

Họ và tên học sinh: Lớp: Số báo danh:Mã đề 000

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1. Phương trình $\cos x = 0$ có tập nghiệm là:

A. $\left\{x \in \mathbb{R} / x = \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})\right\}$.

B. $\left\{x \in \mathbb{R} / x = k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})\right\}$.

C. $\left\{x \in \mathbb{R} / x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})\right\}$.

D. $\left\{x \in \mathbb{R} / x = k\pi \ (k \in \mathbb{Z})\right\}$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Tính công sai d .

A. $d = 7$.

B. $d = 5$.

C. $d = 8$.

D. $d = 6$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$.

B. $\int f(x)dx = e^x + 2x^2 + C$.

C. $\int f(x)dx = e^x - x^2 + C$.

D. $\int f(x)dx = e^x + x^2 + C$.

Câu 4. Nếu $\int_{-3}^1 f(x)dx = -2$ thì $\int_{-3}^1 [2 - 5f(x)]dx$ bằng

A. 18.

B. 6.

C. 12.

D. -4.

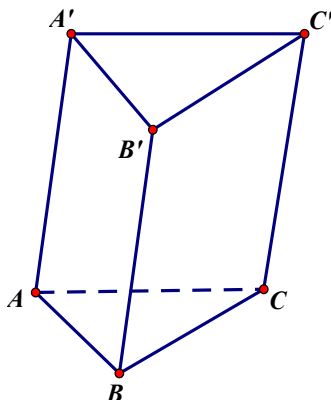
Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

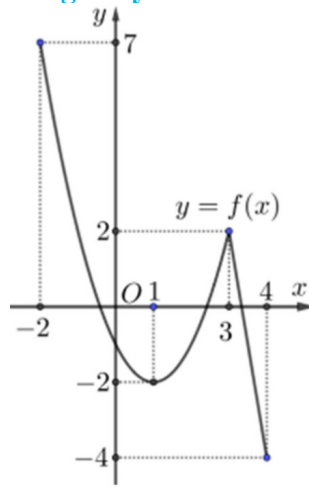
B. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

C. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.



Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[-2; 4]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ là



- A. 3. B. 2. C. -2. D. 7.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là

- A. $(0; 6)$. B. $(-\infty; 6)$. C. $(0; 64)$. D. $(6; +\infty)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) có phương trình $7x - 43y - 6z + 264 = 0$. Điểm nào trong các điểm sau **không** thuộc mặt phẳng (Q) ?

- A. $B(7; 7; 2)$. B. $C(-1; 5; 7)$. C. $H(-7; 5; 0)$. D. $D(0; -1; -5)$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $2x - z + 1 = 0$. Tọa độ một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (2; 0; 1)$. B. $\vec{n} = (2; -1; 0)$. C. $\vec{n} = (2; 0; -1)$. D. $\vec{n} = (2; -1; 1)$.

Câu 10. Mỗi ngày anh Nam đều chơi môn Pickleball để rèn luyện sức khỏe. Qua thống kê thời gian một tuần chơi (đơn vị: giờ) của anh Nam tính được phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 0,1314. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là (Làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 3,39. B. 11,62. C. 0,36. D. 0,13.

Câu 11. Cho khối chóp $O.ABC$ có OA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại A và $OA = 2$, $AB = 3$, $AC = 6$. Thể tích của khối chóp $O.ABC$ bằng.

- A. 36. B. 6. C. 12. D. 18.

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và AB bằng?

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) có phương trình $-10x + 43y - 7z - 1 = 0$. Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau

- a) $\vec{n} = (10; -43; 7)$ không phải là một vector pháp tuyến của (Q) .
b) Điểm $K(5; 2; 5)$ thuộc mặt phẳng (Q) .
c) Mặt phẳng (Q) và mặt phẳng $(P): -20x + 86y - 14z - 1 = 0$ cắt nhau.
d) Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $H(6; 2; 5), C(2; 2; -3)$ và vuông góc với (Q) có phương trình dạng $ax + by + cz - 1308 = 0$. Khi đó $a + b + c = 224$.

Câu 2. Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0008x + 10,4$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

- a) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức $P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x$.
- b) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.
- c) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 100.
- d) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.

Câu 3. Xác suất sút bóng thành công tại chấm 11 mét của hai cầu thủ Đình Bắc và Thái Sơn lần lượt là 0,8 và 0,7. Biết mỗi cầu thủ sút một quả tại chấm 11 mét và hai người sút độc lập.

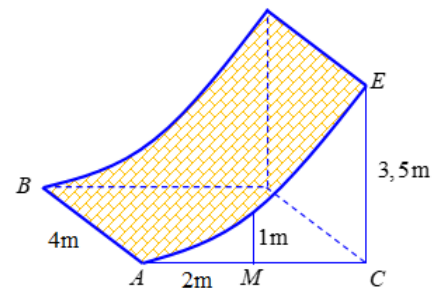
- a) Xác suất sút không thành công tại chấm 11 của cầu thủ Đình Bắc là 0,2.
- b) Xác suất sút không thành công tại chấm 11 của cầu thủ Thái Sơn là 0,06.
- c) Xác suất cả hai cầu thủ sút không thành công tại chấm 11 là 0,3.
- d) Xác suất để ít nhất một người sút bóng thành công là 0,94.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 9$.

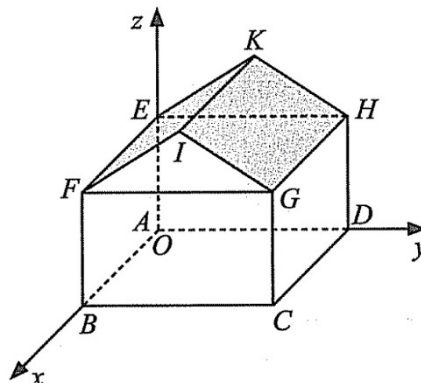
- a) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = 3x^2 - 3$.
- b) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{-1; 1\}$.
- c) $f(1) = 9$.
- d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 11.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Ông A dự định xây “tường cong” trong sân trượt patin là một khối bê tông có chiều cao từ mặt đất lên là 3,5m. Giao của mặt tường cong và mặt đất là đoạn thẳng $AB = 4$ m. Thiết diện của khối tường cong cắt bởi mặt phẳng vuông góc với AB tại A là một hình tam giác vuông cong ACE với $AC = 4$ m, $CE = 3,5$ m và cạnh cong AE nằm trên một đường parabol có trục đối xứng vuông góc với mặt đất. Tại vị trí M là trung điểm của AC thì tường cong có độ cao 1m (xem hình minh họa bên). Tính thể tích bê tông cần sử dụng để tạo nên khối tường cong đó.

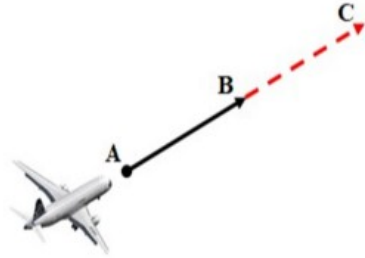


Câu 2: Một nhà kho được mô hình hoá trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ và hai mái $EFIK$, $HGIK$ có kích thước bằng nhau như hình vẽ.



Biết rằng chiều cao của nhà kho là 9 m và các bức tường của nhà kho tạo thành hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ với $AB = 10$ m, $AD = 24$ m, $AE = 7$ m. Mặt phẳng $(EFIK)$ có phương trình $ax + y + bz + c = 0$. Tìm giá trị của $a - b + c$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ O_{xyz} (đơn vị đo lấy theo km), một Radar phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(812; 600; 5)$ đến điểm $B(950; 530; 6)$ trong 10 phút.



Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $C(x; y; z)$. Khi đó $x + y + z$ bằng bao nhiêu?

Câu 4: Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}^*; 1 \leq x \leq 4500$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -0,01x^2 + 450x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất

biên bản cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{30000}{x} + 340$ (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

Câu 5. Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu như nhau.

Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi.

Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Biết $MN = a\sqrt{3}$. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN CHẤM

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Mã đề	Đáp án											
000	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	A	D	D	A	C	C	B	D	C	C	B	A

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
000	a)S-b)D-c)S-d)D	a)S-b)D-c)S-d)S	a)D-b)S-c)S-d)D	a)D-b)D-c)S-d)S

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
000	20	48	1555	1347	0,18	0,5

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Phương trình $\cos x = 0$ có tập nghiệm là:

- A.** $\left\{ x \in \mathbb{R} / x = \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \right\}$ **B.** $\left\{ x \in \mathbb{R} / x = k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \right\}$
C. $\left\{ x \in \mathbb{R} / x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \right\}$ **D.** $\left\{ x \in \mathbb{R} / x = k\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \right\}$

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Tính công sai d .

- A.** $d = 7$. **B.** $d = 5$. **C.** $d = 8$. **D.** $d = 6$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

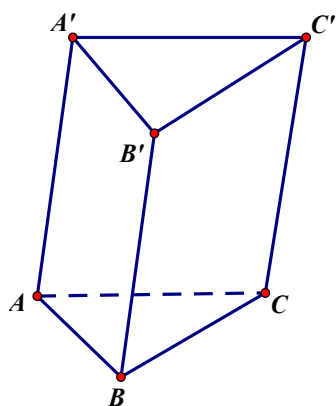
- A.** $\int f(x) dx = e^x + 2x + C$ **B.** $\int f(x) dx = e^x + 2x^2 + C$
C. $\int f(x) dx = e^x - x^2 + C$ **D.** $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C$

Câu 4: Nếu $\int_{-3}^1 f(x) dx = -2$ thì $\int_{-3}^1 [2 - 5f(x)] dx$ bằng

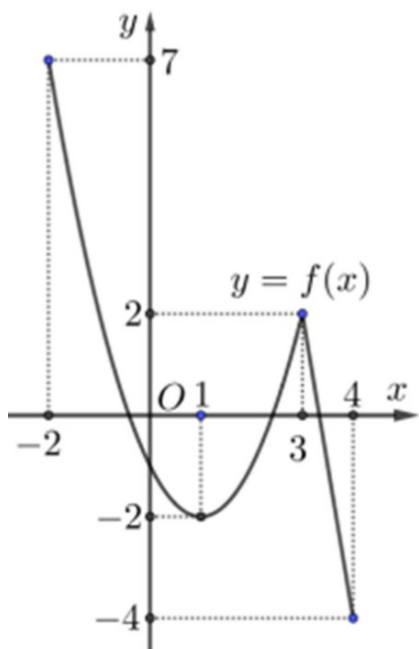
- A.** 18. **B.** 6. **C.** 12. **D.** -4.

Câu 5: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ **B.** $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ **C.** $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ **D.** $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$



Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[-2; 4]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ là



- A. 3. B. 2. C. -2. D. 7.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là

- A. $(0; 6)$ B. $(-\infty; 6)$ C. $(0; 64)$ D. $(6; +\infty)$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) có phương trình $7x - 43y - 6z + 264 = 0$. Điểm nào trong các điểm sau **không** thuộc mặt phẳng (Q) ?

- A. $B(7; 7; 2)$ B. $C(-1; 5; 7)$ C. $H(-7; 5; 0)$ D. $D(0; -1; -5)$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$. Tọa độ một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (2; 0; 1)$ B. $\vec{n} = (2; -1; 0)$ C. $\vec{n} = (2; 0; -1)$ D. $\vec{n} = (2; -1; 1)$

Câu 10: Mỗi ngày anh Nam đều chơi môn Pickleball để rèn luyện sức khỏe. Qua thống kê thời gian một tuần chơi (đơn vị: giờ) của anh Nam tính được phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 0,1314. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là (Làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 3,39 B. 11,62 C. 0,36 D. 0,13

Câu 11: Cho khối chóp $O.ABC$ có OA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại A và $OA = 2$, $AB = 3$, $AC = 6$. Thể tích của khối chóp $O.ABC$ bằng.

- A. 36 B. 6 C. 12 D. 18

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và AB bằng?

- A. 45° B. 60° C. 30° D. 90°

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) có phương trình $-10x + 43y - 7z - 1 = 0$. Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau

- a) $\vec{n} = (10; -43; 7)$ không phải là một vector pháp tuyến của (Q) .

- b)** Điểm $K(5; 2; 5)$ thuộc mặt phẳng (Q) .
- c)** Mặt phẳng (Q) và mặt phẳng $(P): -20x + 86y - 14z - 1 = 0$ cắt nhau.
- d)** Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $H(6; 2; 5), C(2; 2; -3)$ và vuông góc với (Q) có phương trình dạng $ax + by + cz - 1308 = 0$. Khi đó $a + b + c = 224$.

Lời giải

a-sai, b-đúng, c-sai, d-đúng.

a) Khẳng định đã cho là khẳng định **sai**.

$\vec{n} = (10; -43; 7)$ là một vectơ pháp tuyến của (Q)

b) Khẳng định đã cho là khẳng định **đúng**.

Tọa độ điểm $K(5; 2; 5)$ thỏa mãn phương trình $-10x + 43y - 7z - 1 = 0$ nên điểm K thuộc mặt phẳng (Q) .

c) Khẳng định đã cho là khẳng định **sai**.

$\vec{n}_q = (-10; 43; -7), \vec{n}_p = (-20; 86; -14)$

Ta có: $\vec{n}_q = 2\vec{n}_p$ và $-1 \neq 2 \cdot (-1)$ nên (Q) và (P) song song nhau.

d) Khẳng định đã cho là khẳng định **đúng**.

$\vec{n}_q = (-10; 43; -7), \vec{HC} = (-4; 0; -8)$

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}_q, \vec{HC}$ làm cặp vectơ chỉ phương.

$[\vec{n}_q, \vec{HC}] = (344; 52; -172)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Phương trình $(P): 344(x - 6) + 52(y - 2) - 172(z - 5) = 0 \Leftrightarrow 344x + 52y - 172z - 1308 = 0$

Khi đó: $a + b + c = 224$.

Câu 2: Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0008x + 10,4$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

a) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức $P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x$.

b) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.

c) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 100.

d) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.

Lời giải

a) Sai. Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức $P(x) = -0,0004x^2 + 10,4x$.

$$P(x) = \int P'(x)dx = \int (-0,0008x + 10,4)dx = -0,0004x^2 + 10,4x + C$$

Lợi nhuận ban đầu chưa có nên $P(0) = 0 \Rightarrow C = 0$

Vậy $P(x) = -0,0004x^2 + 10,4x$

b) Đúng. Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.

Ta có $P(50) = -0,0004 \cdot 50^2 + 10,4 \cdot 50 = 519$ (triệu đồng).

c) Sai. Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 100.

Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a ($a \in \mathbb{R}$) đơn vị sản phẩm là

$$\int_{50}^a P'(x)dx = \int_{50}^a (-0,0008x + 10,4)dx = \left(-0,0004x^2 + 10,4x\right)\Big|_{50}^a = -0,0004a^2 + 10,4a - 519$$

triệu đồng.

Theo đề ta có

$$-0,0004a^2 + 10,4a - 519 > 517 \Leftrightarrow -0,0004a^2 + 10,4a - 1036 > 0 \Leftrightarrow 100 < a < 25900$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của a là 101.

d) Sai. Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 51,79 triệu đồng.

Ta có $\int_{50}^{55} P'(x)dx = \int_{50}^{55} (-0,0008x + 10,4)dx = \left(-0,0004x^2 + 10,4x\right)\Big|_{50}^{55} = 51,79$ triệu đồng.

Câu 3: Xác suất sút bóng thành công tại chấm 11 mét của hai cầu thủ Đình Bắc và Thái Sơn lần lượt là 0,8 và 0,7. Biết mỗi cầu thủ sút một quả tại chấm 11 mét và hai người sút độc lập.

a) Xác suất sút không thành công tại chấm 11 của cầu thủ Đình Bắc là 0,2

b) Xác suất sút không thành công tại chấm 11 của cầu thủ Thái Sơn là 0,06

c) Xác suất cả hai cầu thủ sút không thành công tại chấm 11 là 0,3

d) Xác suất để ít nhất một người sút bóng thành công là: 0,94.

Lời giải: a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

a) Xác suất sút không thành công tại chấm 11 của cầu thủ Đình Bắc là $1 - 0,8 = 0,2$

b) Xác suất sút không thành công tại chấm 11 của cầu thủ Thái Sơn là $1 - 0,7 = 0,3$

c) Xác suất cả hai cầu thủ sút không thành công tại chấm 11 là $0,2 \cdot 0,3 = 0,06$

d) Xác suất để ít nhất một người sút bóng thành công là: $1 - 0,06 = 0,94$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 9$.

a) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = 3x^2 - 3$.

b) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{-1; 1\}$.

c) $f(1) = 9$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 11.

Lời giải

a) **Đúng**

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 91 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3$.

b) **Đúng**

Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{-1; 1\}$.

c) **Sai**

Ta có $f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1 + 91 = 88$.

d) **Sai**

Ta có trên $[-2; 2]$

$f(-2) = 7$; $f(-1) = 11$; $f(1) = 7$; $f(2) = 7$.

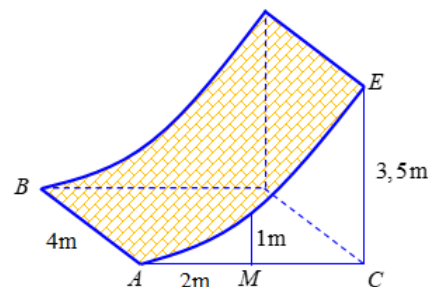
Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 7 khi $x = 1$; $x = -2$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

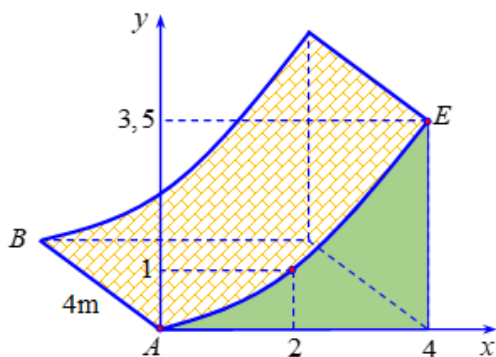
Câu 1: Ông A dự định xây “tường cong” trong sân trượt patin là

một khối bê tông có chiều cao từ mặt đất lên là $3,5\text{ m}$. Giao của mặt tường cong và mặt đất là đoạn thẳng $AB = 4\text{ m}$. Thiết diện của khối tường cong cắt bởi mặt phẳng vuông góc với AB tại A là một hình tam giác vuông cong ACE với $AC = 4\text{ m}$,

$CE = 3,5\text{ m}$ và cạnh cong AE nằm trên một đường parabol có trục đối xứng vuông góc với mặt đất. Tại vị trí M là trung điểm của AC thì tường cong có độ cao 1 m (xem hình minh họa bên). Tính thể tích bê tông cần sử dụng để tạo nên khối tường cong đó.



Lời giải: Đáp án: 20



Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ sao cho $A \equiv O$

$\Rightarrow$ cạnh cong AE nằm trên parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$

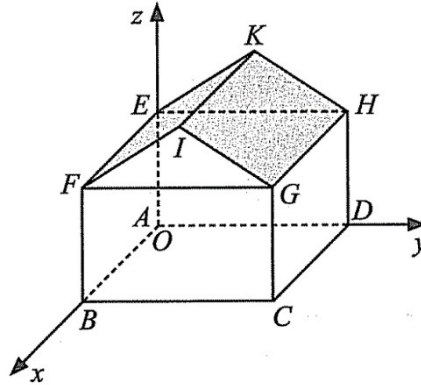
(P) đi qua các điểm $(0;0)$, $(2;1)$ và $\left(4;\frac{7}{2}\right)$ nên $(P): y = \frac{3}{16}x^2 + \frac{1}{8}x$

$$S = \int_0^4 \left(\frac{3}{16}x^2 + \frac{1}{8}x \right) dx = 5 \text{ m}^2$$

Khi đó diện tích tam giác cong ACE có diện tích

Vậy thể tích khối bê tông cần sử dụng là $V = 5.4 = 20 \text{ m}^3$

Câu 2: Một nhà kho được mô hình hoá trong không gian với hệ trục tọa độ O_{xyz} và hai mái $EFIK, HGIK$ có kích thước bằng nhau như hình vẽ.



Biết rằng chiều cao của nhà kho là 9 m và các bức tường của nhà kho tạo thành hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ với $AB = 10 \text{ m}$, $AD = 24 \text{ m}$, $AE = 7 \text{ m}$. Mặt phẳng $(EFIK)$ có phương trình $ax + y + bz + c = 0$. Tìm giá trị của $a - b + c$.

Lời giải: Đáp án: 48

Do $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 10$; $AD = 12$ nên tọa độ điểm $B(10;0;0)$; $C(10;12;0)$

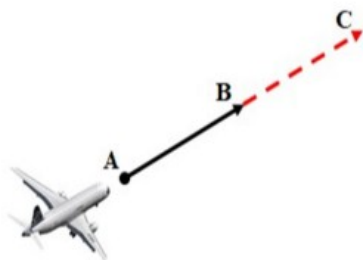
Hình chiếu của I trên mặt phẳng (Oxy) là trung điểm của BC nên tọa độ điểm $I(10;12;9)$

Khi đó: $E(0;0;7)$, $F(10;0;7)$, $I(10;12;9)$ $\overrightarrow{EF} = (10;0;0)$, $\overrightarrow{EI} = (10;12;2)$

Mặt phẳng $(EFIK)$ có vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EI}] = (0;1;-6)$

Phương trình mặt phẳng $(EFIK): y - 6z + 42 = 0$. Suy ra $a - b + c = 48$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ O_{xyz} (đơn vị đo lấy theo km), một Radar phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(812;600;5)$ đến điểm $B(950;530;6)$ trong 10 phút.



Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $C(x; y; z)$. Khi đó $x + y + z$ bằng bao nhiêu?

Lời giải **Đáp án: 1555.**

Do chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ A đến B trong 10 phút và từ B đến C trong 10 phút.

Nên suy ra $AB = BC$ và A, B, C thẳng hàng.

Suy ra B là trung điểm của AC

$$\Rightarrow \begin{cases} x_B = \frac{x_A + x_C}{2} \\ y_B = \frac{y_A + y_C}{2} \\ z_B = \frac{z_A + z_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 950 = \frac{812 + x}{2} \\ 530 = \frac{600 + y}{2} \\ 6 = \frac{5 + z}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1088 \\ y = 460 \\ z = 7 \end{cases}$$

Vậy $x + y + z = 1555$.

Câu 4: Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}^*; 1 \leq x \leq 4500$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -0,01x^2 + 450x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{30000}{x} + 340$ (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

Lời giải

Đáp án: 1347

Lợi nhuận khi bán hết x sản phẩm với ($x \in \mathbb{N}^*; 1 \leq x \leq 4500$) là:

$$\begin{aligned} L(x) &= F(x) - x \cdot G(x) = -0,01x^2 + 450x - 30000 - 340x \\ \Rightarrow L(x) &= -0,01x^2 + 110x - 30000 \quad (\text{nghìn đồng}). \end{aligned}$$

Để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng $= 100000$ (nghìn đồng).

$$\Rightarrow L(x) > 100000 \Leftrightarrow -0,01x^2 + 110x - 30000 > 100000$$

$$\Leftrightarrow -0,01x^2 + 110x - 130000 > 0 \Leftrightarrow 1346,68... < x < 9653,31...$$

Giao với điều kiện ($x \in \mathbb{N}^*; 1 \leq x \leq 4500$) $\Rightarrow 1346,68... < x \leq 4500 \Rightarrow x_{\min} = 1347$ (sản phẩm)

Vậy doanh nghiệp cần sản xuất ít nhất 1347 (sản phẩm)

Câu 5. Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu như nhau.

Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi.

Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải **Đáp án: 0,18**

Gọi A là biến cố không có hai người liền kề cùng đứng.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 2^8 = 256$.

Rõ ràng nếu nhiều hơn 4 đồng xu ngửa thì biến cố A không xảy ra.

Để biến cố A xảy ra có các trường hợp sau:

TH1: Có nhiều nhất 1 đồng xu ngửa. Kết quả của trường hợp này là $1 + 8 = 9$.

TH2: Có 2 đồng xu ngửa.

Hai đồng xu ngửa kề nhau: có 8 khả năng.

Suy ra số kết quả của trường hợp này là $C_8^2 - 8 = 20$.

TH3: Có 3 đồng xu ngửa.

Cả 3 đồng xu ngửa kề nhau: có 8 kết quả.

Trong 3 đồng xu ngửa, có đúng một cặp kề nhau: có $8 \cdot 4 = 32$ kết quả.

Suy ra số kết quả của trường hợp này là $C_8^3 - 8 - 32 = 16$.

TH4: Có 4 đồng xu ngửa.

Trường hợp này có 2 kết quả thỏa mãn biến cố A xảy ra.

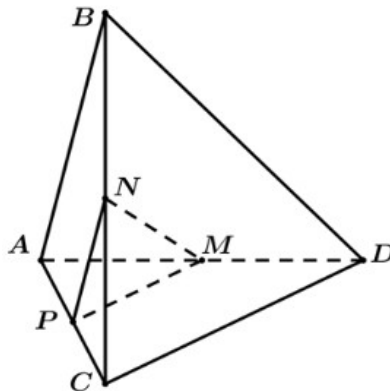
Như vậy $n(A) = 9 + 20 + 16 + 2 = 47$.

Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là $P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{47}{256}$.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Biết $MN = a\sqrt{3}$. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

Lời giải

Đáp án: 0,5



Gọi P là trung điểm AC , ta có $PM \parallel CD$ và $PN \parallel AB$, suy ra $(\overline{AB}, \overline{CD}) = (\overline{PM}, \overline{PN})$.

Dễ thấy $PM = PN = a$.

Xét $\triangle PMN$ ta có $\cos \widehat{MPN} = \frac{PM^2 + PN^2 - MN^2}{2PM \cdot PN} = \frac{a^2 + a^2 - 3a^2}{2 \cdot a \cdot a} = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \widehat{MPN} = 120^\circ \Rightarrow (\overline{AB}, \overline{CD}) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow \cos(\overline{AB}, \overline{CD}) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2} = 0,5$.