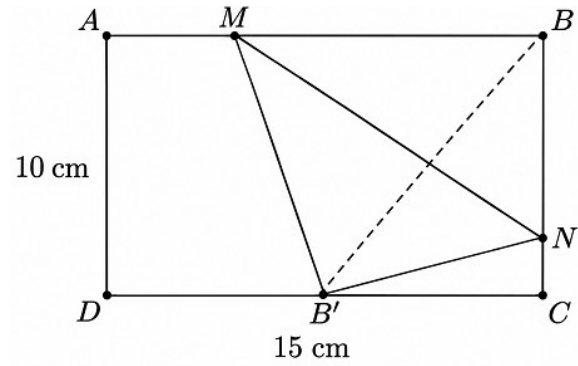
Trọng lượng toàn hệ là 600 N. Bốn dây giống nhau, mỗi dây hợp với mặt phẳng tấm ván góc 60° . Cân bằng theo phương thẳng đứng: $4T\sin 60^\circ = 600$.

Suy ra $T = \frac{600}{4\sin 60^\circ} = 100\sqrt{3} \approx 173.2$.

Làm tròn đến hàng đơn vị, lực căng mỗi dây là 173 N.

Đáp số: 173.

Câu 4. Nếp gấp ngắn nhất



$$D(0;0), C(15;0), B(15;10), A(0;10).$$

Đặt

$$\text{Gọi } B'(15-d;0), d > 0.$$

Nếp gấp MN là đường trung trực của BB' . Trung điểm của BB' là $P\left(15-\frac{d}{2};5\right)$.

$$\text{Vì } \overrightarrow{BB'} = (d;10),$$

$$\text{phương trình nếp gấp có dạng } d\left(x-15+\frac{d}{2}\right)+10(y-5)=0.$$

$$\text{Giao với } AB \text{ và } BC \text{ cho } 15-x_M = \frac{d}{2} + \frac{50}{d} = \frac{d^2+100}{2d}, \quad 10-y_N = 5 + \frac{d^2}{20} = \frac{d^2+100}{20}.$$

$$\text{Do đó } MN = \frac{(d^2+100)^{3/2}}{20d}.$$

$$\text{Giá trị nhỏ nhất đạt khi } \frac{3d}{d^2+100} - \frac{1}{d} = 0 \Rightarrow d^2 = 50.$$

$$\text{Khi đó } MN_{\min} = \frac{15\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } a=15, b=3, c=2.$$

$$\text{Vậy } a+b+c=15+3+2=20.$$

Đáp số: 20.

Câu 5. Tham số để hàm đạt cực tiểu tại $x=2$

$$y = \frac{x^3}{3} + mx^2 - (m+7)x + 5.$$

$$y' = x^2 + 2mx - (m + 7).$$

Để $x = 2$ là điểm cực trị: $y'(2) = 4 + 4m - m - 7 = 0 \Rightarrow 3m - 3 = 0 \Rightarrow m = 1.$

Kiểm tra cực tiểu: $y'' = 2x + 2m.$

$$y''(2) = 4 + 2 = 6 > 0.$$

Vậy $m = 1$ thỏa mãn.

Đáp số: 1.

Câu 6. Tối ưu lợi nhuận bán áo

Gọi x là số áo bán mỗi tháng. Giá bán $p(x)$ tính bằng nghìn đồng/chiếc. Khi giảm 30 nghìn đồng thì bán thêm 100 chiếc, nên hệ số góc là $-\frac{30}{100} = -0.3.$

Do đó $p(x) = 450 - 0.3x.$

Doanh thu tính bằng triệu đồng: $R(x) = \frac{x p(x)}{1000} = 0.45x - 0.0003x^2.$

Chi phí hàng tháng: $C(x) = 0.12x + 50.$

Lợi nhuận: $L(x) = R(x) - C(x) = -0.0003x^2 + 0.33x - 50.$

Đây là parabol quay xuống, lợi nhuận lớn nhất tại đỉnh: $x = -\frac{0.33}{2(-0.0003)} = 550.$

Giá bán tương ứng: $p(550) = 450 - 0.3 \cdot 550 = 285.$

Cửa hàng nên bán mỗi chiếc áo với giá 285 nghìn đồng.

Đáp số: 285.