

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^3 f(x)dx = 7$. Khi đó $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

- A.** -9 . **B.** 9 . **C.** -5 . **D.** 5 .

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-1;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A.** $x - y - 2z + 3 = 0$. **B.** $x - y + 2z - 3 = 0$. **C.** $x - y + 2z + 3 = 0$. **D.** $x + y + 2z + 3 = 0$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;-1;2)$ và $N(1;3;4)$. Đường thẳng MN có phương trình chính tắc là

- A.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$. **B.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+4}{2}$. **C.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+2}{2}$. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;4)$ lên trục Oy là điểm nào?

- A.** $M_1(-2;0;0)$. **B.** $M_2(0;3;0)$. **C.** $M_3(0;0;4)$. **D.** $M_4(-2;0;4)$.

Câu 5. Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = 5$. Giá trị của biểu thức $\log_a(ab)$ bằng

- A.** 6 . **B.** 4 . **C.** 5 . **D.** 7 .

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (2;-1;0)$, $\vec{b} = (-1;-3;2)$, $\vec{c} = (-2;-4;-3)$. Toạ độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$ là

- A.** $(3;7;9)$. **B.** $(-3;-7;-9)$. **C.** $(5;3;-9)$. **D.** $(-5;-3;9)$.

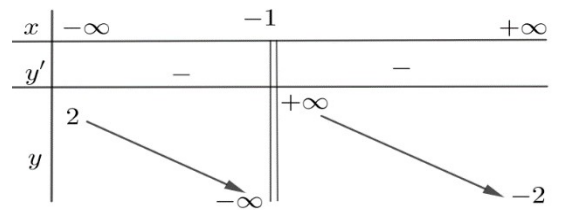
Câu 7. Mỗi ngày ông An đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quảng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của ông An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau

Quảng đường (km)	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

- A.** $1,2$. **B.** $0,9$. **C.** $1,5$. **D.** $0,3$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ có bảng biến thiên như hình bên. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

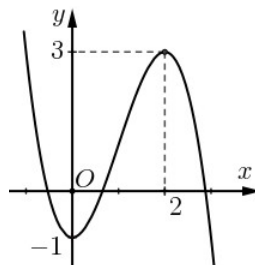


- A. 0. B. 2.
C. 3. D. 1.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

- A. $\int_a^b |f(x)| dx$ B. $\left| \int_a^b f(x) dx \right|$ C. $\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ D. $\int_a^b f(x) dx$

Câu 10. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên trong khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-1; 3)$. D. $(0; 2)$.

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 6$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$. Tính u_5 .

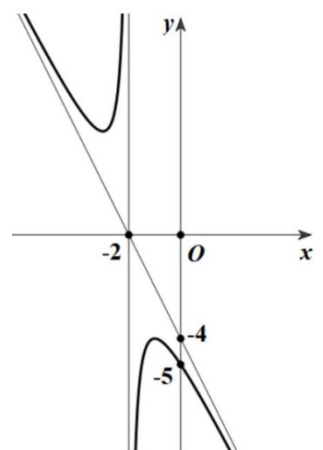
- A. $\frac{3}{8}$. B. -3 . C. $-\frac{3}{8}$. D. $-\frac{4}{3}$.

Câu 12. Bất phương trình $\log_2(x-1) \leq 3$ có tập nghiệm là

- A. $(-\infty; 9)$. B. $(1; 9]$.
C. $(-\infty; 9]$. D. $(1; 9)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = ax + b + \frac{c}{x+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ sau



- a) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.
b) Giá trị $b = -4$.
c) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x - 4$.

d) Hàm số đã cho là $y = -2x - 4 - \frac{2}{x+2}$.

Câu 2. Cây đậu Hà Lan khi trồng chiều cao 3 centimét. Gọi $h(t)$ là độ cao tính bằng centimét của cây đậu Hà Lan tại thời điểm t kể từ khi được trồng, với t tính theo tuần. Khảo sát cho thấy tốc độ tăng chiều cao của cây đậu Hà Lan sau khi trồng là $h'(t) = -0,02t^3 + 0,3t^2$ (centimét/tuần).

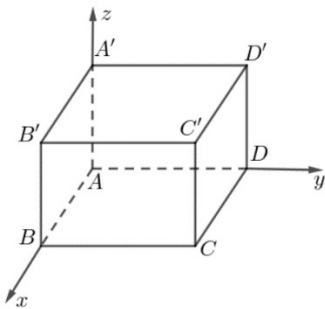
a) Hàm số $h(t)$ có công thức là $h(t) = -0,005t^4 + 0,1t^3$ (centimét/tuần).

b) Giai đoạn tăng trưởng của cây đậu Hà Lan đó kéo dài 15 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây đậu Hà Lan đó là 88 centimét.

d) Vào thời điểm cây đậu Hà Lan đó phát triển nhanh nhất thì chiều cao của cây là 53 centimét.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD A' B' C' D'$ có $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $A'(0;0;1)$



a) Toạ độ các đỉnh còn lại của hình lập phương là $B'(1;0;1)$, $D'(0;1;1)$, $C(1;1;0)$, $C'(1;1;1)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng $C'D$ là
$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = -t \end{cases}$$

c) Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A'C'D)$ là $\vec{n} = (-1;1;1)$.

d) Gọi E, F là các điểm lần lượt thuộc đường thẳng $C'D$ và trục Ox sao cho đường thẳng EF vuông góc với mặt phẳng $(A'C'D)$. Khi đó $EF = \sqrt{3}$.

Câu 4. Một xạ thủ bắn bia, trên bia có các vòng tròn tính điểm (từ 5 đến 10) như hình vẽ. Mỗi lần bắn, xác suất xạ thủ đó bắn trúng vòng 8 là 0,25; trúng vòng dưới 8 (kể cả bắn trượt) là 0,4. Gọi P_1, P_2 lần lượt là xác suất xạ thủ đó bắn trúng vòng 10 và vòng 9 trong mỗi lần bắn. Biết rằng nếu xạ thủ đó bắn ba phát vào bia thì xác suất cả ba lần bắn trúng vòng 10 là 0,003375.



a) $P_1 = 0,15$.

b) $P_2 = 0,18$

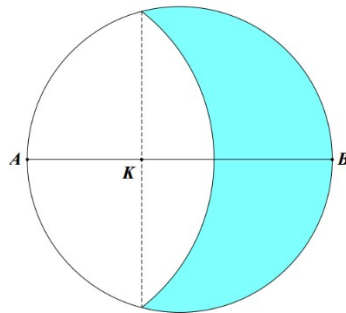
- c) Nếu xạ thủ đó bắn trúng ba phát thì xác suất đạt 29 điểm là 0,0045.
 d) Nếu xạ thủ đó bắn ba phát thì xác suất đạt ít nhất 28 điểm là 0,05175.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

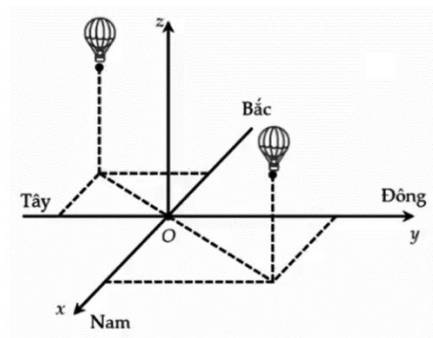
Câu 1. Trong lần đầu tiên nuôi gà, một trang trại do thiếu kinh nghiệm nên dự tính lượng thức ăn cho gà hằng ngày là không đổi và đã dự trữ thức ăn đủ dùng trong 50 ngày. Nhưng thực tế, theo sự phát triển của gà, để đảm bảo chất lượng thì kể từ ngày thứ 2 trở đi lượng thức ăn nuôi gà mỗi ngày của trang trại đã tăng thêm 1% so với ngày trước đó. Hỏi lượng thức ăn mà trang trại dự trữ đủ dùng cho gà ăn tối đa bao nhiêu ngày mà vẫn đảm bảo chất lượng ăn mỗi ngày? (lấy kết quả số ngày là số nguyên).

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 3 và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết góc nhị diện $[B, SC, D]$ bằng 120° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. Một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần màu xám trong hình vẽ) quanh trục AB . Miền (H) được giới hạn bởi đường tròn đường kính AB và cung tròn tâm A . Biết $AB = 8 \text{ cm}$ và điểm K trong hình vẽ thỏa mãn $AK = 3 \text{ cm}$. Thể tích của khối tròn xoay đó bằng bao nhiêu cm^3 ? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Câu 4. Trong không gian, xem mặt đất là phẳng, gán hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong đó mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị đo trên mỗi trục là km). Người ta quan sát thấy có hai chiếc khinh khí cầu đang bay trên bầu trời. Tại thời điểm bắt đầu quan sát, chiếc thứ nhất đang ở vị trí điểm $A(2;1,5;0,5)$ và bay thẳng về phía Bắc với tốc độ không đổi là 60 km/h, còn chiếc thứ hai đang ở vị trí điểm $B(-1;-1;0,8)$ và bay thẳng về phía Đông với tốc độ không đổi là 40 km/h (tham khảo hình vẽ).



Biết rằng trong suốt quá trình bay thì hai chiếc khinh khí cầu luôn giữ nguyên độ cao so với mặt đất. Khoảng cách ngắn nhất giữa hai chiếc khinh khí cầu bằng bao nhiêu km? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 5. Trong cuộc gặp mặt dạo dò trước khi lên đường tham gia kì thi học sinh giỏi, có 10 bạn trong đội tuyển gồm 2 bạn đến từ lớp 12A, 3 bạn từ lớp 12B, 5 bạn còn lại đến từ 5 lớp khác (mỗi lớp một bạn). Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn kể trên ngồi vào một bàn dài có 10 ghế mà mỗi bên có 5 ghế xếp đối diện nhau. Tính xác suất để không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Câu 6. Chi phí về nhiên liệu của một con tàu được chia làm hai phần. Phần chi phí thứ nhất không phụ thuộc vào tốc độ tàu và bằng 480 nghìn đồng mỗi giờ. Chi phí phần thứ hai trên 1 km đường tỉ lệ thuận với lập phương của tốc độ tàu, khi tốc độ bằng 20 km/h thì chi phí phần thứ hai bằng 100 nghìn đồng mỗi giờ. Giả sử con tàu đó luôn giữ nguyên tốc độ di chuyển, để tổng chi phí nhiên liệu trên 1 km đường là nhỏ nhất thì tốc độ của con tàu đó bằng bao nhiêu km/h ? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

1.	2.C	3.D	4.B	5.	6.C	7.C	8.B	9.A	10.D	11.	12.B
D				A						A	

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
40.	9.	135.	0,51.	0,6.	22,5.

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^3 f(x)dx = 7$. Khi đó $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

- A. -9. B. 9. C. -5. **D. 5.**

Lời giải

Chọn D

Ta có : $\int_1^3 f(x)dx = \int_1^0 f(x)dx + \int_0^3 f(x)dx = -2 + 7 = 5$

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-1;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $x - y - 2z + 3 = 0$. B. $x - y + 2z - 3 = 0$. **C. $x - y + 2z + 3 = 0$.** D. $x + y + 2z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-1;2)$.

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P) là: $1(x-1) - 1(y-0) + 2(z+2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z + 3 = 0$

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;-1;2)$ và $N(1;3;4)$. Đường thẳng MN có phương trình chính tắc là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+4}{2}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+2}{2}$. **D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$.**

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng MN đi qua điểm $M(-1;-1;2)$ và nhận $\overrightarrow{MN} = (2;4;2)$ làm vectơ chỉ phương

$\Rightarrow$ Phương trình chính tắc của đường thẳng MN là: $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;4)$ lên trục Oy là điểm nào?

A. $M_1(-2;0;0)$.

B. $M_2(0;3;0)$.

C. $M_3(0;0;4)$.

D. $M_4(-2;0;4)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;4)$ lên trục Oy là điểm $M_2(0;3;0)$.

Câu 17. Cho các số thực dương a, b với $a^1 1$ thỏa mãn $\log_a b = 5$. Giá trị của biểu thức $\log_a(ab)$ bằng

A. 6.

B. 4.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_a(ab) = \log_a a + \log_a b = 1 + 5 = 6$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (2; -1; 0)$, $\vec{b} = (-1; -3; 2)$, $\vec{c} = (-2; -4; -3)$. Toạ độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$ là

A. $(3; 7; 9)$.

B. $(-3; -7; -9)$.

C. $(5; 3; -9)$.

D. $(-5; -3; 9)$.

Lời giải

Chọn C

Toạ độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$ là $\vec{u} = (5; 3; -9)$

Câu 19. Mỗi ngày ông An đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của ông An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau

Quãng đường (km)	$[2, 7; 3, 0)$	$[3, 0; 3, 3)$	$[3, 3; 3, 6)$	$[3, 6; 3, 9)$	$[3, 9; 4, 2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A. 1,2.

B. 0,9.

C. 1,5.

D. 0,3.

Lời giải

Chọn C

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 4,2 - 2,7 = 1,5$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	—	—	—
y	2	$+\infty$	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

A. 0.**B.** 2.**C.** 3.**D.** 1.**Lời giải****Chọn B**

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 đường tiệm cận ngang là $y = 2; y = -2$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x = a, x = b$ là

A. $\int_a^b |f(x)| dx$.

B. $\left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

C. $\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

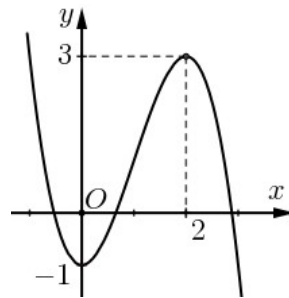
D. $\int_a^b f(x) dx$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và các đường thẳng

$$x = a, x = b \text{ là } \int_a^b |f(x)| dx.$$

Câu 22. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên trong khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-1; 2)$.**B.** $(2; +\infty)$.**C.** $(-1; 3)$.**D.** $(0; 2)$.**Lời giải****Chọn D**

Trên khoảng $(0; 2)$, ta thấy đồ thị là một đường đi lên từ trái qua phải nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 23. Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 6$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$. Tính u_5 .

A. $\frac{3}{8}$.

B. -3 .

C. $-\frac{3}{8}$.

D. $-\frac{4}{3}$.

Lời giải**Chọn D**

Ta có theo số hạng tổng quát của cấp số nhân thì

$$u_5 = u_1 \cdot q^4 = 6 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^4 = 6 \cdot \frac{1}{16} = \frac{3}{8}.$$

Câu 24. Bất phương trình $\log_2(x-1) \leq 3$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty; 9)$.

B. $(1; 9]$.

C. $(-\infty; 9]$.

D. $(1; 9)$.

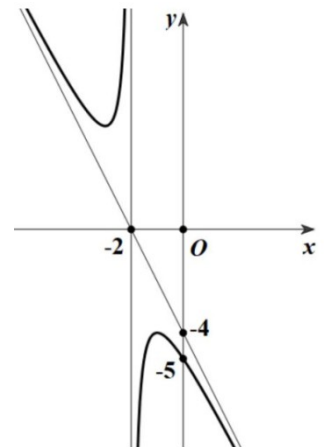
Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 \leq 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \leq 9 \end{cases}$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(1; 9]$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = ax + b + \frac{c}{x+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ sau



a) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.

b) Giá trị $b = -4$.

c) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x - 4$.

d) Hàm số đã cho là $y = -2x - 4 - \frac{2}{x+2}$.

Lời giải

a)	b)	c) Sai	d)
Đúng	Đúng		Đúng

a) Đúng

Dựa vào đồ thị hàm số ta có đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.

b) Đúng

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (ax + b)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{c}{x+d} \right) = 0.$$

Suy ra $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Dựa vào đồ thị tiệm cận xiên đi qua 2 điểm có tọa độ là $(-2; 0)$ và $(0; -4)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} -2a + b = 0 \\ b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -4 \end{cases}.$$

c) Sai

Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y = -2x - 4$.

d) Đúng

Ta có $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Suy ra $-d = -2 \Rightarrow d = 2$.

Hàm số trở thành $y = -2x - 4 + \frac{c}{x+2}$.

Đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(0; -5) \Rightarrow -5 = -4 + \frac{c}{2} \Rightarrow c = -2$. Vậy $y = -2x - 4 - \frac{2}{x+2}$.

Câu 2. Cây đậu Hà Lan khi trồng chiều cao 3 centimét. Gọi $h(t)$ là độ cao tính bằng centimét của cây đậu Hà Lan tại thời điểm t kể từ khi được trồng, với t tính theo tuần. Khảo sát cho thấy tốc độ tăng chiều cao của cây đậu Hà Lan sau khi trồng là $h'(t) = -0,02t^3 + 0,3t^2$ (centimét/tuần).

a) Hàm số $h(t)$ có công thức là $h(t) = -0,005t^4 + 0,1t^3$ (centimét/tuần).

b) Giai đoạn tăng trưởng của cây đậu Hà Lan đó kéo dài 15 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây đậu Hà Lan đó là 88 centimét.

d) Vào thời điểm cây đậu Hà Lan đó phát triển nhanh nhất thì chiều cao của cây là 53 centimét.

Lời giải

a)	b)	c) Sai	d)
Đúng	Đúng		Đúng

a) Đúng.

$$h(t) = \int h'(t) dt = \int (-0,02t^3 + 0,3t^2) dt = -0,005t^4 + 0,1t^3 + C.$$

Ta có $h(0) = 3 \Leftrightarrow C = 3$.

Vậy $h(t) = -0,005t^4 + 0,1t^3 + 3$.

b) Đúng.

Xét hàm số $h(t) = -0,005t^4 + 0,1t^3 + 3$ ($t \geq 0$).

Ta có $h'(t) = -0,02t^3 + 0,3t^2$.

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 15 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

t	0	15	$+\infty$
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$	3	87,375	$-\infty$

Từ BBT ta thấy giai đoạn tăng trưởng của cây lúa kéo dài 15 tuần.

c) Sai.

Dựa vào BBT ta thấy chiều cao tối đa của cây lúa là $87,375$ centimét.

d) Đúng.

Tốc độ cây lúa phát triển tại thời điểm $t > 0$ là $h'(t) = -0,02t^3 + 0,3t^2$.

$$h''(t) = -0,06t^2 + 0,6t$$

$$h''(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 10 \end{cases}$$

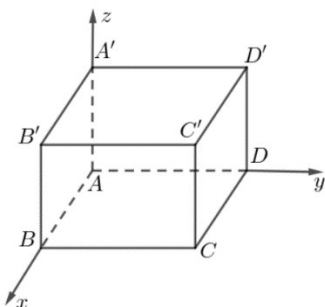
t	0	10	$+\infty$
$h''(t)$	+	0	-
$h'(t)$	0	10	$-\infty$

Tốc độ cây lúa phát triển nhanh nhất tại thời điểm $t = 6$ (tuần).

Khi đó chiều cao của cây lúa là

$$h(10) = -0,005 \cdot 10^4 + 0,1 \cdot 10^3 + 3 = 53 \text{ cm}$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD A' B' C' D'$ có $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $A'(0;0;1)$



a) Toạ độ các đỉnh còn lại của hình lập phương là $B'(1;0;1)$, $D'(0;1;1)$, $C(1;1;0)$, $C'(1;1;1)$.

$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = -t \end{cases}$$

b) Phương trình tham số của đường thẳng $C'D$ là

c) Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A'C'D)$ là $\vec{n} = (-1; 1; 1)$.

d) Gọi E, F là các điểm lần lượt thuộc đường thẳng $C'D$ và trục Ox sao cho đường thẳng EF vuông góc với mặt phẳng $(A'C'D)$. Khi đó $EF = \sqrt{3}$.

Lời giải

(a) Đúng | (b) Sai | (c) Đúng | (d) Đúng

a)

Chọn ĐÚNG.

b)

Ta có $\overrightarrow{DC'} = (1; 0; 1) \Rightarrow$ Phương trình tham số của đường thẳng $C'D$ là $\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$.

Chọn SAI.

c)

Ta có $\overrightarrow{DA'} = (0; -1; 1) \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{DC'}, \overrightarrow{DA'}] = (-1; 1; 1)$.

Chọn ĐÚNG.

d)

Có $E \in (a; 1; a) \in C'D; F(b; 0; 0) \in Ox \Rightarrow \overrightarrow{FE} = (a - b; 1; a)$.

$$EF \perp (A'C'D) \Rightarrow \frac{a-b}{-1} = \frac{1}{1} = \frac{a}{1} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} (E \equiv C')$$

Suy ra $\overrightarrow{FE} = (-1; 1; 1) \Rightarrow EF = \sqrt{3}, \forall x \in D$.

Chọn ĐÚNG.

Câu 4. Một xạ thủ bắn bia, trên bia có các vòng tròn tính điểm (từ 5 đến 10) như hình vẽ. Mỗi lần bắn, xác suất xạ thủ đó bắn trúng vòng 8 là 0,25; trúng vòng dưới 8 (kể cả bắn trượt) là 0,4. Gọi P_1, P_2 lần lượt là xác suất xạ thủ đó bắn trúng vòng 10 và vòng 9 trong mỗi lần bắn. Biết rằng nếu xạ thủ đó bắn ba phát vào bia thì xác suất cả ba lần bắn trúng vòng 10 là 0,003375.

a) $P_1 = 0,15$.

b) $P_2 = 0,18$



c) Nếu xạ thủ đó bắn trúng ba phát thì xác suất đạt 29 điểm là 0,0045.

d) Nếu xạ thủ đó bắn ba phát thì xác suất đạt ít nhất 28 điểm là 0,05175.

Lời giải

(a) Đúng | (b) Sai | (c) Sai | (d) Đúng

a) **Chọn ĐÚNG.**

$$(P_1)^3 = 0,003375 \Rightarrow P_1 = \frac{3}{20} = 0,15 \Rightarrow P_2 = 1 - 0,25 - 0,4 - 0,15 = 0,2$$

b) **Chọn SAI.**

c) **Chọn SAI.**

Để đạt 29 điểm thì xạ thủ cần bắn trúng hai lần vòng 10 và một lần vòng 9.

$$P(C) = C_3^1 \cdot 0,2 \cdot (0,15)^2 = 0,0135$$

d) **Chọn ĐÚNG.**

TH1: Cả ba lần đều trúng vòng 10 được 30 điểm $\Rightarrow P(D_1) = 0,003375$

TH2: Được 29 điểm $\Rightarrow P(D_2) = P(C) = 0,0135$

TH3: Được 28 điểm

$$\Rightarrow P(D_3) = C_3^1 \cdot 0,25 \cdot (0,15)^2 + C_3^1 \cdot 0,15 \cdot (0,2)^2 = 0,034875$$

$$\text{Vậy } P(D) = P(D_1) + P(D_2) + P(D_3) = 0,05175$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 7. Trong lần đầu tiên nuôi gà, một trang trại do thiếu kinh nghiệm nên dự tính lượng thức ăn cho gà hằng ngày là không đổi và đã dự trữ thức ăn đủ dùng trong 50 ngày. Nhưng thực tế, theo sự phát triển của gà, để đảm bảo chất lượng thì kể từ ngày thứ 2 trở đi lượng thức ăn nuôi gà mỗi ngày của trang trại đã tăng thêm 1% so với ngày trước đó. Hỏi lượng thức ăn mà trang trại dự trữ đủ dùng cho gà ăn tối đa bao nhiêu ngày mà vẫn đảm bảo chất lượng ăn mỗi ngày? (lấy kết quả số ngày là số nguyên).

Lời giải

Gọi a là lượng thức ăn hằng ngày theo dự kiến thì tổng lượng thức ăn đã dự trữ là $50a$. Giả sử lượng thức ăn đủ dùng cho tối đa n ngày.

Ta có lượng thức ăn tiêu thụ trong ngày thứ k ($1 \leq k \leq n$) là $a \cdot 1,01^{k-1}$.

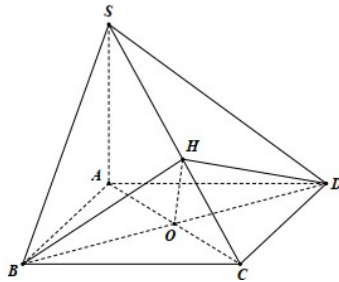
$$a(1 + 1,01 + 1,01^2 + \dots + 1,01^{n-1}) \leq 50a \Leftrightarrow \frac{1,01^n - 1}{1,01 - 1} \leq 50 \Leftrightarrow 1,01^n \leq \frac{3}{2} \Leftrightarrow n \leq 40,75$$

Do đó phải có:

Vậy lượng thức ăn đủ dùng cho tối đa 40 ngày.

Câu 8. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 3 và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết góc nhị diện $[B, SC, D]$ bằng 120° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

Lời giải



Kẻ $BH \perp SC$, khi đó $[B, SC, D] = \angle BHD = 120^\circ \Rightarrow \angle BHO = 60^\circ$.

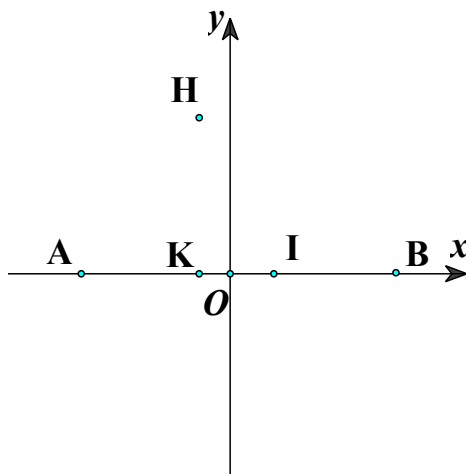
Mặt khác $OC = OB = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ suy ra $OH = \frac{OB}{\tan \angle BHO} = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow CH = \sqrt{OC^2 - OH^2} = \sqrt{3}$.

Vì $\triangle CHO \sim \triangle CAS$ nên $\frac{SA}{OH} = \frac{CA}{CH} \Rightarrow SA = \frac{CA \cdot OH}{CH} = 3$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = 9$.

Câu 9. Một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần màu xám trong hình vẽ) quanh trục AB . Miền (H) được giới hạn bởi đường tròn đường kính AB và cung tròn tâm A . Biết $AB = 8$ cm và điểm K trong hình vẽ thỏa mãn $AK = 3$ cm. Thể tích của khối tròn xoay đó bằng bao nhiêu cm^3 ? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho gốc tọa độ O là trung điểm của AB

Khi đó ta có tọa độ các điểm $A(-4;0); K(-1;0); B(4;0)$

+ Phương trình đường tròn đường kính AB là: $(C_1): x^2 + y^2 = 16 \Rightarrow y^2 = 16 - x^2$

Gọi $H(-1; y), y > 0$, do $H(-1; y) \in (C_1) \Rightarrow y = \sqrt{15} \Rightarrow H(-1; \sqrt{15}) \Rightarrow HK = \sqrt{15}$.

$$\Rightarrow AH = \sqrt{AK^2 + HK^2} = \sqrt{3^2 + 15} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}.$$

+ Cung tròn tâm A sẽ có bán kính là AH có phương trình:

$$(C_2): (x+4)^2 + y^2 = 24 \Rightarrow y^2 = 24 - (x+4)^2 = -x^2 - 8x + 8.$$

+ Gọi V thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần màu xám trong hình vẽ) quanh trục AB .

+ Gọi V_1 là phần thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (C_1) trên khoảng từ K đến B quanh trục AB .

$$\Rightarrow V_1 = \pi \int_{-1}^4 (16 - x^2) dx = \frac{175\pi}{3}.$$

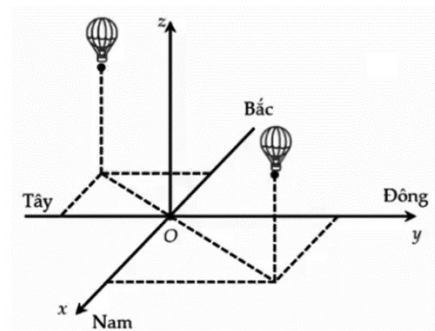
+ Gọi V_2 là phần thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (C_2) trên khoảng từ K đến I quanh trục AB .

Gọi $I(x; 0) \in (C_2), x > 0 \Rightarrow (x+4)^2 = 24 \Rightarrow x = 2\sqrt{6} - 4$.

$$\Rightarrow V_2 = \pi \int_{-1}^{2\sqrt{6}-4} (-x^2 - 8x + 8) dx \approx 48,32923021$$

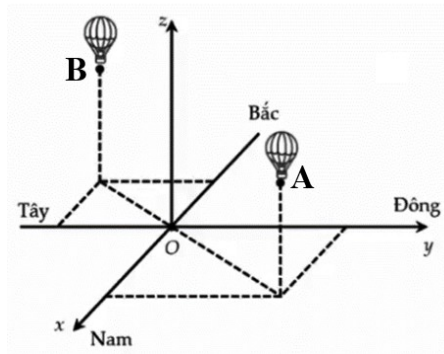
$$\text{Khi đó ta có: } V = V_1 - V_2 = \frac{175\pi}{3} - 48,32923021 \approx 134,93 \Rightarrow V = 135 \text{ cm}^3$$

Câu 10. Trong không gian, xem mặt đất là phẳng, gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong đó mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị đo trên mỗi trục là km). Người ta quan sát thấy có hai chiếc khinh khí cầu đang bay trên bầu trời. Tại thời điểm bắt đầu quan sát, chiếc thứ nhất đang ở vị trí điểm $A(2; 1,5; 0,5)$ và bay thẳng về phía Bắc với tốc độ không đổi là 60 km/h, còn chiếc thứ hai đang ở vị trí điểm $B(-1; -1; 0,8)$ và bay thẳng về phía Đông với tốc độ không đổi là 40 km/h (tham khảo hình vẽ).



Biết rằng trong suốt quá trình bay thì hai chiếc khinh khí cầu luôn giữ nguyên độ cao so với mặt đất. Khoảng cách ngắn nhất giữa hai chiếc khinh khí cầu bằng bao nhiêu km? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải



+ Gọi $\vec{v}_A$ là vận tốc của chiếc khinh khí cầu thứ nhất và bay về hướng bắc nên $\vec{v}_A$ ngược hướng với $\vec{i} = (1; 0; 0)$. Sau thời gian t thì vị trí của khinh khí cầu thứ nhất ở vị trí $A'(2 - 60t; 1,5; 0,5)$.

+ Gọi $\vec{v}_B$ là vận tốc của chiếc khinh khí cầu thứ hai và bay về hướng đông nên $\vec{v}_B$ cùng hướng với $\vec{j} = (0; 1; 0)$. Sau thời gian t thì vị trí của khinh khí cầu thứ hai ở vị trí $B'(-1; -1 + 40t; 0,8)$.

Sau thời gian t khoảng cách giữa hai khinh khí cầu là $A'B'$

Ta có: $A'B'^2 = (60t - 3)^2 + (40t - 2,5)^2 + (0,3)^2 = 5200t^2 - 560t + 15,34$

Đặt $f(t) = 5200t^2 - 560t + 15,34$ là một parabol nên đạt giá trị nhỏ nhất tại đỉnh của parabol

$$\Rightarrow f_{\min}(t) = \frac{171}{650} \text{ khi } t = \frac{7}{130}$$

$$\text{Khi đó } A'B'_{\min} = \sqrt{\frac{171}{650}} \approx 0,51$$

Câu 11. Trong cuộc gặp mặt dặn dò trước khi lên đường tham gia kì thi học sinh giỏi, có 10 bạn trong đội tuyển gồm 2 bạn đến từ lớp 12A, 3 bạn từ lớp 12B, 5 bạn còn lại đến từ 5 lớp khác (mỗi lớp một bạn). Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn kể trên ngồi vào một bàn dài có 10 ghế mà mỗi bên có 5 ghế xếp đối diện nhau. Tính xác suất để không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp án: 0,6

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$.

Gọi A là biến cố “không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau”;

$\overline{A}$ là biến cố “ có ít nhất 2 học sinh cùng lớp ngồi đối diện nhau”;

A_1 là biến cố “ học sinh 12A ngồi đối diện nhau”;

A_2 là biến cố “ học sinh 12B ngồi đối diện nhau”.

Khi đó $n(\overline{A}) = n(A_1) + n(A_2) - n(A_1 \cap A_2)$.

Đếm $n(A_1)$: Trước hết cặp ghế cho 2 HS 12A ngồi có 5 cách, đối chỗ 2 bạn này có $2!$ cách; xếp 8 HS còn lại có $8!$ cách. Do đó $n(A_1) = 5 \cdot 2! \cdot 8!$.

Đếm $n(A_2)$: Chọn cặp ghế chứa 2 HS lớp 12B có 5 cách, chọn 2 HS lớp 12B xếp vào cặp ghế này có A_3^2 cách; xếp 8 HS còn lại có $8!$ cách. Do đó $n(A_2) = 5 \cdot A_3^2 \cdot 8!$.

Đếm $n(A_1 \cap A_2)$: Chọn 2 cặp ghế trong 5 cặp ghế có C_5^2 cách; trong 2 cặp này chọn 1 cặp cho 2 HS lớp 12A có 2 cách, đối chỗ 2 HS này có $2!$ cách; chọn 2 HS lớp 12B xếp vào cặp ghế còn lại có A_3^2 cách; xếp 6 HS còn lại có $6!$ cách. Do đó $n(A_1 \cap A_2) = C_5^2 \cdot 2 \cdot 2! \cdot A_3^2 \cdot 6!$.

Từ đó $P(\overline{A}) = \frac{25}{63} \Rightarrow P(A) = \frac{38}{63} \approx 0,6$.

Câu 12. Chi phí về nhiên liệu của một con tàu được chia làm hai phần. Phần chi phí thứ nhất không phụ thuộc vào tốc độ tàu và bằng 480 nghìn đồng mỗi giờ. Chi phí phần thứ hai trên 1 km đường tỉ lệ thuận với lập phương của tốc độ tàu, khi tốc độ bằng 20 km/h thì chi phí phần thứ hai bằng 100 nghìn đồng mỗi giờ. Giả sử con tàu đó luôn giữ nguyên tốc độ di chuyển, để tổng chi phí nhiên liệu trên 1 km đường là nhỏ nhất thì tốc độ của con tàu đó bằng bao nhiêu km/h ? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp án: 22,5

Gọi $x(\text{km/h})$ là tốc độ của tàu. Thời gian tàu chạy quãng đường 1 km là $\frac{1}{x}$ (giờ).

Chi phí tiền nhiên liệu phần thứ nhất cho quãng đường 1 km là: $\frac{1}{x} \cdot 480$ (nghìn đồng).

Gọi y (nghìn đồng) là chi phí nhiên liệu phần thứ hai cho quãng đường 1 km ứng với tốc độ x . Ta có y tỉ lệ thuận với lập phương tốc độ nên $y = kx^3$ với $k > 0$.

Khi tốc độ $x = 20 (\text{km/h})$ thì thời gian tàu chạy 1 km là $\frac{1}{20}$ (giờ) nên chi phí phần thứ 2 cho quãng đường 1 km là $\frac{1}{20} \cdot 100 = 5$ (nghìn đồng).

Suy ra $5 = k \cdot 20^3$ nên $k = \frac{5}{20^3} = \frac{1}{1600}$, do đó $y = \frac{x^3}{1600}$.

Vậy tổng chi phí tiền nhiên liệu cho 1 km đường là: $P(x) = \frac{480}{x} + \frac{x^3}{1600}$.

Bài toán trở thành tìm x để $P(x)$ nhỏ nhất.

Có $P'(x) = -\frac{480}{x^2} + \frac{3x^2}{1600}$; $P'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3x^2}{1600} = \frac{480}{x^2} \Leftrightarrow x = 4\sqrt[4]{1000}$.

Lập bảng biến thiên suy ra $P(x)$ đạt GTNN tại $x = 4\sqrt[4]{1000}$.

Vậy để tổng chi phí trên 1 km đường nhỏ nhất thì vận tốc của tàu là $x = 4\sqrt[4]{1000} \approx 22,5 \text{ (km/h)}$.