

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (10,0 điểm).

Thí sinh trả lời câu hỏi từ 1 đến 32, mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời A, B, C, D trong đó chỉ có 1 phương án đúng.

Câu 1. Bảng sau đây cho biết số chỗ ngồi của một số sân vận động được sử dụng trong Giải Bóng đá Vô địch Quốc gia Việt Nam năm 2018 (số liệu gần đúng).

Sân vận động	Cẩm phả	Thiên Trường	Hàng Đẫy	Thanh Hoá	Mỹ Đình
Chỗ ngồi	20 120	21 315	23 405	20 120	37 546

(Theo vov.vn)

Giá trị số trung vị của bảng số liệu trên là

- A. 21315. B. 20120. C. 24501,2. D. 20717,5.

Câu 2. Bạn Chi rất thích tập thể dục buổi sáng. Thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Thời gian tập thể dục buổi sáng của 75% số ngày gần đây của bạn Chi là kết quả nào dưới đây?

- A. 23,75. B. 27,5. C. 31,88. D. 23,75.

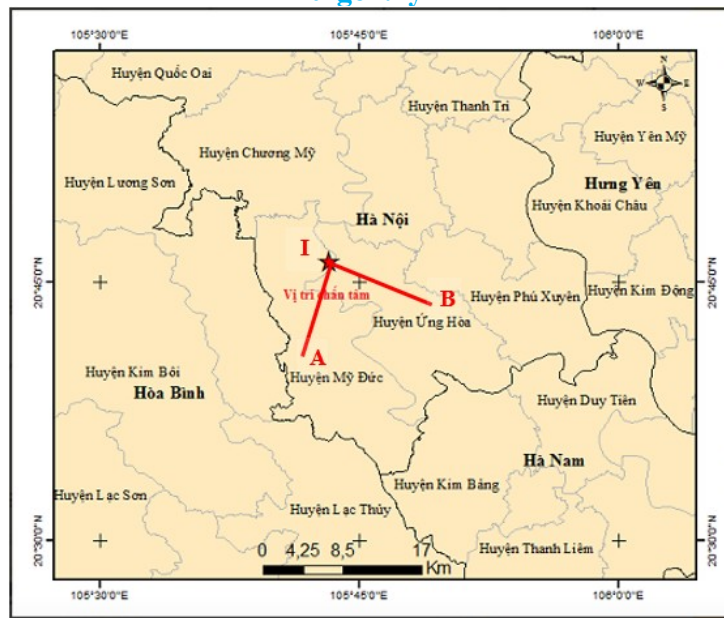
Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trực tâm $H(1;0)$, chân đường cao hạ từ điểm B là điểm $K(0;2)$ và trung điểm cạnh AB là điểm $M(3;1)$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC .

- A. $3x - y - 8 = 0$. B. $3x - 4y - 14 = 0$. C. $x - 2y - 6 = 0$. D. $3x + 4y + 2 = 0$.

Câu 4. Cho $M(x; y)$ là một điểm trên $(E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$. Tính giá trị của biểu thức $MF_1 \cdot MF_2 + OM^2$ với F_1 và F_2 là hai tiêu điểm của (E)

- A. 64. B. 48. C. 164. D. 136.

Câu 5. Trong trận động đất mạnh 4 độ richter xảy ra chiều ngày 25/3/2024 tại khu vực huyện Mỹ Đức (Hà Nội) đã gây nhiều hoang mang cho người dân trong khu vực và các vùng lân cận. Hãy xác định bán kính tác động (km) tính từ tâm chấn (điểm I) của trận động đất. Biết rằng đường tròn tác động của trận động đất đi qua 2 xã A và B có tọa độ lần lượt là $A(-3;6)$ và $B(4;0)$ và tâm chấn nằm trên đường thẳng $2x - 3y + 10 = 0$. Mặt khác, tâm chấn cách đều hai xã nói trên (kết quả làm tròn hai chữ số sau dấu phẩy).



- A. 3,61 . B. 6,57 . C. 3,21 . D. 5,04 .

Câu 6. Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 7; 9\}$. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số khác nhau lập từ tập A , biết các chữ số chẵn không đứng cạnh nhau

- A. 7200 . B. 15000 . C. 10200 . D. 12000 .

Câu 7. Hai đội A và B thi đấu trận chung kết bóng chuyền nữ chào mừng ngày 20 tháng 11 (trận chung kết tối đa 5 hiệp). Đội nào thắng 3 hiệp trước thì thắng trận. Xác suất để đội A thắng mỗi hiệp là $0,2$ (không có hòa). Tính xác suất P để đội A thắng trận (kết quả làm tròn hai chữ số sau dấu phẩy).

- A. 0,03 . B. 0,06 . C. 0,02 . D. 0,12 .

Câu 8. Tổng của tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 100\pi]$ của phương trình $(\cos x - 1) \cdot (\sin x - \sqrt{2}) = 0$ là:

- A. 2550π . B. 2450π . C. 2600π . D. 2500π .

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) . Gọi $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Biết rằng $\frac{u_m}{u_n} = \frac{m}{n}$ với mọi m, n thỏa mãn:

$m \neq n; m, n \in \mathbf{N}^*$. Tính giá trị biểu thức $\frac{S_{2024}}{S_{2025}}$.

- A. $\frac{1011}{1012}$. B. $\frac{2024}{2025}$. C. $\frac{2023}{2024}$. D. $\frac{1012}{1013}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có SAB và ABC là hai tam giác đều cạnh a và nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. a^3 . D. $3a^3$.

Câu 11. Tại một vùng biển, giả sử cường độ ánh sáng I thay đổi theo độ sâu theo công thức $I = I_0 \cdot 10^{-0,3d}$, trong đó d là độ sâu (tính bằng mét) so với mặt hồ, I_0 là cường độ ánh sáng tại mặt hồ. Cường độ ánh sáng tại độ sâu 2^m gấp bao nhiêu lần so với tại độ sâu 10^m ? (kết quả làm tròn hai chữ số sau dấu phẩy).

- A. 125,89 . B. 251,19 . C. 501,19 . D. 63,09 .

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + 2024)$ là

- A. $y' = \frac{2x}{x^2 + 2024}$. B. $y' = \frac{x}{x^2 + 2024}$.

C. $y' = \frac{1}{x^2 + 2024}$.

D. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2024) \log e}$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = x^3 - x^2 + mx - 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-10; 10]$ để $\min_{[-1; 2]} f(x) = f(2)$?

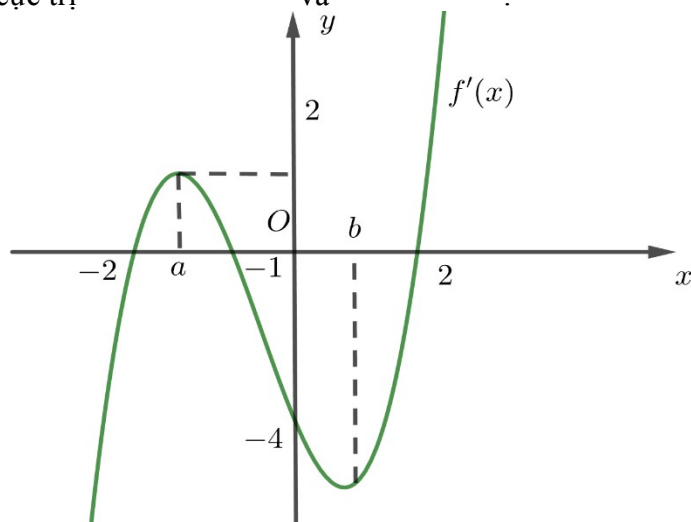
A. 12.

B. 3.

C. 8.

D. 6.

Câu 14. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số $f'(x)$, biết $f'(x)$ có hai điểm cực trị $x = a \in (-2; -1)$ và $x = b \in (1; 2)$.



Hỏi hàm số $g(x) = 2024f'(f'(x)) + 2025$ có bao nhiêu điểm cực trị?

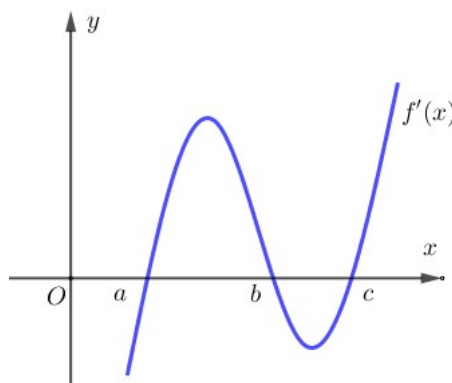
A. 10.

B. 13.

C. 11.

D. 9.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như trong hình vẽ. Hỏi phương trình $f(x) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm biết $f(a) > 0$?



A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Câu 16. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2 - 8x - m}}$ có hai đường tiệm cận đứng. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. 34.

B. -84.

C. -91.

D. 33.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = ax^2 + \frac{b}{x^3}$, $f'(1) = 3$, $f(1) = 2$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{12}$. Khi đó $2a + b$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$.

B. 0.

C. 5.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 18. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi

quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu?

- A. $25(m/s)$ B. $20(m/s)$ C. $30(m/s)$ D. $27(m/s)$

Câu 19. Biết $\int_1^e \frac{1 - \ln x}{(x + \ln x)^2} dx = \frac{1}{ae + b}$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $T = 2a + b^2$

- A. $T = 1$ B. $T = 4$ C. $T = 2$ D. $T = 3$

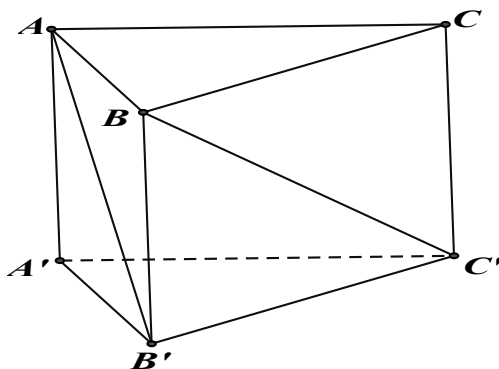
Câu 20. Biết đồ thị hàm số $y = x^3 + bx^2 + cx + d$ có đúng hai điểm chung A, B với trục hoành, đồng thời hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 + bx^2 + cx + d$ và trục hoành có diện tích bằng 3. Tính độ dài đoạn AB .

- A. $2\sqrt{6}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(1; +\infty)$, thỏa mãn $f(2) = 6$ và $f(x) = (x-1)f'(x) + 2x^3 - 3x^2 + 1, \forall x \in (1; +\infty)$. Tính $f(\sqrt{2})$.

- A. 1 B. $-\sqrt{2}$ C. -1 D. $\sqrt{2}$

Câu 22. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = \sqrt{2}a$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng



- A. 60° B. 45° C. 90° D. 30°

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Tọa độ điểm $D(a; b; c)$ sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và diện tích tứ giác $ABCD$ bằng 3 lần diện tích tam giác ABC . Khi đó tính giá trị biểu thức $T = a + b + c$.

- A. 0 B. 10 C. 14 D. 1

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C'$ là

- A. $(1; 1; -2)$ B. $(2; 1; -2)$ C. $(1; 2; -1)$ D. $(2; 1; -1)$

Câu 25. Có 10 xạ thủ trong đó có hai xạ thủ loại 1 và tám xạ thủ loại 2. Xác suất bắn trúng của xạ thủ loại 1 là 0,9; xác suất của xạ thủ loại 2 là 0,8. Lấy ngẫu nhiên một trong mười xạ thủ, bắn một viên đạn. Tính xác suất để viên đạn bắn ra trúng đích.

- A. 0,64 B. 0,84 C. 0,78 D. 0,82

Câu 26. Bảng 1 biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về nhiệt độ ($^{\circ}C$) của tỉnh X vào tháng 5 năm 2024

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
------	--------	-----------------

[29;31)	1	1
[31;33)	4	5
[33;35)	5	10
[35;37)	13	26
[37;39]	7	33
	$n = 30$	

Khoảng tứ phân vị của bảng số liệu ghép nhóm đã cho (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) bằng

- A. 2,13 B. 2,58 C. 2,92 D. 1,84

Câu 27. Một chất điểm dao động điều hòa xung quanh điểm O theo phương nằm ngang. Biết rằng vị trí của chất điểm đó so với O tại thời điểm t (giây) được xác định theo phương trình

$$x = 3 \cos \left(\frac{2t}{3} + \frac{\pi}{3} \right) (\text{m})$$

. Trong 5 (giây) đầu thời điểm nào thì chất điểm nằm xa O nhất ?

- A. 1. B. 2. C. $\frac{\pi}{2}$. D. π .

Câu 28. Từ độ cao 63m của một ngọn tháp, người ta thả một quả bóng cao su xuống đất. Giả sử mỗi

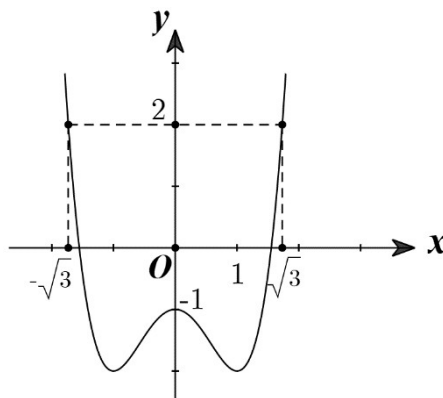
lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt được ngay trước đó. Độ dài hành trình của quả bóng từ thời điểm ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất (khi khoảng cách từ quả bóng đến mặt đất không đáng kể) là bao nhiêu mét?

- A. 77(m). B. 63(m). C. 123(m). D. 189(m).

Câu 29. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 10 số nguyên x thỏa mãn $(2^{x+1} - \sqrt{2})(2^x - y) < 0$?

- A. 10. B. 512. C. 1024. D. 32.

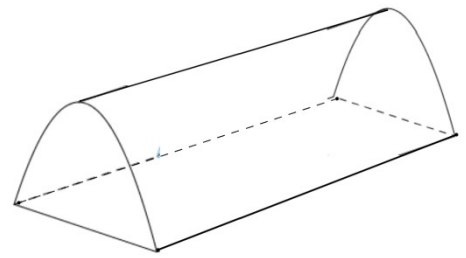
Câu 30. Cho hàm số đa thức $y = f(x)$. Đồ thị hàm số đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên, và $f(-\sqrt{3}) = 4$



Đặt $h(x) = 3f(x) - x^3 + 3x$. Khi đó, $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} h(x)$ bằng.

- A. 16. B. 12. C. 8. D. 4.

Câu 31. Nhân dịp đi dã ngoại, lớp 12a dự kiến dựng một cái trại có dạng hình parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước bề ngang 3 mét, chiều dài 5 mét, đỉnh trại cách nền 3 mét. Thể tích phần không gian bên trong lều trại bằng bao nhiêu mét khối?



- A. $12m^2$. B. $15m^2$. C. $6m^2$. D. $30m^2$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm

$A(1; -1; 2), B(-1; 1; 1), C(-3; -3; 4), D\left(1; \frac{1}{2}; 1\right)$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) , khi đó giá trị

của biểu thức $T = -3\left(\frac{MA}{MD}\right)^2 - 2\left(\frac{MB}{MD}\right)^2 + \left(\frac{MC}{MD}\right)^2$ đạt giá trị lớn nhất khi hoành độ của điểm M bằng

- A. -3 . B. 2 . C. -1 . D. 1 .

Thí sinh trả lời câu hỏi 33, 34. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 33. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a và $A'A = A'B = A'C = 2a$.

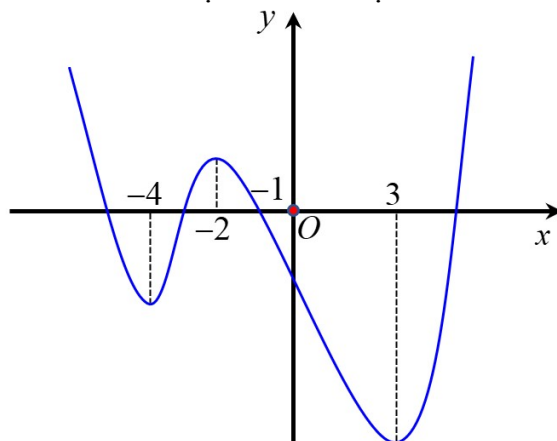
a) Gọi α là góc giữa AA' và (ABC) khi đó $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

b) $d(C, (ABB'A')) = \frac{a\sqrt{165}}{45}$

c) Gọi β là góc giữa CC' và AB khi đó $\cos \beta = \frac{1}{4}$.

d) Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Khi đó $d(A'M, AC) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ là đa thức bậc 5 có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; -1)$.

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ trên $[-1; 0]$ bằng $f(0)$.

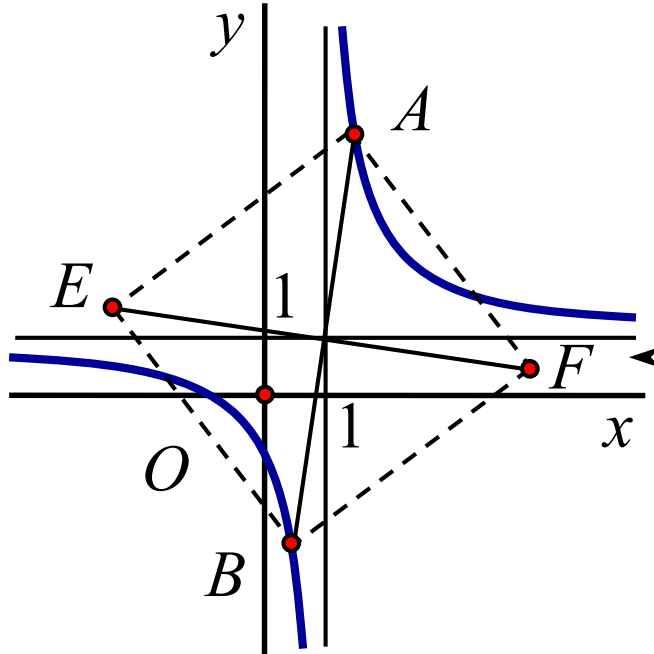
c) Phương trình $f'(2\sin x - 1) = 0$ có 4 nghiệm thuộc đoạn $[0; 3\pi]$.

d) Hàm số $g(x) = f(x^2 + 2x) - x^2$ có 4 điểm cực trị.

Phần II. TỰ LUẬN (10,0 điểm).

Câu 1 (3,0 điểm).

- 1) Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + (m^2 - 2m)x - 1$ (1). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^2 - 2mx + 1$ cũng là điểm cực trị của đồ thị hàm số (1).
- 2) Người ta muốn làm một sàn nổi hình vuông nổi lên trên mặt hồ cá có bờ hồ là hai nhánh của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ (C). Biết mặt sàn nổi là hình vuông $AEBF$, trong đó 2 điểm A, B nằm trên hai nhánh của đồ thị (C) và đối xứng nhau qua điểm I là giao hai đường tiệm cận của đồ thị (C) (tham khảo hình vẽ). Tính diện tích nhỏ nhất của mặt sàn hình vuông mà người ta có thể xây dựng được



$$\frac{48}{(5x^2+3)^2} + \log_2 \frac{5x^2+3}{\sqrt{1-x^2}} \leq 2 + \frac{3}{1-x^2}$$

Câu 2 (1,5 điểm). Giải bất phương trình sau:

Câu 3 (3,0 điểm).

1) Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $\sqrt{2}$, đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = \sqrt{3}, AB = 1$, hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{HC} = -2\overrightarrow{HA}$. Tính khoảng cách giữa AA' và BC .

2) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng $\frac{1}{2\sqrt{3}}$, khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng a . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Câu 4 (1,0 điểm). Cho bảng phân bố tần số sau

Giá trị	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
Tần số	2	5	$n^2 + 3$	7	$n + 1$	$7n - 9$

Tìm tất cả các số n nguyên dương sao cho $M_0 = x_3$ và $M_0 = x_0$ là hai một của bảng phân bố tần số đã cho.

Câu 5 (1,5 điểm). Cho sáu thẻ khác nhau, mỗi thẻ ghi một trong các số của tập $E = \{1; 2; 3; 4; 6; 8\}$ (các thẻ khác nhau ghi các số khác nhau). Rút ngẫu nhiên ba thẻ, tính xác suất để rút được ba thẻ ghi ba số là số đo ba cạnh của một tam giác có góc tù.

HẾT

CỤM TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

KỶ KHẢO SÁT ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 12 THPT
NĂM HỌC 2024 - 2025
Môn: TOÁN

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KHẢO SÁT
Môn: TOÁN

(Hướng dẫn chấm có 07 trang)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

1.A	2.C	3.D	4.D	5.D	6.D	7.B	8.A	9.D	10.C	11.B
12.A	13.B	14.D	15.D	16.B	17.C	18.A	19.D	20.B	21.D	22.A
23.A	24.B	25.D	26.C	27.D	28.A	29.C	30.B	31.D	32.D	

Câu/ ý	a	b	c	d
33	Đúng	Sai	Đúng	Sai
34	Sai	Đúng	Đúng	Sai

II. PHẦN TỰ LUẬN

Lưu ý khi chấm bài

- Hướng dẫn chấm (HDC) dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách. Khi chấm thi, giám khảo cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp logic;
- Thí sinh làm bài theo cách khác với HDC mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của HDC;
- Điểm bài thi là tổng điểm các bài không làm tròn số.

Hướng dẫn chấm tự luận

Câu 1 (3,0 điểm):

$$y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + (m^2 - 2m)x - 1 \quad (1)$$

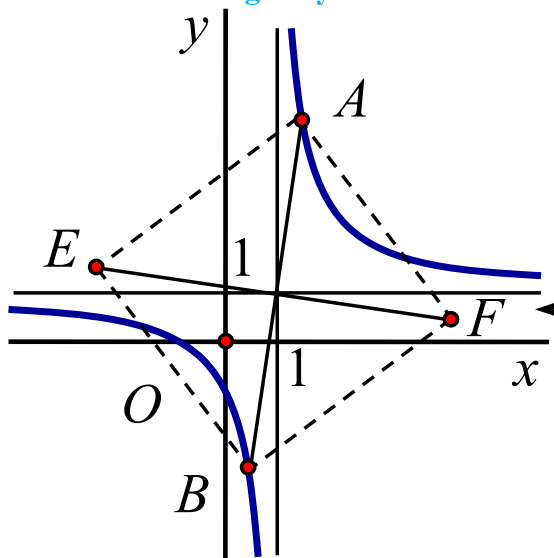
1) Cho hàm số . Tìm tất cả các giá trị của tham số m

để điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^2 - 2mx + 1$ (1) cũng là điểm cực trị của đồ thị hàm số .

2) Người ta muốn làm một sản nổi hình vuông nổi lên trên mặt hồ cá có bờ hồ là hai nhánh của đồ thị

hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ (C). Biết mặt sản nổi là hình vuông $AEBF$, trong đó 2 điểm A, B nằm trên hai

nhánh của đồ thị (C) và đối xứng nhau qua điểm I là giao hai đường tiệm cận của đồ thị (C) (tham khảo hình vẽ). Tính diện tích nhỏ nhất của mặt sản hình vuông mà người ta có thể xây dựng được



Ý	Đáp án	Điểm
1 (1,5 điểm)	Xét hàm số $y = x^2 - 2mx + 1 \Rightarrow y' = 2x - 2m; y' = 0 \Leftrightarrow x = m$. Điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^2 - 2mx + 1$ là $I(m; 1 - m^2)$.	0,25
	Xét hàm số (1) có $y' = x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m$ Phương trình $y' = 0$ có $\Delta = 1 > 0, \forall m$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = m; x_2 = m - 2$.	0,25
	Do đó đồ thị hàm số (1) có 2 điểm cực trị $A(m; y(m)); B(m-2; y(m-2))$.	0,25
	Khi đó hai đồ thị có 2 điểm cực trị trùng nhau chỉ có thể xảy ra $I \equiv A$. $\Leftrightarrow 1 - m^2 = y(m) \Leftrightarrow 1 - m^2 = \frac{1}{3}m^3 - m^2 - 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3}m^3 = 2 \Leftrightarrow m^3 = 6 \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{6}$	0,5
	Vậy có một giá trị thực của tham số $m = \sqrt[3]{6}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0,25
2 (1,5 điểm)	Ta có $y = \frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$. Gọi $A\left(a; 1 + \frac{2}{a-1}\right), a \neq 1$ là một điểm bất kỳ thuộc đồ thị (C) .	0,25
	$I(1;1)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận, ta có Gọi $IA^2 = (1-a)^2 + \frac{4}{(1-a)^2}$.	0,25
	Theo giả thiết ta có $AEBF$ là hình vuông nên $S_{AEBF} = AE^2 \Rightarrow S_{AEBF}$ nhỏ nhất khi AE^2 nhỏ nhất. $\text{được } AE = AI\sqrt{2} \Rightarrow AE^2 = 2AI^2 = 2(1-a)^2 + \frac{8}{(1-a)^2}$.	0,5
	Tính Sử dụng bất đẳng thức Cô – si đánh giá được $2(1-a)^2 + \frac{8}{(1-a)^2} \geq 2\sqrt{2(1-a)^2 \cdot \frac{8}{(1-a)^2}}$	0,25

	$\Leftrightarrow 2(1-a)^2 + \frac{8}{(1-a)^2} \geq 8.$	
	<p>Hay $AE^2 \geq 8$. Dấu "=" xảy ra khi $(1-a)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 3 \end{cases}$.</p> <p>Vậy diện tích hình vuông $AEBF$ nhỏ nhất bằng 8.</p>	0,25

$$\frac{48}{(5x^2+3)^2} + \log_2 \frac{5x^2+3}{\sqrt{1-x^2}} \leq 2 + \frac{3}{1-x^2}$$

Câu 2 (1,5 điểm). Giải bất phương trình sau:

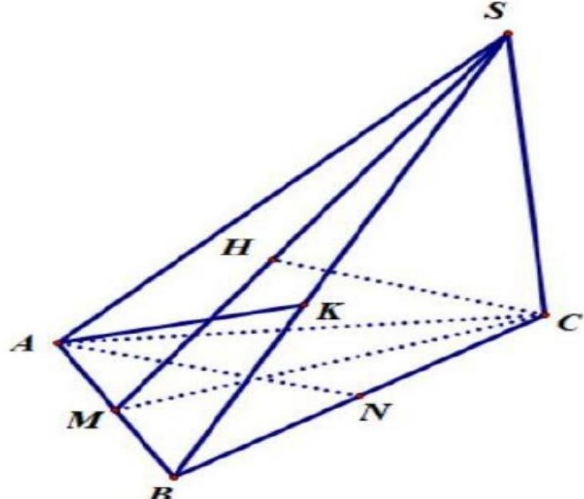
Ý	Đáp án	Điểm
(1,5 điểm)	$1-x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-1;1) \quad (1)$ Điều kiện: ; $\Leftrightarrow \log_2 \frac{5x^2+3}{4} + 3 \left(\frac{4}{5x^2+3} \right)^2 \leq \log_2 \sqrt{1-x^2} + \frac{3}{1-x^2}$ Bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow f\left(\frac{5x^2+3}{4}\right) \leq f\left(\sqrt{1-x^2}\right) \quad (2) \quad f(t) = \log_2 t + \frac{3}{t^2}$, Với $(\text{Điều kiện } 0 < t \leq 1)$.	0,5
	$f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} - \frac{6}{t^3} = \frac{t^2 - 6 \ln 2}{t^3 \ln 2} < \frac{1 - 6 \ln 2}{t^3 \ln 2} < 0, t \in (0;1]$ Xét do $x \in (-1;1)$. $f(t) = \log_2 t + \frac{3}{t^2} \quad \forall t \in (0;1]$ Do đó hàm số nghịch biến.	0,25
	Khử đó: $(2) \Leftrightarrow \frac{5x^2+3}{4} \geq \sqrt{1-x^2} \Leftrightarrow 25x^4 + 46x^2 - 7 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \geq \frac{-23+8\sqrt{11}}{25}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{\sqrt{-23+8\sqrt{11}}}{5} \\ x \geq \frac{\sqrt{-23+8\sqrt{11}}}{5} \end{cases}$	0,5
	(1) Kết hợp với điều kiện (1) . Ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $T = (-1;1) \setminus \left(-\frac{\sqrt{-23+8\sqrt{11}}}{5}; \frac{\sqrt{-23+8\sqrt{11}}}{5} \right)$	0,25

Câu 3 (3,0 điểm).

1) Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $\sqrt{2}$, đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = \sqrt{3}, AB = 1$, hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{HC} = -2\overrightarrow{HA}$. Tính khoảng cách giữa AA' và BC .

2) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng $\frac{1}{2\sqrt{3}}$, khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng a . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Ý	Đáp án	Điểm
1 (1,5 điểm)		
	<p>Gọi D là đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$, qua H dựng đường thẳng song song với AB, cắt BC, AD lần lượt tại N, K.</p> <p>Ta có $\begin{cases} AD \perp A'H \\ AD \perp KN \end{cases} \Rightarrow AD \perp (A'HK) \Rightarrow (A'AD) \perp (A'HK)$ theo giao tuyến $A'K$.</p>	0,25
	<p>Dựng $HI \perp A'K \Rightarrow HI \perp (A'AD) \Rightarrow d(H, (A'AD)) = HI$</p> <p>$\overrightarrow{HC} = -2\overrightarrow{HA} \Rightarrow HC = 2HA \Rightarrow HN = 2HK \Rightarrow d(N, (A'AD)) = 3d(H, (A'AD)) = 3HI$</p>	0,25
	<p>$BC \parallel AD \Rightarrow BC \parallel (A'AD) \Rightarrow d(AA', BC) = d(N, (A'AD)) = 3HI$</p>	0,25
	<p>$BC = \sqrt{3}, AB = 1 \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2 \Rightarrow AH = \frac{2}{3}$</p> <p>$A'H^2 = AA'^2 - AH^2 = 2 - \frac{4}{9} = \frac{14}{9}; KH = \frac{AB}{3} = \frac{1}{3}$</p> <p>$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{A'H^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{9}{14} + 9 = \frac{135}{14} \Rightarrow IH = \frac{\sqrt{210}}{45}$</p>	0,5
	<p>$\Rightarrow d(AA', BC) = 3 \cdot \frac{\sqrt{210}}{45} = \frac{\sqrt{210}}{15}$</p>	0,25

		
	<p>Đặt $AB = x, SC = y, x > 0, y > 0$ Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC. Kẻ $CH \perp SM$ tại H và $AK \perp SB$ tại K</p>	0,25
<p>2 (1,5 điểm)</p>	<p>Ta có:</p> $d(A, (SBC)) = AN = \frac{x\sqrt{3}}{2},$ $SM = \sqrt{SC^2 + CM^2} = \sqrt{\frac{3x^2}{4} + y^2} = \frac{1}{2}\sqrt{3x^2 + 4y^2}$ $SB = \sqrt{SC^2 + CB^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$	0,25
	<p>$\triangle SAB$ cân tại S</p> $\Rightarrow S_{SAB} = \frac{1}{2} \cdot AK \cdot SB = \frac{1}{2} \cdot SM \cdot AB \Rightarrow AK = \frac{SM \cdot AB}{SB} = \frac{x\sqrt{3x^2 + 4y^2}}{2\sqrt{x^2 + y^2}}$ $\Rightarrow \sin((SAB), (SBC)) = \frac{d(A, (SBC))}{d(A, SB)} = \frac{AN}{AK} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{3x^2 + 4y^2}}$ $\Rightarrow \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{3x^2 + 4y^2}} \Leftrightarrow 3x^2 = 8y^2 \Leftrightarrow y = \frac{\sqrt{6}x}{4} (1)$	0,5
	<p>Mặt khác:</p> $d(C, (SAB)) = CH = \frac{CS \cdot CM}{SM} = \frac{\sqrt{3}xy}{\sqrt{3x^2 + 4y^2}} = a \Leftrightarrow a^2(3x^2 + 4y^2) = 3x^2y^2 (2)$ $x = 2a \Rightarrow y = \frac{\sqrt{6}a}{2}$ <p>Thay (1) và (2) ta tìm được</p>	0,25
<p>Vậy</p>	$V_{SABC} = \frac{1}{3} SC \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{6}a}{2} = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$	0,25

Câu 4 (1,0 điểm). Cho bảng phân bố tần số sau

Giá trị	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
Tần số	2	5	$n^2 + 3$	7	$n + 1$	$7n - 9$

Tìm tất cả các số nguyên dương sao cho $M_0 = x_3$ và $M_0 = x_0$ là hai một của bảng phân bố tần số đã cho.

Ý	Đáp án	Điểm
(1,0điểm)	Theo giả thiết $M_0 = x_3$ và $M_0 = x_0$ là hai một của bảng phân bố tần số đã cho nên ta có:	0,25
	$\begin{cases} n^2 + 3 = 7n - 9 \\ 7n - 9 > n + 1 \\ 7n - 9 > 7 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} n^2 - 7n + 12 = 0 \\ n > \frac{5}{3} \\ n > \frac{16}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = 4 \end{cases}$	0,25
	$\Rightarrow S = \{3; 4\}$	0,25

$$E = \{1; 2; 3; 4; 6; 8\}$$

Câu5 (1,5điểm). Cho sáu thẻ, mỗi thẻ ghi một trong các số của tập $E = \{1; 2; 3; 4; 6; 8\}$ (các thẻ khác nhau ghi các số khác nhau). Rút ngẫu nhiên ba thẻ, tính xác suất để rút được ba thẻ ghi ba số là số đo ba cạnh của một tam giác có góc tù.

Ý	Đáp án	Điểm
(1,5 điểm)	Lấy ba thẻ từ 6 thẻ có số cách lấy là C_6^3 , nên số phần tử của không gian mẫu là $ \Omega = C_6^3 = 20$.	0,25
	<p>Gọi biến cố A: “rút được ba thẻ ghi ba số là số đo ba cạnh của một tam giác có góc tù”.</p> <p>Giả sử rút được bộ ba số là $(a; b; c)$, với $a < b < c$, do đó $4 \leq c$, nên $c \in \{4; 6; 8\}$.</p> <p>a, b, c là ba cạnh của tam giác $\triangle ABC$, với $BC = a, CA = b, AB = c$ có góc $\hat{C}$ tù</p> $\Rightarrow \begin{cases} \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} < 0 \\ 4 \leq c < a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 < c^2 \\ 4 \leq c < a + b \end{cases} \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} < c < a + b, \text{ với } c \in \{4; 6; 8\}.$	0,5
	<p>+Xét $c = 4$ thì có bộ $(a; b) = (2; 3)$ thỏa mãn.</p> <p>+Xét $c = 6$, do $a < b < c$, $6 = c < a + b < 2b$, nên $b = 4$ và $a = 3$. Suy ra có bộ $(a; b) = (3; 4)$ thỏa mãn.</p> <p>+Xét $c = 8$, do $a < b < c$, $8 = c < a + b < 2b$, nên $b = 6$ và $a = 3$ hoặc $a = 4$. Suy ra có hai bộ $(a; b) = (3; 6)$ hoặc $(a; b) = (4; 6)$ thỏa mãn.</p> <p>Suy ra số phần tử của biến cố A là $\Omega_A = 4$.</p>	0,5

	Nên xác suất cần tìm là $p = \frac{ \Omega_d }{ \Omega } = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$.	0,25
--	--	------

-----Hết-----