

Phương pháp: Ta có thể sử dụng các công thức sau:

- Tính xác suất theo thống kê ta sử dụng công thức:

$$P(A) = \frac{n}{N}$$

- Tính xác suất của biến cố theo định nghĩa cổ điển ta sử dụng công thức:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}$$

A. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất. Tính xác suất của biến cố: “Mặt có số chấm chẵn xuất hiện”.

Lời giải

Không gian mẫu: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Biến cố xuất hiện mặt chẵn: $A = \{2; 4; 6\}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}$$

Suy ra

Bài tập 2: Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối đồng chất. Tính xác suất của biến cố: “Số chấm xuất hiện trên mặt hai con xúc xắc giống nhau”.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.

Gọi A là biến cố số chấm xuất hiện trên mặt hai con xúc xắc giống nhau.

Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố A là $\{1; 1\}; \{2; 2\}; \{3; 3\}; \{4; 4\}; \{5; 5\}; \{6; 6\}$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Xác suất để số chấm xuất hiện trên mặt hai con xúc xắc giống nhau là

Bài tập 3: Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần, tính xác suất của biến cố: “Tích số chấm ở 2 lần khi gieo xúc xắc là một số chẵn”.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.

Gọi A là biến cố "Tích hai lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn". Ta xét các trường hợp:

Trường hợp 1: Gieo lần một, số chấm xuất hiện trên mặt là số lẻ thì khi gieo lần hai, số chấm xuất hiện phải là số chẵn. Khi đó có $3 \cdot 3 = 9$ cách gieo.

Trường hợp 2: Gieo lần một, số chấm xuất hiện trên mặt là số chẵn thì có hai trường hợp xảy ra là số chấm xuất hiện trên mặt khi gieo lần hai là số lẻ hoặc số chẵn. Khi đó có $3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 18$ cách gieo.

Suy ra số kết quả thuận lợi cho biến cố là $n(A) = 9 + 18 = 27$.

Vậy xác suất cần tìm tính $P(A) = \frac{27}{36} = 0,75$.

Bài tập 4: Một nhóm học sinh gồm có 9 nam, 3 nữ. Tính xác suất để khi chọn ngẫu nhiên 4 người thì có đúng 1 nữ.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $|\Omega| = C_{12}^4 = 495$.

Để chọn 4 người có đúng 1 nữ thì phải chọn 1 nữ và 3 nam. Số cách chọn là $C_3^1 \cdot C_9^3 = 252$.

Vậy xác suất cần tìm $P = \frac{252}{495} = \frac{28}{55}$.

Bài tập 5: Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca, tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

Lời giải

Không gian mẫu là chọn tùy ý 4 người từ 13 người.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{13}^4 = 715$.

Gọi A là biến cố "4 người được chọn có ít nhất 3 nữ". Ta có hai trường hợp thuận lợi cho biến cố A như sau:

Trường hợp 1: Chọn 3 nữ và 1 nam, có $C_8^3 C_5^1$ cách.

Trường hợp 2: Chọn cả 4 nữ, có C_8^4 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_8^3 C_5^1 + C_8^4 = 350$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{350}{715} = \frac{70}{143}$.

Bài tập 6: Một hộp gồm 30 quả cầu được đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được 3 quả cầu có đúng 1 quả cầu ghi số lẻ và tích 3 số ghi trên ba quả cầu là một số chia hết cho 8?

Lời giải

Ta có số phần tử không gian mẫu là số cách chọn 3 quả cầu từ hộp nên $n(\Omega) = C_{30}^3$.

Gọi A là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán

Chọn một số lẻ từ 30 số: có 15 cách.

Đặt $A_1 = \{4; 8; 12; 16; 20; 24; 28\}$, $A_2 = \{2; 6; 10; 14; 18; 22; 26; 30\}$ trong đó A_1 gồm những số chia hết cho 4 và A_2 là những số chẵn không chia hết cho 4

Do quả cầu đầu tiên mang số lẻ nên để chọn 3 quả cầu thỏa mãn yêu cầu bài toán thì tích 2 số trên 2 quả cầu còn lại phải là số chia hết cho 8

Trường hợp 1: 2 số từ tập A_1 có $C_7^2 = 21$ cách.

Trường hợp 2: 1 số từ tập A_1 và số còn lại là số tùy ý từ A_2 có $7.8 = 56$ cách.

Vậy $n(A) = 15(21 + 66) = 1155$ nên $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1155}{C_{30}^3} = \frac{33}{116}$.

Bài tập 7: Trong kì thi học kỳ I, bạn Bình làm đề thi trắc nghiệm môn Toán. Đề thi gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng; trả lời đúng mỗi câu được 0,2 điểm. Bình trả lời hết các câu hỏi và chắc chắn đúng 40 câu, 10 câu còn lại Bình chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để điểm thi môn Toán của Bình không dưới 9,0 điểm?

Lời giải

Để An đúng được không dưới 9 điểm thì bạn ấy phải chọn đúng ít nhất 45 câu, vậy An phải chọn đúng ít nhất 5 trong 10 câu còn lại.

Xác suất mỗi câu trả lời đúng là $\frac{1}{4}$, xác suất mỗi câu trả lời sai là $\frac{3}{4}$.

Xác suất để An chọn đúng 5 câu trong 10 câu còn lại là: $C_{10}^5 \left(\frac{1}{4}\right)^5 \left(\frac{3}{4}\right)^5$.

Xác suất để An chọn đúng 6 câu trong 10 câu còn lại là $C_{10}^6 \left(\frac{1}{4}\right)^6 \left(\frac{3}{4}\right)^4$.

Xác suất để An chọn đúng 7 câu trong 10 câu còn lại là $C_{10}^7 \left(\frac{1}{4}\right)^7 \left(\frac{3}{4}\right)^3$.

Xác suất để An chọn đúng 8 câu trong 10 câu còn lại là $C_{10}^8 \left(\frac{1}{4}\right)^8 \left(\frac{3}{4}\right)^2$.

Xác suất để An chọn đúng 9 câu trong 10 câu còn lại là $C_{10}^9 \left(\frac{1}{4}\right)^9 \left(\frac{3}{4}\right)$.

Xác suất để An chọn đúng 10 câu còn lại là $C_{10}^{10} \left(\frac{1}{4}\right)^{10}$.

Vậy xác suất cần tìm là:

$$C_{10}^5 \left(\frac{1}{4}\right)^5 \left(\frac{3}{4}\right)^5 + C_{10}^6 \left(\frac{1}{4}\right)^6 \left(\frac{3}{4}\right)^4 + C_{10}^7 \left(\frac{1}{4}\right)^7 \left(\frac{3}{4}\right)^3 + C_{10}^8 \left(\frac{1}{4}\right)^8 \left(\frac{3}{4}\right)^2 + C_{10}^9 \left(\frac{1}{4}\right)^9 \left(\frac{3}{4}\right) + C_{10}^{10} \left(\frac{1}{4}\right)^{10}$$

□ 0,0781

Bài tập 8: Trong trò chơi cờ ti phú người chơi phải gieo đồng thời hai quân súc sắc rồi sau đó cộng điểm trên các mặt của 2 quân súc sắc để tính ra số ô được di chuyển. Hiện tại ngay trước vị trí An đang đứng là 8 ô tương ứng với 8 mảnh đất của người chơi khác với giá thuê rất đắt đỏ và di chuyển thêm 10 ô nữa thì sẽ rơi trúng ô vào tù (tính từ ô mà An đang đứng). Tính xác suất để An không phải mất tiền thuê đất và vào tù trong trò chơi này

Lời giải

Để không mất tiền thuê nhà và vào tù trong trò chơi thì tổng số chấm trên hai quân súc sắc mà An gieo được phải lớn hơn 8 và khác 10.

Do gieo đồng thời hai quân súc sắc nên ta có tổng số chấm mà An có được sẽ là:

$\Omega = \{2 \text{ chấm}, 3 \text{ chấm}, 4 \text{ chấm}, 5 \text{ chấm}, 6 \text{ chấm}, 7 \text{ chấm}, 8 \text{ chấm}, 9 \text{ chấm}, 10 \text{ chấm}, 11 \text{ chấm}, 12 \text{ chấm}\}$ nên không gian mẫu là: $n_{\Omega} = 11$

Tổng số chấm trên mặt của 2 quân súc sắc có lợi cho an sẽ là: $A = \{9 \text{ chấm}, 11 \text{ chấm}, 12 \text{ chấm}\}$

Khi đó số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 3$

Xác suất để An không mất tiền và vào tù trong trò chơi sẽ là: $P(A) = \frac{3}{11}$.

Bài tập 9: Có ba chiếc bình khác nhau, mỗi bình chứa 3 tấm thẻ được đánh số 1, 2, 3. Từ mỗi bình rút ngẫu nhiên một tấm thẻ. Mô tả không gian mẫu và tính xác suất của các biến cố:

a) A : “Tổng số ghi trên các tấm thẻ bằng 6”.

b) B : “Tích 3 số ghi trên 3 tấm thẻ là số lẻ”.

Lời giải

a) Không gian mẫu $\Omega = \{(i, j, k), 1 \leq i, j, k \leq 3, i, j, k \in \square\}$.

Tập hợp các kết quả làm cho biến cố A xảy ra là:

$\Omega_A = \{(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1), (2, 2, 2)\}$.

Xác suất biến cố A là: $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{7}{27}$.

b) Tích 3 số ghi trên 3 thẻ là số lẻ khi 3 số đều lẻ.

Ta có tập hợp tất cả các kết quả thuận lợi cho biến cố B là:

$\Omega_B = \{(1, 1, 1), (1, 1, 3), (1, 3, 1), (1, 3, 3), (3, 1, 1), (3, 1, 3), (3, 3, 1), (3, 3, 3)\}$.

Xác suất biến cố B là: $P(B) = \frac{|\Omega_B|}{|\Omega|} = \frac{8}{27}$.

Bài tập 10: Trong dịp tết Nam và Minh chơi trò ba cây bằng bộ bài lơ khơ gồm 36 lá (mỗi người nhận được 3 lá bài trong đó không có các quân 10, J, Q, K sau đó cộng điểm trên 3 quân bài lại người nào lớn điểm hơn sẽ thắng, trong trường hợp 2 người bằng điểm thì sẽ xét chất trên các lá bài theo thứ tự từ lớn

đến bé Rô, cơ, bích, tép). Người nào thắng sẽ được 3 chiếc kẹo của người còn lại. Hiện tại trong ván bài đầu tiên Nam được 10 điểm với các quân sau: 2 tép, 7 rô, Át cơ. Tính xác suất Minh có thể thắng trong ván bài trên, chú ý Át rô là quân bài có hiệu lực mạnh nhất bộ bài (các quân Át còn lại đều tính như là số một)

Lời giải

Do có 36 lá bài, Nam cầm 3 lá vì vậy còn 33 lá bài:

Vậy số phần tử của không gian mẫu sẽ là C_{33}^3

Để thắng được Nam, Minh cần phải đạt 10 điểm và trong đó có một quân bài chất rô lớn hơn 5. Do Át rô mạnh nhất nên ta xét thành 2 trường hợp.

Trường hợp 1. Minh có Át rô

Như vậy để thắng được Nam, Minh cần sở hữu 2 lá bài còn lại sau:

$$A = \{2 \text{ bích hoặc } 2 \text{ cơ hoặc } 2 \text{ rô và } 7 \text{ bích hoặc } 7 \text{ cơ hoặc } 7 \text{ tép}\}$$

$$\Rightarrow n_A = 3.3 = 9$$

Trường hợp 2. Minh không có Át rô. Như vậy mình bắt buộc phải có 8 rô hoặc 9 rô trong 3 lá bài của mình

Trường hợp 2.1: Minh có 8 rô

Như vậy để thắng được Nam, Minh cần sở hữu 2 lá bài còn lại sau:

$$A = \{8 \text{ bích hoặc } 8 \text{ cơ hoặc } 8 \text{ tép và } 4 \text{ bích hoặc } 4 \text{ cơ hoặc } 4 \text{ tép hoặc } 4 \text{ rô}\}$$

$$\Rightarrow n_A = 3.4 = 12$$

Trường hợp 2.2: Minh có 9 rô

Như vậy để thắng được Nam, Minh cần sở hữu 2 lá bài còn lại sau:

$$A = \{9 \text{ bích hoặc } 9 \text{ cơ hoặc } 9 \text{ tép và } 2 \text{ bích hoặc } 2 \text{ cơ hoặc } 2 \text{ rô}\}$$

$$\Rightarrow n_A = 3.3 = 9$$

Vậy xác suất để Minh thắng Nam sẽ là:

$$P_A = \frac{9 + 12 + 9}{5456} = \frac{15}{2728}$$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Gieo một con súc sắc. Xác suất để mặt chấm chẵn xuất hiện là:

A. 0,2 .

B. 0,3 .

C. 0,4 .

D. 0,5 .

Lời giải

Không gian mẫu: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Biến cố xuất hiện mặt chẵn: $A = \{2; 4; 6\}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra

Câu 2: Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá bích là:

- A. $\frac{1}{13}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{12}{13}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 52$.

Số phần tử của biến cố xuất hiện lá bích: $n(A) = 13$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}.$$

Suy ra

Câu 3: Tung một đồng xu cân đối và đồng chất 3 lần liên tiếp. Tính xác suất của biến cố A : “Trong 3 lần tung có ít nhất 2 lần xuất hiện mặt ngửa”.

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Kí hiệu S nếu tung được mặt sấp, N nếu tung được mặt ngửa.

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 2^3 = 8$.

$$A = \{NNN, NNS, NSN, SNN\}. \text{ Suy ra } n(A) = 4 \text{ và } P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

Câu 4: Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của biến cố “Tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện nhỏ hơn 5”.

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{5}{18}$. D. $\frac{5}{36}$.

Lời giải

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.

Gọi A là biến cố “Tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện nhỏ hơn 5”.

$$A = \{(1;1); (1;2); (1;3); (2;1); (2;2); (3;1)\}.$$

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

Xác suất của biến cố A là

Câu 5: Từ một hộp đựng 4 cái bút bi và 5 cái bút chì, lấy ngẫu nhiên hai cái bút. Xác suất để lấy được cả hai cái bút bi là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Số cách lấy ngẫu nhiên hai cái bút trong hộp là $n(\Omega) = C_9^2$.

Gọi A là biến cố “Lấy được cả hai cái bút bi”. Ta có $n(A) = C_4^2$.

$$P(A) = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{1}{6}.$$

Xác suất để lấy được cả hai cái bút bi là

Câu 6: Trên giá sách có 5 quyển sách Toán, 4 quyển sách Lý và 3 quyển sách Hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Xác suất để 3 quyển sách được lấy ra thuộc 3 môn khác nhau là

- A. $\frac{8}{11}$. B. $\frac{3}{11}$. C. $\frac{1}{110}$. D. $\frac{109}{110}$.

Lời giải

Số cách lấy ngẫu nhiên ba quyển sách trên giá là $n(\Omega) = C_{12}^3$.

Gọi A là biến cố “Lấy được 3 quyển sách thuộc 3 môn khác nhau”. Ta có $n(A) = C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1$.

$$P(A) = \frac{C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1}{C_{12}^3} = \frac{3}{11}.$$

Xác suất để lấy được 3 quyển sách thuộc 3 môn khác nhau là

Câu 7: Xếp ngẫu nhiên 2 bạn nam và 2 bạn nữ ngồi vào 4 ghế kê theo hàng ngang. Tính xác suất sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ nhau.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 4! = 24$.

Gọi A là biến cố “Nam, nữ ngồi xen kẽ nhau”.

Giả sử đánh số ghế từ 1 đến 4.

Trường hợp 1: Nam ngồi ghế số 1 và 3, suy ra có $2!$ cách xếp. Nữ ngồi ghế số 2 và 4, suy ra có $2!$ cách xếp

Suy ra trường hợp 1 có $2! \cdot 2! = 4$ cách xếp.

Trường hợp 2: Nữ ngồi ghế số 1 và 3, suy ra có $2!$ cách xếp. Nam ngồi ghế số 2 và 4, suy ra có $2!$ cách xếp

Suy ra trường hợp 2 có $2! \cdot 2! = 4$ cách xếp.

Vậy $n(A) = 4 + 4 = 8$. Do đó, $P(A) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$.

Câu 8: Gieo một con xúc xắc 3 lần liên tiếp. Tính xác suất sao cho mặt năm chấm xuất hiện ở lần thứ hai.

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{5}{36}$. C. $\frac{1}{120}$. D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6^3 = 216$.

Gọi A là biến cố “Mặt năm chấm xuất hiện ở lần thứ hai”.

A xảy ra khi lần thứ hai xuất hiện mặt năm chấm, còn lần thứ nhất và lần thứ ba có thể xuất hiện các mặt bất kì trong 6 mặt. Do đó, $n(A) = 6 \cdot 1 \cdot 6 = 36$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{36}{216} = \frac{1}{6}$.

Câu 9: Gieo 1 đồng xu cân đối và đồng chất 3 lần. Xác suất để có đúng 2 lần gieo xuất hiện mặt S là

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Không gian mẫu: $\Omega = \{SSS; NNN; SSN; SNS; NSS; NNS; NSN; SNN\}$.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 8$.

Gọi biến cố A : “có đúng 2 lần gieo xuất hiện mặt S ” nên ta có: $n(A) = 3$.

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{3}{8}$.

Câu 10: Quỳnh có một hộp hình lập phương mà sáu mặt được tô bởi ba màu đỏ, vàng, xanh sao cho chỉ có các mặt đối nhau thì tô cùng màu. Hở tung ngẫu nhiên hộp đó thì xác suất để được mặt xanh ngửa là bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Do không gian mẫu của phép thử có 6 kết quả, trong đó có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố đang xét (do có hai mặt màu xanh) nên xác suất của biến cố “thu được mặt xanh ngửa” là $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Câu 11: Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất để không một lần xuất hiện mặt sáu chấm là

- A. $\frac{12}{36}$. B. $\frac{25}{36}$. C. $\frac{6}{36}$. D. $\frac{8}{36}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố “không có lần nào xuất hiện mặt sáu chấm”.

Ta có $n(A) = 5.5 = 25$ nên $P(A) = \frac{25}{36}$.

Câu 12: Gieo ngẫu nhiên 2 con xúc xắc cân đối đồng chất. Tìm xác suất của biến cố: “Hiệu số chấm xuất hiện trên 2 con xúc xắc bằng 2”.

- A. $\frac{5}{18}$. B. $\frac{1}{9}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán:

$A = \{(1; 3), (3; 1), (2; 4), (4; 2), (3; 5), (5; 3), (4; 6), (6; 4)\}$ nên $n(A) = 8$.

Vậy $P(A) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.

Câu 13: Từ một hộp chứa năm quả cầu trắng và ba quả cầu đen lấy ngẫu nhiên hai quả. Xác suất để lấy được cả hai quả trắng là:

A. $\frac{5}{14}$.

B. $\frac{5}{28}$.

C. $\frac{10}{56}$.

D. $\frac{20}{28}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_8^2 = 28$.

Gọi A là biến cố: "Lấy được hai quả màu trắng".

Ta có $n(A) = C_5^2 = 10$ nên $P(A) = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$.

Câu 14: Tung một đồng xu cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Tính xác suất để cả hai lần tung đều xuất hiện mặt ngửa.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Không gian mẫu trong trò chơi trên là tập hợp $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}$.

Xét biến cố A: "Hai lần tung đều xuất hiện mặt ngửa".

Có một kết quả thuận lợi cho biến cố A là NN, tức là $A = \{NN\}$.

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4}$.

Câu 15: Gieo một con xúc xắc ba lần liên tiếp. Xác suất để mặt hai chấm xuất hiện cả ba lần là

A. $\frac{1}{216}$.

B. $\frac{1}{72}$.

C. $\frac{1}{18}$.

D. $\frac{1}{20}$.

Lời giải

Không gian mẫu trong trò chơi là tập hợp $\Omega = \{(i; j; k) | i, j, k = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,

Do đó $n(\Omega) = 6.6.6 = 216$.

Kết quả thuận lợi cho biến cố trên là $\{(2; 2; 2)\}$.

Vậy xác suất cần tính là $P = \frac{1}{216}$.

Câu 16: Một bộ bài tú lơ khơ gồm 52 quân. Lấy ngẫu nhiên 2 quân bài. Xác suất lấy được 2 quân át bằng:

A. $\frac{1}{121}$.

B. $\frac{2}{663}$.

C. $\frac{1}{1326}$.

D. $\frac{1}{26}$.

Lời giải

Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{52}^2$.

Biến cố A: “Lấy được 2 quân át” $\Rightarrow n(A) = C_4^2 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_4^2}{C_{52}^2} = \frac{1}{121}$.

Câu 17: Tung một đồng xu cân đối và đồng chất ba lần liên tiếp. Tính xác suất để có ít nhất một lần tung xuất hiện mặt sấp.

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{7}{8}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Không gian mẫu trong trò chơi là tập hợp

$$\Omega = \{SSS; SSN; SNS; SNN; NNS; NSN; NSS; NNN\}$$

Xét biến cố A: “ Ít nhất một lần tung xuất hiện mặt sấp”.

Như vậy xảy ra các khả năng: mặt sấp xuất hiện một lần, hai lần và ba lần.

Có bảy kết quả thuận lợi cho biến cố A là SSS, SSN, SNS, NSS, SNN, NNS, NSN tức là $A = \{SSS; SSN; SNS; SNN; NNS; NSN; NSS\}$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7}{8}.$$

Vậy xác suất của biến cố A là:

Câu 18: Gieo hai con xúc xắc. Tính xác suất của biến cố “ Tổng số chấm trên hai mặt là số lẻ”:

- A. $\frac{11}{36}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Không gian mẫu trong trò chơi là tập hợp $\Omega = \{(i; j) | i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$\text{Do đó } n(\Omega) = 6.6 = 36.$$

Gọi A là biến cố “ Tổng số chấm trên hai mặt là số lẻ”, ta có các khả năng sau :

TH1: Số chấm xuất hiện con xúc xắc thứ nhất lẻ, thứ hai chẵn, ta có $3.3 = 9$ cách.

TH2: Số chấm xuất hiện con xúc xắc thứ nhất chẵn, thứ hai lẻ, tương tự ta cũng có $3.3 = 9$ cách.

$$\text{Vậy } n(A) = 9 + 9 = 18 \Rightarrow P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}.$$

Câu 19: Một bộ bài tú lơ khơ gồm 52 quân. Lấy ngẫu nhiên 3 quân bài. Xác suất để 3 quân bài rút ra có 1 con 2, 1 con 4 và 1 con K là:

- A. $\frac{3}{5525}$. B. $\frac{16}{5525}$. C. $\frac{7}{11050}$. D. $\frac{8}{5525}$.

Lời giải

Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{52}^3$.

Biến cố A: “3 quân bài rút ra có 1 con 2, 1 con 4 và 1 con K” $\Rightarrow n(A) = C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1$.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1}{C_{52}^3} = \frac{16}{5525}$$

Câu 20: Tung một đồng xu cân đối và đồng chất liên tiếp cho đến khi xuất hiện mặt sấp hoặc cả năm lần ngửa thì dừng lại. Tính xác suất để số lần tung không vượt quá bốn.

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Không gian mẫu trong trò chơi là tập hợp

$$\Omega = \{S; NS; NNS; NNNS; NNNNS; NNNNN\}$$

Xét biến cố A: “Số lần tung không vượt quá bốn”.

Do đó $A = \{S; NS; NNS; NNNS\}$.

Vậy xác suất của biến cố A là:
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Câu 21: Gieo hai con xúc xắc. Xác suất của biến cố “Tổng số chấm trên hai mặt chia hết cho 3” là :

- A. $\frac{11}{36}$. B. $\frac{13}{36}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Không gian mẫu trong trò chơi là tập hợp $\Omega = \{(i; j) | i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, do đó $n(\Omega) = 6.6 = 36$

Gọi A là biến cố “Tổng số chấm trên hai mặt chia hết cho 3”, ta có các khả năng sau

TH1: Số chấm xuất hiện ở hai mặt khác nhau, ta có các bộ: $\{(1; 2), (1; 5), (2; 4), (3; 6), (4; 5)\}$, mỗi khả năng trên sẽ có hai hoán vị nên của TH1 là 10 cách.

TH2: Số chấm xuất hiện ở hai mặt giống nhau, ta có 2 bộ $\{(3; 3), (6; 6)\}$.

Vậy
$$n(A) = 10 + 2 = 12 \Rightarrow P(A) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

Câu 22: Một bộ bài tú lơ khơ gồm 52 quân. Lấy ngẫu nhiên 3 quân bài. Xác suất để lấy được ít nhất 2 quân 4 là:

- A. $\frac{288}{5525}$. B. $\frac{76}{5525}$. C. $\frac{73}{5525}$. D. $\frac{12}{221}$.

Lời giải

Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{52}^3$.

Biến cố A: “lấy được ít nhất 2 quân 4”.

TH1: biến cố A_1 “Lấy được đúng 2 quân 4” $\Rightarrow n(A_1) = C_4^2 \cdot C_{48}^1$.

TH2: biến cố A_2 “Lấy được cả 3 quân 4” $\Rightarrow n(A_2) = C_4^3$.

$$\Rightarrow n(A) = n(A_1) + n(A_2) = C_4^2 \cdot C_{48}^1 + C_4^3 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_4^2 \cdot C_{48}^1 + C_4^3}{C_{52}^3} = \frac{73}{5525}$$

- Câu 23:** Một hãng hàng không phát hành 1 triệu vé bay từ nước X sang nước Y có số seri là một dãy gồm 6 chữ số. Ông A mua 1 vé bay. Sau đó, trên chuyến bay người ta thông báo vé bay may mắn là vé có số sê-ri thỏa điều kiện tổng ba chữ số đầu bằng tổng ba chữ số cuối. Nếu ai mua được vé bay may mắn sẽ được trúng thưởng một chiếc smart-phone trị giá 1000 USD. Tính xác suất ông A mua được vé bay may mắn. (giả định số sê-ri ông A chọn là hoàn toàn ngẫu nhiên).
- A. 0,015. B. 0,225. C. 0,155. D. 0,055.

Lời giải

Gọi dãy số may mắn có dạng : $\overline{abc(9-d)(9-e)(9-f)}$ với $a, b, c, d, e, f \in \{0; 1; \dots; 8; 9\}$

Ta có: $a + b + c = (9 - d) + (9 - e) + (9 - f)$

$$\Leftrightarrow a + b + c + d + e + f = 27 \quad (*)$$

Ta cần tìm số nghiệm tự nhiên của phương trình $(*)$.

Theo nguyên lý bù trừ, số nghiệm tự nhiên của phương trình $(*)$ là

$$C_{32}^5 - C_6^1 \cdot C_{22}^5 + C_6^2 \cdot C_{12}^5 = 55252 \quad (\text{nghiệm}).$$

Suy ra số dãy số may mắn là: 55252 (dãy).

Gọi Ω là không gian mẫu.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10^6}^1 = 1000000$.

Gọi X là biến cố ông A mua được 1 vé bay may mắn. Ta có $n(X) = C_{55252}^1$.

$$P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{55252}{1000000} \approx 0,055$$

Xác suất cần tìm là

- Câu 24:** Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng:
- A. $\frac{100}{231}$. B. $\frac{115}{231}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{118}{231}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{11}^6 = 462$.

Gọi A : “Tổng số ghi trên 6 tấm thẻ là một số lẻ”.

Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ và 5 số chẵn. Để có tổng là một số lẻ ta có 3 trường hợp.

Trường hợp 1: Chọn được 1 thẻ mang số lẻ và 5 thẻ mang số chẵn có: ${}^6C_5 = 6$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 3 thẻ mang số lẻ và 3 thẻ mang số chẵn có: $C_6^3 \cdot C_5^3 = 200$ cách.

Trường hợp 3: Chọn được 5 thẻ mang số lẻ và 1 thẻ mang số chẵn có: $C_6^5 \cdot 5 = 30$ cách.

Do đó $n(A) = 6 + 200 + 30 = 236$ nên $P(A) = \frac{236}{462} = \frac{118}{231}$.

Câu 25: Gieo 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai mặt của 2 con xúc xắc đó không vượt quá 4 là:

- A. $\frac{5}{18}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Phép thử: Gieo hai con xúc xắc đồng chất

Ta có $n(\Omega) = 6^2 = 36$

Gọi biến cố A “Được tổng số chấm của hai xúc xắc không quá 4”.

Khi đó ta được các trường hợp là $(1;1), (1;2), (1;3), (2;1), (2;2), (3;1)$

$\Rightarrow n(A) = 6 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{6}$.

Câu 26: Gieo một con súc sắc đồng chất 2 lần. Tính xác suất để tổng 2 mặt thu được của 2 lần gieo là số lẻ.

- A. $\frac{12}{36}$. B. $\frac{25}{36}$. C. $\frac{6}{36}$. D. $\frac{8}{36}$.

Lời giải

Ta có: $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.

Gọi A là biến cố “Tổng 2 mặt của 2 lần gieo là lẻ”

Vì với mỗi số chẵn ở lần tung đầu tiên tương ứng với một số lẻ ở lần tung thứ 2 và ngược lại thì ta được tổng 2 lần tung là 1 số lẻ.

Như vậy với 3 số chẵn lần đầu ứng với 3 số lẻ lần sau $\Rightarrow$ có $3 \cdot 3 = 9$ cách gieo.

Và với 3 số lẻ lần đầu ứng với 3 số chẵn lần sau có $3 \cdot 3 = 9$ cách gieo $\Rightarrow P(A) = \frac{18}{36} = 0.5$

Câu 27: Một người bỏ ngẫu nhiên ba lá thư vào ba chiếc phong bì đã ghi địa chỉ. Xác suất để có ít nhất một lá thư được bỏ đúng phong bì là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = 3! = 6$.

Gọi A là biến cố “Có ít nhất một lá thư được bỏ đúng phong bì”.

Ta xét các trường hợp sau:

Nếu lá thứ nhất bỏ đúng phong bì, hai lá còn lại để sai thì có duy nhất 1 cách.

Nếu lá thứ hai bỏ đúng phong bì, hai lá còn lại để sai thì có duy nhất 1 cách.

Nếu lá thứ ba bỏ đúng phong bì, hai lá còn lại để sai thì có duy nhất 1 cách.

Không thể có trường hợp hai lá thư bỏ đúng và một lá thư bỏ sai.

Cả ba lá thư đều được bỏ đúng có duy nhất 1 cách

Do đó: $n(A) = 4$.

Vậy xác suất để có ít nhất một lá thư được bỏ đúng phong bì là:
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

Cách 2:

Gọi B là biến cố “Không có lá thư nào được bỏ đúng phong bì”.

$$\Rightarrow n(B) = 2 \Rightarrow P(A) = 1 - P(B) = 1 - \frac{n(B)}{n(\Omega)} = 1 - \frac{2}{6} = \frac{2}{3}.$$

Câu 28: Gọi E là tập hợp các số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau từng đôi một được chọn từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Chọn ngẫu nhiên ba số từ tập E . Xác suất gần đúng để trong ba số được chọn có đúng một số có mặt chữ số 4.

- A. 0,764 . B. 0,125 . C. 0,364 . D. 0,438

Lời giải

Số các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau từng đôi một được chọn từ các số là: $A_8^3 - A_7^2 = 294$ số.

Chọn ngẫu nhiên ba số từ tập $E \Rightarrow n_{\Omega} = C_{294}^3 = 4192244$

Gọi A là biến cố để trong ba số được chọn có đúng một số có mặt chữ số 4

Số các số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau đôi một có mặt chữ số 4 là: $3 \cdot A_7^2 - 2 \cdot A_6^1 = 114$

Số cách chọn ba số từ tập E có đúng một số có mặt chữ số 4 là: $C_{114}^1 \cdot C_{180}^2 = 1836540$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1836540}{4192244} \approx 0,438$$

Câu 29: Trong không gian cho 10 điểm, trong đó có A và B , sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Quỳnh vẽ một đoạn thẳng nối hai điểm tùy ý trong 10 điểm. Tính xác suất để đoạn thẳng mà Quỳnh vẽ là đoạn AB .

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{1}{90}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{45}$.

Lời giải

Tổng số đoạn thẳng có thể vẽ là $C_{10}^2 = 45$.

Xác suất để Quỳnh vẽ đoạn AB là $\frac{1}{45}$.

Câu 30: Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp. Xác suất để 5 viên bi được chọn chỉ có một màu.

- A. $\frac{1}{306}$. B. $\frac{1}{1428}$. C. $\frac{1}{408}$. D. $\frac{1}{8568}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{18}^5 = 8568$.

Gọi A là biến cố "5 viên bi được chọn chỉ có một màu". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

Trường hợp 1: Chọn 5 bi đỏ có $C_6^5 = 6$ cách.

Trường hợp 2: Chọn 5 bi vàng có $C_7^5 = 21$ cách.

Trường hợp 3: Chọn 5 bi xanh có 1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 6 + 21 + 1 = 28$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{28}{8568} = \frac{1}{306}$.

Câu 31: Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn. Xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ là

- A. $\frac{60}{143}$. B. $\frac{238}{429}$. C. $\frac{210}{429}$. D. $\frac{82}{143}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_{15}^5$.

Số phần tử của không gian thuận lợi là: $|\Omega_A| = C_8^4 C_7^1 + C_8^3 C_7^2$

Xác suất biến cố A là: $P(A) = \frac{238}{429}$.

Câu 32: Bốn bạn nam và bốn bạn nữ được xếp ngồi ngẫu nhiên vào 8 ghế xếp thành hai dãy đối diện nhau. Xác suất sao cho nữ ngồi đối diện nhau là

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{3}{35}$.

Lời giải

Xếp một bạn nữ vào ^{1} trong ^{8} ghế có ^{8} cách xếp, sau đó chọn ^{1} trong ^{3} bạn nữ còn lại xếp vào ghế đối diện có ^{3} cách chọn. Tiếp đến xếp một bạn nữ vào ^{1} trong ^{6} ghế còn lại có ^{6} cách chọn ghế, bạn nữ còn lại bắt buộc phải ngồi ghế đối diện có ^{1} cách. ^{4} ghế trống còn lại xếp ^{4} bạn nam vào, có $^4!$ cách.

Gọi A là biến cố: "Nữ ngồi đối diện nhau".

Số trường hợp thuận lợi cho A là: $n(A) = 8.3.6.1.4! = 3456$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3456}{8!} = \frac{3}{35}$$

Xác suất cần tìm:

Câu 33: Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau. Tính xác suất biến cố sao cho tổng 3 chữ số bằng 9.

A. $\frac{1}{20}$.

B. $\frac{3}{20}$.

C. $\frac{9}{20}$.

D. $\frac{7}{20}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “ số tự nhiên có tổng 3 chữ số bằng 9 ”

Số số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau có thể lập được là: $A_6^3 = 120$.

$$|\Omega| = 120$$

Không gian mẫu:

$$1 + 2 + 6 = 9; 1 + 3 + 5 = 9; 2 + 3 + 4 = 9$$

Ta có

Số số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau có tổng bằng 9 là: $3! + 3! + 3! = 18 \Rightarrow n(A) = 18$.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{|\Omega|} = \frac{18}{120} = \frac{3}{20}$$

Câu 34: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau được chọn từ các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Xác định số phần tử của S. Lấy ngẫu nhiên một số tự nhiên từ S, tính xác suất để số được chọn là số chia hết cho 11 và tổng 4 chữ số của nó cũng chia hết cho 11.

A. $\frac{6}{35}$.

B. $\frac{1}{70}$.

C. $\frac{1}{140}$.

D. $\frac{1}{35}$.

Lời giải

Số phần tử của S là: A_8^4 .

Ký hiệu số có bốn chữ số thỏa mãn yêu cầu là:

$$\overline{abcd} = 100\overline{ab} + \overline{cd} = 11(9\overline{ab} + a + c) + (b + d - a - c)$$

$$\text{Theo giả thiết ta có: } \begin{cases} (b + d - a - c):11 \\ (a + b + c + d):11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (b + d):11 \\ (a + c):11 \end{cases}$$

Và do $3 \leq b+d \leq 17, 3 \leq a+c \leq 17$ nên $b+d = a+c = 11$.

Các cặp số có tổng là 11: $(2,9), (3,8), (4,7), (5,6)$.

Số lượng các số thỏa mãn yêu cầu là $A_4^2 \cdot 2! \cdot 2!$.

Do đó xác suất bằng $\frac{A_4^2 \cdot 2! \cdot 2!}{A_8^4} = \frac{1}{35}$.

Câu 35: Chọn ngẫu nhiên một quân bài trong bộ bài tú lơ khơ gồm 52 lá. Tính xác suất để quân bài được chọn có số nút là 9.

A. $\frac{1}{13}$.

B. $\frac{1}{12}$.

C. $\frac{1}{11}$.

D. $\frac{1}{10}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{52}^1 = 52$

Gọi A là biến cố “Quân bài được chọn có số nút là 9” $\Rightarrow n(A) = 4 \Rightarrow P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.

Câu 36: Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam bằng

A. $\frac{C_8^4}{C_{13}^4}$.

B. $\frac{A_5^4}{C_8^4}$.

C. $\frac{C_5^4}{C_{13}^4}$.

D. $\frac{C_8^4}{A_{13}^4}$.

Lời giải

Chọn 4 người trong 13 người hát tốp ca có C_{13}^4 . Nên $n(\Omega) = C_{13}^4$

Gọi A là biến cố chọn được 4 người đều là nam và $n(A) = C_5^4$

Nên xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{C_5^4}{C_{13}^4}$.

Câu 37: Một em bé có bộ 6 thẻ chữ, trên mỗi thẻ có ghi một chữ cái, trong đó có 3 thẻ chữ **T**, một thẻ chữ **N**, một thẻ chữ **H** và một thẻ chữ **P**. Em bé đó xếp ngẫu nhiên 6 thẻ đó thành một hàng ngang. Tính xác suất em bé xếp được thành dãy **TNTHPT**

A. $\frac{1}{120}$.

B. $\frac{1}{720}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{20}$.

Lời giải

Xem ba chữ **T** riêng biệt ta có: $n(\Omega) = 6!$.

Gọi A là biến cố: “xếp ngẫu nhiên 6 thẻ đó thành dãy **TNTHPT**”, suy ra $n(A) = 3!$
(số hoán vị của **T-T-T** và **N, H, P** cố định).

Vậy xác suất của biến cố A : $P(A) = \frac{3!}{6!} = \frac{1}{120}$.

Câu 38: Gieo ba con xúc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con xúc sắc đó là bằng nhau.

A. $\frac{1}{120}$.

B. $\frac{1}{720}$.

C. $\frac{1}{36}$.

D. $\frac{1}{20}$.

Lời giải

Tập hợp Ω có 2^{16} phần tử.

Gọi D là biến cố “số chấm xuất hiện trên ba con xúc sắc đều bằng nhau”.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố D là: $(1;1;1)$, $(2;2;2)$, $(3;3;3)$, $(4;4;4)$, $(5;5;5)$, $(6;6;6)$.

Tập hợp D có 6 phần tử.

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(\Omega)} = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}.$$

Vậy xác suất của biến cố nói trên là

Câu 39: Gieo hai con xúc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để hiệu số chấm xuất hiện trên hai con xúc sắc đó bằng 2.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{7}$.

C. $\frac{2}{9}$.

D. $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Tập hợp Ω có 36 phần tử.

Gọi D là biến cố “hiệu số chấm xuất hiện trên hai con xúc sắc đó bằng 2”.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố D là: $(1;3)$, $(3;1)$, $(2;4)$, $(4;2)$, $(4;6)$, $(6;4)$, $(3;5)$, $(5;3)$. Tập hợp D có 8 phần tử.

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(\Omega)} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}.$$

Vậy xác suất của biến cố nói trên là

Câu 40: Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất. Giả sử xúc sắc xuất hiện mặt b chấm. Tính xác suất để phương trình $x^2 + 2bx + 4 = 0$ có nghiệm.

A. $\frac{5}{6}$.

B. $\frac{1}{7}$.

C. $\frac{2}{9}$.

D. $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Theo giả thiết ta có $b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Tập hợp Ω có 6 phần tử.

Gọi A là biến cố “gieo súc sắc để phương trình $x^2 + 2bx + 4 = 0$ có nghiệm”.

Để phương trình $x^2 + 2bx + 4 = 0$ có nghiệm thì $\Delta = 4b^2 - 16 \geq 0 \Leftrightarrow b^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow b \geq 2$

Do đó $b \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$. Tập hợp A có 5 phần tử.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{6}.$$

Vậy xác suất của biến cố nói trên là

Câu 41: Chọn ngẫu nhiên 13 lá bài từ bộ bài tứ lơ khơ gồm 52 lá. Tính xác suất để 13 lá bài được chọn có 6 lá ghép được thành “ba đôi thông”, nghĩa là ba đôi có thứ tự liên tiếp nhau (không tính đôi 2).

A. $\frac{7128}{39151}$

B. $\frac{7129}{39151}$

C. $\frac{7130}{39151}$

D. $\frac{7131}{39151}$

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{52}^{13}$.

Gọi A là biến cố “6 lá ghép được thành “ba đôi thông” $\Rightarrow n(A) = 10 \cdot C_4^2 \cdot C_4^2 \cdot C_4^2 \cdot C_{46}^7$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{7128}{39151}$$

Câu 42: Một nhóm gồm 7 học sinh nam và 4 học sinh nữ xếp thành một hàng ngang để tham gia một trò chơi. Tính xác suất để khi xếp 2 học sinh nữ bất kì không đứng cạnh nhau.

A. $\frac{4}{33}$

B. $\frac{3}{7}$

C. $\frac{8}{11}$

D. $\frac{7}{33}$

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là số cách xếp bất kì 11 học sinh trên thành một hàng ngang.

Suy ra: $n(\Omega) = 11!$

Gọi A là biến cố: “ Khi xếp hàng 2 học sinh nữ bất kì không đứng cạnh nhau.”.

Xếp 7 học sinh nam trước có: $7!$ cách.

7 học sinh này xếp hàng tạo 8 khoảng trống. Sắp xếp 4 học sinh nữ vào 4 trong 8 khoảng trống trên có: A_8^4 cách.

Khi đó: $n(A) = 7! \cdot A_8^4$ nên $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7! \cdot A_8^4}{11!} = \frac{7}{33}$

Câu 43: Một hộp chứa 15 viên bi kích thước như nhau, trong đó có 6 viên bi màu trắng được đánh số từ 1 đến 6; có 5 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 5 và 4 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 4. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp, tính xác suất để 2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số

A. $\frac{57}{105}$

B. $\frac{61}{107}$

C. $\frac{15}{26}$

D. $\frac{61}{105}$

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{15}^2 = 105$

Gọi A là biến cố: “ 2 bi lấy ra vừa khác màu vừa khác số ”.

Trường hợp 1: 2 bi lấy ra có màu trắng và đỏ.

Lấy 1 bi đỏ có: C_5^1 cách

Lấy 1 bi trắng khác số với bi đỏ có C_5^1 cách.

Suy ra trường hợp này có: $C_5^1 \cdot C_5^1 = 25$ cách.

Trường hợp 2: 2 bi lấy ra có màu vàng và đỏ.

Lấy 1 bi vàng có: C_4^1 cách

Lấy 1 bi đỏ khác số với bi vàng có C_4^1 cách.

Suy ra trường hợp này có: $C_4^1 \cdot C_4^1 = 16$ cách.

Trường hợp 3: 2 bi lấy ra có màu trắng và vàng.

Lấy 1 bi vàng có: C_4^1 cách

Lấy 1 bi trắng khác số với bi vàng có C_5^1 cách.

Suy ra trường hợp này có: $C_4^1 \times C_5^1 = 20$ cách.

Khi đó $n(A) = 25 + 16 + 20 = 61$.

Xác suất của biến cố A là:
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{61}{105}$$

Câu 44: Tìm trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Vật lý, 2 quyển sách Hoá học. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách trên kệ sách ấy. Tính xác suất để 3 quyển được lấy ra đều là sách Toán.

A. $\frac{2}{7}$.

B. $\frac{1}{21}$.

C. $\frac{37}{42}$.

D. $\frac{5}{42}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_9^3 = 84$.

Số phần tử của không gian thuận lợi là: $|\Omega_A| = C_4^3 = 4$

Xác suất biến cố A là:
$$P(A) = \frac{1}{21}$$

Câu 45: Đội tuyển học sinh giỏi Toán 12 của trường X gồm 8 học sinh, trong đó có 5 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh đi thi học sinh giỏi cấp tỉnh. Xác suất để 5 học sinh được chọn đi thi có cả nam và nữ và học sinh nam nhiều hơn học sinh nữ là

A. $P = \frac{11}{56}$.

B. $P = \frac{45}{56}$.

C. $P = \frac{46}{56}$.

D. $P = \frac{55}{56}$.

Lời giải

$$n(\Omega) = C_8^5 = 56$$

Số phần tử của không gian mẫu là:

Gọi A là biến cố: “5 học sinh được chọn đi thi có cả nam và nữ và học sinh nam nhiều hơn học sinh nữ”.

Xét các khả năng xảy ra của biến cố A .

Trường hợp 1: 5 học sinh được chọn gồm 4 nam và 1 nữ. Số cách chọn là $C_5^4 \cdot C_3^1 = 15$.

Trường hợp 2: 5 học sinh được chọn gồm 3 nam và 2 nữ. Số cách chọn là $C_5^3 \cdot C_3^2 = 30$.

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = 45$.

Xác suất của biến cố A là
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{45}{56}.$$

Câu 46: Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca, tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

A. $\frac{70}{143}$.

B. $\frac{73}{143}$.

C. $\frac{56}{143}$.

D. $\frac{87}{143}$.

Lời giải

Không gian mẫu là chọn tùy ý 4 người từ 13 người.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{13}^4 = 715$.

Gọi A là biến cố "4 người được chọn có ít nhất 3 nữ". Ta có hai trường hợp thuận lợi cho biến cố A như sau:

TH1: Chọn 3 nữ và 1 nam, có $C_8^3 C_5^1$ cách.

TH2: Chọn cả 4 nữ, có C_8^4 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_8^3 C_5^1 + C_8^4 = 350$.

Vậy xác suất cần tính
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{350}{715} = \frac{70}{143}.$$

Câu 47: Cho đa giác đều có 100 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh, tính xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác tù.

A. $\frac{18}{25}$.

B. $\frac{7}{25}$.

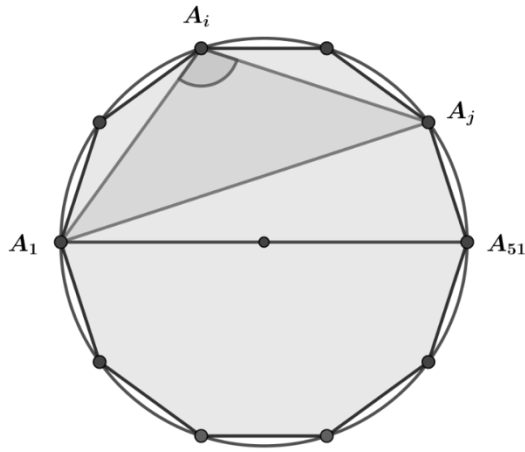
C. $\frac{3}{11}$.

D. $\frac{8}{11}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là C_{100}^3 .

Đánh số các đỉnh là $A_1, A_2, \dots, A_{100}$.



Xét đường kính A_1A_{51} của đường tròn ngoại tiếp đa giác đều đã cho. Đường kính này chia 98 đỉnh còn lại của đa giác đều làm hai phần, mỗi phần 49 đỉnh: từ A_2 đến A_{50} và từ A_{52} đến A_{100} .

Khi đó mỗi tam giác có dạng $A_1A_iA_j$ là tam giác tù (tại A_i hoặc A_j) khi và chỉ khi A_i, A_j cùng nằm trên nửa đường tròn tức là cùng thuộc một phần mô tả ở trên.

Chọn đỉnh A_1 có 100 cách.

Chọn nửa đường tròn có 2 cách.

Chọn 2 đỉnh A_i, A_j có C_{49}^2 cách.

Giả sử tam giác $A_1A_iA_j$ là tam giác tù tại A_i thế thì tam giác $A_jA_iA_1$ cũng được đếm thêm 1 lần vào số các tam giác tù kể trên. Tuy nhiên hai tam giác này chỉ là một, vậy ta đã đếm lặp hai lần.

Tóm lại số tam giác tù có thể lập được là $\frac{100 \cdot 2 \cdot C_{49}^2}{2} = 117600$.

Do đó xác suất cần tính là $\frac{117600}{C_{100}^3} = \frac{8}{11}$.

Câu 48: Có 7 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để 2 học sinh lớp C không ngồi cạnh nhau và cũng không ngồi cạnh học sinh lớp A bằng

A. $\frac{(2 \cdot 2 \cdot 3)!}{7!}$.

B. $\frac{2!2!}{7!}$.

C. $\frac{1}{70}$.

D. $\frac{1}{105}$.

Lời giải

Xếp tất cả 7 học sinh vào 7 ghế theo một hàng ngang, số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 7!$ (cách).

Gọi D là biến cố để 2 học sinh lớp C không ngồi cạnh nhau và cũng không ngồi cạnh học sinh lớp A như thế ta có các phương án sau:

Trường hợp 1: Xếp học 1 sinh lớp C ở ghế thứ nhất như thế ghế thứ hai là học sinh lớp B ghế thứ 3 là học sinh lớp C ghế thứ 4 là học sinh lớp B các ghế còn lại là học sinh lớp A .

Vậy có $2.1.2.1.3! = 12$ (cách).

Trường hợp 2: Xếp học 1 sinh lớp C ở ghế thứ 7 như thế ghế thứ 6 là học sinh lớp B ghế thứ 5 là học sinh lớp C ghế thứ 4 là học sinh lớp B các ghế còn lại là học sinh lớp A

Vậy có $2.1.2.1.3! = 12$ (cách).

Trường hợp 3: Xếp học sinh lớp C lần lượt tại vị trí 1 và 7, học sinh lớp B lần lượt tại vị trí 2 và 6 khi đó 3 học sinh lớp A xếp vào các vị trí còn lại vậy có: $2!2!3!$ (cách).

Vậy số phần tử biến cố D là: $n(D) = 48$ (cách).

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(\Omega)} = \frac{48}{7!} = \frac{1}{105}.$$

Xác suất biến cố D là:

Câu 49: Ban chấp hành Đoàn thanh niên của nhà trường cần lập 4 đội cờ đỏ để tham thi đua, mỗi đội 3 người từ 12 học sinh gồm 5 học sinh lớp 12, 4 học sinh lớp 11, 3 học sinh lớp 10. Xác suất để đội nào cũng có học sinh lớp 12 và học sinh lớp 11 là

A. $\frac{36}{385}$.

B. $\frac{6}{385}$.

C. $\frac{3}{770}$.

D. $\frac{9}{385}$.

Lời giải

Số cách chia 12 học sinh thành 4 đội là $n(\Omega) = C_{12}^3 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$.

Gọi A là biến cố “Mỗi đội luôn có học sinh lớp 12 và học sinh lớp 11”.

Xếp vào mỗi đội một học sinh lớp 11 ta có $4!$ cách.

Xếp 5 học sinh lớp 12 vào 4 đội thì sẽ có 1 đội có 2 học sinh lớp 12.

Chọn đội có 2 học sinh lớp 12 có 4 cách, chọn 2 học sinh lớp 12 có C_5^2 cách, xếp 3 học sinh lớp 12 còn lại có $3!$ cách.

Xếp 3 học sinh lớp 10 có $3!$ cách.

Ta có $n(A) = 4! \cdot 4 \cdot C_5^2 \cdot 3! \cdot 3!$.

$$P(A) = \frac{4! \cdot 4 \cdot C_5^2 \cdot 3! \cdot 3!}{C_{12}^3 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3} = \frac{36}{385}.$$

Xác suất của biến cố A là

Câu 50: Gọi S là tập hợp tất cả các số có 5 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số chọn được chia hết cho 5, luôn có mặt các chữ số 2, 3, 4 và chúng đứng cạnh nhau.

A. $\frac{1}{140}$.

B. $\frac{1}{392}$.

C. $\frac{4}{245}$.

D. $\frac{3}{196}$.

Ta có: $|S| = 7 \cdot A_7^4 = 5880 \Rightarrow |\Omega| = 5880$.

Ta tính số các số chia hết cho 5, luôn có mặt các chữ số 2, 3, 4 và chúng đứng cạnh nhau.

Xếp các chữ số 2, 3, 4 thành một nhóm, coi là một chữ số, có: $3! = 6$ cách.

Do đó: ta cần tính số các số có 3 chữ số đôi một khác nhau từ các chữ số 0, 1, (234), 5, 6, 7 sao cho số đó chia hết cho 5, và luôn có mặt nhóm (234).

Vì số đó chia hết cho 5 nên chữ số hàng đơn vị bằng 0 hoặc 5, có 2 cách chọn.

Chọn vị trí cho nhóm (234), có 2 cách chọn.

Viết chữ số còn lại, có 4 cách chọn.

Suy ra: số các số cần tìm là: $2 \cdot 2 \cdot 4 = 16$ số.

Trong các số đó, có một số không thỏa mãn là $0(234)5$.

Do đó: các số các số có 3 chữ số đôi một khác nhau từ các chữ số 0, 1, (234), 5, 6, 7 thỏa mãn yêu cầu là: $16 - 1 = 15$.

Vậy số các số có 5 chữ số thỏa mãn yêu cầu đề bài là: $6 \cdot 15 = 90$ số $\Rightarrow P = \frac{90}{5880} = \frac{3}{196}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số phần tử của không gian mẫu là C_{100}^5 .

b) Xác suất để 5 thẻ lấy ra đều mang số chẵn là $\frac{1}{2}$.

c) Xác suất để 5 thẻ lấy ra có 2 thẻ mang số chẵn và 3 thẻ mang số lẻ xấp xỉ bằng $0,32$.

d) Xác suất để có ít nhất một số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3 xấp xỉ bằng $0,78$.

Lời giải

a) Đúng: Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{100}^5$.

b) Sai: Từ 1 đến 100 có 50 số chẵn, suy ra số cách chọn 5 thẻ đều mang số chẵn là $n(A) = C_{50}^5$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{50}^5}{C_{100}^5} \approx 0,028$$

Vậy xác suất để 5 thẻ lấy ra đều mang số chẵn là

c) Đúng: Gọi B là biến cố: “5 thẻ lấy ra có 2 thẻ mang số chẵn và 3 thẻ mang số lẻ”.

Suy ra $n(B) = C_{50}^2 \cdot C_{50}^3$. Vậy $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{C_{50}^2 \cdot C_{50}^3}{C_{100}^5} \approx 0,32$

d) Sai: Từ 1 đến 100 có 33 số chia hết cho 3, 67 số không chia hết cho 3.

Gọi C là biến cố: “Ít nhất một số ghi trên 5 thẻ được chọn chia hết cho 3”.

Ta có $\overline{C}$: “Cả 5 số trên 5 thẻ được chọn đều không chia hết cho 3”.

Suy ra $n(\overline{C}) = C_{67}^5$, do đó $n(C) = C_{100}^5 - C_{67}^5$.

Vậy $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{C_{100}^5 - C_{67}^5}{C_{100}^5} \approx 0,87$

Câu 2: Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Xét phép thử chọn ngẫu nhiên 3 viên bi. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Không gian mẫu của phép thử là: 816

b) Xác suất để chọn được 3 viên bi đỏ là: $\frac{1}{272}$

c) Xác suất để chọn được 3 viên bi gồm 3 màu là: $\frac{35}{136}$

d) Xác suất chọn được nhiều nhất 2 viên bi xanh là: $\frac{403}{408}$

Lời giải

a) Đúng: Không gian mẫu của phép thử là $n(\Omega) = C_{18}^3 = 816$.

b) Sai: Gọi A là biến cố chọn được 3 viên bi đỏ.

Chọn 3 viên bi đỏ trong 6 viên bi đỏ, có $C_6^3 = 20$

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{20}{816} = \frac{5}{204}$.

c) Đúng: Gọi B là biến cố chọn được 3 viên bi gồm 3 màu.

Chọn được 3 viên bi gồm 3 màu, có $C_5^1 \cdot C_6^1 \cdot C_7^1 = 210$.

Xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{210}{816} = \frac{35}{136}$.

d) Đúng: Gọi C là biến cố chọn được nhiều nhất 2 viên bi xanh.

TH1: Chọn 2 bi xanh, 1 bi trong 6 bi đỏ và 7 bi vàng, có $C_5^2 \cdot C_{13}^1 = 130$

TH2: Chọn 1 bi xanh, 2 bi trong 6 bi đỏ và 7 bi vàng, có $C_5^1 \cdot C_{13}^2 = 390$

TH3: Chọn 0 bi xanh, 3 bi trong 6 bi đỏ và 7 bi vàng, có $C_{13}^3 = 286$

Suy ra $n(C) = C_5^2 \cdot C_{13}^1 + C_5^1 \cdot C_{13}^2 + C_{13}^3 = 806$

Xác suất của biến cố C là: $P(C) = \frac{806}{816} = \frac{403}{408}$.

Câu 3: Lớp 11A có 7 học sinh nữ và 13 học sinh nam. Cô chủ nhiệm chọn ra 5 bạn để tham gia văn nghệ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để cô chủ nhiệm chọn được 5 học sinh nữ là $\frac{21}{15504}$.

b) Xác suất để cô chủ nhiệm chọn được đúng 3 học sinh nam là $\frac{C_{13}^3 \cdot C_7^2}{C_{20}^5}$.

c) Xác suất để cô chủ nhiệm chọn được ít nhất 1 học sinh nữ là $\frac{429}{5168}$.

d) Xác suất để cô chủ nhiệm số học sinh nữ nhiều hơn số học sinh nam là $\frac{1603}{7752}$.

Lời giải

Không gian mẫu là $C_{20}^5 = 15504$.

a) Đúng: Số cách chọn 5 học sinh nữ từ 7 học sinh nữ là $C_7^5 = 21$.

Xác suất để cô chủ nhiệm chọn được 5 học sinh nữ là $\frac{21}{15504} = \frac{7}{5168}$.

b) Đúng: Để chọn đúng 3 học sinh nam thì cô chủ nhiệm sẽ chọn 3 nam và 2 nữ.

Xác suất để cô chủ nhiệm chọn được 3 nam và 2 nữ là $\frac{C_{13}^3 \cdot C_7^2}{15504} = \frac{1001}{2584}$.

c) Phần bù của biến cố “chọn được ít nhất 1 học sinh nữ là chọn được 5 học sinh nam”

Xác suất để cô chủ nhiệm chọn được ít nhất 1 học sinh nữ là $\frac{C_{20}^5 - C_{13}^5}{C_{20}^5} = \frac{4739}{5168}$.

d) Đúng: Ta chia làm 3 trường hợp để xét như sau:

TH1: 3 nữ 2 nam

TH2: 4 nữ 1 nam

TH3: 5 nữ

Xác suất để cô chủ nhiệm số học sinh nữ nhiều hơn số học sinh nam là

$$\frac{C_7^3 \cdot C_{13}^2 + C_7^4 \cdot C_{13}^1 + C_7^5}{C_{20}^5} = \frac{1603}{7752}$$

Câu 4: Một bình đựng 16 viên bi, trong đó có 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số phần tử của không gian mẫu là A_{16}^4
 b) Xác suất lấy được đúng bi trắng là $\frac{1}{52}$
 c) Xác suất lấy được đủ 3 màu là $\frac{9}{20}$
 d) Xác suất lấy được đúng 2 màu $\frac{11}{20}$

Lời giải

a) Sai: Số phần tử của không gian mẫu là C_{16}^4 .

b) Gọi A là biến cố: “Lấy được đúng 3 viên bi trắng”

Số kết quả thuận lợi của biến cố A là C_7^4

$$P(A) = \frac{C_7^4}{C_{16}^4} = \frac{1}{52}$$

Vậy

c) Đúng: Gọi B là biến cố: “Lấy được đủ 3 màu”

Lấy được 1 bi màu trắng, 1 bi màu đen và 2 bi màu đỏ có $C_7^1 \cdot C_6^1 \cdot C_3^2$ cách.

Lấy được 1 bi màu trắng, 2 bi màu đen và 1 bi màu đỏ có $C_7^1 \cdot C_6^2 \cdot C_3^1$ cách.

Lấy được 2 bi màu trắng, 1 bi màu đen và 1 bi màu đỏ có $C_7^2 \cdot C_6^1 \cdot C_3^1$ cách.

$$\text{Do đó: } n(B) = C_7^1 \cdot C_6^1 \cdot C_3^2 + C_7^1 \cdot C_6^2 \cdot C_3^1 + C_7^2 \cdot C_6^1 \cdot C_3^1 = 819 \quad \text{nên} \quad P(B) = \frac{819}{C_{16}^4} = \frac{9}{20}$$

d) Sai: Gọi C là biến cố: “Lấy được đúng 2 màu”

Lấy được đúng 1 màu có $C_7^4 + C_6^4$ cách.

Lấy được đủ 3 màu có $C_7^1 \cdot C_6^1 \cdot C_3^2 + C_7^1 \cdot C_6^2 \cdot C_3^1 + C_7^2 \cdot C_6^1 \cdot C_3^1$ cách.

$$\text{Do đó: } N(C) = C_{16}^4 - (C_7^4 + C_6^4 + C_7^1 \cdot C_6^1 \cdot C_3^2 + C_7^1 \cdot C_6^2 \cdot C_3^1 + C_7^2 \cdot C_6^1 \cdot C_3^1) = 951$$

$$P(B) = \frac{951}{C_{16}^4} = \frac{951}{1820}$$

Vậy

Câu 5: Một tổ trong lớp 10B có 10 học sinh, trong đó có 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong tổ để tập văn nghệ cho đợt 26/3. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số phần tử của không gian mẫu là 560

b) Xác suất của biến cố B : “5 học sinh được chọn đều là nam” là $\frac{1}{12}$

c) Xác suất của biến cố C : “Trong 5 học sinh được chọn có 3 nam và 2 nữ” là $\frac{41}{462}$

d) Xác suất của biến cố D : “Trong 5 học sinh được chọn có ít nhất 2 nữ” là $\frac{1}{2}$

Lời giải

a) Sai: Không gian mẫu là tập tất cả các tập con gồm 5 học sinh trong 10 học sinh.

Vậy số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^5 = 252$.

b) Đúng: Chọn 5 học sinh nam từ 7 học sinh nam, có $C_7^5 = 21$ (cách chọn) $\Rightarrow n(B) = 21$.

Vậy xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{21}{252} = \frac{1}{12}$.

c) Sai: Mỗi phần tử của C được hình thành từ 2 công đoạn:

Công đoạn 1: Chọn 3 học sinh nam từ 7 học sinh nam, có $C_7^3 = 35$ (cách chọn).

Công đoạn 2: Chọn 2 học sinh nữ từ 3 học sinh nữ, có $C_3^2 = 3$ (cách chọn).

Theo quy tắc nhân, tập C có $35 \cdot 3 = 105$ (phần tử). Vậy $n(C) = 105 \Rightarrow P(C) = \frac{105}{252} = \frac{5}{12}$.

d) Đúng: 5 học sinh được chọn có ít nhất 2 học sinh nữ, có 3 phương án:

Phương án 1: Trong 5 học sinh được chọn có 3 nam và 2 nữ: có $C_7^3 \cdot C_3^2 = 105$ (cách chọn)

Phương án 2: Trong 5 học sinh được chọn có 2 nam và 3 nữ: có $C_7^2 \cdot C_3^3 = 21$ (cách chọn).

Theo quy tắc cộng, tập D có $105 + 21 = 126$ (phần tử).

Vậy $n(D) = 126 \Rightarrow P(D) = \frac{126}{252} = \frac{1}{2}$.

Câu 6: Trong một hộp có 40 cái thẻ được đánh số từ 1 đến 40. Rút ngẫu nhiên đồng thời 3 chiếc thẻ từ hộp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số phần tử của không gian mẫu của phép thử trên là $n(\Omega) = 9880$

b) Xác suất để rút được 3 chiếc thẻ đều ghi số lẻ bằng $\frac{3}{26}$

c) Xác suất để rút được 3 chiếc thẻ trong đó có ít nhất một thẻ ghi số chẵn bằng $\frac{5}{13}$

d) Xác suất để tổng ba số trên ba thẻ rút được là số chia hết cho 3 bằng $\frac{127}{380}$

Lời giải

a) Đúng: Số cách rút ngẫu nhiên 3 chiếc thẻ từ hộp 40 thẻ là số tổ hợp chập 3 của 40.

Vậy $n(\Omega) = C_{40}^3 = 9880$.

b) Đúng: Gọi A là biến cố: “Rút được 3 chiếc thẻ đều ghi số lẻ”. Trong 40 thẻ thì có 20 thẻ ghi số chẵn, 20 thẻ ghi số lẻ. Nên số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_{20}^3 = 1140$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1140}{9880} = \frac{3}{26}$$

Vậy xác suất để rút được 3 chiếc thẻ đều ghi số lẻ là

c) Sai: Gọi B là biến cố: “Rút được 3 chiếc thẻ trong đó có ít nhất một thẻ ghi số chẵn”.

Khi đó biến cố đối của biến cố B là $\bar{B} = A$.

Vậy xác suất của biến cố B là $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{3}{26} = \frac{23}{26}$.

d) Đúng: Gọi C là biến cố: “Tổng ba số trên ba thẻ rút được là số chia hết cho 3”. Trong 40 thẻ thì có 13 thẻ ghi số chia hết cho 3, có 14 thẻ ghi số chia cho 3 dư 1, có 13 thẻ ghi số chia cho 3 dư 2. Để tính số kết quả thuận lợi cho biến cố C , ta xét các trường hợp sau:

TH1: Rút được 3 chiếc thẻ đều ghi số chia hết cho 3 có $C_{13}^3 = 286$ cách.

TH2: Rút được 3 chiếc thẻ đều ghi số chia cho 3 dư 1 có $C_{14}^3 = 364$ cách.

TH3: Rút được 3 chiếc thẻ đều ghi số chia cho 3 dư 2 có $C_{13}^3 = 286$ cách.

TH4: Rút được 1 chiếc thẻ ghi số chia hết cho 3, 1 chiếc thẻ ghi số chia cho 3 dư 1, 1 chiếc thẻ ghi số chia cho 3 dư 2 có $C_{13}^1 \cdot C_{14}^1 \cdot C_{13}^1 = 2366$ cách.

Suy ra $n(C) = 286 + 364 + 286 + 2366 = 3302$.

Vậy xác suất của biến cố C là $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{3302}{9880} = \frac{127}{380}$.

Câu 7: Lấy ngẫu nhiên hai thẻ từ một chiếc hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số phần tử của không gian mẫu là 190.

b) Số phần tử của biến cố lấy được hai thẻ mang số lẻ là 45.

c) Xác suất để hai thẻ lấy ra có tổng chia hết cho 2 là $\frac{9}{38}$.

d) Xác suất để hai thẻ lấy ra có tích chia hết cho 2 là $\frac{29}{38}$.

Lời giải

a) Đúng: Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^2 = 190$.

b) Đúng: Số phần tử của biến cố lấy được hai thẻ mang số lẻ là $C_{10}^2 = 45$.

c) Sai: Chọn hai thẻ mang số chẵn C_{10}^2 .

Chọn hai thẻ mang số lẻ C_{10}^2 .

Suy ra số phần tử của biến cố hai thẻ lấy ra có tổng chia hết cho 2 là $C_{10}^2 + C_{10}^2 = 90$.

Xác suất của biến cố hai thẻ lấy ra có tổng chia hết cho 2 là $\frac{90}{190} = \frac{9}{19}$.

d) Đúng: Chọn hai thẻ mang số chẵn C_{10}^2 .

Chọn một thẻ mang số chẵn và một thẻ mang số lẻ $C_{10}^1 \cdot C_{10}^1$.

Suy ra số phần tử của biến cố hai thẻ lấy ra có tích chia hết cho 2 là $C_{10}^2 + C_{10}^1 \cdot C_{10}^1 = 145$.

Xác suất của biến cố hai thẻ lấy ra có tích chia hết cho 2 là $\frac{145}{190} = \frac{29}{38}$.

Câu 8: Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất hai lần. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số phần tử của không gian mẫu là 12.

b) Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là $\frac{11}{36}$.

c) Xác suất để biến cố có tổng số chấm hai mặt bằng 8 là $\frac{1}{6}$.

d) Xác suất để biến cố có tích 2 lần số chấm khi gieo súc sắc là một số chẵn là 0,25.

Lời giải

a) Sai: Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.

b) Đúng: Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.

Gọi A là biến cố "Ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm".

Để tìm số phần tử của biến cố A , ta đi tìm số phần tử của biến cố đối $\bar{A}$ là "Không xuất hiện mặt sáu chấm" $\longrightarrow n(\bar{A}) = 5 \cdot 5 = 25 \longrightarrow n(A) = 36 - 25 = 11$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{11}{36}$.

c) Sai: Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.

Gọi A là biến cố "Số chấm trên mặt hai lần gieo có tổng bằng 8".

Gọi số chấm trên mặt khi gieo lần một là x , số chấm trên mặt khi gieo lần hai là y .

$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 6 \\ 1 \leq y \leq 6 \\ x + y = 8 \end{cases} \Rightarrow (x; y) = \{(2; 6), (3; 5), (4; 4), (6; 2), (5; 3)\}.$$

Theo bài ra, ta có

Khi đó $n(A) = 6$. Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{5}{36}$.

d) Sai: Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.

Gọi A là biến cố "Tích hai lần số chấm khi gieo súc sắc là một số chẵn". Ta xét các trường hợp:

TH1: Gieo lần một, số chấm xuất hiện trên mặt là số lẻ thì khi gieo lần hai, số chấm xuất hiện phải là số chẵn. Khi đó có $3 \cdot 3 = 9$ cách gieo.

TH2: Gieo lần một, số chấm xuất hiện trên mặt là số chẵn thì có hai trường hợp xảy ra là số chấm xuất hiện trên mặt khi gieo lần hai là số lẻ hoặc số chẵn. Khi đó có $3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 18$ cách gieo.

Suy ra $n(A) = 9 + 18 = 27$.

Vậy xác suất cần tìm tính $P(A) = \frac{27}{36} = 0,75$.

Câu 9: Một hộp chứa 10 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên hai tấm thẻ từ hộp đó. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số phần tử của không gian mẫu là 90.

b) Xác suất để rút được hai tấm thẻ được đánh số cùng chia hết cho 2 là $\frac{2}{9}$.

c) Xác suất để rút được hai tấm thẻ được đánh số đều là số nguyên tố là $\frac{1}{15}$.

d) Xác suất để rút được hai tấm thẻ có tổng là một lẻ là $\frac{5}{9}$.

Lời giải

a) Sai: Chọn 2 số ngẫu nhiên từ 1 đến 10, suy ra $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

b) Đúng: Xét biến cố A : "Rút được cả hai tấm thẻ được đánh số cùng chia hết cho 2".

Ta có các số chia hết cho 2 và không lớn hơn 10 là 2, 4, 6, 8, 10.

Chọn ngẫu nhiên 2 số trong 5 số trên. Suy ra $n(A) = C_5^2$.

Do vậy $P(A) = \frac{C_5^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{9}$.

c) Sai: Xét biến cố B : "Rút được hai tấm thẻ được đánh số đều là số nguyên tố".

Ta có các số nguyên tố và không lớn hơn 10 là 2, 3, 5, 7.

Chọn ngẫu nhiên 2 số trong 4 số trên. Suy ra $n(B) = C_4^2$.

$$P(B) = \frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}.$$

Do vậy

d) Đúng: Xét biến cố D : “Rút được hai tấm thẻ có tổng là một lẻ”.

Suy ra trong hai tấm thẻ phải có 1 thẻ mang số lẻ và 1 thẻ mang số chẵn.

Chọn 1 thẻ mang số lẻ, có 5 cách chọn.

Chọn 1 thẻ mang số chẵn, có 5 cách chọn.

$$P(B) = \frac{25}{C_{10}^2} = \frac{5}{9}.$$

Suy ra $n(D) = 5 \cdot 5 = 25$. Do vậy

Câu 10: Lớp 10 A có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Bí thư lớp cần chọn ngẫu nhiên 2 bạn để đi dự đại hội chi đoàn mẫu. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Không gian mẫu của phép chọn trên có số phần tử là 595.

b) Xác suất chọn được 2 bạn nữ là $\frac{3}{17}$.

c) Xác suất chọn được 2 bạn nam là $\frac{38}{119}$.

d) Xác suất chọn được 1 bạn nam và một bạn nữ là $\frac{1}{17}$.

Lời giải

a) Đúng: Số phần tử của không gian mẫu là $C_{35}^2 = 595$.

b) Đúng: Gọi A là biến cố “Chọn được 2 bạn nữ” thì $n(A) = C_{15}^2$. Nên $P(A) = \frac{C_{15}^2}{C_{35}^2} = \frac{3}{17}$.

c) Đúng: Gọi B là biến cố “Chọn được 2 bạn nam” thì $n(B) = C_{20}^2$. Nên $P(B) = \frac{C_{20}^2}{C_{35}^2} = \frac{38}{119}$.

d) Sai: Gọi C là biến cố “Chọn được 1 bạn nam và 1 bạn nữ” thì $n(C) = C_{20}^1 \cdot C_{15}^1$

$$P(C) = \frac{C_{20}^1 \cdot C_{15}^1}{C_{35}^2} = \frac{60}{119}.$$

Khi đó:

Câu 11: Xếp 3 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào một bàn dài có 6 ghế. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 3! \cdot 3!$

b) Số cách sắp xếp 3 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào một bàn dài có 6 ghế sao 3 học sinh nam luôn ngồi cạnh nhau là $3!.4!$

c) Xác suất để các học sinh nam luôn ngồi cạnh nhau là $\frac{1}{30}$

d) Xác suất để các học sinh nam và nữ ngồi xen kẽ nhau là $\frac{3!3!}{6!}$

Lời giải

a) Sai: Số cách xếp 3 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào một bàn dài có 6 ghế là hoán vị của 6 phần tử. Do đó $n(\Omega) = 6!$.

b) Đúng: Ta coi 3 học sinh nam luôn ngồi cạnh nhau là 1 vị trí, số cách sắp xếp 6 học sinh sao cho 3 học sinh nam ngồi cạnh nhau là $3!.4!$ cách.

c) Sai: Xác suất để các học sinh nam luôn ngồi cạnh nhau là $\frac{3!.4!}{6!} = \frac{1}{5}$.

d) Sai: Số cách sắp xếp các em nam và nữ ngồi xen kẽ nhau là: $2.3!.3!$

Xác suất để các học sinh nam và nữ ngồi xen kẽ nhau là $\frac{2.3!.3!}{6!}$

Câu 12: Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 8 viên bi màu đỏ có bán kính khác nhau, 7 viên bi màu xanh có bán kính khác nhau và 5 viên bi màu vàng có bán kính khác nhau. Lấy ngẫu nhiên ra 3 viên bi. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 1140$.

b) Xác suất để lấy được 3 viên bi màu đỏ là $\frac{14}{283}$.

c) Xác suất lấy được 3 viên bi không có viên bi nào màu đỏ là $\frac{11}{56}$.

d) Xác suất để lấy được 3 viên bi có đúng hai màu là $\frac{253}{380}$.

Lời giải

Gọi các biến cố A: “3 viên bi lấy ra đều màu đỏ”

B: “3 viên bi không có viên bi nào màu đỏ”

C: “3 viên bi lấy ra có đúng hai màu”

a) Đúng: Số cách lấy 3 viên bi từ 20 viên bi là C_{20}^3 nên ta có $n(\Omega) = C_{20}^3 = 1140$.

b) Sai: Số cách lấy 3 viên bi màu đỏ là $n(A) = C_8^3 = 56$.

Do đó: $P(A) = \frac{56}{1140} = \frac{14}{285}$.

c) Sai: Số cách lấy 3 viên bi không có viên bi nào màu đỏ là $n(B) = C_{12}^3 = 220$

Do đó xác suất lấy được 3 bi không có bi nào màu đỏ là $P(B) = \frac{220}{1140} = \frac{11}{57}$.

d) Đúng: Số cách lấy 3 viên bi có đúng hai màu

Đỏ và xanh: $C_{15}^3 - (C_8^3 + C_7^3)$

Đỏ và vàng: $C_{13}^3 - (C_8^3 + C_5^3)$

Vàng và xanh: $C_{12}^3 - (C_5^3 + C_7^3)$

Nên số cách lấy 3 viên bi có đúng hai màu: $n(C) = C_{15}^3 + C_{13}^3 + C_{12}^3 - 2(C_8^3 + C_7^3 + C_5^3) = 759$

Vậy xác suất lấy được 3 viên bi có đúng 2 màu: $P(C) = \frac{253}{380}$.

Câu 13: Bộ bài tú lơ khơ có 52 quân bài. Rút ngẫu nhiên ra 4 quân bài. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số phần tử của không gian mẫu là 270725.

b) Xác suất của biến cố B : “Rút ra được tứ quý K” là $\frac{1}{270725}$.

c) Xác suất của biến cố C : “4 quân bài rút ra có ít nhất một con Át” là $\frac{1229}{54145}$.

d) Xác suất của biến cố D : “4 quân bài lấy ra có ít nhất hai quân bích” là $\frac{5359}{20825}$.

Lời giải

a) Đúng: Ta có số cách chọn ngẫu nhiên 4 quân bài là: $C_{52}^4 = 270725$ suy ra $n(\Omega) = 270725$.

b) Đúng: Trong bộ bài chỉ có 1 tứ quý K nên ta có $n(B) = 1$

Vậy $P(B) = \frac{1}{270725}$.

c) Sai: Ta có C_{48}^4 cách rút 4 quân bài mà không có con Át nào, suy ra 4 quân bài rút ra có ít nhất một con Át là $n(C) = C_{52}^4 - C_{48}^4 \Rightarrow P(C) = \frac{15229}{54145}$.

d) Đúng: Trong bộ bài có 13 quân bích, số cách rút ra bốn quân bài mà trong đó số quân bích không ít hơn hai là: $C_{13}^2 \cdot C_{39}^2 + C_{13}^3 \cdot C_{39}^1 + C_{13}^4 \cdot C_{39}^0 = 69667$

Suy ra $n(D) = 69667 \Rightarrow P(D) = \frac{5359}{20825}$.

Câu 14: Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 2 chữ số nhỏ hơn 100. Lấy ra 1 số tự nhiên bất kỳ trong A . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Không gian mẫu $\Omega = \{10, 11, 12, 13, \dots, 98, 99\}$ nên ta có $n(\Omega) = 90$.

b) Gọi A là biến cố “lấy được số tự nhiên lẻ” nên ta có $P(A) = 0,5$

c) Gọi B là biến cố “lấy được số tự nhiên chia hết cho 3” nên ta có $P(B) = \frac{4}{9}$

d) Gọi C là biến cố “lấy được số có hai chữ số giống nhau” nên ta có $P(C) = \frac{1}{10}$.

Lời giải

a) Đúng: Không gian mẫu $\Omega = \{10, 11, 12, 13, \dots, 98, 99\} \Rightarrow n(\Omega) = 90$

b) Đúng: Gọi A là biến cố “lấy được số tự nhiên lẻ”

$$A = \{11, 13, 15, 17, 19, \dots, 99\} \Rightarrow n(A) = [(99 - 11) : 2] + 1 = 45 \Rightarrow P(A) = \frac{45}{90} = 0,5$$

Khi đó:

c) Sai: Gọi B là biến cố “lấy được số tự nhiên chia hết cho 3”.

$$B = \{12, 15, 18, \dots, 99\} \Rightarrow n(B) = [(99 - 12) : 3] + 1 = 30 \Rightarrow P(B) = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$$

Khi đó:

d) Sai: Gọi C là biến cố “lấy được số có hai chữ số giống nhau”.

$$C = \{11, 22, 33, 44, \dots, 99\} \Rightarrow n(C) = 9 \Rightarrow P(C) = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$$

Khi đó:

Câu 15: Xét phép thử ngẫu nhiên là việc gieo hai con xúc xắc cùng một lúc. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$

b) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố: “Mặt có số chấm giống nhau xuất hiện” là 6

c) Xác suất của biến cố: “Tổng số chấm xuất hiện trên mặt hai con xúc xắc bằng 6” là $\frac{5}{36}$.

d) Xác suất của biến cố: “Tích số chấm trên hai mặt xuất hiện bằng một số lẻ” là $\frac{1}{5}$.

Lời giải

a) Sai: Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$

b) Ta có $A = \{(1;1); (2;2); (3;3); (4;4); (5;5); (6;6)\} \Rightarrow n(A) = 6$.

Số các kết quả thuận lợi cho biến cố: “Mặt có số chấm giống nhau xuất hiện” là 6

c) Ta có $6 = 1 + 5 = 5 + 1 = 2 + 4 = 4 + 2 = 3 + 3$.

Do đó $B = \{(1;5); (5;1); (2;4); (4;2); (3;3)\} \Rightarrow n(B) = 5$

Xác suất “Tổng số chấm xuất hiện trên mặt hai con xúc xắc bằng 6” là $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{5}{36}$.

d) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố là: $3 \times 3 = 9$. Xác suất là: $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

Câu 16: Trong lớp 10C có 38 học sinh gồm 18 nam và 20 nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 5 học sinh để thành lập đội văn nghệ của lớp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 501942$

b) Xác suất của biến cố B: “Chọn được đội văn nghệ có đúng 3 học sinh nữ” là

$$n(B) = \frac{174420}{501942} = \frac{90}{256}$$

c) Xác suất của biến cố C: “Chọn được đội văn nghệ có đủ cả nam và nữ, đồng thời số học sinh

nam nhiều hơn số học sinh nữ” là

$$n(C) = \frac{2119}{4921}$$

d) Xác suất của biến cố D: “Chọn được đội văn nghệ sao cho có đủ cả nam và nữ, đồng thời số

học sinh nam là một số chẵn” là $\frac{330}{703}$.

Lời giải

a) Đúng: Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{38}^5 = 501942$.

b) Đúng: Để chọn được đội văn nghệ gồm 3 nữ và 2 nam ta thực hiện qua hai bước:

Bước 1: Chọn 3 nữ từ 20 nữ có $C_{20}^3 = 1140$ cách.

Bước 2: Chọn 2 nam từ 18 nam có $C_{18}^2 = 153$ cách.

Áp dụng qui tắc nhân ta có số phần tử của biến cố B là $n(B) = 1140 \cdot 153 = 174420$

Vậy xác suất của biến cố B là

$$p(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{174420}{501942} = \frac{90}{259}$$

c) Sai: Để chọn được đội văn nghệ như yêu cầu đề bài, ta xét hai trường hợp sau:

Trường hợp 1: Chọn 4 nam và 1 nữ, số cách chọn là $C_{18}^4 \cdot C_{20}^1 = 61200$.

Trường hợp 2: Chọn 3 nam và 2 nữ, số cách chọn là $C_{18}^3 \cdot C_{20}^2 = 155040$.

Áp dụng qui tắc cộng ta có số phần tử của biến cố C là $n(C) = 155040 + 61200 = 216240$.

Vậy xác suất của biến cố C là

$$p(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{216240}{501942} = \frac{2120}{4921}$$

d) Đúng: Để chọn được đội văn nghệ như yêu cầu đề bài, ta xét hai trường hợp sau:

Trường hợp 1: Chọn 2 nam và 3 nữ, số cách chọn là $C_{18}^2 \cdot C_{20}^3 = 174420$.

Trường hợp 2: Chọn 4 nam và 1 nữ, số cách chọn là $C_{18}^4 \cdot C_{20}^1 = 61200$.

Áp dụng qui tắc cộng ta có số phần tử của biến cố D là $n(D) = 174420 + 61200 = 235620$.

Vậy xác suất của biến cố D là

$$P(D) = \frac{235620}{501942} = \frac{330}{703}$$

Câu 17: Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 220$.
- b) Xác suất để chọn được 3 quả màu đỏ là $\frac{7}{44}$.
- c) Xác suất để chọn được 3 quả trong đó có 2 quả màu đỏ, một quả màu xanh là $\frac{7}{22}$.
- d) Xác suất để chọn được 3 quả trong đó có ít nhất 1 quả màu đỏ là $\frac{37}{44}$.

Lời giải

a) Đúng: Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

b) Sai: Gọi A là biến cố: “chọn được 3 quả màu đỏ”

Chọn 3 quả màu đỏ trong 5 quả màu đỏ có C_5^3 cách $\Rightarrow n(A) = C_5^3 = 10$.

Vậy
$$P(A) = \frac{10}{220} = \frac{1}{22}.$$

c) Đúng: Gọi B là biến cố: “chọn được 3 quả trong đó có 2 quả màu đỏ, một quả màu xanh.”

Chọn được 3 quả trong đó có 2 quả màu đỏ, một quả màu xanh có $C_5^2 C_7^1$ cách.

$\Rightarrow n(B) = C_5^2 C_7^1 = 70$. Vậy
$$P(B) = \frac{70}{220} = \frac{7}{22}.$$

d) Đúng: Gọi C là biến cố: “chọn được 3 quả trong đó có ít nhất 1 quả màu đỏ.”

TH1: Chọn 3 quả gồm 1 quả màu đỏ; 2 quả màu xanh $\Rightarrow$ có $C_5^1 C_7^2$ cách chọn.

TH2: Chọn 3 quả gồm 2 quả màu đỏ; 1 quả màu xanh $\Rightarrow$ có $C_5^2 C_7^1$ cách chọn.

TH3: Chọn 3 quả màu đỏ $\Rightarrow$ có C_5^3 cách chọn.

Vậy theo quy tắc cộng, ta có $n(C) = C_5^1 C_7^2 + C_5^2 C_7^1 + C_5^3 = 185$.

Vậy
$$P(A) = \frac{185}{220} = \frac{37}{44}.$$

Câu 18: Bộ bài tú - lơ khơ có 52 quân bài. Rút ngẫu nhiên ra 4 quân bài. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Không gian mẫu của biến cố là $C_{52}^4 = 270725$.

b) Xác suất của biến cố A : “Rút ra được tứ quý K” là $\frac{2}{270725}$.

c) Xác suất của biến cố B : “4 quân bài rút ra có ít nhất một con Át” là $\frac{15229}{54145}$.

d) Xác suất của biến cố C : “4 quân bài lấy ra có ít nhất hai quân bích” là $\frac{5359}{20825}$.

Lời giải

a) Đúng: Rút 4 quân bài từ 52 quân bài có $C_{52}^4 = 270725$ cách.

b) Vì bộ bài chỉ có 1 tứ quý K nên ta có $|\Omega_A| = 1$

Vậy
$$P(A) = \frac{1}{270725}$$

c) Đúng: Ta có số cách rút 4 quân bài mà không có con Át nào là C_{48}^4 suy ra $|\Omega_B| = C_{52}^4 - C_{48}^4$.

$$\Rightarrow P(B) = \frac{15229}{54145}$$

d) Đúng: Vì trong bộ bài có 13 quân bích, số cách rút ra bốn quân bài mà trong đó có ít nhất hai quân bích là: $C_{13}^2 \cdot C_{39}^2 + C_{13}^3 \cdot C_{39}^1 + C_{13}^4 \cdot C_{39}^0 = 69667$

Suy ra
$$|\Omega_C| = 69667 \Rightarrow P(C) = \frac{5359}{20825}$$
.

Câu 19: Cho một thùng gồm 4 bi xanh, 5 bi đỏ và 6 bi vàng. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tổng số bi trong thùng là 15

b) Số kết quả có thể khi lấy ra 2 viên bi từ số bi trong thùng là $C_{15}^2 = 105$.

c) Số kết quả lấy ra hai bi khác màu từ số bi trong thùng là 76

d) Gọi A là biến cố “lấy ra hai viên bi khác màu” Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{74}{105}$

Lời giải

a) Đúng: Tổng số bi trong thùng là $4 + 5 + 6 = 15$ (bi).

Vậy tổng số bi trong thùng là 15.

b) Đúng: Số kết quả có thể khi lấy ra 2 viên bi bất kì từ 15 viên bi là $C_{15}^2 = 105$.

Vậy số kết quả có thể khi lấy ra 2 viên bi từ số bi trong thùng là $C_{15}^2 = 105$.

c) Sai: Số kết quả thuận lợi khi lấy ra hai bi khác màu là $C_4^1 C_5^1 + C_5^1 C_6^1 + C_4^1 C_6^1 = 74$.

Vậy số kết quả lấy ra hai bi khác màu từ số bi trong thùng là 74.

d) Đúng: Gọi A là biến cố lấy ra hai viên bi khác màu.

Xác suất xảy ra A là
$$P(A) = \frac{74}{105} \approx 70,5\%.$$

Vậy Gọi A là biến cố “lấy ra hai viên bi khác màu” Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{74}{105}$

Câu 20: Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ từ 100 tấm thẻ ban đầu. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số phần tử của không gian mẫu là C_{100}^5 .

- b) Xác suất của biến cố A : “5 thẻ được chọn đều mang số chẵn” là $\frac{1081}{38412}$.
- c) Xác suất của biến cố B : “5 thẻ được chọn có đúng 2 thẻ mang số chẵn và 3 thẻ mang số lẻ” là $\frac{6125}{19206}$.
- d) Xác suất của biến cố C : “5 thẻ được chọn có cả thẻ mang số chẵn và thẻ mang số lẻ” là $0,9$

Lời giải

- a) Đúng: Chọn ngẫu nhiên 5 thẻ từ 100 tấm thẻ ban đầu nên không gian mẫu là C_{100}^5 .
- b) Đúng: Chọn ngẫu nhiên 5 thẻ từ 100 tấm thẻ ban đầu trong đó 5 thẻ được chọn đều mang số chẵn nên có số cách chọn là C_{50}^5 (cách chọn) $\Rightarrow n(A) = C_{50}^5$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{50}^5}{C_{100}^5} = \frac{1081}{38412}$$

Vậy xác suất của biến cố A là

- c) Đúng: Chọn ngẫu nhiên 5 thẻ từ 100 tấm thẻ ban đầu trong đó 5 thẻ được chọn có 2 thẻ mang số chẵn và 3 thẻ mang số lẻ nên có số cách chọn là $C_{50}^2 \cdot C_{50}^3$ (cách chọn) $\Rightarrow n(B) = C_{50}^2 \cdot C_{50}^3$.

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{6125}{19206}$$

Vậy xác suất của biến cố B là

- d) Sai: Chọn ngẫu nhiên 5 thẻ từ 100 tấm thẻ ban đầu trong đó 5 thẻ được chọn có cả thẻ mang số chẵn và thẻ mang số lẻ nên có số cách chọn là $2(C_{50}^1 \cdot C_{50}^4 + C_{50}^2 \cdot C_{50}^3)$ (cách chọn).

$$\Rightarrow n(C) = 2(C_{50}^1 \cdot C_{50}^4 + C_{50}^2 \cdot C_{50}^3)$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{2(C_{50}^1 \cdot C_{50}^4 + C_{50}^2 \cdot C_{50}^3)}{C_{100}^5} \approx 0,944 > 0,9$$

Vậy

Câu 21: Gieo một đồng xu cân đối liên tiếp 4 lần. Kí hiệu S và N tương ứng là đồng xu ra mặt sấp và đồng xu ra mặt ngửa. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Biến cố A: “Cả 4 lần gieo đều xuất hiện mặt ngửa” là biến cố không thể.
- b) Biến cố B: “Có ít nhất một lần gieo xuất hiện mặt sấp” là biến cố chắc chắn.

c) Xác suất của biến cố C: “Có đúng một lần gieo xuất hiện mặt sấp” là $P(C) = \frac{1}{4}$.

- d) Xác suất của biến cố D: “Có hai lần gieo xuất hiện mặt sấp và hai lần gieo xuất hiện mặt ngửa” là $P(D) = \frac{3}{8}$.

Lời giải

- a) Sai: Có $A = \{NNNN\}$ nên A không là biến cố không thể.
 b) Sai: Có $NNNN$ thuộc không gian mẫu nhưng không thuộc B nên B không là biến cố chắc chắn.
 c) Đúng: Số phần tử của không gian mẫu là 16.

Có $C = \{SNNN; NSNN; NNSN; NNNS\}$ nên $P(C) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.

d) Đúng: Có $n(D) = C_4^2 = 6$ nên $P(D) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

Câu 22: Một tổ trong lớp 10A có 11 học sinh, trong đó có 7 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong tổ để kiểm tra vở bài tập Toán. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số phần tử của không gian mẫu là 462.

b) Xác suất của biến cố B : “5 học sinh được chọn đều là nam” là $\frac{1}{22}$.

c) Xác suất của biến cố C : “Trong 5 học sinh được chọn có 3 nam và 2 nữ” là $\frac{41}{462}$.

d) Xác suất của biến cố D : “Trong 5 học sinh được chọn có ít nhất 2 nữ” là $\frac{43}{66}$.

Lời giải

a) Đúng: Không gian mẫu là tập tất cả các tập con gồm 5 học sinh trong 11 học sinh.

Vậy số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{11}^5 = 462$.

b) Đúng: Chọn 5 học sinh nam từ 7 học sinh nam, có $C_7^5 = 21$ (cách chọn) $\Rightarrow n(B) = 21$.

Vậy xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{21}{462} = \frac{1}{22}$.

c) Sai: Mỗi phần tử của C được hình thành từ 2 công đoạn:

Công đoạn 1: Chọn 3 học sinh nam từ 7 học sinh nam, có $C_7^3 = 35$ (cách chọn).

Công đoạn 2: Chọn 2 học sinh nữ từ 4 học sinh nữ, có $C_4^2 = 6$ (cách chọn).

Theo quy tắc nhân, tập C có $35 \cdot 6 = 210$ (phần tử). Vậy $n(C) = 210 \Rightarrow P(C) = \frac{210}{462} = \frac{5}{11}$.

d) Đúng: 5 học sinh được chọn có ít nhất 2 học sinh nữ, có 3 phương án:

Phương án 1: Trong 5 học sinh được chọn có 3 nam và 2 nữ: có 210 (cách chọn)

Phương án 2: Trong 5 học sinh được chọn có 2 nam và 3 nữ: có $C_7^2 \cdot C_4^3 = 84$ (cách chọn).

Phương án 3: Trong 5 học sinh được chọn có 1 nam và 4 nữ: có $C_7^1 \cdot C_4^4 = 7$ (cách chọn).

Theo quy tắc cộng, tập D có $210 + 84 + 7 = 301$ (phần tử).

$$\text{Vậy } n(D) = 300 \Rightarrow P(D) = \frac{301}{462} = \frac{43}{66}.$$

Câu 23: Trong một hòm phiếu có 9 lá phiếu ghi các số tự nhiên từ 1 đến 9 (mỗi lá ghi một số, không có hai lá phiếu nào được ghi cùng một số). Rút ngẫu nhiên cùng lúc hai lá phiếu. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Số phần tử của không gian mẫu là 72.

b) Xác suất của biến cố A: "Hai phiếu rút được đều là số lẻ" là $\frac{5}{18}$.

c) Xác suất của biến cố B: "Tổng hai số ghi trên hai lá phiếu rút được là một số chẵn" là $\frac{1}{6}$.

d) Xác suất của biến cố C: "tổng hai số ghi trên hai lá phiếu rút được là một số lẻ lớn hơn hoặc bằng 15" là $\frac{1}{12}$.

Lời giải

a) Sai: Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

b) Đúng: Hai phiếu rút được đều là số lẻ, có $C_5^2 = 10$ (cách chọn) $\Rightarrow n(A) = 10$

$$\text{Vậy xác suất của biến cố A là: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}.$$

c) Sai: B: "Tổng hai số ghi trên hai phiếu rút được là chẵn" nên có hai khả năng xảy ra:

Cả hai số ghi trên hai phiếu rút được đều là số lẻ, có $C_5^2 = 10$ (cách chọn)

Cả hai số ghi trên hai phiếu rút được đều là số chẵn, có $C_4^2 = 6$ (cách chọn)

$$\Rightarrow n(B) = 10 + 6 = 16$$

$$\text{Vậy xác suất của biến cố B là: } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}.$$

d) Đúng: $A =$ " tổng hai số ghi trên hai lá phiếu rút được là một số lẻ lớn hơn hoặc bằng 15"

Ta có các cặp số có tổng là số lẻ và lớn hơn hoặc bằng 15 là $(6; 9); (7; 8); (9; 7) \Rightarrow n(A) = 3$.

$$\text{Vậy xác suất của biến cố A là } P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}.$$

Câu 24: Một chiếc hộp gồm có 9 thẻ được đánh số liên tiếp từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên hai thẻ trong hộp.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

$$n(\Omega) = 36$$

a) Số phần tử của không gian mẫu

$$n(B) = 10$$

b) Số cách để bốc được hai thẻ mang số chẵn là cách

$$P(C) = \frac{5}{18}.$$

c) Xác suất để hai thẻ lấy được có tích của chúng là số lẻ là

$$P(D) = \frac{1}{6}$$

d) Xác suất để hai thẻ lấy được có tích của chúng là số chẵn là .

Lời giải

$$n(\Omega) = C_9^2 = 36$$

a) Đúng: Phát biểu này đúng vì chọn 2 số trong 9 số là: .

$$\{2; 4; 6; 8\} \quad n(B) = C_4^2 = 6$$

b) Sai: Phát biểu này sai vì chọn hai số chẵn thuộc tập có cách.

$$\{1; 3; 5; 7; 9\} \quad n(C) = C_5^2 = 10$$

c) Đúng: Phát biểu này đúng vì chọn hai số lẻ thuộc tập có cách.

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}.$$

Xác suất để chọn được hai số lẻ là:

d) Sai: Gọi D là biến cố: “Tích của số ghi trên hai thẻ là một số chẵn”.

$$\{2; 4; 6; 8\} \quad \{1; 3; 5; 7; 9\}$$

Tập các số chẵn là: ; tập các số lẻ là:

$$C_4^2 = 6$$

TH1: Hai số chẵn:

$$C_5^1, C_4^1 = 20$$

TH2: Một lẻ, một chẵn:

$$\Rightarrow n(D) = 6 + 20 = 26 \Rightarrow P(D) = \frac{n(D)}{n(\Omega)} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}.$$

Câu 25: Một chiếc hộp chứa 20 chiếc thẻ được đánh số liên tiếp từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên hai thẻ trong hộp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

$$n(\Omega) = 190$$

a) Số phần tử của không gian mẫu

$$n(B) = C_{10}^2 = 45$$

b) Số cách để bốc được hai thẻ mang số chẵn là cách

$$P(C) = \frac{10}{19}.$$

c) Xác suất để hai thẻ lấy được một thẻ mang số chẵn, một thẻ mang số lẻ là

$$n(D) = C_8^2$$

d) Số cách để lấy hai thẻ đều là số nguyên tố lẻ là

Lời giải

$$n(\Omega) = C_{20}^2 = 190$$

a) Đúng: Phát biểu này đúng vì số phần tử của không gian mẫu

$$n(B) = C_{10}^2 = 45$$

b) Đúng: Số cách để bốc được hai thẻ cùng là số chẵn là

$$P(C) = \frac{10}{19}.$$

c) Đúng: Xác suất để lấy một thẻ là số chẵn, một thẻ là số lẻ:

Có 10 cách lấy một thẻ là số chẵn, có 10 cách lấy một thẻ là số lẻ.

$$n(C) = 10 \cdot 10 = 100 \quad P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{100}{190} = \frac{10}{19}$$

Vậy nên

$$n(D) = C_8^2$$

d) Sai: Số cách để lấy hai thẻ đều là số nguyên tố lẻ là

$$3; 5; 7; 11; 13; 17; 19 \quad n(D) = C_7^2$$

Các số nguyên tố lẻ là

. Vậy

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Một tổ có 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm 4 người để làm 3 nhiệm vụ khác nhau. Xác suất khi chia ngẫu nhiên nhóm nào cũng có nữ bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}$. Tính $T = a + 25b$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot 1 = 34650$.

Gọi A là biến cố “Chia mỗi nhóm có đúng một nữ và ba nam”

Số cách phân chia cho nhóm 1 là $C_3^1 C_9^3 = 252$ (cách).

Khi đó còn lại 2 nữ 6 nam nên số cách phân chia cho nhóm 2 có $C_2^1 C_6^3 = 40$ (cách).

Cuối cùng còn lại bốn người thuộc về nhóm 3 nên có 1 cách chọn.

Theo quy tắc nhân ta có số phần tử của biến cố A là $n(A) = 252 \cdot 40 \cdot 1 = 10080$ (cách).

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{10080}{34650} = \frac{16}{55}$ nên $\begin{cases} a = 16 \\ b = 55 \end{cases} \Rightarrow T = a + 25b = 1391$.

Câu 2: Một hộp có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bi. Xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi

xanh bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}$. Tính $T = a + 2b$.

Lời giải

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp chứa 12 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^4 = 495$.

Gọi A là biến cố "4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh". Ta xét các trường hợp sau:

TH1: Chọn 1 bi đỏ và 3 bi xanh nên có $C_5^1 \cdot C_4^3$ cách.

TH2: Chọn 2 bi đỏ và 2 bi xanh nên có $C_5^2 C_4^2$ cách.

TH3: Chọn 3 bi đỏ và 1 bi xanh nên có $C_5^3 \cdot C_4^1$ cách.

TH4: Chọn 2 bi đỏ, 1 bi vàng và 1 bi xanh nên có $C_5^2 C_3^1 C_4^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_5^1 \cdot C_4^3 + C_5^2 C_4^2 + C_5^3 \cdot C_4^1 + C_5^2 C_3^1 C_4^1 = 240$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{240}{495} = \frac{16}{33}$ nên $\begin{cases} a = 16 \\ b = 33 \end{cases} \Rightarrow T = a + 2b = 82$.

Câu 3: Có 13 học sinh của một trường THPT đạt danh hiệu học sinh xuất sắc trong đó khối 12 có 8 học sinh nam và 3 học sinh nữ, khối 11 có 2 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ để trao thưởng, xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11

và khối 12 bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}$. $T = 3a + 2b$.

Lời giải

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ 13 học sinh.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{13}^3 = 286$. Gọi A là biến cố "3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12". Ta xét các trường hợp sau:

TH1: Chọn 1 học sinh khối 11, 1 học sinh nam khối 12 và 1 học sinh nữ khối 12 nên có $C_2^1 C_8^1 C_3^1 = 48$ cách.

TH2: Chọn 1 học sinh khối 11, 2 học sinh nữ khối 12 có $C_2^1 C_3^2 = 6$ cách.

TH3: Chọn 2 học sinh khối 11, 1 học sinh nữ khối 12 có $C_2^2 C_3^1 = 3$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 48 + 6 + 3 = 57$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{57}{286}$ nên $\begin{cases} a = 57 \\ b = 286 \end{cases} \Rightarrow T = 3a + 2b = 743$.

Câu 4: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số được lập thành từ các số $0; 1; 2; 3; 4; 5$. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3 (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Lời giải

Số các số 4 chữ số được lập thành từ các số $0; 1; 2; 3; 4; 5$ là: $5.6.6.6 = 1080$

Suy ra $n(\Omega) = C_{1080}^1 = 1080$

Gọi biến cố A : “Số được chọn chia hết cho 3”

Số các số 3 chữ số được lập thành từ các số $0; 1; 2; 3; 4; 5$ là: $5.6.6 = 180$

Trong 180 số đó có x số chia hết cho 3; y số chia 3 dư 1 và có z số chia 3 dư 2.

Với mỗi số chia hết cho 3 thì ta có 2 cách thêm số vào cuối để được 1 số có 4 chữ số và chia hết cho 3, các số có thể thêm vào là: 0 hoặc 3 .

Với mỗi số chia 3 dư 1 thì ta có 2 cách thêm số vào cuối để được 1 số có 4 chữ số và chia hết cho 3, các số có thể thêm vào là: 2 hoặc 5 .

Với mỗi số chia 3 dư 2 thì ta có 2 cách thêm số vào cuối để được 1 số có 4 chữ số và chia hết cho 3, các số có thể thêm vào là: 1 hoặc 4 .

Do đó số các số có 4 chữ số và chia hết cho 3 là: $2x + 2y + 2z = 2.180 = 360$

Suy ra $n(A) = C_{360}^1 = 360$

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{360}{1080} = \frac{1}{3} \approx 0,33$

Câu 5: Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong một đa giác đều có 21 đỉnh. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn lập thành một tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Số phần tử của không gian mẫu: $C_{21}^3 = 1330$.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều. Xét một đỉnh A bất kỳ của đa giác: Có 10 cặp đỉnh đối xứng với nhau qua đường thẳng OA , hay có 10 tam giác cân tại đỉnh A . Như vậy với mỗi đỉnh của đa giác có 10 tam giác nhận nó làm đỉnh của tam giác cân.

Số tam giác đều có 3 đỉnh là các đỉnh của đa giác là $\frac{21}{3} = 7$ tam giác.

Trong các tam giác cân đã xác định ở trên có cả tam giác đều, do mọi tam giác đều thì cân tại 3 đỉnh nên các tam giác đều được đếm ba lần.

Suy ra số tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho là $10 \cdot 21 - 3 \cdot 7 = 189$.

Vậy xác suất để chọn được một tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều là

$$P(A) = \frac{189}{1330} = \frac{27}{190} \approx 0,14$$

Câu 6: Có 5 học sinh nam và 10 học sinh nữ, trong các học sinh nữ có Vy và Quyên, Lan. Xếp những học sinh này thành một hàng ngang. Xác suất để mỗi bạn nam đều đứng giữa hai bạn nữ đồng

thời Vy, Quyên, Lan đứng cạnh nhau bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}$. Tính giá trị biểu thức $T = b - 2025a$.

Lời giải

Xét phép thử: “Xếp 5 học sinh nam và 10 học sinh nữ thành một hàng ngang” $\Rightarrow n(\Omega) = 15!$.

Gọi biến cố X : “Mỗi bạn nam đều đứng giữa hai bạn nữ đồng thời Vy, Quyên, Lan luôn đứng cạnh nhau”.

Bước 1: Xếp Vy, Quyên, Lan đứng cạnh nhau có $3!$ cách.

Bước 2: Xếp Vy, Quyên, Lan và 7 bạn còn lại vào 8 vị trí có $8!$ cách.

Bước 3: Chọn 5 khoảng trống trong 7 khoảng trống giữa 8 vị trí ở bước 2 cho 5 bạn nam có A_7^5 cách $\Rightarrow n(X) = 3!8!A_7^5$.

Vậy xác suất của biến cố X là $p(X) = \frac{3!8!A_7^5}{15!} = \frac{1}{2145}$ nên $\begin{cases} a = 1 \\ b = 2145 \end{cases} \Rightarrow T = b - 2025a = 120$.

Câu 7: Một hộp chứa 6 quả bóng màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6; 5 quả bóng màu vàng được đánh số từ 1 đến 5 và 4 quả bóng màu xanh được đánh số từ 1 đến 4. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng trong hộp. Tính xác suất để 4 quả bóng lấy ra có đủ ba màu đồng thời không có hai quả bóng nào được đánh số trùng nhau. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là số cách lấy bất kì 4 quả bóng từ 15 quả bóng.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{15}^4 = 1365$.

Gọi A là biến cố “4 quả bóng lấy ra có đủ ba màu đồng thời không có hai quả bóng nào được đánh số trùng nhau”.

Các trường hợp xảy ra biến cố A :

TH1: 4 quả cầu lấy ra có 2 xanh, 1 vàng, 1 đỏ có $C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot C_3^1$ cách.

TH2: 4 quả cầu lấy ra có 1 xanh, 2 vàng, 1 đỏ có $C_4^1 \cdot C_4^2 \cdot C_3^1$ cách.

TH3: 4 quả cầu lấy ra có 1 xanh, 1 vàng, 2 đỏ có $C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^2$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot C_3^1 + C_4^1 \cdot C_4^2 \cdot C_3^1 + C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^2 = 222$.

Do đó xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{222}{1365} = \frac{74}{455} \approx 0,16$.

Câu 8: Đề kiểm tra 15 phút có 10 câu trắc nghiệm mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó có một phương án đúng, trả lời đúng được 1,0 điểm. Một thí sinh làm cả 10 câu, mỗi câu chọn một phương án. Xác suất để thí sinh đó đạt từ 8,0 trở lên là $\frac{a}{4^{10}}$. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 4^{10}$.

Gọi A là biến cố “thí sinh đạt từ 8,0 trở lên”.

Ta có các trường hợp:

Thí sinh đúng 8 câu, sai 2 câu có $C_{10}^8 \cdot 3^2 = 405$ (cách).

Thí sinh đúng 9 câu, sai 1 câu có $C_{10}^9 \cdot 3^1 = 30$ (cách).

Thí sinh đúng cả 10 câu có $C_{10}^{10} = 1$ (cách).

Do đó $n(A) = 405 + 30 + 1 = 436$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{436}{4^{10}}$ nên $a = 436$.

Câu 9: Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, tính xác suất để có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Không gian mẫu là cách chọn 8 tấm thẻ trong 20 tấm thẻ.

Suy ra số phần tử của không mẫu là: $n(\Omega) = C_{20}^8$.

Gọi A là biến cố "3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10". Để tìm số phần tử của A ta làm như sau:

Đầu tiên chọn 3 tấm thẻ trong 10 tấm thẻ mang số lẻ, có C_{10}^3 cách.

Tiếp theo chọn 4 tấm thẻ trong 8 tấm thẻ mang số chẵn (không chia hết cho 10), có C_8^4 cách.

Sau cùng ta chọn 1 trong 2 tấm thẻ mang số chia hết cho 10, có C_2^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là: $n(A) = C_{10}^3 \cdot C_8^4 \cdot C_2^1$.

$$P(A) = \frac{C_{10}^3 \cdot C_8^4 \cdot C_2^1}{C_{20}^8} = \frac{560}{4199} \approx 0,13$$

Vậy xác suất cần tính

Câu 10: Đề cương ôn tập môn Lịch sử có 30 câu. Đề thi được lập từ cách chọn ngẫu nhiên 10 câu trong 30 câu trong đề cương. Một học sinh chỉ học thuộc 25 câu trong đề cương. Xác suất để trong đề thi có ít nhất 9 câu hỏi nằm trong 25 câu mà học sinh đã học thuộc bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Không gian mẫu là số cách chọn 10 câu trong 30 câu.

Suy ra số phần tử của không mẫu là: $n(\Omega) = C_{30}^{10}$. Gọi A là biến cố "trong đề thi có ít nhất 9 câu hỏi nằm trong 25 câu mà học sinh đã học thuộc"

Để tìm số phần tử của A ta xét các trường hợp như sau:

TH1: 9 câu thuộc và 1 câu không thuộc: có $C_{25}^9 C_5^1$ khả năng.

TH2: 10 câu đã học thuộc hết: có C_{25}^{10} khả năng.

Suy ra số phần tử của biến cố A là: $n(A) = C_{25}^9 C_5^1 + C_{25}^{10}$.

$$P(A) = \frac{C_{25}^9 C_5^1 + C_{25}^{10}}{C_{30}^{10}} = \frac{3553}{7917} \approx 0,45$$

Vậy xác suất cần tính

Câu 11: Một bó hoa có 7 bông hồng nhung, 6 bông hồng bạch và 5 bông hồng vàng. Rút ngẫu nhiên 7 bông từ bó hoa. Tính xác suất để rút được 3 bông hồng nhung, 2 bông hồng bạch và 2 bông hồng vàng (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Lời giải

Số cách rút 7 bông hoa từ 18 bông hoa là: $n(\Omega) = C_{18}^7$ (cách).

Gọi A là biến cố "rút được 3 bông hồng nhung, 2 bông hồng bạch và 2 bông hồng vàng".

Một kết quả thuận lợi cho biến cố A được thực hiện theo các bước sau

Bước 1: Rút 3 bông hồng nhung có C_7^3 cách.

Bước 2: Rút 2 bông hồng bạch có C_6^2 cách.

Bước 3: Rút 2 bông hồng vàng có C_5^2 cách.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_7^3 C_6^2 C_5^2$.

$$P(A) = \frac{C_7^3 C_6^2 C_5^2}{C_{18}^7} = \frac{875}{5304} \approx 0,16$$

Xác suất cần tìm là

Câu 12: Trong một cuộc tổng điều tra dân số, điều tra viên chọn ngẫu nhiên một gia đình có ba người con và quan tâm đến giới tính của ba người con này. Giả thiết rằng khả năng sinh con trai và khả năng sinh con gái là như nhau. Tính xác suất để gia đình đó có hai con gái biết rằng gia đình đó có con gái đầu lòng.

Lời giải

Kí hiệu con gái là G, con trai là T.

Kí hiệu GTT chỉ giới tính con thứ nhất là con gái, con thứ hai là con trai, con thứ ba là con trai.

Tương tự như vậy, ta có không gian mẫu là tập: $\Omega = \{GGG, GGT, GTG, GTT\}$.

Gọi A là biến cố cần tìm $\Rightarrow A = \{GGT, GTG\}$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Vậy

Câu 13: Từ một bộ đề thi học sinh giỏi môn Toán lớp 12 mà mỗi đề gồm 5 câu được chọn từ 20 câu hỏi mức độ nhận biết, 15 câu hỏi mức độ thông hiểu, 10 câu hỏi mức độ vận dụng thấp và 5 câu hỏi mức độ vận dụng cao. Lấy ngẫu nhiên 1 đề thi trong bộ đề trên. Tính xác suất để đề thi lấy ra có đủ các câu hỏi thuộc 4 mức độ nhận biết, thông hiểu, vận dụng thấp, vận dụng cao, đồng thời số câu mức độ vận dụng cao không quá 1. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Lời giải

Số cách lấy ra ngẫu nhiên 1 đề thi trong bộ đề là $n(\Omega) = C_{50}^5$.

Gọi A là biến cố: “Đề thi lấy ra có đủ các câu hỏi thuộc 4 mức độ nhận biết, thông hiểu, vận dụng thấp, vận dụng cao, đồng thời số câu mức độ vận dụng cao không quá 1”.

TH1: Đề thi có 5 câu gồm 1 câu mức độ vận dụng cao, 2 câu mức độ vận dụng thấp, 1 câu mức độ thông hiểu và 1 câu mức độ nhận biết. Có $C_5^1 \cdot C_{10}^2 \cdot C_{15}^1 \cdot C_{20}^1$ cách.

TH2: Đề thi có 5 câu gồm 1 câu mức độ vận dụng cao, 1 câu mức độ vận dụng thấp, 2 câu mức độ thông hiểu và 1 câu mức độ nhận biết. Có $C_5^1 \cdot C_{10}^1 \cdot C_{15}^2 \cdot C_{20}^1$ cách.

TH3: Đề thi có 5 câu gồm 1 câu mức độ vận dụng cao, 1 câu mức độ vận dụng thấp, 1 câu mức độ thông hiểu và 2 câu mức độ nhận biết. Có $C_5^1 \cdot C_{10}^1 \cdot C_{15}^1 \cdot C_{20}^2$ cách.

Suy ra $n(A) = C_5^1 \cdot C_{10}^2 \cdot C_{15}^1 \cdot C_{20}^1 + C_5^1 \cdot C_{10}^1 \cdot C_{15}^2 \cdot C_{20}^1 + C_5^1 \cdot C_{10}^1 \cdot C_{15}^1 \cdot C_{20}^2 = 315000$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1125}{7567} \approx 0,15$$

Vậy xác suất cần tính là

Câu 14: Có 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Rút ngẫu nhiên cùng một lúc 3 tấm thẻ. Tính xác suất sao cho tích của ba số trên 3 tấm thẻ là một số chẵn.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu (số cách rút 3 thẻ bất kì trong 26 thẻ): $C_{26}^3 = 2600$

Gọi A là biến cố rút được 3 tấm thẻ mà tích các số trên chúng là một số chẵn.

Ta có 3 trường hợp:

Trường hợp 1: rút được cả 3 thẻ đều là số chẵn.

Trường hợp 2: Rút được 2 thẻ ghi số chẵn và một thẻ ghi số lẻ.

Trường hợp 3: Rút được 1 thẻ ghi số chẵn và hai thẻ ghi số lẻ.

Vậy $n(A) = C_{13}^3 + C_{13}^1 \cdot C_{13}^2 + C_{13}^2 \cdot C_{13}^1 = 2314$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2314}{2600} = 0,89$$

Xác suất cần tìm:

Câu 15: Một bộ đề thi toán học sinh giỏi lớp 12 mà mỗi đề gồm 5 câu được chọn từ 15 câu dễ, 10 câu trung bình và 5 câu khó. Một đề thi được gọi là "Tốt" nếu trong đề thi có cả ba câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2. Lấy ngẫu nhiên một đề thi trong bộ đề trên. Tìm xác suất để đề thi lấy ra là một đề thi "Tốt". (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{30}^5 = 142506$.

Gọi A là biến cố "Đề thi lấy ra là một đề thi "Tốt".

Vì trong một đề thi "Tốt" có cả ba câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2 nên ta có các trường hợp sau đây thuận lợi cho biến cố A

Đề thi gồm 3 câu dễ, 1 câu trung bình và 1 câu khó: có $C_{15}^3 \cdot C_{10}^1 \cdot C_5^1$ đề.

Đề thi gồm 2 câu dễ, 2 câu trung bình và 1 câu khó: có $C_{15}^2 \cdot C_{10}^2 \cdot C_5^1$ đề.

Đề thi gồm 2 câu dễ, 1 câu trung bình và 2 câu khó: có $C_{15}^2 \cdot C_{10}^1 \cdot C_5^2$ đề.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_{15}^3 \cdot C_{10}^1 \cdot C_5^1 + C_{15}^2 \cdot C_{10}^2 \cdot C_5^1 + C_{15}^2 \cdot C_{10}^1 \cdot C_5^2 = 56875$.

$$P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{56875}{142506} = \frac{625}{1566} \approx 0,4$$

Vậy xác suất cần tính

