

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 LỰA CHỌN

- Câu 1.** [NB] Điều kiện để $\log_a M$ có nghĩa là
A. $a > 0, a \neq 1, M > 0$. **B.** $a \geq 0, M \neq 0$. **C.** $a > 1, M > 0$. **D.** $a \neq 0, M > 1$.
- Câu 2.** [NB] Giá trị của $\log_7 1$ bằng
A. -1 . **B.** 0 . **C.** 1 . **D.** 7 .
- Câu 3.** [TH] Giá trị của $\log_3 \frac{1}{27}$ bằng
A. -3 . **B.** -2 . **C.** 2 . **D.** 3 .
- Câu 4.** [TH] Biết $\log_2 x = 5$. Khi đó x bằng
A. 10 . **B.** 16 . **C.** 25 . **D.** 32 .
- Câu 5.** [TH] Số thực dương x thỏa mãn $\log_x 64 = 3$ là
A. 2 . **B.** 4 . **C.** 8 . **D.** 16 .
- Câu 6.** [VD] Biết $\log_4 M = -\frac{3}{2}$. Giá trị của M bằng
A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** 8 .
- Câu 7.** [NB] Với các biểu thức có nghĩa, công thức nào sau đây đúng?
A. $\log_a (MN) = \log_a M + \log_a N$. **B.** $\log_a (MN) = \log_a M \cdot \log_a N$.
C. $\log_a (M + N) = \log_a M + \log_a N$. **D.** $\log_a (M - N) = \log_a M - \log_a N$.
- Câu 8.** [NB] Với $M > 0$ và α là số thực, công thức nào sau đây đúng?
A. $\log_a M^\alpha = \log_a M + \alpha$. **B.** $\log_a M^\alpha = \alpha \log_a M$. **C.** $\log_a M^\alpha = (\log_a M)^\alpha$. **D.** $\log_a M^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a M$.
- Câu 9.** [TH] Giá trị của $\log_5 20 + \log_5 25 - \log_5 4$ bằng
A. 2 . **B.** 3 . **C.** 4 . **D.** 5 .
- Câu 10.** [TH] Giá trị của $\log_2 48 - \log_2 3$ bằng
A. 3 . **B.** 4 . **C.** 5 . **D.** 6 .
- Câu 11.** [TH] Giá trị của $2\log_3 5 - \log_3 25$ bằng
A. -1 . **B.** 0 . **C.** 1 . **D.** 2 .
- Câu 12.** [VD] Với $x > 1$, biết $\log_2 (x^2 - 1) - \log_2 (x - 1) = 4$. Giá trị của x bằng
A. 7 . **B.** 8 . **C.** 15 . **D.** 17 .
- Câu 13.** [VD] Giá trị của $\log_3 7 + \log_3 9 - \log_3 21$ bằng
A. 0 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** 3 .
- Câu 14.** [NB] Công thức đổi cơ số nào sau đây đúng?
A. $\log_a M = \frac{\log_b a}{\log_b M}$. **B.** $\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$. **C.** $\log_a M = \log_b M - \log_b a$. **D.** $\log_a M = \log_b M \cdot \log_b a$.
- Câu 15.** [TH] Giá trị của $\log_8 4$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.

Câu 16. [TH] Nếu $\log_2 5 = p$ thì $\log_5 2$ bằng

- A. $-p$. B. $\frac{1}{p}$. C. p^2 . D. $\frac{p}{2}$.

Câu 17. [TH] Giá trị của $\log_9 27$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.

Câu 18. [VD] Đặt $p = \log_2 3$. Khi đó $\log_{12} 18$ bằng

- A. $\frac{1+p}{2+p}$. B. $\frac{1+2p}{2+p}$. C. $\frac{2+p}{1+2p}$. D. $\frac{2p}{1+p}$.

Câu 19. [NB] Lôgarit thập phân của số dương M là lôgarit có cơ số

- A. 2. B. e . C. 10. D. M .

Câu 20. [NB] Kí hiệu $\ln M$ chỉ

- A. $\log_2 M$. B. $\log_e M$. C. $\log_{10} M$. D. e^M .

Câu 21. [TH] Giá trị của $\log_{0,001}$ bằng

- A. -3 . B. -2 . C. 2. D. 3.

Câu 22. [TH] Giá trị của $\ln e^{-2}$ bằng

- A. -2 . B. -1 . C. 1. D. 2.

Câu 23. [TH] Số e được giới thiệu trong bài có giá trị gần đúng là

- A. 1,7183. B. 2,1783. C. 2,7183. D. 3,7183.

Câu 24. [VD] Dùng máy tính cầm tay và làm tròn đến bốn chữ số thập phân, giá trị của $\log_7 20$ là

- A. 1,4395. B. 1,5395. C. 1,6395. D. 2,5395.

Câu 25. [TH] Độ pH của một dung dịch bằng $-\log C$, trong đó C là nồng độ ion hydrogen. Nếu $C = 10^{-5}$ thì độ pH bằng

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 10.

Câu 26. [TH] Một dung dịch có pH bằng $6,3$. Theo công thức pH bằng $-\log C$, nồng độ ion hydrogen C được biểu diễn bởi

- A. $10^{6,3}$. B. $10^{-6,3}$. C. $-10^{6,3}$. D. $6,3 \cdot 10^{-1}$.

Câu 27. [NB] Với vốn ban đầu P , lãi suất hằng năm r và thời gian t năm, công thức lãi kép liên tục trong bài là

- A. $A = P(1+r)^t$. B. $A = P(1+rt)$. C. $A = Pe^{rt}$. D. $A = P + e^{rt}$.

Câu 28. [VD] Một khoản vốn 80 triệu đồng được đầu tư theo lãi kép liên tục với lãi suất 5% mỗi năm. Sau 3 năm, số tiền gần nhất với

- A. 90,4 triệu đồng. B. 92,9 triệu đồng.
C. 94,8 triệu đồng. D. 96,2 triệu đồng.

Câu 29. [VD] Theo công thức $t = \frac{\ln 2}{r}$, với lãi suất liên tục 4% mỗi năm, thời gian cần để khoản đầu tư tăng gấp đôi gần nhất với

- A. 14,7 năm. B. 16,2 năm. C. 17,3 năm. D. 20,0 năm.

Câu 30. [VD] Áp suất không khí P và độ cao a liên hệ bởi $a = 15500(5 - \log P)$. Ở độ cao 4650 m, áp suất P gần nhất với

- A. $3,98 \cdot 10^4$ Pa. B. $5,01 \cdot 10^4$ Pa. C. $6,31 \cdot 10^4$ Pa. D. $7,94 \cdot 10^4$ Pa.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI

Câu 1. [NB] Xét các khẳng định về khái niệm lôgarit.

- a) $\log_a M$ chỉ được xác định khi $a > 0$, $a \neq 1$ và $M > 0$.
 b) $\log_a 1 = 0$ với mọi cơ số lôgarit hợp lệ.
 c) $\log_a a = 0$.
 d) Có thể lấy lôgarit của một số âm nếu cơ số lớn hơn 1.

Câu 2. [TH] Xét các khẳng định sau.

- a) $\log_2 16 = 4$. b) $\log_{1/2} 8 = -3$.
 c) Nếu $\log_5 x = 2$ thì $x = 10$. d) $5^{\log_5 7} = 7$.

Câu 3. [TH] Xét các quy tắc tính lôgarit với các biểu thức đều có nghĩa.

- a) $\log_a (MN) = \log_a M + \log_a N$. b) $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M + \log_a N$.
 c) $\log_a M^3 = 3 \log_a M$. d) $\log_a (M + N) = \log_a M + \log_a N$.

Câu 4. [VD] Cho $x > 1$ và $A = \log_2 (x^2 - 1) - \log_2 (x - 1)$. Xét các khẳng định sau.

- a) $A = \log_2 (x + 1)$.
 b) Khi $x = 3$ thì $A = 2$.
 c) Nếu $A = 3$ thì $x = 7$.
 d) Phương trình $A = 1$ có nghiệm $x = 1$ thỏa mãn điều kiện đã cho.

Câu 5. [TH] Xét các khẳng định về đổi cơ số.

- a) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. b) $\log_4 8 = \frac{3}{2}$. c) $\log_{a^2} M = 2 \log_a M$. d) $\log_2 3 \cdot \log_3 2 = 1$.

Câu 6. [VD] Đặt $p = \log_2 3$. Xét các khẳng định sau.

- a) $\log_4 3 = \frac{p}{2}$. b) $\log_8 9 = \frac{2p}{3}$. c) $\log_3 8 = \frac{3}{p}$. d) $\log_6 12 = \frac{1+p}{2+p}$.

Câu 7. [TH] Xét các khẳng định về lôgarit thập phân, lôgarit tự nhiên và số e .

- a) $\log 1000 = 3$. b) $\ln 1 = 0$. c) $\ln e = 0$. d) $e \approx 2,7183$.

Câu 8. [TH] Xét các khẳng định sau.

- a) $\log 0,01 = -2$. b) $\ln e^4 = 4$. c) $\log_2 7 = \frac{\ln 7}{\ln 2}$. d) $\log 10 = -1$.

Câu 9. [VD] Gọi C là nồng độ ion hydrogen của một dung dịch. Biết $C = 10^{-6}$ mol/lít. Xét các khẳng định sau.

- a) Độ pH của dung dịch bằng 6.
 b) Dung dịch có tính acid theo tiêu chí nêu trong bài.
 c) Nếu C giảm xuống 10^{-7} mol/lít thì pH giảm xuống 5.
 d) Dung dịch có pH bằng 7 được xem là trung tính theo nội dung bài.

Câu 10. [VD] Một khoản tiền 100 triệu đồng được gửi trong 1 năm với lãi suất danh nghĩa 6% một năm. Xét ba cách tính lãi: kì hạn 12 tháng, kì hạn 1 tháng và lãi kép liên tục.

a) Theo kì hạn 12 tháng, số tiền cuối năm là 10^6 triệu đồng.

b) Theo kì hạn 1 tháng, số tiền cuối năm được tính bởi $100(1 + 0,06/12)^{12}$.

c) Theo lãi kép liên tục, số tiền cuối năm được tính bởi $100e^{0,06}$.

d) Trong ba cách trên, kì hạn 12 tháng cho số tiền cuối năm lớn nhất.

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [TH] Tính $\log_{1/2} 8$.

Câu 2. [TH] Biết $\log_3 x = 4$. Tìm x .

Câu 3. [TH] Tính $\log_2 12 + \log_2 8 - \log_2 3$.

Câu 4. [VD] Tính $2\log_3 6 - \log_3 4$.

Câu 5. [TH] Tính $\log_{16} 8$. Viết kết quả dưới dạng số thập phân.

Câu 6. [VD] Tính $\log_4 8 \cdot \log_8 16$.

Câu 7. [TH] Tính $\log 10000$.

Câu 8. [TH] Tính $\ln e^3$.

Câu 9. [VD] Một khoản tiền 60 triệu đồng được gửi với lãi kép 7% mỗi năm. Hỏi ít nhất sau bao nhiêu năm số tiền không dưới 90 triệu đồng?

Câu 10. [VD] Mức cường độ âm được tính bởi $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$, với $I_0 = 10^{-12}$. Nếu $I = 10^{-8}$ thì L bằng bao nhiêu decibel?

BẢNG ĐÁP ÁN

Đáp án Phần I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Đáp án	A	B	A	D	B	B	A	B	B	B	B	C	B	B	B
Câu	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Đáp án	B	C	B	C	B	A	A	C	B	B	B	C	B	C	B

Đáp án Phần II

Câu	a)	b)	c)	d)
1	Đ	Đ	S	S
2	Đ	Đ	S	Đ
3	Đ	S	Đ	S
4	Đ	Đ	Đ	S
5	Đ	Đ	S	Đ
6	Đ	Đ	Đ	S
7	Đ	Đ	S	Đ
8	Đ	Đ	Đ	S
9	Đ	Đ	S	Đ
10	Đ	Đ	Đ	S

Đáp án Phần III

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	-3	81	5	2	0,7 5	2	4	3	6	40

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 LỰA CHỌN

Câu 1. [NB]

Điều kiện để $\log_a M$ có nghĩa là

- A. $a > 0, a \neq 1, M > 0$
- B. $a \geq 0, M \neq 0$
- C. $a > 1, M > 0$
- D. $a \neq 0, M > 1$

Đơn vị kiến thức: Khái niệm lôgarit và các tính chất trực tiếp từ định nghĩa.

Lời giải. Theo định nghĩa lôgarit, cơ số phải là số thực dương khác 1 và số lấy lôgarit phải dương. Vì vậy cần đồng thời có $a > 0, a \neq 1$ và $M > 0$.

Vì vậy chọn A.

Câu 2. [NB]

Giá trị của $\log_7 1$ bằng

- A. -1
- B. 0
- C. 1
- D. 7

Đơn vị kiến thức: Khái niệm lôgarit và các tính chất trực tiếp từ định nghĩa.

Lời giải. Vì $7^0 = 1$,

nên theo định nghĩa lôgarit,

$$\log_7 1 = 0.$$

Vì vậy chọn B.

Câu 3. [TH]

Giá trị của $\log_3 \frac{1}{27}$ bằng

- A. -3
- B. -2
- C. 2
- D. 3

Đơn vị kiến thức: Khái niệm lôgarit và các tính chất trực tiếp từ định nghĩa.

Lời giải. Ta có $\frac{1}{27} = 3^{-3}$.

$$\log_3 \frac{1}{27} = \log_3 3^{-3} = -3.$$

Do đó

Vì vậy chọn A.

Câu 4. [TH]

Biết $\log_2 x = 5$. Khi đó x bằng

- A. 10
- B. 16
- C. 25
- D. 32

Đơn vị kiến thức: Khái niệm lôgarit và các tính chất trực tiếp từ định nghĩa.

Lời giải. Từ $\log_2 x = 5$

suy ra $x = 2^5 = 32$.

Vì vậy chọn **D**.

Câu 5. [TH]

Số thực dương x thỏa mãn $\log_x 64 = 3$ là

A. 2

B. 4

C. 8

D. 16

Đơn vị kiến thức: Khái niệm lôgarit và các tính chất trực tiếp từ định nghĩa.

Lời giải.

Từ $\log_x 64 = 3$ suy ra $x^3 = 64$.

Vì $x > 0$ nên $x = 4$.

Vì vậy chọn **B**.

Câu 6. [VD]

Biết $\log_4 M = -\frac{3}{2}$. Giá trị của M bằng

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{8}$

C. $\frac{1}{16}$

D. 8

Đơn vị kiến thức: Khái niệm lôgarit và các tính chất trực tiếp từ định nghĩa.

Lời giải. Theo định nghĩa lôgarit,

$$M = 4^{-\frac{3}{2}}.$$

$$4^{-\frac{3}{2}} = (\sqrt{4})^{-3} = 2^{-3} = \frac{1}{8}.$$

Ta có

Vì vậy chọn **B**.

Câu 7. [NB]

Với các biểu thức có nghĩa, công thức nào sau đây đúng?

A. $\log_a (MN) = \log_a M + \log_a N$

B. $\log_a (MN) = \log_a M \cdot \log_a N$

C. $\log_a (M + N) = \log_a M + \log_a N$

D. $\log_a (M - N) = \log_a M - \log_a N$

Đơn vị kiến thức: Quy tắc tính lôgarit.

Lời giải. Quy tắc lôgarit của một tích là

$$\log_a (MN) = \log_a M + \log_a N.$$

Vì vậy chọn **A**.

Câu 8. [NB]

Với $M > 0$ và α là số thực, công thức nào sau đây đúng?

A. $\log_a M^\alpha = \log_a M + \alpha$

B. $\log_a M^\alpha = \alpha \log_a M$

C. $\log_a M^\alpha = (\log_a M)^\alpha$

D. $\log_a M^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a M$

Đơn vị kiến thức: Quy tắc tính lôgarit.

Lời giải. Quy tắc lôgarit của một lũy thừa là $\log_a M^\alpha = \alpha \log_a M$.

Vì vậy chọn **B**.

Câu 9. [TH]

Giá trị của $\log_5 20 + \log_5 25 - \log_5 4$ bằng

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Đơn vị kiến thức: Quy tắc tính lôgarit.

Lời giải. Gộp các lôgarit cùng cơ số:

$$\log_5 20 + \log_5 25 - \log_5 4 = \log_5 \left(\frac{20 \cdot 25}{4} \right).$$

$$\frac{20 \cdot 25}{4} = 125 = 5^3.$$

Ta có

Do đó $\log_5 125 = 3$.

Vì vậy chọn **B**.

Câu 10. [TH]

Giá trị của $\log_2 48 - \log_2 3$ bằng

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

Đơn vị kiến thức: Quy tắc tính lôgarit.

Lời giải. Dùng quy tắc lôgarit của thương:

$$\log_2 48 - \log_2 3 = \log_2 \frac{48}{3} = \log_2 16 = 4.$$

Vì vậy chọn **B**.

Câu 11. [TH]

Giá trị của $2\log_3 5 - \log_3 25$ bằng

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

Đơn vị kiến thức: Quy tắc tính lôgarit.

Lời giải. Vì $25 = 5^2$ nên $2\log_3 5 = \log_3 5^2 = \log_3 25$.

Do đó $2\log_3 5 - \log_3 25 = 0$.

Vì vậy chọn **B**.

Câu 12. [VD]

Với $x > 1$, biết $\log_2(x^2 - 1) - \log_2(x - 1) = 4$. Giá trị của x bằng

- A. 7
- B. 8
- C. 15
- D. 17

Đơn vị kiến thức: Quy tắc tính lôgarit.

Lời giải. Vì $x > 1$ nên các biểu thức lôgarit đều có nghĩa. Ta có $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$.

Suy ra $\log_2(x^2 - 1) - \log_2(x - 1) = \log_2(x + 1)$.

Theo giả thiết, $\log_2(x + 1) = 4$.

Do đó $x + 1 = 2^4 = 16$,

nên $x = 15$.

Vì vậy chọn C.

Câu 13. [VD]

Giá trị của $\log_3 7 + \log_3 9 - \log_3 21$ bằng

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

Đơn vị kiến thức: Quy tắc tính lôgarit.

Lời giải. Gộp các lôgarit cùng cơ số:

$$\log_3 7 + \log_3 9 - \log_3 21 = \log_3 \left(\frac{7 \cdot 9}{21} \right).$$

Vì $\frac{7 \cdot 9}{21} = 3$, nên $\log_3 3 = 1$.

Vì vậy chọn B.

Câu 14. [NB]

Công thức đổi cơ số nào sau đây đúng?

- A. $\log_a M = \frac{\log_b a}{\log_b M}$
- B. $\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$
- C. $\log_a M = \log_b M - \log_b a$
- D. $\log_a M = \log_b M \cdot \log_b a$

Đơn vị kiến thức: Đổi cơ số của lôgarit.

$$\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}.$$

Lời giải. Công thức đổi cơ số là

Vì vậy chọn B.

Câu 15. [TH]

Giá trị của $\log_8 4$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$
 B. $\frac{2}{3}$
 C. $\frac{3}{2}$
 D. 2

Đơn vị kiến thức: Đổi cơ số của lôgarit.

$$\log_8 4 = \frac{\log_2 4}{\log_2 8} = \frac{2}{3}.$$

Lời giải. Đổi cơ số về cơ số 2:

Vì vậy chọn B.

Câu 16. [TH]

Nếu $\log_2 5 = p$ thì $\log_5 2$ bằng

- A. $-p$
 B. $\frac{1}{p}$
 C. p^2
 D. $\frac{p}{2}$

Đơn vị kiến thức: Đổi cơ số của lôgarit.

$$\log_5 2 = \frac{1}{\log_2 5}.$$

Lời giải. Theo công thức đổi cơ số,

$$\text{Vì } \log_2 5 = p \text{ nên } \log_5 2 = \frac{1}{p}.$$

Vì vậy chọn B.

Câu 17. [TH]

Giá trị của $\log_9 27$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$
 B. 1
 C. $\frac{3}{2}$
 D. 2

Đơn vị kiến thức: Đổi cơ số của lôgarit.

Lời giải. Ta có $9 = 3^2$

và $27 = 3^3$.

$$\log_9 27 = \frac{\log_3 27}{\log_3 9} = \frac{3}{2}.$$

Do đó

Vì vậy chọn C.

Câu 18. [VD]

Đặt $p = \log_2 3$. Khi đó $\log_{12} 18$ bằng

- A. $\frac{1+p}{2+p}$
 B. $\frac{1+2p}{2+p}$
 C. $\frac{2+p}{1+2p}$
 D. $\frac{2p}{1+p}$

Đơn vị kiến thức: Đổi cơ số của lôgarit.

Lời giải. Đổi cơ số về cơ số 2 :

$$\log_{12} 18 = \frac{\log_2 18}{\log_2 12}.$$

Vì $18 = 2 \cdot 3^2$,

nên $\log_2 18 = 1 + 2\log_2 3 = 1 + 2p$.

Mặt khác, $12 = 2^2 \cdot 3$,

nên $\log_2 12 = 2 + \log_2 3 = 2 + p$.

$$\log_{12} 18 = \frac{1+2p}{2+p}.$$

Vậy

Vì vậy chọn B.

Câu 19. [NB]

Lôgarit thập phân của số dương M là lôgarit có cơ số

- A. 2
 B. e
 C. 10
 D. M

Đơn vị kiến thức: Lôgarit thập phân, lôgarit tự nhiên, số e và máy tính cầm tay.

Lời giải. Theo định nghĩa trong bài, lôgarit thập phân là lôgarit cơ số 10.

Vì vậy chọn C.

Câu 20. [NB]

Kí hiệu $\ln M$ chỉ

- A. $\log_2 M$
 B. $\log_e M$
 C. $\log_{10} M$
 D. e^M

Đơn vị kiến thức: Lôgarit thập phân, lôgarit tự nhiên, số e và máy tính cầm tay.

Lời giải. Theo định nghĩa, $\ln M$ là lôgarit tự nhiên của M , tức là

$$\ln M = \log_e M.$$

Vì vậy chọn B.

Câu 21. [TH]

Giá trị của $\log_{0,001}$ bằng

- A. -3
 B. -2

C. 2

D. 3

Đơn vị kiến thức: Lôgarit thập phân, lôgarit tự nhiên, số e và máy tính cầm tay.

Lời giải. Vì $0,001 = 10^{-3}$,
nên $\log 0,001 = \log 10^{-3} = -3$.

Vì vậy chọn A.

Câu 22. [TH]

Giá trị của $\ln e^{-2}$ bằng

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

Đơn vị kiến thức: Lôgarit thập phân, lôgarit tự nhiên, số e và máy tính cầm tay.

Lời giải. Theo tính chất của lôgarit,

$$\ln e^{-2} = \log_e e^{-2} = -2.$$

Vì vậy chọn A.

Câu 23. [TH]

Số e được giới thiệu trong bài có giá trị gần đúng là

A. 1,7183

B. 2,1783

C. 2,7183

D. 3,7183

Đơn vị kiến thức: Lôgarit thập phân, lôgarit tự nhiên, số e và máy tính cầm tay.

Lời giải. Theo nội dung bài, $e \approx 2,7183$.

Vì vậy chọn C.

Câu 24. [VD]

Dùng máy tính cầm tay và làm tròn đến bốn chữ số thập phân, giá trị của $\log_7 20$ là

A. 1,4395

B. 1,5395

C. 1,6395

D. 2,5395

Đơn vị kiến thức: Lôgarit thập phân, lôgarit tự nhiên, số e và máy tính cầm tay.

Lời giải. Dùng công thức đổi cơ số hoặc máy tính cầm tay:

$$\log_7 20 = \frac{\log 20}{\log 7} \approx 1,53950185.$$

Làm tròn đến bốn chữ số thập phân được 1,5395.

Vì vậy chọn B.

Câu 25. [TH]

Độ pH được tính bởi công thức trong bài. Nếu nồng độ ion hydrogen bằng 10^{-5} thì độ pH bằng

A. 4

B. 5

C. 6

D. 10

Đơn vị kiến thức: Vận dụng lôgarit trong các bài toán thực tiễn.

Lời giải. Theo công thức trong bài, độ pH bằng số đối của lôgarit thập phân của nồng độ ion hydrogen. Với nồng độ bằng 10^{-5} , ta có $-\log 10^{-5} = -(-5) = 5$.
Vì vậy chọn **B**.

Câu 26. [TH]

Một dung dịch có pH bằng $6,3$. Theo công thức trong bài, nồng độ ion hydrogen C được biểu diễn bởi

- A. $10^{6,3}$
- B. $10^{-6,3}$
- C. $-10^{6,3}$
- D. $6,3 \cdot 10^{-1}$

Đơn vị kiến thức: Vận dụng lôgarit trong các bài toán thực tiễn.

Lời giải. Theo công thức độ pH bằng $-\log C$, ta có $6,3 = -\log C$.

Suy ra $\log C = -6,3$.

Do đó $C = 10^{-6,3}$.

Vì vậy chọn **B**.

Câu 27. [NB]

Với vốn ban đầu P , lãi suất hằng năm r và thời gian t năm, công thức lãi kép liên tục trong bài là

- A. $A = P(1+r)^t$
- B. $A = P(1+rt)$
- C. $A = Pe^{rt}$
- D. $A = P + e^{rt}$

Đơn vị kiến thức: Vận dụng lôgarit trong các bài toán thực tiễn.

Lời giải. Công thức lãi kép liên tục được nêu trong bài là

$$A = Pe^{rt}.$$

Vì vậy chọn **C**.

Câu 28. [VD]

Một khoản vốn 80 triệu đồng được đầu tư theo lãi kép liên tục với lãi suất 5% mỗi năm. Sau 3 năm, số tiền gần nhất với

- A. 90,4 triệu đồng
- B. 92,9 triệu đồng
- C. 94,8 triệu đồng
- D. 96,2 triệu đồng

Đơn vị kiến thức: Vận dụng lôgarit trong các bài toán thực tiễn.

Lời giải. Áp dụng công thức lãi kép liên tục:

$$A = 80e^{0,05 \cdot 3} = 80e^{0,15} \approx 92,9467.$$

Vậy số tiền gần nhất là 92,9 triệu đồng.

Vì vậy chọn **B**.

Câu 29. [VD]

Theo công thức $t = \frac{\ln 2}{r}$, với lãi suất liên tục 4% mỗi năm, thời gian cần để khoản đầu tư tăng gấp đôi gần nhất với

- A. 14,7 năm
- B. 16,2 năm

C. 17,3 năm

D. 20,0 năm

Đơn vị kiến thức: Vận dụng lôgarit trong các bài toán thực tiễn.

Lời giải. Ta có $r = 0,04$.

$$t = \frac{\ln 2}{0,04} \approx 17,3287.$$

Do đó

Vậy thời gian gần nhất là 17,3 năm.

Vì vậy chọn C.

Câu 30. [VD]

Áp suất không khí P và độ cao a liên hệ bởi $a = 15500(5 - \log p)$. Ở độ cao 4650 m, áp suất P gần nhất với

A. $3,98 \cdot 10^4$ Pa

B. $5,01 \cdot 10^4$ Pa

C. $6,31 \cdot 10^4$ Pa

D. $7,94 \cdot 10^4$ Pa

Đơn vị kiến thức: Vận dụng lôgarit trong các bài toán thực tiễn.

Lời giải. Thay $a = 4650$ vào công thức: $4650 = 15500(5 - \log p)$.

Chia hai vế cho 15500: $0,3 = 5 - \log p$.

Suy ra $\log p = 4,7$.

Do đó $p = 10^{4,7} \approx 5,01 \cdot 10^4$.

Vậy áp suất gần nhất là $5,01 \cdot 10^4$ Pa.

Vì vậy chọn B.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI

Câu 1. [NB]

Xét các khẳng định về khái niệm lôgarit.

Đơn vị kiến thức: Khái niệm lôgarit và các tính chất trực tiếp từ định nghĩa.

a) Đúng. $\log_a M$ chỉ được xác định khi $a > 0$, $a \neq 1$ và $M > 0$.

Đây chính là các điều kiện trong định nghĩa lôgarit: cơ số dương, khác 1 và số lấy lôgarit dương.

b) Đúng. $\log_a 1 = 0$ với mọi cơ số lôgarit hợp lệ.

Vì $a^0 = 1$, nên $\log_a 1 = 0$.

c) Sai. $\log_a a = 0$.

Vì $a^1 = a$, nên $\log_a a = 1$, không phải 0.

d) Sai. Có thể lấy lôgarit của một số âm nếu cơ số lớn hơn 1.

Trong phạm vi số thực, số lấy lôgarit phải dương. Vì vậy không có lôgarit thực của một số âm.

Kết luận: a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Sai.

Câu 2. [TH]

Xét các khẳng định sau.

Đơn vị kiến thức: Khái niệm lôgarit và các tính chất trực tiếp từ định nghĩa.

a) Đúng. $\log_2 16 = 4$.

Vì $2^4 = 16$, nên khẳng định đúng.

b) Đúng. $\log_{1/2} 8 = -3$.

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8$, nên $\log_{1/2} 8 = -3$.

c) Sai. Nếu $\log_5 x = 2$ thì $x = 10$.

Từ $\log_5 x = 2$

suy ra $x = 5^2 = 25$, không phải 10.

d) Đúng. $5^{\log_5 7} = 7$.

Theo tính chất

$$a^{\log_a M} = M, \text{ nên } 5^{\log_5 7} = 7.$$

Kết luận: **a)** Đúng; **b)** Đúng; **c)** Sai; **d)** Đúng.

Câu 3. [TH]

Xét các quy tắc tính lôgarit với các biểu thức đều có nghĩa.

Đơn vị kiến thức: Quy tắc tính lôgarit.

a) Đúng. $\log_a (MN) = \log_a M + \log_a N$.

Đây là quy tắc lôgarit của một tích.

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M + \log_a N$$

b) Sai.

Quy tắc đúng là

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N.$$

c) Đúng. $\log_a M^3 = 3\log_a M$.

Đây là trường hợp $\alpha = 3$ của quy tắc

$$\log_a M^\alpha = \alpha \log_a M.$$

d) Sai. $\log_a (M + N) = \log_a M + \log_a N$.

Không có quy tắc biến lôgarit của một tổng thành tổng hai lôgarit.

Kết luận: **a)** Đúng; **b)** Sai; **c)** Đúng; **d)** Sai.

Câu 4. [VD]

Cho $x > 1$ và $A = \log_2 (x^2 - 1) - \log_2 (x - 1)$. Xét các khẳng định sau.

Đơn vị kiến thức: Quy tắc tính lôgarit.

Trước hết, vì $x > 1$, ta có $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$.

$$A = \log_2 \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \log_2 (x + 1).$$

Do đó

a) Đúng. Kết quả biến đổi ở trên cho ngay

$$A = \log_2 (x + 1).$$

b) Đúng. Khi $x = 3$,

$$A = \log_2 (3 + 1) = \log_2 4 = 2.$$

c) Đúng. Nếu $A = 3$ thì $\log_2 (x + 1) = 3$.

Suy ra $x + 1 = 8$, nên $x = 7$.

d) Sai. Nếu $A = 1$ thì $\log_2 (x + 1) = 1$,

suy ra $x + 1 = 2$, nên $x = 1$. Giá trị này không thỏa điều kiện $x > 1$.

Kết luận: **a)** Đúng; **b)** Đúng; **c)** Đúng; **d)** Sai.

Câu 5. [TH]

Xét các khẳng định về đổi cơ số.

Đơn vị kiến thức: Đổi cơ số của lôgarit.

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}.$$

a) Đúng.

Theo công thức đổi cơ số,

$$\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a} = \frac{1}{\log_b a}.$$

$$\log_4 8 = \frac{3}{2}.$$

b) Đúng.

Vì $4^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{4})^3 = 8$, nên $\log_4 8 = \frac{3}{2}$.

c) Sai. $\log_{a^2} M = 2 \log_a M$.

Theo công thức đổi cơ số,

$$\log_{a^2} M = \frac{\log_a M}{\log_a a^2} = \frac{1}{2} \log_a M.$$

d) Đúng. $\log_2 3 \cdot \log_3 2 = 1$.

$$\log_3 2 = \frac{1}{\log_2 3},$$

Vì $\log_2 3 \cdot \frac{1}{\log_2 3} = 1$, nên tích bằng 1.

Kết luận: **a)** Đúng; **b)** Đúng; **c)** Sai; **d)** Đúng.

Câu 6. [VD]

Đặt $p = \log_2 3$. Xét các khẳng định sau.

Đơn vị kiến thức: Đổi cơ số của lôgarit.

$$\log_4 3 = \frac{p}{2}.$$

a) Đúng.

$$\log_4 3 = \frac{\log_2 3}{\log_2 4} = \frac{p}{2}.$$

Ta có

$$\log_8 9 = \frac{2p}{3}.$$

b) Đúng.

$$\log_8 9 = \frac{\log_2 9}{\log_2 8} = \frac{2 \log_2 3}{3} = \frac{2p}{3}.$$

Ta có

$$\log_3 8 = \frac{3}{p}.$$

c) Đúng.

$$\log_3 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 3} = \frac{3}{p}.$$

Ta có

$$\log_6 12 = \frac{1+p}{2+p}.$$

d) Sai.

$$\log_6 12 = \frac{\log_2 12}{\log_2 6}.$$

Đổi cơ số về cơ số 2:

Ta có $\log_2 12 = 2 + p$

và $\log_2 6 = 1 + p$.

$$\log_6 12 = \frac{2+p}{1+p}, \quad \frac{1+p}{2+p}.$$

Vì vậy không phải $\frac{1+p}{2+p}$.

Kết luận: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.

Câu 7. [TH]

Xét các khẳng định về lôgarit thập phân, lôgarit tự nhiên và số e .

Đơn vị kiến thức: Lôgarit thập phân, lôgarit tự nhiên, số e và máy tính cầm tay.

a) Đúng. $\log 1000 = 3$.

Vì $1000 = 10^3$, nên $\log 1000 = 3$.

b) Đúng. $\ln 1 = 0$.

Vì $e^0 = 1$, nên $\ln 1 = 0$.

c) Sai. $\ln e = 0$.

Vì $e^1 = e$, nên $\ln e = 1$.

d) Đúng. $e \approx 2,7183$.

Đây là giá trị gần đúng của số e được giới thiệu trong bài.

Kết luận: a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.

Câu 8. [TH]

Xét các khẳng định sau.

Đơn vị kiến thức: Lôgarit thập phân, lôgarit tự nhiên, số e và máy tính cầm tay.

a) Đúng. $\log 0,01 = -2$.

Vì $0,01 = 10^{-2}$, nên $\log 0,01 = -2$.

b) Đúng. $\ln e^4 = 4$.

Theo tính chất

$$\log_a a^\alpha = \alpha, \text{ suy ra } \ln e^4 = 4.$$

c) Đúng. $\log_2 7 = \frac{\ln 7}{\ln 2}$.

Đây là công thức đổi cơ số sang cơ số e .

d) Sai. $\log 10 = -1$.

Vì $10 = 10^1$, nên $\log 10 = 1$.

Kết luận: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.

Câu 9. [VD]

Một dung dịch có nồng độ ion hydrogen bằng 10^{-6} mol/lít. Xét các khẳng định sau.

Đơn vị kiến thức: Vận dụng lôgarit trong các bài toán thực tiễn.

a) Đúng. Độ pH của dung dịch bằng 6.

Theo công thức trong bài, $-\log 10^{-6} = 6$.

b) Đúng. Dung dịch có tính acid theo tiêu chí nêu trong bài.

Vì pH bằng 6, nhỏ hơn 7, nên theo tiêu chí trong bài dung dịch có tính acid.

c) Sai. Nếu nồng độ ion hydrogen giảm xuống 10^{-7} mol/lít thì pH giảm xuống 5.

Khi nồng độ bằng 10^{-7} , ta có $-\log 10^{-7} = 7$.

Như vậy pH tăng từ 6 lên 7, không giảm xuống 5.

d) Đúng. Dung dịch có pH bằng 7 được xem là trung tính theo nội dung bài.

Đây là tiêu chí được nêu trực tiếp trong bài.

Kết luận: a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.

Câu 10. [VD]

Một khoản tiền 100 triệu đồng được gửi trong 1 năm với lãi suất danh nghĩa 6% một năm. Xét ba cách tính lãi: kì hạn 12 tháng, kì hạn 1 tháng và lãi kép liên tục.

Đơn vị kiến thức: Vận dụng lôgarit trong các bài toán thực tiễn.

a) Đúng. Theo kì hạn 12 tháng, số tiền cuối năm là 106 triệu đồng.

Kì hạn 12 tháng nghĩa là tính lãi một lần trong năm: $100(1 + 0,06) = 106$.

b) Đúng. Theo kì hạn 1 tháng, số tiền cuối năm được tính bởi $100(1 + 0,06/12)^{12}$.

Mỗi tháng lãi suất bằng $0,06/12$ và trong một năm có 12 kì tính lãi. Vì vậy công thức đã cho là đúng.

c) Đúng. Theo lãi kép liên tục, số tiền cuối năm được tính bởi $100e^{0,06}$.

Dùng công thức $A = Pe^{rt}$,

với $P = 100$, $r = 0,06$, $t = 1$, ta được $A = 100e^{0,06}$.

d) Sai. Trong ba cách trên, kì hạn 12 tháng cho số tiền cuối năm lớn nhất.

Ba số tiền tương ứng xấp xỉ là 106 ,

$$100\left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{12} \approx 106,1678,$$

và $100e^{0,06} \approx 106,1837$.

Do đó kì hạn 12 tháng cho số tiền nhỏ nhất trong ba cách, không phải lớn nhất.

Kết luận: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [TH]

Tính $\log_{1/2} 8$.

Đơn vị kiến thức: Khái niệm lôgarit và các tính chất trực tiếp từ định nghĩa.

Lời giải. Đặt $y = \log_{1/2} 8$.

Khi đó $\left(\frac{1}{2}\right)^y = 8 = 2^3$.

Mà $\left(\frac{1}{2}\right)^y = 2^{-y}$, nên $-y = 3$.

Do đó $y = -3$.

Đáp án: -3.

Câu 2. [TH]

Biết $\log_3 x = 4$. Tìm x .

Đơn vị kiến thức: Khái niệm lôgarit và các tính chất trực tiếp từ định nghĩa.

Lời giải. Từ $\log_3 x = 4$

suy ra $x = 3^4 = 81$.

Đáp án: 81.

Câu 3. [TH]

Tính $\log_2 12 + \log_2 8 - \log_2 3$.

Đơn vị kiến thức: Quy tắc tính lôgarit.

Lời giải. Gộp các lôgarit cùng cơ số:

$$\log_2 12 + \log_2 8 - \log_2 3 = \log_2 \left(\frac{12 \cdot 8}{3} \right).$$

$$\frac{12 \cdot 8}{3} = 32 = 2^5.$$

Ta có

$$\log_2 32 = 5.$$

Đáp án: 5.

Câu 4. [VD]

$$\text{Tính } 2\log_3 6 - \log_3 4.$$

Đơn vị kiến thức: Quy tắc tính lôgarit.

Lời giải. Đưa hệ số 2 vào số mũ: $2\log_3 6 = \log_3 6^2 = \log_3 36.$

$$2\log_3 6 - \log_3 4 = \log_3 \frac{36}{4} = \log_3 9 = 2.$$

Vì vậy

Đáp án: 2.

Câu 5. [TH]

$$\text{Tính } \log_{16} 8. \text{ Viết kết quả dưới dạng số thập phân.}$$

Đơn vị kiến thức: Đổi cơ số của lôgarit.

$$\log_{16} 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 16} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

Lời giải. Đổi cơ số về cơ số 2:

Đáp án: 0,75.

Câu 6. [VD]

$$\text{Tính } \log_4 8 \cdot \log_8 16.$$

Đơn vị kiến thức: Đổi cơ số của lôgarit.

Lời giải. Ta có

$$\log_4 8 = \frac{3}{2} \quad \text{và} \quad \log_8 16 = \frac{4}{3}.$$

$$\log_4 8 \cdot \log_8 16 = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} = 2.$$

Do đó

Đáp án: 2.

Câu 7. [TH]

$$\text{Tính } \log 10000.$$

Đơn vị kiến thức: Lôgarit thập phân, lôgarit tự nhiên, số e và máy tính cầm tay.

Lời giải. Vì $10000 = 10^4,$

$$\text{nên } \log 10000 = 4.$$

Đáp án: 4.

Câu 8. [TH]

$$\text{Tính } \ln e^3.$$

Đơn vị kiến thức: Lôgarit thập phân, lôgarit tự nhiên, số e và máy tính cầm tay.

Lời giải. Theo tính chất lôgarit tự nhiên, $\ln e^3 = 3.$

Đáp án: 3.

Câu 9. [VD]

Một khoản tiền 60 triệu đồng được gửi với lãi kép 7% mỗi năm. Hỏi ít nhất sau bao nhiêu năm số tiền không dưới 90 triệu đồng?

Đơn vị kiến thức: Vận dụng lôgarit trong các bài toán thực tiễn.

Lời giải. Sau n năm, số tiền nhận được là $60(1,07)^n$.

Yêu cầu số tiền không dưới 90 triệu đồng nên $60(1,07)^n \geq 90$.

Chia hai vế cho 60 : $1,07^n \geq 1,5$.

$$n \geq \frac{\log 1,5}{\log 1,07} \approx 5,9928.$$

Lấy lôgarit hai vế, ta được

Vì n là số năm nguyên nên số năm ít nhất là $n = 6$.

Đáp án: 6.

Câu 10. [VD]

Mức cường độ âm được tính bởi $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$, với $I_0 = 10^{-12}$. Nếu $I = 10^{-8}$ thì L bằng bao nhiêu decibel?

Đơn vị kiến thức: Vận dụng lôgarit trong các bài toán thực tiễn.

$$\frac{I}{I_0} = \frac{10^{-8}}{10^{-12}} = 10^4.$$

Lời giải. Ta có

Do đó $L = 10 \log 10^4 = 10 \cdot 4 = 40$.

Vậy mức cường độ âm bằng 40 decibel.

Đáp án: 40.