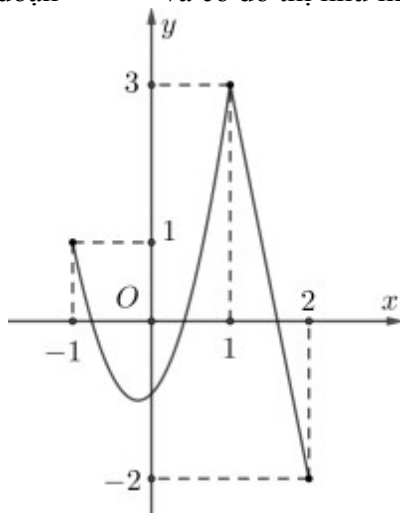


PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

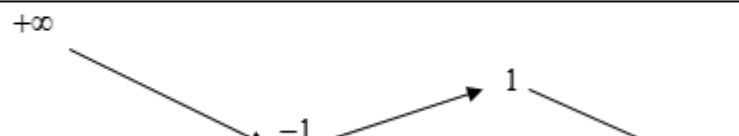
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 2]$. Ta có $M + m$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

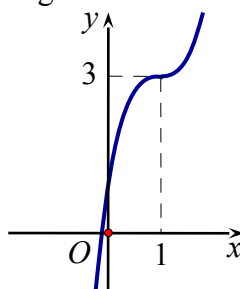
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		-1	1	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 3)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 3. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây.



Hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -2x^3 - 6x^2 - 6x + 1$. B. $y = 2x^3 - 6x^2 - 6x + 1$.
 C. $y = 2x^3 - x^2 + 6x + 1$. D. $y = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; -1), B(1; 2; 3)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $3\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{22}$. D. 18.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$. Tọa độ của điểm A là:

- A. $A(3; -2; 5)$. B. $A(-3; -17; 2)$. C. $A(3; 17; 2)$. D. $A(3; 5; -2)$.

Câu 6. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{2x}$ là

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 7. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (1; 2; -1)$ và $\vec{v} = (2; 3; 0)$. Tính $[\vec{u}, \vec{v}]$.

- A. $[\vec{u}, \vec{v}] = (3; -2; -1)$. B. $[\vec{u}, \vec{v}] = (3; 2; -1)$.
C. $[\vec{u}, \vec{v}] = (3; -2; 1)$. D. $[\vec{u}, \vec{v}] = (-3; 2; 1)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.
B. Hàm số có đúng một cực trị.
C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Câu 9. Trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+4}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

- A. 4. B. 6. C. 0. D. 2.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 8z - 7 = 0$. Tọa độ tâm và bán kính mặt cầu (S) lần lượt là

- A. $I(2; 3; -4); R = 36$. B. $I(2; 3; -4); R = 6$.
C. $I(-2; -3; 4); R = 6$. D. $I(-2; -3; 4); R = 36$.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{mx + 2015m + 2016}{-x - m}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Tính số phần tử của S .

- A. 2017. B. 2018. C. 2016. D. 2015.

Câu 12. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [0; 20). B. [60; 80). C. [20; 40). D. [40; 60).

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho ba vec-tơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$ và $\vec{c} = (1; 1; 1)$.

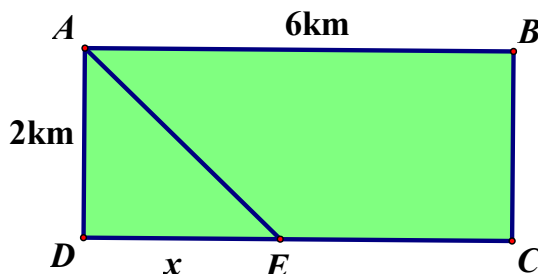
- a) $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.
 b) $\cos(\vec{a}, \vec{c}) = \frac{2}{\sqrt{5}}$.
 c) $\vec{b} \perp \vec{c}$.
 d) $|\vec{a}| = 2$.

Câu 2. Giả sử hàm cầu của một sản phẩm độc quyền được cho bởi $P = 400 - 2Q$ và hàm chi phí trung bình $\bar{C} = 0,2Q + 4 + \frac{400}{Q}$ trong đó Q là số đơn vị sản phẩm (P và $\bar{C}$ được tính bằng \$ đối với mỗi đơn vị sản phẩm).

- a) $Q = 90$ là lượng sản phẩm bán ra để lợi nhuận thu được tối đa.
 b) Giá bán để lợi nhuận thu được tối đa là 400\$.
 c) Lợi nhuận tối đa là 17420\$.
 d) Nếu chính phủ đánh thuế 22\$/ một đơn vị sản phẩm thì giá bán 390\$ để lợi nhuận thu được tối đa.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một người nông dân đang đứng ở góc A của một cánh đồng hình chữ nhật $ABCD$ có chiều rộng $AD = 2$ km và chiều dài $AB = 6$ km. Người đó muốn đi đến góc đối diện C . Người nông dân có thể đi bộ trên cánh đồng cỏ với tốc độ 4 km/h và đi bộ trên đường dọc theo cạnh CD với tốc độ 8 km/h. Để đến C nhanh nhất, người đó nên đi theo đường thẳng từ A đến một điểm E nào đó trên cạnh CD , sau đó đi bộ dọc theo đường từ E đến C . Hỏi điểm E phải cách điểm D bao xa để tổng thời gian di chuyển là ít nhất? (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)



Câu 2. Trong Vật lý, ta biết rằng nếu lực $\vec{F}$ tác động vào một vật làm dịch chuyển vật theo đoạn thẳng từ M đến N thì công A sinh ra bởi lực $\vec{F}$ được tính bằng công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{MN}$. Trong không gian $Oxyz$, người ta tác động một lực không đổi $\vec{F} = (2; 3; -1)$ vào một vật đang ở gốc tọa độ O và làm cho vật dịch chuyển thẳng từ O đến $M(1; 2; 1)$. Biết lực được tính bằng đơn vị Niuton (N) và đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét (m). Tính công của lực $\vec{F}$ sinh ra.

Câu 3. Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 300.000 quả bóng Pickleball. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất được 60 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập máy này là 125 ngàn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 90 ngàn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?



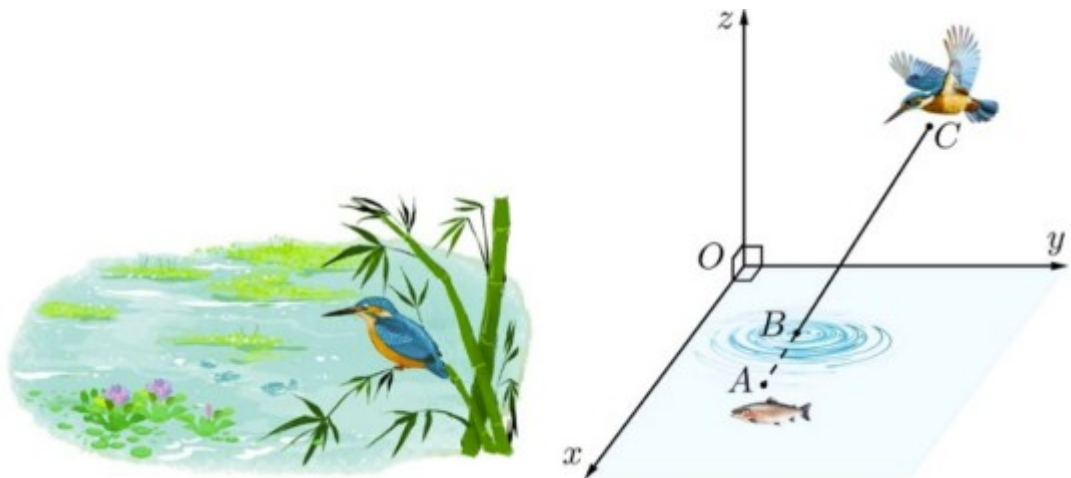
Câu 4. Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê doanh thu bán hàng (đơn vị: triệu đồng) trong 20 ngày của một cửa hàng như sau:

Nhóm	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Tần số	2	7	7	3	1

Từ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét), một con chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước $2m$, cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là $3m$ và $1m$ phóng thẳng xuống vị trí con cá cách mặt nước $50cm$, cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là $1m$ và $1,5m$. Tọa độ điểm B lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước là $(a; b; c)$. Tính $T = 5a + 15b + 25c$.



Câu 2. Để đánh giá độ chính xác của hai hệ thống đóng gói tự động các túi cà phê của hai phân xưởng người ta đã tiến hành thu thập mẫu số liệu về khối lượng của một số gói cà phê của mỗi phân xưởng cho kết quả như sau:

Phân xưởng A:

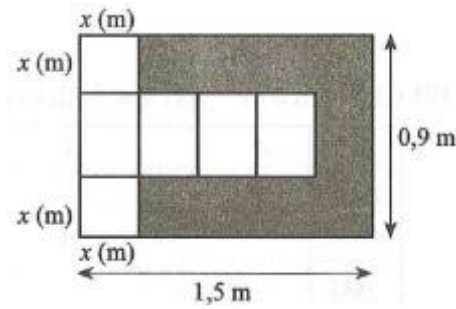
203, 207, 205, 197, 208, 192, 206, 202, 200, 196,
195, 194, 203, 197, 193, 199, 198, 195, 206, 204.

Phân xưởng B:

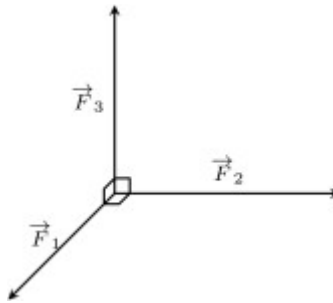
Cân nặng	$[190; 194)$	$[194; 198)$	$[198; 202)$	$[202; 206)$	$[206; 210)$
Số gói	2	5	6	5	2

Tính số trung bình và độ lệch chuẩn của khối lượng một gói cà phê do các phân xưởng A, B sản xuất. Dựa trên kết quả tính được, hãy nêu nhận xét về độ chính xác của hai hệ thống đóng gói.

Câu 3. Từ một miếng bìa có độ dài hai cạnh lần lượt là $0,9\text{ m}$ và $1,5\text{ m}$ như Hình vẽ. Bạn Minh cắt đi phần tô màu xám và gấp lại để được một hình hộp chữ nhật. Gọi V là thể tích hình hộp chữ nhật được tạo thành, V được tính theo x bởi công thức nào? Tìm x để hình hộp tạo thành có thể tích lớn nhất.



Câu 4. Ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật có phương đôi một vuông góc và có độ lớn lần lượt là 2 ; 3 ; 4 . Hợp lực của ba lực đã cho có độ lớn bao nhiêu Niu-ton (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân)?



ĐỀ 2

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y					

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

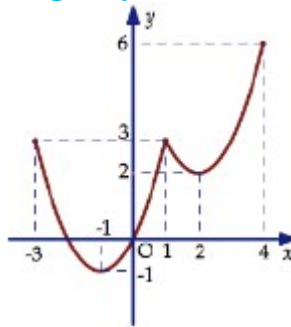
- A.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$.
C. Hàm số có bốn điểm cực trị.

- B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.
D. Hàm số không có cực đại.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$, $B(2;2;1)$. Véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A.** $(3;1;1)$. **B.** $(3;3;-1)$. **C.** $(-1;-1;-3)$. **D.** $(1;1;3)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;4]$ và có đồ thị như hình vẽ:



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 4]$. Giá trị $M - m$ bằng

- A. 5. B. 7. C. -7. D. -5.

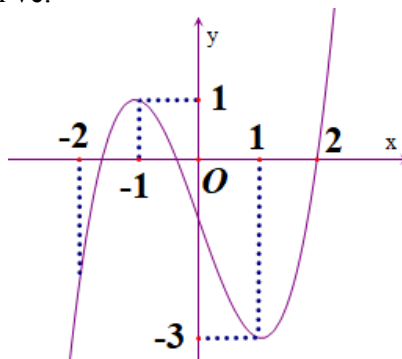
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u} = (2; 3; -1)$ và $\vec{v} = (5; -4; x)$. Tìm x để $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 22$. D. $x = \frac{-3}{10}$.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

- A. $x = 2$ và $y = 1$. B. $x = -1$ và $y = 2$.
C. $y = -3$ và $x = 1$. D. $x = 1$ và $y = 2$.

Câu 6. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



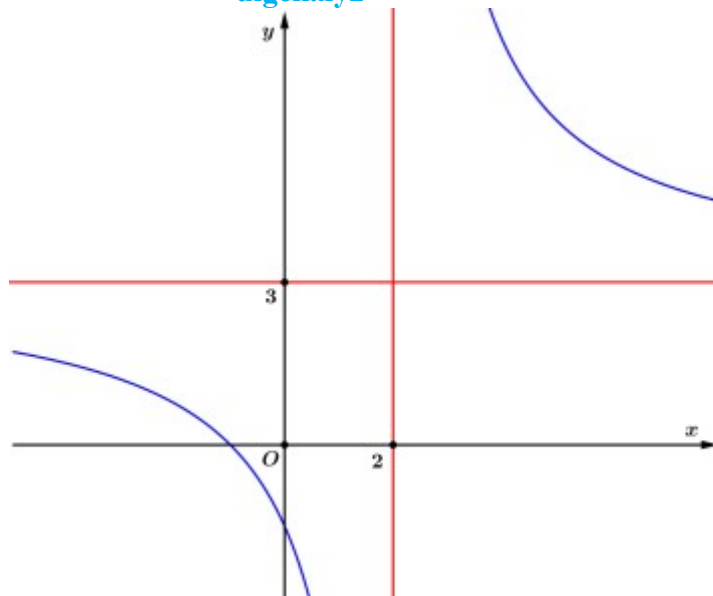
Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-2; -1)$. D. $(0; 2)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vector $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vector $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là

- A. $(3; 5; -2)$. B. $(2; -3; -1)$. C. $(2; 3; -1)$. D. $(3; -5; -1)$.

Câu 8. Đường cong trong hình dưới là đồ thị của 1 trong 4 hàm số được liệt kê ở 4 phương án A, B, C, D. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = \frac{3(x-1)}{x-2}$ B. $y = \frac{2(x-1)}{x-2}$ C. $y = \frac{3(x+1)}{x-2}$ D. $y = \frac{2(x+1)}{x-2}$

- Câu 9.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$?
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 1

- Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$, $C(2;1;1)$. Diện tích tam giác ABC bằng
- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{11}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

- Câu 11.** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 8,6 B. 7 C. 8 D. 7,6
- Câu 12.** Tâm đối xứng của đồ thị hàm số nào sau đây cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất?
- A. $y = \frac{2x-1}{x+3}$ B. $y = \frac{1-x}{1+x}$ C. $y = -x^3 + 3x - 2$ D. $y = 2x^3 - 3x^2 - 2$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1.** Một hộ làm nghề dệt vải lựa tư tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lựa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lựa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

$C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lựa.

- a) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x) = 220x$ (nghìn đồng).
 b) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 220x - 500$ (nghìn đồng).
 c) Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lựa để thu được lợi nhuận tối đa.
 d) Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lựa tư tằm có thể đạt được là 1000 nghìn đồng.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;5;-1)$, $B(7;x;1)$, $C(9;2;y)$.

a) Tam giác ABC vuông tại A thì $x = 13, y = -1$.

b) Điểm $G\left(\frac{19}{3}; \frac{8}{3}; 3\right)$ là trọng tâm tam giác ABC thì $x = 1; y = 3$.

c) Ba điểm A, B, C thẳng hàng thì $x + y = 5$.

d) Tích vô hướng của $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -3x + 2y + 41$.

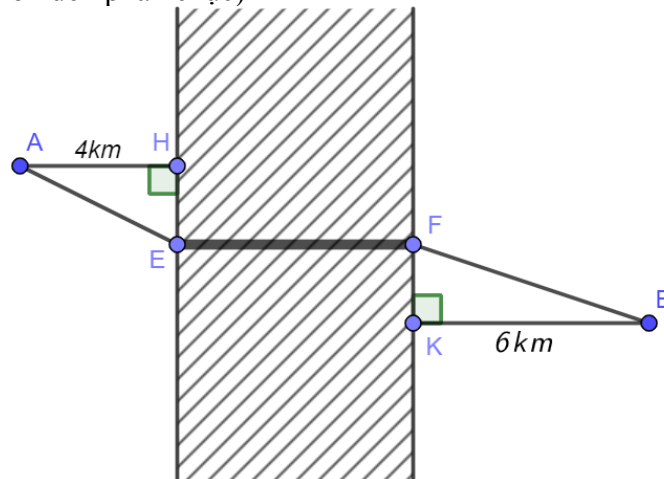
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Giả sử chi phí đặt hàng và vận chuyển C (đơn vị: triệu đồng) của một linh kiện được sử dụng trong

$$C = \frac{19200000}{x^2} + \frac{27x}{x+3000}, x \geq 1$$

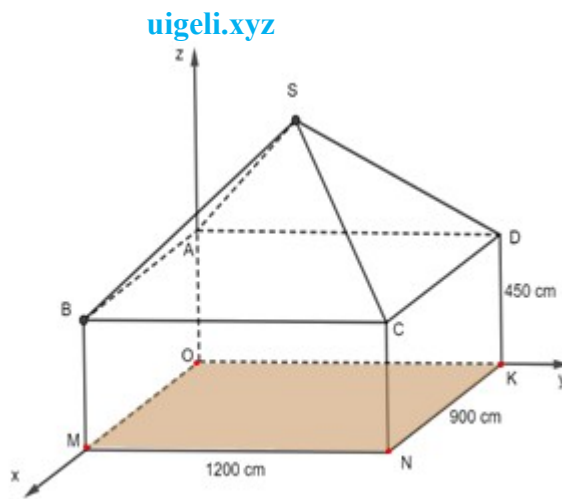
sản xuất một sản phẩm được xác định theo công thức. Trong đó x là số linh kiện được đặt hàng và vận chuyển. Tìm x để chi phí đặt hàng và vận chuyển cho mỗi linh kiện trên là nhỏ nhất.

Câu 2. Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là $4km$ và thành phố B cách con sông một khoảng là $6km$ (hình vẽ), biết $HE + KF = 20km$ và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố A là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$)? (kết quả làm tròn đến phần chục)



Câu 3. Một ngôi nhà gồm hai phần. Phần thân nhà dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.OMNK$ có chiều dài $1200cm$, chiều rộng $900cm$, chiều cao $450cm$. Phần mái nhà dạng hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh

bên bằng nhau và tạo với mặt đáy góc α với $\tan \alpha = \frac{1}{5}$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho M thuộc tia Ox , K thuộc tia Oy , A thuộc tia Oz (như hình vẽ). Biết $S(a;b;c)$ (đơn vị của a, b, c là centimet). Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$.



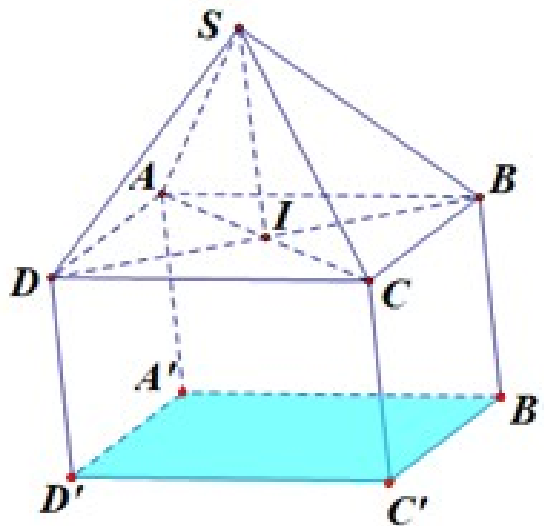
Câu 4. Bảng sau cho ta số liệu số ba lô bán được trong một tháng của một cửa hàng:

Số ba lô	[10 ; 14)	[14 ; 18)	[18 ; 22)	[22 ; 26)	[26 ; 30)
Số ngày	8	5	8	3	6

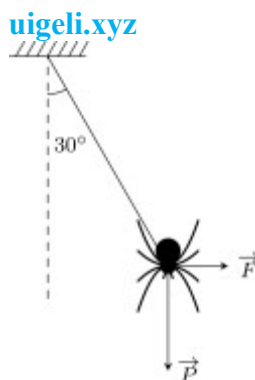
Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B(0;0,5;1)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để lắp ráp thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a;b;c)$. Tính giá trị của $a+b+c$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



Câu 2. Một con nhện đang treo mình dưới một sợi tơ theo phương thẳng đứng thì bị một cơn gió thổi theo phương ngang làm dây treo lệch đi so với phương thẳng đứng một góc 30° . Biết trọng lượng của con nhện là $P = 0,1$ N. Xác định độ lớn của lực mà gió tác dụng lên con nhện ở vị trí cân bằng.(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 3. Trong một ngày, tổng chi phí để một xưởng sản xuất x (kg) thành phẩm được cho bởi hàm số $C(x) = 2x^3 - 30x^2 + 177x + 2592$. Biết giá bán mỗi kilôgam thành phẩm là 513 nghìn đồng và công suất tối đa của xưởng là 20 kg trong một ngày. Khối lượng thành phẩm xưởng nên sản xuất trong một ngày là bao nhiêu để lợi nhuận thu được của xưởng trong một ngày là cao nhất?

Câu 4. Một người thống kê lại đường kính thân gỗ (cm) của một số cây xoan đào được cho trong bảng số liệu sau

Đường kính (cm)	[50; 58)	[58; 66)	[66; 74)	[74; 82)	[82; 90)
Số cây	2	1	4	7	4

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

ĐỀ 3

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

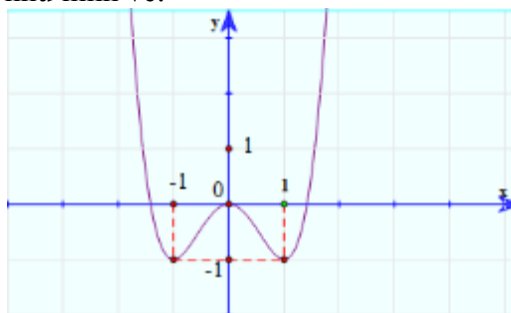
A. $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$.

B. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$.

C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$.

D. $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

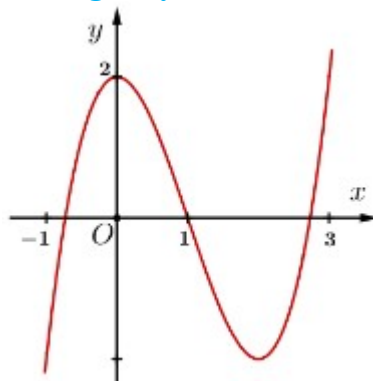
A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $\emptyset$.

Câu 3. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Đó là đồ thị hàm số



- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. D. $y = x^3 + 3x^2 + 2$.

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

- A. $x = -1$ và $y = 2$. B. $x = 2$ và $y = 1$.
C. $x = 1$ và $y = 2$. D. $x = 1$ và $y = -3$.

Câu 5. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						
	$-\infty$		2		-4	$+\infty$

- A. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -4$.
C. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2$. D. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, véc tơ $\vec{u} = -2\vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k}$ có tọa độ là

- A. $(-2; -4; -6)$. B. $(-2; 4; 6)$. C. $(2; 4; 6)$. D. $(-1; 2; 3)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(1; 0; 2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. 9. B. $\sqrt{5}$. C. $\sqrt{29}$. D. 3.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số

$y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ tại điểm x_0 nào dưới đây?

x	0	1		3	3,5	
y'		-	0	-	0	+
y						

- A. $x_0 = 3,5$. B. $x_0 = 3$. C. $x_0 = 0$. D. $x_0 = 1$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết rằng $\vec{AB} = (1; 3; 4)$, $\vec{AD} = (-2; 3; 5)$ và $\vec{AC'} = (1; 1; 1)$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 12$. B. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 1$. C. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 3$. D. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 6$.

Câu 10. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

D. 6.

D. $(-\infty; 2]$

D. $(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$ và $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$

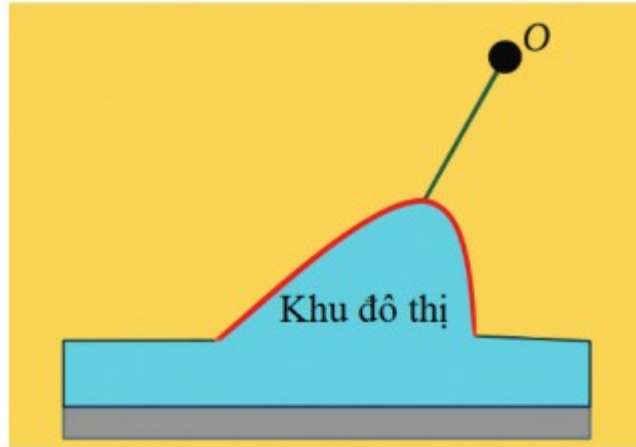
d) Khi doanh thu công ty cao nhất thì số căn hộ có người thuê là 125 căn hộ.

d) Toa đô điểm $F(4;0;3)$.

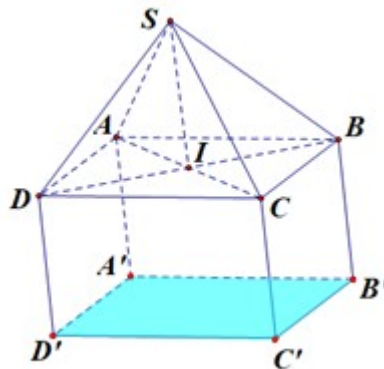
Trang 12

Câu 1. Ở một vịnh biển, ngoài khơi xa có một hòn đảo nhỏ. Người ta tiến hành lấn biển để xây dựng khu đô thị và làm một tuyến cáp treo nối khu đô thị với hòn đảo để phát triển du lịch. Xét trong hệ tọa độ Oxy với đơn vị tương ứng 1km có hòn đảo ở O thì đường bao của phần đất lấn biển có dạng là

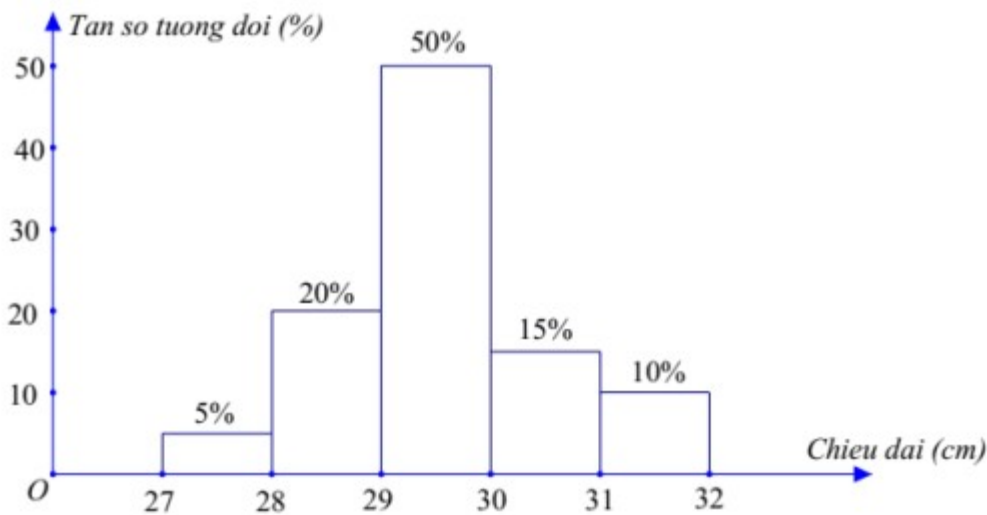
một phần của đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + 2}{x}$. Giả sử tuyến cáp treo được thiết kế nối đảo với đường bao của khu đô thị với độ dài ngắn nhất. Độ dài của tuyến cáp treo là bao nhiêu km (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Câu 2. Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B(0;0;5;1)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để lắp ráp thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a;b;c)$. Tính giá trị của $a+b+c$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



Câu 3. Đo chiều dài của 80 con cá, kết quả thu được biểu diễn ở biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm như sau:



Tìm tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm nói trên.

Câu 4. Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 2002 được tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người). Đạo hàm của hàm số $y = f(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn (tính bằng nghìn người/năm). Hỏi vào năm nào thì tốc độ tăng dân số là $0,075$ nghìn người/năm?

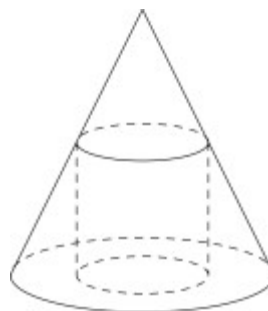
PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Thống kê lượng mưa (mm) trong một số ngày tại một vùng được cho trong bảng số liệu sau

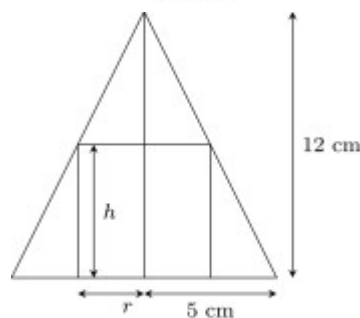
Lượng mưa (mm)	[170; 185)	[185; 200)	[200; 215)	[215; 230)	[230; 245)
Số ngày	2	4	4	6	6

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Câu 2. Cho một hình trụ nội tiếp trong hình nón có chiều cao bằng 12 cm và bán kính đáy bằng 5 cm (Hình 1). Người ta cắt hình nón, trụ này theo mặt phẳng chứa đường thẳng nối đỉnh và tâm hình tròn đáy của hình nón thì thu được một hình phẳng như Hình 2.



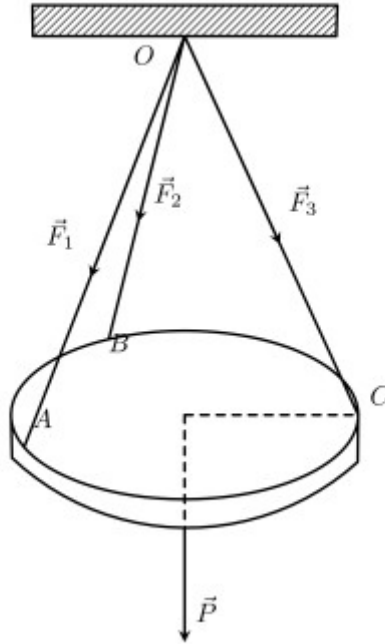
Hình 1



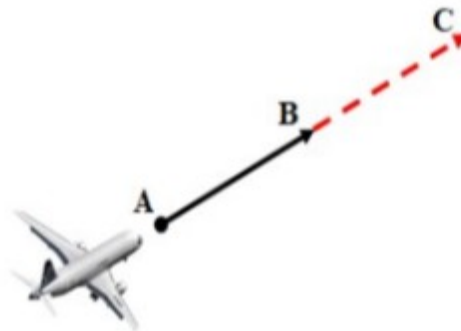
Hình 2

Tìm h để khối trụ có thể tích lớn nhất.

Câu 3. Một chiếc đèn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao tam giác ABC đều. Độ dài của ba đoạn thẳng OA, OB, OC đều bằng L . Trọng lượng của chiếc đèn là 27 N và bán kính của đèn là $0,5 \text{ m}$. Tìm chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây, biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là 17 . (Chiều dài tính theo đơn vị cm và làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị đo lấy theo km), một Radar phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(812; 600; 5)$ đến điểm $B(950; 530; 6)$ trong 10 phút.



Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $C(x; y; z)$. Khi đó $x + y + z$ bằng bao nhiêu?

ĐỀ 4

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

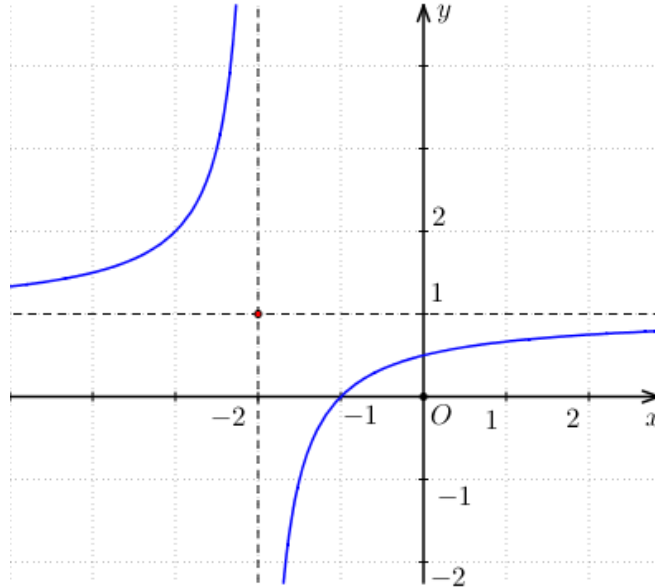
A. $(-3; +\infty)$

B. $(-\infty; 1)$

C. $(0; 1)$

D. $(-\infty; 0)$

Câu 2. Đường cong của hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x-1}{x+2}$

B. $y = \frac{x+1}{x-2}$

C. $y = \frac{x-1}{x-2}$

D. $y = \frac{x+1}{x+2}$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho 2 véc tơ $\vec{a} = (2; 1; -1)$, $\vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ$.

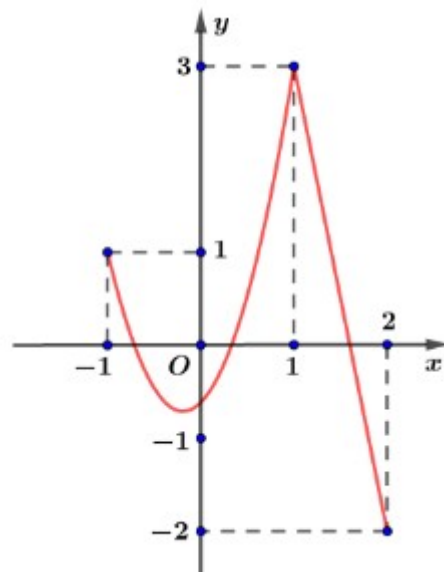
A. $m = 1$

B. $m = -2$

C. $m = 5$

D. $m = -5$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 2]$. Ta có $2M - 3m$ bằng:



A. 12

B. 4

C. 13

D. 5

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x = 1$ và $y = 2$.

B. $x = 2$ và $y = 1$.

C. $x = 1$ và $y = -3$.

D. $x = -1$ và $y = 2$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $M(2; -4; 1)$, $N(3; 0; -1)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{MN}$ là

A. $\overrightarrow{MN} = (-1; 4; 2)$.

B. $\overrightarrow{MN} = (1; -4; 2)$.

C. $\overrightarrow{MN} = (1; 4; -2)$.

D. $\overrightarrow{MN} = (-1; -4; 2)$.

Câu 7. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Phát biểu nào **đúng**?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

A. Giá trị cực đại của hàm số là 0 .

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 5$.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2 .

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\sqrt{15}$.

B. 3 .

C. 9 .

D. $\sqrt{7}$.

Câu 9. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - \frac{1}{3}$ có tọa độ là

A. $I\left(-2; \frac{1}{3}\right)$.

B. $I\left(2; -\frac{1}{3}\right)$.

C. $I\left(2; \frac{1}{3}\right)$.

D. $I\left(-2; -\frac{1}{3}\right)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết rằng $\overrightarrow{AB}(1; 3; 4)$, $\overrightarrow{AD}(-2; 3; 5)$ và $\overrightarrow{AC'}(1; 1; 1)$. Tính thể tích hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$

A. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 6$.

B. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 12$.

C. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 3$.

D. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 1$.

Câu 11. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2, 7; 3, 0)$	$[3, 0; 3, 3)$	$[3, 3; 3, 6)$	$[3, 6; 3, 9)$	$[3, 9; 4, 2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. $0,5$.

B. $0,975$.

C. $0,575$.

D. $0,9$.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{(m+3)x-2}{x+m}$ luôn nghịch biến trên các khoảng xác định của nó?

A. $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq -1 \end{cases}$.

B. $-2 < m < -1$.

C. $-2 \leq m \leq -1$.

D. $\begin{cases} m < -2 \\ m > -1 \end{cases}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-3; 4; 2)$, $B(-5; 6; 2)$, $C(-10; 17; -7)$.

- a) $\overline{AB} \cdot \overline{AD} = 10$.
- b) Tọa độ trung điểm của AB là $I(-4; 5; 2)$.
- c) Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G(-6; 9; -1)$.
- d) Tọa độ trực tâm của tam giác ABD là $H(-5; 12; 4)$.

Câu 2. Một công ty bất động sản có 150 căn hộ cho thuê, biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng mỗi tháng thì mỗi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 5 căn hộ bị bỏ trống. Mệnh đề nào sau đây đúng

- a) Khi giá cho thuê mỗi căn hộ là 2.200.000 đồng thì có 10 căn hộ bị trống
- b) Khi giá cho thuê mỗi căn hộ là 2.700.000 đồng thì thu nhập của công ty cao nhất.
- c) Thu nhập cao nhất của công ty đạt được là 312.500.000 đồng.
- d) Khi thu nhập công ty cao nhất thì số căn hộ có người thuê là 125 căn hộ.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một hộ gia đình chuyên làm thịt trâu sấy khô để bán, mỗi ngày hộ đó sản xuất được x kg thịt, ($1 \leq x \leq 20$). Tổng chi phí sản xuất x kg thịt trâu khô, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 9x^2 + 345x + 450$. Giả sử hộ gia đình này bán hết số thịt làm ra mỗi ngày với giá 750 nghìn đồng/kg. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x kg thịt trâu sấy khô. Hỏi lợi nhuận tối đa mà hộ gia đình này thu được trong một ngày?

Câu 2. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)	[9;9,5)	[9,5;10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Hãy ước lượng số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 3. Cho biết máy bay A đang bay với vector vận tốc $\vec{a} = (300; 200; 400)$ (đơn vị: km/h). Máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay A . (làm tròn đến hàng đơn vị)



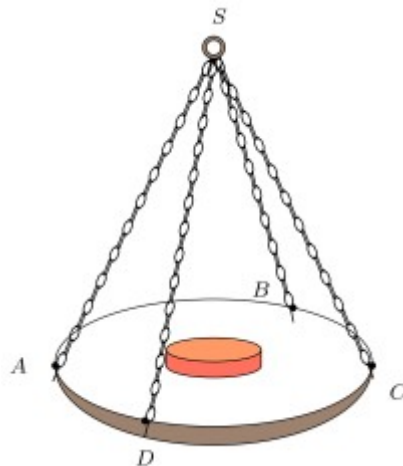
Tính tốc độ của máy bay B .

Câu 4. Một nhà xuất bản nhận in 4000 ấn phẩm. Nhà xuất bản có tất cả 14 máy in được cài đặt, hoạt động tự động và giám sát bởi 1 kỹ sư. Mỗi máy in có thể in được 30 ấn phẩm trong một giờ. Chi phí cài đặt máy in là 12 USD cho một máy, chi phí giám sát là 9USD một giờ. Tính số máy in nhà xuất bản nên sử dụng để chi phí in là nhỏ nhất?

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vector chỉ phương là $\vec{u}(2; -2; 1)$ với tốc độ 4,5 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Một camera giám sát an toàn đặt tại $I(50; -10; 50)$. Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ khi cabin xuất phát thì cabin gần camera giám sát an toàn nhất? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 2. Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5$ kg được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $SABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\angle ASC = 60^\circ$. (Cho biết $\vec{P} = m\vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là véc-tơ gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2). Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích có dạng $\frac{a\sqrt{3}}{b}$ với a, b là các số nguyên dương $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $3a + b^2$ bằng



Câu 3. Thống kê thời gian tập thể dục (phút) của một người trong một số ngày được cho trong bảng số liệu sau

Thời gian (phút)	[75; 81)	[81; 87)	[87; 93)	[93; 99)	[99; 105)
Số ngày	10	4	7	8	5

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Câu 4. Một công ty ước tính rằng chi phí C để sản xuất x đơn vị sản phẩm có thể được mô hình hoá bằng công thức

$$C = 800 + 0,04x + 0,0002x^2$$

$$\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x}$$

Tìm mức sản xuất sao cho chi phí trung bình cho mỗi đơn vị hàng hoá là nhỏ nhất.

ĐỀ 5	ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026
	MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

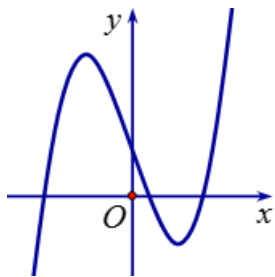
Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $y = 0$. D. $y = 5$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 2z - 4 = 0$ có bán kính R là

- A. $R = 2$. B. $R = 5$. C. $R = 25$. D. $R = \sqrt{5}$.

Câu 3. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = x^3 + 3x + 1$. B. $y = -x^4 - 4x^2 + 1$. C. $y = -x^3 + 3x - 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

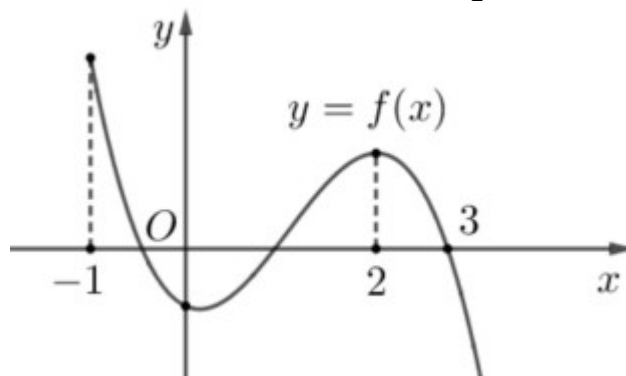
Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (3; 0; 1)$, $\vec{v} = (-1; 2; -2)$. Tích có hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tương ứng là

- A. $(-2; 5; 6)$. B. $(1; -3; 5)$. C. $(3; -1; 0)$. D. $(2; -5; -6)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là:

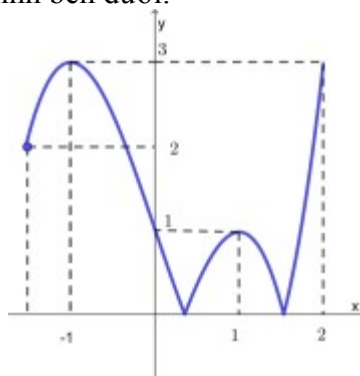
- A. $(2; -3; -1)$. B. $(-1; 2; -3)$.
C. $(2; -1; -3)$. D. $(-3; 2; -1)$.

Câu 6. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây



- A. $(-1; 0)$ B. $(0; 2)$ C. $(2; 3)$ D. $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 0]$. Giá trị $M - 2m$ bằng

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 0

Câu 8. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào sau đây đúng:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$			

- A. Giá trị cực đại của hàm số là 0.
 B. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
 D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 5$.

Câu 9. Số điểm có tọa độ là các số nguyên của đồ thị hàm số: $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 10. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 0,6. B. 0,9. C. 1,5. D. 0,3.

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2x-m}{x-1}$ đồng biến trên khoảng xác định của nó.

- A. $m \in (2; +\infty)$. B. $m \in (1; 2)$. C. $m \in [2; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; 2)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ với $A(0;0;1)$, $B(0;1;0)$, $C(1;0;0)$ và $D(-2;3;-1)$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một công ty bất động sản có 150 căn hộ cho thuê, biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng mỗi tháng thì mỗi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 5 căn hộ bị bỏ trống. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

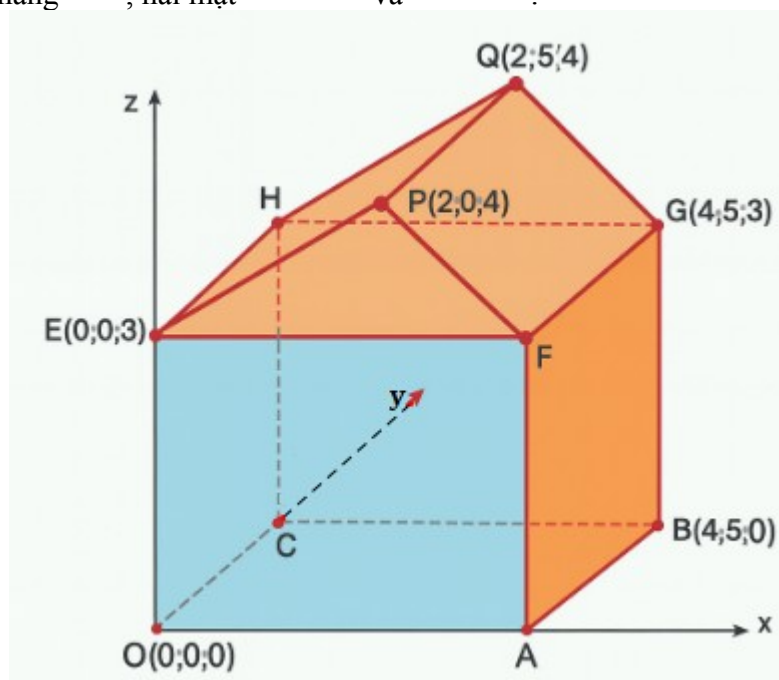
- a) Khi giá cho thuê mỗi căn hộ là 2.200.000 đồng thì có 10 căn hộ bị trống.
 b) Khi giá cho thuê mỗi căn hộ là 2.700.000 đồng thì thu nhập của công ty cao nhất.
 c) Thu nhập cao nhất của công ty đạt được là 312.500.000 đồng.
 d) Khi thu nhập công ty cao nhất thì số căn hộ có người thuê là 125 căn hộ.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;-1)$, $B(3;1;0)$, $C(-1;1;3)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.
 b) Ba điểm $A, B, D(4;1;1)$ thẳng hàng.
 c) Góc $\angle ABC = 45^\circ$.
 d) $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; -7; 0)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Hình bên dưới minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật. Tính số đo góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt $(FGQP)$ và $(FGHE)$.



Câu 2. Thời gian để các học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	$[0,5 ; 10,5)$	$[10,5 ; 20,5)$	$[20,5 ; 30,5)$	$[30,5 ; 40,5)$	$[40,5 ; 50,5)$
Số học sinh	2	10	6	4	3

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Câu 3. Một khách sạn có 30 phòng. Chủ khách sạn nhận thấy nếu cho thuê mỗi phòng với giá 1 000 000 đồng/ngày thì tất cả các phòng đều được thuê hết và cứ tăng giá thêm 50 000 đồng một phòng thì sẽ bị trống thêm 1 phòng. Hỏi chủ khách sạn nên cho thuê mỗi phòng với giá bao nhiêu triệu đồng một ngày để tổng doanh thu một ngày là lớn nhất?

Câu 4. Nồng độ C của một loại hóa chất trong máu sau t giờ tiêm vào cơ thể được cho bởi công thức

$$C(t) = \frac{4t}{64 + t^3} \text{ với } t \geq 0.$$

Sau khoảng bao nhiêu giờ tiêm thì nồng độ của hóa chất trong máu là cao nhất? (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm)

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

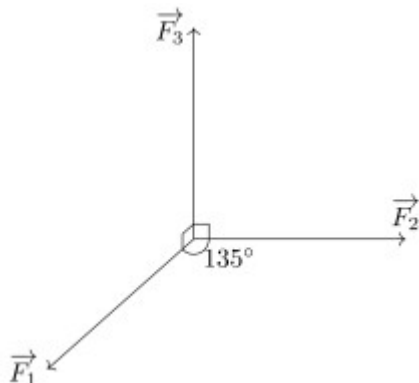
Câu 1. Trong một cuộc diễn tập phòng không, một bộ phóng tên lửa phòng không được đặt tại vị trí $O(0;0;0)$ (trong không gian $Oxyz$ với đơn vị trên các hệ trục tính theo ki-lô-mét) có tầm bắn tối đa là 30 km và tên lửa được phóng ra với vận tốc không đổi là 500 m/s. Một máy bay không người lái bay theo một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; -4; 0)$ với vận tốc không đổi là 900 km/h. Khi phát hiện máy bay không người lái tại vị trí $A(6; -20; 16)$ thì tên lửa rời bộ phóng, khai hỏa và đã bắn hạ được mục tiêu. Hỏi khoảng cách từ bộ phóng tên lửa đến vị trí máy bay không người lái bị bắn hạ bằng bao nhiêu ki-lô-mét? (Giả sử cả máy bay không người lái và tên lửa đều bay theo đường thẳng và không chịu tác động của trọng lực hay lực cản không khí).

Câu 2. Một bạn học sinh thống kê lại thời gian (phút) đi từ nhà đến trường được cho trong bảng số liệu sau

Thời gian (phút)	[15; 17)	[17; 19)	[19; 21)	[21; 23)	[23; 25)
Số lần	7	3	8	6	5

Tính lệch chuẩn của mẫu số liệu trên (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Câu 3. Một chất điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α) , chịu tác động bởi ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$. Các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có giá nằm trong (α) và $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 135^\circ$, còn lực $\vec{F}_3$ có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. Xác định tổng hợp lực của các lực trên, biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là 20 N, 15 N và 10 N. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 4. Bác Hưng có một hàng rào thép dài 240 m và muốn rào cánh đồng thành một thửa ruộng hình chữ nhật giáp một con sông thẳng. Bác không cần rào phía cạnh con sông. Hỏi thửa ruộng có diện tích lớn nhất là bao nhiêu?

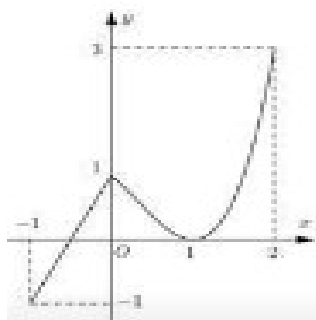
ĐỀ 6

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 2]$. Giá trị của $M.m$ bằng



A. -3.

B. 1.

C. -2.

D. 3.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (-1; 0; 3)$ và $\vec{b} = (2; 2; 5)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ bằng

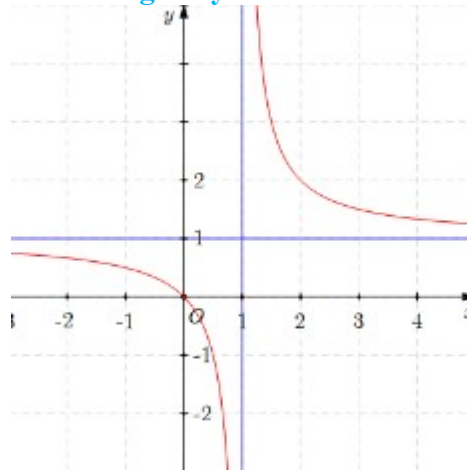
A. 29.

B. 23.

C. 27.

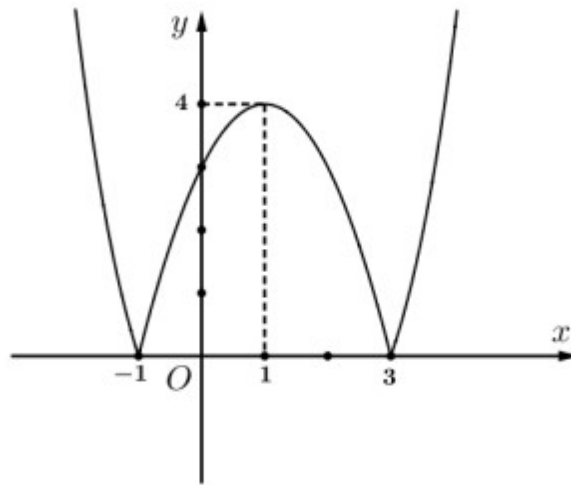
D. 25.

Câu 3. Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



- A. $y = 2x^4 - 3x$ B. $y = \frac{x}{x-1}$ C. $y = x^3 - 3x^2 + x$ D. $y = \frac{x-1}{x}$

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số nghịch biến trên những khoảng nào?



- A. $(-1; 3)$ B. $(-1; 1)$ và $(3; +\infty)$
 C. $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$ D. $(-\infty; -1)$ và $(1; 3)$

Câu 5. Trong không gian, Oxyz cho $A(2; -3; -6)$, $B(0; 5; 2)$. Toạ độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- A. $I(2; 2; -4)$ B. $I(1; 1; -2)$ C. $I(-1; 4; 4)$ D. $I(-2; 8; 8)$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+		- 0 +	
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số có đúng một cực trị.
 B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.
 C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
 D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\sqrt{7}$. B. 3. C. $\sqrt{15}$. D. 9.

Câu 8. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{-x+3}$ có phương trình là

- A. $y = 0$. B. $x = 3$. C. $x = -2$. D. $y = -2$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \frac{mx+3}{3x+m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 10. Trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{3x+4}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 11. Thời gian hoàn thành giải chạy của các vận động viên được cho như bảng sau:

Thời gian (phút)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)
Số vận động viên	7	11	4	6

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 25. B. 37. C. 15. D. 20.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho $\vec{a}(3; 2; 1)$, $\vec{b}(3; 2; 5)$. Tọa độ vector tích có hướng $[\vec{a}, \vec{b}]$ là

- A. $(8; -12; 5)$. B. $(0; 8; -12)$. C. $(8; -12; 0)$. D. $(0; 8; 12)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng có độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai véc-tơ đó là 45° .

- a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. b) $|\vec{a} - \sqrt{2}\vec{b}| = 0$.
c) $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = -5 + \frac{\sqrt{2}}{2}$. d) $|\vec{a} + \vec{b}| = 2 + \sqrt{2}$.

Câu 2. Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2000000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ tăng thêm giá cho thuê mỗi căn hộ 50000 đồng một tháng thì sẽ có 1 căn hộ bị bỏ trống.

- a) Doanh thu của công ty khi cho thuê với các mức giá 2000000 đồng và 2500000 đồng là như nhau.
b) Chỉ có một mức giá cho thuê mà doanh thu đạt được là 100800000 đồng.
c) Khi tăng giá tiền cho thuê thì tổng doanh thu luôn tăng.
d) Muốn có doanh thu cao nhất thì công ty đó phải cho thuê mỗi căn hộ với giá 2250000 đồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

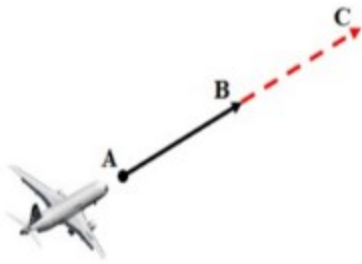
Câu 1. Bảng sau đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về cân nặng của một số quả dưa lưới thu hoạch được ở một khu vườn (đơn vị: gam)

Nhóm	[600; 650)	[650; 700)	[700; 750)	[750; 800)	[800; 850)
Tần số	14	40	13	10	3

--	--	--	--	--	--

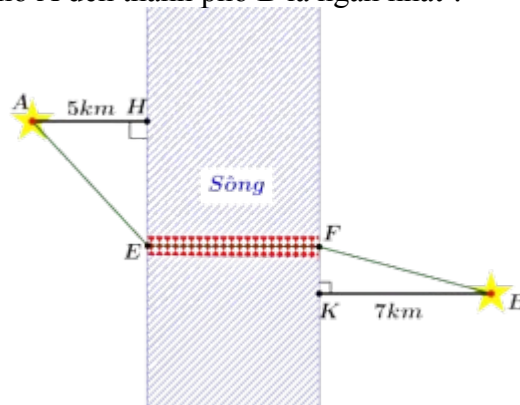
Tìm phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

- Câu 2.** Một bể chứa 3000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 25 gam/lít nước với tốc độ 20 lít/phút. Giả sử nồng độ muối trong nước bể sau t phút được xác định bởi một hàm số $f(t)$ trên $t \in [0; +\infty)$ (gam/lít). Khi t càng lớn thì nồng độ muối trong bể tiến gần đến bao nhiêu gam/lít.
- Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị đo lấy theo km), một Radar phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(812; 600; 5)$ đến điểm $B(950; 530; 6)$ trong 10 phút.



Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $C(x; y; z)$. Khi đó $x + y + z$ bằng bao nhiêu?

- Câu 4.** Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là $5km$ và thành phố B cách con sông một khoảng là $7km$, biết $HE + KF = 24km$ và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố B là bao nhiêu để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất?

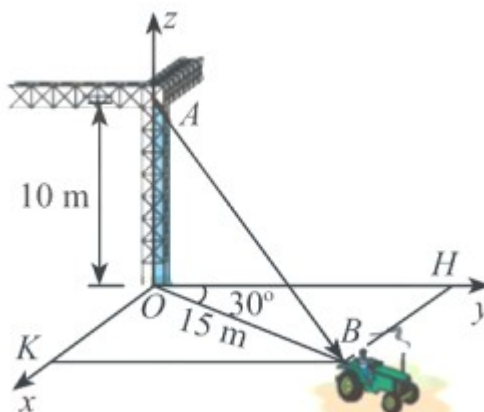


PHẦN III. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

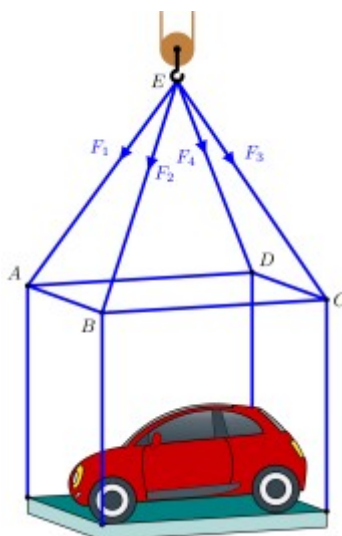
- Câu 1.** Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về độ tuổi của cư dân trong một khu phố. Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Nhóm	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50)$	$[50; 60)$	$[60; 70)$	$[70; 80)$	
Giá trị đại diện	25	35	45	55	65	75	
Tần số	25	20	20	15	14	6	

Câu 2. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$. Biết $\vec{AB} = (x; y; z)$. Tính $x + 2y - z$ (làm tròn đến hàng phần mười).



Câu 3. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA , EB , EC , ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ đều có cường độ là 4700 N và trọng lượng của khung sắt là 3000 N . Giá trị của $|\vec{F}_1 + \vec{F}_3|$ là bao nhiêu N?



Câu 4. Một xưởng mộc dùng gỗ gụ để sản xuất 5 chiếc bàn mỗi ngày. Chi phí cho mỗi lần vận chuyển nguyên liệu là 5000 USD , chi phí để lưu trữ một đơn vị nguyên liệu là 10 USD mỗi ngày, trong đó một đơn vị là lượng nguyên liệu cần thiết để sản xuất 1 chiếc bàn. Hỏi mỗi lần xưởng mộc nên đặt mua bao nhiêu đơn vị nguyên liệu và bao lâu đặt giao nguyên liệu một lần để chi phí trung bình hằng ngày trong chu kì sản xuất giữa các lần giao hàng là ít nhất?

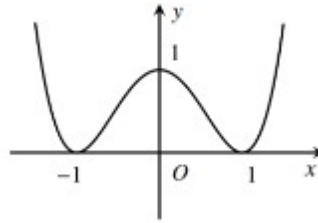
Mã đề 06

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tìm phương trình đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2-x}$.

A. $x = 2, y = 1$. B. $x = 2, y = -2$. C. $x = 1, y = 2$. D. $x = -2, y = -2$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m tương ứng là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$.



Giá trị $M + 2m$ bằng

A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

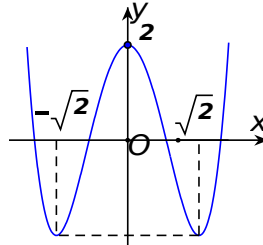
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y			5		-1		$+\infty$
	$-\infty$						

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

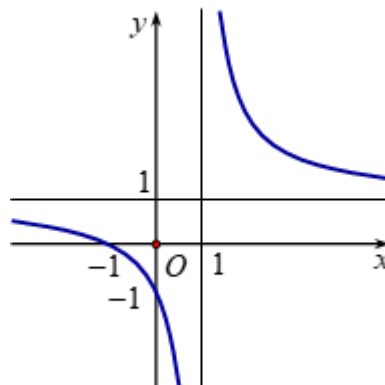
A. 3. B. 0. C. 5. D. -1.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; \sqrt{2})$. C. $(-2; 2)$. D. $(\sqrt{2}; +\infty)$.

Câu 5. Đồ thị sau đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x}{x-1}$. B. $y = \frac{x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{2x-3}{2x-2}$. D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 25$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(2;3;-1); R=25$

B. $I(-2;-3;1); R=25$

C. $I(2;3;-1); R=5$

D. $I(-2;-3;1); R=5$

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

A. $(2;1;-3)$

B. $(2;-3;1)$

C. $(1;-3;2)$

D. $(1;2;-3)$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;-3)$ và $B(-2;1;-1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{17}$

B. 5

C. $\sqrt{13}$

D. 3

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{mx - 2m - 3}{x - m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

A. Vô số

B. 4

C. 5

D. 3

Câu 10. Trên đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+10}{x+1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

A. 10

B. 6

C. 4

D. 2

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ có $A(2;1;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;-1;3)$, $D(0;m;0)$. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 5 là

A. $\frac{5}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 0

D. 1

Câu 12. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là

A. [16;17)

B. [17;18)

C. [18;19)

D. [15;16)

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Chi phí nhiên liệu của một chiếc tàu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v=10$ (km/giờ) thì phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng/giờ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Khi vận tốc $v=10$ (km/giờ) thì chi phí nhiên liệu cho phần thứ nhất trên 1km đường sông là 48000 đồng.

b) Hàm số xác định tổng chi phí nhiên liệu trên 1km đường sông với vận tốc x (km/h) là $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^3$.

c) Khi vận tốc $v=30$ (km/giờ) thì tổng chi phí nhiên liệu trên 1km đường sông là 43000 đồng.

d) Vận tốc của tàu để tổng chi phí nhiên liệu trên 1km đường sông nhỏ nhất là $v=20$ (km/giờ).

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;1;2)$, $B(3;-1;2)$ và $C(2;0;1)$.

a) Gọi α là góc tạo bởi hai véc-tơ $\vec{AB}$, $\vec{BC}$ thì $\cos \alpha = -1$.

b) Điểm $M(a;b;3)$ thỏa mãn ba điểm A , C , M thẳng hàng thì $a+b=2$.

c) Gọi điểm $M(a;b;3)$ thỏa mãn ba điểm A , B , M thẳng hàng. Khi đó tích có hướng của hai véc-tơ $\vec{AB}$ và $\vec{AM}$ là $(1;1;2)$.

d) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Khảo sát chiều cao (cm) của 30 học sinh lớp 10A được ghi lại như sau:

152 168 165 170 175 162 165 155 158 180

177 162 165 154 166 170 153 167 172 174

160 169 173 168 166 155 162 176 167 157

Ta sẽ ghép nhóm dãy số liệu trên thành các khoảng có độ rộng bằng nhau, khoảng đầu tiên là $[150;155)$. Hãy xác định trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Câu 2. Để tạo một kiện hàng dạng hình lăng trụ đứng với đáy là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, người ta dùng các thanh gỗ ghép khít đóng lại với nhau. Biết rằng, dung tích kiện hàng bằng 9m^3 và giá thành 1m^2 gỗ sử dụng là 200 000 đồng. Hỏi sau khi hoàn thành kiện hàng đó, người ta cần bỏ ra ít nhất bao nhiêu triệu đồng? (diện tích các mép giữa hai mặt kề nhau không đáng kể).



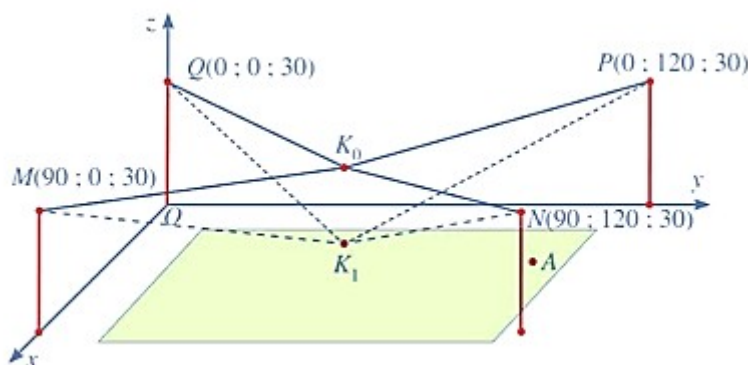
Câu 3. Giả sử doanh số (tính bằng sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số:

$$f(t) = -t^3 + 21t^2 + 6t - (6t + 42)\ln t \quad \text{với } t \geq 0.$$

Trong đó thời gian t tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất?

Câu 4. Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm

$M(90; 0; 30), N(90; 120; 30), P(0; 120; 30), Q(0; 0; 30)$ (Hình vẽ). Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A , camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 có cao độ bằng 19. (Nguồn: <https://mwww.abiturloesung.de>; Abitur Bayern 2016 Geometrie V).



Tọa độ vectơ $\overrightarrow{K_0 K_1} = (a; b; c)$ với a, b, c là các số thực. Tính $P = a + b + 3c$?

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 120° và có độ lớn lần lượt là 25N và 12N . Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4N . Tính độ lớn (đơn vị: N) của hợp lực của ba lực trên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 2. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất $0,5\text{ km}$, chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1km về phía Bắc và 1 km về phía Tây đồng thời cách mặt đất $0,3\text{km}$. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có khoảng cách đến hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Câu 3. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất $0,5\text{ km}$, chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1km về phía Bắc và 1 km về phía Tây đồng thời cách mặt đất $0,3\text{km}$. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có khoảng cách đến hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Câu 4. Trong một hội thi tay nghề, thời gian hoàn thành một sản phẩm của các công nhân tại hai xí nghiệp A và B được cho như sau:

Thời gian	$[18; 20)$	$[20; 22)$	$[22; 24)$	$[24; 26)$	$[26; 28)$
Xi nghiệp A	5	8	13	7	7
Xi nghiệp B	3	6	24	5	2

ĐỀ 8

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

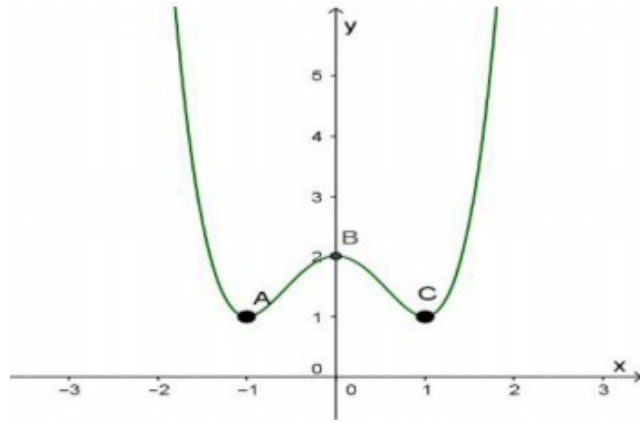
Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{1-x}$ là đường thẳng

- A. $y = 1$. B. $y = -2$. C. $x = 1$. D. $y = 2$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Vector nào dưới đây vuông góc với cả hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$?

- A. $\vec{w}_4 = (1; 4; 7)$. B. $\vec{w}_2 = (-1; 3; 5)$.
C. $\vec{w}_3 = (1; -4; 7)$. D. $\vec{w}_1 = (-2; -6; -10)$.

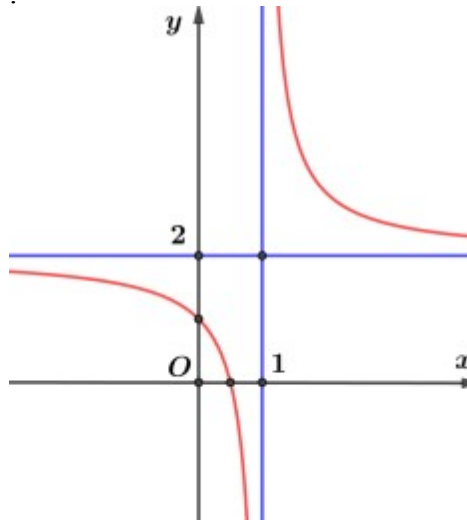
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (như hình dưới). Khi đó $f(x)$ đồng biến trên các khoảng



- A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
 C. $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$

- B. $(-\infty; -1) \cup (-1; 0)$
 D. $(-1; 0) \cup (0; 1)$

Câu 4. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x-1}{2x-1}$

B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$

C. $y = -x^3 + 3x - 2$

D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-		+	0	-	0	+	

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u} = \vec{i}\sqrt{3} + \vec{k}$, $\vec{v} = \vec{j}\sqrt{3} + \vec{k}$. Khi đó tích vô hướng của $\vec{u}, \vec{v}$ bằng

A. 1.

B. -3 .

C. 2.

D. 3.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 7; -5)$, $B(3; -4; 2)$, $C(1; 3; 6)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $(-4; 11; -7)$

B. $(2; 3; -3)$

C. $(1; 2; 1)$

D. $(4; -3; 3)$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và có bảng biến thiên bên dưới. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 3]$.

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	1	-1	1	$-\infty$		

- A. $M = 3; m = -4$. B. $M = -1; m = 1$ C. $M = 3; m = -3$ D. $M = 1; m = -1$.

Câu 9. Cho bảng số liệu về chiều cao của 100 học sinh một trường trung học phổ thông dưới đây.

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	[150;153)	7
2	[153;156)	13
3	[156;159)	40
4	[159;162)	21
5	[162;165)	13
6	[165;168)	6

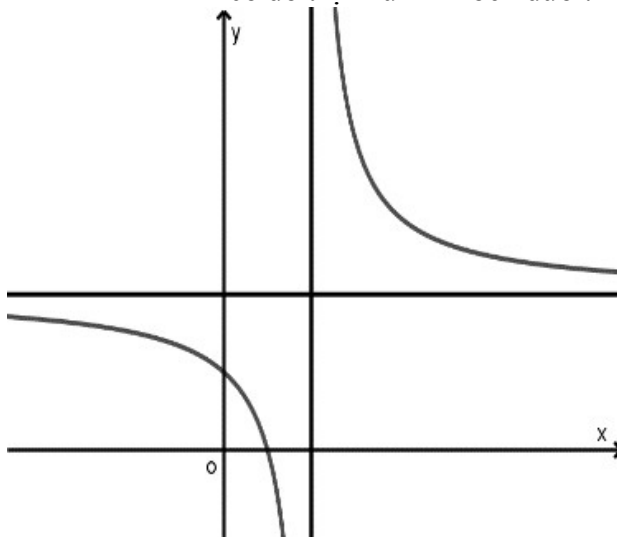
Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là:

- A. 162,25. B. 160,52. C. 161,14. D. 161,52.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, trong các bộ ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ sau đây, bộ ba nào thỏa mãn tính chất $[\vec{a}; \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$ (hay còn gọi là ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng).

- A. $\vec{a} = (4; 3; 4)$, $\vec{b} = (2; -1; 2)$, $\vec{c} = (1; 2; 1)$. B. $\vec{a} = (2; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; -1; 2)$, $\vec{c} = (2; 2; -1)$.
C. $\vec{a} = (1; -1; 1)$, $\vec{b} = (0; 1; 2)$, $\vec{c} = (4; 2; 3)$. D. $\vec{a} = (1; -7; 9)$, $\vec{b} = (3; -6; 1)$, $\vec{c} = (2; 1; -7)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{x+d}$ ($a, d \in \mathbb{R}$, $ad+1 \neq 0$) có đồ thị như hình bên dưới.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

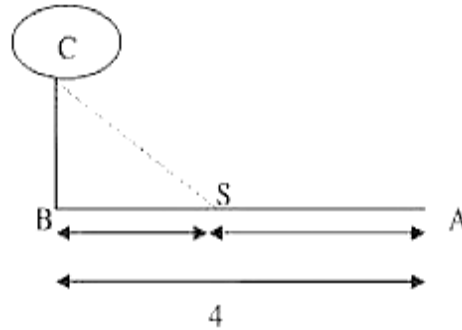
- A. $\begin{cases} a > 0 \\ d < 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a < 0 \\ d < 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a < 0 \\ d > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a > 0 \\ d > 0 \end{cases}$

Câu 12. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = \frac{x-9}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$?

- A. 4. B. 6. C. 7. D. 5.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C khoảng cách từ C đến B là 1 km. Khoảng cách từ B đến A là 4 km. Mỗi km dây điện đặt dưới nước là mất 5000 USD, còn đặt dưới mặt đất mất 3000 USD. Đặt $SA = x$ km ($0 \leq x \leq 4$).



- a) Độ dài đoạn $CS = \sqrt{x^2 + 1}$.
- b) Chi phí mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là $T = SA \cdot 3000 + SC \cdot 5000$.
- c) Chi phí mắc dây điện từ S đến C là: $5000 \left[\sqrt{x^2 + 1} \right]$.
- d) Tổng chi phí mắc dây điện từ A qua S rồi đến C nhỏ nhất là $5000\sqrt{17}$ USD.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1; 2; -1), B(2; 1; 1), C(-1; 4; -5)$. Khi đó :

- a) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.
- b) $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$.
- c) $\overrightarrow{AC} = (-2; 2; 3)$.
- d) $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

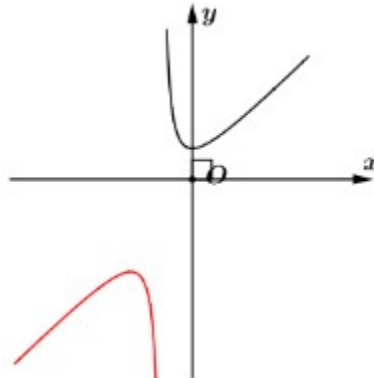
Câu 1. Phòng vấn một số học sinh lớp 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu ở trên.

Thời gian	Số học sinh nam	Số học sinh nữ
[4;5)	7	5
[5;6)	10	9
[6;7)	12	12
[7;8)	10	8
[8;9)	6	7

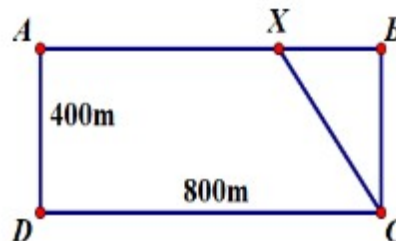
Hãy cho biết 75% học sinh khối 11 ngủ ít nhất bao nhiêu giờ?

Câu 2. Một bể chứa 3000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 25 gam/1 lít nước với tốc độ 20 lít/phút. Giả sử nồng độ muối trong nước bể sau t phút được xác định bởi một hàm số $f(t)$ trên $t \in [0; +\infty)$ (gam/lít). Khi t càng lớn thì nồng độ muối trong bể tiến gần đến bao nhiêu gam/lít.

Câu 3. Trong hệ trục tọa độ (Oxy) cho đồ thị hàm số $(C): y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ mô tả chuyển động của hai tàu đánh cá A và B (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính bằng km). Biết quỹ đạo chuyển động của hai tàu luôn thuộc về hai nhánh khác nhau của đồ thị (C) . Tính khoảng cách ngắn nhất (đơn vị km) giữa hai tàu đánh cá A và B (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 4. Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng $400m$, dài $800m$. Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm A , chạy đến điểm X và bơi từ điểm X đến điểm C .



Hỏi nên chọn điểm X cách A gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến C nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng vận tốc chạy là $30km/h$, vận tốc bơi là $6km/h$.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Cho bảng số liệu ghép nhóm sau

Giá trị	$[45; 55)$	$[55; 65)$	$[65; 75)$	$[75; 85)$	$[85; 95)$
Tần số	49	23	49	19	23

Tính khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên.

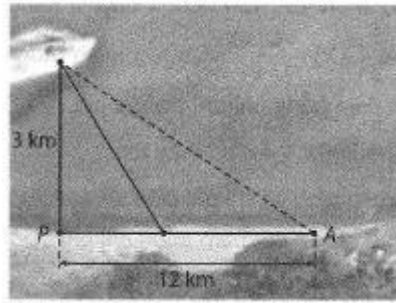
Câu 2. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát $3km$ về phía Đông và $2km$ về phía Nam, đồng thời cách mặt đất $0,5km$, chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát $1km$ về phía Bắc và $1km$ về phía Tây đồng thời cách mặt đất $0,3km$. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có khoảng cách đến hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Câu 3. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD .

Tính các tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}$.

Tính góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$.

Câu 4. Một hòn đảo nhỏ cách điểm P trên bờ biển khoảng 3 km, một thị trấn ở điểm A cách điểm P 12 km. Nếu một người trên đảo chèo thuyền với vận tốc 2,5 km/h và đi bộ với vận tốc 4 km/h thì thuyền nên neo đậu ở vị trí nào trên đoạn PA để người đó đến thị trấn trong thời gian ngắn nhất?



ĐỀ 9

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

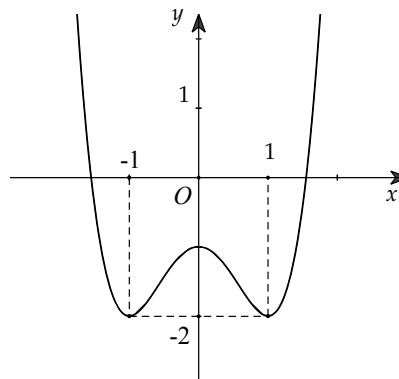
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$		

Số điểm cực trị của hàm số bằng

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như sau



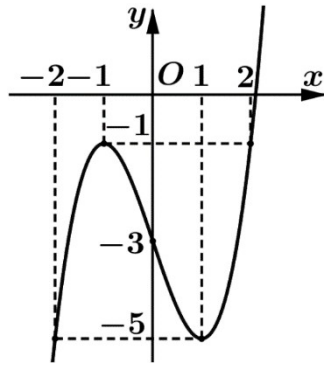
Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 3. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị nào sau đây?

- A. Hình 1. B. Hình 4. C. Hình 3. D. Hình 2.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$



- A. $m = -5; M = -1$.
C. $m = -1; M = 0$.

- B. $m = -2; M = 2$.
D. $m = -5; M = 0$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;0;0)$, $N(0;0;4)$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

- A. $MN = 7$. B. $MN = 5$. C. $MN = 1$. D. $MN = 10$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;3)$, $B(-1;2;5)$, $C(1;0;1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

- A. $G(1;0;3)$. B. $G(3;0;1)$. C. $G(-1;0;3)$. D. $G(0;0;-1)$.

Câu 7. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;-1;3)$ và điểm $D(0;8;0)$. Tính thể tích tứ diện $ABCD$.

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 6.

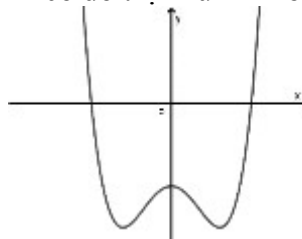
Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{2019}{2-x}$ có đồ thị (H) . Số đường tiệm cận của (H) là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $A.BCD$ có $A(0;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(1;-1;0)$ và $D(0;0;1)$. Tính độ dài đường cao của hình chóp $A.BCD$.

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $a < 0; b > 0; c > 0$. B. $a > 0; b < 0; c < 0$.
C. $a < 0; b > 0; c < 0$. D. $a > 0; b > 0; c < 0$.

Câu 11. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$

- A. $-2 \leq m \leq 2$. B. $-2 < m < 2$. C. $-2 \leq m \leq -1$. D. $-2 < m \leq -1$.

Câu 12. Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	Tần số
[40;50)	3
[50;60)	6
[60;70)	19
[70;80)	23
[80;90)	9
	$n = 60$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 50. B. 69,8. C. 6. D. 30.

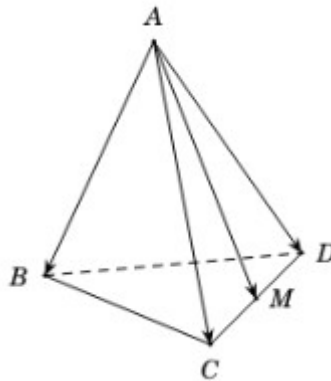
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một cơ sở đóng giày sản xuất mỗi ngày được x đôi giày. $1 \leq x \leq 20$. Tổng chi phí sản xuất x đôi giày (đơn vị nghìn đồng) là $C(x) = x^3 - 6x^2 - 88x + 592$. Giả sử cơ sở này bán hết sản phẩm mỗi

ngày với giá 200 nghìn đồng /một đôi. Gọi $T(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được sau khi bán hết x đôi giày. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Giả sử trong một ngày nào đó cơ sở sản xuất được 10 đôi giày thì lợi nhuận thu được là 1888 (nghìn đồng).
b) Giả sử trong một ngày nào đó cơ sở lợi nhuận thu được là 1584 (nghìn đồng) khi đó cơ sở phải sản xuất được 9 đôi giày.
c) Cơ sở này sản xuất được 12 đôi giày thì lợi nhuận thu được là nhiều nhất.
d) Lợi nhuận tối đa thu được trong một ngày là 1980 nghìn đồng.

Câu 2. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD .

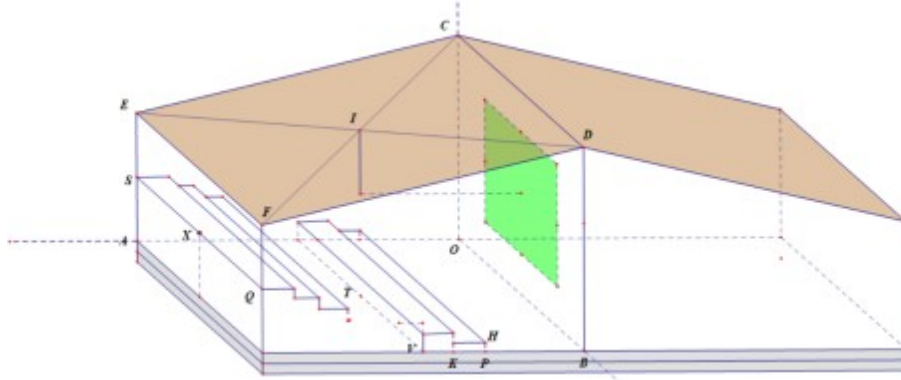


- a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$.
b) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = -\frac{a^2}{2}$.
c) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$.
d) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một toà nhà được thiết kế để làm 2 phòng dạy học có trang bị máy chiếu. Mái nhà là dạng mái vát $CDFE$ như hình vẽ. Chiều dài của mỗi phòng học là $OA = 30m$ và chiều rộng là $OB = 20m$, chiều cao các bức tường $BD = 10m$ và $EA = 6m$. Từ vị trí P cách B một khoảng 10 m, người ta xây các

bậc thang cao dần về phía cuối của phòng học để đặt các dãy bàn ghế học sinh trên các bậc thang đó. Chiều rộng mỗi bậc thang là 2 m và chiều cao mỗi bậc thang là 20 cm.

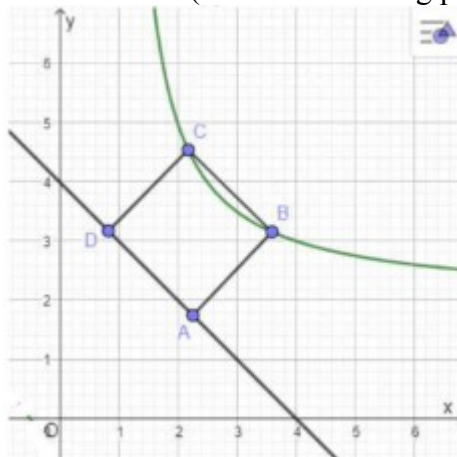


Chủ toà nhà muốn lắp giá treo máy chiếu tại vị trí I là giao của DE và CF như hình vẽ, vuông góc với mặt sàn sao cho không vướng vào đầu học sinh khi học sinh đó đứng tại bậc thang ngay dưới máy chiếu (chiều cao học sinh đó là 1,8 m) và cũng không che khuất tầm nhìn của học sinh ngồi ở hàng ghế sau cùng, tại vị trí X trung điểm SQ , theo phương vuông góc bức tường $OBDC$ (chiều cao mắt học sinh so với bậc thang tại đó là 1,2m). Hỏi tổng độ dài thanh treo máy chiếu và cả thân máy chiếu lớn nhất là bao nhiêu mét? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

Câu 2. Một người có một dây ruy băng dài 130 cm, người đó dùng dải ruy băng này để trang trí hộp quà hình trụ. Khi trang trí hộp quà, người này dùng 10cm của dải ruy băng để thắt nơ ở trên nắp hộp (tham khảo hình vẽ minh họa). Với dải ruy băng có kích thước như trên có thể trang trí được hộp quà có thể tích lớn nhất là bao nhiêu dm^3 ? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Câu 3. Trong một công viên có một hồ nước và một đường đi lát gạch hoa. Thiết lập hệ trục Oxy như hình vẽ dưới, kiến trúc sư thấy rằng bờ hồ có thể coi như một nhánh của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ và đường đi khi đó ứng với đường thẳng $(d): y = -x + 4$. Để đảm bảo ánh sáng, kiến trúc sư muốn đặt 2 cột đèn trên bờ hồ và 2 cột đèn trên đường đi sao cho 4 cột đèn này tạo thành một hình vuông. Tính khoảng cách giữa hai cột đèn trên bờ hồ (làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 4. Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	[2; 2,5)	[2,5; 3)	[3; 3,5)	[3,5; 4)	[4; 4,5)	[4,5; 5)
Tần số	4	9	14	11	7	5

Xác định một của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về điểm thi và số người dự thi như sau:

Điểm thi	[1 ; 4,5)	[4,5 ; 8)	[8 ; 11,5)	[11,5 ; 15)	[15 ; 18,5)	[18,5 ; 22)
Số người dự thi	13	4	5	8	19	17

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 2. Để xác định vị trí của máy bay khi đang bay, người ta gắn một hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ đặt tại một sân bay để xác định tọa độ của sân bay. Biết rằng cao độ của tọa độ máy bay chính là độ cao của máy bay đối với mặt đất. Đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 100 m. Một máy bay đang bay với quỹ đạo là một đường thẳng trong không gian với vận tốc bay không đổi. Tại một thời điểm nào đó, máy bay đang ở vị trí có tọa độ $(200; 70; 118)$. Sau 50 giây, độ cao của máy bay so với mặt đất giảm 400 m. Hỏi sau 25 giây nữa, khoảng cách từ sân bay tới máy bay là bao nhiêu km, biết rằng trong suốt quá trình bay này, máy bay có đi qua điểm có tọa độ $(80; 105; 113)$?



Câu 3. Cho hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ thỏa mãn $|\vec{u}| = 1, |\vec{v}| = 3$ và $|2\vec{u} - 3\vec{v}| = \sqrt{67}$. Tính $\cos(\vec{u}, \vec{v})$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 4. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo là kilômét, ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500; 200; 8)$ đến điểm $N(800; 300; 10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $(a; b; c)$. Tính $a + b + 2c$?

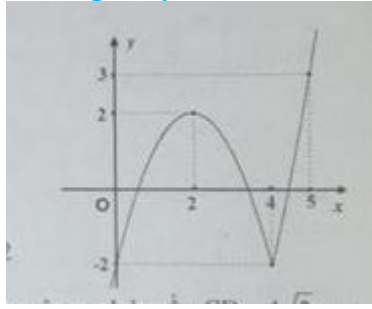
ĐỀ 10

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xác định giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 5]$



A. $\max_{[0;5]} f(x) = 3$

B. $\max_{[0;5]} f(x) = 5$

C. $\max_{[0;5]} f(x) = 2$

D. $\max_{[0;5]} f(x) = 4$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			2		1		2	
	$-\infty$							$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số là

A. $y = -1$

B. $y = 2$

C. $y = 0$

D. $y = 1$

Câu 3. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-10}{x-2018}$.

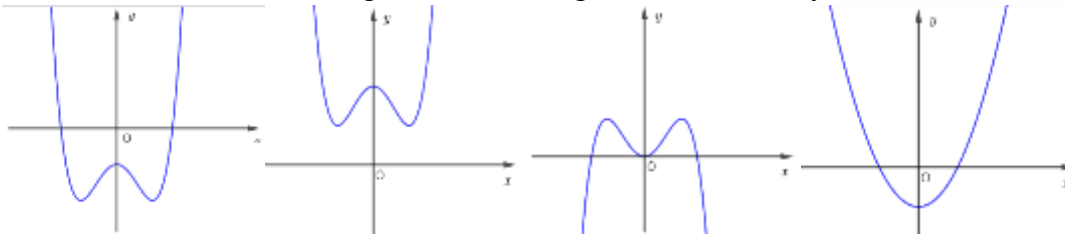
A. 0

B. 3

C. 2

D. 1

Câu 4. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ có dạng đồ thị nào trong các đồ thị sau đây?



(1) (2) (3) (4)

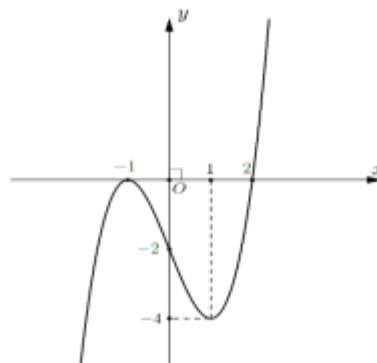
A. 1

B. 4

C. 3

D. 2

Câu 5. Cho hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-1; 1)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y = 0$

A. $\sqrt{6}$

B. 2

C. $\sqrt{5}$

D. 5

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho biểu diễn của vectơ $\vec{a}$ qua các vectơ đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

- A. $(1; 2; -3)$ B. $(2; -3; 1)$
C. $(2; 1; -3)$ D. $(1; -3; 2)$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$, $A(1; 0; -2)$ và $B(2; -1; 1)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \overrightarrow{AB}$ bằng

- A. 17 B. 16 C. 18 D. 15

Câu 9. Cho bảng phân bố tần số ghép lớp sau. Chiều cao của 40 học sinh nam ở một trường THPT

Lớp chiều cao (cm)	[160; 163,5)	[164; 167,5)	[168; 171,5)	[172; 175,5)	Cộng
Tần số	9	20	7	4	40

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 31 B. 15,5 C. 74 D. 32

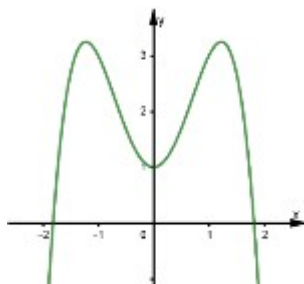
Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; -2)$. Biết rằng có ba điểm phân biệt D, E, F sao cho mỗi điểm đó tạo với A, B, C thành hình bình hành. Tính diện tích tam giác DEF .

- A. $\sqrt{6}$ B. $3\sqrt{6}$ C. $2\sqrt{6}$ D. $4\sqrt{6}$

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{(m+1)x-2}{x-m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

- A. $\begin{cases} m > 1 \\ m < -2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -2 \end{cases}$ C. $-2 \leq m \leq 1$ D. $-2 < m < 1$

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ với $a \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ:



Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- A. $a < 0; b > 0; c > 0$ B. $a < 0; b < 0; c > 0$
C. $a < 0; b > 0; c < 0$ D. $a > 0; b < 0; c > 0$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong hệ trục $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Độ dài đường cao của tam giác ABC hạ từ A bằng $AH = \frac{\sqrt{30}}{5}$ (đơn vị dài)
b) Diện tích của tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (đvdt)
c) Gọi $D(x; y; z)$ sao cho tứ giác $ABCD$ là một hình bình hành khi đó $x + y + z = 3$

d) Thể tích của khối chóp $SABCD$ với đỉnh $S(0;3;4)$ bằng 2 (đvtt)

Câu 2. Dân số của một quốc gia sau t (năm) kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức:

$$N(t) = 100e^{0,012t} \text{ (được tính bằng triệu người, } 0 \leq t \leq 50)$$

a) Dân số của quốc gia vào năm 2030 là: $108,763$ (triệu người)

b) Dân số của quốc gia vào năm 2035 là: $125,488$ (triệu người)

c) Xem $N(t)$ là hàm số của biến số t xác định trên đoạn $[0; 50]$. Khi đó hàm số $N(t)$ đồng biến trên đoạn $[0; 50]$.

d) Đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của quốc gia đó (tính bằng triệu người/năm). Vậy vào năm 2040 thì tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/ năm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.*

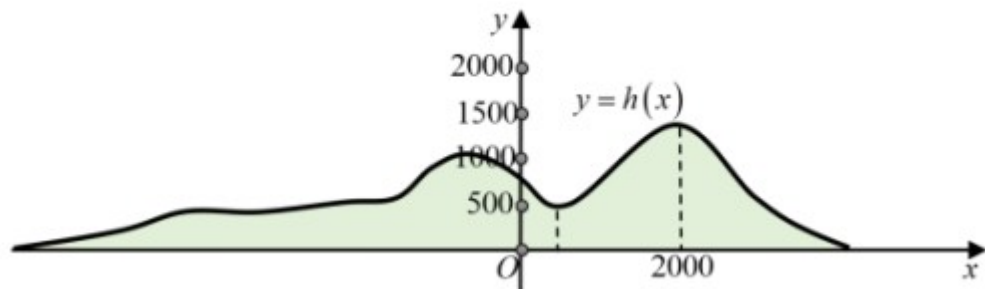
Câu 1. Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiêu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (nghìn mAh)	[0,9;0,95)	[0,95;1,0)	[1,0;1,05)	[1,05;1,1)	[1,1;1,15)
Số Viên pin	8	10	16	24	1

Hãy tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 2. Một phần lát cắt của dãy núi có độ cao tính bằng mét được mô tả hàm số :

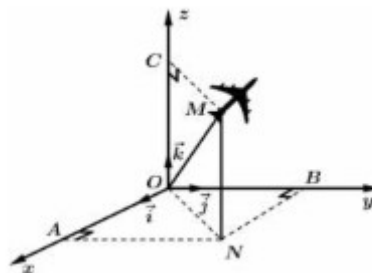
$$y = h(x) = -\frac{1}{1320000}x^3 + \frac{9}{3520}x^2 - \frac{81}{44}x + 840; (0 \leq x \leq 2000)$$



Trên đoạn $[0; 2000]$ của lát cắt dãy núi nơi thấp nhất có hoành độ bao nhiêu ?

Câu 3. Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ toạ độ O_{xyz} được thiết lập như hình vẽ, cho biết

M là vị trí của máy bay, $OM = 14; \angle NOB = 32^\circ; \angle MOC = 65^\circ$. Biết điểm $M(a; b; c)$. Tính tổng $a + 2b + 3c = \dots$ (kết quả làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



Câu 4. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 300 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm

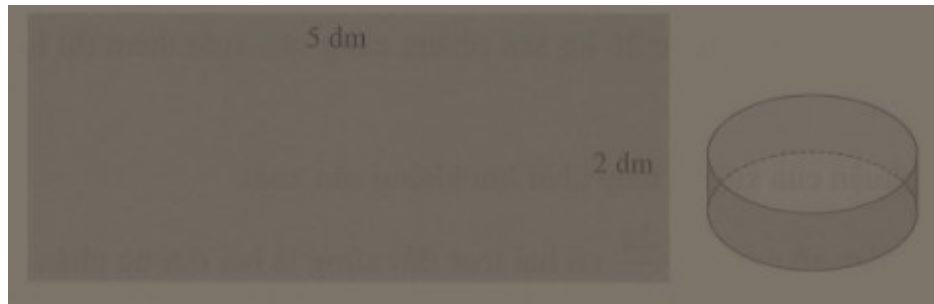
($1 \leq x \leq 300$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -2x^2 + 1312x$ (nghìn

đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x^2 - 77x + 1000 + \frac{40000}{x}$

(nghìn đồng). Lợi nhuận thu được của doanh nghiệp (tính theo đơn vị triệu đồng) đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Nam dùng một tấm bìa có kích thước $50\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ để làm một chiếc lon hình trụ.



Hình 4

Hỏi cần chọn bán kính đáy hình trụ là bao nhiêu xăngtimét thì lon hình trụ đạt thể tích lớn nhất?

Lưu ý: Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của xăngtimét, bỏ qua phần hao hụt khi cắt và tạo hình, đáy và mặt bên phải là các bìa nguyên vẹn.

Câu 2. Thống kê số thẻ vàng của mỗi câu lạc bộ trong giải ngoại hạng Anh mùa giải 2021 – 2022 cho kết quả sau:

Số lượng thẻ vàng	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)	[100; 110)
Tần số	2	5	7	5	0	0	1

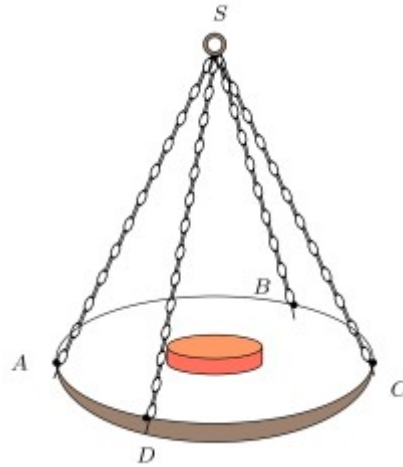
Mẫu số liệu trên có bao nhiêu khoảng chứa giá trị ngoại lệ?

Câu 3. Để xác định vị trí của máy bay khi đang bay, người ta gắn một hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ đặt tại một sân bay để xác định tọa độ của sân bay. Biết rằng cao độ của tọa độ máy bay chính là độ cao của máy bay đối với mặt đất. Đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 100 m . Một máy bay đang bay với quỹ đạo là một đường thẳng trong không gian với vận tốc bay không đổi. Tại một thời điểm nào đó, máy bay đang ở vị trí có tọa độ $(200; 70; 118)$. Sau 50 giây, độ cao của máy bay so với mặt đất giảm 400 m . Hỏi sau 25 giây nữa, khoảng cách từ sân bay tới máy bay là bao nhiêu km, biết rằng trong suốt quá trình bay này, máy bay có đi qua điểm có tọa độ $(80; 105; 113)$?



Câu 4. Một chiếc cân đang cân một vật và được giữ cố định bởi bốn đoạn xích SA , SB , SC , SD sao cho đĩa cân song song với mặt phẳng nằm ngang. Các lực căng $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ lần lượt trên mỗi dây SA , SB , SC , SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\angle ASC = 90^\circ$. Biết độ lớn của lực căng

cho mỗi sợi xích đều bằng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ (N). Đĩa cân và vật trên đĩa có tổng khối lượng là $m = 3$ kg. Trọng lượng của vật tính theo công thức $P = mg$ (N); trong đó m là khối lượng của vật (đơn vị kg), $g = 10$ m/s², khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?

**ĐỀ 11****ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026****MÔN: TOÁN 12**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow 0$	$\nearrow +\infty$			

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

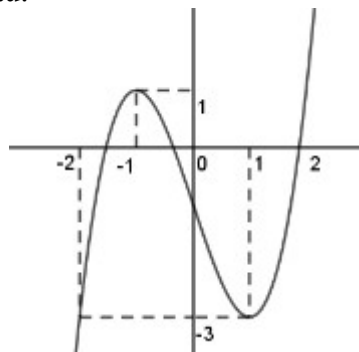
A. $y_{CD} = -1$ và $y_{CT} = 1$.

B. $y_{CD} = 1$ và $y_{CT} = 0$.

C. $y_{CD} = 4$ và $y_{CT} = -1$.

D. $y_{CD} = 4$ và $y_{CT} = 0$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau:



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

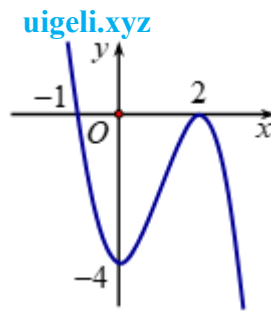
A. $(-2; -1)$.

B. $(-2; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(0; 2)$.

Câu 3. Đường cong ở hình dưới đây của một đồ thị hàm số.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào trong các hàm số sau đây:

A. $y = -x^3 + 3x - 2$.

B. $y = x^3 - 3x^2 - 4$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

D. $y = -x^3 - 4$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;-3)$, $B(3;-1;1)$. Gọi M là trung điểm của AB , đoạn OM có độ dài bằng

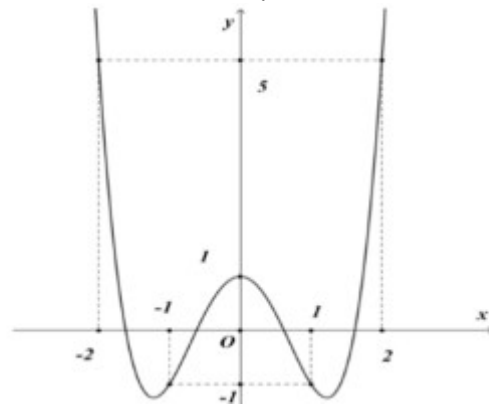
A. $2\sqrt{6}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{6}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số này trên đoạn $[-1;2]$ bằng



A. 2.

B. 5.

C. Không xác định.

D. 1.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;3)$ và $B(4;-3;-1)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $(6;-4;-2)$.

B. $(2;-2;-4)$.

C. $(1;-1;-2)$.

D. $(3;-2;1)$.

Câu 7. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-3x+2}$ là

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ có tâm là

A. $I(-1;-2;-3)$.

B. $I(1;2;3)$.

C. $I(1;-2;3)$.

D. $I(1;-2;-3)$.

Câu 9. Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên.

Tốc độ v (km/h)	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 12,6. B. 14,3. C. 11,5. D. 16,8.

Câu 10. Tìm m để hàm số $y = \frac{3x+2}{x-m}$ đồng biến trên mỗi khoảng của tập xác định.

- A. $m > \frac{2}{3}$. B. $m < -\frac{2}{3}$. C. $m > -\frac{2}{3}$. D. $m \leq -\frac{2}{3}$.

Câu 11. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5x - 4$ có tâm đối xứng là

- A. $I(-1; -1)$. B. $I(-1; 1)$. C. $I(1; -1)$. D. $I(1; 1)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (3; 1; -2)$ và $\vec{v} = (-2; 1; 5)$. Tọa độ của vector $[\vec{u}, \vec{v}]$ là:

- A. $(5; 7; -11)$. B. $(7; -11; 5)$. C. $(-5; -7; 11)$. D. $(-7; 11; -5)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho 3 điểm $A(-1; 2; 1)$; $B(2; -2; 4)$; $C(0; -4; 1)$.

- a) Điểm $D(5; -6; 7)$. Khi đó 3 điểm A, B, D thẳng hàng.
b) $\cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{37}{\sqrt{1258}}$.
c) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.
d) Cho $\vec{u}(x-1; 2y+1; 3z-5)$ thỏa mãn $\vec{u} \perp \overrightarrow{AB}; \vec{u} \perp \overrightarrow{AC}$. Khi đó $x^2 + y^2 + z^2 = 2024$.

Câu 2. Một công ty bất động sản A có 100 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 3 triệu đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê, và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 200000 đồng mỗi tháng thì có thêm 4 căn hộ bị bỏ trống. Gọi $x, (x \in \mathbb{N})$ là số lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ của công ty A . Các mệnh đề dưới đây đúng hay sai?

- a) Nếu giữ nguyên giá thuê mỗi căn hộ là 3 triệu đồng một tháng thì công ty A thu về 300 triệu đồng mỗi tháng.
b) Sau x lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ của công ty A , số căn hộ có người thuê là $100 - 4x$.
c) Giá thuê một căn hộ của công ty A là $200000x$ đồng/tháng sau x lần tăng giá.
d) Công ty A thu về nhiều nhất là 320 triệu đồng/tháng.

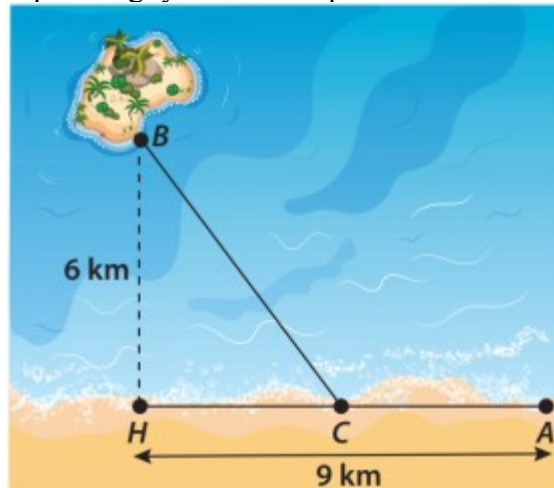
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi

$$C(x) = x^2 - 2000x + 10^8 \text{ đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là } 4 \text{ nghìn đồng. } M(x) = \frac{T(x)}{x}$$

với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí, được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Khi số lượng cuốn tạp chí phát hành cực lớn thì chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ sẽ tiệm cận với đường thẳng có phương trình dạng $y = ax + b$. Tính $P = 68a + 3b + 800$.

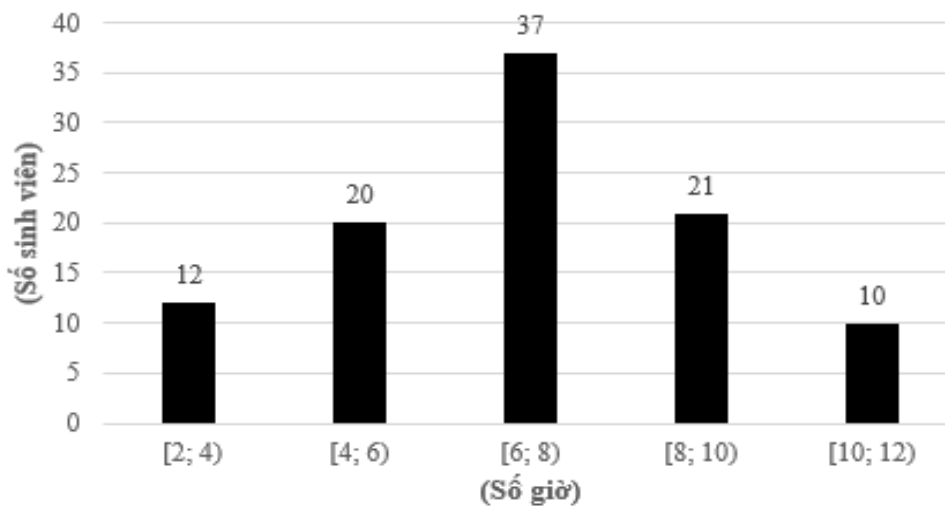
Câu 2. Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ vị trí A trên bờ biển đến vị trí B trên hòn đảo. Khoảng cách từ điểm B đến bờ biển là $BH = 6\text{ km}$ (Hình 1.42). Giá tiền để xây dựng đường ống trên bờ là 50000 USD trên mỗi kilomet và giá tiền xây dựng đường ống trên biển là 130000 USD mỗi kilomet, biết rằng $AH = 9\text{ km}$. Xác định vị trí điểm C trên đoạn AH để khi lắp ống dẫn theo đường gấp khúc ACB thì chi phí công ty bỏ ra là thấp nhất.



Hình 1.42

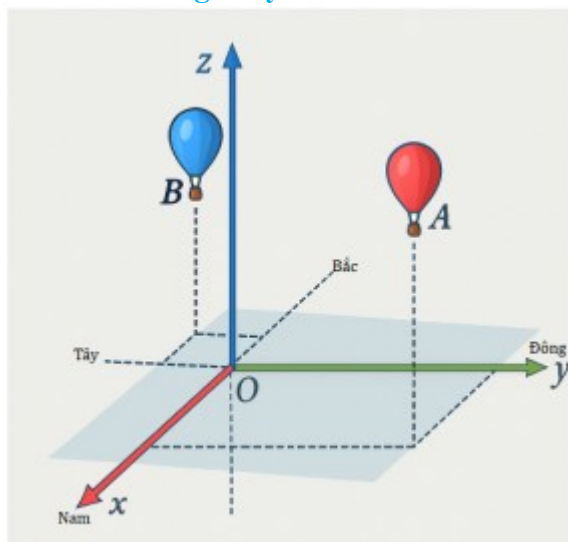
Câu 3. Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong 1 tuần của một nhóm sinh viên được cho ở bảng sau

Số giờ làm thêm trong một tuần của sinh viên



Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 4. Hai chiếc kính khí cầu **A** và **B** bay lên từ cùng một vị trí **O** trên mặt đất. Sau một khoảng thời gian, kính khí cầu **A** nằm cách điểm xuất phát 4 km về phía Đông và 3 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 1 km ; kính khí cầu **B** nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và $1,5\text{ km}$ về phía Tây, đồng thời cách mặt đất $0,8\text{ km}$ (hình minh họa bên dưới). Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai kính khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người độ đứng có tổng khoảng cách đến hai kính khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Nồng độ C của một loại hoá chất trong máu sau t giờ tiêm vào cơ thể được cho bởi công thức:

$$C(t) = \frac{3t}{27+t^3} \text{ với } t \geq 0. \text{ Sau khoảng bao nhiêu giờ tiêm thì nồng độ của hoá chất trong máu là cao nhất?}$$

Câu 2. Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn là 4 N. Tính độ lớn hợp lực của ba lực trên. (Kết quả được làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một thiết bị phát sóng wifi được đặt tại vị trí $I(3;4;2)$. Vùng phủ sóng của thiết bị là một hình cầu có bán kính $R=10$ m. Một người sử dụng điện thoại đứng ở vị trí $K(x-7;7;1)$. Sau đó, người đó di chuyển đến vị trí $H(x+11;7;1)$. Tìm giá trị nguyên của x sao cho cả hai vị trí K và H đều có thể bắt được tín hiệu wifi từ thiết bị.

Câu 4. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về điểm thi và số người dự thi như sau:

Điểm thi	[1 ; 4,5)	[4,5 ; 8)	[8 ; 11,5)	[11,5 ; 15)	[15 ; 18,5)	[18,5 ; 22)
Số người dự thi	13	4	5	8	19	17

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

ĐỀ 12

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

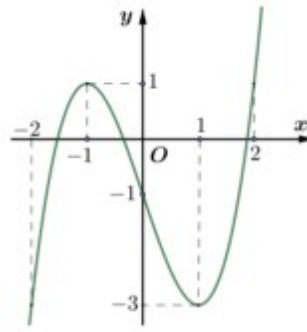
MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

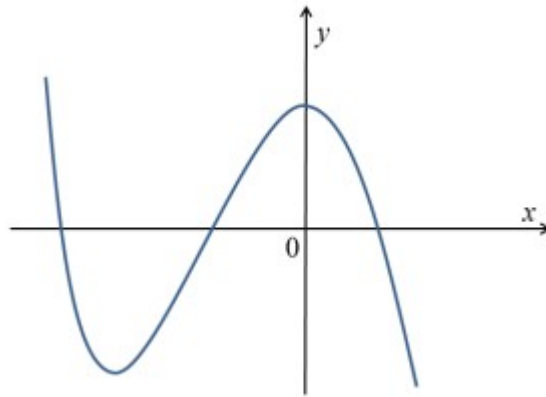
- A. $2\sqrt{87}$. B. $\sqrt{349}$. C. $\frac{\sqrt{349}}{2}$. D. $\sqrt{87}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-3; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-2; 0)$. D. $(0; 2)$.

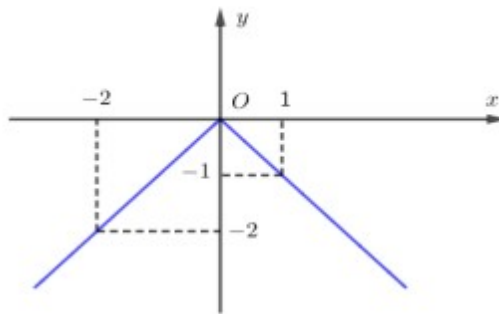
Câu 3. Đồ thị trong hình là của một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C và D . Hàm số đó là hàm số nào ?



- A. $f(x) = -x^3 - 3x^2 - 3$. B. $f(x) = -x^4 - 3x^2 + 3$.
C. $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 3$. D. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, cho $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$. Tính $|\vec{u}|$.

- A. $|\vec{u}| = \sqrt{6}$. B. $|\vec{u}| = \sqrt{5}$. C. $|\vec{u}| = 4$. D. $|\vec{u}| = 2$.



Câu 5. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:
Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nhận giá trị âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.
B. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ lần lượt là $f(0)$ và $f(-2)$.
C. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ lần lượt là $f(-2)$ và $f(1)$.
D. Hàm số không có cực trị.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$ là

- A. $y = 1$. B. $x = -1$. C. $y = 2$. D. $y = -2$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 3)$, $B(0; 3; 1)$. Trung điểm của AB có tọa độ là

A. $(2; 4; 4)$. B. $(1; 2; 2)$. C. $(2; 1; 2)$. D. $\left(1; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow 0$	$\nearrow 2$	$\searrow -\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào?

A. $x = 2$ B. $x = 1$ C. $x = -1$ D. $x = 0$

Câu 9. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{9x+m}{mx+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 3. B. Vô số. C. 7. D. 5.

Câu 10. Có bao nhiêu điểm trên đồ thị hàm số $(C): y = \frac{3x+1}{x-1}$ mà khoảng cách từ mỗi điểm đó đến hai trục tọa độ bằng nhau?

A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 11. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 60. B. 100. C. 12. D. 80.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0; 1; 4)$, $B(3; -1; 1)$, $C(-2; 3; 2)$. Tính diện tích S tam giác ABC .

A. $S = 12$. B. $S = \sqrt{62}$. C. $S = \sqrt{6}$. D. $S = 2\sqrt{62}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hai vectơ $\vec{u} = (0; 2; 3)$ và $\vec{v} = (m-1; 2m; 3)$.

- a) $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow m = 1$.
 b) $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow m = \frac{9}{4}$.
 c) $|\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow m = -\frac{3}{5}$.
 d) $|\vec{u}| = \sqrt{13}$.

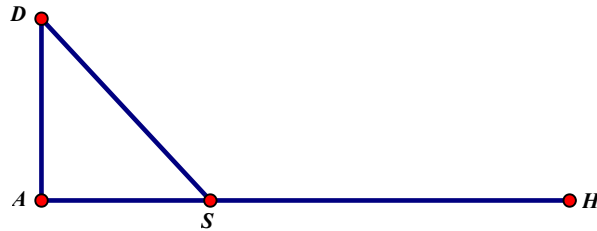
Câu 2. Một cơ sở đóng giày sản xuất mỗi ngày được x đôi giày, $1 \leq x \leq 20$. Tổng chi phí sản xuất x đôi giày (đơn vị nghìn đồng) là $C(x) = x^3 - 6x^2 - 88x + 592$. Giả sử cơ sở này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 200 nghìn đồng một đôi. Gọi $T(x)$ là số tiền thu được sau khi bán hết x đôi giày và $L(x)$ là lợi nhuận thu được sau khi bán hết x đôi giày.

a) Doanh thu mỗi ngày của cơ sở sản xuất trên là $T(x) = 200x$ (nghìn đồng).

- b)** Lợi nhuận mà cơ sở sản xuất thu được sau khi bán hết x đôi giày là $L(x) = x^3 - 6x^2 - 288x + 592$ (nghìn đồng).
- c)** Giả sử trong một ngày nào đó cơ sở sản xuất được 10 đôi giày thì lợi nhuận thu được là 1888 (nghìn đồng).
- d)** Lợi nhuận tối đa mà cơ sở sản xuất trên thu được trong một ngày là 1980 nghìn đồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một đường dây điện được nối từ nhà máy thủy điện Hoà Bình trên đất liền ở vị trí H đến đảo Dừa ở vị trí D theo đường gấp khúc HSD (S là một vị trí trên đất liền) như hình vẽ. Biết khoảng cách từ đảo Dừa vào đất liền là $DA = 15km$ và khoảng cách $AH = 40km$. Để lắp đặt đường dây điện đặt dưới nước có chi phí $6000 USD / 1km$, dây điện đặt trên đất liền có chi phí $3000 USD / 1km$.

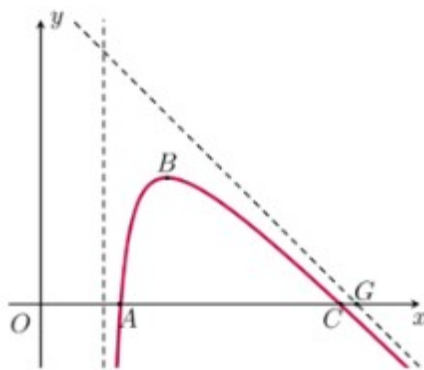


Để khi mắc dây điện từ H qua S rồi đến D là ít tốn kém nhất thì điểm S cách A một đoạn là $a\sqrt{b}$. Tính $a+b$.

Câu 2. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo là kilômet, một rada phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1100; 650; 14)$ đến điểm N trong 20 phút. Nếu đến N máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay trong 10 phút tiếp theo là $Q(1500; 860; 16)$. Biết một khẩu pháo ở tọa độ vị trí điểm $E\left(\frac{1700}{3}; 370; \frac{34}{3}\right)$ được bắn ra với vận tốc không đổi gấp 5 lần vận tốc máy bay nhằm bắn trúng máy bay tại vị trí N . Sau bao nhiêu phút khi máy bay bay từ M thì người điều khiển pháo phải bắn.



Câu 3. Một máy bay trình diễn có đường bay gắn với hệ trục Oxy được mô phỏng như hình vẽ, trục Ox gắn với mặt đất.



Đường bay có dạng là một phần của đồ thị hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng là $x = 2$. Điểm G là giao điểm của đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục Ox được gọi là điểm giới hạn. Biết máy bay bay từ vị trí A cách tọa độ O một khoảng $2,5$ đơn vị và máy bay khi ở vị trí cao nhất cách điểm xuất phát $1,5$ đơn vị theo phương song song với trục Ox và cách mặt đất $4,5$ đơn vị. Vị trí máy bay tiếp đất cách điểm giới hạn một khoảng bằng bao nhiêu?

Câu 4. Thống kê thời gian tự học môn Toán của 400 học sinh lớp 12 trong một ngày ta được kết quả trong bảng ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	x	120	y	70	6

845

Biết rằng x, y là các số nguyên dương và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng 21 . Khi đó, thời gian tự học trung bình của 400 học sinh (tính theo mẫu số liệu ghép nhóm trên) là bao nhiêu phút?

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

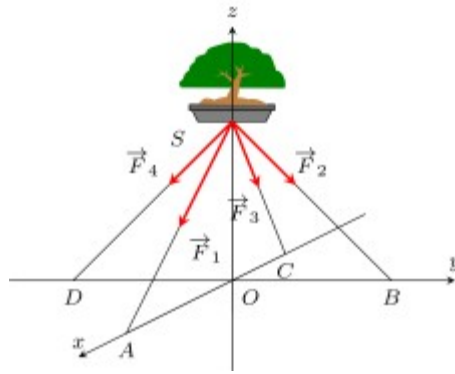
Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay đặt ở gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo ki-lô-mét. Một máy bay chuyển động theo đường thẳng, bay qua hai vị trí $M(-400; -200; 350)$ và $N(-100; -100; 550)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất thì khoảng cách giữa vị trí của máy bay và đài kiểm soát không lưu là bao nhiêu km? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 2. Cự li cú nhảy 3 bước của 40 học sinh lớp 12 được ghi lại ở bảng tần số ghép nhóm sau:

Độ dài (m)	$[9; 10)$	$[10; 11)$	$[11; 12)$	$[12; 13)$	$[13; 14)$
Tần số	18	10	6	4	2

Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 3. Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0; 0; 20)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(20; 0; 0)$, $B(0; 20; 0)$, $C(-20; 0; 0)$, $D(0; -20; 0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 40 N và được phân bố thành bốn lực có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Độ lớn của lực $\vec{F} = \vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + 3\vec{F}_3 + 4\vec{F}_4$ bằng bao nhiêu N (làm tròn đến hàng đơn vị)? (Mỗi 1 cm biểu diễn lực có độ lớn 1N)



Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một thiết bị phát sóng wifi được đặt tại vị trí $I(3; 4; 2)$. Vùng phủ sóng của thiết bị là một hình cầu có bán kính $R = 10$ m. Một người sử dụng điện thoại đứng ở vị trí $K(x-7; 7; 1)$. Sau đó, người đó di chuyển đến vị trí $H(x+11; 7; 1)$. Tìm giá trị nguyên của x sao cho cả hai vị trí K và H đều có thể bắt được tín hiệu wifi từ thiết bị.

ĐỀ 13

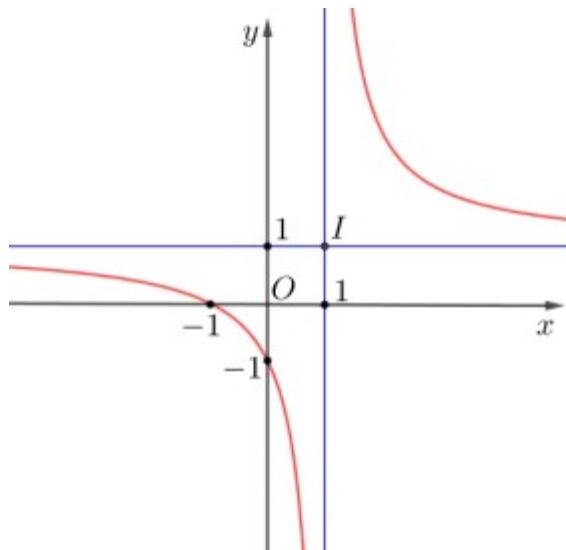
ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 3; 1), B(2; 0; -5)$. Tính $\overline{AB} \cdot \overline{OB}$.
A. 12. **B.** - 36. **C.** 36. **D.** - 12.

Câu 2. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



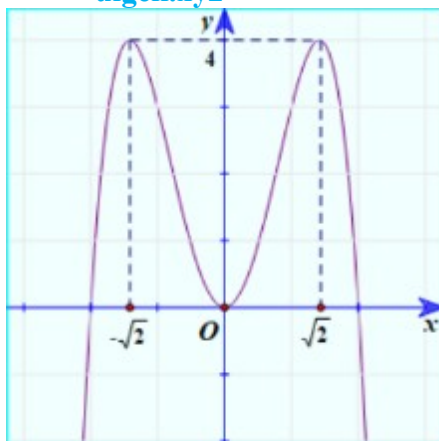
A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{-x}{1-x}$.

C. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

D. $y = \frac{2x+1}{2x-2}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(x)$ là

- A. $(0; +\infty)$ B. $(-\sqrt{2}; 0)$ C. $(-\infty; 0)$ D. $(0; \sqrt{2})$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-2; -4; 9)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(-3; -6; 6)$ B. $(3; 4; -6)$ C. $(-1; -2; 12)$ D. $(3; 6; -6)$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
y'		+		-	0	+	
y	$-\infty$	2	-3	$+\infty$			

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số có hai điểm cực trị.
 B. Hàm số chỉ có giá trị nhỏ nhất không có giá trị lớn nhất.
 C. Hàm số có một điểm cực trị.
 D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}(2; 3; 1)$, $\vec{b}(-2; 1; 2)$. Khi đó $\begin{bmatrix} \vec{a} \\ \vec{b} \end{bmatrix}$ có tọa độ

- A. $(0; 4; 3)$ B. $(2; 0; 1)$ C. $(2; 1; 0)$ D. $(5; -6; 8)$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\sqrt{3}$	-1	1	$\sqrt{5}$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	0	2	-2	$2\sqrt{5}$	

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = -2$ B. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2$ C. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 0$ D. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2\sqrt{5}$

Câu 8. Phương trình các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-3x}{x+2}$ lần lượt là:

- A. $x = -2$ và $y = -3$ B. $x = 2$ và $y = 1$
 C. $x = -2$ và $y = 1$ D. $y = -2$ và $x = -3$

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 12y + 2 = 0$ có đường kính bằng

- A. $\frac{2\sqrt{39}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{21}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{39}}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{7}}{3}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = ax^3 + cx + d$ ($a \neq 0$) có $\min_{(-\infty; 0)} f(x) = f(-2)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

- A. $2a + d$. B. $d - 16a$. C. $8a + d$. D. $d - 11a$.

Câu 11. Tập tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. $[-1; 1]$. B. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
C. $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 12. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

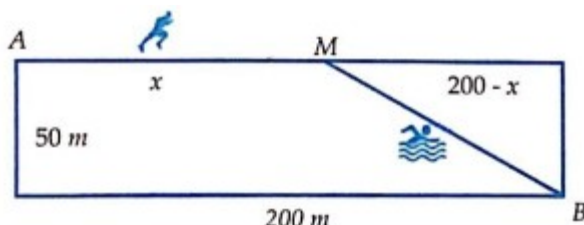
- A. 14,38. B. 10,75. C. 3,63. D. 1,75.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hai vectơ $\vec{u} = (0; 2; 3)$ và $\vec{v} = (m-1; 2m; 3)$.

- a) $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow m = 1$.
b) $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow m = \frac{9}{4}$.
c) $|\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow m = -\frac{3}{5}$.
d) $|\vec{u}| = \sqrt{13}$.

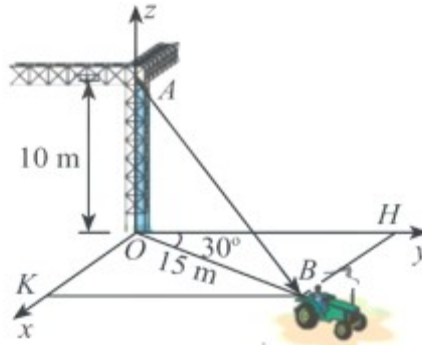
Câu 2. Có một cái hồ hình chữ nhật rộng $50m$, dài $200m$. Một vận động viên tập luyện chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ vị trí điểm A chạy theo chiều dài bể bơi đến vị trí điểm M và bơi từ vị trí điểm M thẳng đến đích là điểm B (đường nét đậm) như hình vẽ. Biết rằng vận tốc bơi là $1,6 \text{ m/s}$, vận tốc chạy là $4,8 \text{ m/s}$.



- a) Để quãng đường chạy và quãng đường bơi bằng nhau thì điểm M cách điểm A một khoảng là $106,25m$.
b) Tổng thời gian về đích luôn tăng lên nếu khoảng cách giữa điểm M và điểm A giảm xuống.
c) Tổng thời gian về đích luôn giảm xuống nếu khoảng cách giữa điểm M và điểm A tăng lên.
d) Thời gian vận động viên về đích nhỏ nhất khi vị trí M cách điểm A một khoảng là $182m$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$. Biết $\vec{AB} = (x; y; z)$. Tính $x + 2y - z$ (làm tròn đến hàng phần mười).



Câu 2. Một con cá hồi bơi ngược dòng (từ nơi sinh sống) vượt khoảng cách $300km$ để tới nơi sinh sản. Vận tốc dòng nước là $6km/h$. Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v km/h$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$ trong đó c là hằng số cho trước. E tính bằng Jun. Tìm vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên, để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất?



Câu 3. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau.

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Trung bình mỗi học sinh tập bao nhiêu phút mỗi ngày? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 4. Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số $f(t) = \frac{5000}{1 + 5e^{-t}}, t \geq 0$, trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành thì tốc độ bán hàng đạt lớn nhất bằng bao nhiêu?

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Ta đã biết trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là một điểm I thỏa mãn $\vec{AI} = 3\vec{IG}$, với G là trọng tâm của tam giác BCD . Áp dụng kiến thức trên, biết khối rubik có chiều cao 14 cm. Khoảng cách từ trọng tâm của khối rubik đến một đỉnh của nó bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Câu 2. Cho hình thang cân có đáy nhỏ và hai cạnh bên bằng nhau và bằng 5 . Tìm diện tích lớn nhất của hình thang cân đó.

Câu 3. Một người đầu tư cùng một số tiền vào hai lĩnh vực A và B . Nhà đầu tư này ghi lại số tiền thu được hằng tháng trong hai năm theo mỗi lĩnh vực cho kết quả như sau:

Số tiền	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$	$[20; 25)$	$[25; 30)$
Số tháng theo lĩnh vực A	2	5	10	5	2
Số tháng theo lĩnh vực B	1	8	7	6	2

Tính độ lệch chuẩn của hai mẫu số liệu ghép nhóm và nhận xét về mức độ ổn định của số tiền thu được hằng tháng khi đầu tư vào hai lĩnh vực trên.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một thiết bị phát sóng wifi được đặt tại vị trí $I(3; 4; 2)$. Vùng phủ sóng của thiết bị là một hình cầu có bán kính $R = 10$ m. Một người sử dụng điện thoại đứng ở vị trí $K(x-7; 7; 1)$. Sau đó, người đó di chuyển đến vị trí $H(x+11; 7; 1)$. Tìm giá trị nguyên của x sao cho cả hai vị trí K và H đều có thể bắt được tín hiệu wifi từ thiết bị.

ĐỀ 14

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

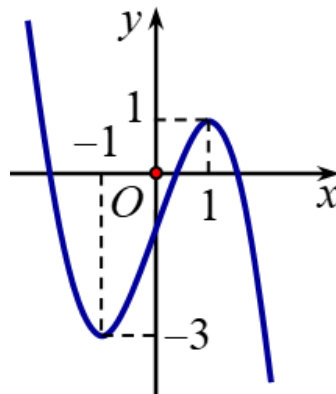
MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x(x-2)^2(x-3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; 4]$ bằng

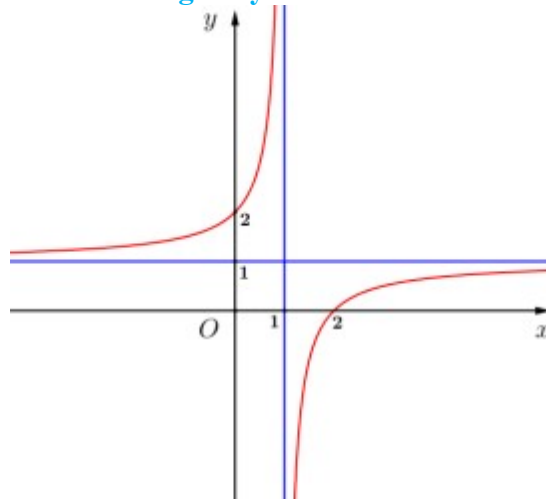
- A. $f(2)$. B. $f(4)$. C. $f(3)$. D. $f(0)$.

Câu 2. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$). Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 3. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ?



A. $y = \frac{x-2}{x-1}$

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$

D. $y = \frac{x+2}{x-1}$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0$. Bán kính mặt cầu bằng

A. $R = 4$.

B. $R = 3$.

C. $R = 5$.

D. $R = 2$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; -1)$. Gọi A' là điểm đối xứng với điểm A qua trục hoành. Tìm tọa độ điểm A' .

A. $A'(2; -3; 1)$

B. $A'(-2; -3; 1)$

C. $A'(0; -3; 1)$

D. $A'(-2; 0; 0)$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-1		1		$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

A. $x = -2$

B. $x = 3$

C. $x = -1$

D. $x = 1$

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+3}$ có một đường tiệm cận đứng là

A. $y = 2$.

B. $x = 3$.

C. $y = -2$.

D. $x = -3$.

Câu 8. Cho điểm $A(4; 1; -1)$, $B(0; 2; 3)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{33}$.

B. 33 .

C. $\sqrt{17}$.

D. $\sqrt{29}$.

Câu 9. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5x - 4$ có tâm đối xứng là

A. $I(-1; -1)$.

B. $I(1; -1)$.

C. $I(1; 1)$.

D. $I(-1; 1)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\sqrt{15}$.

B. $\sqrt{7}$.

C. 3 .

D. 9 .

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{mx + 2m - 3}{x - m}$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định khi

A. $\begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 3 \end{cases}$

C. $-3 < m < 1$.

D. $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$

Câu 12. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 14,38.

B. 10,75.

C. 3,63.

D. 1,75.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(2; 0; 3)$.

a) $\overrightarrow{OB} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$.

b) Tọa độ $\overrightarrow{BA} = (-1; -1; 2)$.

c) Tọa độ điểm C để tứ giác $OABC$ là hình bình hành là $C(1; 1; 2)$.

d) Tọa độ của vector $\overrightarrow{OA} = (1; -1; 2)$.

Câu 2. Một trang sách có dạng hình chữ nhật có diện tích $384cm^2$. Sau khi để lề trên và lề dưới đều là $3cm$; lề trái và lề phải là $2cm$; phần còn lại của trang sách được in chữ. Gọi x là chiều rộng của trang sách.

a) Chiều dài của trang sách là: $384 - x(cm)$.

b) Diện tích lớn nhất của trang sách được in chữ là: $360cm^2$.

c) Trang sách được in chữ có diện tích lớn nhất khi $x = 16(cm)$.

d) Phần diện tích để trống là: $144cm^2$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm

Câu 1

($1 \leq x \leq 400$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm là

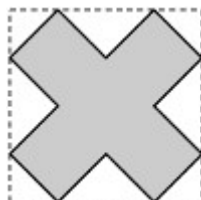
$F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó, chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản

$$G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x + 1}$$

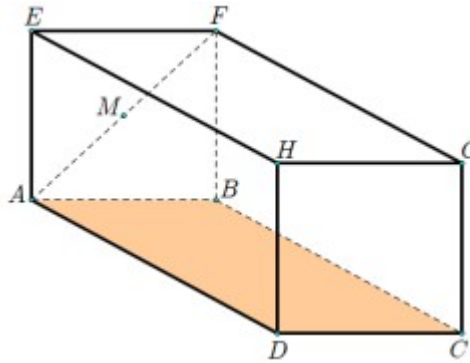
phẩm là đồng. Tổng chi phí mua nguyên vật liệu là

$H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp mua với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 2. Từ tám bìa hình vuông có cạnh bằng 6 người ta cắt bỏ các tam giác vuông cân tạo thành hình tô đậm như hình vẽ. Sau đó người ta gập thành hình hộp chữ nhật không nắp. Thể tích lớn nhất của khối hộp chữ nhật bằng bao nhiêu?



Câu 3. Một bể cá đầy nước có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ với $AB = 6$ (dm), $AD = 8$ (dm) và cạnh bên bằng 10 (dm). Một chú cá con bơi theo những đoạn thẳng từ điểm G đến chạm mặt đáy của hồ, rồi từ điểm đó bơi đến vị trí điểm M là trung điểm của AF được mô hình hóa như hình vẽ sau:



Để đường đi ngắn nhất thì chú cá bơi đến điểm dưới đáy hồ cách BA và BC những đoạn bằng a và b . Khi đó tổng $D = 3a + 6b$ bao nhiêu?

Câu 4. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh lớp 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50]$
Số học sinh	11	10	13	9	7

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên trục là mét), cho một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí $I(200;450;60)$. Tìm giá trị lớn nhất của m (làm tròn đến hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí $M(m+100;m+370;0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.

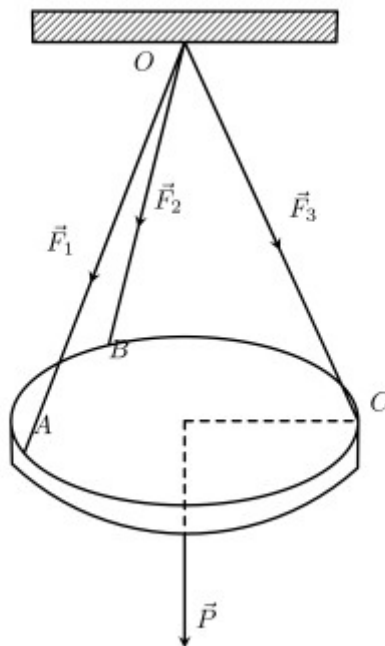
Câu 2. Bộ phận sản xuất của một công ty xác định chi phí để sản xuất x sản phẩm được cho bởi biểu thức $T(x) = x^2 + 20x + 4000$ (nghìn đồng). Nếu x sản phẩm đều được bán hết và giá bán mỗi sản phẩm là 150 nghìn đồng thì lợi nhuận lớn nhất mà công ty thu được là bao nhiêu?

Câu 3. Một người đầu tư cùng một số tiền vào hai lĩnh vực A và B . Nhà đầu tư này ghi lại số tiền thu được hằng tháng trong hai năm theo mỗi lĩnh vực cho kết quả như sau:

Số tiền	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$
Số tháng theo lĩnh vực A	2	5	10	5	2
Số tháng theo lĩnh vực B	1	8	7	6	2

Tính độ lệch chuẩn của hai mẫu số liệu ghép nhóm và nhận xét về mức độ ổn định của số tiền thu được hằng tháng khi đầu tư vào hai lĩnh vực trên.

Câu 4. Một chiếc đèn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ lần lượt trên dây nối OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $F_1 = F_2 = F_3 = 38$ (N) (như hình vẽ). Hỏi trọng lượng của chiếc đèn tròn đó bằng bao nhiêu Newton? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

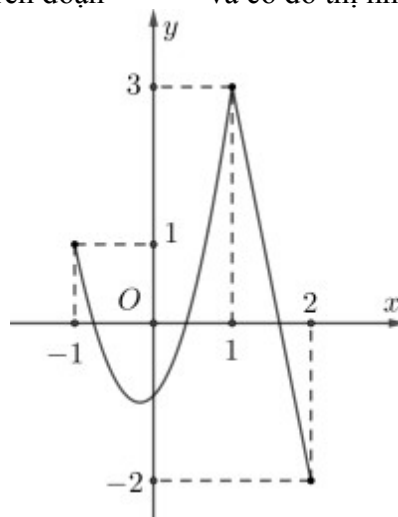


ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ 1	ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026
	MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 2]$. Ta có $M + m$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải

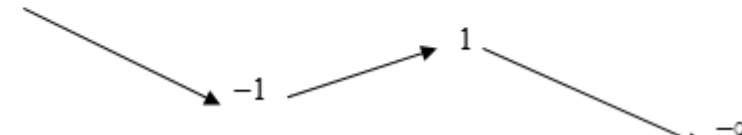
Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy khi $f(x) \in f(1) = 3, "x \in [-1; 2]$ và $f(x) \in f(2) = -2, "x \in [-1; 2]$.

Suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ lần lượt là 3 và -2.

Vậy $M = 3, m = -2 \Rightarrow M + m = 1$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		-1	1	$-\infty$

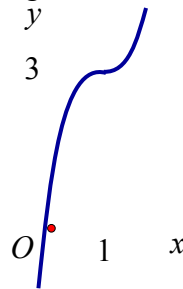
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 3. Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$.
 Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây.



Hàm số đó là hàm số nào?

- A.** $y = -2x^3 - 6x^2 - 6x + 1$. **B.** $y = 2x^3 - 6x^2 - 6x + 1$.
C. $y = 2x^3 - x^2 + 6x + 1$. **D.** $y = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Chọn B

Nhận xét : Nhìn vào đồ thị ta thấy $a > 0$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;3)$. Vậy hàm số có phương trình dạng $y = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-1), B(1;2;3)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A.** $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{22}$. **D.** 18.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;1;4) \Rightarrow AB = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 4^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$. Tọa độ của điểm A là:

- A. $A(3; -2; 5)$. B. $A(-3; -17; 2)$. C. $A(3; 17; 2)$. D. $A(3; 5; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j} = 3\vec{i} + 17\vec{j} - 2\vec{k} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} = -3\vec{i} - 17\vec{j} + 2\vec{k} \Leftrightarrow A(-3; -17; 2)$

- Câu 6.** Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{2x}$ là
A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm bậc nhất/bậc nhất $y = \frac{x-1}{2x}$ có hai đường tiệm cận là:

+ Tiệm cận đứng: $x = -\frac{d}{c} = 0$

+ Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c} = \frac{1}{2}$

- Câu 7.** Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (1; 2; -1)$ và $\vec{v} = (2; 3; 0)$. Tính $[\vec{u}, \vec{v}]$.
A. $[\vec{u}, \vec{v}] = (3; -2; -1)$ B. $[\vec{u}, \vec{v}] = (3; 2; -1)$
C. $[\vec{u}, \vec{v}] = (3; -2; 1)$ D. $[\vec{u}, \vec{v}] = (-3; 2; 1)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $[\vec{u}, \vec{v}] = (3; -2; -1)$

- Câu 8.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.
B. Hàm số có đúng một cực trị.
C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào điều kiện cần và đủ để hàm số có cực trị.

Câu 9. Trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+4}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

A. 4.

B. 6.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$(C): y = \frac{2x-1}{x+4} = 2 - \frac{9}{x+4}$$

$$\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ 9 \mid (x+4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ x+4 = 9 \Rightarrow x=5; y=1 \\ x+4 = -9 \Rightarrow x=-13; y=3 \\ x+4 = 3 \Rightarrow x=-1; y=-1 \\ x+4 = -3 \Rightarrow x=-7; y=5 \\ x+4 = 1 \Rightarrow x=-3; y=-7 \\ x+4 = -1 \Rightarrow x=-5; y=11 \end{cases}$$

$M(x, y) \in (C)$ có tọa độ nguyên khi

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 8z - 7 = 0$. Tọa độ tâm và bán kính mặt cầu (S) lần lượt là

A. $I(2; 3; -4); R=36$

B. $I(2; 3; -4); R=6$

C. $I(-2; -3; 4); R=6$

D. $I(-2; -3; 4); R=36$

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có phương trình dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ có tâm $I(a; b; c)$, $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Vậy mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 8z - 7 = 0$ có tâm $I(2; 3; -4)$, bán kính

$$R = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-4)^2 - 7} = 6$$

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{mx + 2015m + 2016}{-x - m}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Tính số phần tử của S .

A. 2017

B. 2018

C. 2016

D. 2015

Lời giải

Chọn C

Ta có
$$y' = \frac{-m^2 + 2015m + 2016}{(x+m)^2}, \forall x \neq -m$$

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y' > 0, \forall x \neq -m$

$$\Leftrightarrow -m^2 + 2015m + 2016 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 2016$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $S = \{0; 1; \dots; 2015\}$.

Vậy số phần tử của tập S là 2016.

Câu 12. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

A. [0; 20).

B. [60; 80).

C. [20; 40).

D. [40; 60).

Lời giải

Chọn C

Ta có cỡ mẫu là $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{42}$ là thời gian tập thể dục trong ngày của 42 học sinh khối 11 và giả sử dãy này đã sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó tứ phân vị thứ nhất Q_1 là trung vị của dãy gồm 21 số liệu đầu nên $Q_1 = x_{11}$. Do x_{11} thuộc nhóm $[20; 40)$ nên nhóm này chứa Q_1 .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho ba vec-tơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$ và $\vec{c} = (1; 1; 1)$.

a) $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

b) $\cos(\vec{a}, \vec{c}) = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

c) $\vec{b} \perp \vec{c}$.

d) $|\vec{a}| = 2$.

Lời giải

a) S b) S c) S d) S

(a) Sai: $|\vec{a}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.

(b) Đúng: $|\vec{c}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$.

(c) Sai: $\cos(\vec{a}, \vec{c}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{c}}{|\vec{a}| |\vec{c}|} = 0$.

(d) Sai: $\vec{b} \cdot \vec{c} = 2$ suy ra $\vec{b}$ không vuông góc với $\vec{c}$.

Câu 2. Giả sử hàm cầu của một sản phẩm độc quyền được cho bởi $P = 400 - 2Q$ và hàm chi phí trung bình $\bar{C} = 0,2Q + 4 + \frac{400}{Q}$ trong đó Q là số đơn vị sản phẩm (P và $\bar{C}$ được tính bằng \$ đối với mỗi đơn vị sản phẩm).

a) $Q = 90$ là lượng sản phẩm bán ra để lợi nhuận thu được tối đa.

b) Giá bán để lợi nhuận thu được tối đa là 400\$.

c) Lợi nhuận tối đa là 17420\$.

d) Nếu chính phủ đánh thuế 22\$ / một đơn vị sản phẩm thì giá bán 390\$ để lợi nhuận thu được tối đa.

Lời giải

a)	Đ	b)	S	c)	Đ	d)	S
----	---	----	---	----	---	----	---

Ta có Lợi nhuận = Tổng doanh thu - Tổng chi phí.

Tổng doanh thu là R và tổng chi phí là C được cho bởi $R = PQ = 400Q - 2Q^2$

Và $C = Q\bar{C} = 0,2Q^2 + 4Q + 400$, nên lợi nhuận

$$P = R - C = 400Q - 2Q^2 - (0,2Q^2 + 4Q + 400).$$

Hay $P(Q) = 396Q - 2,2Q^2 - 400$. Để tối đa hóa lợi nhuận, ta cho

$$P'(Q) = 0 \Leftrightarrow 396 - 4,4Q = 0 \Leftrightarrow Q = 90.$$

Ta có $P''(Q) = -4,4 < 0$. Vậy P đạt cực đại tại $Q = 90$. Thay $Q = 90$ vào hàm cầu ta được giá bán trên mỗi sản phẩm để lợi nhuận thu được tối đa: $P = 400 - 2(90) = 220$. Lợi nhuận tối đa

$$P(90) = 396(90) - 2,2(90)^2 - 400 = 17420.$$

Khi chi phí đánh thuế 22\$/mỗi đơn vị sản phẩm, tổng chi phí tăng $22Q$. Hàm chi phí mới là $\bar{C}_1 = 0,2Q^2 + 4Q + 400 + 22Q$ và hàm lợi nhuận mới là

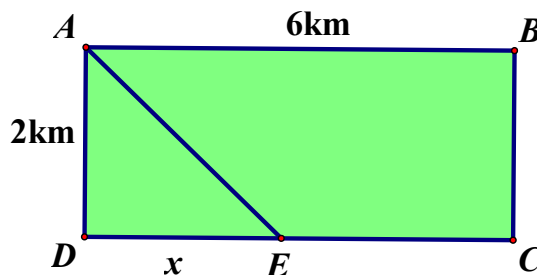
$$\begin{aligned} P_1 &= 400Q - 2Q^2 - (0,2Q^2 + 4Q + 400 + 22Q) \\ &= 374Q - 2,2Q^2 - 400. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } P_1'(Q) = 0 \Leftrightarrow 374 - 4,4Q = 0 \Leftrightarrow Q = 85.$$

Vì $P_1''(Q) = -4,4 < 0$ nên để thu được lợi nhuận tối đa, nhà độc quyền phải sản xuất 85 đơn vị sản phẩm với mức giá $P_1 = 400 - 2(85) = 230$ \$. do mức giá này chỉ hơn 10\$ so với trước đó nên chỉ một phần thuế được tính vào người tiêu dùng, phần thuế còn lại do nhà sản xuất gánh chịu. Lợi nhuận bây giờ là 15495.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một người nông dân đang đứng ở góc A của một cánh đồng hình chữ nhật $ABCD$ có chiều rộng $AD = 2$ km và chiều dài $AB = 6$ km. Người đó muốn đi đến góc đối diện C . Người nông dân có thể đi bộ trên cánh đồng cỏ với tốc độ 4 km/h và đi bộ trên đường dọc theo cạnh CD với tốc độ 8 km/h. Để đến C nhanh nhất, người đó nên đi theo đường thẳng từ A đến một điểm E nào đó trên cạnh CD , sau đó đi bộ dọc theo đường từ E đến C . Hỏi điểm E phải cách điểm D bao xa để tổng thời gian di chuyển là ít nhất?(kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

Trả lời	1	,	1	6
---------	---	---	---	---

Gọi E là điểm trên cạnh CD mà người nông dân đi tới từ A .

Gọi x là khoảng cách DE ($0 \leq x \leq 6$).

Khoảng cách đi bộ trên đường là $EC = DC - DE = 6 - x$.

Ta có $AE^2 = AD^2 + DE^2 = 2^2 + x^2 = 4 + x^2$

Suy ra $AE = \sqrt{4 + x^2}$ (km)

Lại có $EC = 6 - x$ (km)

Thời gian người nông dân đi từ A tới E là $t_{AE} = \frac{\sqrt{4 + x^2}}{4}$ (giờ)

Thời gian người nông dân đi từ E tới C là $t_{EC} = \frac{6 - x}{8}$ (giờ)

Tổng thời gian người nông dân đi từ A đến C là tổng của hai khoảng thời gian trên:

$$T(x) = \frac{\sqrt{4 + x^2}}{4} + \frac{6 - x}{8}$$

$$T'(x) = \frac{x}{4\sqrt{4 + x^2}} - \frac{1}{8}$$

$$T'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{4\sqrt{4 + x^2}} - \frac{1}{8} = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3} \quad \text{. Vì } 0 \leq x \leq 6 \text{ nên suy ra } x = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ .}$$

Bảng biến thiên

		$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	
x	0		6
$T'(x)$		-	+
$T(x)$			

Vậy để tổng thời gian di chuyển ít nhất thì điểm E phải cách điểm D một khoảng là $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ km
 $\square$ 1.16 km.

Câu 2. Trong Vật lý, ta biết rằng nếu lực $\vec{F}$ tác động vào một vật làm dịch chuyển vật theo đoạn thẳng từ M đến N thì công A sinh ra bởi lực $\vec{F}$ được tính bằng công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{MN}$. Trong không gian $Oxyz$, người ta tác động một lực không đổi $\vec{F} = (2; 3; -1)$ vào một vật đang ở gốc tọa độ O và làm cho vật dịch chuyển thẳng từ O đến $M(1; 2; 1)$. Biết lực được tính bằng đơn vị Niuton (N) và đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét (m). Tính công của lực $\vec{F}$ sinh ra.

Lời giải

Trả lời 7

$$\vec{OM} = (1; 2; 1) \Rightarrow A = \vec{F} \cdot \vec{OM} = 7$$

Câu 3. Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 300.000 quả bóng Pickleball. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất được 60 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập máy này là 125 ngàn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 90 ngàn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

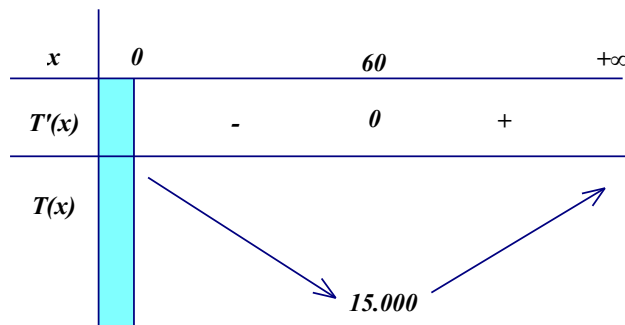
**Lời giải****Trả lời** 6 0

Gọi $x (x \in \mathbb{R}, x > 0)$ là số máy móc công ty sử dụng để sản xuất.

Thời gian cần để sản xuất được 300.000 quả bóng là $\frac{300.000}{60x}$

Tổng chi phí cho sản xuất là: $T(x) = \frac{300.000}{60x} \cdot 90 + 125x = \frac{450.000}{x} + 125x$

Ta có $T'(x) = -\frac{450.000}{x^2} + 125 \Rightarrow T'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 60$



Vậy nhà máy phải sử dụng 60 máy để chi phí hoạt động là thấp nhất

Câu 4. Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê doanh thu bán hàng (đơn vị: triệu đồng) trong 20 ngày của một cửa hàng như sau:

Nhóm	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Tần số	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Lời giải**Trả lời** 1 0 , 7

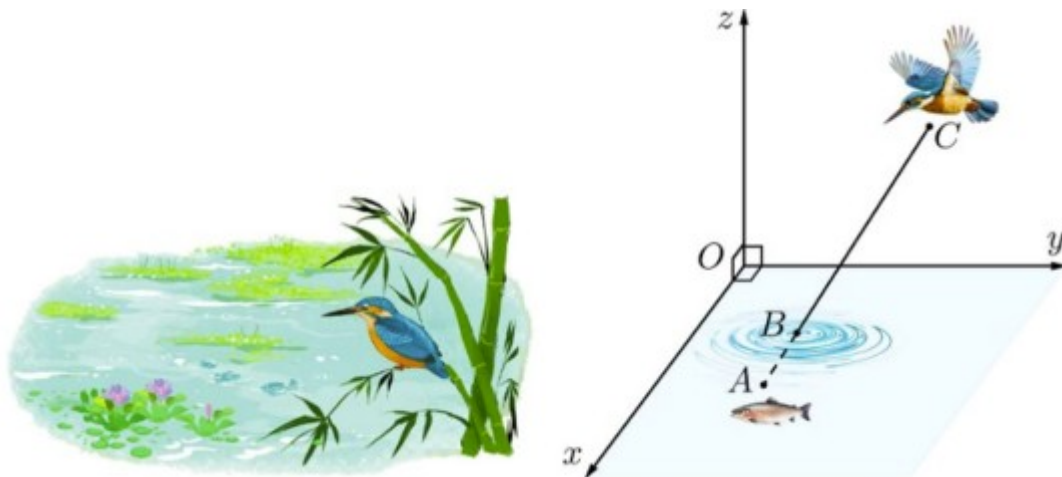
Cỡ mẫu $n = 2 + 7 + 7 + 3 + 1 = 20$.

Tứ phân vị thứ ba là trung bình cộng của số thứ 15 và 16 trong mẫu số liệu, nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm $[9; 11)$.

Ta có $Q_3 = 9 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (2 + 7)}{7} \cdot (11 - 9) \approx 10,7$.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét), một con chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước $2m$, cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là $3m$ và $1m$ phóng thẳng xuống vị trí con cá cách mặt nước $50cm$, cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là $1m$ và $1,5m$. Tọa độ điểm B lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước là $(a;b;c)$. Tính $T = 5a + 15b + 25c$.



Lời giải

Ta quy ước cứ $1m = 1$ đơn vị trong hệ tọa độ $Oxyz$.

Gọi vị trí của con chim bói cá ban đầu là C , khi đó nó cách phía trên mặt nước $2m$ nên $z_C = 2$, ngoài ra cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là $3m$ và $1m$ nên $y_C = 3$ và $x_C = 1$. Do đó tọa độ điểm $C(1;3;2)$.

Gọi vị trí của con cá là A , khi đi con cá đang dưới mặt nước $50cm = 0,5m$ nên $z_A = -0,5$, ngoài ra cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là $1m$ và $1,5m$ nên $y_A = 1$ và $x_A = 1,5$. Do đó tọa độ điểm $A(1,5;1;-0,5)$

Vì điểm B lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước nên $B \in (Oxy)$ hay $c = 0$ khi đó tọa độ $B(a;b;0)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-1=0,5k \\ b-3=-2k \\ -2=-2,5k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{7}{5} \\ b=\frac{7}{5} \\ k=\frac{4}{5} \end{cases}$$

Ta có 3 điểm A, B, C thẳng hàng nên: $\overline{CB} = k\overline{CA}$

Vậy $B\left(\frac{7}{5}; \frac{7}{5}; 0\right)$ suy ra $T = 5a + 15b + 25c = 28$.

Câu 2. Để đánh giá độ chính xác của hai hệ thống đóng gói tự động các túi cà phê của hai phân xưởng người ta đã tiến hành thu thập mẫu số liệu về khối lượng của một số gói cà phê của mỗi phân xưởng cho kết quả như sau:

Phân xưởng A :

203, 207, 205, 197, 208, 192, 206, 202, 200, 196,
195, 194, 203, 197, 193, 199, 198, 195, 206, 204.

Phân xưởng B:

Cân nặng	[190;194)	[194;198)	[198;202)	[202;206)	[206;210)
Số gói	2	5	6	5	2

Tính số trung bình và độ lệch chuẩn của khối lượng một gói cà phê do các phân xưởng A, B sản xuất. Dựa trên kết quả tính được, hãy nêu nhận xét về độ chính xác của hai hệ thống đóng gói.

Lời giải

Cỡ mẫu tương ứng là $n = 20, m = 20$. Số trung bình của mẫu số liệu về khối lượng các gói cà phê của phân xưởng A là:

$$\bar{x}_A = \frac{1}{20}(203 + \dots + 204) = 200$$

Xét mẫu số liệu của phân xưởng B

Chọn giá trị đại diện cho các nhóm ta có bảng sau:

Giá trị đại diện	192	196	200	204	208
Số gói	2	5	6	5	2

Số trung bình của mẫu số liệu về khối lượng các gói cà phê của phân xưởng B là

$$\bar{x}_B = \frac{1}{20}(2 \cdot 192 + \dots + 2 \cdot 208) = 200$$

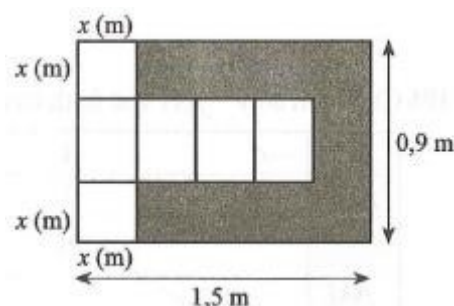
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về khối lượng của các gói cà phê của phân xưởng A là

$$s_A = \sqrt{\frac{1}{20}(203^2 + \dots + 204^2) - 200^2} \approx 4,93$$

Tương tự, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về khối lượng của các gói cà phê của phân xưởng B là $s_B \approx 4,56$.

Nhận xét: Hệ thống đóng gói của phân xưởng B tốt hơn của phân xưởng A

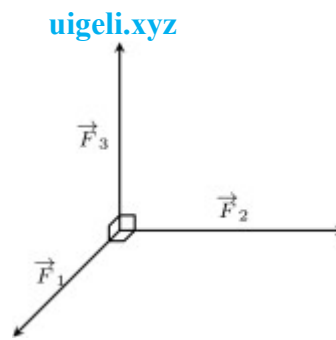
Câu 3. Từ một miếng bìa có độ dài hai cạnh lần lượt là $0,9 \text{ m}$ và $1,5 \text{ m}$ như Hình vẽ. Bạn Minh cắt đi phần tô màu xám và gấp lại để được một hình hộp chữ nhật. Gọi V là thể tích hình hộp chữ nhật được tạo thành, V được tính theo x bởi công thức nào? Tìm x để hình hộp tạo thành có thể tích lớn nhất.



Lời giải

$$V = x^2 \cdot (0,9 - 2x); x = 0,3 \text{ m}$$

Câu 4. Ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật có phương đôi một vuông góc và có độ lớn lần lượt là $2; 3; 4$. Hợp lực của ba lực đã cho có độ lớn bao nhiêu Niu-ton (lấy kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân)?



Lời giải

Vẽ $\overrightarrow{OA} = \vec{F}_1$, $\overrightarrow{OB} = \vec{F}_2$, $\overrightarrow{OC} = \vec{F}_3$.

Dựng hình chữ nhật $OABD$ và hình chữ nhật $ODEC$.

Hợp lực tác động lên vật

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$$

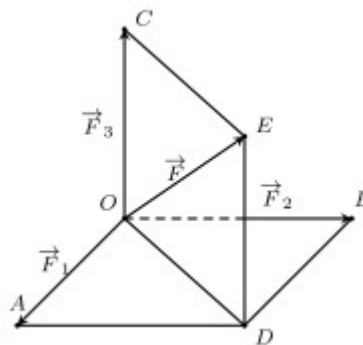
Theo quy tắc hình hộp ta có:

$$|\vec{F}| = |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OE}| = OE$$

$$\text{Ta lại có } OE^2 = OA^2 + OB^2 + OC^2 = 29.$$

$$\Rightarrow OE = \sqrt{29} \approx 5,4$$

Vậy hợp lực của ba lực đã cho có độ lớn bằng $5,4$ N.



----- HẾT -----

ĐỀ 2

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y		4		2	
	2		-5		

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$.
C. Hàm số có bốn điểm cực trị.

- B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.
D. Hàm số không có cực đại.

Lời giải

Chọn B

- + Đáp án A sai vì -5 là **giá trị** cực tiểu.
+ Đáp án C sai vì hàm số có cực đại bằng 4.
+ Đáp án D sai vì hàm số không đạt cực trị tại vô cùng.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$, $B(2; 2; 1)$. Vec tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

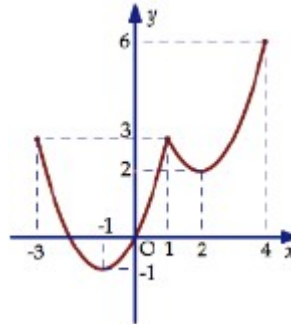
- A. $(3; 1; 1)$. B. $(3; 3; -1)$. C. $(-1; -1; -3)$. D. $(1; 1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{AB}(1; 1; 3)$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ:



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 4]$. Giá trị $M - m$ bằng

- A. 5. B. 7. C. -7. D. -5.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta có: $M = \max_{[-3; 4]} f(x) = f(4) = 6$ và $m = \min_{[-3; 4]} f(x) = f(-1) = -1$.

Vậy $M - m = 6 - (-1) = 7$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u} = (2; 3; -1)$ và $\vec{v} = (5; -4; x)$. Tìm x để $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 22$. D. $x = \frac{-3}{10}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2 \cdot 5 + 3 \cdot (-4) + (-1) \cdot x = -2 - x$.

Vậy $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow -2 - x = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x = 2$ và $y = 1$.

B. $x = -1$ và $y = 2$.

C. $y = -3$ và $x = 1$.

D. $x = 1$ và $y = 2$.

Lời giải

Chọn D

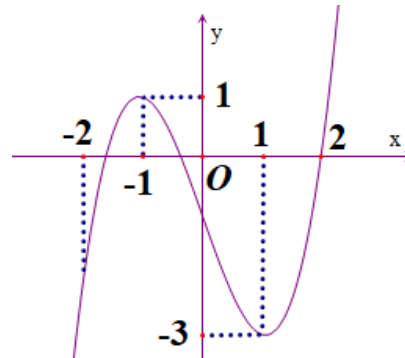
Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$, suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$, suy ra đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

Câu 6. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-2; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vector $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vector $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là

A. $(3; 5; -2)$.

B. $(2; -3; -1)$.

C. $(2; 3; -1)$.

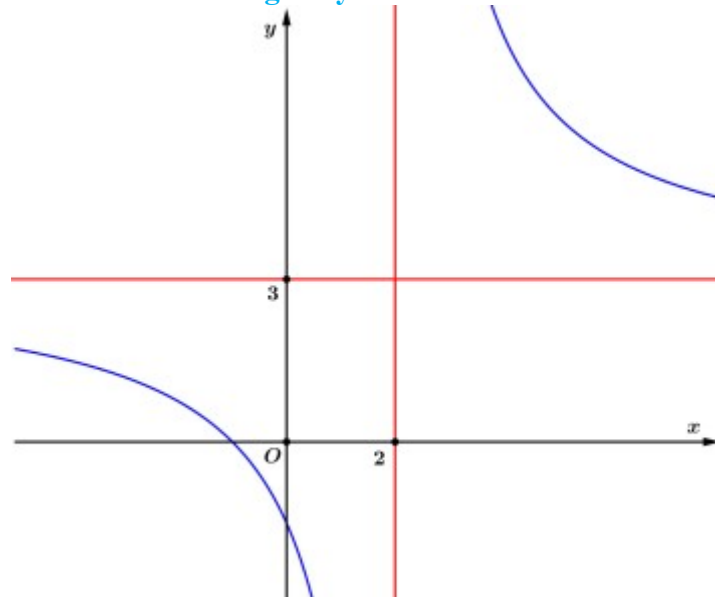
D. $(3; -5; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix} = (3; -5; -1)$

Câu 8. Đường cong trong hình dưới là đồ thị của 1 trong 4 hàm số được liệt kê ở 4 phương án A, B, C, D. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{3(x-1)}{x-2}$

B. $y = \frac{2(x-1)}{x-2}$

C. $y = \frac{3(x+1)}{x-2}$

D. $y = \frac{2(x+1)}{x-2}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d} (c \neq 0)$ có đường tiệm cận ngang là: $y = \frac{a}{c}$.

Từ giả thiết ta có đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là $y = 3 \Rightarrow$ Loại các phương án C.; D.

Lại có đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm bên trái gốc $O \Rightarrow$ Chọn B.

Câu 9. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có $y' = \frac{m^2-1}{(x+m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1 > 0 \\ -m \notin (-\infty; -3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \\ m \leq 3 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow m \in (-\infty; -1) \cup (1; 3]$. Vì m nguyên dương nên $m \in \{2; 3\}$.

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$, $C(2;1;1)$. Diện tích tam giác ABC bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1) \quad \overrightarrow{AC} = (1; 1; 1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-1; 2; -1).$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] \right| = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 11. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 8,6.

B. 7.

C. 8.

D. 7,6.

Lời giải

Chọn D

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_4 + x_5)$ thuộc nhóm [7; 9) nên tứ phân vị thứ nhất của

$$Q_1 = 7 + \frac{\frac{20}{4} - 2}{7} (9 - 7) = 7,86$$

mẫu số liệu là

Câu 12. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số nào sau đây cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất?

A. $y = \frac{2x-1}{x+3}$.

B. $y = \frac{1-x}{1+x}$.

C. $y = -x^3 + 3x - 2$.

D. $y = 2x^3 - 3x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta đã biết đối với hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất thì giao điểm hai tiệm cận là tâm đối xứng của đồ thị, đối với hàm bậc ba thì điểm uốn chính là tâm đối xứng của đồ thị.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số ở câu A. $I_A = (-3; 2)$.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số ở câu B. $I_B = (-1; -1)$.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số ở câu C. $I_C = \left(\frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right)$.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số ở câu D. $I_D = (0; -2)$.

$$\text{Ta có } OI_A = \sqrt{13}; \quad OI_B = \sqrt{2}; \quad OI_C = \sqrt{\frac{13}{2}}; \quad OI_D = 2;$$

Suy ra I_A cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:
 $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

- a) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x) = 220x$ (nghìn đồng).
 b) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 220x - 500$ (nghìn đồng).
 c) Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa
 d) Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là 1000 nghìn đồng.

Lời giải

a)	Đ	b)	S	c)	Đ	d)	S
----	---	----	---	----	---	----	---

Khi bán x mét vải lụa: Số tiền thu được là: $B(x) = 220x$ (nghìn đồng). Lợi nhuận thu được là:
 $L(x) = B(x) - C(x) = -x^3 + 3x^2 + 220x - 500$ (nghìn đồng). d) Hàm số $L(x)$ xác định trên $[1; 18]$.

Sự biến thiên:

Chiều biến thiên:

Đạo hàm $L'(x) = -3x^2 + 6x + 240$; $L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$ hoặc $x = -8$ (loại).

Trên khoảng $(1; 10)$, $L'(x) > 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng này.

Trên khoảng $(10; 18)$, $L'(x) < 0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng này.

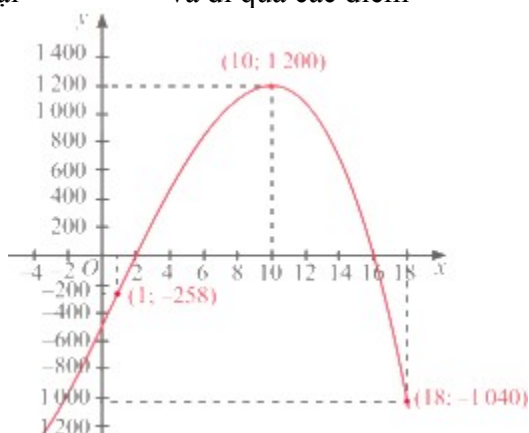
Cực trị: Hàm số $L(x)$ đạt cực đại tại $x = 10$ và $L_{CD} = L(10) = 1200$.

Bảng biến thiên:

x	1	10	18
$L'(x)$	+	0	
$L(x)$	-258	1 200	-1 040

Đồ thị:

Đồ thị hàm số có điểm cực đại $(10; 1200)$ và đi qua các điểm $(1; -258)$, $(18; -1040)$ như Hình.



Quan sát đồ thị hàm số, ta nhận thấy khi $x = 10$ thì hàm số đạt giá trị lớn nhất là 1200. Như vậy, hộ làm nghề dệt cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa. Lợi nhuận tối đa này là 1200 nghìn đồng.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 5; -1)$, $B(7; x; 1)$, $C(9; 2; y)$.

- a) Tam giác ABC vuông tại A thì $x = 13, y = -1$.

- b) Điểm $G\left(\frac{19}{3}; \frac{8}{3}; 3\right)$ là trọng tâm tam giác ABC thì $x = 1; y = 3$.
- c) Ba điểm A, B, C thẳng hàng thì $x + y = 5$.
- d) Tích vô hướng của $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -3x + 2y + 41$.

Lời giải

a)	Đ	b)	Đ	c)	Đ	d)	Đ
----	---	----	---	----	---	----	---

a. Đúng.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4; x-5; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (6; -3; y+1)$

$$\text{Để ba điểm } A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = k \cdot 6 \\ x-5 = k(-3) \\ 2 = k(y+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy $x + y = 5$.

$$\begin{cases} \frac{3+7+9}{3} = \frac{19}{3} \\ \frac{5+x+2}{3} = \frac{8}{3} \\ \frac{-1+1+y}{3} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

b. Đúng. Ta có :

c. Đúng.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4; x-5; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (6; -3; y+1)$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 24 + (x-5)(-3) + 2(y+1)$$

$$\begin{cases} x = 13 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$$

d. Đúng. Vì $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 24 + (x-5)(-3) + 2(y+1) = -3x + 2y + 41$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Giả sử chi phí đặt hàng và vận chuyển C (đơn vị: triệu đồng) của một linh kiện được sử dụng trong sản xuất một sản phẩm được xác định theo công thức $C = \frac{19200000}{x^2} + \frac{27x}{x+3000}, x \geq 1$. Trong đó x là số linh kiện được đặt hàng và vận chuyển. Tìm x để chi phí đặt hàng và vận chuyển cho mỗi linh kiện trên là nhỏ nhất.

Lời giải

Trả lời 2 4 0 0

$$\text{Xét hàm số } C(x) = \frac{19200000}{x^2} + \frac{27x}{x+3000}, x \geq 1$$

$$C'(x) = -\frac{38400000}{x^3} + \frac{81000}{(x+3000)^2}$$

Ta có

$$C'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{38400000}{x^3} = \frac{81000}{(x+3000)^2}$$

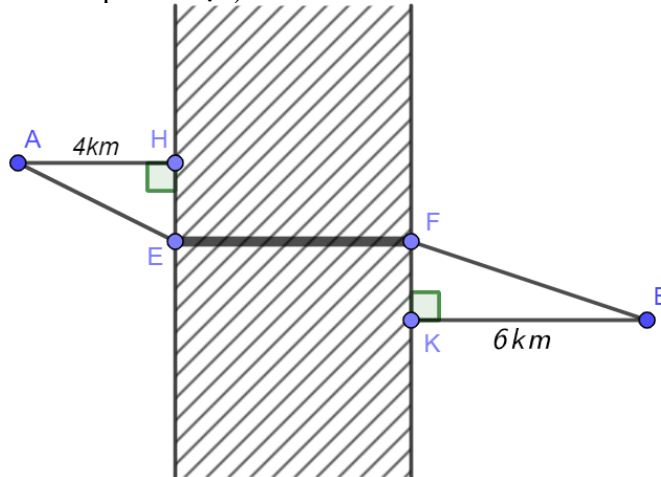
$$\Leftrightarrow 12800(x+3000)^2 = 27x^3 \Leftrightarrow x = 2400$$

Ta có bảng biến thiên

x	1	2400	$+\infty$
y'	-	0	+
y			

Vậy chi phí đặt hàng và vận chuyển cho mỗi linh kiện trên là nhỏ nhất khi $x = 2400$.

Câu 2. Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là $4km$ và thành phố B cách con sông một khoảng là $6km$ (hình vẽ), biết $HE + KF = 20km$ và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố A là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$)? (kết quả làm tròn đến phần chục)



Lời giải

Trả lời 8 , 9 4

Đặt $HE = x$, $FK = y$, với $x, y > 0$

Ta có: $HE + KF = 20 \Rightarrow x + y = 20$,
$$\begin{cases} AE = \sqrt{16 + x^2} \\ BF = \sqrt{36 + y^2} = \sqrt{36 + (20 - x)^2} \end{cases}$$

Nhận xét: Vì EF không đổi nên AB ngắn nhất khi $AE + BF$ nhỏ nhất.

Ta có $AE + BF = \sqrt{x^2 + 16} + \sqrt{(20 - x)^2 + 36} = \sqrt{x^2 + 16} + \sqrt{x^2 - 40x + 436} = f(x)$

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} + \frac{x - 20}{\sqrt{x^2 - 40x + 436}}, \forall x \in (0; 20)$$

Cho $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 8$

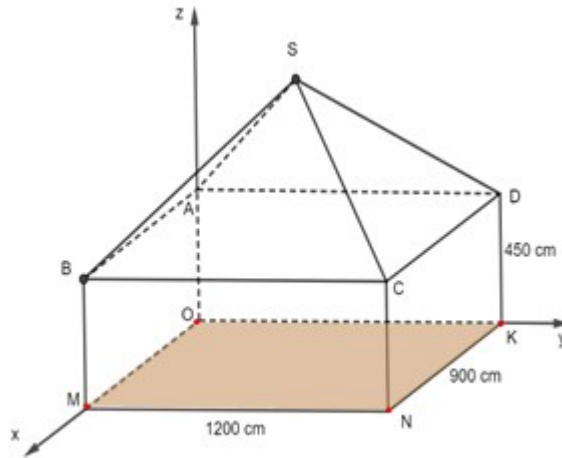
Bảng biến thiên

x	0	8	20	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$				

$10\sqrt{5}$

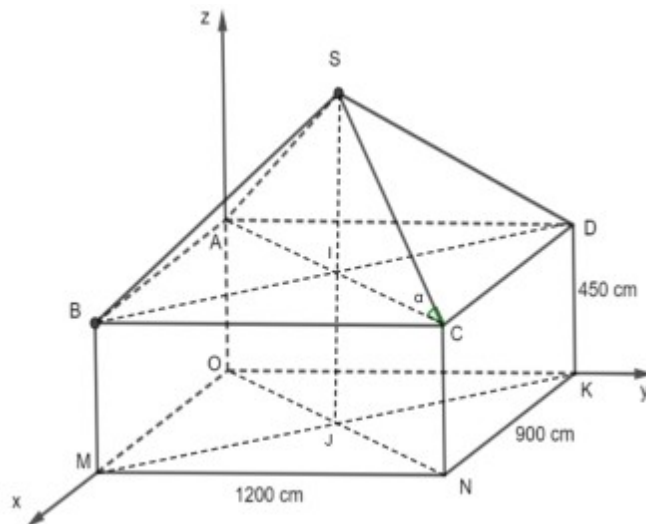
Vậy $AE = \sqrt{8^2 + 16} \approx 8,94km$

Câu 3. Một ngôi nhà gồm hai phần. Phần thân nhà dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.OMNK$ có chiều dài $1200cm$, chiều rộng $900cm$, chiều cao $450cm$. Phần mái nhà dạng hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng nhau và tạo với mặt đáy góc α với $\tan \alpha = \frac{1}{5}$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho M thuộc tia Ox , K thuộc tia Oy , A thuộc tia Oz (như hình vẽ). Biết $S(a;b;c)$ (đơn vị của a, b, c là centimet). Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$.



Lời giải

Trả lời 1 6 5 0



Gọi I, J lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD, OMNK$

Vì $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng nhau nên $SI \perp (ABCD) \Rightarrow SI \perp (Oxy)$.

Theo giả thiết ta có $IJ \perp (Oxy) \Rightarrow S \in IJ$.

Lại có $\alpha = \angle SCI$, $ON = AC = \sqrt{900^2 + 1200^2} = 1500 \Rightarrow CI = \frac{1}{2} AC = 750$.

Từ đó suy ra: $SI = CI \cdot \tan \alpha = 750 \cdot \frac{1}{5} = 150 \Rightarrow SJ = SI + IJ = 150 + 450 = 600$

Vậy $S(450; 600; 600) \Rightarrow a + b + c = 1650$

Câu 4. Bảng sau cho ta số liệu số ba lô bán được trong một tháng của một cửa hàng:

Số ba lô	[10 ; 14)	[14 ; 18)	[18 ; 22)	[22 ; 26)	[26 ; 30)
Số ngày	8	5	8	3	6

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời 1 0 , 3

Ta có bảng tần số tích lũy như sau:

Số ba lô	[10 ; 14)	[14 ; 18)	[18 ; 22)	[22 ; 26)	[26 ; 30)
Số ngày	8	5	8	3	6
Tần số tích lũy	8	13	21	24	30

Ta thấy nhóm $[10 ; 14)$ là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{30}{4} = 7,5$ nên ta có

tứ phân vị thứ nhất $Q_1 = 10 + \frac{7,5 - 0}{8} \cdot 4 = 13,75$

Ta thấy nhóm $[18 ; 22)$ là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{30}{2} = 15$ nên ta có tứ

phân vị thứ hai $Q_2 = 18 + \frac{15 - 13}{8} \cdot 4 = 19$. Ta cũng có trung vị $M_e = Q_2 = 19$.

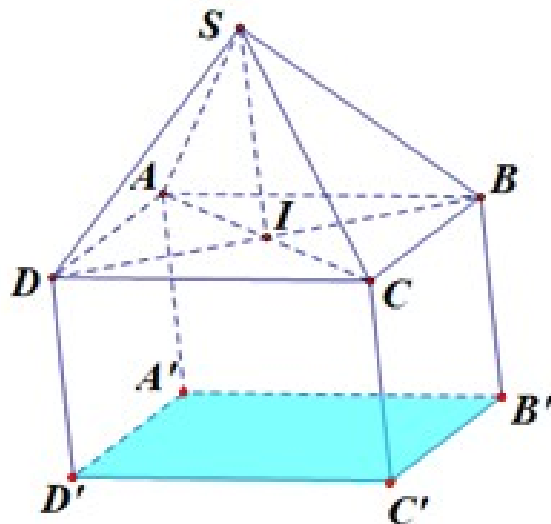
Ta thấy nhóm $[22 ; 26)$ là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{30 \cdot 3}{4} = 22,5$ nên ta

có tứ phân vị thứ ba $Q_3 = 22 + \frac{22,5 - 21}{3} \cdot 4 = 24$

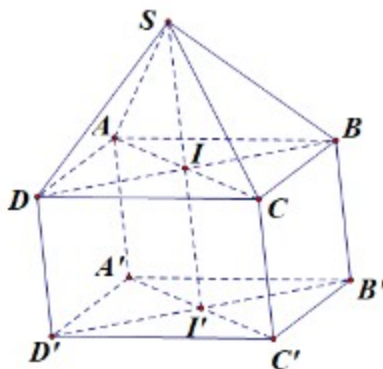
Suy ra $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 10,25 \approx 10,3$

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0; 0; 0)$, $A(0; 0; 1)$, $B(0; 0; 5; 1)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để lắp ráp thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a; b; c)$. Tính giá trị của $a + b + c$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



Lời giải



Đổi $60\text{ cm} = 0,6\text{ (m)}$

Ta có $SA = 0,6\text{ (m)}$

$$A'(0;0;0), A(0;0;1), B(0;0,5;1) \Rightarrow AB = \frac{1}{2}, AA' = 1.$$

Gọi $I = AC \cap BD$, $I' = A'C' \cap B'D'$

Vì $S.ABCD$ là khối chóp tứ giác đều nên $ABCD$ là hình vuông và $SI \perp (ABCD)$.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$, $II' \perp (A'B'C'D')$.

Do đó $SI \perp (A'B'C'D')$. Suy ra S, I, I' thẳng hàng. Vì vậy $SI' \perp (A'B'C'D')$.

$$ABC \text{ có } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AI = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Xét tam giác vuông

$$SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \sqrt{0,6^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{94}}{20}$$

Xét tam giác vuông $SI'A$ có

$$A'C' \Rightarrow II' = AA' = 1 \Rightarrow SI' = II' + SI = 1 + \frac{\sqrt{94}}{20} = \frac{20 + \sqrt{94}}{20}.$$

Gọi I' là trung điểm của

Ta có $AA'B'B$ là hình chữ nhật và $A'(0;0;0), A(0;0;1), B(0;0,5;1) \Rightarrow B'(0;0,5;0) \in Oy$

$$A'(0;0;0) \equiv O, A(0;0;1) \in Oz \Rightarrow D' \in Ox$$

Mà

$$ABCD \text{ là hình vuông nên } A'B'C'D' \text{ là hình vuông cạnh } \frac{1}{2} \Rightarrow A'D' = \frac{1}{2} \Rightarrow D'(0,5;0;0)$$

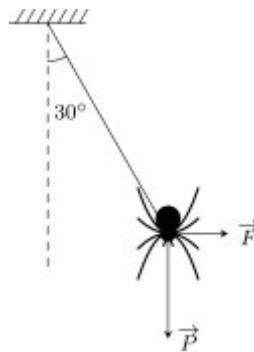
Vì

$$\Rightarrow I'(0,25;0,25;0)$$

$$\text{Vì } I'(0,25;0,25;0) \text{ là hình chiếu của } S \text{ trên mặt phẳng } Oxy \text{ và } SI' = \frac{20 + \sqrt{94}}{20}$$

$$\Rightarrow S\left(0,25;0,25;\frac{20 + \sqrt{94}}{20}\right) \Rightarrow a + b + c = 0,25 + 0,25 + \frac{20 + \sqrt{94}}{20} \approx 1,98$$

Câu 2. Một con nhện đang treo mình dưới một sợi tơ theo phương thẳng đứng thì bị một cơn gió thổi theo phương ngang làm dây treo lệch đi so với phương thẳng đứng một góc 30° . Biết trọng lượng của con nhện là $P = 0,1$ N. Xác định độ lớn của lực mà gió tác dụng lên con nhện ở vị trí cân bằng. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



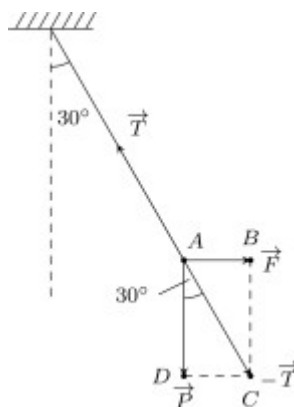
Lời giải

Các lực tác dụng lên con nhện là lực căng dây $\vec{T}$, trọng lực $\vec{P}$ và lực mà gió tác dụng lên con nhện $\vec{F}$. Khi đó, do con nhện ở vị trí cân bằng nên $\vec{T} + \vec{F} + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow -\vec{T} = \vec{P} + \vec{F}$.

Khi đó ta dựng vector $-\vec{T}$ như hình vẽ. Khi đó ta có hình chữ nhật $ABCD$.

$$\tan 30^\circ = \frac{|\vec{F}|}{|\vec{P}|} \Rightarrow |\vec{F}| = |\vec{P}| \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{10} \approx 0,058 \text{ N.}$$

Ta có



Câu 3. Trong một ngày, tổng chi phí để một xưởng sản xuất x (kg) thành phẩm được cho bởi hàm số $C(x) = 2x^3 - 30x^2 + 177x + 2592$. Biết giá bán mỗi kilôgam thành phẩm là 513 nghìn đồng và công

suất tối đa của xưởng là 20 kg trong một ngày. Khối lượng thành phẩm xưởng nên sản xuất trong một ngày là bao nhiêu để lợi nhuận thu được của xưởng trong một ngày là cao nhất?

Lời giải

Lợi nhuận xưởng thu được trong một ngày khi sản xuất x (kg) thành phẩm là

$$P(x) = 513x - (2x^3 - 30x^2 + 177x + 2592)$$

$$\max_{[0;20]} P(x) = P(14) = 2504$$

Vậy $x = 14$ kg.

Câu 4. Một người thống kê lại đường kính thân gỗ (cm) của một số cây xoan đào được cho trong bảng số liệu sau

Đường kính (cm)	[50; 58)	[58; 66)	[66; 74)	[74; 82)	[82; 90)
Số cây	2	1	4	7	4

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Tổng số cây $n = 2 + 1 + 4 + 7 + 4 = 18$.

Giá trị đại diện của các nhóm số liệu là

$$x_1 = \frac{50 + 58}{2} = 54$$

$$x_2 = \frac{58 + 66}{2} = 62$$

$$x_3 = \frac{66 + 74}{2} = 70$$

$$x_4 = \frac{74 + 82}{2} = 78$$

$$x_5 = \frac{82 + 90}{2} = 86$$

Số trung bình của mẫu số liệu là

$$\bar{x} = \frac{1}{18} (2 \cdot 54 + 1 \cdot 62 + 4 \cdot 70 + 7 \cdot 78 + 4 \cdot 86) = \frac{670}{9}$$

Phương sai của mẫu số liệu là

$$s^2 = \frac{1}{18} (2 \cdot (54)^2 + 1 \cdot (62)^2 + 4 \cdot (70)^2 + 7 \cdot (78)^2 + 4 \cdot (86)^2) - \left(\frac{670}{9} \right)^2 = \frac{7616}{81}$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu bằng

$$s = \sqrt{s^2} = \frac{8\sqrt{119}}{9} \approx 9.7$$

----- HẾT -----

ĐỀ 3

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$.

B. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$.

C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$.

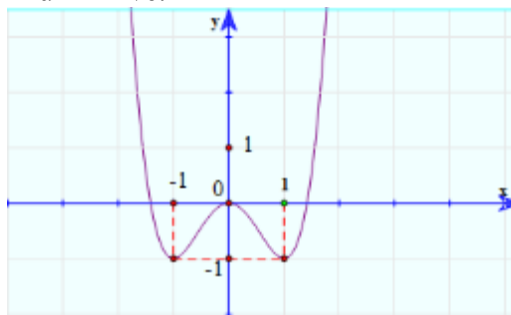
D. $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$.

Lời giải

Chọn B

$$(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9 \Rightarrow \text{Tâm } I(-1; 2; 1) \text{ bán kính } R = 3.$$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

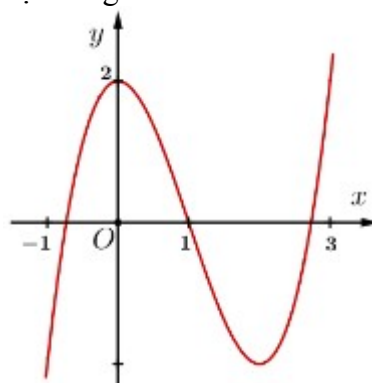
D. $\emptyset$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 3. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Đó là đồ thị hàm số



A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

D. $y = x^3 + 3x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị ta thấy :

+) Khi $x \rightarrow +\infty$ đồ thị đi lên nên $a > 0$.

+) Hàm số có cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

+ $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-3}{x-1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-3}{x-1} = +\infty$

$\Rightarrow$ đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-3}{x-1} = 2 \Rightarrow$

đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y			2		-4		$+\infty$

- ## Lời giải

A. $(-2; -4; -6)$ **B.** $(-2; 4; 6)$ **C.** $(2; 4; 6)$ **D.** $(-1; 2; 3)$

Lời giải

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(1; 0; 2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 9. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{29}$. **D.** 3.

Lời giải

Trang 86

Ta có $AB = \sqrt{(1+1)^2 + (0-2)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{4+4+1} = 3$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ tại điểm x_0 nào dưới đây?

x	0	1	3	3,5		
y'		-	0	-	0	+
y						

A. $x_0 = 3,5$

B. $x_0 = 3$

C. $x_0 = 0$

D. $x_0 = 1$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x) \geq f(3)$ với $\forall x \in \left[0; \frac{7}{2}\right]$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ tại điểm $x_0 = 3$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết rằng $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 4)$, $\overrightarrow{AD} = (-2; 3; 5)$ và $\overrightarrow{AC'} = (1; 1; 1)$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 12$

B. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 1$

C. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 3$

D. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 6$

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} - (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \Rightarrow \overrightarrow{AA'} = (2; -5; -8)$

Ta có: $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] = (3; -13; 9)$

$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \cdot \overrightarrow{AA'}| = 1$

Câu 10. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên: $19 - 14 = 5$

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+2}$. Tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ là

A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $[2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2]$.

Lời giải

Chọ	B
n	

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ Ta có $y' = \frac{2-m}{(x+2)^2}$. YCBT $\Leftrightarrow 2-m > 0 \Leftrightarrow m < 2$.

Câu 12. Tìm cặp điểm thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ đối xứng nhau qua gốc tọa độ

A. $(2; -2)$ và $(-2; 2)$. B. $(\sqrt{3}; -\sqrt{2})$ và $(-\sqrt{3}; \sqrt{2})$.

C. $(\sqrt{2}; \sqrt{2})$ và $(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$. D. $(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$ và $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

Lời giải

Chọn	C
------	---

Cách 1. $M\left(x, \frac{x+2}{x+1}\right)$ thuộc đồ thị (C) . $M'\left(-x; -\frac{x+2}{x+1}\right)$ là điểm đối xứng của M qua gốc tọa độ.

$M' \in (C) \Leftrightarrow -\frac{x+2}{x+1} = \frac{-x+2}{-x+1} \Leftrightarrow (x+2)(-x+1) = -(x+1)(-x+2) \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$.

Vậy $M(\sqrt{2}; \sqrt{2})$ và $M'(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

Trình bày lại:

Cách 1. $M\left(x_1, \frac{x_1+2}{x_1+1}\right)$ thuộc đồ thị (C) . $M'\left(x_2, \frac{x_2+2}{x_2+1}\right)$ là điểm đối xứng của M qua gốc tọa độ.

(Giả sử $x_1 > 0$)

Ta có $\begin{cases} x_1 = -x_2 \\ \frac{x_1+2}{x_1+1} = -\frac{x_2+2}{x_2+1} \Rightarrow \frac{x_1+2}{x_1+1} = -\frac{-x_1+2}{-x_1+1} \Rightarrow x_1 = \sqrt{2} \end{cases}$.

Vậy $M(\sqrt{2}; \sqrt{2})$ và $M'(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

Cách 2. Nhận xét các cặp điểm này đều đối xứng nhau qua gốc tọa độ. Dùng máy tính kiểm tra từng cặp xem chúng có thuộc đồ thị (C) không.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một công ty bất động sản có 150 căn hộ cho thuê, biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng mỗi tháng thì mỗi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100 nghìn đồng mỗi tháng thì có thêm 5 căn hộ bị bỏ trống.

- a) Khi giá cho thuê mỗi căn hộ là $2,2$ triệu đồng thì có 10 căn hộ bị trống.
- b) Khi giá cho thuê mỗi căn hộ là $2,7$ triệu đồng thì doanh thu của công ty cao nhất.
- c) Doanh thu cao nhất của công ty đạt được là $312,5$ triệu đồng.
- d) Khi doanh thu công ty cao nhất thì số căn hộ có người thuê là 125 căn hộ.

Lời giải

a	Đ	b	S	c	Đ	d	Đ
---	---	---	---	---	---	---	---

(a) Gọi số lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ mỗi tháng để công ty có doanh thu cao nhất là x (lần) ($0 \leq x \leq 30$)

Số căn hộ bị bỏ trống mỗi tháng là $5x$

Giá cho thuê mỗi căn hộ là $2 + 0,1x$ (triệu đồng)

Do có 10 căn hộ bị trống nên $5x = 10 \Leftrightarrow x = 2$.

Khi đó, giá cho thuê mỗi căn hộ là $2 + 0,1 \cdot 2 = 2,2$ (triệu đồng). Số căn hộ mỗi tháng được thuê là $150 - 5x$ (căn hộ)

Doanh thu của công ty đạt được là $(2 + 0,1x)(150 - 5x)$ (triệu đồng)

Đặt $f(x) = (2 + 0,1x)(150 - 5x)$ với $0 \leq x \leq 30$

$$f'(x) = 0,1 \cdot (150 - 5x) - 5(2 + 0,1x) = 15 - 0,5x - 10 - 0,5x = 5 - x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

$$f(0) = 300; f(5) = 312,5; f(30) = 0 \Rightarrow \max_{[0,30]} f(x) = f(5) = 312,5$$

Vậy để có doanh thu cao nhất thì công ty đó phải cho thuê với giá $2 + 0,1 \cdot 5 = 2,5$ (triệu đồng). Do

$$\max_{[0,30]} f(x) = f(5) = 312,5$$

nên doanh thu cao nhất của công ty đạt được là $312,5$ triệu đồng. Do

$$\max_{[0,30]} f(x) = f(5) = 312,5$$

nên số căn hộ có người thuê là $150 - 5 \cdot 5 = 125$ căn hộ, khi đó doanh thu công ty cao nhất

Câu 2. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.

a) Toạ độ vector $\overrightarrow{AH} = (4; 5; 3)$.

b) $\overline{AH} \cdot \overline{AF} = 3$.

c) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng $26,6^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

d) Toạ độ điểm $F(4;0;3)$.

a)	S	b)	S	c)	Đ	d)	Đ
----	---	----	---	----	---	----	---

(a) Vì nền nhà là hình chữ nhật nên $OACB$ là hình chữ nhật, suy ra $x_A = x_B = 4$, $y_C = y_B = 5$.

Do điểm A nằm trên trục Ox nên tọa độ điểm $A(4;0;0)$; điểm C nằm trên trục Oy nên tọa độ điểm $C(0;5;0)$.

Tường nhà là hình chữ nhật nên $OCHE$ là hình chữ nhật, suy ra $y_H = y_c = 5$, $z_H = z_E = 3$.

Do H nằm trên mặt phẳng (Oyz) nên tọa độ điểm $H(0;5;3)$

Tứ giác $OAFE$ là hình chữ nhật nên $x_F = x_A = 4$, $z_F = z_E = 3$

Do H nằm trên mặt phẳng (Oxz) nên tọa độ điểm $F(4; 0; 3)$.

(b) Ta có tọa độ vector $\overrightarrow{AH} = (-4; 5; 3)$.

(c) Ta có $\overrightarrow{AF} = (0; 0; 3)$. Suy ra $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 0 + 0 + 9 = 9$.

(d) Để tính góc dốc của mái nhà, ta tính số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$.

Do mặt phẳng (Ozx) vuông góc với hai mặt phẳng $(FGQP)$ và $(FGHE)$ nên $\widehat{PFE}$ là góc phẳng nhị diện cần tìm.

Ta có $\overline{FP} = (-2; 0; 1)$, $\overline{FE} = (-4; 0; 0)$ suy ra

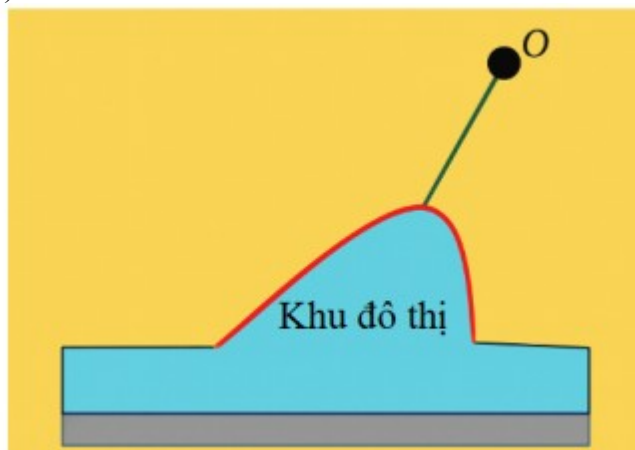
$$\cos \angle PFE = \cos(\overrightarrow{FP}, \overrightarrow{FE}) = \frac{\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FE}}{|\overrightarrow{FP}| \cdot |\overrightarrow{FE}|} = \frac{(-2)(-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Do đó, $PFE \approx 26,6^\circ$. Vậy góc dốc mái nhà khoảng $26,6^\circ$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Ở một vịnh biển, ngoài khơi xa có một hòn đảo nhỏ. Người ta tiến hành lấn biển để xây dựng khu đô thị và làm một tuyến cáp treo nối khu đô thị với hòn đảo để phát triển du lịch. Xét trong hệ tọa độ Oxy với đơn vị tương ứng 1km có hòn đảo ở O thì đường bao của phần đất lấn biển có dạng là

một phần của đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + 2}{x}$. Giả sử tuyến cáp treo được thiết kế nối đảo với đường bao của khu đô thị với độ dài ngắn nhất. Độ dài của tuyến cáp treo là bao nhiêu km (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Lời giải

Trả lời 1, 2 9

Lấy điểm $M\left(x; \frac{-x^2 + 2}{x}\right), x \neq 0$ thuộc đồ thị $(C): y = \frac{-x^2 + 2}{x}$

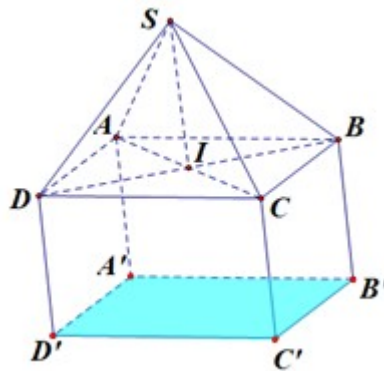
Khi đó $OM^2 = x^2 + \left(\frac{-x^2 + 2}{x}\right)^2 = 2x^2 + \frac{4}{x^2} - 4 \geq 4\sqrt{2} - 4$

Suy ra $OM \geq 2\sqrt{\sqrt{2} - 1}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $2x^2 = \frac{4}{x^2} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$

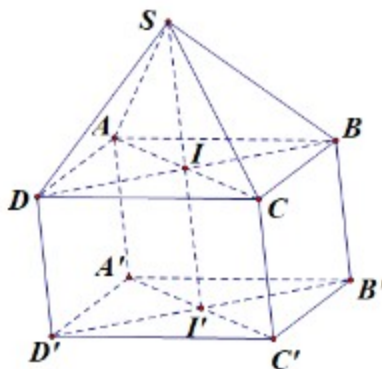
Vậy độ dài tuyến cáp treo ngắn nhất bằng $OM \geq 2\sqrt{\sqrt{2} - 1} \approx 1,29$.

Câu 2. Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0;0;0), A(0;0;1), B(0;0;5;1)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để lắp ráp thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a;b;c)$. Tính giá trị của $a+b+c$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



Lời giải

Trả lời 1, 9 8



Đổi $60 \text{ cm} = 0,6 \text{ (m)}$

Ta có $SA = 0,6 \text{ (m)}$

$$A'(0;0;0), A(0;0;1), B(0;0,5;1) \Rightarrow AB = \frac{1}{2}, AA' = 1.$$

Gọi $I = AC \cap BD$, $I' = A'C' \cap B'D'$

Vì $S.ABCD$ là khối chóp tứ giác đều nên $ABCD$ là hình vuông và $SI \perp (ABCD)$.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$, $II' \perp (A'B'C'D')$.

Do đó $SI \perp (A'B'C'D')$. Suy ra S, I, I' thẳng hàng. Vì vậy $SI' \perp (A'B'C'D')$.

$$ABC \text{ có } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AI = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Xét tam giác vuông

$$SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \sqrt{0,6^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{94}}{20}$$

Xét tam giác vuông SIA có

$$A'C' \Rightarrow II' = AA' = 1 \Rightarrow SI' = II' + SI = 1 + \frac{\sqrt{94}}{20} = \frac{20 + \sqrt{94}}{20}$$

Gọi I' là trung điểm của

Ta có $AA'B'B$ là hình chữ nhật và $A'(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B(0;0,5;1) \Rightarrow B'(0;0,5;0) \in Oy$

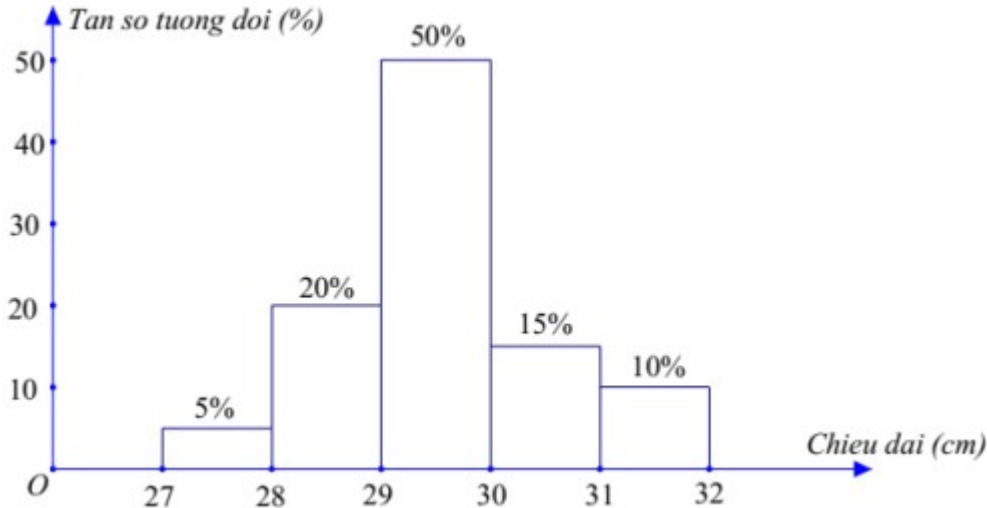
$$A'(0;0;0) \equiv O, A(0;0;1) \in Oz \Rightarrow D' \in Ox$$

Mà

$ABCD$ là hình vuông nên $A'B'C'D'$ là hình vuông cạnh $\frac{1}{2} \Rightarrow A'D' = \frac{1}{2} \Rightarrow D'(0,5;0;0)$
 Vì
 $\Rightarrow I'(0,25;0,25;0)$

Vì $I'(0,25;0,25;0)$ là hình chiếu của S trên mặt phẳng Oxy và $SI' = \frac{20 + \sqrt{94}}{20}$
 $\Rightarrow S\left(0,25;0,25;\frac{20 + \sqrt{94}}{20}\right) \Rightarrow a + b + c = 0,25 + 0,25 + \frac{20 + \sqrt{94}}{20} \approx 1,98$

Câu 3. Đo chiều dài của 80 con cá, kết quả thu được biểu diễn ở biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm như sau:



Tìm tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm nói trên.

Lời giải

Trả lời 2 9

Chuyển biểu đồ tần số tương đối về dạng ghép nhóm như sau

Chiều dài	$[27; 28)$	$[28; 29)$	$[29; 30)$	$[30; 31)$	$[31; 32)$
Tần số tương đối	5%	20%	50%	15%	10%

Ta biết rằng nếu thứ phân vị thứ k là $\frac{1}{2}(x_m + x_{m+1})$, trong đó x_m và x_{m+1} lần lượt thuộc hai nhóm liên tiếp $[u_{j-1}; u_j)$ và $[u_j; u_{j+1})$ thì $Q_k = u_j$.

Áp dụng cho bài trên, tần số tương đối tích lũy $5\% + 20\% = 25\%$ nên $Q_1 = 29$.

Câu 4. Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 2002 được tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người). Đạo hàm của hàm số $y = f(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn (tính bằng nghìn người/năm). Hỏi vào năm nào thì tốc độ tăng dân số là 0,075 nghìn người/năm?

Lời giải

Trả lời 2 0 3 7

Ta có: $f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5}$

Vì t là số năm nên $t > 0$.

Hàm số xác định với $t > 0$.

$$f(t) = \frac{120}{(t+5)^2}.$$

$$P(f(t) = 0,075) \hat{=} \frac{120}{(t+5)^2} = 0,075 \hat{=} (t+5)^2 = 1600 \hat{=} (t+5)^2 = 40^2.$$

Vì $t > 0$ nên $t = 35$.

Vậy sau 35 năm kể từ năm 2002, tức là vào năm 2037 thì tốc độ tăng dân số của thị trấn đó là 0,075 nghìn người/năm.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Thống kê lượng mưa (mm) trong một số ngày tại một vùng được cho trong bảng số liệu sau

Lượng mưa (mm)	[170; 185)	[185; 200)	[200; 215)	[215; 230)	[230; 245)
Số ngày	2	4	4	6	6

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Tổng số ngày $n = 2 + 4 + 4 + 6 + 6 = 22$.

Giá trị đại diện của các nhóm số liệu là

$$x_1 = \frac{170+185}{2} = \frac{355}{2}$$

$$x_2 = \frac{185+200}{2} = \frac{385}{2}$$

$$x_3 = \frac{200+215}{2} = \frac{415}{2}$$

$$x_4 = \frac{215+230}{2} = \frac{445}{2}$$

$$x_5 = \frac{230+245}{2} = \frac{475}{2}$$

Số trung bình của mẫu số liệu là

$$\bar{x} = \frac{1}{22} \left(2 \cdot \frac{355}{2} + 4 \cdot \frac{385}{2} + 4 \cdot \frac{415}{2} + 6 \cdot \frac{445}{2} + 6 \cdot \frac{475}{2} \right) = \frac{4715}{22}$$

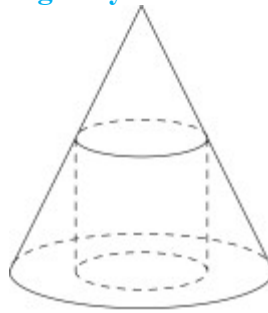
Phương sai của mẫu số liệu là

$$s^2 = \frac{1}{22} \left(2 \cdot \left(\frac{355}{2} \right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{385}{2} \right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{415}{2} \right)^2 + 6 \cdot \left(\frac{445}{2} \right)^2 + 6 \cdot \left(\frac{475}{2} \right)^2 \right) - \left(\frac{4715}{22} \right)^2 = \frac{46350}{121}$$

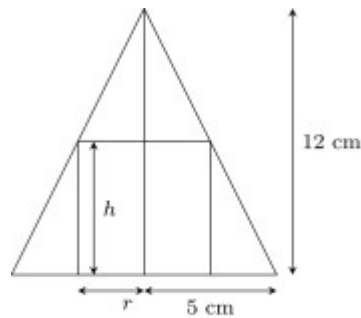
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu bằng

$$s = \sqrt{s^2} = \frac{15\sqrt{206}}{11} \approx 19,6$$

Câu 2. Cho một hình trụ nội tiếp trong hình nón có chiều cao bằng 12 cm và bán kính đáy bằng 5 cm (Hình 1). Người ta cắt hình nón, trụ này theo mặt phẳng chứa đường thẳng nối đỉnh và tâm hình tròn đáy của hình nón thì thu được một hình phẳng như Hình 2.



Hình 1



Hình 2

Tìm h để khối trụ có thể tích lớn nhất.

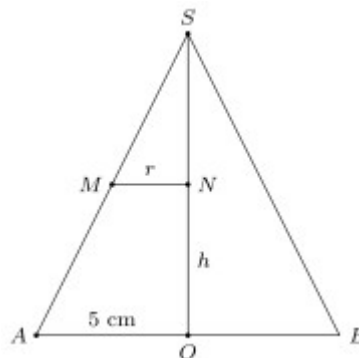
Lời giải

<TL> Giả sử ta có hình vẽ như hình bên.

Khi đó $\triangle SMN \sim \triangle SAO$ nên

$$\frac{MN}{AO} = \frac{SN}{SO} \Leftrightarrow \frac{r}{5} = \frac{12-h}{12}.$$

$$\text{Suy ra } r = \frac{5 \cdot (12-h)}{12}.$$



Thể tích khối trụ là

$$V = h\pi \cdot r^2 = h\pi \cdot \left(\frac{5 \cdot (12-h)}{12} \right)^2 = \frac{25\pi \cdot h \cdot (12-h)^2}{144}.$$

$$\text{Ta có } V(h) = \frac{25\pi \cdot h \cdot (12-h)^2}{144} = \frac{25\pi}{144} \cdot (h^3 - 24h^2 + 144h), \text{ với } h \in (0;12).$$

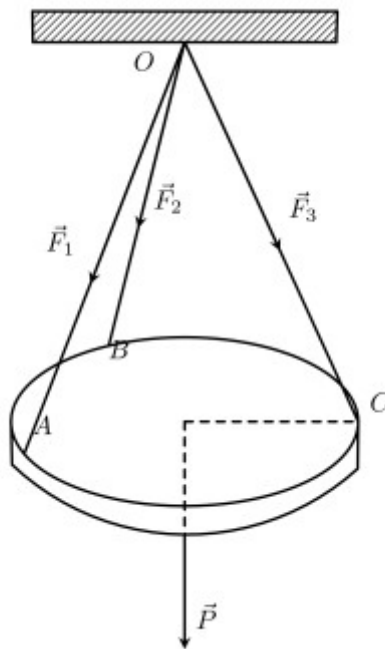
$$\Rightarrow V'(h) = \frac{25\pi}{144} \cdot (3h^2 - 48h + 144); V'(h) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} h = 4 \\ h = 12. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

h	0	4	12	
$V'(h)$	+	0	-	0
$V(h)$	0	$\frac{400\pi}{9}$	0	

Vậy khi $h = 4$ thì thể tích $V(h)$ lớn nhất.

Câu 3. Một chiếc đèn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao tam giác ABC đều. Độ dài của ba đoạn thẳng OA, OB, OC đều bằng L . Trọng lượng của chiếc đèn là 27 N và bán kính của đèn là $0,5 \text{ m}$. Tìm chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây, biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là 17 . (Chiều dài tính theo đơn vị cm và làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

Vì tam giác ABC đều nên G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

Do đó, $GA = GB = GC = 0,5 \text{ m}$.

Gọi F là độ lớn của các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ trên mỗi sợi dây. Khi đó, $F = F(L)$ là một hàm số đối với biến L .

Theo bài ra ta có $OA = OB = OC = L$ nên $OG \perp (ABC)$ và $OA = OB = OC = L$.

Do đó $F_1 = F_2 = F_3$.

Vì vậy, tồn tại hằng số $c \neq 0$ sao cho $\vec{F}_1 = c\vec{OA}, \vec{F}_2 = c\vec{OB}, \vec{F}_3 = c\vec{OC}$.

Suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = c(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC})$.

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên ta có $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$.

Do đó $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 3c\vec{OG}$.

Mặt khác ta lại có $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P}$, với $\vec{P}$ là trọng lực tác dụng lên chiếc đèn.

Mà trọng lực tác dụng lên chiếc đèn là 27 N nên $P = 27 \Leftrightarrow 3cOG = 27 \Leftrightarrow c = \frac{9}{OG}$.

Tam giác OAG vuông tại G nên suy ra $OG = \sqrt{OA^2 - GA^2} = \sqrt{L^2 - 0,5^2}$ (m) với $L > 0,5$.

Do đó $OG = \sqrt{L^2 - 0,5^2} \Rightarrow c = \frac{9}{\sqrt{L^2 - 0,5^2}}$.

Khi đó $F = F_1 = cOA = \frac{9L}{\sqrt{L^2 - 0,5^2}}$ (với $L > 0,5$).

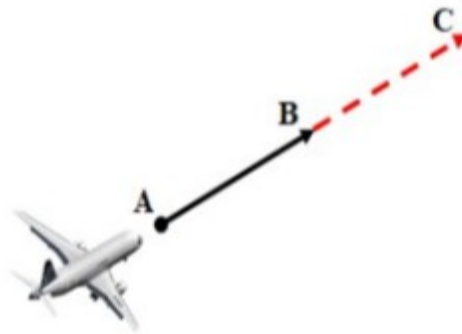
Ta có lực căng dây tối đa của mỗi sợi dây là 17 N

$$F(L) \leq 17 \Leftrightarrow \frac{9L}{\sqrt{L^2 - 0,5^2}} \leq 17$$

$$\Leftrightarrow 9L \leq 17\sqrt{L^2 - 0,5^2} \Leftrightarrow 81L^2 \leq 289(L^2 - 0,5^2) \Leftrightarrow -208L^2 \leq -72,25 \Rightarrow L \geq 0,6$$

Vậy chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây là $L = 0,6\text{m} = 60,0\text{ cm}$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị đo lấy theo km), một Radar phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(812; 600; 5)$ đến điểm $B(950; 530; 6)$ trong 10 phút.



Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $C(x; y; z)$. Khi đó $x + y + z$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Do chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ A đến B trong 10 phút và từ B đến C trong 10 phút.

Nên suy ra $AB = BC$ và A, B, C thẳng hàng.

Suy ra B là trung điểm của AC

$$\Rightarrow \begin{cases} x_B = \frac{x_A + x_C}{2} \\ y_B = \frac{y_A + y_C}{2} \\ z_B = \frac{z_A + z_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 950 = \frac{812 + x}{2} \\ 530 = \frac{600 + y}{2} \\ 6 = \frac{5 + z}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1088 \\ y = 460 \\ z = 7 \end{cases}$$

Vậy $x + y + z = 1555$.

----- HẾT -----

ĐỀ 4

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-3; +\infty)$

B. $(-\infty; 1)$

C. $(0; 1)$

D. $(-\infty; 0)$

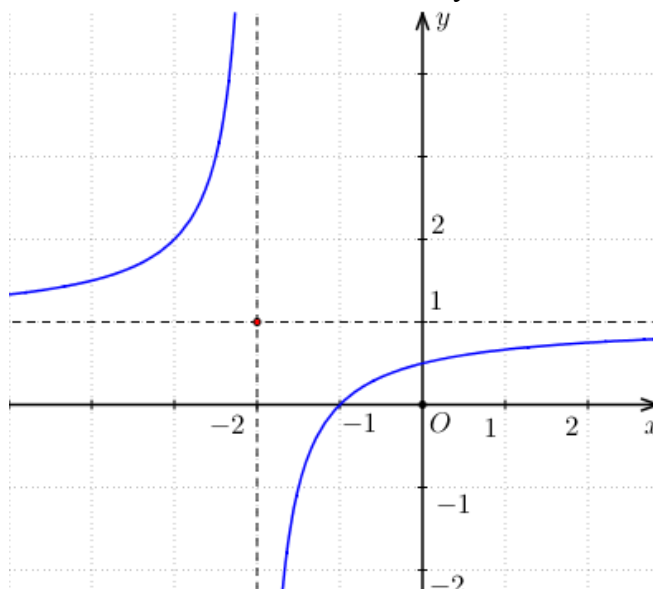
Lời giải

Chọn C

+ Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $y' < 0$ với mọi x thuộc khoảng $(0; 2)$. Suy ra y giảm với mọi x thuộc khoảng $(0; 2)$.

+ Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 2. Đường cong của hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

C. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

D. $y = \frac{x+1}{x+2}$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta có:

$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = -\infty \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nên loại hai đáp án C, D.

+) Cho $x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow$ đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ nên chọn đáp án A.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho 2 véc tơ $\vec{a} = (2; 1; -1)$; $\vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ$.

A. $m = 1$.

B. $m = -2$

C. $m = 5$.

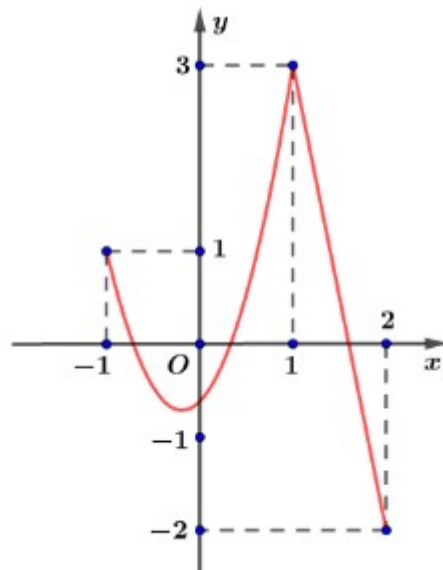
D. $m = -5$.

Lời giải

Chọn C

$$(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 5 - m = 0 \Leftrightarrow m = 5.$$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 2]$. Ta có $2M - 3m$ bằng:



A. 12.

B. 4.

C. 13.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta có: $\max_{[-1; 2]} y = 3 = f(1)$ và $\min_{[-1; 2]} y = -2 = f(2)$.

Do đó: $M = 3, m = -2$.

Vậy $2M - 3m = 12$.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

- B.** $x = 2$ và $y = 1$.

- D.** $x = -1$ và $y = 2$.

Lời giải

Chọn A

Tiệm cận đúng: $x = 1$.

Tiệm cận ngang: $y = 2$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $M(2; -4; 1)$, $N(3; 0; -1)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{MN}$ là

- B.** $\overline{MN} = (1; -4; 2)$

- D.** $\overrightarrow{MN} = (-1; -4; 2)$

Lời giải

Chọn C

$$\overline{MN} = (1; 4; -2)$$

Câu 7. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Phát biểu nào **đúng**?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

- A.** Giá trị cực đại của hàm số là 0 .

- B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 5$.

- C.** Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.

- D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có giá trị cực đại bằng 5 tại $x = 0$ và có giá trị cực tiểu bằng 1 tại $x = 2$. Từ các đáp án A, B, C, D ta chọn

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9 \Leftrightarrow (x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 3^2$$

Suy ra bán kính của mặt cầu đã cho bằng $R = 3$.

Câu 9. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - \frac{1}{3}$ có tọa độ là

A. $I\left(-2; \frac{1}{3}\right)$

B. $I\left(2; -\frac{1}{3}\right)$

C. $I\left(2; \frac{1}{3}\right)$

D. $I\left(-2; -\frac{1}{3}\right)$

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm bậc ba nhận điểm uốn làm tâm đối xứng.

Ta có: $y' = x^2 - 4x + 3$, $y'' = 2x - 4$

$y'' = 0 \Leftrightarrow x = 2$, khi đó $y = \frac{1}{3} \cdot 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$.

Vậy tâm đối xứng của đồ thị là điểm uốn $I\left(2; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết rằng $\overrightarrow{AB}(1; 3; 4)$, $\overrightarrow{AD}(-2; 3; 5)$ và $\overrightarrow{AC'}(1; 1; 1)$. Tính thể tích hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$

A. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 6$

B. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 12$

C. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 3$

D. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 1$

Lời giải

Chọn D

Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \cdot \overrightarrow{AA'} \right|$.

$$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \Rightarrow \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} - (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AA'} = (2; -5; -8).$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \cdot \overrightarrow{AA'} \right| = 1.$$

Câu 11. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 0,5.

B. 0,975.

C. 0,575.

D. 0,9.

Lời giải

Chọn C

Cỡ mẫu $n = 20$. Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ là mẫu số liệu gốc về quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Hương trong 20 ngày được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; \dots; x_3 \in [2, 7; 3, 0); x_4; \dots; x_9 \in [3, 0; 3, 3); x_{10}; \dots; x_{14} \in [3, 3; 3, 6)$

$x_{15}; \dots; x_{18} \in [3, 6; 3, 9); x_{19}; x_{20} \in [3, 9; 4, 2).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_5 + x_6) \in [3, 0; 3, 3)$.

Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 3, 0 + \frac{\frac{20}{4} - 3}{6}(3, 3 - 3, 0) = 3, 1$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [3, 6; 3, 9)$.

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 3, 6 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (3 + 6 + 5)}{4}(3, 9 - 3, 6) = 3, 675$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 0, 575$

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{(m+3)x-2}{x+m}$ luôn nghịch biến trên các khoảng xác định của nó?

A. $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq -1 \end{cases}$

B. $-2 < m < -1$

C. $-2 \leq m \leq -1$

D. $\begin{cases} m < -2 \\ m > -1 \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$. Ta có $y' = \frac{m^2 + 3m + 2}{(x+m)^2}$

Yêu cầu đề bài $\Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < -1$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-3; 4; 2)$, $B(-5; 6; 2)$, $C(-10; 17; -7)$.

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 10$.

b) Tọa độ trung điểm của AB là $I(-4; 5; 2)$.

c) Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G(-6; 9; -1)$.

d) Tọa độ trực tâm của tam giác ABD là $H(-5; 12; 4)$.

Lời giải

a) S b) S c) Đ d) S

(a) Đúng.

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3 + (-5)}{2} = -4 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{4 + 6}{2} = 5 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow I(-4; 5; 2)$$

Gọi I là trung điểm của AB . Khi đó

(b) Đúng.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{-3 + (-5) + (-10)}{3} = -6 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{4 + 6 + 17}{3} = 9 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{2 + 2 + (-7)}{3} = -1 \end{cases} \Rightarrow G(-6; 9; -1)$$

Khi đó

(c) Sai.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; 0)$, $\overrightarrow{DC} = (-10 - x_D; 17 - y_D; -7 - z_D)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -10 - x_D = -2 \\ 17 - y_D = 2 \\ -7 - z_D = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -8 \\ y_D = 15 \\ z_D = -7 \end{cases} \Rightarrow D(-8; 15; -7)$$

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AD} = (-5; 11; -9)$. Do đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = -2 \cdot (-5) + 2 \cdot 11 + 0 \cdot (-9) = 32$

(d) Sai.

Gọi $H(a; b; c)$ là trực tâm của tam giác ABD . Do đó

$$\overrightarrow{AH} = (a + 3; b - 4; c - 2), \quad \overrightarrow{BH} = (a + 5; b - 6; c - 2), \quad \overrightarrow{BD} = (-3; 9; -9), \quad \overrightarrow{AD} = (-5; 11; -9),$$

$$\overrightarrow{AB} = (-2; 2; 0)$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] = (-18; -18; -12)$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BD} \\ \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AD} \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3(a + 3) + 9(b - 4) - 9(c - 2) = 0 \\ -5(a + 5) + 11(b - 6) - 9(c - 2) = 0 \\ -18(a + 3) - 18(b - 4) - 12(c - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3a + 9b - 9c = 27 \\ -5a + 11b - 9c = 73 \\ -18a - 18b - 12c = -42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-153}{11} \\ b = \frac{100}{11} \\ c = \frac{118}{11} \end{cases}$$

Suy ra

$$H\left(\frac{-153}{11}; \frac{100}{11}; \frac{118}{11}\right)$$

Vậy

Câu 2. Một công ty bất động sản có 150 căn hộ cho thuê, biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng mỗi tháng thì mỗi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 5 căn hộ bị bỏ trống. Mệnh đề nào sau đây đúng

- a)** Khi giá cho thuê mỗi căn hộ là $2.200.000$ đồng thì có 10 căn hộ bị trống
- b)** Khi giá cho thuê mỗi căn hộ là $2.700.000$ đồng thì thu nhập của công ty cao nhất.
- c)** Thu nhập cao nhất của công ty đạt được là $312.500.000$ đồng.
- d)** Khi thu nhập công ty cao nhất thì số căn hộ có người thuê là 125 căn hộ.

a)	Đ	b)	S	c)	Đ	d)	Đ
----	---	----	---	----	---	----	---

Gọi số lần tăng giá tiền cho thuê mỗi căn hộ một tháng để công ty thu được thu nhập cao nhất là x (lần) ($0 \leq x \leq 30$)

Số tiền cho thuê mỗi căn hộ là $2 + 0,1x$ (triệu đồng)

Số căn hộ mỗi tháng được thuê là $150 - 5x$ (căn hộ)

Thu nhập của công ty đạt được là $(2 + 0,1x)(150 - 5x)$

Đặt $f(x) = (2 + 0,1x)(150 - 5x)$

$$f'(x) = 0,1(150 - 5x) - 5(2 + 0,1x) = 15 - 0,5x - 10 - 0,5x = 5 - x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

$$f(0) = 300; f(5) = 312,5; f(30) = 0 \Rightarrow \underset{x \in [0;30]}{\text{Max}} f(x) = f(5) = 312,5 \text{ khi } x = 5$$

Vậy để có thu nhập cao nhất thì công ty đó phải cho thuê với giá $2 + 0,1 \cdot 5 = 2,5$ (triệu đồng).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một hộ gia đình chuyên làm thịt trâu sấy khô để bán, mỗi ngày hộ đó sản xuất được x kg thịt, ($1 \leq x \leq 20$). Tổng chi phí sản xuất x kg thịt trâu khô, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 9x^2 + 345x + 450$. Giả sử hộ gia đình này bán hết số thịt làm ra mỗi ngày với giá 750 nghìn đồng/kg. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x kg thịt trâu sấy khô. Hỏi lợi nhuận tối đa mà hộ gia đình này thu được trong một ngày?

Lời giải

Trả lời 4 2 7 5

Số tiền thu về khi bán x kg thịt là: $750x$.

Lợi nhuận thu được khi bán x kg thịt là:

$$L(x) = 750x - (x^3 - 9x^2 + 345x + 450) = -x^3 + 9x^2 + 405x - 450$$

Xét hàm số $L(x) = -x^3 + 9x^2 + 405x - 450$ với $x \in [1; 20]$

$$L'(x) = -3x^2 + 18x + 405, \quad L'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \in [1; 20] \\ x = -9 \notin [1; 20] \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	1	15	20	
$L'(x)$		+	0	-
$L(x)$			4275	
	-37			3250

Vậy hộ gia đình sản xuất thịt khô này thu được lợi nhuận tối đa trong một ngày là 4275 nghìn đồng khi sản xuất 15 kg thịt trâu khô trong một ngày.

Câu 2. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)	[9;9,5)	[9,5;10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Hãy ước lượng số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Trả lời 8 , 1 2

Khoảng điểm	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)	[9;9,5)	[9,5;10)
Giá trị đại diện	6,75	7,25	7,75	8,25	8,75	9,25	9,75
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Số trung bình của mẫu số liệu xấp xỉ bằng:

$$(6,75 \cdot 8 + 7,25 \cdot 10 + 7,75 \cdot 16 + 8,25 \cdot 24 + 8,75 \cdot 13 + 9,25 \cdot 7 + 9,75 \cdot 4) : 82 = 8,12$$

Câu 3. Cho biết máy bay A đang bay với vector vận tốc $\vec{a} = (300; 200; 400)$ (đơn vị: km/h). Máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay A . (làm tròn đến hàng đơn vị)



Tính tốc độ của máy bay B .

Lời giải

Trả lời 1 6 1 5

$$3\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \cdot 300 = x \\ 3 \cdot 200 = y \\ 3 \cdot 400 = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 900 \\ y = 600 \\ z = 1200 \end{cases} \Rightarrow \vec{b} = (900; 600; 1200)$$

Ta có:

$$\text{Tốc độ của máy bay } B \text{ là: } |\vec{b}| = \sqrt{900^2 + 600^2 + 1200^2} \approx 1615,55 \text{ (km/h)}$$

Câu 4. Một nhà xuất bản nhận in 4000 ấn phẩm. Nhà xuất bản có tất cả 14 máy in được cài đặt, hoạt động tự động và giám sát bởi 1 kỹ sư. Mỗi máy in có thể in được 30 ấn phẩm trong một giờ. Chi phí cài đặt máy in là 12 USD cho một máy, chi phí giám sát là 9USD một giờ. Tính số máy in nhà xuất bản nên sử dụng để chi phí in là nhỏ nhất?

Lời giải

Trả lời

Gọi x ($0 < x \leq 14$) là số máy in cần sử dụng để in lô hàng.

Chi phí cài đặt là $12x$.

Số giờ in hết số ấn phẩm là $\frac{4000}{30x}$ (giờ), chi phí giám sát là $\frac{4000}{30x} \cdot 9 = \frac{1200}{x}$ (USD)

Tổng chi phí in là

$$P(x) = 12x + \frac{1200}{x}$$

$$P'(x) = 12 - \frac{1200}{x^2}$$

$$P'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 100 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -10 \text{ (L)} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	10	14
$P'(x)$	-	0	+
$P(x)$		$P(10)$	

Vậy để chi phí in nhỏ nhất thì số máy phải sử dụng là 10 máy.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u}(2; -2; 1)$ với tốc độ 4,5 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Một camera giám sát an toàn đặt tại $I(50; -10; 50)$. Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ khi cabin xuất phát thì cabin gần camera giám sát an toàn nhất? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

<TL>

Ta biểu diễn tọa độ của cabin tại thời điểm t (s) như sau: $M(10 + 3t; 3 - 3t; 1, 5t)$.

Do camera đặt tại điểm $I(50; -10; 50)$ nên khoảng cách từ cabin đến camera là

$$MI = \sqrt{(10 + 3t - 50)^2 + (3 - 3t + 10)^2 + (1, 5t - 50)^2} = \sqrt{(3t - 40)^2 + (13 - 3t)^2 + (1, 5t - 50)^2}$$

Xét hàm $f(t) = MI^2 = (3t - 40)^2 + (13 - 3t)^2 + (1, 5t - 50)^2$

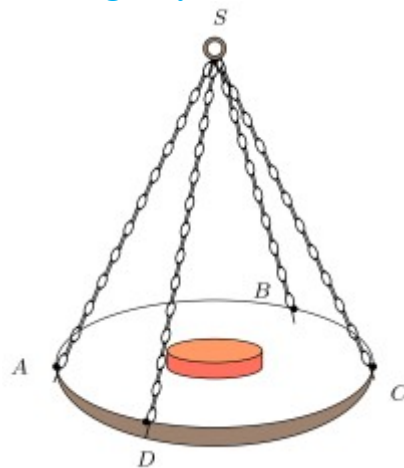
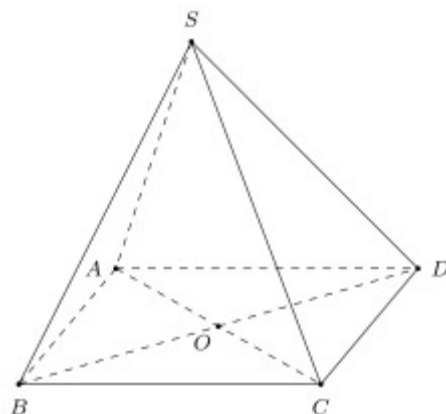
Ta có: $f(t) = 20,25t^2 - 468t + 4269$

$$\Rightarrow f'(t) = 40,5t - 468 = 0 \Rightarrow t = \frac{104}{9} \approx 12$$

Lập bảng biến thiên, ta suy ra $\min_{[0; +\infty)} f(t) = f\left(\frac{104}{9}\right)$.

Câu 2. Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5$ kg được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $SABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\angle ASC = 60^\circ$. (Cho biết $\vec{P} = m\vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là véc-tơ gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s²). Độ lớn của lực căng cho

mỗi sợi xích có dạng $\frac{a\sqrt{3}}{b}$ với a, b là các số nguyên dương $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $3a + b^2$ bằng

**Lời giải**

Độ lớn trọng lực tác động lên đèn chùm là $P = mg = 5 \cdot 10 = 50$ N.

Ta có $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều suy ra $SA = SB = SC = SD$.

Mà $\angle ASC = 60^\circ \Rightarrow$ tam giác SAC đều.

Gọi O là trung điểm AC .

Ta có Hợp lực của 4 sợi xích là $\vec{F} = \vec{SA} + \vec{SC} + \vec{SB} + \vec{SD} = 2\vec{SO} + 2\vec{SO} = 4\vec{SO}$.

Để đèn chùm đứng yên thì hợp lực của các sợi xích phải cân bằng với trọng lực hay $4\vec{SO} = \vec{P}$.

Do đó $4SO = P \Leftrightarrow SO = 12,5$.

Xét tam giác đều SAC có $SA = \frac{\sqrt{3}}{2} SO = \frac{25\sqrt{3}}{4}$.

Vậy độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích là $\frac{25\sqrt{3}}{4}$ (N).

Suy ra $3a + b^2 = 91$.

Câu 3. Thống kê thời gian tập thể dục (phút) của một người trong một số ngày được cho trong bảng số liệu sau

Thời gian (phút)	[75; 81)	[81; 87)	[87; 93)	[93; 99)	[99; 105)
Số ngày	10	4	7	8	5

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Tổng số ngày $n = 10 + 4 + 7 + 8 + 5 = 34$.

Giá trị đại diện của các nhóm số liệu là

$$x_1 = \frac{75+81}{2} = 78$$

$$x_2 = \frac{81+87}{2} = 84$$

$$x_3 = \frac{87+93}{2} = 90$$

$$x_4 = \frac{93+99}{2} = 96$$

$$x_5 = \frac{99+105}{2} = 102$$

Số trung bình của mẫu số liệu là

$$\bar{x} = \frac{1}{34}(10 \cdot 78 + 4 \cdot 84 + 7 \cdot 90 + 8 \cdot 96 + 5 \cdot 102) = \frac{1512}{17}$$

Phương sai của mẫu số liệu là

$$s^2 = \frac{1}{34}(10 \cdot (78)^2 + 4 \cdot (84)^2 + 7 \cdot (90)^2 + 8 \cdot (96)^2 + 5 \cdot (102)^2) - \left(\frac{1512}{17}\right)^2 = \frac{21708}{289}$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu bằng

$$s = \sqrt{s^2} = \frac{18\sqrt{67}}{17} \approx 8.7$$

Câu 4. Một công ty ước tính rằng chi phí C để sản xuất x đơn vị sản phẩm có thể được mô hình hoá bằng công thức

$$C = 800 + 0,04x + 0,0002x^2$$

Tìm mức sản xuất sao cho chi phí trung bình $\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x}$ cho mỗi đơn vị hàng hoá là nhỏ nhất.

Lời giải

Ta có: $\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{800}{x} + 0,04 + 0,0002x$

Suy ra, $\bar{C}'(x) = -\frac{800}{x^2} + 0,0002 = \frac{0,0002x^2 - 800}{x^2}$; $\bar{C}'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2000$

Bảng biến thiên của hàm số:

x	0	2 000	$+\infty$
$\bar{C}'$		- 0 +	
$\bar{C}$	$+\infty$	$\searrow$ 0,84 $\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra với mức sản xuất là 2000 thì chi phí trung bình cho mỗi đơn vị hàng hoá là nhỏ nhất.

----- HẾT -----

ĐỀ 5

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $y = 0$. D. $y = 5$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0 \Rightarrow$ đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 0$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 2z - 4 = 0$ có bán kính R là

- A. $R = 2$. B. $R = 5$. C. $R = 25$. D. $R = \sqrt{5}$.

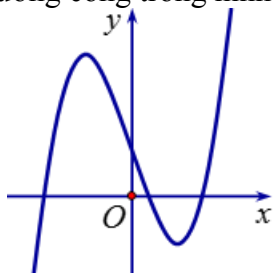
Lời giải

Chọn B

Tâm của mặt cầu là $I(4; -2; -1)$.

Bán kính mặt cầu bằng $R = \sqrt{4^2 + (-2)^2 + (-1)^2 - (-4)} = \sqrt{25} = 5$.

Câu 3. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = x^3 + 3x + 1$. B. $y = -x^4 - 4x^2 + 1$. C. $y = -x^3 + 3x - 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Đây là đồ thị hàm bậc ba có hệ số a dương nên loại đáp án B, D;

Đồ thị hàm bậc ba có hai điểm cực trị nên loại A;

Câu 4. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (3; 0; 1)$, $\vec{v} = (-1; 2; -2)$. Tích có hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tương ứng là

- A. $(-2; 5; 6)$. B. $(1; -3; 5)$. C. $(3; -1; 0)$. D. $(2; -5; -6)$.

Lời giải

Chọn A

• Ta có: $\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = (-2; 5; 6)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là:

A. $(2; -3; -1)$.

B. $(-1; 2; -3)$.

C. $(2; -1; -3)$.

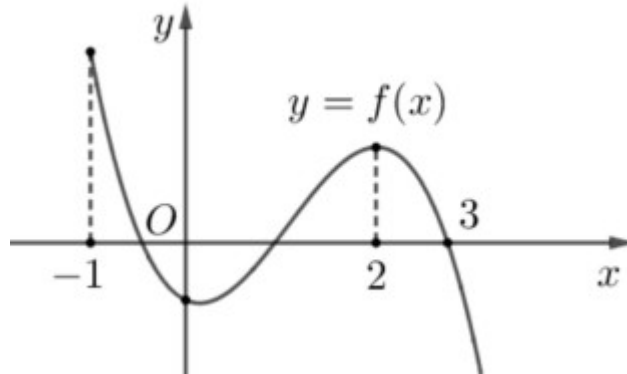
D. $(-3; 2; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a}(-1; 2; -3)$.

Câu 6. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây



A. $(-1; 0)$

B. $(0; 2)$

C. $(2; 3)$

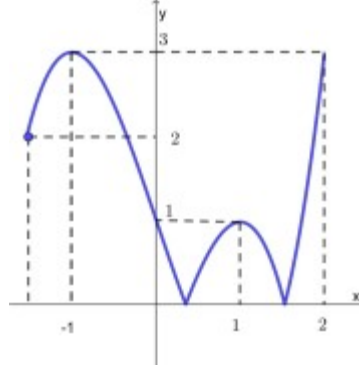
D. $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy đồ thị hàm số đi lên trong khoảng $(0; 2)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 0]$. Giá trị $M - 2m$ bằng

A. 1

B. 3

C. 2

D. 0

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị suy ra $M = 3, m = 1$

Do đó: $M - 2m = 3 - 2 = 1$.

Câu 8. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào sau đây đúng:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		5		1		$+\infty$

- A. Giá trị cực đại của hàm số là 0 .
 B. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2 .
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
 D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 5$.

Lời giải

Chọn C

Câu 9. Số điểm có tọa độ là các số nguyên của đồ thị hàm số: $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y = \frac{2x+3}{x-1} = 2 + \frac{5}{x-1}$ suy ra số điểm có tọa độ nguyên của đồ thị hàm số là 4 điểm tương ứng hoành độ $x \in \{0; 2; -4; 6\}$.

Câu 10. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2, 7; 3, 0)$	$[3, 0; 3, 3)$	$[3, 3; 3, 6)$	$[3, 6; 3, 9)$	$[3, 9; 4, 2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 0,6. B. 0,9. C. 1,5. D. 0,3.

Lời giải

Chọn C

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $4,2 - 2,7 = 1,5$ km

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2x-m}{x-1}$ đồng biến trên khoảng xác định của nó.

- A. $m \in (2; +\infty)$. B. $m \in (1; 2)$. C. $m \in [2; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có $y' = \frac{m-2}{(x-1)^2}$

Để hàm số đồng biến trên khoảng xác định của nó thì

$$y' > 0 \Leftrightarrow \frac{m-2}{(x-1)^2} > 0 \quad \forall x \in D \Leftrightarrow m > 2 \text{ suy ra } m \in (2; +\infty)$$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ với $A(0;0;1)$, $B(0;1;0)$, $C(1;0;0)$ và $D(-2;3;-1)$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{3}$

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Ta có $(ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - 1 = 0$

$$AB = BC = CA = \sqrt{2} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{\sqrt{2}^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$d(D; (ABC)) = \frac{|-2+3-1-1|}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad V_{ABCD} = \frac{1}{3} d(D; (ABC)) \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{6}$$

Cách 2: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = \frac{1}{6}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một công ty bất động sản có 150 căn hộ cho thuê, biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng mỗi tháng thì mỗi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 5 căn hộ bị bỏ trống. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Khi giá cho thuê mỗi căn hộ là 2.200.000 đồng thì có 10 căn hộ bị trống.

b) Khi giá cho thuê mỗi căn hộ là 2.700.000 đồng thì thu nhập của công ty cao nhất.

c) Thu nhập cao nhất của công ty đạt được là 312.500.000 đồng.

d) Khi thu nhập công ty cao nhất thì số căn hộ có người thuê là 125 căn hộ.

Lời giải

a)	Đ	b)	S	c)	Đ	d)	Đ
----	---	----	---	----	---	----	---

Gọi số lần tăng giá tiền thuê mỗi căn hộ một tháng để công ty thu nhập cao nhất là x ($0 \leq x \leq 30$)

Số tiền cho thuê mỗi căn hộ là $2 + 0,1x$

Số căn hộ mỗi tháng được thuê là $150 - 5x$

Thu nhập của công ty là $(2 + 0,1x)(150 - 5x)$

Đặt $f(x) = (2 + 0,1x)(150 - 5x)$

$$\Rightarrow f'(x) = 5 - x = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

$$f(0) = 300; f(5) = 312,5; f(30) = 0$$

$$\Rightarrow \max_{[0;30]} f(x) = 312,5$$

Vậy: thu nhập cao nhất là 312.500.000 đồng khi $x = 5$

Số căn hộ mỗi tháng được thuê là $150 - 5x = 125$

Thu nhập của công ty cao nhất khi giá cho thuê là $2 + 0,1x = 2,5$

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;-1)$, $B(3;1;0)$, $C(-1;1;3)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) Ba điểm $A, B, D(4;1;1)$ thẳng hàng.

c) Góc $\widehat{ABC} = 45^\circ$.

d) $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; -7; 0)$.

Lời giải

a)	Đ	b)	Đ	c)	S	d)	Đ
----	---	----	---	----	---	----	---

(a) Đúng.

Ta có

$\overrightarrow{AB} = (1; 0; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (-3; 0; 4)$, $\overrightarrow{AB} \neq k \overrightarrow{AC} = (-3k; 0; 4k)$ với mọi k nên hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương, do đó ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

(b) Đúng.

Ta có

$\overrightarrow{AB} = (1; 0; 1)$, $\overrightarrow{AD} = (2; 0; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB}$, do đó ba điểm A, B, D thẳng hàng.

(c) Sai.

Ta có

$$\overrightarrow{BA} = (-1; 0; -1), \overrightarrow{BC} = (-4; 0; 3) \Rightarrow \cos \widehat{ABC} = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \frac{1}{5\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{ABC} \approx 82^\circ$$

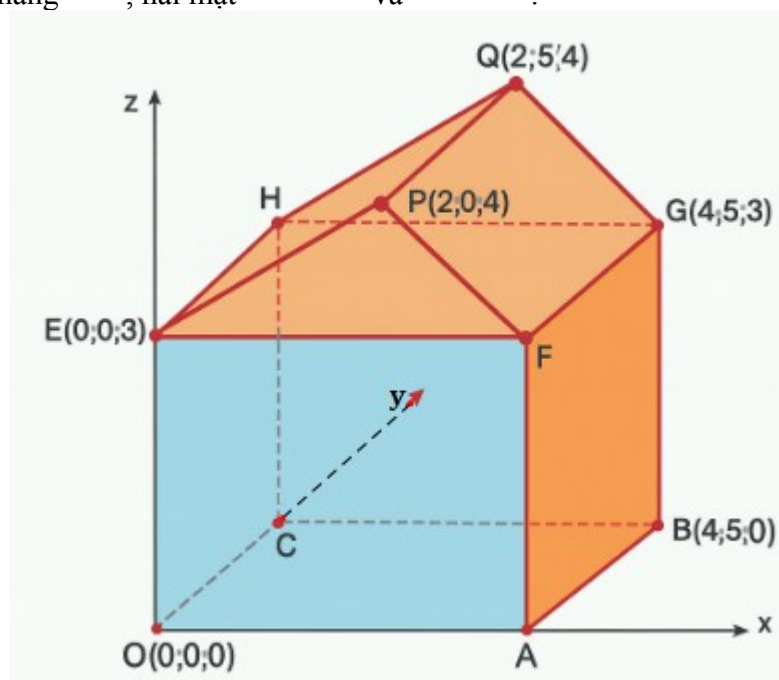
(d) Đúng.

Ta có

$$\overrightarrow{AB} = (1; 0; 1), \overrightarrow{AC} = (-3; 0; 4) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0.4 + 0.1; 1.(-3) - 1.4; 1.0 + 0.(-3)) = (0; -7; 0)$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Hình bên dưới minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật. Tính số đo góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt $(FGQP)$ và $(FGHE)$.



Lời giải

Trả lời 2 6 , 6

Để tính góc của mái nhà, ta tính số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$.

Do mặt phẳng (Oxy) vuông góc với hai mặt phẳng $(FGQP)$ và $(FGHE)$, $FP = (Oxy) \cap (FGQP)$, $FE = (Oxz) \cap (FGHE)$ nên $\angle PFE$ là góc phẳng nhị diện cần tìm.

Tứ giác $OAFE$ là hình chữ nhật nên $x_F = x_A = 4$, $z_F = z_E = 3$.

Do F nằm trên mặt phẳng (Oxz) nên tọa độ điểm $F(4; 0; 3)$.

Ta có $\overrightarrow{FP} = (-2; 0; 1)$, $\overrightarrow{FE} = (-4; 0; 0)$ suy ra:

$$\cos \angle PFE = \cos(\overrightarrow{FP}, \overrightarrow{FE}) = \frac{\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FE}}{|\overrightarrow{FP}| \cdot |\overrightarrow{FE}|} = \frac{(-2)(-4) + 0 \times 0 + 1 \times 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Do đó, $\angle PFE \approx 26,6^\circ$. Vậy góc dốc mái nhà khoảng $26,6^\circ$.

Câu 2. Thời gian để các học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	$[0, 5 ; 10, 5)$	$[10, 5 ; 20, 5)$	$[20, 5 ; 30, 5)$	$[30, 5 ; 40, 5)$	$[40, 5 ; 50, 5)$
Số học sinh	2	10	6	4	3

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời 1 7 , 6

Ta có bảng tần số tích lũy sau:

Thời gian (phút)	$[0, 5 ; 10, 5)$	$[10, 5 ; 20, 5)$	$[20, 5 ; 30, 5)$	$[30, 5 ; 40, 5)$	$[40, 5 ; 50, 5)$
------------------	------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

Số học sinh	2	10	6	4	3
Tần số tích lũy	2	12	18	22	25

* Ta thấy nhóm $[10,5 ; 20,5)$ là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{25}{4} = 6,25$
 nên ta có tứ phân vị thứ nhất $Q_1 = 10,5 + \frac{6,25 - 2}{10} \cdot 10 = 14,75$ (phốt)

* Ta thấy nhóm $[20,5 ; 30,5)$ là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{25}{2} = 12,5$ nên
 ta có tứ phân vị thứ hai $Q_2 = 20,5 + \frac{12,5 - 12}{6} \cdot 10 = \frac{64}{3}$ (phốt)

Ta cũng có trung vị $M_e = Q_2 = \frac{64}{3}$ (phốt)

* Ta thấy nhóm $[30,5 ; 40,5)$ là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{25 \cdot 3}{4} = 18,75$
 nên ta có tứ phân vị thứ ba $Q_3 = 30,5 + \frac{18,75 - 18}{4} \cdot 10 = \frac{259}{8} = 32,375$ (phốt)

Suy ra $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 17,625 \approx 17,6$

Câu 3. Một khách sạn có 30 phòng. Chủ khách sạn nhận thấy nếu cho thuê mỗi phòng với giá 1 000 000 đồng/ngày thì tất cả các phòng đều được thuê hết và cứ tăng giá thêm 50 000 đồng một phòng thì sẽ bị trống thêm 1 phòng. Hỏi chủ khách sạn nên cho thuê mỗi phòng với giá bao nhiêu triệu đồng một ngày để tổng doanh thu một ngày là lớn nhất?

Lời giải

Trả lời 1 , 2 5

Gọi giá tiền mà chủ khách sạn cho thuê một phòng là x (triệu đồng). ($1 \leq x$)

Vì cứ tăng giá thêm 50 000 đồng một phòng thì có thêm 1 phòng trống nên số phòng được thuê là:

$$30 - \frac{x-1}{0,05} \cdot 1 = 50 - 20x \quad (\text{phòng}).$$

Khi đó tổng doanh thu tương ứng trong 1 ngày là: $x(50 - 20x) = -20x^2 + 50x$ (triệu đồng).

Đặt $f(x) = -20x^2 + 50x$. Ta có:

$$f'(x) = -40x + 50$$

Vì $f(x)$ là tam thức bậc hai có hệ số cao nhất âm nên $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1,25$.

Vậy để tổng doanh thu là lớn nhất thì chủ khách sạn nên cho thuê phòng với giá 1,25 triệu đồng một ngày.

Câu 4. Nồng độ C của một loại hóa chất trong máu sau t giờ tiêm vào cơ thể được cho bởi công thức $C(t) = \frac{4t}{64 + t^3}$ với $t \geq 0$. Sau khoảng bao nhiêu giờ tiêm thì nồng độ của hóa chất trong máu là cao nhất? (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời 3 , 1 7

$$C'(t) = \frac{-8t^3 + 256}{(64 + t^3)}$$

Ta có

$$C'(t) = 0 \Leftrightarrow -8t^3 + 256 = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt[3]{32}$$

Bảng biến thiên

t	0	$\sqrt[3]{32}$	$+\infty$
$C'(t)$	+	0	-
$C(t)$		$C(\sqrt[3]{32})$	

Dựa vào bảng biến thiên thì nồng độ hóa chất trong máu cao nhất khi $t = \sqrt[3]{32} \approx 3,17$ (giờ).

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Trong một cuộc diễn tập phòng không, một bộ phóng tên lửa phòng không được đặt tại vị trí $O(0;0;0)$ (trong không gian $Oxyz$ với đơn vị trên các hệ trục tính theo ki-lô-mét) có tầm bắn tối đa là 30 km và tên lửa được phóng ra với vận tốc không đổi là 500 m/s. Một máy bay không người lái bay theo một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; -4; 0)$ với vận tốc không đổi là 900 km/h. Khi phát hiện máy bay không người lái tại vị trí $A(6; -20; 16)$ thì tên lửa rời bộ phóng, khai hỏa và đã bắn hạ được mục tiêu. Hỏi khoảng cách từ bộ phóng tên lửa đến vị trí máy bay không người lái bị bắn hạ bằng bao nhiêu ki-lô-mét? (Giả sử cả máy bay không người lái và tên lửa đều bay theo đường thẳng và không chịu tác động của trọng lực hay lực cản không khí).

Lời giải

<TL>

Đổi 500m/s = 1800 km/h.

Cách 1:

Phương trình chuyển động của máy bay là

$$\begin{cases} x = 6 + 3t \\ y = -20 - 4t \\ z = 16 \end{cases}$$

Giả sử máy bay bị bắn hạ tại điểm $M(6 + 3t; -20 - 4t; 16)$ sau a giây di chuyển từ A

$$\text{Quãng đường } AM = \sqrt{(3t)^2 + (-4t)^2} = \sqrt{25t^2} = 5t = 900a$$

$$\text{Quãng đường tên lửa đi } OM = \sqrt{(6 + 3t)^2 + (-20 - 4t)^2 + 16^2} = \sqrt{25t^2 + 196t + 692} = 1800a$$

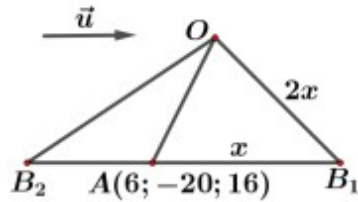
$$OM = 2AM \Leftrightarrow \sqrt{25t^2 + 196t + 692} = 2\sqrt{25t^2} \Leftrightarrow 75t^2 - 196t - 692 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{346}{75} \\ t = -2 \end{cases}$$

Do đó

$$\text{Với } t = \frac{346}{75} \Rightarrow OM = \frac{692}{15} \approx 46,1333 \quad (\text{loại})$$

$$\text{Với } t = -2 \Rightarrow OM = 20 \quad (\text{thỏa mãn})$$

Cách 2:



Có $\vec{AO} = (-6; 20; -16) \Rightarrow OA = 2\sqrt{173}$

Giả sử máy bay bị bắn hạ ở vị trí B

Vì thời gian đi của tên lửa bằng thời gian đi của máy bay nên $t = \frac{OB}{1800} = \frac{AB}{900} \Leftrightarrow OB = 2AB = 2x$ Vì tên lửa có tầm bắn tối đa 30km nên $OB \leq 30 \Leftrightarrow 2x \leq 30$. Do đó $0 \leq x \leq 15$ (km).

Có $\cos(\vec{u}, \vec{AO}) = \frac{-18 - 80}{\sqrt{3^2 + (-4)^2 + 0^2} \sqrt{6^2 + (-20)^2 + 16^2}} = \frac{-98}{5 \cdot 2\sqrt{173}} = \frac{-49}{5\sqrt{173}}$

Ta có $\cos \angle OAB = \frac{OA^2 + AB^2 - OB^2}{2OA \cdot AB} = \frac{692 + x^2 - 4x^2}{2 \cdot 2\sqrt{173} \cdot x} = \frac{692 - 3x^2}{4\sqrt{173} \cdot x}$

Trường hợp 1: Máy bay bay cùng hướng $\vec{u} = (3; -4; 0)$ và bị bắn hạ ở vị trí B_1 .

Ta có $\cos \angle OAB = \frac{692 - 3x^2}{4\sqrt{173} \cdot x} = \frac{-49}{5\sqrt{173}} \Leftrightarrow 5(692 - 3x^2) = -4 \cdot (49) \cdot x \Leftrightarrow x = \frac{346}{15} \approx 23,0666$ (loại)

Trường hợp 2: Máy bay bay ngược hướng $\vec{u} = (3; -4; 0)$ và bị bắn hạ ở vị trí B_2 .

Ta có $\cos \angle OAB = \frac{692 - 3x^2}{4\sqrt{173} \cdot x} = \frac{49}{5\sqrt{173}} \Leftrightarrow 5(692 - 3x^2) = 4 \cdot (49) \cdot x \Leftrightarrow x = 10$ (thỏa mãn)

Vậy khoảng cách từ bộ phóng tên lửa đến vị trí máy bay không người lái bị bắn hạ bằng 20km.

Câu 2. Một bạn học sinh thống kê lại thời gian (phút) đi từ nhà đến trường được cho trong bảng số liệu sau

Thời gian (phút)	[15; 17)	[17; 19)	[19; 21)	[21; 23)	[23; 25)
Số lần	7	3	8	6	5

Tính lệch chuẩn của mẫu số liệu trên (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Tổng số lần $n = 7 + 3 + 8 + 6 + 5 = 29$

Giá trị đại diện của các nhóm số liệu là

$$x_1 = \frac{15 + 17}{2} = 16$$

$$x_2 = \frac{17 + 19}{2} = 18$$

$$x_3 = \frac{19 + 21}{2} = 20$$

$$x_4 = \frac{21 + 23}{2} = 22$$

$$x_5 = \frac{23 + 25}{2} = 24$$

Số trung bình của mẫu số liệu là

$$\bar{x} = \frac{1}{29}(7 \cdot 16 + 3 \cdot 18 + 8 \cdot 20 + 6 \cdot 22 + 5 \cdot 24) = \frac{578}{29}$$

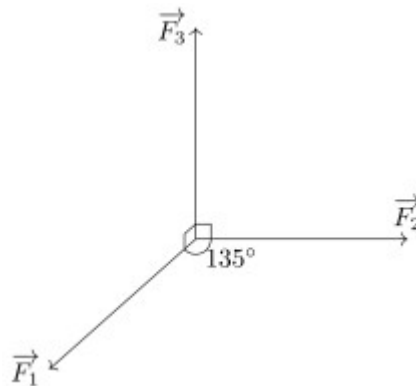
Phương sai của mẫu số liệu là

$$s^2 = \frac{1}{29}(7 \cdot (16)^2 + 3 \cdot (18)^2 + 8 \cdot (20)^2 + 6 \cdot (22)^2 + 5 \cdot (24)^2) - \left(\frac{578}{29}\right)^2 = \frac{6608}{841}$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là

$$s = \sqrt{s^2} = \frac{4\sqrt{413}}{29} \approx 2.8$$

Câu 3. Một chất điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α) , chịu tác động bởi ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$. Các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có giá nằm trong (α) và $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 135^\circ$, còn lực $\vec{F}_3$ có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. Xác định tổng hợp lực của các lực trên, biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là 20 N, 15 N và 10 N. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Ta có $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$.

Suy ra

$$\begin{aligned} \vec{F}^2 &= (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3)^2 \\ &= F_1^2 + F_2^2 + F_3^2 + 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 + 2\vec{F}_2 \cdot \vec{F}_3 + 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_3 \\ &= 20^2 + 15^2 + 10^2 + 2 \cdot 20 \cdot 15 \cdot \cos 135^\circ \\ &\approx 17,3. \end{aligned}$$

Vậy độ lớn của tổng hợp lực là $17,3$ N.

Câu 4. Bác Hưng có một hàng rào thép dài 240 m và muốn rào cánh đồng thành một thửa ruộng hình chữ nhật giáp một con sông thẳng. Bác không cần rào phía cạnh con sông. Hỏi thửa ruộng có diện tích lớn nhất là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x, y (m) lần lượt là chiều dài hai cạnh của thửa ruộng hình chữ nhật. Giả sử cạnh giáp sông của thửa ruộng có độ dài là y (m).

Khi đó, theo đề bài ta có: $2x + y = 240$ hay $y = 240 - 2x$.

Do đó: $0 < x < 120; y > 0$.

Diện tích của thửa ruộng là

$$S = xy = x(240 - 2x) = 240x - 2x^2, 0 < x < 120.$$

Ta có: $S' = 240 - 4x; S' = 0 \Leftrightarrow x = 60$

Khi đó $y = 240 - 2 \cdot 60 = 120$

Lập bảng biến thiên:

x	0	60	120	
S'		+	0	-
S	0		7 200	0

Vậy thửa ruộng có diện tích lớn nhất là $S = 60 \cdot 120 = 7200 \text{ (m}^2\text{)}$

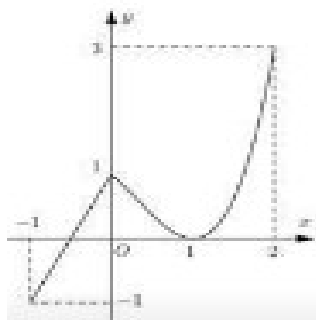
Chú ý. Nếu phải rào cả bốn cạnh của thửa ruộng thì dễ thấy thửa ruộng có diện tích lớn nhất khi nó là hình vuông, tức là bốn cạnh đều dài 60 m, và khi đó diện tích lớn nhất là 3600 m^2 .

----- HẾT -----

ĐỀ 6	ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026
	MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 2]$. Giá trị của $M.m$ bằng



A. -3.

B. 1.

C. -2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$.

Từ đồ thị của hàm số đã cho ta thấy giá trị lớn nhất và nhỏ nhất hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 2]$ lần lượt là $M = 3$ và $m = -1$. Vậy $M.m = -3$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (-1; 0; 3)$ và $\vec{b} = (2; 2; 5)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ bằng

A. 29.

B. 23.

C. 27.

D. 25.

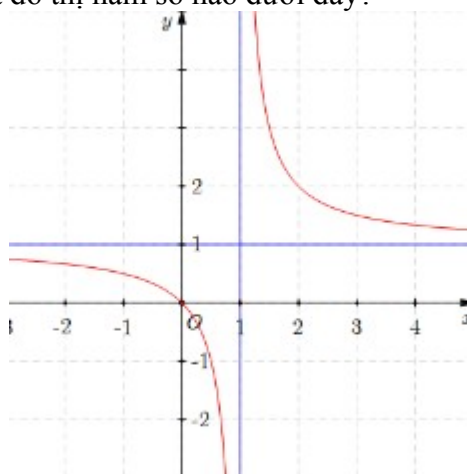
Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (1; 2; 8)$.

Suy ra $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 3 \cdot 8 = 23$.

Câu 3. Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y = 2x^4 - 3x$

B. $y = \frac{x}{x-1}$

C. $y = x^3 - 3x^2 + x$

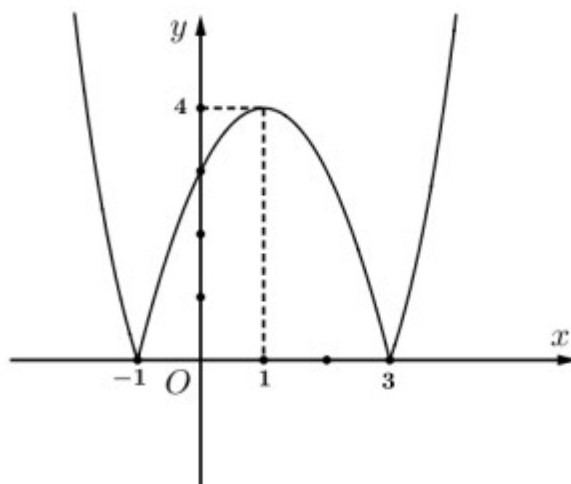
D. $y = \frac{x-1}{x}$

Lời giải

Chọn B

Đồ thị trong hình vẽ có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số nghịch biến trên những khoảng nào?



A. $(-1; 3)$

B. $(-1; 1)$ và $(3; +\infty)$

C. $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$

D. $(-\infty; -1)$ và $(1; 3)$

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị, ta thấy đáp án A là phù hợp.

Câu 5. Trong không gian, $Oxyz$ cho $A(2; -3; -6), B(0; 5; 2)$. Toạ độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I(2; 2; -4)$. B. $I(1; 1; -2)$. C. $I(-1; 4; 4)$. D. $I(-2; 8; 8)$.

Lời giải

Chọn B

Vì I là trung điểm của AB nên $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$ vậy $I(1; 1; -2)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+		- 0 +	
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số có đúng một cực trị.
 B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.
 C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
 D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\sqrt{7}$. B. 3 . C. $\sqrt{15}$. D. 9 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $R = \sqrt{1^2 + (-1)^2 - (-7)} = 3$.

Câu 8. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{-x+3}$ có phương trình là

- A. $y = 0$. B. $x = 3$. C. $x = -2$. D. $y = -2$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số đã cho là: $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ suy ra $y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \frac{mx+3}{3x+m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{m}{3} \right\}$.

Ta có: $f'(x) = \frac{m^2-9}{3x+m}$

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trong $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$ khi và chỉ khi

$$f'(x) < 0; \forall x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 9 < 0 \\ -\frac{m}{3} \notin \left(\frac{1}{3}; 3\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 3 \\ -\frac{m}{3} \leq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 3 \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m < 3.$$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1, 0, 1, 2\}$. Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 10. Trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{3x+4}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y = \frac{2x-1}{3x+4} = \frac{2}{3} - \frac{11}{3(3x+4)} \Rightarrow 3y = 2 - \frac{11}{3x+4}$

$$\begin{cases} 3x+4=1 \\ 3x+4=-1 \\ 3x+4=11 \\ 3x+4=-11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \rightarrow y=-3 \\ x=-\frac{5}{3} (l) \\ x=\frac{7}{3} (l) \\ x=-5 \rightarrow y=1 \end{cases}$$

Để $y \in \mathbb{Z}$ thì

Câu 11. Thời gian hoàn thành giải chạy của các vận động viên được cho như bảng sau:

Thời gian (phút)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)
Số vận động viên	7	11	4	6

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 25.

B. 37.

C. 15.

D. 20.

Lời giải

Chọn D

Khoảng biến thiên: $35 - 15 = 20$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho $\vec{a}(3;2;1)$, $\vec{b}(3;2;5)$. Tọa độ vector tích có hướng $[\vec{a}, \vec{b}]$ là

A. $(8; -12; 5)$ B. $(0; 8; -12)$ C. $(8; -12; 0)$ D. $(0; 8; 12)$

Lời giải

Chọn C

$$[\vec{a}, \vec{b}] = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = (8; -12; 0)$$

Có vectơ tích có hướng

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng có độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai véc-tơ đó là 45° .

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $|\vec{a} - \sqrt{2}\vec{b}| = 0$

c) $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = -5 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

d) $|\vec{a} + \vec{b}| = 2 + \sqrt{2}$

Lời giải

a) Đ b) S c) Đ d) S

(a) Đúng: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(b) Đúng: $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = |\vec{a}|^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} - 6|\vec{b}|^2 = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} - 6 = -5 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

(c) Sai: $(\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 1 + 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = 2 + \sqrt{2}$ suy ra $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{2 + \sqrt{2}}$

(d) Sai: $(\vec{a} - \sqrt{2}\vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\sqrt{2}\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{b}^2 = 1 + 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 = 2$ suy ra $|\vec{a} - \sqrt{2}\vec{b}| = \sqrt{2}$

Câu 2. Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2000000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ tăng thêm giá cho thuê mỗi căn hộ 50000 đồng một tháng thì sẽ có 1 căn hộ bị bỏ trống.

a) Doanh thu của công ty khi cho thuê với các mức giá 2000000 đồng và 2500000 đồng là như nhau.

b) Chỉ có một mức giá cho thuê mà doanh thu đạt được là 100800000 đồng.

c) Khi tăng giá tiền cho thuê thì tổng doanh thu luôn tăng.

d) Muốn có doanh thu cao nhất thì công ty đó phải cho thuê mỗi căn hộ với giá 2250000 đồng.

Lời giải

a) Đ b) S c) S d) Đ

Gọi số căn hộ bị bỏ trống là x , $x \in [0; 50]$.

Số tiền 1 tháng thu được khi cho thuê nhà là

$$f(x) = (2000000 + 50000x)(50 - x) = -50000x^2 + 500000x + 100000000$$

BBT:

x	0 5 50
$f'(x)$	+ 0 -
$f(x)$	2250000

a) Số tiền thu được đối với mức giá 2000000 đồng là $f(0) = 100000000$ (đồng).

Số tiền thu được đối với mức giá 2.500.000 đồng là $f(10) = 100000000$ (đồng). Ta có

$f(x) = 100.800.000 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 8 \end{cases}$. Vậy có hai mức giá thỏa yêu cầu. Khi tăng giá vượt mức 2250000 thì doanh thu giảm. Khảo sát hàm số trên với $x \in [0; 50]$ ta được số tiền lớn nhất công ty thu được khi $x = 5$, hay số tiền cho thuê mỗi tháng là 2250000 (đồng).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Bảng sau đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về cân nặng của một số quả dưa lưới thu hoạch được ở một khu vườn (đơn vị: gam)

Nhóm	[600;650)	[650;700)	[700;750)	[750;800)	[800;850)
Tần số	14	40	13	10	3

Tìm phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Trả lời **2 6 , 3**

Ta có:

Nhóm	[600;650)	[650;700)	[700;750)	[750;800)	[800;850)
Tần số	14	40	13	10	3
Giá trị đại diện	625	675	725	775	825

Số trung bình của mẫu số liệu:

$$\bar{x} = \frac{625 \cdot 14 + 675 \cdot 40 + 725 \cdot 13 + 775 \cdot 10 + 825 \cdot 3}{14 + 40 + 13 + 10 + 3} = 692,5$$

Phương sai của mẫu số liệu:

$$s^2 = \frac{14 \cdot 625^2 + 40 \cdot 675^2 + 13 \cdot 725^2 + 10 \cdot 775^2 + 3 \cdot 825^2}{80} - 692,5^2 \approx 2631$$

Câu 2. Một bể chứa 3000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 25 gam/1 lít nước với tốc độ 20 lít/phút. Giả sử nồng độ muối trong nước bể sau t phút được xác định bởi một

hàm số $f(t)$ trên $t \in [0; +\infty)$ (gam/lít). Khi t càng lớn thì nồng độ muối trong bể tiến gần đến bao nhiêu gam/lít.

Lời giải

Trả lời 2 5

Sau t phút khối lượng muối trong bể là $25 \cdot 20 \cdot t = 500t$ (gam).

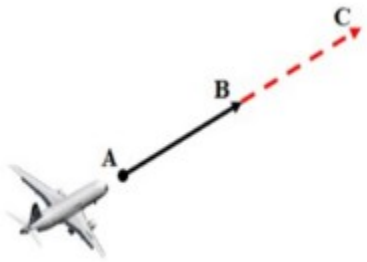
Thể tích của bể sau t phút là $3000 + 20 \cdot t$ (lít).

Khi đó nồng độ muối có trong nước bể là: $f(t) = \frac{500t}{3000 + 20t} = \frac{25t}{150 + t}$ (gam/lít).

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{25t}{150 + t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{25}{\frac{150}{t} + 1} = 25$$

Vậy hi t càng lớn thì nồng độ muối trong bể tiến gần đến 25 gam/lít.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị đo lấy theo km), một Radar phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(812; 600; 5)$ đến điểm $B(950; 530; 6)$ trong 10 phút.



Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $C(x; y; z)$. Khi đó $x + y + z$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời 1 5 5 5

Do chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ A đến B trong 10 phút và từ B đến C trong 10 phút.

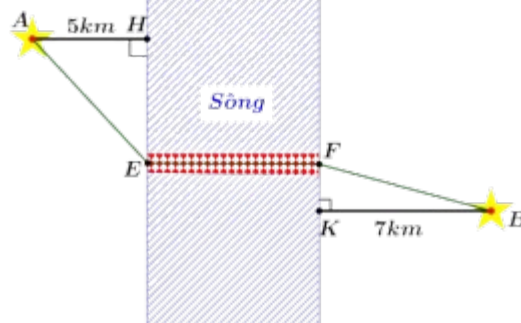
Nên suy ra $AB = BC$ và A, B, C thẳng hàng.

Suy ra B là trung điểm của AC

$$\Rightarrow \begin{cases} x_B = \frac{x_A + x_C}{2} \\ y_B = \frac{y_A + y_C}{2} \\ z_B = \frac{z_A + z_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 950 = \frac{812 + x}{2} \\ 530 = \frac{600 + y}{2} \\ 6 = \frac{5 + z}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1088 \\ y = 460 \\ z = 7 \end{cases}$$

Vậy $x + y + z = 1555$.

Câu 4. Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là $5km$ và thành phố B cách con sông một khoảng là $7km$, biết $HE + KF = 24km$ và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố B là bao nhiêu để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất?



Lời giải

Trả lời 1 6

Đặt $HE = x$ và $FK = y$, với $x, y > 0$

Ta có: $HE + KF = 24 \Rightarrow x + y = 24$

$$\begin{cases} AE = \sqrt{25 + x^2} \\ BF = \sqrt{49 + y^2} = \sqrt{49 + (24 - x)^2} \end{cases}$$

Nhận định AB ngắn nhất khi $AE + BF$ nhỏ nhất.

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + 25} + \sqrt{(24 - x)^2 + 49}$

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 25}} + \frac{x - 24}{\sqrt{x^2 - 48x + 625}}, \forall x \in (0; 24)$$

Cho $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 10$

Bảng biến thiên

x	0	10	24
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$		$12\sqrt{5}$	

Vậy GTNN của $f(x)$ bằng $7\sqrt{5}$ tại $x = 10 \Rightarrow BF = 7\sqrt{5} \approx 16$ km.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về độ tuổi của cư dân trong một khu phố. Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Nhóm	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50)$	$[50; 60)$	$[60; 70)$	$[70; 80)$	
Giá trị đại diện	25	35	45	55	65	75	
Tần số	25	20	20	15	14	6	

Lời giải

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 16 là:

$$\bar{x}_1 = \frac{25 \cdot 25 + 20 \cdot 35 + 20 \cdot 45 + 15 \cdot 55 + 14 \cdot 65 + 6 \cdot 75}{100} = \frac{4410}{100} = 44,1$$

Ta có: $25 \cdot (25 - 44,1)^2 + 20 \cdot (35 - 44,1)^2 + 20 \cdot (45 - 44,1)^2 + 15 \cdot (55 - 44,1)^2 +$

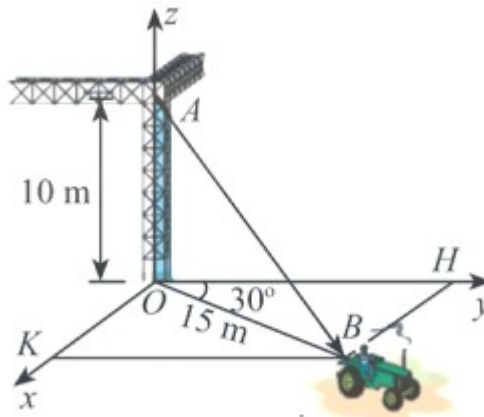
$$+14 \cdot (65 - 44,1)^2 + 6 \cdot (75 - 44,1)^2 \approx 24419$$

$$s^2 = \frac{24419}{100} = 244,19$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$\text{Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: } s \approx \sqrt{244,19} \approx 15,63$$

Câu 2. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$. Biết $\vec{AB} = (x; y; z)$. Tính $x + 2y - z$ (làm tròn đến hàng phần mười).



Lời giải

Vì $\vec{OA}$ cùng hướng với $\vec{k}$ và $OA = 10$ nên $\vec{OA} = 10\vec{k}$.

Xét $\triangle OBH$ vuông tại H , có $BH = OB \cdot \sin 30^\circ = 15 \cdot \frac{1}{2} = 7,5m$.

$$OH = OB \cdot \cos 30^\circ = 7,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{2}m$$

Vì $\vec{OH}$ cùng hướng với $\vec{j}$ và $OK = 7,5$ nên $\vec{OH} = \frac{15\sqrt{3}}{2}\vec{j}$.

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \vec{OH} + \vec{OK} - \vec{OA} = 7,5\vec{i} + \frac{15\sqrt{3}}{2}\vec{j} - 10\vec{k}$$

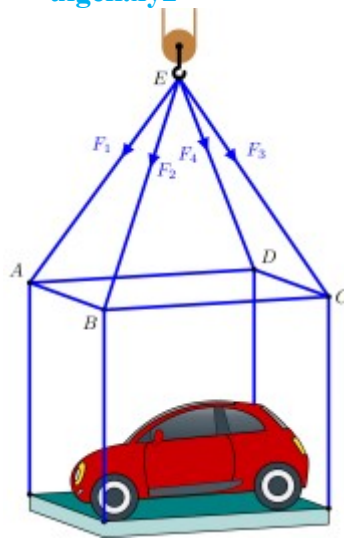
$$\vec{AB} = \left(7,5; \frac{15\sqrt{3}}{2}; -10 \right)$$

Do đó

$$x + 2y - z = 7,5 + 2 \cdot \frac{15\sqrt{3}}{2} + 10 \approx 43,5m$$

Vậy

Câu 3. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA , EB , EC , ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ đều có cường độ là 4700 N và trọng lượng của khung sắt là 3000 N. Giá trị của $|\vec{F}_1 + \vec{F}_3|$ là bao nhiêu N?

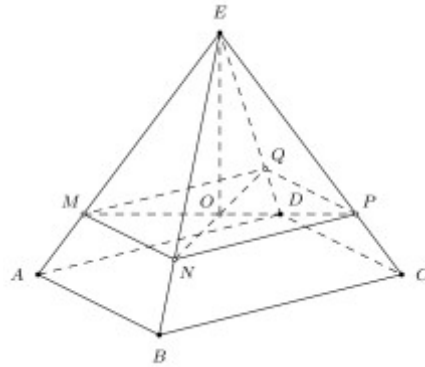


Lời giải

Lấy các điểm M, N, P, Q lần lượt trên các tia EA, EB, EC, ED sao cho

$$\overline{EM} = \vec{F}_1, \overline{EN} = \vec{F}_2, \overline{EP} = \vec{F}_3, \overline{EQ} = \vec{F}_4.$$

Do các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4700 N nên $EM = EN = EP = EQ = 4700$.



Ta có $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \overline{EM} + \overline{EP} = 2\overline{EO}$, với O là trung điểm của MP .

Nên

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = |2\overline{EO}| = 2EO.$$

Theo giả thiết, góc giữa EA với $(ABCD)$ bằng 60° , suy ra góc giữa EM với $(MNPQ)$ cũng bằng 60° hay $\angle SMO = 60^\circ$.

Xét $\triangle EMO$ có $EM = 4700$, $\angle SMO = 60^\circ$. Suy ra $EO = EM \sin 60^\circ = 2350\sqrt{3}$.

Từ đây, ta tính được $|\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = 2EO = 8141$ N.

Câu 4. Một xưởng mộc dùng gỗ gụ để sản xuất 5 chiếc bàn mỗi ngày. Chi phí cho mỗi lần vận chuyển nguyên liệu là 5000 USD, chi phí để lưu trữ một đơn vị nguyên liệu là 10 USD mỗi ngày, trong đó một đơn vị là lượng nguyên liệu cần thiết để sản xuất 1 chiếc bàn. Hỏi mỗi lần xưởng mộc nên đặt mua bao nhiêu đơn vị nguyên liệu và bao lâu đặt giao nguyên liệu một lần để chi phí trung bình hằng ngày trong chu kì sản xuất giữa các lần giao hàng là ít nhất?

Lời giải

<TL>

Giả sử nguyên liệu được giao sau mỗi x ngày ($x > 0$). Để đảm bảo đủ nguyên liệu cho mỗi chu kì sản xuất, xưởng mộc phải đặt $5x$ đơn vị nguyên liệu cho mỗi lần giao hàng.

Trong mỗi ngày của chu kì sản xuất, lượng nguyên liệu cần được lưu trữ trung bình là $\frac{5x}{2}$ đơn vị nguyên liệu. Do đó, chi phí để lưu trữ nguyên liệu trong x ngày của chu kì sản xuất là $10 \cdot \frac{5x}{2} \cdot x = 25x^2$.

Từ đây, chi phí cần bỏ ra cho mỗi chu kì sản xuất là $C(x) = 5000 + 25x^2$. Do đó, ta có hàm chi phí trung bình hằng ngày trong một chu kì sản xuất là

$$c(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{5000}{x} + 25x$$

$$c'(x) = -\frac{5000}{x^2} + 25$$

Ta có:

$$c'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10\sqrt{2} \approx 14,14$$

Lập bảng biến thiên:

x	0	$10\sqrt{2}$	$+\infty$
c'	-	0	+
c	$+\infty$	$500\sqrt{2}$	$+\infty$

Vậy để chi phí trung bình hằng ngày trong một chu kì sản xuất là ít nhất thì xưởng mộc nên đặt giao nguyên liệu sau mỗi 14 ngày và mỗi lần giao $5 \cdot 14 = 70$ đơn vị nguyên liệu.

----- HẾT -----

Mã đề 06

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tìm phương trình đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2-x}$.

A. $x = 2, y = 1$. B. $x = 2, y = -2$. C. $x = 1, y = 2$. D. $x = -2, y = -2$.

Lời giải

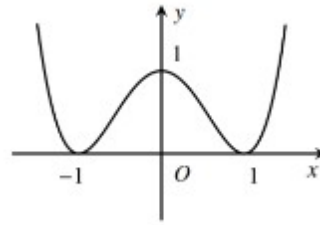
Chọn B

Ta có:

+) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -2$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = -2$.

+) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} y = +\infty \end{cases}$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 2$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m tương ứng là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$.



Giá trị $M + 2m$ bằng

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy $M = \max_{[-1,1]} f(x) = 1$; $m = \min_{[-1,1]} f(x) = 0$.

Suy ra $M + 2m = 1$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		5		-1		$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 0.

C. 5.

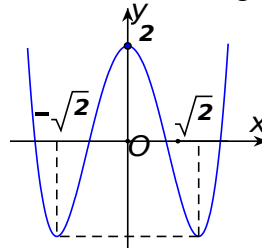
D. -1.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, điểm cực tiểu của hàm số là $x = 3$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty; 0)$.

B. $(0; \sqrt{2})$.

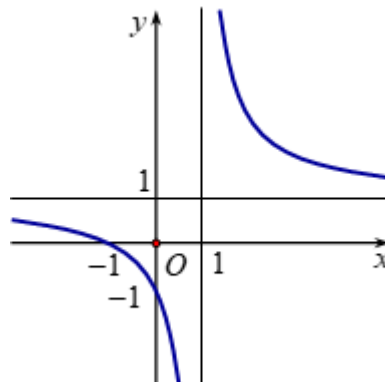
C. $(-2; 2)$.

D. $(\sqrt{2}; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 5. Đồ thị sau đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x}{x-1}$.

B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x-3}{2x-2}$.

D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy:

- Đồ thị nhận đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng nên loại đáp án A.
- Đồ thị cắt trục Ox tại điểm có hoành độ là $x=-1$ nên loại đáp án B và C.

Vậy đồ thị trên là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 25$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(2; 3; -1); R = 25$.

B. $I(-2; -3; 1); R = 25$.

C. $I(2; 3; -1); R = 5$.

D. $I(-2; -3; 1); R = 5$.

Lời giải

Chọn C

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 3; -1)$ và bán kính $R = 5$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

A. $(2; 1; -3)$.

B. $(2; -3; 1)$.

C. $(1; -3; 2)$.

D. $(1; 2; -3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ nên tọa độ của vector $\vec{a}$ là $(2; -3; 1)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; -3)$ và $B(-2; 1; -1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{17}$.

B. 5.

C. $\sqrt{13}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Vì $AB = \sqrt{9+4+4} = \sqrt{17}$.

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

A. Vô số

B. 4

C. 5

D. 3

Lời giải

Chọn D

$$y' = \frac{-m^2 + 2m + 3}{(x-m)^2}$$

hàm số đồng biến trên khoảng xác định khi $-1 < m < 3$ nên có 3 giá trị của m nguyên

Câu 10. Trên đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+10}{x+1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

- A. 10. B. 6. C. 4. D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y = \frac{x+10}{x+1} = 1 + \frac{9}{x+1}.$$

Điểm trên đồ thị hàm số có tọa độ nguyên nghĩa là $x \in \mathbb{Z}; y \in \mathbb{Z}$.

$$y \in \mathbb{Z} \Rightarrow 9 : (x+1) \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \pm 1 \\ x+1 = \pm 3 \\ x+1 = \pm 9 \end{cases}$$

Để

Vậy trên đồ thị hàm số có 6 điểm có tọa độ nguyên.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ có $A(2;1;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;-1;3)$, $D(0;m;0)$. Tổng tất các các giá trị của tham số m để thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 5 là

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 0. D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (0; -2; 4)$, $\overrightarrow{AD} = (-2; m-1; 1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; -4; -2)$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = 5 \Leftrightarrow |-4m+2| = 30 \Leftrightarrow m = -7, m = 8$$

Câu 12. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là

- A. [16;17). B. [17;18). C. [18;19). D. [15;16).

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\frac{3 \cdot 20}{4} = 15$ và $1+3+8 < 15 < 1+3+8+6$ tứ phân vị thứ ba thuộc nhóm [17;18)

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Chi phí nhiên liệu của một chiếc tàu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của

vận tốc, khi $v = 10$ (km/giờ) thì phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng/giờ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Khi vận tốc $v = 10$ (km/giờ) thì chi phí nguyên liệu cho phần thứ nhất trên 1km đường sông là 48000 đồng.

b) Hàm số xác định tổng chi phí nguyên liệu trên 1km đường sông với vận tốc x (km/h) là $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^3$.

c) Khi vận tốc $v = 30$ (km/giờ) thì tổng chi phí nguyên liệu trên 1km đường sông là 43000 đồng.

d) Vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên 1km đường sông nhỏ nhất là $v = 20$ (km/giờ).

Lời giải

a) ☐ Đ **b)** ☐ S **c)** ☐ Đ **d)** ☐ Đ

(a) Đúng: Thời gian tàu chạy quãng đường 1km là: $\frac{1}{10}$ (giờ)

Chi phí tiền nhiên liệu cho phần thứ nhất là: $\frac{1}{10} \cdot 480000 = 48000$. (đồng).

(b) Sai: Gọi x (km/h) là vận tốc của tàu, $x > 0$

Thời gian tàu chạy quãng đường 1km là: $\frac{1}{x}$ (giờ)

Chi phí tiền nhiên liệu cho phần thứ nhất là: $\frac{1}{x} \cdot 480 = \frac{480}{x}$ (nghìn đồng)

Hàm chi phí cho phần thứ hai là $p = kx^3$ (nghìn đồng/ giờ)

Khi $x = 10 \Rightarrow p = 30 \Rightarrow k = 0,03$ nên $p = 0,03x^3$ (nghìn đồng/ giờ)

Do đó chi phí phần 2 để chạy 1km là: $\frac{1}{x} \cdot 0,03x^3 = 0,03x^2$ (nghìn đồng)

Vậy tổng chi phí: $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^2$

(c) Đúng: Tổng chi phí: $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^2$

Thay $x = v = 30$ (km/giờ) vào ta có $f(30) = \frac{480}{30} + 0,03 \cdot 30^2 = 43$ (nghìn đồng).

(d) Đúng: $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^2 = \frac{240}{x} + \frac{240}{x} + 0,03x^2 \geq 3\sqrt[3]{1728} = 36$.

Dấu "=" xảy ra khi $x = 20$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;1;2)$, $B(3;-1;2)$ và $C(2;0;1)$.

a) Gọi α là góc tạo bởi hai véc-tơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ thì $\cos \alpha = -1$.

b) Điểm $M(a;b;3)$ thỏa mãn ba điểm A , C , M thẳng hàng thì $a+b=2$.

c) Gọi điểm $M(a;b;3)$ thỏa mãn ba điểm A , B , M thẳng hàng. Khi đó tích có hướng của hai véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AM}$ là $(1;1;2)$.

d) Ba điểm A , B , C không thẳng hàng.

Lời giải

a) ☐ S **b)** ☐ Đ **c)** ☐ S **d)** ☐ Đ

Đúng.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 0)$, $\overrightarrow{BC} = (-1; 1; -1)$. Suy ra $\overrightarrow{AB} \neq k \overrightarrow{BC}$ với mọi $k \in \mathbb{R}$ nên ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Đúng.

Ta có $\overrightarrow{AC} = (1; -1; -1)$, $\overrightarrow{AM} = (a-1; b-1; 1)$.

$$\overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = k.(a-1) \\ -1 = k.(b-1) \\ -1 = k.1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \\ k = -1 \end{cases}$$

Ba điểm A, C, M thẳng hàng suy ra

Vậy $a + b = 0 + 2 = 2$ Sai.

$$\cos \alpha = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \frac{2 \cdot (-1) + (-2) \cdot 1 + 0 \cdot (-1)}{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{6}}{3} \text{ Sai.}$$

$$\overrightarrow{AB} = (2; -2; 0), \overrightarrow{AM} = (-1; 1; 1)$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}] = (-2; -2; 4)$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Khảo sát chiều cao (cm) của 30 học sinh lớp 10A được ghi lại như sau:

152 168 165 170 175 162 165 155 158 180
177 162 165 154 166 170 153 167 172 174
160 169 173 168 166 155 162 176 167 157

Ta sẽ ghép nhóm dãy số liệu trên thành các khoảng có độ rộng bằng nhau, khoảng đầu tiên là $[150; 155)$. Hãy xác định trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Lời giải

Trả lời 1 6 7

Giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu là 152, giá trị lớn nhất là 180, khoảng đầu tiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $[150; 155)$ nên ta ghép nhóm mẫu số liệu như sau:

Chiều cao	$[150; 155)$	$[155; 160)$	$[160; 165)$	$[165; 170)$	$[170; 175)$	$[175; 180]$
Số học sinh	3	4	4	10	5	4

Cỡ mẫu là $n = 30$.

Hai giá trị x_{15}, x_{16} thuộc nhóm $[165; 170)$ nên nhóm này chứa trung vị.

Do đó: $p = 4; a_4 = 165; m_4 = 10; m_1 + m_2 + m_3 = 11; a_5 - a_4 = 5$ nên ta có trung vị của mẫu số liệu ghép

$$M_e = 165 + \frac{\frac{30}{2} - 11}{10} \cdot 5 = 167$$

nhóm là

Câu 2. Để tạo một kiện hàng dạng hình lăng trụ đứng với đáy là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, người ta dùng các thanh gỗ ghép khít đóng lại với nhau. Biết rằng, dung tích kiện hàng bằng 9m^3 và giá thành 1m^2 gỗ sử dụng là 200000 đồng. Hỏi sau khi hoàn thành kiện hàng đó, người ta cần bỏ ra ít nhất bao nhiêu triệu đồng? (diện tích các mép giữa hai mặt kề nhau không đáng kể).

**Lời giải****Trả lời** 5, 4

Gọi $x (x > 0)$ là chiều rộng của đáy bể. Khi đó chiều dài của kiện hàng là $2x$ là chiều cao của kiện hàng là $\frac{9}{2x^2}$. Khi đó diện tích của kiện hàng là $4x^2 + \frac{27}{x}$

Xét hàm số $f(x) = 4x^2 + \frac{27}{x}$ có $f'(x) = 8x - \frac{27}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1,5$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:

x	0	1,5	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$ $+\infty$
		27	

Từ bảng biến thiên ta có $\min f(x) = f(1,5) = 27$ Vậy chi phí thấp nhất làm kiện hàng là: $200\,000 \cdot 27 = 5\,400\,000$ đồng.

Câu 3. Giả sử doanh số (tính bằng sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số:

$$f(t) = -t^3 + 21t^2 + 6t - (6t + 42)\ln t \quad \text{với } t \geq 0.$$

Trong đó thời gian t tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất?

Lời giải**Trả lời** 7

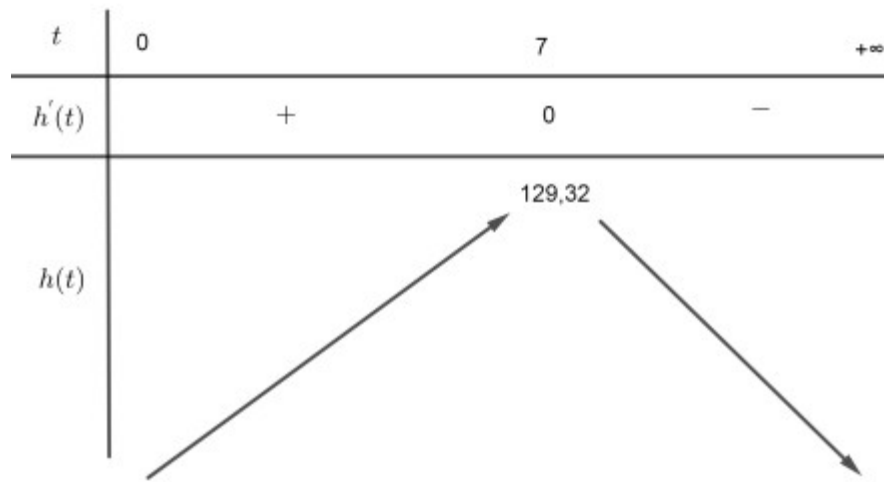
Ta có:
$$f'(t) = -3t^2 + 42t + 6 - \left(6\ln t + \frac{6t + 42}{t}\right) = -3t^2 + 42t - 6\ln t - \frac{42}{t}.$$

Xét hàm số $h(t) = f'(t) = -3t^2 + 42t - 6\ln t - \frac{42}{t}$ trên miền $t \geq 0$

Ta có:
$$h'(t) = \frac{-6t^3 + 42t^2 - 6t + 42}{t^2}.$$

Ta có:
$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow -6t^3 + 42t^2 - 6t + 42 = 0 \Leftrightarrow t = 7.$$

Bảng biến thiên:

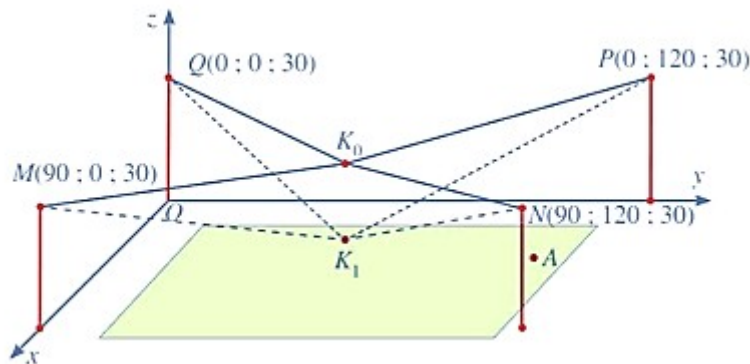


Vì t (năm) là số nguyên dương. Vậy ta chọn $t = 7$.

Vậy sau khi phát hành 7 năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất.

Câu 4. Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm

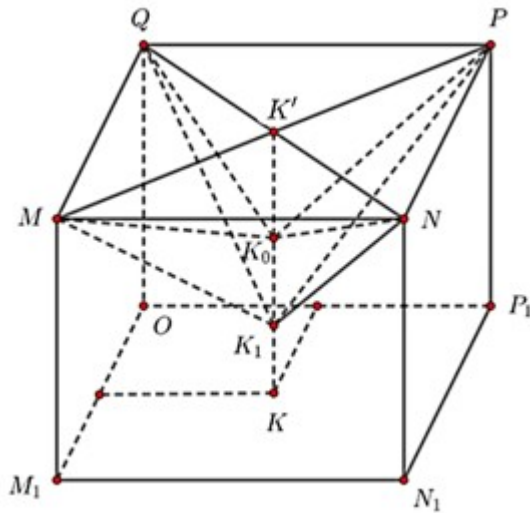
$M(90; 0; 30)$, $N(90; 120; 30)$, $P(0; 120; 30)$, $Q(0; 0; 30)$ (Hình vẽ). Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A , camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 có cao độ bằng 19. (Nguồn: <https://mwww.abiturloesung.de>; Abitur Bayern 2016 Geometrie V).



Tọa độ vectơ $\overrightarrow{K_0K_1} = (a; b; c)$ với a, b, c là các số thực. Tính $P = a + b + 3c$?

Lời giải

Trả lời	-	1	8
---------	---	---	---



Gọi M_1, N_1, P_1, K lần lượt là hình chiếu của M, N, P, K_0 lên mặt phẳng (Oxy) .

Ta thấy $MNPQ, M_1N_1P_1O$ là hình hộp chữ nhật.

Gọi K' là giao hai đường chéo MP và NQ . Khi đó $KQ = KP = KN = KM$.

Ta có $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$ và camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng từ điểm K_0 xuống điểm K_1 nên các điểm K', K_0, K_1, K thẳng hàng.

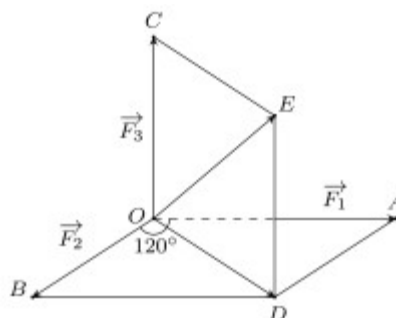
Ta có $K_0(x; y; 25)$ và $K_1(x; y; 19)$.

Suy ra $\overrightarrow{K_0K_1}(0; 0; -6)$ và $P = a + b + 6c = 0 + 0 + 3 \cdot (-6) = -18$. Vậy $P = -18$.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 120° và có độ lớn lần lượt là 25N và 12N . Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4N . Tính độ lớn (đơn vị: N) của hợp lực của ba lực trên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải



Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ là ba lực tác động vào vật đặt tại điểm O lần lượt có độ lớn là 25N , 12N và 4N .

Vẽ $\vec{OA} = \vec{F}_1, \vec{OB} = \vec{F}_2, \vec{OC} = \vec{F}_3$.

Dựng hình bình hành $OADB$ và hình bình hành $ODEC$.

Hợp lực tác động vào vật là

$$\vec{F} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OD} + \vec{OC} = \vec{OE}.$$

Áp dụng định lý cô-sin trong tam giác OBD , ta có

$$OD^2 = BD^2 + OB^2 - 2BD \cdot OB \cdot \cos \angle OBD$$

$$= OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 120^\circ. \quad \text{Vì } OC \perp (OADB) \text{ nên } OC \perp OD, \text{ suy ra } ODEC \text{ là hình}$$

chữ nhật. Do đó tam giác ODE vuông tại D .

$$OE^2 = OC^2 + OD^2 = OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 120^\circ. \quad \text{Suy ra}$$

$$[t]OE = \sqrt{OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 120^\circ}$$

$$= \sqrt{4^2 + 25^2 + 12^2 + 2 \cdot 25 \cdot 12 \cdot \cos 120^\circ} \approx 22.$$

Vậy độ lớn của hợp lực là $F = OE \approx 22\text{N}$.

Câu 2. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3km về phía Đông và 2km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất $0,5\text{km}$, chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1km về phía Bắc và 1km về phía Tây đồng thời cách mặt đất $0,3\text{km}$. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có khoảng cách đến hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

<TL>

Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ với điểm xuất phát của hai khinh khí cầu là gốc $O(0,0,0)$, trục Ox : hướng đông, trục Oy : hướng Bắc, trục Oz hướng lên trên và mặt đất là mặt phẳng (Oxy) . Đơn vị trên mỗi hệ trục tọa độ là 1km .

Sau một thời gian khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát 3km về phía Đông và 2km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất $0,5\text{km}$ nên khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ là $A(3; -2; 0,5)$

Tương tự khinh khí cầu thứ hai có tọa độ là $B(-1; 1; 0,3)$.

Gọi C là điểm đối xứng với A qua (Oxy) . Ta có $C(3; -2; -0,5)$

Người đứng trên mặt đất, nên có tọa độ $P(x, y, 0)$.

$$PA + PB = PC + PB \geq BC = \sqrt{4^2 + 3^2 + (-0,8)^2} = \frac{\sqrt{641}}{5} \approx 5,06359556$$

Có

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi P, B, C thẳng hàng.

Câu 3. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3km về phía Đông và 2km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất $0,5\text{km}$, chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1km về phía Bắc và 1km về phía Tây đồng thời cách mặt đất $0,3\text{km}$. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có

khoảng cách đến hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ với điểm xuất phát của hai khinh khí cầu là gốc $O(0,0,0)$, trục Ox : hướng đông, trục Oy : hướng Bắc, trục Oz hướng lên trên và mặt đất là mặt phẳng (Oxy) . Đơn vị trên mỗi hệ trục tọa độ là 1 km.

Sau một thời gian khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5 km nên khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ là $A(3;-2;0,5)$

Tương tự khinh khí cầu thứ hai có tọa độ là $B(-1;1;0,3)$.

Gọi C là điểm đối xứng với A qua (Oxy) . Ta có $C(3;-2;-0,5)$

Người đứng trên mặt đất, nên có tọa độ $P(x,y,0)$.

$$PA + PB = PC + PB \geq BC = \sqrt{4^2 + 3^2 + (-0,8)^2} = \frac{\sqrt{641}}{5} \approx 5,06359556$$

Có

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi P, B, C thẳng hàng.

Câu 4. Trong một hội thi tay nghề, thời gian hoàn thành một sản phẩm của các công nhân tại hai xí nghiệp A và B được cho như sau:

Thời gian	$[18; 20)$	$[20; 22)$	$[22; 24)$	$[24; 26)$	$[26; 28)$
Xí nghiệp A	5	8	13	7	7
Xí nghiệp B	3	6	24	5	2

Lời giải

Tìm độ lệch chuẩn cho các mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian hoàn thành sản phẩm của công nhân các xí nghiệp A và B .

----- HẾT -----

ĐỀ 8	ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026
	MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{1-x}$ là đường thẳng

A. $y = 1$.

B. $y = -2$.

C. $x = 1$.

D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2$ nên $y = -2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Vector nào dưới đây vuông góc với cả hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$?

A. $\vec{w}_4 = (1; 4; 7)$

B. $\vec{w}_2 = (-1; 3; 5)$

C. $\vec{w}_3 = (1; -4; 7)$

D. $\vec{w}_1 = (-2; -6; -10)$

Lời giải

Chọn D

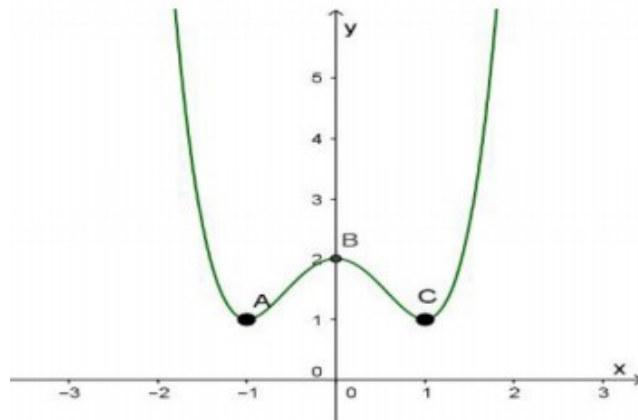
Vector vuông góc với cả hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ sẽ cùng phương với $[\vec{u}, \vec{v}]$.

Ta có $[\vec{u}, \vec{v}] = (1; 3; 5)$

Ta thấy $-2[\vec{u}, \vec{v}] = (-2; -6; -10) \Rightarrow \vec{w}_1 = -2[\vec{u}, \vec{v}]$

Vậy $\vec{w}_1 = (-2; -6; -10)$ vuông góc với cả hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (như hình dưới). Khi đó $f(x)$ đồng biến trên các khoảng



A. $(-\infty; -1)$, $(1; +\infty)$

B. $(-\infty; -1)$, $(-1; 0)$

C. $(-1; 0)$, $(1; +\infty)$

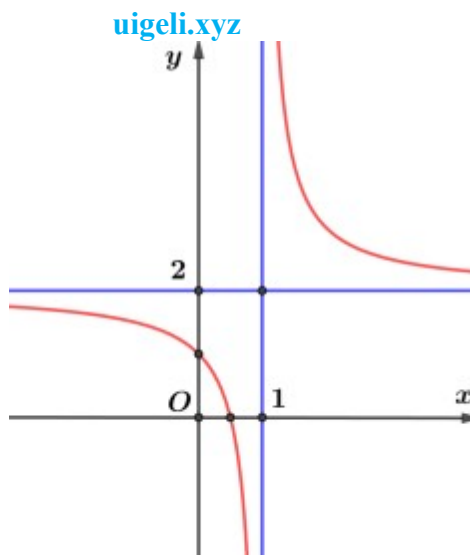
D. $(-1; 0)$, $(0; 1)$

Lời giải

Chọn C

Trong các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$ h. Hàm số đồng biến vì đồ thị đi lên theo chiều từ trái sang phải.

Câu 4. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x-1}{2x-1}$.

B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

C. $y = -x^3 + 3x - 2$.

D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta suy ra đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị.
Dựa vào đáp án, ta thấy đáp án C là thỏa.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$ $	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$ $	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$, ta có: hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có 4 điểm x_0 mà tại đó $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 .

Vậy hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u} = \vec{i}\sqrt{3} + \vec{k}$, $\vec{v} = \vec{j}\sqrt{3} + \vec{k}$. Khi đó tích vô hướng của $\vec{u}, \vec{v}$ bằng

A. 1.

B. -3 .

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{u} = (\sqrt{3}; 0; 1)$ và $\vec{v} = (0; \sqrt{3}; 1)$. Suy ra $\vec{u} \cdot \vec{v} = \sqrt{3} \cdot 0 + 0 \cdot \sqrt{3} + 1 \cdot 1 = 1$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 7; -5)$, $B(3; -4; 2)$, $C(1; 3; 6)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

- A. $(-4; 11; -7)$. B. $(2; 3; -3)$. C. $(1; 2; 1)$. D. $(4; -3; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ trọng tâm $G(1; 2; 1)$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và có bảng biến thiên bên dưới. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 3]$.

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	1	-1	1	$-\infty$

- A. $M = 3; m = -4$. B. $M = -1; m = 1$. C. $M = 3; m = -3$. D. $M = 1; m = -1$.

Lời giải

Chọn D

Câu 9. Cho bảng số liệu về chiều cao của 100 học sinh một trường trung học phổ thông dưới đây.

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	[150;153)	7
2	[153;156)	13
3	[156;159)	40
4	[159;162)	21
5	[162;165)	13
6	[165;168)	6

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là:

- A. 162,25. B. 160,52. C. 161,14. D. 161,52.

Lời giải

Chọn C

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 161,14

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, trong các bộ ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ sau đây, bộ ba nào thỏa mãn tính chất $[\vec{a}; \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$ (hay còn gọi là ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng).

- A. $\vec{a} = (4; 3; 4)$, $\vec{b} = (2; -1; 2)$, $\vec{c} = (1; 2; 1)$. B. $\vec{a} = (2; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; -1; 2)$, $\vec{c} = (2; 2; -1)$.
C. $\vec{a} = (1; -1; 1)$, $\vec{b} = (0; 1; 2)$, $\vec{c} = (4; 2; 3)$. D. $\vec{a} = (1; -7; 9)$, $\vec{b} = (3; -6; 1)$, $\vec{c} = (2; 1; -7)$.

Lời giải

Chọn A

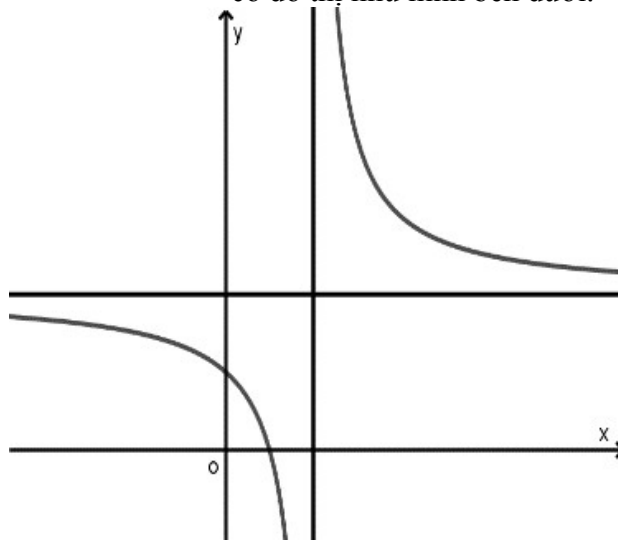
Xét đáp án A có: $[\vec{a}; \vec{b}] = (-3; -2; 1) \Rightarrow [\vec{a}; \vec{b}] \cdot \vec{c} = -3.4 + (-2).2 + 1.3 = -13$ hay ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng.

Xét đáp án B có: $[\vec{a}; \vec{b}] = (10; 0; -10) \Rightarrow [\vec{a}; \vec{b}] \cdot \vec{c} = 10.1 + 0.2 + (-10).1 = 0$ hay ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.

Xét đáp án C có: $[\vec{a}; \vec{b}] = (2; -4; -3) \Rightarrow [\vec{a}; \vec{b}] \cdot \vec{c} = 2.2 + (-4).2 + (-3).(-1) = -1$ hay ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng.

Xét đáp án D có: $[\vec{a}; \vec{b}] = (47; 26; 15) \Rightarrow [\vec{a}; \vec{b}] \cdot \vec{c} = 47.2 + 26.1 + 15.(-7) = 15$ hay ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{x+d} \ (a, d \in \mathbb{R}, ad+1 \neq 0)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\begin{cases} a > 0 \\ d < 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a < 0 \\ d < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0 \\ d > 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a > 0 \\ d > 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

+ Phương trình tiệm cận đứng: $x = -d$. Dựa vào đồ thị ta có $-d > 0 \Leftrightarrow d < 0$

+ Phương trình tiệm cận ngang: $y = a$. Dựa vào đồ thị ta có $a > 0$

Câu 12. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = \frac{x-9}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$?

A. 4.

B. 6.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

$y = \frac{x-9}{x-m}$. Điều kiện: $x \neq m$

$$y' = \frac{-m+9}{(x-m)^2}$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$ khi: $y' > 0, \forall x \in (-\infty; 4)$

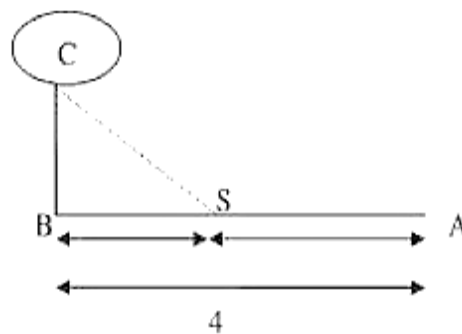
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m+9 > 0 \\ m \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 9 \\ m \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow m \in [4; 9)$$

mà m là số nguyên nên $m \in \{4; 5; 6; 7; 8\}$

Vậy có 5 số nguyên m để hàm số $y = \frac{x-9}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C khoảng cách từ C đến B là 1 km. Khoảng cách từ B đến A là 4 km. Mỗi km dây điện đặt dưới nước là mất 5000 USD, còn đặt dưới mặt đất mất 3000 USD. Đặt $SA = x$ km ($0 \leq x \leq 4$).



a) Độ dài đoạn $CS = \sqrt{x^2 + 1}$.

b) Chi phí mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là $T = SA \cdot 3000 + SC \cdot 5000$.

c) Chi phí mắc dây điện từ S đến C là: $1000 \left[5\sqrt{x^2 - 8x + 17} \right]$.

d) Tổng chi phí mắc điện từ A qua S rồi đến C nhỏ nhất là $5000\sqrt{17}$ USD

Lời giải

a)	S	b)	Đ	c)	Đ	d)	S
----	---	----	---	----	---	----	---

Đặt $SA = x$ km ($0 \leq x \leq 4$). Chi phí mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là

$$T = SA \cdot 3000 + SC \cdot 5000 = 1000 \left[3x + 5\sqrt{(4-x)^2 + 1^2} \right] = 1000 \left[3x + 5\sqrt{x^2 - 8x + 17} \right]$$

$$T' = 1000 \left[3 + \frac{5(2x-8)}{2\sqrt{x^2 - 8x + 17}} \right]$$

$$T' = 0 \Leftrightarrow \frac{5(2x-8)}{2\sqrt{x^2 - 8x + 17}} = -3$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x^2 - 8x + 17} = -5(x-4)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ 9[(x-4)^2 + 1] = 25(x-4)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ (x-4)^2 = \frac{9}{16} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{13}{4}$$

$$\text{Mà } T(0) = 5000\sqrt{17}; T(4) = 17000; T\left(\frac{13}{4}\right) = 16000$$

Vậy chi phí mắc dây điện từ A qua S rồi đến C ít tốn kém nhất là 16.000 USD.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1; 2; -1), B(2; 1; 1), C(-1; 4; -5)$. Khi đó :

a) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$.

c) $\overrightarrow{AC} = (-2; 2; 3)$.

d) $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2)$.

Lời giải

a) S b)) c) S d) Đ

$\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; 2; -4)$. Ta có $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$ nên ba điểm A, B, C thẳng hàng.

a	b	c	d
Đúng	Sai	Đúng	Sai

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Phòng vấn một số học sinh lớp 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu ở trên.

Thời gian	Số học sinh nam	Số học sinh nữ
[4;5)	7	5
[5;6)	10	9
[6;7)	12	12
[7;8)	10	8
[8;9)	6	7

Hãy cho biết 75% học sinh khối 11 ngủ ít nhất bao nhiêu giờ?

Lời giải

Trả lời 5 , 5

Tổng số học sinh được điều tra là $n = n_1 + n_2 = 45 + 41 = 86$.

Giả sử $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{86}$ là dãy giá trị được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có bảng sau:

Thời gian (giờ)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)
Số học sinh	12	19	24	18	13

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là x_{22} . Do x_{22} thuộc nhóm $[5;6)$ nên nhóm này chứa Q_1 . Do đó, $p = 2; a_2 = 5; m_2 = 19; m_1 = 12; a_3 - a_2 = 1$ và ta có:

$$Q_1 = 5 + \frac{\frac{86}{4} - 12}{19} \cdot 1 = 5,5 \text{ (giờ)}.$$

Nghĩa là có 25% học sinh khối 11 ngủ ít hơn 5,5 giờ. Vậy 75% học sinh khối 11 ngủ ít nhất 5,5 giờ.

Câu 2. Một bể chứa 3000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 25 gam/1 lít nước với tốc độ 20 lít/phút. Giả sử nồng độ muối trong nước bể sau t phút được xác định bởi một hàm số $f(t)$ trên $t \in [0; +\infty)$ (gam/lít). Khi t càng lớn thì nồng độ muối trong bể tiến gần đến bao nhiêu gam/lít.

Lời giải

Trả lời 2 5

Sau t phút khối lượng muối trong bể là $25 \cdot 20 \cdot t = 500t$ (gam).

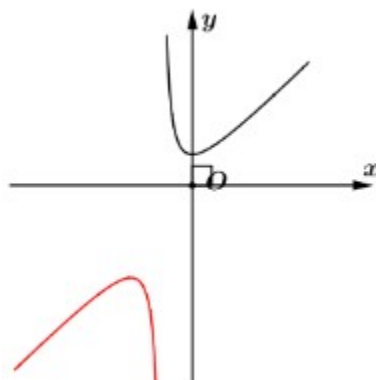
Thể tích của bể sau t phút là $3000 + 20 \cdot t$ (lít).

Khi đó nồng độ muối có trong nước bể là: $f(t) = \frac{500t}{3000 + 20t} = \frac{25t}{150 + t}$ (gam/lít).

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{25t}{150 + t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{25}{\frac{150}{t} + 1} = 25$$

Vậy hi t càng lớn thì nồng độ muối trong bể tiến gần đến 25 gam/lít.

Câu 3. Trong hệ trục tọa độ (Oxy) cho đồ thị hàm số $(C): y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ mô tả chuyển động của hai tàu đánh cá A và B (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính bằng km). Biết quỹ đạo chuyển động của hai tàu luôn thuộc về hai nhánh khác nhau của đồ thị (C) . Tính khoảng cách ngắn nhất (đơn vị km) giữa hai tàu đánh cá A và B (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Ta có $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = x + \frac{1}{x + 1}$, ($x \neq -1$)

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = -1$, gồm hai nhánh nằm về hai phía của đường thẳng $x = -1$.

Gọi A là điểm thuộc nhánh trái của đồ thị hàm số, khi đó $x_A < -1$.

Đặt $a = -1 - x_A > 0 \Rightarrow x_A = -1 - a$

$$\Rightarrow y_A = -1 - a + \frac{1}{-1 - a + 1} = -1 - a - \frac{1}{a} \Rightarrow A\left(-1 - a; -1 - a - \frac{1}{a}\right)$$

Gọi B là điểm thuộc nhánh phải của đồ thị hàm số, khi đó $x_B > -1$.

Đặt $b = x_B + 1 > 0 \Rightarrow x_B = b - 1$

$$\Rightarrow y_B = b - 1 + \frac{1}{b - 1 + 1} = b - 1 + \frac{1}{b} \Rightarrow B\left(b - 1; b - 1 + \frac{1}{b}\right)$$

$$\Rightarrow AB^2 = (b + a)^2 + \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a}\right)^2 = (b + a)^2 + (b + a)^2 \cdot \left(\frac{1}{ab}\right)^2 = (a + b)^2 \left(2 + \frac{2}{ab} + \frac{1}{a^2 b^2}\right)$$

$$\text{Với } a > 0, b > 0 \text{ ta có } \begin{cases} (a + b)^2 \geq 4ab \\ 2 + \frac{1}{a^2 b^2} \geq 2\sqrt{\frac{2}{a^2 b^2}} = \frac{2\sqrt{2}}{ab} \end{cases}$$

$$AB^2 \geq 4ab \cdot \left(\frac{2}{ab} + \frac{2\sqrt{2}}{ab}\right) = 8 + 8\sqrt{2} \Rightarrow AB \geq \sqrt{8 + 8\sqrt{2}} \approx 4,39$$

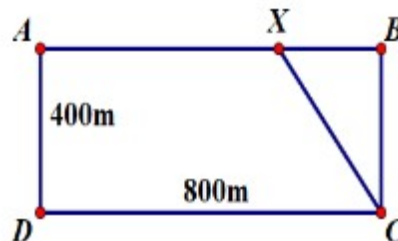
Nên

$$\text{ra } \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ 2 = \frac{1}{a^2 b^2} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} \end{cases}$$

Dấu bằng xảy

Vậy khoảng cách ngắn nhất (đơn vị km) giữa hai tàu đánh cá A và B là $4,39$ (km).

Câu 4. Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng $400m$, dài $800m$. Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm A , chạy đến điểm X và bơi từ điểm X đến điểm C .



Hỏi nên chọn điểm X cách A gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến C nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng vận tốc chạy là $30km/h$, vận tốc bơi là $6km/h$.

Lời giải

Đặt $BX = x$ (km), ta có:

$$AX = 0,8 - x \text{ (km)}; \quad XC = \sqrt{(0,4)^2 + x^2} = \sqrt{0,16 + x^2} \text{ (km)}$$

Xét hàm số:

$$T(x) = \frac{0,8-x}{30} + \frac{\sqrt{0,16+x^2}}{6} = \frac{1}{30} \left(0,8-x + 5\sqrt{0,16+x^2} \right) (0 < x < 0,8)$$

$$T'(x) = \frac{1}{30} \left(-1 + \frac{5x}{\sqrt{0,16+x^2}} \right), T'(x) = 0 \Rightarrow 5x = \sqrt{0,16+x^2}.$$

Ta có:

$$0,16+x^2 = 25x^2 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{6}}{30}.$$

Bình phương hai vế phương trình ta được

Vì $0 < x < 0,8$ nên $x = \frac{\sqrt{6}}{30}.$

Bảng biến thiên của hàm số $T(x)$ là:

x	0	$\frac{\sqrt{6}}{30}$	0,8
$T'(x)$	—	0	+
$T(x)$	$\frac{7}{75}$	$T\left(\frac{\sqrt{6}}{30}\right)$	$\frac{\sqrt{5}}{15}$

Vậy $T(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $T\left(\frac{\sqrt{6}}{30}\right)$ khi

$$AX = 0,8 - \frac{\sqrt{6}}{30} \approx 0,718 \text{ km} = 718 \text{ m}.$$

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Cho bảng số liệu ghép nhóm sau

Giá trị	[45; 55)	[55; 65)	[65; 75)	[75; 85)	[85; 95)
Tần số	49	23	49	19	23

Tính khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên.

Lời giải

Ta có

$$u_{k+1} = 95$$

$$u_1 = 45$$

Khoảng biến thiên là $R = u_{k+1} - u_1 = 95 - 45 = 50$.

Câu 2. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5 km, chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1km về phía Bắc và 1 km về phía Tây đồng thời cách mặt đất 0,3km. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có khoảng cách đến hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ với điểm xuất phát của hai khinh khí cầu là gốc $O(0,0,0)$, trục Ox : hướng đông, trục Oy : hướng Bắc, trục Oz hướng lên trên và mặt đất là mặt phẳng (Oxy) . Đơn vị trên mỗi hệ trục tọa độ là 1 km.

Sau một thời gian khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5 km nên khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ là $A(3;-2;0,5)$

Tương tự khinh khí cầu thứ hai có tọa độ là $B(-1;1;0,3)$.

Gọi C là điểm đối xứng với A qua (Oxy) . Ta có $C(3;-2;-0,5)$

Người đứng trên mặt đất, nên có tọa độ $P(x,y,0)$.

Có
$$PA + PB = PC + PB \geq BC = \sqrt{4^2 + 3^2 + (-0,8)^2} = \frac{\sqrt{641}}{5} \approx 5,06359556$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi P, B, C thẳng hàng.

Câu 3. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD .

Tính các tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}$.

Tính góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} [\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}] &= |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \\ &= AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} \\ &= a \cdot a \cdot \cos 60^\circ \\ &= \frac{a^2}{2}. \end{aligned}$$

Tương tự ta cũng có
$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{a^2}{2}.$$

Ta lại có
$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}),$$
 suy ra

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2}\right) = \frac{a^2}{2}.$$

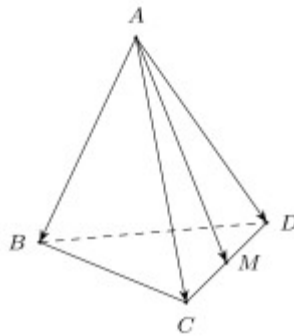
Ta có
$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}) \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CD}.$$

Mà AM , BM là trung tuyến của các tam giác đều ACD , BCD nên $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{MB} \perp \overrightarrow{CD}$.

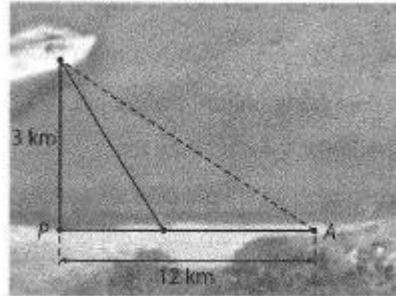
Suy ra
$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0.$$

Từ các kết quả trên ta có
$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0.$$

Suy ra
$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 90^\circ.$$



Câu 4. Một hòn đảo nhỏ cách điểm P trên bờ biển khoảng 3 km, một thị trấn ở điểm A cách điểm P 12 km. Nếu một người trên đảo chèo thuyền với vận tốc $2,5 \text{ km/h}$ và đi bộ với vận tốc 4 km/h thì thuyền nên neo đậu ở vị trí nào trên đoạn PA để người đó đến thị trấn trong thời gian ngắn nhất?



Lời giải

Gọi khoảng cách từ thị trấn đến chỗ neo thuyền là x (km), khi đó $0 \leq x \leq 12$.

Từ đề bài, ta có khoảng cách từ hòn đảo đến nơi neo thuyền là

$$(12 - x)^2 + 9 \text{ (km)}$$

Thời gian để người đó từ hòn đảo đến thị trấn là
$$T = \frac{(12 - x)^2 + 9}{2,5} + \frac{x}{4}$$

$$T' = -\frac{2(12 - x)}{2,5} + \frac{1}{4}; T' = 0 \Leftrightarrow x = 11,6875$$

Ta có:

$$\text{Mặt khác, } T(0) = 61,2; T(11,6875) \approx 6,56; T(12) = 6,6$$

Vậy, người đó cần neo thuyền tại vị trí cách thị trấn 11,6875 km để thời gian đi lại là ngắn nhất.

----- HẾT -----

ĐỀ 9

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số bằng

A. 1.

B. 0.

C. 2.

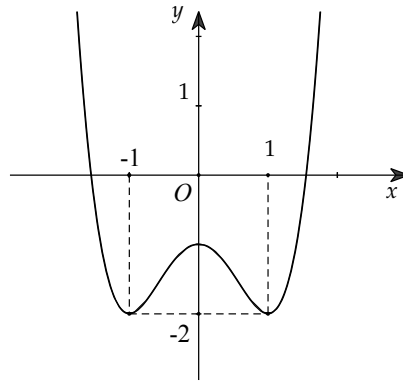
D. 3.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như sau



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị của hàm số ta có hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 3. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị nào sau đây?

A. Hình 1.

B. Hình 4.

C. Hình 3.

D. Hình 2.

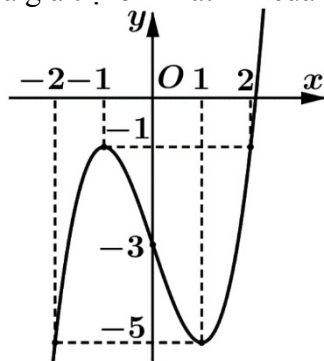
Lời giải

Chọn A

Do đây là hàm số bậc ba có $a = -1 < 0$ nên loại đáp án A, D

Mặt khác $d = -1 < 0$ nên loại đáp án B

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$



A. $m = -5; M = -1$.

B. $m = -2; M = 2$.

C. $m = -1, M = 0$.

D. $m = -5, M = 0$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta có: $m = \min_{[-2;2]} f(x) = -5$ và $M = \max_{[-2;2]} f(x) = -1$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;0;0)$, $N(0;0;4)$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

A. $MN = 7$.

B. $MN = 5$.

C. $MN = 1$.

D. $MN = 10$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $MN = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;3)$, $B(-1;2;5)$, $C(1;0;1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

A. $G(1;0;3)$.

B. $G(3;0;1)$.

C. $G(-1;0;3)$.

D. $G(0;0;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức tính tọa độ trọng tâm của tam giác.

Câu 7. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;-1;3)$ và điểm $D(0;8;0)$. Tính thể tích tứ diện $ABCD$.

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}(1;-1;2)$, $\overrightarrow{AC}(0;-2;4)$, $\overrightarrow{AD}(-2;7;1)$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; -4; -2)$$

$$\Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = \frac{|(-2) \cdot 0 + 7 \cdot (-4) + 1 \cdot (-2)|}{6} = 5$$

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{2019}{2-x}$ có đồ thị (H) . Số đường tiệm cận của (H) là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2019}{2-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2019}{x}}{\frac{2}{x}-1} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2019}{2-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{2019}{x}}{\frac{2}{x}-1} = 0$$

Ta có

Vậy đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2019}{2-x} = -\infty; \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2019}{2-x} = +\infty$$

Vậy đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $A.BCD$ có $A(0;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(1;-1;0)$ và $D(0;0;1)$. Tính độ dài đường cao của hình chóp $A.BCD$.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

B. $2\sqrt{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $3\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn A

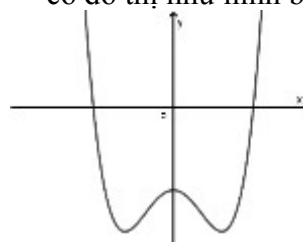
Ta có $\overrightarrow{BD} = (-1; -1; -1)$; $\overrightarrow{BC} = (0; -2; -2)$; $\overrightarrow{BA} = (-1; 0; -3)$

Ta có $V_{A.BCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BA}| = 1$

Ta có $S_{BCD} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BD}]| = \sqrt{2}$

Độ dài đường cao của hình chóp $A.BCD$ là $h = d(A; mp(BCD)) = \frac{3V_{A.BCD}}{S_{\Delta BCD}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

Câu 10. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0; b > 0; c > 0$

B. $a > 0; b < 0; c < 0$

C. $a < 0; b > 0; c < 0$

D. $a > 0; b > 0; c < 0$

Lời giải

Chọn B

+ Dựa vào dạng đồ thị ta thấy: $a > 0$.

+ Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên: $ab < 0 \Rightarrow b < 0$.

+ Với $x = 0$ ta có: $y(0) = c < 0$.

Câu 11. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$

A. $-2 \leq m \leq 2$

B. $-2 < m < 2$

C. $-2 \leq m \leq -1$

D. $-2 < m \leq -1$

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

$$y' = \frac{m^2 - 4}{(x + m)^2}.$$

Ta có:

Hàm số $y = \frac{mx + 4}{x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y' < 0 \forall x \in D \\ 1 \leq -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq -1.$$

Câu 12. Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	Tần số
[40;50)	3
[50;60)	6
[60;70)	19
[70;80)	23
[80;90)	9
	$n = 60$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 50.

B. 69,8.

C. 6.

D. 30.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $R = 90 - 40 = 50$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một cơ sở đóng giày sản xuất mỗi ngày được x đôi giày. $1 \leq x \leq 20$. Tổng chi phí sản xuất x đôi giày (đơn vị nghìn đồng) là $C(x) = x^3 - 6x^2 - 88x + 592$. Giả sử cơ sở này bán hết sản phẩm mỗi

ngày với giá 200 nghìn đồng /mỗi đôi. Gọi $T(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được sau khi bán hết x đôi giày. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Giả sử trong một ngày nào đó cơ sở sản xuất được 10 đôi giày thì lợi nhuận thu được là 1888 (nghìn đồng).

b) Giả sử trong một ngày nào đó cơ sở lợi nhuận thu được là 1584 (nghìn đồng) khi đó cơ sở phải sản xuất được 9 đôi giày.

c) Cơ sở này sản xuất được 12 đôi giày thì lợi nhuận thu được là nhiều nhất.

d) Lợi nhuận tối đa thu được trong một ngày là 1980 nghìn đồng.

Lời giải

a)	Đ	b)	S	c)	Đ	d)	S
----	---	----	---	----	---	----	---

Lợi nhuận thu được là $L(x) = T(x) - C(x) = -x^3 + 6x^2 + 288x - 592$.

Một ngày nào đó cơ sở sản xuất được 10 đôi giày thì lợi nhuận thu được là:

$L(10) = -10^3 + 6 \cdot 10^2 + 288 \cdot 10 - 592 = 1888$ (nghìn đồng). Chọn **đúng**. Lợi nhuận thu được là 1584, khi đó ta có $1584 = -x^3 + 6x^2 + 288x - 592$

$$\Leftrightarrow x^3 - 6x^2 - 288x + 2176 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + \sqrt{273} \\ x = -1 - \sqrt{273} \\ x = 8 \end{cases}$$

Chọn **sai**. Xét hàm số $L(x) = -x^3 + 6x^2 + 288x - 592$ với $1 \leq x \leq 20$.

$$L'(x) = -3x^2 + 12x + 288$$

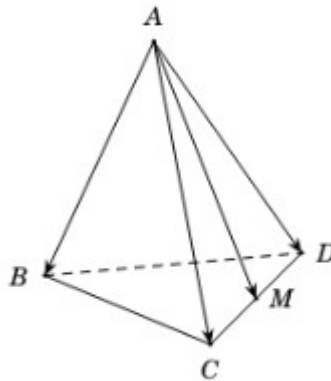
$$L'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 12x + 288 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -8(l) \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	1	12	20
$L'(x)$	+	0	-
$L(x)$	-299	2000	-432

Vậy cơ sở sản xuất được 12 đôi giày thì lợi nhuận đạt cao nhất. Chọn **đúng**. Khi đó lợi nhuận tối đa đạt được trong một ngày là 1980 (nghìn đồng). Chọn **sai**.

Câu 2. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD .



a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$.

b) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = -\frac{a^2}{2}$.

c) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$.

d) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$

Lời giải

a)	Đ	b)	S	c)	Đ	d)	Đ
----	---	----	---	----	---	----	---

(a) Đúng: Tam giác ACD đều suy ra AM vuông góc với CD nên $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$.

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$.

(b) Đúng:

(c) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}) \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CD}$

Mặt khác $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB}$ là trung tuyến của các tam giác đều $\triangle ACD, \triangle BCD$ nên $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{MB} \perp \overrightarrow{CD}$.

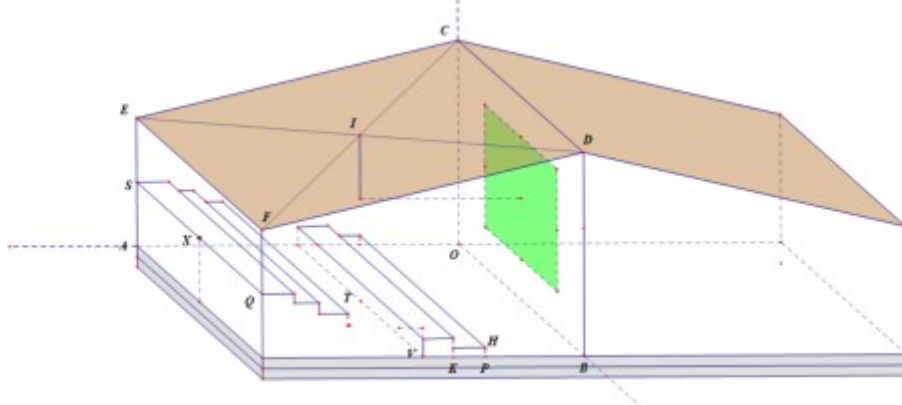
Suy ra $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 90^\circ$

(d) Sai: Ta có $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$

Suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2}\right) = \frac{a^2}{2}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một toà nhà được thiết kế để làm 2 phòng dạy học có trang bị máy chiếu. Mái nhà là dạng mái vát $CDFE$ như hình vẽ. Chiều dài của mỗi phòng học là $OA = 30m$ và chiều rộng là $OB = 20m$, chiều cao các bức tường $BD = 10m$ và $EA = 6m$. Từ vị trí P cách B một khoảng 10 m, người ta xây các bậc thang cao dần về phía cuối của phòng học để đặt các dãy bàn ghế học sinh trên các bậc thang đó. Chiều rộng mỗi bậc thang là 2 m và chiều cao mỗi bậc thang là 20 cm.



Chủ toà nhà muốn lắp giá treo máy chiếu tại vị trí I là giao của DE và CF như hình vẽ, vuông góc với mặt sàn sao cho không vướng vào đầu học sinh khi học sinh đó đứng tại bậc thang ngay dưới máy chiếu (chiều cao học sinh đó là 1,8 m) và cũng không che khuất tầm nhìn của học sinh ngồi ở hàng ghế sau cùng, tại vị trí X trung điểm SQ , theo phương vuông góc bức tường $OBDC$ (chiều cao mắt học sinh so với bậc thang tại đó là 1,2m). Hỏi tổng độ dài thanh treo máy chiếu và cả thân máy chiếu lớn nhất là bao nhiêu mét? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

Lời giải

Trả lời 4 , 8

Xét hệ toạ độ $Oxyz$ với O là gốc toạ độ, các điểm $A \in Ox, B \in Oy, C \in Oz$ có toạ độ không âm.

Khi đó $A(30; 0; 0), B(0; 20; 0), D(0; 20; 10); E(30; 0; 6), I(15; 10; 8)$ là trung điểm DE nên hình chiếu của điểm I trên sàn là $T(15; 10; 0)$ suy ra toạ độ điểm $V(15; 20; 0)$, vậy V cách P một khoảng bằng 5 m. Tức là bậc thang tại vị trí U đang là bậc thang thứ 3, có chiều cao 60 cm so với mặt sàn. Vậy toạ độ điểm $U(15; 10; 0,6)$.

Từ đó toạ độ đỉnh đầu học sinh đứng là $K(15; 10; 2,4)$. Khoảng cách $IK = 8 - 2,4 = 5,6m$. (1)

Mặt khác toạ độ điểm $X(15; 10; 2)$ nên toạ độ mắt học sinh ngồi tại X là điểm $Z(15; 10; 3,2)$ suy ra hiệu khoảng cách từ điểm I đến sàn và từ điểm Z đến sàn nhà là $8 - 3,2 = 4,8m$ (2)

Điều (1) và (2) cho thấy tổng độ dài của thanh treo và thân máy chiếu không quá **4,8 mét** để thỏa mãn đồng thời cả 2 điều kiện.

Câu 2. Một người có một dây ruy băng dài 130 cm, người đó dùng dải ruy băng này để trang trí hộp quà hình trụ. Khi trang trí hộp quà, người này dùng 10cm của dải ruy băng để thắt nơ ở trên nắp hộp (tham khảo hình vẽ minh họa). Với dải ruy băng có kích thước như trên có thể trang trí được hộp quà có thể tích lớn nhất là bao nhiêu dm^3 ? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

Trả lời 1 0 0 0

Gọi $x(cm)$; $y(cm)$ lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ ($x, y > 0; x < 30$)
Dải dây ruy băng còn lại khi đã thắt nơ là: 120cm.

Ta có: $(2x + y) \cdot 4 = 120 \Leftrightarrow y = 30 - 2x$

Thể tích khối hộp quà là: $V = \pi x^2 \cdot y = \pi x^2 (30 - 2x)$

Thể tích V lớn nhất khi hàm số $f(x) = x^2 (30 - 2x)$ với $0 < x < 30$ đạt GTLN

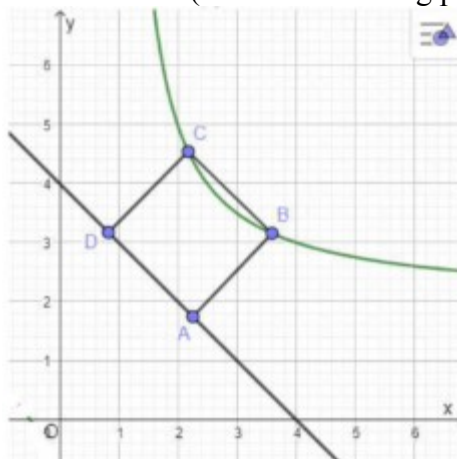
$f'(x) = -6x^2 + 60x$, cho $f'(x) = -6x^2 + 60x = 0 \Leftrightarrow x = 10$

Lập Bảng Biến thiên ta thấy thể tích đạt GTLN là $V = 1000\pi (cm^3) = \pi (dm^3)$.

Câu 3. Trong một công viên có một hồ nước và một đường đi lát gạch hoa. Thiết lập hệ trục Oxy như hình

vẽ dưới, kiến trúc sư thấy rằng bờ hồ có thể coi như một nhánh của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ và

đường đi khi đó ứng với đường thẳng $(d): y = -x + 4$. Để đảm bảo ánh sáng, kiến trúc sư muốn đặt 2 cột đèn trên bờ hồ và 2 cột đèn trên đường đi sao cho 4 cột đèn này tạo thành một hình vuông. Tính khoảng cách giữa hai cột đèn trên bờ hồ (làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Trả lời 1 , 9 2

Gọi $(d_1): y = -x + m$ (với $m > 4$) song song với $(d): y = -x + 4$ và cắt $(C): y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt B, C ($x_B, x_C > 1$)

Phương trình hoành độ giao điểm của (d_1) và $(C): \frac{2x+1}{x-1} = -x + m \Leftrightarrow x^2 + (1-m)x + m+1 = 0$.

$$\Delta = m^2 - 6m - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 + 2\sqrt{3} \\ m < 3 - 2\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow m > 3 + 2\sqrt{3} \quad (\text{vì } m > 4) \quad (1)$$

Khi đó ta có:
$$\begin{cases} x_C + x_B = m - 1 \\ x_C \cdot x_B = m + 1 \end{cases}$$

Suy ra:
$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (-x_B + m + x_C - m)^2} = \sqrt{2(x_B - x_C)^2}$$

$$\Rightarrow CB^2 = 2(x_B - x_C)^2 = 2(x_B + x_C)^2 - 8x_B \cdot x_C = 2m^2 - 12m - 6$$

Mặt khác chọn $I(0; 4) \in (d)$, ta có khoảng cách giữa hai đường thẳng $(d); (d_1)$ bằng

$$AB = d(I; (d_1)) = \frac{|4 - m|}{\sqrt{2}} = \frac{m - 4}{\sqrt{2}}$$

Để $ABCD$ là hình vuông thì $AB^2 = BC^2 \Leftrightarrow \frac{(m-4)^2}{2} = 2m^2 - 12m - 6 \Leftrightarrow m = \frac{8 \pm 2\sqrt{37}}{3}$

$$m = \frac{8 + 2\sqrt{37}}{3}$$

Kết hợp điều kiện (1) suy ra

$$\frac{\frac{8 + 2\sqrt{37}}{3} - 4}{\sqrt{2}} \approx 1,92.$$

Vậy khoảng cách giữa hai cột đèn bên bờ hồ bằng

Câu 4. Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	[2; 2,5)	[2,5; 3)	[3; 3,5)	[3,5; 4)	[4; 4,5)	[4,5; 5)
Tần số	4	9	14	11	7	5

Xác định một của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời 3 , 3

Tần số lớn nhất là 14 nên nhóm chứa một là nhóm $[3; 3,5)$. Ta có,

$j = 3, a_3 = 3, m_3 = 14, m_2 = 9, m_4 = 11, h = 0,5$. Do đó một của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_o = 3 + \frac{14 - 9}{(14 - 9) + (14 - 11)} \cdot 0,5 = 3,3125 \approx 3,3$$

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về điểm thi và số người dự thi như sau:

Điểm thi	[1 ; 4,5)	[4,5 ; 8)	[8 ; 11,5)	[11,5 ; 15)	[15 ; 18,5)	[18,5 ; 22)
Số người dự thi	13	4	5	8	19	17

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Các giá trị đại diện của mẫu số liệu là: 2,75; 6,25; 9,75; 13,25; 16,75; 20,25

Tổng tần số là: $n = 66$

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{13 \cdot 2,75 + 4 \cdot 6,25 + 5 \cdot 9,75 + 8 \cdot 13,25 + 19 \cdot 16,75 + 17 \cdot 20,25}{66} = 13,3$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{66} (13 \cdot 2,75^2 + 4 \cdot 6,25^2 + 5 \cdot 9,75^2 + 8 \cdot 13,25^2 + 19 \cdot 16,75^2 + 17 \cdot 20,25^2) - 13,3^2 = 41,8$$

Câu 2. Để xác định vị trí của máy bay khi đang bay, người ta gắn một hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ đặt tại một sân bay để xác định tọa độ của sân bay. Biết rằng cao độ của tọa độ máy bay chính là độ cao của máy bay đối với mặt đất. Đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 100 m. Một máy bay đang bay với quỹ đạo là một đường thẳng trong không gian với vận tốc bay không đổi. Tại một thời điểm nào đó, máy bay đang ở vị trí có tọa độ $(200; 70; 118)$. Sau 50 giây, độ cao của máy bay so với mặt đất giảm 400 m. Hỏi sau 25 giây nữa, khoảng cách từ sân bay tới máy bay là bao nhiêu km, biết rằng trong suốt quá trình bay này, máy bay có đi qua điểm có tọa độ $(80; 105; 113)$?



Lời giải

Gọi tọa độ ban đầu của máy bay tại thời điểm $t = 0$ là $A(200; 70; 118)$.

Sau 50 giây, độ cao giảm 400 m nên tọa độ z giảm 4 đơn vị, tức là $z = 114$.

Gọi tọa độ sau 50 giây là $B(x; y; 114)$.

Vận tốc bay (giả sử bay thẳng đều):

$$\vec{v} = \frac{\overline{AB}}{50} = \left(\frac{x-200}{50}; \frac{y-70}{50}; \frac{114-118}{50} \right) = \left(\frac{x-200}{50}; \frac{y-70}{50}; -\frac{4}{50} \right)$$

Sau 25 giây nữa (tổng 75 giây), ta có:

$$\overline{OC} = \overline{OA} + 75 \cdot \vec{v} = \left(200 + \frac{3(x-200)}{2}; 70 + \frac{3(y-70)}{2}; 112 \right)$$

Xét điểm $P(80; 105; 113)$. Kiểm tra xem điểm P có nằm trên đường thẳng bay hay không:

Giả sử tồn tại t sao cho: $\overline{OP} = \overline{OA} + t\vec{v}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 80 = 200 + t \cdot \frac{x-200}{50} \\ 105 = 70 + t \cdot \frac{y-70}{50} \\ 113 = 118 - \frac{4t}{50} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 104 \\ y = 98 \\ t = 62,5 \end{cases} \Rightarrow \text{Tọa độ } B(104; 98; 114)$$

Suy ra: $\vec{v} = (-1,92; 0,56; -0,08), C(56; 112; 112)$

Tính khoảng cách từ sân bay (gốc tọa độ) đến điểm C :

$$d = OC = \sqrt{56^2 + 112^2 + 112^2} = \sqrt{28224} = 168 \text{ đơn vị trục } 100 \text{ mét/ đơn vị.}$$

Vậy khoảng cách từ sân bay đến máy bay sau 75 giây là $168 \cdot 100 \cdot \frac{1}{1000} = 16,8 \text{ km.}$

Câu 3. Cho hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ thỏa mãn $|\vec{u}| = 1, |\vec{v}| = 3$ và $|2\vec{u} - 3\vec{v}| = \sqrt{67}$. Tính $\cos(\vec{u}, \vec{v})$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

$$\begin{aligned} |2\vec{u} - 3\vec{v}|^2 &= (2\vec{u} - 3\vec{v})^2 = 4\vec{u}^2 - 12\vec{u}\vec{v} + 9\vec{v}^2 \\ &= 4 \cdot 1^2 - 12\vec{u}\vec{v} + 9 \cdot 3^2 = 85 - 12\vec{u}\vec{v} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } |2\vec{u} - 3\vec{v}|^2 &= 67.00000000000000 \Rightarrow 85 - 12\vec{u}\vec{v} = 67.00000000000000 \\ \Rightarrow \vec{u}\vec{v} &= 1.5 \end{aligned}$$

$$\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u}\vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{1.5}{1 \cdot 3} = \frac{1}{2}$$

Câu 4. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo là kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500; 200; 8)$ đến điểm $N(800; 300; 10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $(a; b; c)$. Tính $a + b + 2c$?

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Vị trí của máy bay sau 5 phút tiếp theo là } P(a; b; c). \\ \overrightarrow{MN} = (300; 100; 2), \overrightarrow{NP} = (a - 800; b - 300; c - 10) \end{aligned}$$

Do máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay và thời gian bay từ M đến N gấp bốn lần thời gian bay từ N đến P nên $\overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{NP}$

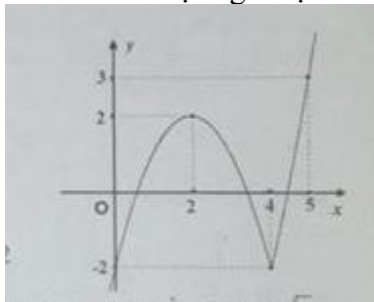
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 300 = 4(a - 800) \\ 100 = 4(b - 300) \\ 2 = 4(c - 10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 875 \\ b = 325 \\ c = 10,5 \end{cases}$$

$$\text{Từ đó } a + b + 2c = 875 + 325 + 2 \cdot 10,5 = 1221$$

----- HẾT -----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xác định giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;5]$



A. $\max_{[0;5]} f(x) = 3$

B. $\max_{[0;5]} f(x) = 5$

C. $\max_{[0;5]} f(x) = 2$

D. $\max_{[0;5]} f(x) = 4$

Lời giải

Chọn A

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	2	1	2	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số là

A. $y = -1$

B. $y = 2$

C. $y = 0$

D. $y = 1$

Lời giải

Chọn D

Ta có hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.

Khi đó giá trị cực tiểu $y = 1$.

Câu 3. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-10}{x-2018}$.

A. 0

B. 3

C. 2

D. 1

Lời giải

Chọn C

Ta có

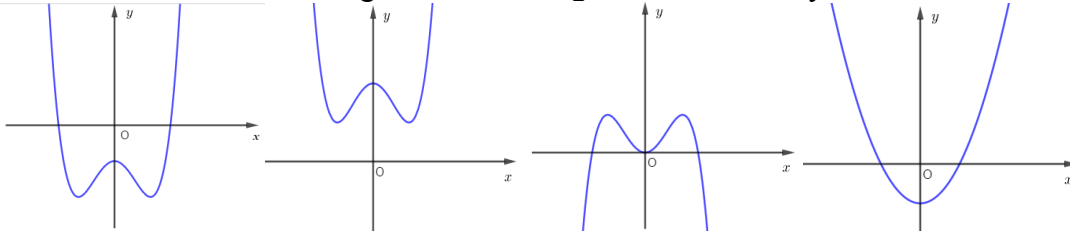
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-10}{x-2018} = 1; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-10}{x-2018} = 1 \Rightarrow \text{đường thẳng } y = 1 \text{ là tiệm cận ngang của ĐTHS.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2018^+} \frac{x-10}{x-2018} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 2018^-} \frac{x-10}{x-2018} = -\infty$$

Đường thẳng $x = 2018$ là tiệm cận đứng của ĐTHS.

Vậy ĐTHS có hai đường tiệm cận.

Câu 4. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ có dạng đồ thị nào trong các đồ thị sau đây ?



(1) (2) (3) (4)

A. 1.

B. 4.

C. 3.

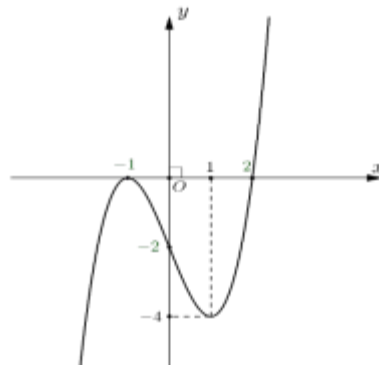
D. 2.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ có $a = 1 > 0$; $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là $\begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$ và đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(0; -1)$ nên hàm số có dạng đồ thị số 1.

Câu 5. Cho hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào đồ thị suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y = 0$

A. $\sqrt{6}$.

B. 2.

C. $\sqrt{5}$.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt cầu tâm $I(a, b, c)$ bán kính R dạng khai triển là :
 $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$, $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} - R^2$

Theo bài ra ta có:

$$a = \frac{-2}{-2} = 1; b = \frac{-4}{-2} = 2; c = \frac{0}{-2} = 0$$

$$d = 0 \Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{5}.$$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho biểu diễn của vector $\vec{a}$ qua các vector đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

A. $(1; 2; -3)$.

B. $(2; -3; 1)$.

C. $(2; 1; -3)$.

D. $(1; -3; 2)$.

Lời giải

Chọn B

$$\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \text{ nên } \vec{a} = (2; -3; 1)$$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$, $A(1; 0; -2)$ và $B(2; -1; 1)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \overrightarrow{AB}$ bằng

A. 17.

B. 16.

C. 18.

D. 15.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \vec{a} = (2; -3; 4)$$

$$\overrightarrow{AB} = (1; -1; 3)$$

$$\text{Vậy } \vec{a} \cdot \overrightarrow{AB} = 2.1 + (-3).(-1) + 4.3 = 17$$

Câu 9. Cho bảng phân bố tần số ghép lớp sau. Chiều cao của 40 học sinh nam ở một trường THPT

Lớp chiều cao (cm)	[160; 163,5)	[164; 167,5)	[168; 171,5)	[172; 175,5)	Cộng
Tần số	9	20	7	4	40

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 31.

B. 15,5.

C. 74.

D. 32.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Khoảng biến thiên: } 175,5 - 160 = 15,5$$

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; -2)$. Biết rằng có ba điểm phân biệt D , E , F sao cho mỗi điểm đó tạo với A , B , C thành hình bình hành. Tính diện tích tam giác DEF .

A. $\sqrt{6}$

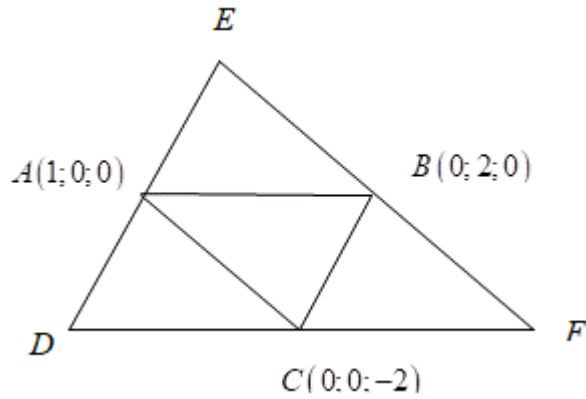
B. $3\sqrt{6}$

C. $2\sqrt{6}$

D. $4\sqrt{6}$

Lời giải

Chọn D



Để thấy A, B, C, D, E, F đồng phẳng và $S_{\triangle DEF} = 4S_{\triangle ABC}$

Có $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC} \right] \right| = \frac{1}{2} \sqrt{4^2 + (-2)^2 + 2^2} = \sqrt{6} \Rightarrow S_{\triangle DEF} = 4\sqrt{6}$

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{(m+1)x-2}{x-m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $\begin{cases} m > 1 \\ m < -2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -2 \end{cases}$

C. $-2 \leq m \leq 1$

D. $-2 < m < 1$

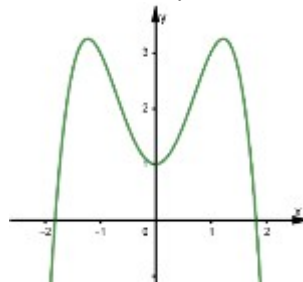
Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y' > 0 \Leftrightarrow -m^2 - m + 2 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 1$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ với $a \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ:



Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $a < 0; b > 0; c > 0$ B. $a < 0; b < 0; c > 0$

C. $a < 0; b > 0; c < 0$ D. $a > 0; b < 0; c > 0$

Lời giải

Chọn A

Ta có nhánh bên phải đồ thị đi xuống, suy ra $a < 0$.

Mặt khác do đồ thị có ba cực trị suy ra $ab < 0$ mà $a < 0 \Rightarrow b > 0$.

Mà giao điểm của đồ thị với trục Oy tại điểm có tung độ $y = c > 0$.

Vậy chọn đáp án A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong hệ trục $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0), B(0; 0; 1), C(2; 1; 1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Độ dài đường cao của tam giác ABC hạ từ A bằng $AH = \frac{\sqrt{30}}{5}$ (đơn vị dài)
- b) Diện tích của tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (đvdt)
- c) Gọi $D(x; y; z)$ sao cho tứ giác $ABCD$ là một hình bình hành khi đó $x + y + z = 3$
- d) Thể tích của khối chóp $SABCD$ với đỉnh $S(0; 3; 4)$ bằng 2 (đvtt)

Lời giải

a)	Đ	b)	Đ	c)	S	d)	S
----	---	----	---	----	---	----	---

Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
-------------	---------------	----------------	---------------

(a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1), \overrightarrow{AC} = (1; 1; 1)$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1; 2; -1) \neq \vec{0}$$

Tính

Do đó: 2 véc tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương. Vậy A, B, C là 3 đỉnh của một tam giác

Diện tích tam giác ABC : $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \frac{1}{2} \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-1)^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ (đvdt)

(b) $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. Gọi $D(x; y; z)$ ta có: $\overrightarrow{AD}(x-1; y; z); \overrightarrow{BC} = (2; 1; 0)$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=2 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$$

Vậy

Đáp số: $D(3; 1; 0)$

(c) Diện tích $\Delta ABC = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{\sqrt{6}}{2} \Leftrightarrow AH = \frac{\sqrt{6}}{BC}$. Ta có $BC = \sqrt{5}$

$$\Leftrightarrow AH = \frac{\sqrt{30}}{5} \text{ (đơn vị dài)}$$

(d) Thể tích của khối chóp $SABCD = V$

Ta có $V = 2 V_{SABC} = \frac{1}{3} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AS}|$

Tính $\overrightarrow{AS} = (-1; 3; 4)$ do kết quả câu 1

Nên $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AS} = 1 + 6 - 4 = 3 > 0$

Do đó $V = 1$ (đvtt)

Câu 2. Dân số của một quốc gia sau t (năm) kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức:

$$N(t) = 100e^{0,012t} (N(t) \text{ được tính bằng triệu người, } 0 \leq t \leq 50)$$

a) Dân số của quốc gia vào năm 2030 là: $108,763$ (triệu người)

b) Dân số của quốc gia vào năm 2035 là: $125,488$ (triệu người)

c) Xem $N(t)$ là hàm số của biến số t xác định trên đoạn $[0; 50]$. Khi đó hàm số $N(t)$ đồng biến trên đoạn $[0; 50]$.

d) Đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của quốc gia đó (tính bằng triệu người/năm). Vậy vào năm 2040 thì tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm.

Lời giải

a)	Đ	b)	S	c)	Đ	d)	S
----	---	----	---	----	---	----	---

Dân số của quốc gia vào năm 2030 là: $N(7) = 100e^{0,012 \cdot 7} = 100e^{0,084} = 108,763$ (triệu người) Dân số của quốc gia vào năm 2035 là: $N(12) = 100e^{0,012 \cdot 12} = 100e^{0,144} = 115,488$ (triệu người) Trên đoạn $[0; 50]$ ta có: $N'(t) = 0,012 \cdot 100e^{0,012t} = 1,2e^{0,012t} > 0, \forall t \in [0; 50]$

Do đó, hàm số $N(t)$ đồng biến trên đoạn $[0; 50]$. Ta có: $N'(t) = 1,2e^{0,012t}$
 Với tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/ năm ta có:

$$1,6 = 1,2e^{0,012t} \Leftrightarrow e^{0,012t} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow t = \frac{250 \ln \frac{4}{3}}{3} \approx 23,97$$

Vậy vào năm 2046 thì tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/ năm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiêu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (nghìn mAh)	$[0,9; 0,95)$	$[0,95; 1,0)$	$[1,0; 1,05)$	$[1,05; 1,1)$	$[1,1; 1,15)$
Số Viên pin	8	10	16	24	1

Hãy tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Trả lời **1 , 0 2**

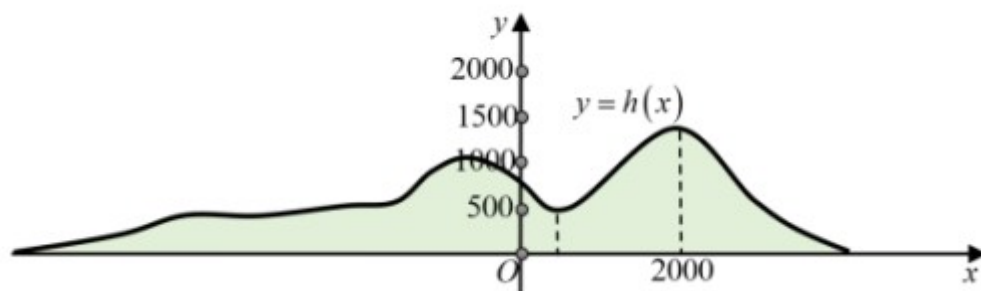
Điện lượng (nghìn mAh)	$[0,9; 0,95)$	$[0,95; 1,0)$	$[1,0; 1,05)$	$[1,05; 1,1)$	$[1,1; 1,15)$
Giá trị đại diện	0,925	0,975	1,025	1,075	1,125
Số Viên pin	8	10	16	24	13

Nhóm chứa một của dãy số liệu là: $[1,0; 1,05)$

$$M_0 = 1,0 + \frac{35 - 20}{(35 - 20) + (35 - 15)} \cdot (1,05 - 1,0) = 1,02$$

Câu 2. Một phần lát cắt của dãy núi có độ cao tính bằng mét được mô tả hàm số :

$$y = h(x) = -\frac{1}{1320000}x^3 + \frac{9}{3520}x^2 - \frac{81}{44}x + 840; (0 \leq x \leq 2000)$$



Trên đoạn $[0; 2000]$ của lát cắt dãy núi nơi thấp nhất có hoành độ bao nhiêu ?

Trả lời	4	5	0
---------	---	---	---

Xét $y = h(x) = \frac{-1}{1320000}x^3 + \frac{9}{3520}x^2 - \frac{81}{44}x + 840$ với $0 \leq x \leq 2000$

$$h'(x) = \frac{-3}{1320000}x^2 + \frac{9.2}{3520}x - \frac{81}{44} = \frac{-1}{440000}x^2 + \frac{9}{1760}x - \frac{81}{44}$$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{440000}x^2 + \frac{9}{1760}x - \frac{81}{44} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1800 \\ x = 450 \end{cases}$$

Ta có:

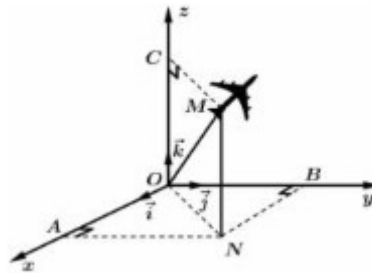
$$h(0) = 840; h(450) = \frac{7365}{16}; h(1800) = \frac{15315}{11}; h(2000) = \frac{43720}{33}$$

Khi đó trên đoạn $[0; 2000]$ thì hàm số $y = h(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{7365}{16}$ tại $x = 450$.

Vậy trên đoạn $[0; 2000]$ của lát cắt dãy núi, nơi thấp nhất có tọa độ là $\left(450; \frac{7365}{16}\right)$

Do đó : dãy núi nơi thấp nhất có hoành độ là 450.

Câu 3. Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như hình vẽ, cho biết M là vị trí của máy bay, $OM = 14; \angle NOB = 32^\circ; \angle MOC = 65^\circ$. Biết điểm $M(a; b; c)$. Tính tổng $a + 2b + 3c = \dots$ (kết quả làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



Lời giải

Trả lời	4	6	
---------	---	---	--

Xét $\triangle OMN$ vuông tại N có $\cos \angle MON = \frac{ON}{OM} \Rightarrow ON = OM \cdot \cos \angle MON = 14 \cdot \cos 25^\circ \approx 12,69$.

Xét $\triangle AON$ vuông tại A , có $\cos \angle AON = \frac{OA}{ON}$
 $\Rightarrow OA = ON \cdot \cos \angle AON = 12,69 \cdot \cos 58^\circ \approx 6,72$.

Xét $\triangle ONB$ vuông tại B , có $\cos \angle NOB = \frac{OB}{ON} \Rightarrow OB = ON \cdot \cos \angle NOB = 12,69 \cdot \cos 32^\circ \approx 10,67$.

Xét $\triangle OCM$ vuông tại C , có $\cos \angle MOC = \frac{OC}{OM} \Rightarrow OC = OM \cdot \cos \angle MOC = 14 \cdot \cos 65^\circ \approx 5,92$. vì $\overrightarrow{OA}$ và $\vec{i}$ cùng hướng và $OA = 6,72$ nên $\overrightarrow{OA} = 6,72\vec{i}$. vì $\overrightarrow{OB}$ và $\vec{j}$ cùng hướng và $OB = 10,67$ nên $\overrightarrow{OB} = 10,67\vec{j}$. Vì $\overrightarrow{OC}$ và $\vec{k}$ cùng hướng và $OC = 5,92$ nên $\overrightarrow{OC} = 5,92\vec{k}$. Áp dụng quy tắc hình hộp, ta có:

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 6,72\vec{i} + 10,67\vec{j} + 5,92\vec{k} \Rightarrow M(6,72; 10,67; 5,92)$$

$$\Rightarrow a + 2b + 3c = 6,72 + 2 \cdot 10,67 + 3 \cdot 5,92 = 46.$$

Câu 4. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 300 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 300$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -2x^2 + 1312x$ (nghìn

$$G(x) = x^2 - 77x + 1000 + \frac{40000}{x}$$

đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là (nghìn đồng). Lợi nhuận thu được của doanh nghiệp (tính theo đơn vị triệu đồng) đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Trả lời 3 8

Chi phí sản xuất cho x sản phẩm là $xG(x) = x^3 - 77x^2 + 1000x + 40000$ (nghìn đồng).

Lợi nhuận thu được của doanh nghiệp:

$$h(x) = -2x^2 + 1312x - (x^3 - 77x^2 + 1000x + 40000) = -x^3 + 75x^2 + 312x - 40000 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Ta có: $h'(x) = -3x^2 + 150x + 312$.

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 52 \\ x = -2 \end{cases}$$

Xét

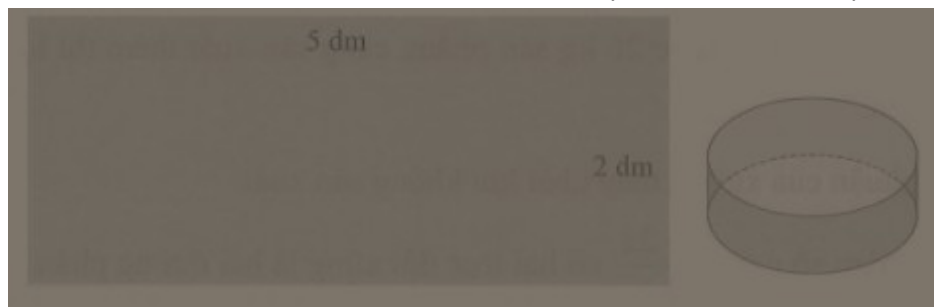
Bảng biến thiên:

x	1	52	300	
$h'(x)$		+	0	-
$h(x)$			38416	

Vậy lợi nhuận lớn nhất của doanh nghiệp khoảng 38 triệu đồng.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Nam dùng một tấm bìa có kích thước $50 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ để làm một chiếc lon hình trụ.



Hình 4

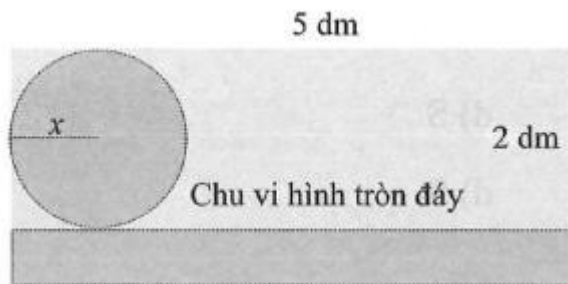
Hỏi cần chọn bán kính đáy hình trụ là bao nhiêu xăngtimét thì lon hình trụ đạt thể tích lớn nhất?

Lưu ý: Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của xăngtimét, bỏ qua phần hao hụt khi cắt và tạo hình, đáy và mặt bên phải là các bìa nguyên vẹn.

Lời giải

Gọi $x(\text{dm})$ là bán kính đáy hình trụ ($x > 0$).

Phương án 1:

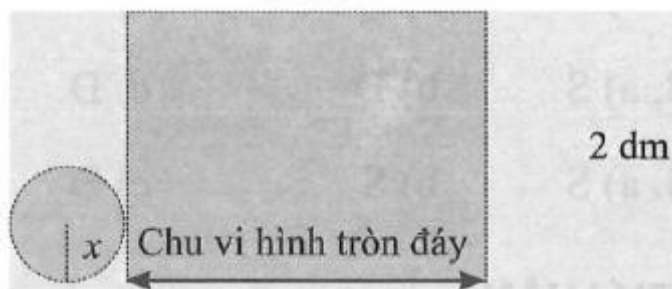


Thể tích lon hình trụ cho bởi công thức:

$$V(x) = \pi x^2 (2 - 2x) \text{ với } x \in \left(0; \frac{5}{2\pi}\right]$$

Phương án 2:

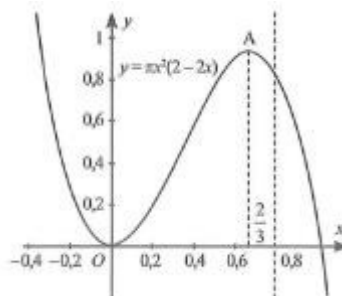
5 dm



Thể tích lon hình trụ cho bởi công thức:

$$V(x) = 2\pi x^2 \text{ với } x \in \left(0; \frac{5}{2(\pi+1)}\right]$$

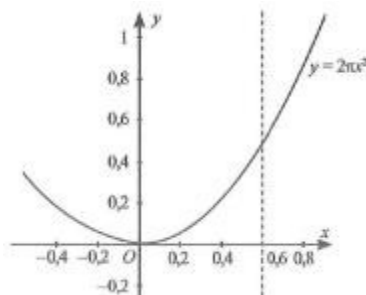
Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số:



Hình 1

$V(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $\left(0; \frac{5}{2\pi}\right]$ là khoảng $0,93\text{dm}^3$ khi $x \approx 0,67\text{dm}$.

Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số:



Hình 2

$V(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $\left(0; \frac{5}{2(\pi+1)}\right]$

là khoảng $2,29\text{dm}^3$ khi $x \approx 0,60\text{dm}$.

Vậy thể tích lon hình trụ lớn nhất khi thiết kế theo phương án 2 và bán kính đáy khoảng $0,60\text{dm}$.

Câu 2. Thống kê số thẻ vàng của mỗi câu lạc bộ trong giải ngoại hạng Anh mùa giải 2021 – 2022 cho kết quả sau:

Số lượng thẻ vàng	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)	[100; 110)
Tần số	2	5	7	5	0	0	1

Mẫu số liệu trên có bao nhiêu khoảng chứa giá trị ngoại lệ?

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$110 - 40 = 70 \text{ (th? vàng)}.$$

Với $n = 20$, ta có: $\frac{n}{4} = 5$ mà $2 < 5 < 7$. Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 5.

Xét nhóm 2 là $[50; 60)$ có $s = 50$, $h = 10$, $n_2 = 5$.

Nhóm 1 là $[40; 50)$ có $cf_1 = 2 \Rightarrow Q_1 = 50 + \frac{5-2}{5} \cdot 10 = 56$.

Ta có: $\frac{3n}{4} = 15$ mà $14 < 15 < 19$ suy ra nhóm 4 là nhóm có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 15.

Xét nhóm 4 là $[70; 80)$ có $t = 70$, $h = 10$, $n_4 = 5$.

Nhóm 3 là $[60; 70)$ có $cf_3 = 14 \Rightarrow Q_3 = 60 + \frac{15-14}{5} \cdot 10 = 62$.

Suy ra khoảng tứ phân vị

$$Q = Q_3 - Q_1 = 62 - 56 = 6.$$

Giá trị x là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu nếu

$$\begin{cases} x < Q_1 - 1,5\Delta_Q \\ x > Q_3 + 1,5\Delta_Q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 47 \\ x > 71 \end{cases}. \text{ Vậy mẫu số liệu trên có hai nhóm chứa giá trị ngoại lệ.}$$

Câu 3. Để xác định vị trí của máy bay khi đang bay, người ta gắn một hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ đặt tại một sân bay để xác định tọa độ của sân bay. Biết rằng cao độ của tọa độ máy bay chính là độ cao của máy bay đối với mặt đất. Đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 100 m. Một máy bay đang bay với quỹ đạo là một đường thẳng trong không gian với vận tốc bay không đổi. Tại một thời điểm nào đó, máy bay đang ở vị trí có tọa độ $(200; 70; 118)$. Sau 50 giây, độ cao của máy bay so với mặt đất giảm 400 m. Hỏi sau 25 giây nữa, khoảng cách từ sân bay tới máy bay là bao nhiêu km, biết rằng trong suốt quá trình bay này, máy bay có đi qua điểm có tọa độ $(80; 105; 113)$?



Lời giải

Gọi tọa độ ban đầu của máy bay tại thời điểm $t = 0$ là $A(200; 70; 118)$.

Sau 50 giây, độ cao giảm 400 m nên tọa độ z giảm 4 đơn vị, tức là $z = 114$.

Gọi tọa độ sau 50 giây là $B(x; y; 114)$.

Vận tốc bay (giả sử bay thẳng đều):

$$\vec{v} = \frac{\overline{AB}}{50} = \left(\frac{x-200}{50}; \frac{y-70}{50}; \frac{114-118}{50} \right) = \left(\frac{x-200}{50}; \frac{y-70}{50}; -\frac{4}{50} \right).$$

Sau 25 giây nữa (tổng 75 giây), ta có:

$$\overline{OC} = \overline{OA} + 75 \cdot \vec{v} = \left(200 + \frac{3(x-200)}{2}; 70 + \frac{3(y-70)}{2}; 112 \right).$$

Xét điểm $P(80; 105; 113)$. Kiểm tra xem điểm P có nằm trên đường thẳng bay hay không:

Giả sử tồn tại t sao cho: $\overline{OP} = \overline{OA} + t\vec{v}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 80 = 200 + t \cdot \frac{x-200}{50} \\ 105 = 70 + t \cdot \frac{y-70}{50} \\ 113 = 118 - \frac{4t}{50} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 104 \\ y = 98 \\ t = 62,5 \end{cases} \Rightarrow \text{Tọa độ } B(104; 98; 114)$$

Suy ra: $\vec{v} = (-1,92; 0,56; -0,08), C(56; 112; 112)$

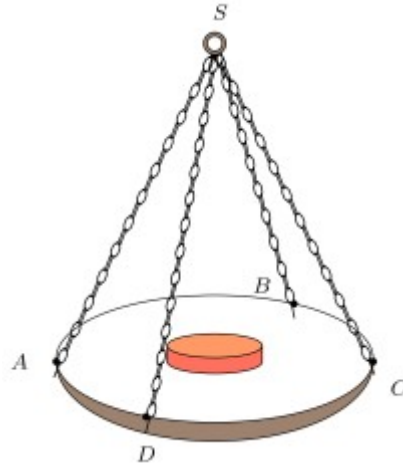
Tính khoảng cách từ sân bay (gốc tọa độ) đến điểm C :

$$d = OC = \sqrt{56^2 + 112^2 + 112^2} = \sqrt{28224} = 168 \text{ đơn vị trục } 100 \text{ mét/ đơn vị.}$$

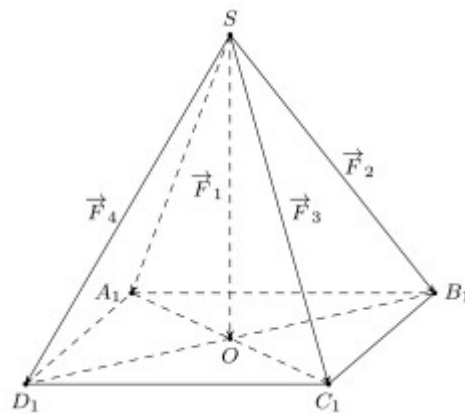
Vậy khoảng cách từ sân bay đến máy bay sau 75 giây là $168 \cdot 100 \cdot \frac{1}{1000} = 16,8 \text{ km.}$

Câu 4. Một chiếc cân đang cân một vật và được giữ cố định bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho đĩa cân song song với mặt phẳng nằm ngang. Các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ lần lượt trên mỗi dây SA, SB, SC, SD sao cho $SABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\angle ASC = 90^\circ$. Biết độ lớn của lực căng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ (N). Đĩa cân và vật trên đĩa có tổng khối lượng là $m = 3 \text{ kg}$.

Trọng lượng của vật tính theo công thức $P = mg$ (N); trong đó m là khối lượng của vật (đơn vị kg), $g = 10 \text{ m/s}^2$, khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?



Lời giải



Gọi A_1, B_1, C_1, D_1 lần lượt là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{SA_1} = \vec{F}_1, \overrightarrow{SB_1} = \vec{F}_2, \overrightarrow{SC_1} = \vec{F}_3, \overrightarrow{SD_1} = \vec{F}_4$. Khi đó

ta có $SA_1 = SB_1 = SC_1 = SD_1 = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ và $S.A_1B_1C_1D_1$ là hình chóp đều.

Gọi O là tâm của hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OC_1} + \overrightarrow{OD_1} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SA_1} + \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SB_1} + \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SC_1} + \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SD_1} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{SA_1} + \overrightarrow{SB_1} + \overrightarrow{SC_1} + \overrightarrow{SD_1} &= 4\overrightarrow{SO}. \end{aligned}$$

Trọng lượng của vật và đĩa cân là $P = mg = 3 \cdot 10 = 30$ (N).

Ta có $P = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4| = 4SO$, suy ra $4SO = 30 \Rightarrow SO = \frac{15}{2}$.

Lại có tam giác SA_1C_1 vuông cân tại S nên

$$SO = SA_1 \cdot \sin \angle SA_1C_1 \Rightarrow SA_1 = \frac{SO}{\sin \angle SA_1C_1} = \frac{\frac{15}{2}}{\sin 45^\circ} = \frac{15\sqrt{2}}{2} = \frac{30\sqrt{2}}{4} \Rightarrow a = 30.$$

Vậy $a = 30$.

----- HẾT -----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		4		0		$+\infty$

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CD} = -1$ và $y_{CT} = 1$.

B. $y_{CD} = 1$ và $y_{CT} = 0$.

C. $y_{CD} = 4$ và $y_{CT} = -1$.

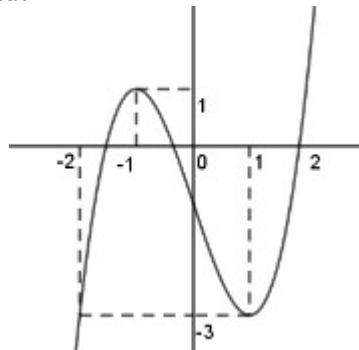
D. $y_{CD} = 4$ và $y_{CT} = 0$.

Lời giải

Chọn D

Qua bảng biến thiên ta thấy $y_{CD} = 4$ và $y_{CT} = 0$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau:



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; -1)$.

B. $(-2; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(0; 2)$.

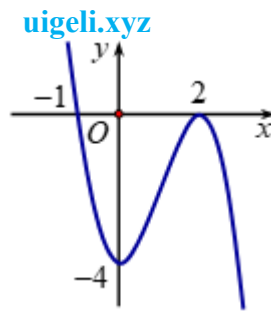
Lời giải

Chọn A

Nhánh đồ thị đi lên từ trái sang phải trên khoảng nào thì hàm số đồng biến trên khoảng đó.

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 3. Đường cong ở hình dưới đây của một đồ thị hàm số.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào trong các hàm số sau đây:

A. $y = -x^3 + 3x - 2$.

B. $y = x^3 - 3x^2 - 4$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

D. $y = -x^3 - 4$.

Lời giải

Chọn C

Nhìn vào đồ thị ta thấy hàm số có hai cực trị và hệ số của x^3 âm loại A và

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại $A(0; -4)$ loại

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 1; -3)$, $B(3; -1; 1)$. Gọi M là trung điểm của AB , đoạn OM có độ dài bằng

A. $2\sqrt{6}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $2\sqrt{5}$.

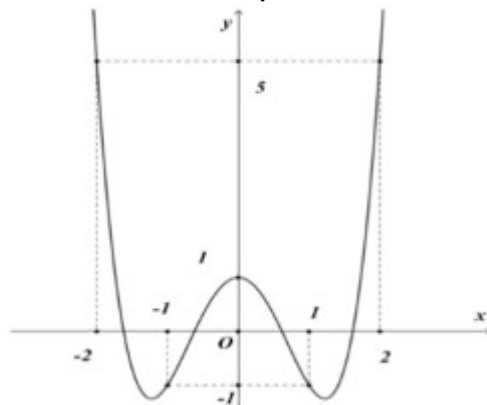
D. $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có M là trung điểm AB nên $M(2; 0; -1) \Rightarrow OM = \sqrt{4 + 0 + 1} = \sqrt{5}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số này trên đoạn $[-1; 2]$ bằng



A. 2.

B. 5.

C. Không xác định.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, rõ ràng $\max_{[-1; 2]} f(x) = 5$.

Câu 6. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 3)$ và $B(4; -3; -1)$. Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $(6;-4;-2)$.

B. $(2;-2;-4)$.

C. $(1;-1;-2)$.

D. $(3;-2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 7. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-3x+2}$ là

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = \frac{x-1}{x^2-3x+2} = \frac{x-1}{(x-1)(x-2)}$;

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}} = 0 \Rightarrow y = 0$$

+ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow 1} y = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-2} = -1 \Rightarrow x = 1$$

+ không phải là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty \Rightarrow x = 2$$

+ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ có tâm là

A. $I(-1;-2;-3)$.

B. $I(1;2;3)$.

C. $I(1;-2;3)$.

D. $I(1;-2;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm $I(a;b;c)$ nên chọn $I(1;2;3)$

Câu 9. Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên.

Tốc độ v (km/h)	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 12,6.

B. 14,3.

C. 11,5.

D. 16,8.

Lời giải

Chọn ACỡ mẫu là $n = 200$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$. Do x_{50}, x_{51} đều thuộc nhóm $[160; 165)$ nên nhóm này chứa Q_1 . Do đó, $p = 3$; $a_3 = 160$; $m_3 = 35$; $m_1 + m_2 = 18 + 28 = 46$; $a_4 - a_3 = 165 - 160 = 5$ và ta có

$$Q_1 = 160 + \frac{\frac{200}{4} - 46}{35} \cdot 5 \approx 160,57$$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{150} + x_{151}}{2}$. Do x_{150}, x_{151} đều thuộc nhóm $[170; 175)$ nên nhóm này chứa Q_3 . Do đó, $p = 5$; $a_5 = 170$;

$m_5 = 41$; $m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 18 + 28 + 35 + 43 = 124$; $a_6 - a_5 = 175 - 170 = 5$ và ta có

$$Q_3 = 170 + \frac{\frac{3 \cdot 200}{4} - 124}{41} \cdot 5 \approx 173,17$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 12,6$

Câu 10. Tìm m để hàm số $y = \frac{3x+2}{x-m}$ đồng biến trên mỗi khoảng của tập xác định.

A. $m > \frac{2}{3}$.

B. $m < -\frac{2}{3}$.

C. $m > -\frac{2}{3}$.

D. $m \leq -\frac{2}{3}$.

Lời giải**Chọn B**

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Ta có $y' = \frac{-3m-2}{(x-m)^2}$

Để hàm số đồng biến trên mỗi khoảng của tập xác định thì $y' > 0, \forall x \neq m \Leftrightarrow -3m-2 > 0$
 $\Leftrightarrow m < -\frac{2}{3}$.

Câu 11. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5x - 4$ có tâm đối xứng là

A. $I(-1; -1)$.

B. $I(-1; 1)$.

C. $I(1; -1)$.

D. $I(1; 1)$.

Lời giải**Chọn C**

Ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 5x - 4 \Leftrightarrow y + 1 = (x-1)^3 + 2(x-1)$.

Đặt $\begin{cases} X = x-1 \\ Y = y+1 \end{cases}$ hàm số đã cho trở thành $Y = X^3 - 2X$ là hàm số lẻ $\Rightarrow$ hàm số $Y = X^3 - 2X$ có tâm

đối xứng là $\begin{cases} X = 0 \\ Y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 0 \\ y+1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (3; 1; -2)$ và $\vec{v} = (-2; 1; 5)$. Tọa độ của vector $[\vec{u}, \vec{v}]$ là:

A. $(5; 7; -11)$. B. $(7; -11; 5)$. C. $(-5; -7; 11)$. D. $(-7; 11; -5)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$[\vec{u}, \vec{v}] = (1 \cdot 5 - (-2) \cdot 1; -(3 \cdot 5 - (-2) \cdot (-2)); 3 \cdot 1 - 1 \cdot (-2)) = (7; -11; 5)$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho 3 điểm $A(-1; 2; 1)$; $B(2; -2; 4)$; $C(0; -4; 1)$

a) Điểm $D(5; -6; 7)$. Khi đó 3 điểm A, B, D thẳng hàng.

b) $\cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{37}{\sqrt{1258}}$

c) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

d) Cho $\vec{u}(x-1; 2y+1; 3z-5)$ thỏa mãn $\vec{u} \perp \overrightarrow{AB}; \vec{u} \perp \overrightarrow{AC}$. Khi đó $x^2 + y^2 + z^2 = 2024$

Lời giải

a) Đ b) S c) Đ d) S

(a) Đúng.

Ta có $\overrightarrow{AB}(3; -4; 3)$, $\overrightarrow{AC}(1; -6; 0)$. Giả sử tồn tại số $k \neq 0$ sao cho $\overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = k \\ -4 = -6k \\ 3 = 0k \end{cases}$ vô nghiệm suy ra không tồn tại k . Suy ra 3 điểm A, B, C không thẳng hàng.

(b) Đúng.

Ta có $\overrightarrow{AB}(3; -4; 3)$, $\overrightarrow{AD}(6; -8; 6) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = 2 \overrightarrow{AB}$. Vậy 3 điểm A, B, D thẳng hàng.

(c) Sai.

$$\cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{3 + 24}{\sqrt{9+9+16} \cdot \sqrt{1+36}} = \frac{27\sqrt{1258}}{1258}$$

Ta có

(d) Sai.

Ta có $\vec{u} \perp \overrightarrow{AB}; \vec{u} \perp \overrightarrow{AC} \Rightarrow \vec{u} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (18; 3; -14) = (x-1; 2x+1; 3z-5)$

Suy ra

$$\begin{cases} x-1=18 \\ 2y+1=3 \\ 3z-5=-14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=19 \\ y=1 \\ z=-3 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 19^2 + 1 + 9 = 371$$

Câu 27.

Câu 2. Một công ty bất động sản A có 100 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 3 triệu đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê, và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 200000 đồng mỗi tháng thì có thêm 4 căn hộ bị bỏ trống. Gọi x , ($x \in \mathbb{N}$) là số lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ của công ty A . Các mệnh đề dưới đây đúng hay sai?

- a) Nếu giữ nguyên giá thuê mỗi căn hộ là 3 triệu đồng một tháng thì công ty A thu về 300 triệu đồng mỗi tháng.
 b) Sau x lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ của công ty A , số căn hộ có người thuê là $100 - 4x$.
 c) Giá thuê một căn hộ của công ty A là $200000x$ đồng/tháng sau x lần tăng giá.
 d) Công ty A thu về nhiều nhất là 320 triệu đồng/tháng.

Lời giải

a)	Đ	b)	Đ	c)	S	d)	Đ
----	---	----	---	----	---	----	---

Nếu giữ nguyên giá thuê mỗi căn hộ là 3 triệu đồng một tháng thì công ty A thu về:
 $3 \cdot 100 = 300$ (triệu đồng/tháng)

Suy ra mệnh đề **đúng**. Sau x lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ, công ty A có số căn hộ bị bỏ trống là: $4x$ (căn hộ).

Khi đó, số căn hộ có người thuê là: $100 - 4x$ (căn hộ).

Suy ra mệnh đề **đúng**. Sau x lần tăng giá, giá thuê mỗi căn hộ của công ty A tăng thêm: $200000x$ (đồng/tháng).

Khi đó, giá thuê mỗi căn hộ của công ty A là: $3000000 + 200000x$ (đồng/tháng).

Suy ra mệnh đề **sai**. Mỗi tháng, công ty A thu về: $(100 - 4x) \cdot (3000000 + 200000x)$ (đồng/tháng).

Ta thấy: $100 - 4x > 0 \Leftrightarrow x < 25$.

Công ty A muốn có thu nhập thì không được tăng quá 24 lần tăng giá thuê mỗi căn hộ.

Xét hàm số: $y = (100 - 4x) \cdot (3000000 + 200000x) = -800000x^2 + 8000000x + 300000000$ trên $[0; 24]$

$$y' = -1600000x + 8000000 = 0 \Leftrightarrow x = 5 \in [0; 24]$$

Ta có: $y(0) = 300000000$

$$y(5) = 320000000$$

$$y(24) = 312000000$$

$$\text{Suy ra } \max_{x \in [0; 24]} y = y(5) = 320000000$$

Vậy công ty A thu về nhiều nhất là 320000000 đồng/tháng hay 320 triệu đồng/tháng.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi

$$C(x) = x^2 - 2000x + 10^8 \text{ đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là } 4 \text{ nghìn đồng. } M(x) = \frac{T(x)}{x}$$

với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí, được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Khi số lượng cuốn tạp chí phát hành cực lớn thì chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ sẽ tiệm cận với đường thẳng có phương trình dạng $y = ax + b$. Tính $P = 68a + 3b + 800$.

Lời giải

Trả lời	6	8	6	8
---------	---	---	---	---

Theo giả thiết, ta có:

$$T(x) = C(x) + 4000x = x^2 + 2000x + 10^8 \text{ (đồng)}.$$

$$M(x) = \frac{T(x)}{x} = x + \frac{10^8}{x} + 2000$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [M(x) - (x + 2000)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x + \frac{10^8}{x} + 2000 - (x + 2000) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{10^8}{x} \right] = 0$$

Khi đó đồ thị hàm số $M(x) = x + \frac{10^8}{x} + 2000$ có 1 tiệm cận xiên là $y = x + 2000$.

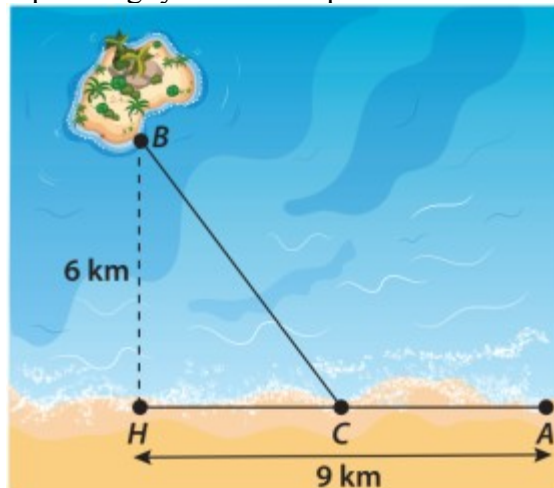
Khi số lượng cuốn tạp chí phát hành cực lớn thì chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ sẽ tiệm cận với đường thẳng $y = x + 2000$.

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 2000 \end{cases}$$

Suy ra

$$\text{Vậy } P = 68a + 3b + 800 = 68 \cdot 1 + 3 \cdot 2000 + 800 = 6868.$$

Câu 2. Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ vị trí A trên bờ biển đến vị trí B trên hòn đảo. Khoảng cách từ điểm B đến bờ biển là $BH = 6\text{ km}$ (Hình 1.42). Giá tiền để xây dựng đường ống trên bờ là 50000 USD trên mỗi kilomet và giá tiền xây dựng đường ống trên biển là 130000 USD mỗi kilomet, biết rằng $AH = 9\text{ km}$. Xác định vị trí điểm C trên đoạn AH để khi lắp ống dẫn theo đường gấp khúc ACB thì chi phí công ty bỏ ra là thấp nhất.



Hình 1.42

Lời giải

Trả lời 2, 5

Gọi $HC = x \text{ (km, } 0 < x < 9)$. Khi đó, $AC = 9 - x$, $BC = \sqrt{BH^2 + HC^2} = \sqrt{6^2 + x^2} = \sqrt{36 + x^2}$.

Chi phí lắp ống của công ty là $50000(9 - x) + 130000\sqrt{36 + x^2}$.

Ta đặt $f(x) = 50000(9 - x) + 130000\sqrt{36 + x^2}$.

Tập xác định $D = \mathbb{I}$.

Ta có: $f'(x) = -50000 + 130000 \cdot \frac{x}{\sqrt{36 + x^2}}$

Xét $f'(x) = 0$

$$\Leftrightarrow -50000 + 130000 \cdot \frac{x}{\sqrt{36+x^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{36+x^2}} = \frac{5}{13} \Leftrightarrow 13x = 5\sqrt{36+x^2} \Leftrightarrow 169x^2 = 900 + 25x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

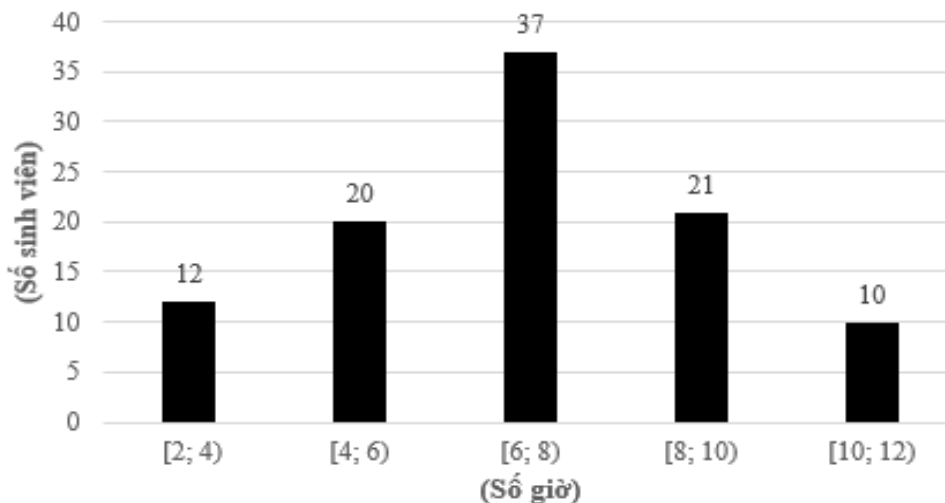
x	0	$\frac{5}{2}$	9
y'		0	+
y	1230000	1170000	1406164.997

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = \frac{5}{2}$.

Vậy để chi phí lắp đặt nhỏ nhất thì điểm C cách điểm H một khoảng 2,5 km.

Câu 3. Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong 1 tuần của một nhóm sinh viên được cho ở bảng sau

Số giờ làm thêm trong một tuần của sinh viên



Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời 3 , 2 7

Từ biểu đồ, ta có bảng số liệu sau:

Giờ	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)
Số sinh viên	12	20	37	21	10

Cỡ mẫu $n = 12 + 20 + 37 + 21 + 10 = 100$.

+ Tứ phân vị thứ nhất trong bảng gốc là $\frac{x_{25} + x_{26}}{2}$, thuộc nhóm [4; 6).

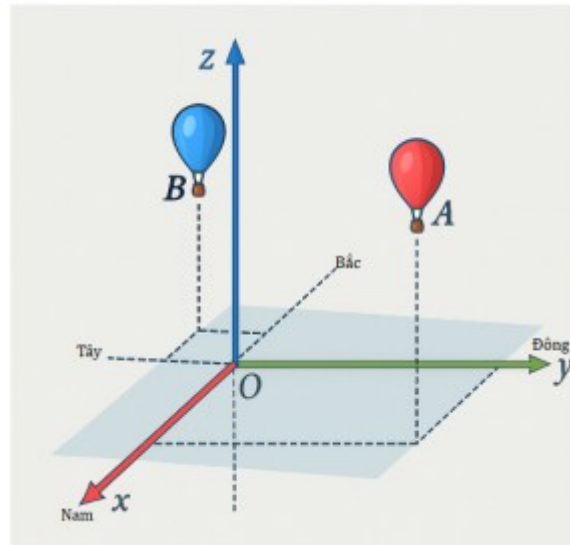
Do đó: $Q_1 = 4 + \frac{100 \cdot \frac{1}{4} - 12}{20} \cdot (6 - 4) = \frac{53}{10}$.

+ Tứ phân vị thứ ba trong bảng gốc là $\frac{x_{75} + x_{76}}{2}$, thuộc nhóm [8; 10).

$$\text{Do đó: } Q_3 = 8 + \frac{100 \cdot \frac{3}{4} - (12 + 20 + 37)}{21} \cdot (10 - 8) = \frac{60}{7}.$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị là } Q_3 - Q_1 = \frac{60}{7} - \frac{53}{10} = \frac{229}{70} \approx 3,27 \text{ (giờ).}$$

Câu 4. Hai chiếc kính khí cầu **A** và **B** bay lên từ cùng một vị trí **O** trên mặt đất. Sau một khoảng thời gian, kính khí cầu **A** nằm cách điểm xuất phát 4 km về phía Đông và 3 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 1 km ; kính khí cầu **B** nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và $1,5\text{ km}$ về phía Tây, đồng thời cách mặt đất $0,8\text{ km}$ (hình minh họa bên dưới). Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai kính khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai kính khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Lời giải

Trả lời **7, 0 3**

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho điểm xuất phát là gốc O như hình vẽ trên.

Khi đó tọa độ hai kính khí cầu là $A(3; 4; 1), B(-1; -\frac{3}{2}; \frac{4}{5})$

Gọi M là vị trí người quan sát và $B'(-1; -\frac{3}{2}; -\frac{4}{5})$ là điểm đối xứng với B qua mặt phẳng (Oxy) .

$$MA + MB = MA + MB' \geq AB' = \sqrt{(3+1)^2 + \left(4 + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(1 + \frac{4}{5}\right)^2} \approx 7,03 \text{ km}$$

Khi đó

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi M, A, B' thẳng hàng và M thuộc đoạn AB' . Điều này luôn xảy ra.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Nồng độ C của một loại hoá chất trong máu sau t giờ tiêm vào cơ thể được cho bởi công thức:

$C(t) = \frac{3t}{27+t^3}$ với $t \geq 0$. Sau khoảng bao nhiêu giờ tiêm thì nồng độ của hoá chất trong máu là cao nhất?

Lời giải

Ứng với $t = \frac{3\sqrt[3]{4}}{2}$ thì $C(t)$ đạt giá trị lớn nhất, tức là sau khoảng 2,38 giờ tiêm thì nồng độ của hoá chất trong máu là cao nhất.

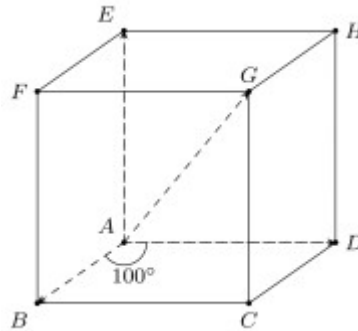
Câu 2. Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn là 4 N. Tính độ lớn hợp lực của ba lực trên. (Kết quả được làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Giả sử hai véc-tơ hợp với nhau một góc 100° là $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$, véc-tơ thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho là $\overrightarrow{AE}$. Dựng hình hộp $ABCD.EFGH$ (như hình vẽ). Khi đó, tổng hợp lực là

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}.$$

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\angle BAD + \angle ABC = 180^\circ \Rightarrow \angle ABC = 80^\circ$.



Ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC = 12^2 + 25^2 - 2 \cdot 12 \cdot 25 \cdot \cos 80^\circ \approx 664 \{, \} 8$.

Suy ra, $AC \approx 25 \{, \} 8$.

Vì tam giác AGC vuông tại C nên $AG^2 = AC^2 + GC^2 \approx 680 \{, \} 8 \Rightarrow AG = 26 \{, \} 1$.

Vậy độ lớn hợp lực của ba lực là 26 {, } 1 N.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một thiết bị phát sóng wifi được đặt tại vị trí $I(3;4;2)$. Vùng phủ sóng của thiết bị là một hình cầu có bán kính $R=10$ m. Một người sử dụng điện thoại đứng ở vị trí $K(x-7;7;1)$. Sau đó, người đó di chuyển đến vị trí $H(x+11;7;1)$. Tìm giá trị nguyên của x sao cho cả hai vị trí K và H đều có thể bắt được tín hiệu wifi từ thiết bị.

Lời giải

Tại vị trí K và H có thể bắt được sóng khi và chỉ hệ sau được thỏa mãn

$$\begin{aligned} \begin{cases} IK \leq 10 \\ IH \leq 10 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (x-10)^2 + (7-4)^2 + (1-2)^2 \leq 100 \\ (x+8)^2 + (7-4)^2 + (1-2)^2 \leq 100 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (x-10)^2 \leq 90 \\ (x+8)^2 \leq 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10 - \sqrt{90} \leq x \leq 10 + \sqrt{90} \\ -8 - \sqrt{90} \leq x \leq -8 + \sqrt{90} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow 10 - \sqrt{90} \leq x \leq -8 + \sqrt{90} \quad (*) \end{aligned}$$

Giá trị x nguyên thỏa mãn (*) chỉ có $x = 1$.

Vậy giá trị nguyên của x cần tìm là $x = 1$.

Câu 4. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về điểm thi và số người dự thi như sau:

Điểm thi	[1 ; 4,5)	[4,5 ; 8)	[8 ; 11,5)	[11,5 ; 15)	[15 ; 18,5)	[18,5 ; 22)
Số người dự thi	13	4	5	8	19	17

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Các giá trị đại diện của mẫu số liệu là: 2,75; 6,25; 9,75; 13,25; 16,75; 20,25

Tổng tần số là: $n = 66$

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{13 \cdot 2,75 + 4 \cdot 6,25 + 5 \cdot 9,75 + 8 \cdot 13,25 + 19 \cdot 16,75 + 17 \cdot 20,25}{66} = 13,3$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{66} (13 \cdot 2,75^2 + 4 \cdot 6,25^2 + 5 \cdot 9,75^2 + 8 \cdot 13,25^2 + 19 \cdot 16,75^2 + 17 \cdot 20,25^2) - 13,3^2 = 41,8$$

----- HẾT -----

ĐỀ 12	ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026
	MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2; 1; -3)$, $B(0; -2; 5)$ và $C(1; 1; 3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

- A. $2\sqrt{87}$. B. $\sqrt{349}$. C. $\frac{\sqrt{349}}{2}$. D. $\sqrt{87}$.

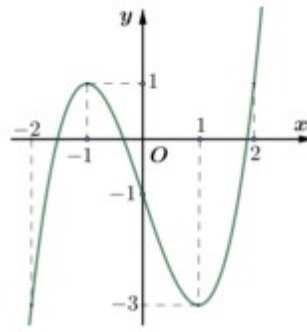
Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; -3; 8)$, $\overrightarrow{BC} = (1; 3; -2)$. Suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = (-18; 4; -3)$

Diện tích hình bình hành $ABCD$ là: $S_{ABCD} = \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] \right| = \sqrt{(-18)^2 + 4^2 + (-3)^2} = \sqrt{349}$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-3; -1)$

B. $(-1; 1)$

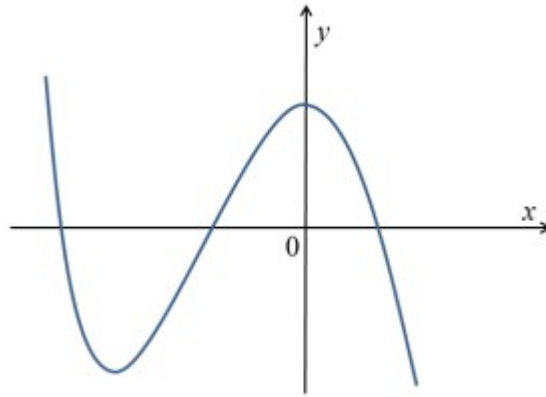
C. $(-2; 0)$

D. $(0; 2)$

Lời giải

Chọn A

Câu 3. Đồ thị trong hình là của một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C và D . Hàm số đó là hàm số nào?



A. $f(x) = -x^3 - 3x^2 - 3$

B. $f(x) = -x^4 - 3x^2 + 3$

C. $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 3$

D. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị và bốn phương án thì đồ thị đã cho của hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Quan sát: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow a < 0$ và đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow d > 0$.
 Vậy chỉ có đáp án B thỏa mãn.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, cho $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$. Tính $|\vec{u}|$.

A. $|\vec{u}| = \sqrt{6}$

B. $|\vec{u}| = \sqrt{5}$

C. $|\vec{u}| = 4$

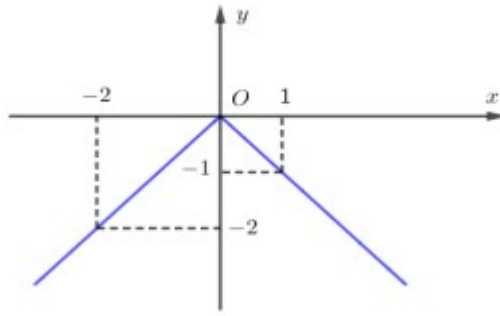
D. $|\vec{u}| = 2$

Lời giải

Chọn A

$$\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k} \Rightarrow \vec{u} = (2; -1; 1)$$

$$\text{Vậy } |\vec{u}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{6}$$



Câu 5. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:
Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nhận giá trị âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

B. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ lần lượt là $f(0)$ và $f(-2)$.

C. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ lần lượt là $f(-2)$ và $f(1)$.

D. Hàm số không có cực trị.

Lời giải

Chọn B

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$ là

A. $y = 1$.

B. $x = -1$.

C. $y = 2$.

D. $y = -2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-2x}{x+1} = -2 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-2x}{x+1} = -2 \end{cases}$$
 suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -2$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 3)$, $B(0; 3; 1)$. Trung điểm của AB có tọa độ là

A. $(2; 4; 4)$.

B. $(1; 2; 2)$.

C. $(2; 1; 2)$.

D. $\left(1; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm của AB , ta có: $I(1; 2; 2)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	2	0	2	$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào?

A. $x = 2$

B. $x = 1$

C. $x = -1$

D. $x = 0$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$

Câu 9. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{9x+m}{mx+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 3.

B. Vô số.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

+ Với $m = 0$, ta có hàm số $y = 9x \Rightarrow$ Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy với $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+ Với $m \neq 0$, tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{m} \right\}$.

$$y' = \frac{9-m^2}{(mx+1)^2}$$

Ta có:

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y' > 0 \Leftrightarrow 9 - m^2 > 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$.

Với $m \in \mathbb{R} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 10. Có bao nhiêu điểm trên đồ thị hàm số $(C): y = \frac{3x+1}{x-1}$ mà khoảng cách từ mỗi điểm đó đến hai trục tọa độ bằng nhau?

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Tập hợp các điểm cách đều hai trục tọa độ là hai đường thẳng $y = \pm x$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y = x$ là:

$$\begin{cases} \frac{3x+1}{x-1} = x \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x - 1 = 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{5} \\ x = 2 - \sqrt{5} \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y = -x$ là:

$$\begin{cases} \frac{3x+1}{x-1} = -x \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x + 1 = 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1$$

Vậy có 3 điểm trên đồ thị hàm số $(C): y = \frac{3x+1}{x-1}$ mà khoảng cách từ mỗi điểm đó đến hai trục tọa độ bằng nhau.

Câu 11. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 60. B. 100. C. 12. D. 80.

Lời giải

Chọn B

Khoảng biến thiên: $100 - 0 = 100$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0;1;4)$, $B(3;-1;1)$, $C(-2;3;2)$. Tính diện tích S tam giác ABC .

- A. $S = 12$. B. $S = \sqrt{62}$. C. $S = \sqrt{6}$. D. $S = 2\sqrt{62}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{AB} = (3; -2; -3), \overrightarrow{AC} = (-2; 2; -2) \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \left\| [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] \right\| = \sqrt{62}$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hai vectơ $\vec{u} = (0; 2; 3)$ và $\vec{v} = (m-1; 2m; 3)$.

- a) $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow m = 1$.
 b) $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow m = \frac{9}{4}$.
 c) $|\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow m = -\frac{3}{5}$.
 d) $|\vec{u}| = \sqrt{13}$.

Lời giải

a) Đ b) S c) S d) S

(a) Đúng: $|\vec{u}| = \sqrt{0^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$

- (b) Sai: $|\vec{u}|=|\vec{v}| \Leftrightarrow \sqrt{13} = \sqrt{(m-1)^2 + 4m^2 + 9} \Leftrightarrow 5m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ hoặc $m = -\frac{3}{5}$.
- (c) Đúng: Khi $m = 1$ thì $\vec{v} = (0; 2; 3)$. Suy ra $\vec{u} = \vec{v}$.
- (d) Sai: $\vec{u} \perp \vec{u} \Leftrightarrow 4m + 9 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{9}{4}$.

Câu 2. Một cơ sở đóng giày sản xuất mỗi ngày được x đôi giày, $1 \leq x \leq 20$. Tổng chi phí sản xuất x đôi giày (đơn vị nghìn đồng) là $C(x) = x^3 - 6x^2 - 88x + 592$. Giả sử cơ sở này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 200 nghìn đồng một đôi. Gọi $T(x)$ là số tiền thu được sau khi bán hết x đôi giày và $L(x)$ là lợi nhuận thu được sau khi bán hết x đôi giày.

- a) Doanh thu mỗi ngày của cơ sở sản xuất trên là $T(x) = 200x$ (nghìn đồng).
- b) Lợi nhuận mà cơ sở sản xuất thu được sau khi bán hết x đôi giày là $L(x) = x^3 - 6x^2 - 288x + 592$ (nghìn đồng).
- c) Giả sử trong một ngày nào đó cơ sở sản xuất được 10 đôi giày thì lợi nhuận thu được là 1888 (nghìn đồng).
- d) Lợi nhuận tối đa mà cơ sở sản xuất trên thu được trong một ngày là 1980 nghìn đồng.

Lời giải

a)	Đ	b)	S	c)	Đ	d)	S
----	---	----	---	----	---	----	---

Mỗi ngày cơ sở sản xuất được x đôi giày, giá bán 200 nghìn đồng mỗi đôi nên doanh thu mỗi ngày của công ty là $T(x) = 200x$ (nghìn đồng), trong đó x là số đôi giày được sản xuất trong mỗi ngày. ĐÚNG, vì giá mỗi đôi là 200 nghìn đồng nên khi sản xuất x đôi giày, doanh thu của công ty là $T(x) = 200x$ (nghìn đồng). SAI.

Lợi nhuận mà công ty thu được sau khi bán hết x đôi giày là

$$L(x) = T(x) - C(x) = -x^3 + 6x^2 + 288x - 592 \quad (\text{nghìn đồng}). \text{Đúng, vì lợi nhuận thu được khi cơ sở}$$

sản xuất được 10 đôi giày là

$$L(10) = -10^3 + 6 \cdot 10^2 + 288 \cdot 10 - 592 = 1888 \quad (\text{nghìn đồng}). \text{SAI, vì}$$

Ta tìm giá trị lớn nhất của hàm số $L(x) = -x^3 + 6x^2 + 288x - 592$, $1 \leq x \leq 20$.

$$L'(x) = -3x^2 + 12x + 288$$

$$L'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -8 \end{cases}$$

BBT:

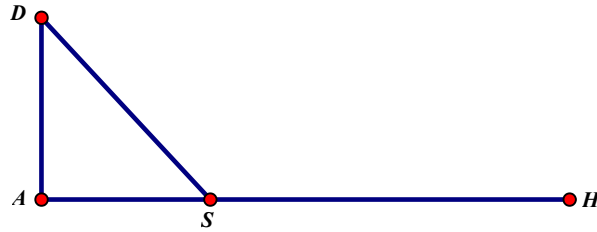
x	1	12	20
$L'(x)$	+	0	-
$L(x)$			2000

$$\max_{[1;20]} L(x) = 2000$$

(nghìn đồng). Vậy (d) sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một đường dây điện được nối từ nhà máy thủy điện Hoà Bình trên đất liền ở vị trí H đến đảo Dừa ở vị trí D theo đường gấp khúc HSD (S là một vị trí trên đất liền) như hình vẽ. Biết khoảng cách từ đảo Dừa vào đất liền là $DA = 15\text{km}$ và khoảng cách $AH = 40\text{km}$. Để lắp đặt đường dây điện đặt dưới nước có chi phí $6000\text{USD}/1\text{km}$, dây điện đặt trên đất liền có chi phí $3000\text{USD}/1\text{km}$.



Để khi mắc dây điện từ H qua S rồi đến D là ít tốn kém nhất thì điểm S cách A một đoạn là $a\sqrt{b}$. Tính $a+b$.

Lời giải

Trả lời 8

Đặt $SA = x \text{ (km)}$, với $0 \leq x \leq 40$

Khi đó ta có: $DS = \sqrt{DA^2 + AS^2} = \sqrt{225 + x^2} \text{ (km)}$

Và $SH = AH - AS = 40 - x \text{ (km)}$

Tổng chi phí lắp đặt đường điện HSD là $T = 6000 \cdot \sqrt{225 + x^2} + 3000 \cdot (40 - x) \text{ (USD)}$

Xét hàm số $f(x) = 6\sqrt{225 + x^2} + 3(40 - x)$ với $0 \leq x \leq 40$.

Có $f'(x) = \frac{6x}{\sqrt{225 + x^2}} - 3$

Xét: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{6x}{\sqrt{225 + x^2}} - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4x^2 = 225 + x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5\sqrt{3} \in [0; 40]$

Ta có: $f(0) = 210$,

$f(5\sqrt{3}) = 60\sqrt{3} + 120 - 15\sqrt{3} = 120 + 45\sqrt{3}$

$f(40) = 30\sqrt{73}$

Suy ra: $\min_{[0; 40]} f(x) = f(5\sqrt{3})$

Do đó: chi phí ít nhất khi xây dựng đường điện HSD là $120000 + 45000\sqrt{3} \approx 197942 \text{ USD}$
 $x = 5\sqrt{3} \text{ (km)}$

Đạt được khi

$$\begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases}$$

Suy ra:

Vậy $a+b = 8$

Câu 2. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo là kilômét, một rada phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1100; 650; 14)$ đến điểm N trong 20 phút. Nếu đến N máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay trong 10 phút tiếp theo là $Q(1500; 860; 16)$. Biết một khẩu pháo ở tọa độ vị trí điểm $E\left(\frac{1700}{3}; 370; \frac{34}{3}\right)$ được bắn ra với vận tốc không đổi gấp 5 lần vận tốc máy bay nhằm bắn trúng máy bay tại vị trí N . Sau bao nhiêu phút khi máy bay bay từ M thì người điều khiển pháo phải bắn.

**Lời giải****Trả lời 8**

Do vận tốc của máy bay không đổi nên thời gian và quãng đường là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

Thời gian máy bay di chuyển từ M đến Q là 30 phút nên $\frac{MN}{MQ} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$, do đó $\overline{MN} = \frac{2}{3} \overline{MQ}$.

Ta có $\overline{MN} = (x_N - 1100; y_N - 650; z_N - 14)$, $\overline{MQ} = (400; 210; 2)$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x_N = \frac{2}{3} \cdot 400 + 1100 = \frac{4100}{3} \\ y_N = \frac{2}{3} \cdot 210 + 650 = 790 \\ z_N = \frac{2}{3} \cdot 2 + 14 = \frac{46}{3} \end{cases} \quad \text{tức là } N\left(\frac{4100}{3}; 790; \frac{46}{3}\right).$$

$$\overline{MN} = \left(\frac{800}{3}; 140; \frac{4}{3}\right)$$

$$\text{Ta có } \overline{ME} = \left(\frac{-1600}{3}; -280; \frac{-8}{3}\right)$$

$$\frac{\frac{800}{3}}{\frac{-1600}{3}} = \frac{140}{-280} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{-8}{3}} = -\frac{1}{2}$$

Khi đó nên ba điểm M, E, N thẳng hàng; M nằm giữa E và N ;
 $ME = 2MN$.



Giả sử sau x phút khi máy bay bay từ M thì người điều khiển pháo phải bắn.

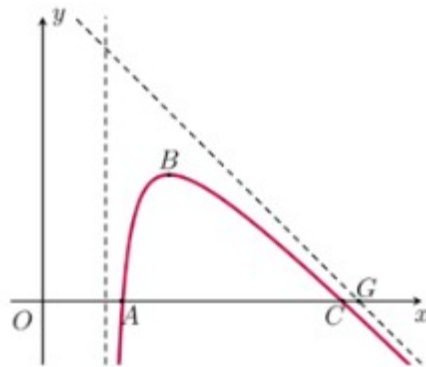
Khi đó vận tốc khẩu pháo là $\frac{EN}{20-x}$ kilômet/phút; vận tốc máy bay là $\frac{MN}{20}$ kilômet/phút.

$$\text{Theo đề bài } \frac{EN}{20-x} = 5 \cdot \frac{MN}{20} = \frac{MN}{4}$$

$$\text{Suy ra } \frac{3MN}{20-x} = \frac{MN}{4} \Leftrightarrow 20-x = 12 \Leftrightarrow x = 8.$$

Vậy sau 8 phút khi máy bay bay từ M thì người điều khiển pháo phải bắn.

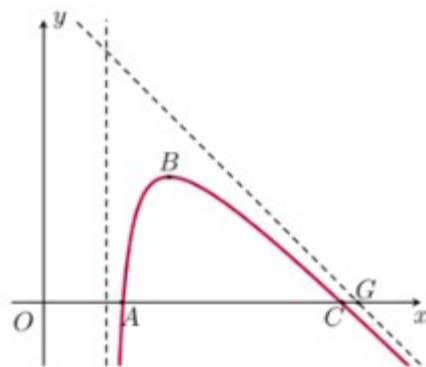
Câu 3. Một máy bay trình diễn có đường bay gần với hệ trục Oxy được mô phỏng như hình vẽ, trục Ox gần với mặt đất.



Đường bay có dạng là một phần của đồ thị hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng là $x = 2$. Điểm G là giao điểm của đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục Ox được gọi là điểm giới hạn. Biết máy bay bay từ vị trí A cách tọa độ O một khoảng $2,5$ đơn vị và máy bay khi ở vị trí cao nhất cách điểm xuất phát $1,5$ đơn vị theo phương song song với trục Ox và cách mặt đất $4,5$ đơn vị. Vị trí máy bay tiếp đất cách điểm giới hạn một khoảng bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời 0 , 5



Vì tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ (hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất) là $x = 2$.

Hàm số có dạng $y = f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2} (a < 0)$

Đồ thị hàm số qua điểm $A\left(\frac{5}{2}; 0\right)$ và nhận $B\left(4; \frac{9}{2}\right)$ làm điểm cực trị, suy ra:

$$\begin{cases} f\left(\frac{5}{2}\right) = 0 \\ f(4) = \frac{9}{2} \\ f'(4) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{2}a + b + 2c = 0 \\ 4a + b + \frac{1}{2}c = \frac{9}{2} \\ a - \frac{1}{4}c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{21}{2} \\ c = -4 \end{cases}$$

Khi đó: $f(x) = -x + \frac{21}{2} - \frac{4}{x-2}$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên: $y = -x + \frac{21}{2}$. Tọa độ điểm $G\left(\frac{21}{2}; 0\right)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục Ox là

$$-x + \frac{21}{2} - \frac{4}{x-2} = 0 \Rightarrow -x^2 + \frac{25}{2}x - 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = 10 \Rightarrow C(10; 0) \end{cases}$$

$$CG = \frac{21}{2} - 10 = \frac{1}{2}$$

Câu 4. Thống kê thời gian tự học môn Toán của 400 học sinh lớp 12 trong một ngày ta được kết quả trong bảng ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	x	120	y	70	0

845

Biết rằng x, y là các số nguyên dương và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng $\frac{845}{21}$. Khi đó, thời gian tự học trung bình của 400 học sinh (tính theo mẫu số liệu ghép nhóm trên) là bao nhiêu phút?

Lời giải

Trả lời 48,5

Ta có $x + 120 + y + 70 + 60 = 400 \Leftrightarrow x + y = 150$

Nhận thấy Q_3 thuộc nhóm $[60; 80)$

$$Q_3 = 60 + \frac{\frac{400 \cdot 3}{4} - (x + 120 + y)}{70} \cdot 20 = 60 + \frac{300 - 270}{70} \cdot 20 = \frac{480}{7} \text{ do } x + y = 150$$

$$Q_3 - Q_1 = \frac{845}{21} \Leftrightarrow Q_1 = Q_3 - \frac{845}{21} \Leftrightarrow Q_1 = \frac{85}{3}$$

Suy ra Q_1 thuộc nhóm $[20; 40)$

$$Q_1 = 20 + \frac{100 - x}{120} \cdot 20 \Leftrightarrow \frac{85}{3} = 20 + \frac{100 - x}{6} \Leftrightarrow x = 50 \Rightarrow y = 100$$

Chọn giá trị đại diện cho các nhóm ta có bảng sau

Thời gian (phút)	10	30	50	70	90
Số học sinh	50	120	100	70	60

Vậy thời gian học trung bình của các học sinh trong nhóm là

$$\frac{50 \cdot 10 + 120 \cdot 30 + 100 \cdot 50 + 70 \cdot 70 + 60 \cdot 90}{400} = 48,5$$

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay đặt ở gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo ki-lô-mét. Một máy bay chuyển động theo đường thẳng, bay qua hai vị trí $M(-400; -200; 350)$ và $N(-100; -100; 550)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất thì khoảng cách giữa vị trí của máy bay và đài kiểm soát không lưu là bao nhiêu km? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

Ta có: $OM = ON = 50\sqrt{129}$, do đó, tam giác OMN cân tại O .

Vì máy bay bay trên đoạn thẳng MN nên vị trí máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất là ở trung điểm của MN .

Gọi E là trung điểm của $MN \Rightarrow E(-250; -150; 450)$.

Khoảng cách giữa vị trí của máy bay và đài kiểm soát không lưu khi đó là

$$OE = \sqrt{(-250)^2 + (-150)^2 + 450^2} = 50\sqrt{115} \approx 536 \text{ (km)}$$

Câu 2. Cự li cú nhảy 3 bước của 40 học sinh lớp 12 được ghi lại ở bảng tần số ghép nhóm sau:

Độ dài (m)	[9;10)	[10;11)	[11;12)	[12;13)	[13;14)
Tần số	18	10	6	4	2

Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Ta có bảng thống kê cự li cú nhảy của các học sinh theo giá trị đại diện:

Độ dài đại diện (m)	9,5	10,5	11,5	12,5	13,5
Tần số	18	10	6	4	2

Cỡ mẫu $n = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{18 \cdot 9,5 + 10 \cdot 10,5 + 6 \cdot 11,5 + 4 \cdot 12,5 + 2 \cdot 13,5}{40} = 10,55$$

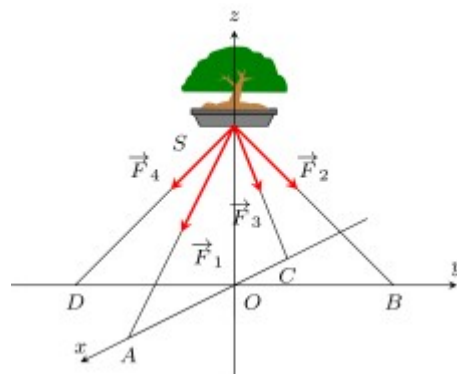
Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{40} (18 \cdot 9,5^2 + 10 \cdot 10,5^2 + 6 \cdot 11,5^2 + 4 \cdot 12,5^2 + 2 \cdot 13,5^2) - 10,55^2 = 1,4475 \approx 1,45.$$

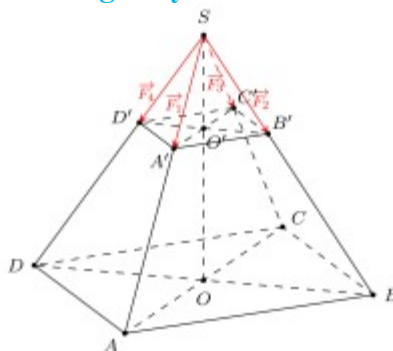
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S = \sqrt{1,4475} \approx 1,20.$$

Câu 3. Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0;0;20)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(20;0;0)$, $B(0;20;0)$, $C(-20;0;0)$, $D(0;-20;0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 40 N và được phân bố thành bốn lực có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Độ lớn của lực $\vec{F} = \vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + 3\vec{F}_3 + 4\vec{F}_4$ bằng bao nhiêu N (làm tròn đến hàng đơn vị)? (Mỗi 1 cm biểu diễn lực có độ lớn 1N)



Lời giải



Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau và vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình vuông.

Ta có $\overrightarrow{SA} = (20; 0; -20)$, $\overrightarrow{SB} = (0; 20; -20)$, $\overrightarrow{SC} = (-20; 0; -20)$, $\overrightarrow{SD} = (0; -20; -20)$.

Suy ra $SA = SB = SC = SD = 20\sqrt{2}$, do đó $S.ABCD$ là hình chóp đều và $SO = \frac{1}{2} AC = 20$.

Các véc tơ $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có điểm đầu tại S và điểm cuối lần lượt là A', B', C', D' .

Ta có $SA' = SB' = SC' = SD'$ nên $S.A'B'C'D'$ cũng là hình chóp tứ giác đều.

Gọi P là trọng lực tác dụng lên chậu cây và O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$.

Ta có $\vec{P} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \overrightarrow{SA'} + \overrightarrow{SB'} + \overrightarrow{SC'} + \overrightarrow{SD'} = 4\overrightarrow{SO'}$.

Do $|\vec{P}| = 40N \Rightarrow SO' = 10$, suy ra O' là trung điểm SO , do đó A', B', C', D' lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD .

Có $\vec{F}_1 = \overrightarrow{SA'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SA} = (10; 0; -10)$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{SB'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SB} = (0; 10; -10)$, $\vec{F}_3 = \overrightarrow{SC'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SC} = (-10; 0; -10)$,
 $\vec{F}_4 = \overrightarrow{SD'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SD} = (0; -10; -10)$.

Suy ra $\vec{F} = \vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + 3\vec{F}_3 + 4\vec{F}_4 = (-20; -20; -100)$.

Vậy $|\vec{F}| = 60\sqrt{3} \approx 104$ N.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một thiết bị phát sóng wifi được đặt tại vị trí $I(3; 4; 2)$. Vùng phủ sóng của thiết bị là một hình cầu có bán kính $R = 10$ m. Một người sử dụng điện thoại đứng ở vị trí $K(x-7; 7; 1)$. Sau đó, người đó di chuyển đến vị trí $H(x+11; 7; 1)$. Tìm giá trị nguyên của x sao cho cả hai vị trí K và H đều có thể bắt được tín hiệu wifi từ thiết bị.

Lời giải

Tại vị trí K và H có thể bắt được sóng khi và chỉ hệ sau được thỏa mãn

$$\begin{aligned} \begin{cases} IK \leq 10 \\ IH \leq 10 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (x-10)^2 + (7-4)^2 + (1-2)^2 \leq 100 \\ (x+8)^2 + (7-4)^2 + (1-2)^2 \leq 100 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (x-10)^2 \leq 90 \\ (x+8)^2 \leq 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10-\sqrt{90} \leq x \leq 10+\sqrt{90} \\ -8-\sqrt{90} \leq x \leq -8+\sqrt{90} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow 10-\sqrt{90} \leq x \leq -8+\sqrt{90} \quad (*) \end{aligned}$$

Giá trị x nguyên thỏa mãn (*) chỉ có $x = 1$.

Vậy giá trị nguyên của x cần tìm là $x = 1$.

----- HẾT -----

ĐỀ 13

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 3; 1), B(2; 0; -5)$. Tính $\overline{AB} \cdot \overline{OB}$.

A. 12. B. - 36. C. 36. D. - 12.

Lời giải

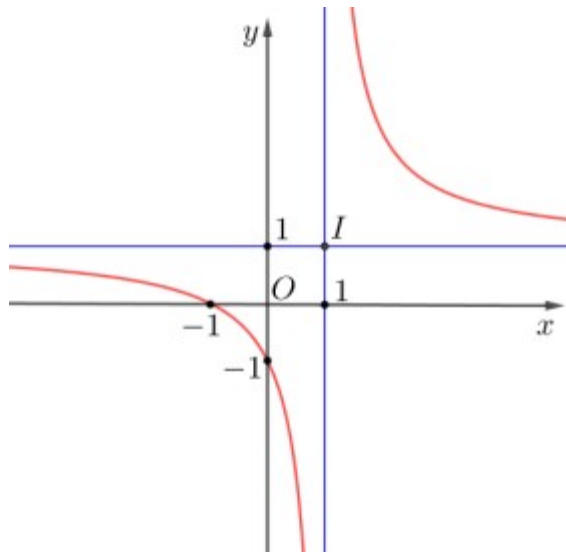
Chọn C

Ta có $A(-1; 3; 1), B(2; 0; -5) \Rightarrow \overline{AB} = (3; -3; -6)$ và $\overline{OB} = (2; 0; -5)$.

Suy ra $\overline{AB} \cdot \overline{OB} = 3 \cdot 2 + (-3) \cdot 0 + (-6) \cdot (-5) = 36$.

Vậy $\overline{AB} \cdot \overline{OB} = 36$.

Câu 2. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{-x}{1-x}$.

C. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

D. $y = \frac{2x+1}{2x-2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi đồ thị trong hình vẽ là (C) .

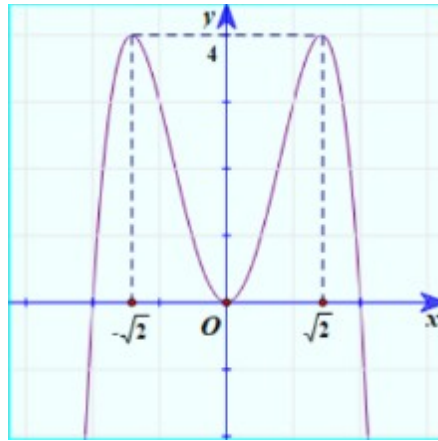
Đồ thị (C) cắt trục Ox tại điểm có tọa độ $(-1; 0)$ nên loại A, B,

C.

Vậy chọn đáp án

D.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(x)$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\sqrt{2}; 0)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; \sqrt{2})$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$, hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\sqrt{2}; 0)$ và $(\sqrt{2}; +\infty)$.

Vậy khoảng nghịch biến của hàm số là $(-\sqrt{2}; 0)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-2; -4; 9)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(-3; -6; 6)$. B. $(3; 4; -6)$. C. $(-1; -2; 12)$. D. $(3; 6; -6)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2 - 1; -4 - 2; 9 - 3) = (-3; -6; 6)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$		
y'		+		-	0	+
y	$-\infty$	2	-3	$+\infty$		

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số có hai điểm cực trị.
 B. Hàm số chỉ có giá trị nhỏ nhất không có giá trị lớn nhất.
 C. Hàm số có một điểm cực trị.
 D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

Lời giải

Chọn A

Tại $x=0$ và $x=1$ ta có y' đổi dấu và y tồn tại nên hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}(2;3;1)$, $\vec{b}(-2;1;2)$. Khi đó $\begin{bmatrix} \vec{a} \\ \vec{b} \end{bmatrix}$ có tọa độ
- A. $(0;4;3)$. B. $(2;0;1)$. C. $(2;1;0)$. D. $(5;-6;8)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{bmatrix} \vec{r} & \vec{r} \\ \vec{a} & \vec{b} \end{bmatrix} = \left(\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} \right) = (5; -6; 8)$

- Câu 7.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\sqrt{3}$	-1	1	$\sqrt{5}$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	0	2	-2	$2\sqrt{5}$	

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = -2$. B. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2$. C. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 0$. D. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Trên $[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]$ hàm số không có giá trị lớn nhất; giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -2 .

- Câu 8.** Phương trình các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-3x}{x+2}$ lần lượt là:
- A. $x=-2$ và $y=-3$. B. $x=2$ và $y=1$.
- C. $x=-2$ và $y=1$. D. $y=-2$ và $x=-3$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{1-3x}{x+2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{1-3x}{x+2} = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$
Nên loại câu B, D.

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1-3x}{x+2} = -3$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-3$.

Vậy loại câu

C.

Vậy đáp án là A.

- Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 12y + 2 = 0$ có đường kính bằng

A. $\frac{2\sqrt{39}}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{21}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{39}}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(S): 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 12y + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + \frac{2}{3} = 0$

Tâm mặt cầu là $I(1; -2; 0)$; Bán kính của mặt cầu là $R = \sqrt{1 + 4 - \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{13}{3}} = \frac{\sqrt{39}}{3}$.

Suy ra đường kính mặt cầu là: $2R = \frac{2\sqrt{39}}{3}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = ax^3 + cx + d$ ($a \neq 0$) có $\min_{(-\infty; 0)} f(x) = f(-2)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

A. $2a + d$.

B. $d - 16a$.

C. $8a + d$.

D. $d - 11a$.

Lời giải

Chọn B

$$y' = 3ax^2 + c.$$

$$y'' = 6ax.$$

$y'' = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Nên đồ thị hàm số có điểm uốn là $A(0; d)$. Do đó đồ thị hàm số nhận $A(0; d)$ làm tâm đối xứng.

Do đó từ $\min_{(-\infty; 0)} f(x) = f(-2)$ suy ra $\max_{(0; +\infty)} f(x) = f(2) \Rightarrow \max_{[1; 3]} f(x) = f(2) = 8a + 2c + d$.

Mà $f'(-2) = 0 \Leftrightarrow 12a + c = 0 \Rightarrow c = -12a$.

Vậy $\max_{[1; 3]} f(x) = 8a - 24a + d = d - 16a$.

Câu 11. Tập tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $[-1; 1]$.

B. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

D. $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 3$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$.

Vậy $-1 \leq m \leq 1$.

Câu 12. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 14,38.

B. 10,75.

C. 3,63.

D. 1,75.

Lời giải

Chọn C

Cỡ mẫu $n = 25$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{25}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian giải rubik trong 25 lần của bạn Dũng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; \dots; x_4 \in [8;10); x_5; \dots; x_{10} \in [10;12); x_{11}; \dots; x_{18} \in [12;14); x_{19}; \dots; x_{22} \in [14;16); x_{23}; \dots; x_{25} \in [16;18)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_6 + x_7) \in [10;12)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của

mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 10 + \frac{\frac{25}{4} - 4}{6}(12 - 10) = 10,75$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{19} \in [14;16)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

ghép nhóm là: $Q_3 = 14 + \frac{\frac{3 \cdot 25}{4} - (4 + 6 + 8)}{4}(16 - 14) = 14,375$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 3,63$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hai vectơ $\vec{u} = (0; 2; 3)$ và $\vec{v} = (m-1; 2m; 3)$.

a) $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow m = 1$.

b) $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow m = \frac{9}{4}$.

c) $|\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow m = -\frac{3}{5}$.

d) $|\vec{u}| = \sqrt{13}$.

Lời giải

a) Đ b) S c) S d) S

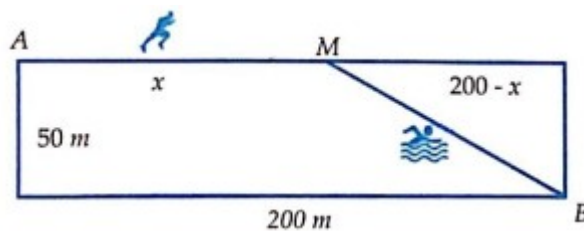
(a) Đúng: $|\vec{u}| = \sqrt{0^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$

(b) Sai: $|\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow \sqrt{13} = \sqrt{(m-1)^2 + 4m^2 + 9} \Leftrightarrow 5m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ hoặc $m = -\frac{3}{5}$.

(c) Đúng: Khi $m = 1$ thì $\vec{v} = (0; 2; 3)$. Suy ra $\vec{u} = \vec{v}$.

(d) Sai: $\vec{u} \perp \vec{u} \Leftrightarrow 4m + 9 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{9}{4}$.

Câu 2. Có một cái hồ hình chữ nhật rộng $50m$, dài $200m$. Một vận động viên tập luyện chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ vị trí điểm A chạy theo chiều dài bể bơi đến vị trí điểm M và bơi từ vị trí điểm M thẳng đến đích là điểm B (đường nét đậm) như hình vẽ. Biết rằng vận tốc bơi là $1,6 \text{ m/s}$, vận tốc chạy là $4,8 \text{ m/s}$.



- a) Để quãng đường chạy và quãng đường bơi bằng nhau thì điểm M cách điểm A một khoảng là $106,25m$.
- b) Tổng thời gian về đích luôn tăng lên nếu khoảng cách giữa điểm M và điểm A giảm xuống.
- c) Tổng thời gian về đích luôn giảm xuống nếu khoảng cách giữa điểm M và điểm A tăng lên.
- d) Thời gian vận động viên về đích nhỏ nhất khi vị trí M cách điểm A một khoảng là $182m$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

a)	Đ	b)	S	c)	S	d)	Đ
----	---	----	---	----	---	----	---

Theo giả thiết ta có $0 < x < 200$.

Thời gian chạy: $t_1 = \frac{x}{4,8}$; Thời gian bơi: $t_2 = \frac{\sqrt{(200-x)^2 + 50^2}}{1,6}$

Tổng thời gian về đích: $t = f(x) = \frac{x}{4,8} + \frac{\sqrt{(200-x)^2 + 50^2}}{1,6}$

$t' = \frac{1}{4,8} + \frac{-(200-x)}{1,6\sqrt{(200-x)^2 + 50^2}} = 0 \Leftrightarrow x = x_0 \approx 182$

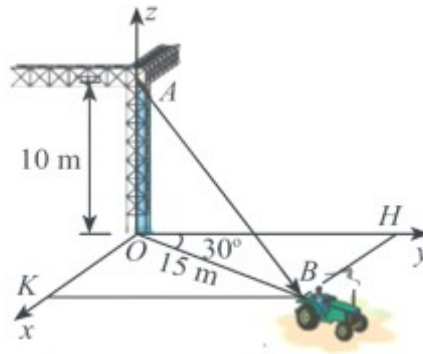
BBT hàm số $t = f(x)$:

x	0	x_0	200
t'	-	0	+
t			

Ta có: $x = \sqrt{(200-x)^2 + 50^2} \Leftrightarrow x = 106,25m$. Sai vì nếu $x \in (x_0; 200)$ thì khi x giảm t cũng giảm. Sai vì nếu $x \in (0; x_0)$ thì khi x giảm t lại tăng. Hàm $t = f(x)$ đạt GTNN khi $x = x_0 \approx 182m$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$. Biết $\overrightarrow{AB} = (x; y; z)$.
 Tính $x + 2y - z$ (làm tròn đến hàng phần mười).



Lời giải

Trả lời 4 3 , 5

Vì $\overrightarrow{OA}$ cùng hướng với $\vec{k}$ và $OA = 10$ nên $\overrightarrow{OA} = 10\vec{k}$.

Xét $\triangle OBH$ vuông tại H , có $BH = OB \cdot \sin 30^\circ = 15 \cdot \frac{1}{2} = 7.5m$.

$$OH = OB \cdot \cos 30^\circ = 7.5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{2}m$$

Vì $\overrightarrow{OH}$ cùng hướng với $\vec{j}$ và $OK = 7.5$ nên $\overrightarrow{OH} = \frac{15\sqrt{3}}{2}\vec{j}$.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{OK} - \overrightarrow{OA} = 7.5\vec{i} + \frac{15\sqrt{3}}{2}\vec{j} - 10\vec{k}$$

Vì

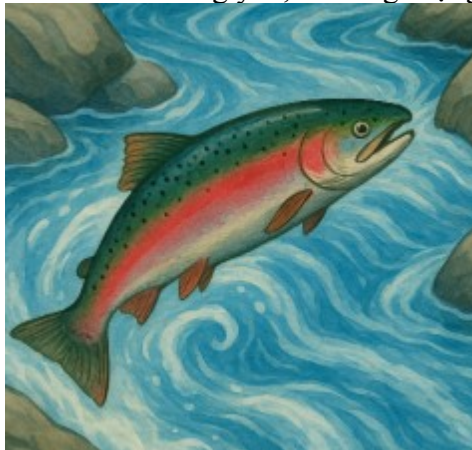
$$\overrightarrow{AB} = \left(7.5; \frac{15\sqrt{3}}{2}; -10 \right)$$

Do đó

$$x + 2y - z = 7.5 + 2 \cdot \frac{15\sqrt{3}}{2} + 10 \approx 43.5m$$

Vậy

Câu 2. Một con cá hồi bơi ngược dòng (từ nơi sinh sống) vượt khoảng cách $300km$ để tới nơi sinh sản. Vận tốc dòng nước là $6km/h$. Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v km/h$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$ trong đó c là hằng số cho trước. E tính bằng Jun. Tìm vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên, để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất?



Lời giải

Trả lời 9

Theo đề bài, vận tốc của cá khi bơi trên sông là $v - 6$, khi đó thời gian để cá bơi đến nơi sinh sản là

$$t = \frac{300}{v - 6}.$$

Khi đó, $E(v) = cv^3 \frac{300}{v - 6}$ với $v > 6$. Đặt $x = v - 6$.

Bài năng lượng tiêu hao của cá được tính bởi hàm số:

$$f(x) = 300c \frac{(x+6)^3}{x} = 300c \left(x^2 + 18x + 108 + \frac{216}{x} \right) \text{ với } x > 0.$$

Ta có: $f'(x) = 300c \left(2x + 18 - \frac{216}{x^2} \right) = 0 \Leftrightarrow 2x^3 + 18x^2 - 216 = 0 \Rightarrow x = 3$.

Bảng biến thiên:

x	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		$f(3)$	$+\infty$

Vậy $\min_{x \in (0; +\infty)} f(x) = f(3)$ hay khi vận tốc của cá khi nước đứng yên là $v = 9 \text{ km/h}$ thì cá ít tốn năng lượng nhất.

Câu 3. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau.

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Trung bình mỗi học sinh tập bao nhiêu phút mỗi ngày? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời 51,4

Gọi $x_1 = 10; x_2 = 30; x_3 = 50; x_4 = 70; x_5 = 90$ là các giá trị đại diện.

$$\bar{x} = \frac{10 \cdot 5 + 30 \cdot 9 + 50 \cdot 12 + 70 \cdot 10 + 90 \cdot 6}{42}; 51,4$$

Khi đó 51,4 phút

Câu 4. Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định)

t tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số $f(t) = \frac{5000}{1 + 5e^{-t}}, t \geq 0$, trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành thì tốc độ bán hàng đạt lớn nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời 1250

$$f'(t) = \frac{25000e^t}{(e^t + 5)^2}$$

Ta có:

Tốc độ bán hàng là lớn nhất khi $f'(t)$ lớn nhất.

$$h(t) = f'(t) = \frac{25000e^t}{(e^t + 5)^2}$$

Đặt

$$h'(t) = \frac{25000e^t(5 - e^t)}{(e^t + 5)^3}$$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{25000e^t(5 - e^t)}{(e^t + 5)^3} = 0 \Leftrightarrow 5 - e^t = 0 \Leftrightarrow t = \ln 5 \text{ (tm)}$$

Ta có bảng biến thiên với $t \in [0; +\infty)$:

t	0	$\ln 5$	$+\infty$
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$	$\frac{6250}{9}$	1250	0

Vậy sau khi phát hành khoảng $\ln 5 \approx 1,6$ năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất và giá trị lớn nhất bằng 1250.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Ta đã biết trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là một điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$, với G là trọng tâm của tam giác BCD . Áp dụng kiến thức trên, biết khối rubik có chiều cao 14 cm. Khoảng cách từ trọng tâm của khối rubik đến một đỉnh của nó bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Gọi $AG = 14$ cm là chiều cao của khối rubik.

Gọi IG là khoảng cách từ trọng tâm đến một mặt của khối rubik.

Theo kiến thức đã cho $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$ suy ra $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG}$.

$$\text{Do đó } AI = \frac{3}{4}AG = \frac{3}{4} \cdot 14 = 10,5$$

Vậy khoảng cách từ trọng tâm của khối rubik đến một mặt là 10,5 cm.

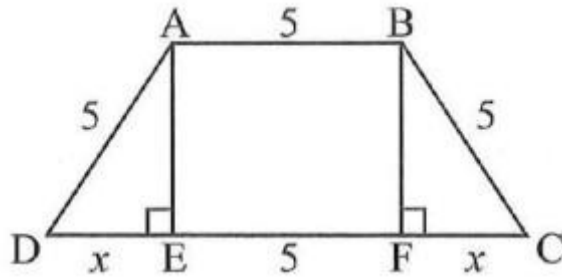
Câu 2. Cho hình thang cân có đáy nhỏ và hai cạnh bên bằng nhau và bằng 5. Tìm diện tích lớn nhất của hình thang cân đó.

Lời giải

<TL>

Xét hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD$ như hình bên. Ta có diện tích hình thang cân $ABCD$ là

$$S = \frac{1}{2}(AB + CD)AE = (5 + x)\sqrt{25 - x^2}$$



$$(0 \leq x < 5)$$

$$S' = \frac{-2x^2 - 5x + 25}{\sqrt{25 - x^2}}; S' = 0 \Leftrightarrow x = 2,5$$

$$\max_{[0,5)} S = S\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{75\sqrt{3}}{4}$$

Lập bảng biến thiên, ta có

Câu 3. Một người đầu tư cùng một số tiền vào hai lĩnh vực A và B. Nhà đầu tư này ghi lại số tiền thu được hằng tháng trong hai năm theo mỗi lĩnh vực cho kết quả như sau:

Số tiền	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$	$[20; 25)$	$[25; 30)$
Số tháng theo lĩnh vực A	2	5	10	5	2
Số tháng theo lĩnh vực B	1	8	7	6	2

Tính độ lệch chuẩn của hai mẫu số liệu ghép nhóm và nhận xét về mức độ ổn định của số tiền thu được hằng tháng khi đầu tư vào hai lĩnh vực trên.

Lời giải

<TL>

Chọn điểm đại diện cho các nhóm số liệu ta có bảng thống kê sau:

Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số tháng theo lĩnh vực A	2	5	10	5	2
Số tháng theo lĩnh vực B	1	8	7	6	2

Số tiền trung bình thu được mỗi tháng từ lĩnh vực A là:

$$\bar{x}_A = \frac{1}{24} (2 \cdot 7,5 + \dots + 2 \cdot 27,5) = 17,5$$

Tương tự, số tiền trung bình thu được mỗi tháng từ lĩnh vực B là:

$$\bar{x}_B = \frac{1}{24} (7,5 + \dots + 2 \cdot 27,5) = 17,5.$$

Độ lệch chuẩn của số tiền thu được các tháng theo lĩnh vực A là:

$$s_A = \sqrt{\frac{1}{24} (2 \cdot 7,5^2 + \dots + 2 \cdot 27,5^2) - 17,5^2} \approx 5,2$$

Độ lệch chuẩn của số tiền thu được các tháng theo lĩnh vực B là:

$$s_B = \sqrt{\frac{1}{24} (7,5^2 + \dots + 2 \cdot 27,5^2) - 17,5^2} \approx 5,2$$

Do các độ lệch chuẩn $s_A = s_B \approx 5,2$ nên mức độ ổn định của hai phương án đầu tư là như nhau.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một thiết bị phát sóng wifi được đặt tại vị trí $I(3;4;2)$. Vùng phủ sóng của thiết bị là một hình cầu có bán kính $R=10$ m. Một người sử dụng điện thoại đứng ở vị trí $K(x-7;7;1)$. Sau đó, người đó di chuyển đến vị trí $H(x+11;7;1)$. Tìm giá trị nguyên của x sao cho cả hai vị trí K và H đều có thể bắt được tín hiệu wifi từ thiết bị.

Lời giải

Tại vị trí K và H có thể bắt được sóng khi và chỉ hệ sau được thỏa mãn

$$\begin{aligned} \begin{cases} IK \leq 10 \\ IH \leq 10 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (x-10)^2 + (7-4)^2 + (1-2)^2 \leq 100 \\ (x+8)^2 + (7-4)^2 + (1-2)^2 \leq 100 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (x-10)^2 \leq 90 \\ (x+8)^2 \leq 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10-\sqrt{90} \leq x \leq 10+\sqrt{90} \\ -8-\sqrt{90} \leq x \leq -8+\sqrt{90} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow 10-\sqrt{90} \leq x \leq -8+\sqrt{90} \quad (*) \end{aligned}$$

Giá trị x nguyên thỏa mãn (*) chỉ có $x=1$.

Vậy giá trị nguyên của x cần tìm là $x=1$.

----- HẾT -----

ĐỀ 14

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x(x-2)^2(x-3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;4]$ bằng

A. $f(2)$.

B. $f(4)$.

C. $f(3)$.

D. $f(0)$.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) = -x(x-2)^2(x-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \\ x=3 \end{cases}$$

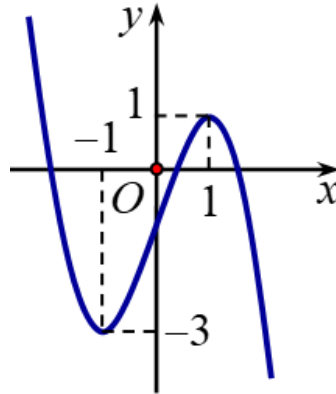
Ta có

Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;4]$

x	0		2		3		4
$f'(x)$	0	+	0	+	0	-	
$f(x)$	$f(0)$		$f(2)$		$f(3)$		$f(4)$

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ là $f(3)$.

Câu 2. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$). Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(1; +\infty)$

B. $(-\infty; 1)$

C. $(-1; +\infty)$

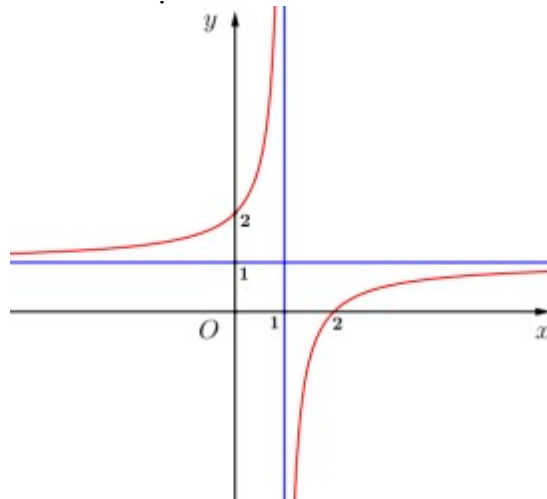
D. $(-1; 1)$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy trên khoảng $(-1; 1)$ đồ thị hàm số “đi lên” nên hàm số đồng biến.

Câu 3. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ?



A. $y = \frac{x-2}{x-1}$

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$

D. $y = \frac{x+2}{x-1}$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 2)$ nên loại đáp án B, C, D.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0$. Bán kính mặt cầu bằng

A. $R = 4$.

B. $R = 3$.

C. $R = 5$.

D. $R = 2$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt cầu tâm $I(a; b; c)$, bán kính R có dạng

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \quad (d = a^2 + b^2 + c^2 - R^2)$$

$$\text{Từ phương trình mặt cầu } (S) \text{ suy ra: } \begin{cases} a = 1; b = 0; c = 0 \\ d = -3 \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 2.$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; -1)$. Gọi A' là điểm đối xứng với điểm A qua trục hoành. Tìm tọa độ điểm A' .

- A. $A'(2; -3; 1)$. B. $A'(-2; -3; 1)$. C. $A'(0; -3; 1)$. D. $A'(-2; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-1		1		$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

- A. $x = -2$ B. $x = 3$ C. $x = -1$ D. $x = 1$

Lời giải

Chọn B

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+3}$ có một đường tiệm cận đứng là

- A. $y = 2$. B. $x = 3$. C. $y = -2$. D. $x = -3$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\lim_{x \rightarrow -3^+} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -3^-} y = +\infty$; nên $x = -3$ là tiệm cận đứng.

Câu 8. Cho điểm $A(4; 1; -1)$, $B(0; 2; 3)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $\sqrt{33}$ B. 33 C. $\sqrt{17}$ D. $\sqrt{29}$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \overline{AB} = (-4; 1; 4) \Rightarrow AB = |\overline{AB}| = \sqrt{(-4)^2 + 1^2 + 4^2} = \sqrt{33}$$

Câu 9. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5x - 4$ có tâm đối xứng là

- A. $I(-1; -1)$ B. $I(1; -1)$ C. $I(1; 1)$ D. $I(-1; 1)$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 5x - 4$

$$\Rightarrow y' = 3x^2 - 6x + 5$$

$$\Rightarrow y'' = 6x - 6$$

$$\text{Xét } y'' = 0 \Leftrightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Tại $x = 1 \Rightarrow y = -1$. Tọa độ điểm uốn $I(1; -1)$.

Suy ra đồ thị hàm số đã cho nhận điểm uốn $I(1; -1)$ làm tâm đối xứng.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\sqrt{15}$.

B. $\sqrt{7}$.

C. 3.

D. 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 7 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 9$.

Vậy bán kính của mặt cầu bằng 3.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{mx + 2m - 3}{x - m}$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định khi

A. $\begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 1 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 3 \end{cases}$.

C. $-3 < m < 1$.

D. $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \frac{mx + 2m - 3}{x - m}$ có tập xác định là: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

$$y' = \frac{-m^2 - 2m + 3}{(x - m)^2}$$

Ta có

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định khi:

$$y' < 0 \Leftrightarrow -m^2 - 2m + 3 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$$

Câu 12. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 14,38.

B. 10,75.

C. 3,63.

D. 1,75.

Lời giải

Chọn C

Cỡ mẫu $n = 25$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{25}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian giải rubik trong 25 lần của bạn Dũng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; \dots; x_4 \in [8; 10); x_5; \dots; x_{10} \in [10; 12); x_{11}; \dots; x_{18} \in [12; 14); x_{19}; \dots; x_{22} \in [14; 16);$
 $x_{23}; \dots; x_{25} \in [16; 18)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_6 + x_7) \in [10; 12)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của

mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 10 + \frac{\frac{25}{4} - 4}{6}(12 - 10) = 10,75$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{19} \in [14; 16)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

ghép nhóm là: $Q_3 = 14 + \frac{\frac{3,25}{4} - (4 + 6 + 8)}{4}(16 - 14) = 14,375$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 3,63$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(2; 0; 3)$.

a) $\overrightarrow{OB} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$.

b) Tọa độ $\overrightarrow{BA} = (-1; -1; 2)$.

c) Tọa độ điểm C để tứ giác $OABC$ là hình bình hành là $C(1; 1; 2)$.

d) Tọa độ của vector $\overrightarrow{OA} = (1; -1; 2)$.

Lời giải

a)	S	b)	S	c)	S	d)	Đ
----	---	----	---	----	---	----	---

Sai.

$\overrightarrow{OB} = (2; 0; 3) = 2\vec{i} + 0\vec{j} + 3\vec{k} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$. **Sai.**

$\overrightarrow{BA} = (-1; -1; -1)$. **Đúng.**

$\overrightarrow{OA} = (1; -1; 2)$. **Sai.**

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 2 - x \\ -1 = 0 - y \\ 2 = 3 - z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Gọi $C(x; y; z)$. Tứ giác $OABC$ là hình bình hành khi và chỉ khi

Suy ra $C(1; 1; 1)$.

Câu 2. Một trang sách có dạng hình chữ nhật có diện tích $384cm^2$. Sau khi để lề trên và lề dưới đều là $3cm$; lề trái và lề phải là $2cm$; phần còn lại của trang sách được in chữ. Gọi x là chiều rộng của trang sách.

a) Chiều dài của trang sách là: $384 - x(cm)$.

b) Diện tích lớn nhất của trang sách được in chữ là: $360cm^2$.

c) Trang sách được in chữ có diện tích lớn nhất khi $x = 16(cm)$.

d) Phần diện tích để trống là: $144cm^2$.

Lời giải



(a) Chiều dài của hình chữ nhật là: $\frac{384}{x}(cm)$.

(b)(c) Diện tích của phần trang sách để in chữ là: $S = \left(\frac{384}{x} - 6\right)(x - 4) = 408 - 6x - \frac{1536}{x}$
 $S' = -6 + \frac{1536}{x^2} = \frac{-6x^2 + 1536}{x^2} \Rightarrow S' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 16(TM) \\ x = -16(L) \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	4	16	384
S'	+	0	-
S	<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-between;"> ↗ 240 ↘ </div>		

Vậy diện tích lớn nhất của trang sách được in chữ là: $240cm^2$ khi $x = 16(cm)$.

(d) Phần diện tích để trống là: $384 - 240 = 144cm^2$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm

Câu 1.

($1 \leq x \leq 400$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm là

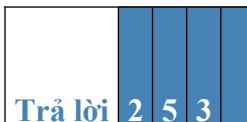
$F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó, chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản

phẩm là $G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x + 1}$

đồng. Tổng chi phí mua nguyên vật liệu là

$H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp mua với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải



Ta có chi phí

$$H(200) = 35950000$$

$$H(x - 200) = 2(x - 200)^3 + 100000(x - 200) - 50000, \forall 400 \geq x > 200$$

Ta có lợi nhuận thu được tính như sau:

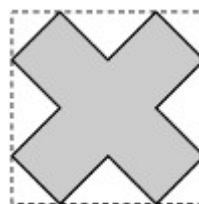
$$f(x) = -0,98x^3 - 1999x^2 + 902000x + 299500 - \frac{200000x^2}{3x+2}$$
$$\Rightarrow f'(x) = \frac{-26,46x^4 - 36017,28x^3 + 8070912,24x^2 + 10080008x + 3608000}{(3x+2)^2}$$

x	0	196,98	200		
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		$79,834 \cdot 10^6$			

$$\begin{aligned} f(x) &= -0,96x^3 - 823x^2 + 667800x - 11500 - \frac{200000x^2}{3x+2}, 200 < x \leq 400 \\ \Rightarrow f'(x) &= -2,88x^2 - 1646x + 667800 - \frac{600000x^2 + 800000x}{(3x+2)^2} \end{aligned}$$

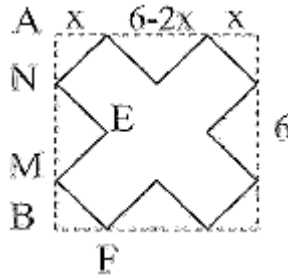
x	200	253,11	400
$f'(x)$		+	0
$f(x)$		83,894 · 10 ⁶	

Câu 2. Từ tấm bìa hình vuông có cạnh bằng 6 người ta cắt bỏ các tam giác vuông cân tạo thành hình tô đậm như hình vẽ. Sau đó người ta gấp thành hình hộp chữ nhật không nắp. Thể tích lớn nhất của khối hộp chữ nhật bằng bao nhiêu ?



Trả lời	1	1	,	3
----------------	----------	----------	----------	----------

Gọi cạnh hình tam giác cân bị cắt bỏ ở bốn góc của tấm bìa có độ dài là x .



Câu 28.

Ta có: $AN = BM = x \Rightarrow MN = 6 - 2x$.

$$\Rightarrow EM = EN = \frac{6 - 2x}{\sqrt{2}}$$

Câu 29.

Hình hộp chữ nhật không nắp có đáy là hình vuông cạnh $MF = x\sqrt{2}$, và có chiều cao $EN = \frac{6 - 2x}{\sqrt{2}}$

$$V = MF^2 \cdot EN = 2x^2 \cdot \frac{6 - 2x}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}x^2(6 - 2x) = -2\sqrt{2}x^3 + 6\sqrt{2}x^2$$

Câu 30. Suy ra

$$\Rightarrow V' = -6\sqrt{2}x^2 + 12\sqrt{2}x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(l) \\ x = 2(n) \end{cases}$$

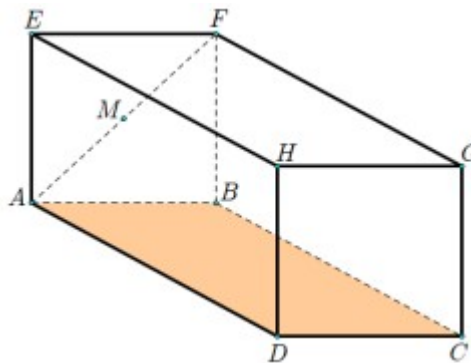
Câu 31.

x	0	2	3
V'	+	0	-
V		$8\sqrt{2}$	

Câu 32.

$$\text{Vậy } V_{\max} = V(2) = 8\sqrt{2} \approx 11,3$$

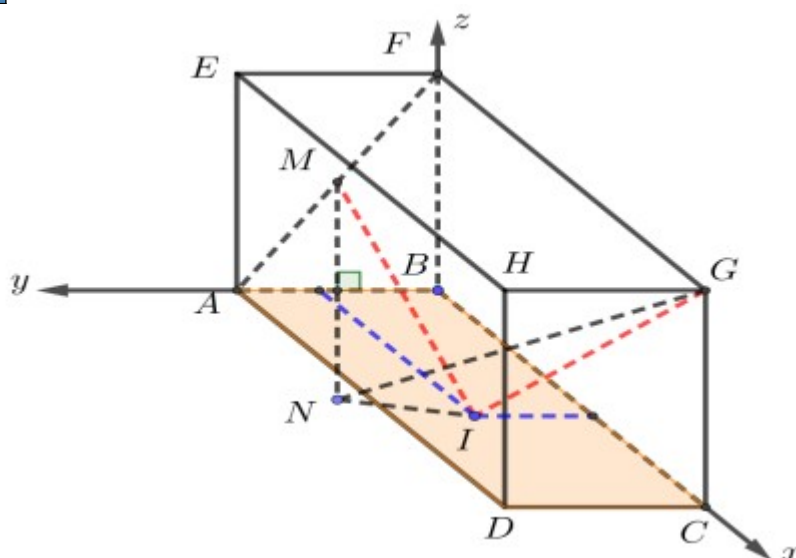
Câu 3. Một bể cá đầy nước có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ với $AB = 6$ (dm), $AD = 8$ (dm) và cạnh bên bằng 10 (dm). Một chú cá con bơi theo những đoạn thẳng từ điểm G đến chạm mặt đáy của hồ, rồi từ điểm đó bơi đến vị trí điểm M là trung điểm của AF được mô hình hóa như hình vẽ sau:



Để đường đi ngắn nhất thì chú cá bơi đến điểm dưới đáy hồ cách BA và BC những đoạn bằng a và b . Khi đó tổng $D = 3a + 6b$ bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời	2	0		
---------	---	---	--	--



Dựng hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ

Khi đó tọa độ các điểm là $B(0;0;0)$, $C(8;0;0)$, $D(8;6;0)$, $A(0;6;0)$, $G(8;0;10)$, $F(0;0;10)$.

Ta có: M là trung điểm của AF $\Rightarrow M(0;3;5)$.

Con cá bơi từ điểm G đến chạm mặt đáy hồ tại điểm $I(x;y;0) \in (Oxy)$ với $0 \leq x \leq 8$, $0 \leq y \leq 6$.

Gọi N là điểm đối xứng của điểm M qua (Oxy) $\Rightarrow N(0;3;-5)$.

Quãng đường di chuyển của con cá là $G-I-M$

Ta có: $IM + IG = IN + IG \Rightarrow GN = \sqrt{(0-8)^2 + (3-0)^2 + (-5-10)^2} = \sqrt{298}$.

Để $IM + IG$ nhỏ nhất thì ba điểm I , G , N thẳng hàng

Suy ra $\vec{IG}$, $\vec{NG}$ cùng phương.

$$\vec{IG} = (8-x; -y; 10)$$

$$\vec{NG} = (8; -3; 15)$$

$$\text{Do đó } \frac{8-x}{8} = \frac{-y}{-3} = \frac{10}{15}$$

$$\text{Suy ra } x = \frac{8}{3}, y = 2 \Rightarrow I\left(\frac{8}{3}; 2; 0\right)$$

$$\text{Khi đó, } a = d(I, BA) = \frac{8}{3}, b = d(I, BC) = 2$$

$$\text{Vậy } D = 3a + 6b = 3 \cdot \frac{8}{3} + 6 \cdot 2 = 20$$

Câu 4. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh lớp 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50]$
Số học sinh	11	10	13	9	7

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời	1	3	,	4
---------	---	---	---	---

Thời gian (phút)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)
Giá trị đại diện	5	15	25	35	45
Số học sinh	11	10	13	9	7

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 11 + 15 \cdot 10 + 25 \cdot 13 + 35 \cdot 9 + 45 \cdot 7}{50} = \frac{116}{5}$$

$$s^2 = \frac{11(5 - \bar{x})^2 + 10(15 - \bar{x})^2 + 13(25 - \bar{x})^2 + 9(35 - \bar{x})^2 + 7(45 - \bar{x})^2}{50} = \frac{4469}{25}$$

Độ lệch chuẩn là $s = 13,4$.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên trục là mét), cho một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí $I(200; 450; 60)$. Tìm giá trị lớn nhất của m (làm tròn đến hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí $M(m+100; m+370; 0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.

Lời giải

Để người dùng điện thoại ở vị trí $M(m+100; m+370; 0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên thì $IM \leq 600$.

$$\hat{U} \sqrt{(m-100)^2 + (m-80)^2 + (-60)^2} \leq 600.$$

$$\hat{U} (m-100)^2 + (m-80)^2 + (-60)^2 \leq 360000.$$

$$\hat{U} 2m^2 - 360m + 20000 \leq 360000.$$

$$\hat{U} 2m^2 - 360m - 340000 \leq 0.$$

$$\hat{U} m^2 - 180m - 170000 \leq 0.$$

$$\hat{U} 90 - \sqrt{178100} \leq m \leq 90 + \sqrt{178100}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của m (làm tròn đến hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí $M(m+100; m+370; 0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên là 512 m.

Câu 2. Bộ phận sản xuất của một công ty xác định chi phí để sản xuất x sản phẩm được cho bởi biểu thức $T(x) = x^2 + 20x + 4000$ (nghìn đồng). Nếu x sản phẩm đều được bán hết và giá bán mỗi sản phẩm là 150 nghìn đồng thì lợi nhuận lớn nhất mà công ty thu được là bao nhiêu?

Lời giải

Doanh thu khi bán được x sản phẩm là $150x$ (nghìn đồng).

Lợi nhuận khi bán x sản phẩm là:

$$f(x) = 150x - (x^2 + 20x + 4000) = -x^2 + 130x - 4000 \quad (\text{nghìn đồng})$$

$$\text{Để công ty có lãi thì } -x^2 + 130x - 4000 > 0 \Leftrightarrow 50 < x < 80$$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^2 + 130x - 4000$ với $x \in (50; 80)$

$$\text{Ta có: } f'(x) = -2x + 130, \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 65$$

$$\text{Do } f''(x) = -2 < 0, \quad \forall x \in (50; 80)$$

$$\max_{x \in (50; 80)} f(x) = f(65) = 225$$

Do đó

Vậy lợi nhuận lớn nhất công ty thu được là 225 nghìn đồng.

Câu 3. Một người đầu tư cùng một số tiền vào hai lĩnh vực A và B . Nhà đầu tư này ghi lại số tiền thu được hằng tháng trong hai năm theo mỗi lĩnh vực cho kết quả như sau:

Số tiền	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$	$[20; 25)$	$[25; 30)$
Số tháng theo lĩnh vực A	2	5	10	5	2
Số tháng theo lĩnh vực B	1	8	7	6	2

Tính độ lệch chuẩn của hai mẫu số liệu ghép nhóm và nhận xét về mức độ ổn định của số tiền thu được hằng tháng khi đầu tư vào hai lĩnh vực trên.

Lời giải

Chọn điểm đại diện cho các nhóm số liệu ta có bảng thống kê sau:

Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số tháng theo lĩnh vực A	2	5	10	5	2
Số tháng theo lĩnh vực B	1	8	7	6	2

Số tiền trung bình thu được mỗi tháng từ lĩnh vực A là:

$$\bar{x}_A = \frac{1}{24} (2 \cdot 7,5 + \dots + 2 \cdot 27,5) = 17,5$$

Tương tự, số tiền trung bình thu được mỗi tháng từ lĩnh vực B là:

$$\bar{x}_B = \frac{1}{24} (7,5 + \dots + 2 \cdot 27,5) = 17,5.$$

Độ lệch chuẩn của số tiền thu được các tháng theo lĩnh vực A là:

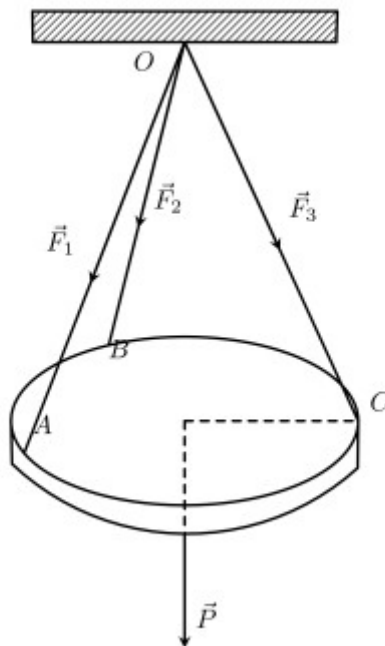
$$s_A = \sqrt{\frac{1}{24} (2 \cdot 7,5^2 + \dots + 2 \cdot 27,5^2) - 17,5^2} \approx 5,2$$

Độ lệch chuẩn của số tiền thu được các tháng theo lĩnh vực B là:

$$s_B = \sqrt{\frac{1}{24} (7,5^2 + \dots + 2 \cdot 27,5^2) - 17,5^2} \approx 5,2$$

Do các độ lệch chuẩn $s_A = s_B \approx 5,2$ nên mức độ ổn định của hai phương án đầu tư là như nhau.

Câu 4. Một chiếc đèn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên dây nối OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $F_1 = F_2 = F_3 = 38$ (N) (như hình vẽ). Hỏi trọng lượng của chiếc đèn tròn đó bằng bao nhiêu Newton? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Lời giải

Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là các điểm sao cho $OA_1 = F_1, OB_1 = F_2, OC_1 = F_3$. Lấy các điểm D_1, A_1, B_1, D_1 sao cho $OA_1D_1B_1C_1A_1, D_1, B_1$ là hình hộp như hình dưới đây.

Theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{OD_1}$.

Mặt khác, do các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ đôi một vuông góc và $F_1 = F_2 = F_3 = 38$ (N) nên hình hộp $OA_1D_1B_1C_1A_1, D_1, B_1$ có ba cạnh OA_1, OB_1, OC_1 đôi một vuông góc và bằng nhau. Do đó hình hộp $OA_1D_1B_1C_1A_1, D_1, B_1$ là hình lập phương có độ dài cạnh bằng 38.

Suy ra độ dài đường chéo của hình lập phương đó bằng $38\sqrt{3}$.

Do chiếc đèn ở vị trí cân bằng nên $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \vec{P}$, trong đó $\vec{P}$ là trọng lực tác dụng lên chiếc đèn.

Vậy trọng lượng của chiếc đèn là $P = OD_1 = 38\sqrt{3} \approx 66$ (N).

----- HẾT -----