

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $\frac{\pi}{3}$. Các góc lượng giác sau đây có cùng tia đầu Ou , hỏi góc nào có tia cuối Ov

A. $\frac{2\pi}{3}$

B. $-\frac{2\pi}{3}$

C. $\frac{5\pi}{3}$

D. $-\frac{5\pi}{3}$

Câu 2: Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo $\frac{3\pi}{4}$, góc lượng giác (Ou, Ow) có số đo $\frac{5\pi}{4}$. Số đo của góc lượng giác (Ov, Ow) là

A. $-\frac{\pi}{2} + k2\pi$

B. $\frac{\pi}{2} + k2\pi$

C. $-\frac{\pi}{3} + k2\pi$

D. $\frac{\pi}{3} + k2\pi$

Câu 3: Khẳng định nào dưới đây là sai?

A. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số lẻ.

B. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ.

C. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.

D. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

Câu 4: Cung có số đo 250° thì có số đo theo đơn vị là radian là

A. $\frac{25\pi}{12}$

B. $\frac{25\pi}{18}$

C. $\frac{25\pi}{9}$

D. $\frac{35\pi}{18}$

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \frac{2}{\sin x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{ k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}$

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ hoặc $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ hoặc $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ hoặc $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ hoặc $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 7: Dãy số nào trong các dãy số dưới đây là dãy số giảm?

- A. (u_n) với $u_n = 3n$. B. (u_n) với $u_n = \frac{2}{n}$. C. (u_n) với $u_n = n^2$. D. (u_n) với $u_n = n + 2$.

Câu 8: Dãy số nào trong các dãy số dưới đây là một cấp số cộng?

- A. 1; 4; 7; 10; 13 . B. 1; 5; 10; 15; 20 . C. 6; 6; 6; 6; 7 . D. 3; 6; 9; 12; 13 .

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là

- A. $S_{10} = -125$ B. $S_{10} = -250$ C. $S_{10} = 200$ D. $S_{10} = -200$

Câu 10: Cho dãy số (u_n) thỏa $|u_n - 3| < \frac{1}{n^5}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -3$ B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 5$ C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$

Câu 11: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1}$ bằng

- A. 0 B. -4 C. -3 D. 1

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 4 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Chọn mệnh đề đúng?

- A. Hàm số liên tục tại $x = 2$. B. Hàm số gián đoạn tại $x = 2$.
C. $f(4) = 2$. D. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + 2024$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
b) Chu kỳ của hàm số $f(x)$ là $T = 2\pi$.
c) Hàm số $f(x)$ không chẵn, không lẻ.
d) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$?

Câu 14: Phương trình $\sin 3x = \sin x$.

- a) Tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ k\pi; \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
b) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $x = \frac{\pi}{4}$.
c) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\sin 2x - 1 = 0$.
d) Tổng các nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình bằng $\frac{29\pi}{4}$.

Câu 15: Cho cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$ với $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$.

- a) Số hạng thứ hai của cấp số cộng là $u_2 = 7$.
- b) Công sai của cấp số cộng $d = 5$.
- c) Số hạng tổng quát của cấp số cộng đã cho $u_n = 5n + 3$.
- d) Tổng các số hạng từ số hạng thứ 11 đến số hạng thứ 100 của cấp số cộng đã cho bằng 25705

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3x - 5}{x - 1} & \text{khi } x < 1 \\ 24x - 8 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$$

Câu 16: Cho hàm số

- a) $f(1) = 16$.
- b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 16$
- c) Hàm số liên tục tại $x = 1$.
- d) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - 16}{(x - 1)(\sqrt{2f(x) + 4} + 6)} = 2$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Phương trình $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-2024; 2025)$?

Câu 18: Số giờ có ánh sáng của một thành phố trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho

bởi hàm số: $s(t) = 3 \sin\left[\frac{\pi}{182}(t - 80)\right] + 12$, $t \in \mathbb{N}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày thứ mấy trong năm thì thành phố đó có nhiều giờ ánh sáng nhất?

Câu 19: Công ty A muốn thuê một mảnh đất trong vòng 15 năm để làm nhà kho. Có hai công ty môi giới bất động sản B và bất động sản C đều muốn cho thuê. Mỗi công ty, đưa ra phương án cho thuê như sau:

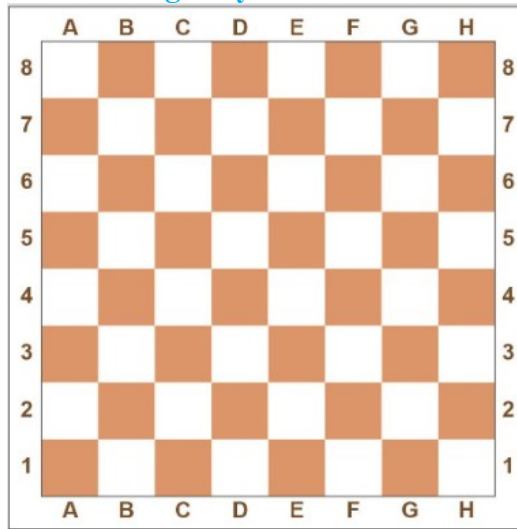
Phương án công ty B trả tiền theo quý, quý đầu tiên là 10 triệu đồng và từ quý thứ hai trở đi mỗi quý tăng thêm 500.000 đồng.

Phương án công ty C trả tiền theo năm, năm đầu tiên thuê đất là 70 triệu và kể từ năm thứ hai trở đi mỗi năm tăng thêm 3 triệu đồng.

Hỏi công ty A nên lựa chọn thuê đất của công ty môi giới bất động sản nào để chi phí là thấp nhất và số tiền đó bằng bao nhiêu triệu đồng?

Vậy công ty A nên thuê theo phương án của công ty C và số tiền phải trả là 1365 (triệu đồng).

Câu 20: Trên một bàn cờ vua như hình. Các quân cờ Tốt, Mã, Tinh, Xe, Hậu được tính điểm lần lượt là: 1, 3, 3, 5, 9. Giả sử quân Tốt trắng đang ở vị trí $e5$ và muốn được phong cấp Hậu ở vị trí $h8$ thì Tốt trắng (đi theo đường thẳng và ăn theo đường chéo) sẽ ăn các quân cờ có số điểm theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tổng tất cả các số điểm của quân Tốt trắng ăn được bằng bao nhiêu?



- Câu 21:** Cho tam giác OA_1A_2 vuông tại A_2 , $A_1A_2 = 2$ và $\angle OA_1A_2 = 60^\circ$. Lần lượt hạ các đường vuông góc $A_2A_3 \perp OA_1$; $A_3A_4 \perp OA_2$; $A_4A_5 \perp OA_1$; $A_5A_6 \perp OA_2$; Tiếp tục quá trình này, ta nhận được đường gấp khúc $A_1A_2A_3A_4\ldots$. Tính độ dài đường gấp khúc này (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).
- Câu 22:** Trong hồ có chứa 2000 lít nước ngọt. Người ta bơm nước biển có nồng độ muối là 40,5 gam/lít vào hồ với tốc độ là 15 lít/phút. Hỏi nồng độ muối trong hồ sau khi bơm thời gian t phút là bao nhiêu nếu $t \rightarrow +\infty$?

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

- Câu 1:** Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $\frac{\pi}{3}$. Các góc lượng giác sau đây có cùng tia đầu Ou , hỏi góc nào có tia cuối Ov

- A. $\frac{2\pi}{3}$ B. $-\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{5\pi}{3}$ D. $-\frac{5\pi}{3}$

Lời giải

Hai góc có cùng tia đầu và tia cuối khi số đo của chúng chênh lệch nhau một bội số nguyên lần 2π .

Ta thấy $\frac{\pi}{3} - \left(-\frac{5\pi}{3}\right) = 2\pi$. Do đó chọn đáp án D

- Câu 2:** Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo $\frac{3\pi}{4}$, góc lượng giác (Ou, Ow) có số đo $\frac{5\pi}{4}$. Số đo của góc lượng giác (Ov, Ow) là

- A. $-\frac{\pi}{2} + k2\pi$ B. $\frac{\pi}{2} + k2\pi$ C. $-\frac{\pi}{3} + k2\pi$ D. $\frac{\pi}{3} + k2\pi$

Lời giải

Ta có số $(Ov, Ow) = \text{sđ}(Ou, Ow) - \text{sđ}(Ou, Ov) + k2\pi = \frac{5\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} + k2\pi = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

- Câu 3:** Khẳng định nào dưới đây là sai?

A. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số lẻ.

B. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ. **C.** Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.

D. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

Lời giải

Ta có hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Câu 4: Cung có số đo 250° thì có số đo theo đơn vị là radian là

A. $\frac{25\pi}{12}$.

B. $\frac{25\pi}{18}$.

C. $\frac{25\pi}{9}$.

D. $\frac{35\pi}{18}$.

Lời giải

Ta có $250^\circ = \frac{250\pi}{180} = \frac{25\pi}{18}$

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \frac{2}{\sin x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B.

$D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ **C.**

$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D.

$D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Điều kiện: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ hoặc $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ hoặc $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ **C.** $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ hoặc

$x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ hoặc $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Ta có:

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 7: Dãy số nào trong các dãy số dưới đây là dãy số giảm?

- A.** (u_n) với $u_n = 3n$. **B.** (u_n) với $u_n = \frac{2}{n}$. **C.** (u_n) với $u_n = n^2$. **D.** (u_n) với $u_n = n + 2$.

Lời giải

Xét (u_n) với $u_n = 3n$

Ta có: $u_{n+1} = 3(n+1) = 3n + 3 > 3n = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy (u_n) là dãy số tăng.

Xét (u_n) với $u_n = \frac{2}{n}$

Ta có: $u_{n+1} = \frac{2}{n+1} < \frac{2}{n} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy (u_n) là dãy số giảm.

Xét (u_n) với $u_n = n^2$

Ta có: $u_{n+1} = (n+1)^2 > n^2 = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy (u_n) là dãy số tăng.

Xét (u_n) với $u_n = n + 2$

Ta có: $u_{n+1} = (n+1) + 2 = n + 3 > n + 2 = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy (u_n) là dãy số tăng.

Câu 8: Dãy số nào trong các dãy số dưới đây là một cấp số cộng?

- A.** 1; 4; 7; 10; 13. **B.** 1; 5; 10; 15; 20. **C.** 6; 6; 6; 6; 7. **D.** 3; 6; 9; 12; 13.

Lời giải

Dãy số: 1; 4; 7; 10; 13 là một cấp số cộng với công sai $d = 3$.

Dãy số: 1; 5; 10; 15; 20 có $u_2 - u_1 = 4 \neq u_3 - u_2 = 5$ nên không phải là một cấp số.

Dãy số: 6; 6; 6; 6; 7 có $u_4 - u_3 = 0 \neq u_5 - u_4 = 1$ nên không phải là một cấp số.

Dãy số: 3; 6; 9; 12; 13 có $u_4 - u_3 = 3 \neq u_5 - u_4 = 1$ nên không phải là một cấp số.

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là

- A.** $S_{10} = -125$ **B.** $S_{10} = -250$ **C.** $S_{10} = 200$ **D.** $S_{10} = -200$

Lời giải

Gọi u_1 , d lần lượt là số hạng đầu và công sai của cấp số cộng.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } S_{10} = \frac{10}{2} \cdot (2u_1 + 9d) = 5 \cdot [2 \cdot (-35) + 9 \cdot 5] = -125.$$

Câu 10: Cho dãy số (u_n) thỏa $|u_n - 3| < \frac{1}{n^5}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -3$ **B.** $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 5$ **C.** $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ **D.** $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$

Lời giải

$$|u_n - 3| < \frac{1}{n^5} \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}^* \text{ và } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^5} = 0$$

Ta có

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$$

Câu 11: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1}$ bằng

A. 0

B. -4

C. -3

D. 1

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(x - 3)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x - 3) = -4$

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{ khi } x \neq 2 \\ 4 & \text{ khi } x = 2 \end{cases}$. Chọn mệnh đề đúng?

A. Hàm số liên tục tại $x = 2$.

B. Hàm số gián đoạn tại $x = 2$. **C.** $f(4) = 2$.

D. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x+2}+2) = 4$$

$$f(2) = 4$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$$

Vậy hàm số liên tục tại $x = 2$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + 2024$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

b) Chu kỳ của hàm số $f(x)$ là $T = 2\pi$.

c) Hàm số $f(x)$ không chẵn, không lẻ.

d) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$?

Lời giải

Câu 13	a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	---------------	----------------

a) Hàm số $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + 2024$ luôn xác định $\forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

b) Ta có $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + 2024 = \cos 2x + 2024$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

c) Ta có $\forall x \in \mathbb{R}, -x \in \mathbb{R}$ và $f(-x) = \cos(-2x) + 2024 = \cos 2x + 2024 = f(x)$ nên hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn.

d) Hàm số $y = \cos 2x + 2024$ nghịch biến khi $k2\pi < 2x < \pi + k2\pi \Leftrightarrow k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 14: Phương trình $\sin 3x = \sin x$.

a) Tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ k\pi, \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

b) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $x = \frac{\pi}{4}$.

c) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\sin 2x - 1 = 0$.

d) Tổng các nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình bằng $\frac{29\pi}{4}$.

Lời giải

Câu 14	a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	---------------	----------------

* Phương án **a) Đúng**

Ta có: $\sin 3x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x + k2\pi \\ 3x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Nên $S = \left\{ k\pi, \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

* Phương án **b) Đúng**

Với $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$ thì nghiệm dương nhỏ nhất là π .

Với $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ thì nghiệm dương nhỏ nhất là $\frac{\pi}{4}$.

Vậy nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $x = \frac{\pi}{4}$.

* Phương án **c) Sai:**

Ta có: $\sin 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

$$S_1 = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Nên

Do $S_1 \neq S$ nên phương trình đã cho không tương đương với phương trình: $\sin 2x - 1 = 0$.

* Phương án **d) Đúng**

Với $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$), các nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ là $x \in \{-\pi; 0; \pi; 2\pi\}$.

Với $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Các nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ là: $x \in \left\{ -\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}; \frac{9\pi}{4} \right\}$.

Tổng các nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình là:

$$-\pi + 0 + \pi + 2\pi + \frac{-3\pi}{4} + \frac{-\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} + \frac{7\pi}{4} + \frac{9\pi}{4} = \frac{29\pi}{4}$$

Câu 15: Cho cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$ với $n \geq 1, n \in \mathbb{Z}$.

a) Số hạng thứ hai của cấp số cộng là $u_2 = 7$.

b) Công sai của cấp số cộng $d = 5$.

c) Số hạng tổng quát của cấp số cộng đã cho $u_n = 5n + 3$.

d) Tổng các số hạng từ số hạng thứ 11 đến số hạng thứ 100 của cấp số cộng đã cho bằng 25705

Lời giải

a) Đúng.

$$u_2 = u_1 + 5 = 2 + 5 = 7$$

b) Đúng.

$$u_{n+1} = u_n + 5 \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 5 \Rightarrow d = 5$$

c) Sai.

$$u_n = u_1 + (n-1)d = 2 + (n-1).5 = 5n - 3$$

d) Đúng.

$$S_{10} = 10u_1 + \frac{10.9.5}{2} = 20 + 225 = 245$$

$$S_{100} = 100u_1 + \frac{100.99.5}{2} = 200 + 25750 = 25950$$

$$\text{Vậy } S = u_{11} + u_{21} + u_{31} + \dots + u_{100} = S_{100} - S_{10} = 25705$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3x - 5}{x-1} & \text{khi } x < 1 \\ 24x - 8 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$$

Câu 16: Cho hàm số

a) $f(1) = 16$.

b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 16$

c) Hàm số liên tục tại $x = 1$.

d) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - 16}{(x-1)(\sqrt{2f(x)+4} + 6)} = 2.$

Lời giải

a) Đúng.

Với $x = 1$ thì $f(x) = 24x - 8$ suy ra $f(1) = 24 \cdot 1 - 8 = 16$.

b) Sai.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2 + 3x - 5}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1) \cdot (2x+5)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x+5) = 7.$$

c) Sai.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1).$$

d) Đúng.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - 16}{(x-1)(\sqrt{2f(x)+4} + 6)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left[\frac{24(x-1)}{(x-1)} \cdot \frac{1}{\sqrt{2f(x)+4} + 6} \right] = 24 \cdot \frac{1}{\sqrt{2f(1)+4} + 6} = 2.$$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 17: Phương trình $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-2024; 2025)$?

Lời giải

Đáp số: 3867

Ta có: $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = \pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

$x \in (-2024; 2025)$ nên

Vì

$$\begin{cases} -2024 < -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} < 2025 \\ -2024 < \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} < 2025 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-2024 \cdot 9 + 2\pi}{6\pi} < k < \frac{2025 \cdot 9 + 2\pi}{6\pi} \\ \frac{-2024 \cdot 3 - \pi}{2\pi} < k < \frac{2025 \cdot 3 - \pi}{2\pi} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -966, \dots, 967 \\ k = -966, \dots, 966 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 3867 nghiệm thuộc khoảng.

Câu 18: Số giờ có ánh sáng của một thành phố trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho

bởi hàm số: $s(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{182}(t-80) \right] + 12$, $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày thứ mấy trong năm thì thành phố đó có nhiều giờ ánh sáng nhất?

Lời giải

Đáp số: 171

Ta có: $s(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{182}(t-80) \right] + 12 \leq 3 + 12 = 15$

Dấu bằng xảy ra khi $\sin \left[\frac{\pi}{182}(t-80) \right] = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182}(t-80) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$
 $\Leftrightarrow t = 171 + 364k$.

Mặt khác $t \in (0; 365]$ nên $0 < 171 + 364k \leq 365 \Leftrightarrow -\frac{171}{364} < k \leq \frac{194}{364}$.

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0$.

Vậy $t = 171$.

Câu 19: Công ty A muốn thuê một mảnh đất trong vòng 15 năm để làm nhà kho. Có hai công ty môi giới bất động sản B và bất động sản C đều muốn cho thuê. Mỗi công ty, đưa ra phương án cho thuê như sau:

Phương án công ty B trả tiền theo quý, quý đầu tiên là 10 triệu đồng và từ quý thứ hai trở đi mỗi quý tăng thêm 500.000 đồng.

Phương án công ty C trả tiền theo năm, năm đầu tiên thuê đất là 70 triệu và kể từ năm thứ hai trở đi mỗi năm tăng thêm 3 triệu đồng.

Hỏi công ty A nên lựa chọn thuê đất của công ty môi giới bất động sản nào để chi phí là thấp nhất và số tiền đó bằng bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Đáp số: 1365

Gọi B_n , C_n lần lượt là số tiền công ty A cần trả theo cách tính của hai công ty B và C . Theo bài ra, ta có:

+ B_n là tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng với $u_1 = 10$ triệu đồng và công sai $d = 0,5$ triệu đồng.

+ C_n là tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng với $u_1 = 70$ triệu đồng, công sai $d = 3$ triệu đồng.

Khi đó:

Nếu thuê đất của công ty B trong vòng 15 năm bằng 60 quý thì số tiền công ty A phải trả là:

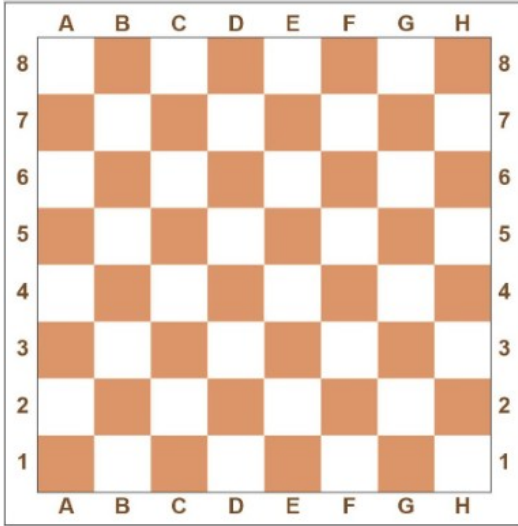
$$B_{60} = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] = 30 \cdot (2 \cdot 10 + 59 \cdot 0,5) = 1485 \quad (\text{triệu đồng}).$$

Nếu thuê đất của công ty C trong vòng 15 năm thì số tiền công ty A phải trả là:

$$C_{15} = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] = 7,5 \times (2 \times 70 + 14 \times 3) = 1365 \quad (\text{triệu đồng}).$$

Vậy công ty A nên thuê theo phương án của công ty C và số tiền phải trả là 1365 (triệu đồng).

Câu 20: Trên một bàn cờ vua như hình. Các quân cờ Tốt, Mã, Tinh, Xe, Hậu được tính điểm lần lượt là: 1, 3, 3, 5, 9. Giả sử quân Tốt trắng đang ở vị trí $e5$ và muốn được phong cấp Hậu ở vị trí $h8$ thì Tốt trắng (đi theo đường thẳng và ăn theo đường chéo) sẽ ăn các quân cờ có số điểm theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tổng tất cả các số điểm của quân Tốt trắng ăn được bằng bao nhiêu?



Lời giải

Đáp số: 13

Quân Tốt trắng đang ở vị trí $e5$ và muốn được phong cấp Hậu ở vị trí $h8$ thì Tốt trắng buộc ăn quân đen theo sơ đồ $f6 \rightarrow g7 \rightarrow h8$.

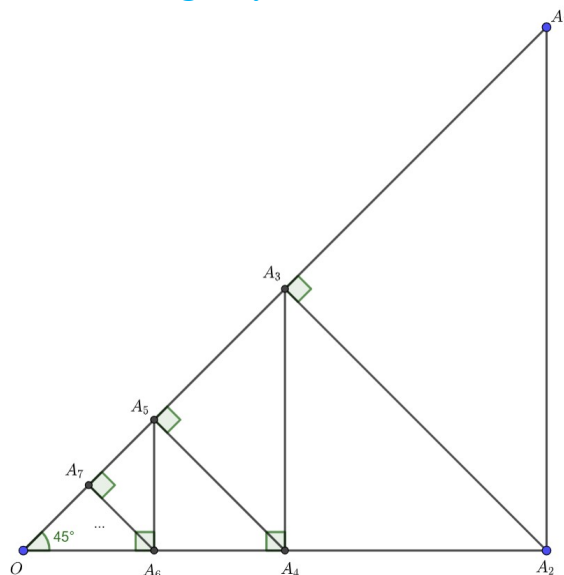
+ Ở vị trí $h8$ có thể là các quân đen: Mã, Tinh, Xe hoặc Hậu (Tốt đen đứng không được đứng ở hàng 8).

+ Các số điểm mà quân Tốt trắng ăn được theo thứ tự lập thành 1 CSN $\Rightarrow 1, 3, 9$ là 3 số hạng cần tìm. Vậy tổng số điểm mà quân Tốt trắng ăn được là: $1 + 3 + 9 = 13$.

Câu 21: Cho tam giác OA_1A_2 vuông tại A_2 , $A_1A_2 = 2$ và $\angle A_1OA_2 = 60^\circ$. Lần lượt hạ các đường vuông góc $A_2A_3 \perp OA_1$; $A_3A_4 \perp OA_2$; $A_4A_5 \perp OA_1$; $A_5A_6 \perp OA_2$; Tiếp tục quá trình này, ta nhận được đường gấp khúc $A_1A_2A_3A_4 \dots$. Tính độ dài đường gấp khúc này (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

Đáp án: 4,83.



Các góc $\angle A_1 A_2 A_3, \angle A_2 A_3 A_4, \angle A_3 A_4 A_5, \dots$ đều bằng góc $\angle A_1 O A_2$ nên đều có đo là 45° .

$$A_2 A_3 = A_1 A_2 \cdot \cos 45^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2};$$

$$A_3 A_4 = A_2 A_3 \cdot \cos 45^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2;$$

$$A_4 A_5 = A_3 A_4 \cdot \cos 45^\circ = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3; \dots$$

Vậy độ dài các đoạn thẳng $A_1 A_2, A_2 A_3, A_3 A_4, \dots$ tạo thành cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng

đầu bằng $\sqrt{2}$ với công bội bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$l = \frac{\sqrt{2}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = 2 \cdot (\sqrt{2} + 1) \approx 4,83$$

Vậy độ dài đường gấp khúc $A_1 A_2 A_3 A_4 \dots$ là:

Câu 22: Trong hồ có chứa 2000 lít nước ngọt. Người ta bơm nước biển có nồng độ muối là 40,5 gam/lít vào hồ với tốc độ là 15 lít/phút. Hỏi nồng độ muối trong hồ sau khi bơm thời gian t phút là bao nhiêu nếu $t \rightarrow +\infty$?

Lời giải

Đáp án: 40,5.

Lượng nước biển mà người ta bơm vào trong khoảng thời gian t phút là: $15t$ (lít).

Lúc này lượng muối bơm vào là: $40,5 \cdot 15t = 607,5$ (gam).

Nồng độ muối trong hồ lúc này là: $\frac{607,5t}{2000 + 15t}$.

Khi $t \rightarrow +\infty$, nồng độ muối trong hồ lúc này là:

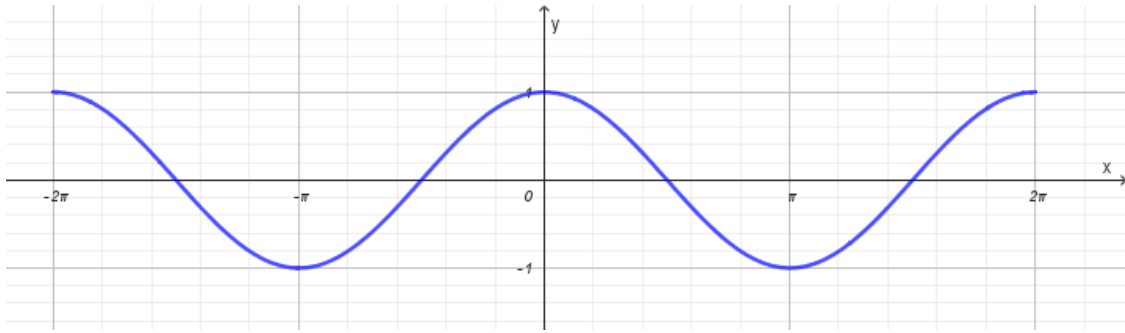
$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{607,5t}{2000 + 15t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{607,5}{\frac{2000}{t} + 15} = 40,5 \quad (\text{gam/lít})$$

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau?

- A. $\sin 2x = \sin x \cos x$. B. $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$. C. $\tan x = \cot x$. D. $\cot x \cdot \tan x = -1$.

Câu 2: Cho đồ thị hàm số $y = \cos x$ trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. Hàm số đã cho đồng biến khoảng $(0; 1)$.
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-2\pi; 2\pi)$. C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(\pi; 2\pi)$.
 D. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-2\pi; -\pi)$.

Câu 3: Rút gọn biểu thức $A = \sin(x + 14^\circ)\sin(x + 74^\circ) + \sin(x - 76^\circ)\sin(x - 16^\circ)$ ta được

- A. $A = \frac{1}{2}$. B. 1. C. 0. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 21$, $d = 3$. Số hạng tổng quát của cấp số cộng u_n là

- A. $7 \cdot 3^n$. B. $3n + 18$. C. $21 + 3n$. D. $21 - 3n$.

Câu 5: Cho cấp số cộng có $u_2 + u_{22} = 68$. Tổng của 23 số hạng đầu tiên là

- A. 1496. B. 782. C. 1632. D. 1360.

Câu 6: Tập giá trị của hàm số $y = \sin 3x$ là

- A. $[0; 3]$. B. $[-1; 1]$. C. $[-3; 3]$. D. $[-3; 1]$.

Câu 7: Tập nào sau đây là tập nghiệm của phương trình $\sin 2x + \cos 4x = 0$?

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 B. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi; -\frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$. C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi, \frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 8: Hàm số $u_n = 7n - 1$ xác định trên tập hợp $M = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ là một dãy số hữu hạn. Số hạng đầu và số hạng cuối của dãy số đó là

A. $u_1 = 6, u_5 = 34$. B. $u_1 = 7, u_5 = 35$. C. $u_1 = 8, u_5 = 12$. D. $u_1 = 1, u_5 = 5$.

Câu 9: Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số nhân?

A. $u_n = 3n$. B. $u_n = 2^n$. C. $u_n = \frac{1}{n}$. D. $u_n = 2^n + 1$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng S_{10} số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

A. $S_{10} = -511$. B. $S_{10} = 1023$. C. $S_{10} = 1025$. D. $S_{10} = -1025$.

Câu 11: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 - 3x^3 + 1}{4x^3 - 2x^4 - x^5 - 3}$ bằng

A. -2 . B. $\frac{1}{2}$. C. -3 . D. $\frac{3}{2}$.

Câu 12: Cho các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$, hỏi $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$ bằng

A. 5 . B. 2 . C. -6 . D. 3 .

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho các hàm số $f(x) = \sqrt{3 - 2\sin x}$, khi đó:

- a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là: $D = \mathbb{R}$.
- b) Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm tuần hoàn.
- c) Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm số chẵn.
- d) Hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 5 .

Câu 14: Cho hàm số $y = 3 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$, khi đó:

$D = \mathbb{R}$.

- a) Hàm số có tập xác định
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3 .
- c) Tập giá trị của hàm số là $T = [1; 4]$
- d) Đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

Câu 15: Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q < 0$ và $u_2 = 4, u_4 = 9$. Khi đó:

a) Số hạng đầu $u_1 = -\frac{8}{3}$

b) Số hạng $u_5 = \frac{27}{2}$

c) $-\frac{2187}{32}$ là số hạng thứ 8

d) Cấp số nhân có công bội $q = -\frac{3}{2}$

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{khi } x < -1 \\ \sqrt{x^2+1} & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$. Khi đó:

a) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \sqrt{5}$

b) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -3$

c) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \sqrt{2}$

d) Hàm số tồn tại giới hạn khi $x \rightarrow -1$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

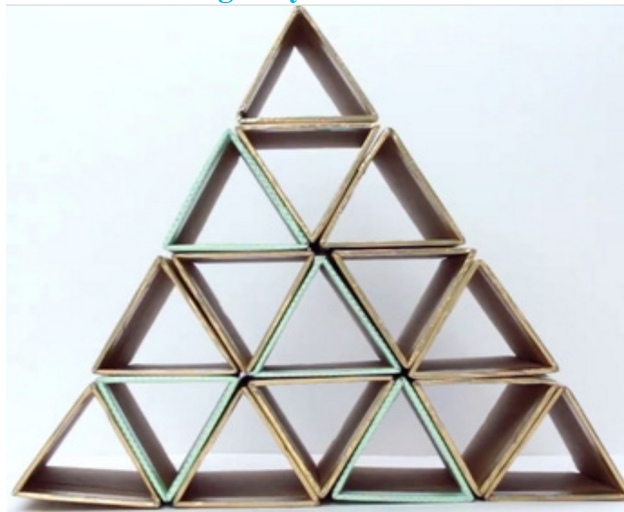
Câu 17: Tìm số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2025\pi]$ của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$.

Câu 18: Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

$$x = 4 \cos\left(3t + \frac{\pi}{6}\right)$$

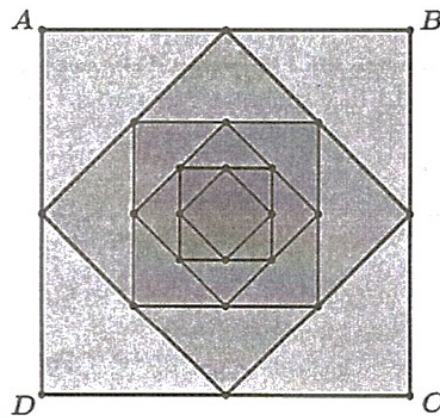
Ở đây, thời gian t tính bằng giây và quãng đường x tính bằng centimét. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 16 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Câu 19: An định xếp một hình tháp bởi các mảnh ghép tam giác (hình vẽ minh họa). Tầng dưới cùng An xếp 35 hình và tầng tiếp theo ít hơn tầng dưới nó hai hình. An xếp cho đến khi không xếp lên được nữa. Hỏi An cần bao nhiêu mảnh ghép hình tam giác để xếp xong tháp?



Câu 20: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4 và có diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2 . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích $S_3, \dots$ và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích $S_4, S_5, \dots, S_{100}$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$.

Câu 21: Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài bằng 1. Nối các trung điểm của bốn cạnh hình vuông $ABCD$, ta được hình vuông thứ hai. Tiếp tục nối các trung điểm của bốn cạnh hình vuông thứ hai, ta được hình vuông thứ ba. Tiếp tục như thế ta nhận được một dãy các hình vuông. Tìm tổng chu vi của dãy các hình vuông đó (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Câu 22: Chi phí (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số: $C(x) = 50000 + 105x$. Khi số sản phẩm sản xuất ra ngày càng nhiều thì chi phí trung bình chỉ tối đa là bao nhiêu nghìn đồng?

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

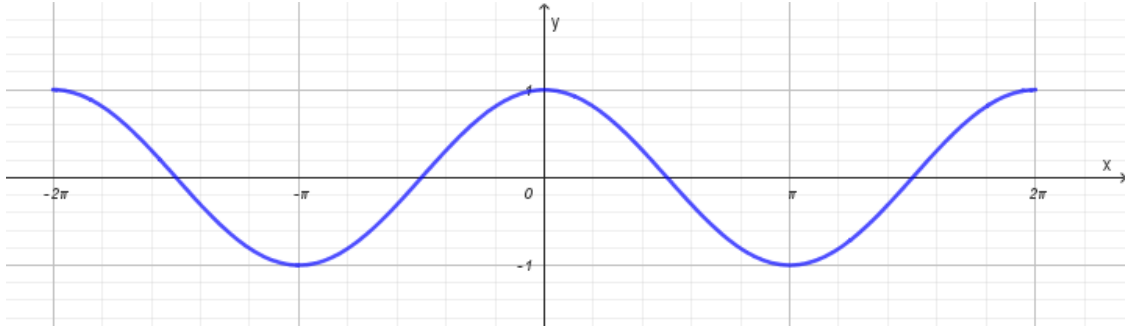
Câu 1: Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau?

A. $\sin 2x = \sin x \cos x$. B. $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$. C. $\tan x = \cot x$. D. $\cot x \cdot \tan x = -1$.

Lời giải

Phát biểu đúng $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$.

Câu 2: Cho đồ thị hàm số $y = \cos x$ trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. Hàm số đã cho đồng biến khoảng $(0; 1)$.
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-2\pi; 2\pi)$. C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(\pi; 2\pi)$.
 D. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-2\pi; -\pi)$

Lời giải

Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\pi; 0)$ và $(\pi; 2\pi)$.

Câu 3: Rút gọn biểu thức $A = \sin(x + 14^\circ)\sin(x + 74^\circ) + \sin(x - 76^\circ)\sin(x - 16^\circ)$ ta được

- A. $A = \frac{1}{2}$. B. 1. C. 0. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} A &= \sin(14^\circ + x)\cos(16^\circ - x) + \sin(76^\circ - x)\sin(16^\circ - x) \\ &= \sin(14^\circ + x)\cos(16^\circ - x) + \cos(14^\circ + x)\sin(16^\circ - x) = \sin(14^\circ + 16^\circ + x - x) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 21$, $d = 3$. Số hạng tổng quát của cấp số cộng u_n là

- A. $7 \cdot 3^n$. B. $3n + 18$. C. $21 + 3n$. D. $21 - 3n$.

Lời giải

Áp dụng công thức số hạng tổng quát, ta có $u_n = 21 + (n - 1) \cdot 3 = 3n + 18$.

Câu 5: Cho cấp số cộng có $u_2 + u_{22} = 68$. Tổng của 23 số hạng đầu tiên là

- A. 1496. B. 782. C. 1632. D. 1360.

Lời giải

Ta có:

$$S_{23} = \frac{23(u_1 + u_{23})}{2} = \frac{23(u_1 + u_1 + 22d)}{2} = \frac{23(u_1 + d + u_1 + 21d)}{2} = \frac{23(u_2 + u_{22})}{2} = \frac{23 \cdot 68}{2} = 782.$$

Câu 6: Tập giá trị của hàm số $y = \sin 3x$ là

- A. $[0; 3]$. B. $[-1; 1]$. C. $[-3; 3]$. D. $[-3; 1]$.

Lời giải

$\forall x \in \mathbb{R}$, ta có $-1 \leq \sin 3x \leq 1$ nên tập giá trị là $[-1; 1]$

Câu 7: Tập nào sau đây là tập nghiệm của phương trình $\sin 2x + \cos 4x = 0$?

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 B. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi; -\frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$. C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 D. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi; \frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} \sin 2x + \cos 4x = 0 &\Leftrightarrow \cos 4x = -\sin 2x \Leftrightarrow \cos 4x = \cos \left(\frac{\pi}{2} + 2x \right) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{2} + 2x + k2\pi \\ 4x = -\frac{\pi}{2} - 2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Câu 8: Hàm số $u_n = 7n - 1$ xác định trên tập hợp $M = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ là một dãy số hữu hạn. Số hạng đầu và số hạng cuối của dãy số đó là

- A. $u_1 = 6, u_5 = 34$. B. $u_1 = 7, u_5 = 35$. C. $u_1 = 8, u_5 = 12$. D. $u_1 = 1, u_5 = 5$.

Lời giải

$$u_1 = 7 \cdot 1 - 1 = 6, u_5 = 7 \cdot 5 - 1 = 34.$$

Câu 9: Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số nhân?

- A. $u_n = 3n$. B. $u_n = 2^n$. C. $u_n = \frac{1}{n}$. D. $u_n = 2^n + 1$.

Lời giải

Xét dãy số (u_n) với số hạng tổng quát $u_n = 2^n$, ta có

$$u_{n+1} = 2^{n+1} = 2 \cdot 2^n = 2u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Do đó dãy số (u_n) là một cấp số nhân với công bội $q = 2$

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

- A. $S_{10} = -511$. B. $S_{10} = 1023$. C. $S_{10} = 1025$. D. $S_{10} = -1025$.

Lời giải

$$S_{10} = \frac{u_1(1 - q^{10})}{1 - q} = \frac{-3(1 - (-2)^{10})}{1 - (-2)} = 1023$$

Câu 11: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 - 3x^3 + 1}{4x^3 - 2x^4 - x^5 - 3}$ bằng

- A. -2 . B. $\frac{1}{2}$. C. -3 . D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 - 3x^3 + 1}{4x^3 - 2x^4 - x^5 - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^5}}{\frac{4}{x^2} - \frac{2}{x} - 1 - \frac{3}{x^5}} = \frac{2}{-1} = -2$$

Câu 12: Cho các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$, hỏi $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$ bằng

- A. 5 . B. 2 . C. -6 . D. 3 .

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)] = 3 \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - 4 \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3 \cdot 2 - 4 \cdot 3 = -6$$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.

Câu 13: Cho các hàm số $f(x) = \sqrt{3 - 2 \sin x}$;, khi đó:

- a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là: $D = \mathbb{R}$.
 b) Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm tuần hoàn.
 c) Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm số chẵn.
 d) Hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 5.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Hàm số xác định khi: $3 - 2 \sin x \geq 0 \Leftrightarrow \sin x \leq \frac{3}{2}$ (đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$).

Vì vậy tập xác định hàm số là: $D = \mathbb{R}$.

b) Với mọi $x \in D$ thì $x \pm 2\pi \in D$ và $f(x + 2\pi) = \sqrt{3 - 2\sin(x + 2\pi)} = \sqrt{3 - 2\sin x} = f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

c) $f(-x) = \sqrt{3 - 2\sin(-x)} = \sqrt{3 + 2\sin x} \neq f(x)$, do đó hàm số $f(x)$ đã cho là **không** phải hàm số chẵn.

d) $-1 \leq \sin x \leq 1; \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow 1 \leq 3 - 2\sin x \leq 5 \Rightarrow 1 \leq \sqrt{3 - 2\sin x} \leq \sqrt{5}$. Vậy hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{5}$.

Câu 14: Cho hàm số $y = 3 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$, khi đó:

$$D = \mathbb{R}.$$

- a) Hàm số có tập xác định
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3.
- c) Tập giá trị của hàm số là $T = [1; 4]$
- d) Đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

$$y = 3 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

Ta có: hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$-1 \leq \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow 1 \geq -\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \geq -1 \Leftrightarrow 4 \geq 3 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \geq 2 \Leftrightarrow 4 \geq y \geq 2$$

- b) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4.
- c) Và tập giá trị của hàm số là $T = [2; 4]$.

d) Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành: $3 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$.

Phương trình này vô nghiệm. Do đó, đồ thị hàm số đã cho không cắt trục hoành.

Câu 15: Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q < 0$ và $u_2 = 4, u_4 = 9$. Khi đó:

a) Số hạng đầu $u_1 = -\frac{8}{3}$

b) Số hạng $u_5 = \frac{27}{2}$

c) $-\frac{2187}{32}$ là số hạng thứ 8

d) Cấp số nhân có công bội $q = -\frac{3}{2}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Ta có: $u_2 = u_1 q = 4, u_4 = u_1 q^3 = 9 \Rightarrow \frac{u_4}{u_2} = \frac{u_1 q^3}{u_1 q} \Rightarrow \frac{9}{4} = q^2 \Rightarrow q = -\frac{3}{2} (q < 0)$

Thay $q = -\frac{3}{2}$ vào u_2 , ta được: $u_1 \left(-\frac{3}{2}\right) = 4 \Rightarrow u_1 = -\frac{8}{3}$

Vậy cấp số nhân đã cho có số hạng đầu $u_1 = -\frac{8}{3}$ và công bội $q = -\frac{3}{2}$.

Khi đó $u_n = -\frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$

Vậy $u_5 = -\frac{27}{2}$

$-\frac{2187}{32} \neq -\frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^7$ nên không phải là số hạng thứ 8

Câu 16: Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{khi } x < -1 \\ \sqrt{x^2+1} & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}.$$

Khi đó:

a) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \sqrt{5}$

b) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -3$

c) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \sqrt{2}$

d) Hàm số tồn tại giới hạn khi $x \rightarrow -1$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

a) Ta có: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -4$

b) Xét dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n < -1$ và $x_n \rightarrow -1$, ta có: $f(x_n) = x_n - 2$

Khi đó: $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x_n) = -1 - 2 = -3$

c) Xét dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n > -1$ và $x_n \rightarrow -1$, ta có: $f(x_n) = \sqrt{x_n^2 + 1}$.

Khi đó: $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x_n) = \sqrt{(-1)^2 + 1} = \sqrt{2}$.

d) Vì $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ (hay $-3 \neq \sqrt{2}$) nên không tồn tại $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 17: Tìm số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2025\pi]$ của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$.

Lời giải

Ta có:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x \in [0; 2025\pi] \Rightarrow 0 \leq -\frac{\pi}{4} + k\pi \leq 2025\pi \Leftrightarrow \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{8101}{4} \\ \Rightarrow k \in \{1; 2; 3; \dots; 2025\}$$

Vậy phương trình có 2025 nghiệm trên đoạn $[0; 2025\pi]$.

Câu 18: Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

$$x = 4 \cos\left(3t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Ở đây, thời gian t tính bằng giây và quãng đường x tính bằng centimét. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 16 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Lời giải

Khi vật qua vị trí cân bằng, ta có $x = 0$:

$$4 \cos\left(3t + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(3t + \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3t + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

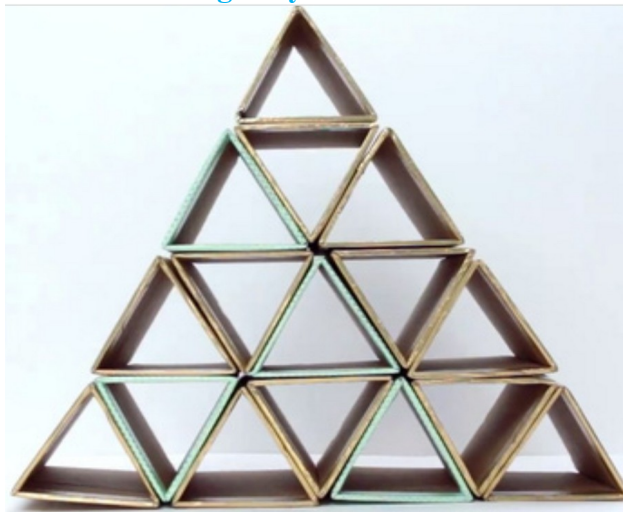
Trong khoảng thời gian từ 0 đến 16 giây, tức là $0 \leq t \leq 16$ hay

$$0 \leq \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} \leq 16 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{48}{\pi} - \frac{1}{3}$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1, 2, \dots, 14\}$.

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 16 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 15 lần.

Câu 19: An định xếp một hình tháp bởi các mảnh ghép tam giác (hình vẽ minh họa). Tầng dưới cùng An xếp 35 hình và tầng tiếp theo ít hơn tầng dưới nó hai hình. An xếp cho đến khi không xếp lên được nữa. Hỏi An cần bao nhiêu mảnh ghép hình tam giác để xếp xong tháp?



Lời giải

Theo giả thiết tòa tháp được xếp bằng các hình tam giác, số các tam giác xếp theo quy luật là một cấp số cộng. Gọi số tam giác tầng trên cùng là u_1 thì ta có $u_1 = 1, d = 2$

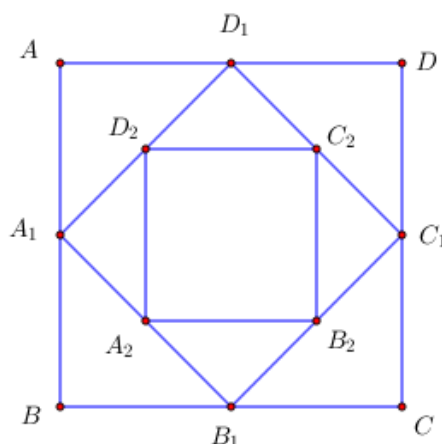
Gọi tầng dưới cùng là $u_n \Rightarrow u_n = 35$.

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = 35 \Leftrightarrow 1 + (n-1) \cdot 2 = 35 \Leftrightarrow n = 18 \Rightarrow S_{18} = \frac{18(1+35)}{2} = 324$

Vậy tổng số tam giác trong 18 tòa tháp trên là $S = 324$.

Câu 20: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4 và có diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2 . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích $S_3, \dots$ và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích $S_4, S_5, \dots, S_{100}$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$.

Lời giải



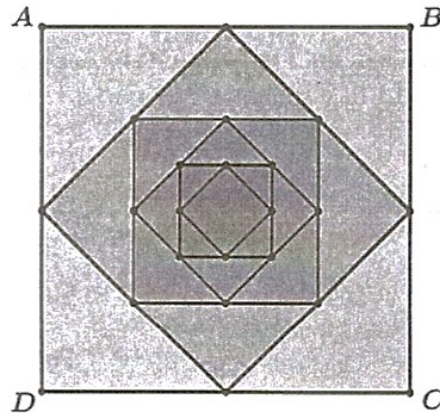
Ta có $S_1 = 4^2$; $S_2 = \frac{1}{2}4^2 = \frac{1}{2}S_1$; $S_3 = \frac{1}{2}S_2 = \frac{1}{2^2}S_1$, ...

Suy ra $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100} = S_1 + \frac{1}{2}S_1 + \frac{1}{2^2}S_1 + \dots + \frac{1}{2^{99}}S_1 = S_1 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{99}} \right)$

Do đó $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$ là cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = S_1 = 4^2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

Vậy $S = S_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} = \frac{4^2 (2^{100} - 1)}{2^{99}} = 32$.

Câu 21: Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài bằng 1. Nối các trung điểm của bốn cạnh hình vuông $ABCD$, ta được hình vuông thứ hai. Tiếp tục nối các trung điểm của bốn cạnh hình vuông thứ hai, ta được hình vuông thứ ba. Tiếp tục như thế ta nhận được một dãy các hình vuông. Tìm tổng chu vi của dãy các hình vuông đó (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Lời giải

Nếu cạnh hình vuông ban đầu là x thì theo định lý Pythagore, ta có cạnh hình vuông thứ hai là

$$\sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{x\sqrt{2}}{2}. (*)$$

Gọi cạnh hình vuông $ABCD$ là $u_1 = 1$, từ (*) ta có cạnh hình vuông thứ hai là $u_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$, cạnh

hình vuông thứ ba là $u_3 = \frac{1}{2}$, cạnh hình vuông thứ tư là $u_4 = \frac{\sqrt{2}}{4}, \dots$

Xét tổng chu vi dãy các hình vuông là:

$$S = 4u_1 + 4u_2 + 4u_3 + \dots = 4 \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} + \dots \right).$$

Dễ thấy $1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} + \dots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu bằng 1, công bội bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$S = 4 \cdot \frac{u_1}{1-q} = 4 \cdot \frac{1}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}} = 8 + 4\sqrt{2} = 13,7$$

Vậy ta có:

Câu 22: Chi phí (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số: $C(x) = 50000 + 105x$. Khi số sản phẩm sản xuất ra ngày càng nhiều thì chi phí trung bình chi tối đa là bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Chi phí trung bình $\bar{C}(x)$ để sản xuất một sản phẩm là:

$$\bar{C}(x) = \frac{50000 + 105x}{x} \quad (\text{sản phẩm}).$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \bar{C}(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{50000 + 105x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(\frac{50000}{x} + 105 \right)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{50000}{x} + 105 \right) = 105$$

Khi số sản phẩm sản xuất ra ngày càng nhiều thì chi phí trung bình chi tối đa là 105 nghìn.

-----HẾT-----

uigeli.xyz ĐỀ 3	ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I-NĂM HỌC 2024-2025 MÔN: TOÁN 11
---------------------------	---

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác, góc lượng giác có số đo 510° có cùng điểm biểu diễn với góc nào dưới đây?

- A. 240° . B. 150° . C. 210° . D. 360° .

Câu 2: Khẳng định nào sau đây là **đúng** khi nói về "đường tròn lượng giác"?

- A. Mỗi đường tròn là một đường tròn lượng giác.
B. Mỗi đường tròn có bán kính bằng 1 là một đường tròn lượng giác.
C. Mỗi đường tròn có bán kính bằng 1, có tâm tại gốc tọa độ là một đường tròn lượng giác.
D. Mỗi đường tròn được định hướng, có bán kính bằng 1, có tâm tại gốc tọa độ và lấy điểm $A(1;0)$ là điểm gốc của đường tròn là một đường tròn lượng giác.

Câu 3: Cho $\sin x = \frac{3}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, khi đó $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ bằng

A. $\frac{2}{7}$.

B. $-\frac{1}{7}$.

C. $-\frac{2}{7}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

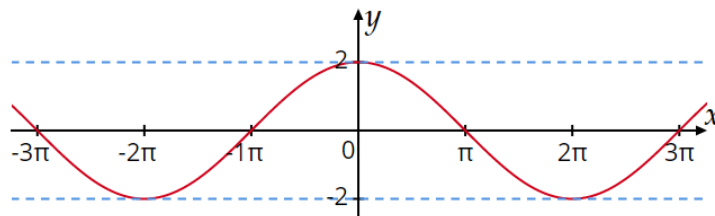
A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 5: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y = 2 \cos \frac{x}{2}$.

B. $y = \sin x + 2$.

C. $y = 2 \sin \frac{x}{2}$.

D. $y = 1 + 2 \cos x$.

Câu 6: Phương trình $\sin x = -1$ có nghiệm là

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7: Dãy số gồm tất cả các số tự nhiên lẻ nhỏ hơn 20, theo thứ tự tăng dần là

A. 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.

B. 19, 17, 15, 13, 11, 9, 7, 5, 3, 1.

C. 1, 3, 5, 7, ...

D. 1, 2, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.

Câu 8: Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) biết số hạng đầu $u_1 = 5$, công sai $d = 2$ là

A. $u_n = 1 + 4n$.

B. $u_n = 5n$.

C. $u_n = 3 + 2n$.

D. $u_n = 2 + 3n$.

Câu 9: Công bội của cấp số nhân (u_n) biết $u_3 = 4$ và $u_4 = 8$ là

A. $q = 2$.

B. $u_n = \frac{1}{2}$.

C. $q = 4$.

D. $q = -4$.

Câu 10: Câu khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0$ với k là số nguyên dương.

B. $\lim C = C$ với C là hằng số.

C. $\lim q^n = 0$ với $q > 1$.

D. $\lim q^n = 0$ với $-1 < q < 1$.

Câu 11: Tính $\lim_{x \rightarrow -1} (-3x^2 + 2x - 1)$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. -6.

D. -3.

Câu 12: Hàm số $y = f(x)$ được gọi là liên tục trên đoạn $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$ và

- A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$, $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.
- B. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$, $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.
- C. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$, $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.
- D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$, $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: An đi học bằng xe đạp với vận tốc không đổi, biết rằng bánh xe đạp có đường kính 680 mm và quay được 10 vòng trong 5 giây. Khoảng cách từ nhà An đến trường là 6,5 km và trường của An vào học lúc 6 giờ 45 phút.

- a) Trong một giây bánh xe của An quay được 720° .
- b) Độ dài quãng đường An đi được trong một phút bằng 81,6 m.
- c) Vận tốc xe của An nhỏ hơn 16 km/h (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- d) An đi học lúc 6 giờ 30 phút, thì không muộn học.

Câu 14: Cho phương trình $\sin 2x + \cos 3x = 0$. Phát biểu sau đúng hay sai?

- a) $x = \frac{3\pi}{10}$ là một nghiệm của phương trình.
- b) Phương trình tương đương với $\sin 2x = \cos(-3x)$.
- c) Phương trình tương đương với $\sin 2x = \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$.
- d) Tổng các nghiệm của phương trình trong $[-3; 3]$ bằng 0.

Câu 15: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3n + 2024$ ($n \in \mathbb{N}, n \geq 1$).

- a) $u_1 = 2024$.
- b) (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = 3$.
- c) Số 2324 là số hạng thứ 98 của dãy.
- d) Tổng các số hạng kể từ số hạng thứ 100 đến số hạng thứ 200 là 15150.

Câu 16: Cho hàm số
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 2} & \text{khi } x < -2 \\ mx - 1 & \text{khi } x \geq -2 \end{cases}$$
 (m là tham số thực).

- a) Hàm số liên tục trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- b) $f(-2) = 5$.
- c) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 5$.
- d) Hàm số đã cho liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ khi $m = 1$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Biết hàm số $y = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x = \frac{a}{b} \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$, với $a; b$ là các số nguyên, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị $S = a + ab^2$.

$$\cos\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) - m = 0$$

Câu 18: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có nghiệm?

Câu 19: Độ cao h (m) của một cabin trên vòng quay vào thời điểm t giây sau khi bắt đầu chuyển

động được cho bởi công thức $h(t) = 30 + 20 \sin\left(\frac{\pi}{25}t + \frac{\pi}{3}\right)$. Sau bao nhiêu giây thì cabin đạt độ cao 40 m lần đầu tiên? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 20: Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) , biết công sai dương và

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 9 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 35 \end{cases}$$

Câu 21: Trong năm đầu tiên đi làm, anh A được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh A lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước. Mỗi khi lĩnh lương anh A đều cất đi phần lương tăng so với năm ngay trước để tiết kiệm mua ô tô. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì anh A mua được ô tô giá 500 triệu biết rằng anh A được gia đình hỗ trợ 32% giá trị chiếc xe?

Câu 22: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $9a + c > 27 + 3b$ và $a + b + c < -1$. Khi đó số nghiệm thực phân biệt của phương trình $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ bằng bao nhiêu?

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác, góc lượng giác có số đo 510° có cùng điểm biểu diễn với góc nào dưới đây?

- A. 240° . B. 150° . C. 210° . D. 360° .

Lời giải.

Vì $510^\circ = 150^\circ + 360^\circ$ nên góc 510° có cùng điểm biểu diễn với góc 150° .

Câu 2: Khẳng định nào sau đây là **đúng** khi nói về "đường tròn lượng giác"?

- A. Mỗi đường tròn là một đường tròn lượng giác.
B. Mỗi đường tròn có bán kính bằng 1 là một đường tròn lượng giác.
C. Mỗi đường tròn có bán kính bằng 1, có tâm tại gốc tọa độ là một đường tròn lượng giác.
D. Mỗi đường tròn được định hướng, có bán kính bằng 1, có tâm tại gốc tọa độ và lấy điểm $A(1;0)$ là điểm gốc của đường tròn là một đường tròn lượng giác.

Lời giải.

Theo định nghĩa đường tròn lượng giác là đường tròn có tâm tại gốc tọa độ, bán kính bằng 1, được định hướng và lấy điểm $A(1;0)$ là điểm gốc của đường tròn.

Câu 3: Cho $\sin x = \frac{3}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, khi đó $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ bằng

- A. $\frac{2}{7}$. B. $-\frac{1}{7}$. C. $-\frac{2}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải.

Vì $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ nên $\cos x < 0$.

$$\cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} = -\sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = -\frac{4}{5}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{3}{4}$$

$$\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan x + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan x \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{-\frac{3}{4} + 1}{1 + \frac{3}{4} \cdot 1} = \frac{1}{7}$$

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

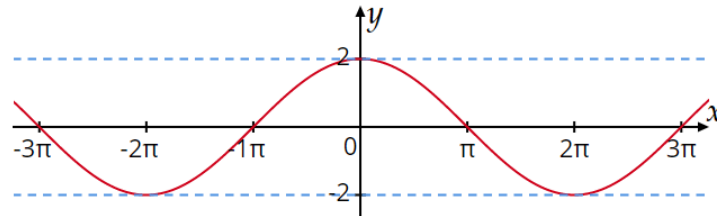
D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Lời giải

Điều kiện xác định: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Câu 5: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y = 2 \cos \frac{x}{2}$

B. $y = \sin x + 2$

C. $y = 2 \sin \frac{x}{2}$

D. $y = 1 + 2 \cos x$

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta có: $y(\pi) = y(-\pi) = 0$

Trong các hàm số ở bốn phương án thì chỉ có hàm số $y = 2 \cos \frac{x}{2}$ thỏa mãn điều kiện này.

Câu 6: Phương trình $\sin x = -1$ có nghiệm là

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

Ta có $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 7: Dãy số gồm tất cả các số tự nhiên lẻ nhỏ hơn 20, theo thứ tự tăng dần là

- A.** 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.
B. 19, 17, 15, 13, 11, 9, 7, 5, 3, 1.
C. 1, 3, 5, 7, ...
D. 1, 2, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.

Lời giải

Các số hạng của dãy số là: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.

Câu 8: Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) biết số hạng đầu $u_1 = 5$, công sai $d = 2$ là

- A.** $u_n = 1 + 4n$. **B.** $u_n = 5n$. **C.** $u_n = 3 + 2n$. **D.** $u_n = 2 + 3n$.

Lời giải

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + (n-1)2 = 2n + 3$.

Câu 9: Công bội của cấp số nhân (u_n) biết $u_3 = 4$ và $u_4 = 8$ là

- A.** $q = 2$. **B.** $q = \frac{1}{2}$. **C.** $q = 4$. **D.** $q = -4$.

Lời giải

Ta có: $q = \frac{u_4}{u_3} = \frac{8}{4} = 2$.

Câu 10: Câu khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0$ với k là số nguyên dương.
B. $\lim C = C$ với C là hằng số. **C.** $\lim q^n = 0$ với $q > 1$.
D. $\lim q^n = 0$ với $-1 < q < 1$.

Lời giải

Ta có $\lim q^n = +\infty$ với $q > 1$.

Câu 11: Tính $\lim_{x \rightarrow -1} (-3x^2 + 2x - 1)$ bằng

- A.** 0. **B.** 1. **C.** -6. **D.** -3.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -1} (-3x^2 + 2x - 1) = -3 \cdot (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 1 = -6$.

Câu 12: Hàm số $y = f(x)$ được gọi là liên tục trên đoạn $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$ và

- A.** $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$, $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.
B. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$, $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. **C.** $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$, $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.
D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$, $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Lời giải

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là liên tục trên đoạn $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$ và $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$, $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.

Câu 13: An đi học bằng xe đạp với vận tốc không đổi, biết rằng bánh xe đạp có đường kính 680 mm và quay được 10 vòng trong 5 giây. Khoảng cách từ nhà An đến trường là $6,5 \text{ km}$ và trường của An vào học lúc 6 giờ 45 phút.

- a) Trong một giây bánh xe của An quay được 720° .
- b) Độ dài quãng đường An đi được trong một phút bằng $81,6 \text{ m}$.
- c) Vận tốc xe của An nhỏ hơn 16 km/h (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- d) An đi học lúc 6 giờ 30 phút, thì không muộn học.

Lời giải

a) Đúng.

Một giây bánh xe của An quay được $\frac{10}{5} = 2$ vòng.

Vì một vòng bánh xe quay được một góc 360° .

Nên trong 1 giây bánh xe quay được $2 \cdot 360^\circ = 720^\circ$.

b) Sai.

Ta có 1 phút bằng 60 giây.

Trong một phút bánh xe quay được $60 \cdot 2 = 120$ vòng

Chu vi bánh xe (chiều dài một vòng) là $\pi d = 680\pi \text{ mm} = 0,68\pi \text{ m}$.

Độ dài quãng đường bánh xe quay được trong một phút là $120 \cdot 0,68\pi \text{ m} = 81,6\pi \text{ m}$.

c) Đúng.

Trong 1 phút $= \frac{1}{60}$ giờ, An đi được quãng đường $81,6\pi \text{ m} = 0,0816\pi \text{ km}$.

Vận tốc xe của An là $v = \frac{s}{t} = \frac{0,0816\pi}{\frac{1}{60}} \approx 15,38 \text{ km/h}$.

d) Sai.

Thời gian để An đi từ nhà đến trường là $t = \frac{s}{v} = \frac{6,5}{15,38} \text{ giờ} \approx 25,36 \text{ phút}$.

An đến trường lúc 6 giờ 30 phút + 25,36 phút = 6 giờ 55,36 phút.

Vậy An đi học muộn 10,36 phút.

Câu 14: Cho phương trình $\sin 2x + \cos 3x = 0$. Phát biểu sau đúng hay sai?

- a) $x = \frac{3\pi}{10}$ là một nghiệm của phương trình.
- b) Phương trình tương đương với $\sin 2x = \cos(-3x)$.
- c) Phương trình tương đương với $\sin 2x = \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$.
- d) Tổng các nghiệm của phương trình trong $[-3; 3]$ bằng 0.

Lời giải

Phương trình: $\sin 2x + \cos 3x = 0$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = -\cos 3x$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = \cos(\pi - 3x)$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left[\frac{\pi}{2} - (\pi - 3x)\right]$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 3x - \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 2x = \frac{3\pi}{2} - 3x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} - k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{10} + k\frac{2\pi}{5} \end{cases}, (\forall k \in \mathbb{Z})$$

Với $x \in [-3; 3] \Rightarrow x \in \left\{-\frac{9\pi}{10}; -\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{10}; \frac{3\pi}{10}; \frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{10}\right\}$

Tổng các nghiệm trên đoạn $[-3; 3]$ là $-\frac{9\pi}{10} - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10} + \frac{3\pi}{10} + \frac{\pi}{2} + \frac{7\pi}{10} = 0$

Vậy: a) Đúng, b) Sai, c) Đúng, d) Đúng.

Câu 15: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3n + 2024$ ($n \in \mathbb{N}, n \geq 1$).

a) $u_1 = 2024$.

b) (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = 3$.

c) Số 2324 là số hạng thứ 98 của dãy.

d) Tổng các số hạng kể từ số hạng thứ 100 đến số hạng thứ 200 là 15150.

Lời giải

a) Sai.

Ta có $u_1 = 3 \cdot 1 + 2024 = 2027$.

b) Đúng.

Ta có: $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) + 2024 - (3n + 2024) = 3$ (không đổi).

Suy ra (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = 3$.

c) Sai.

Số hạng thứ 98 của dãy là $u_{98} = 3 \cdot 98 + 2024 = 2318 \neq 2324$.

d) Sai.

Ta có $u_{200} = 3 \cdot 200 + 2024 = 2624$, $u_{99} = 3 \cdot 99 + 2024 = 2321$.

Tổng các số hạng kể từ số hạng thứ 100 đến số hạng thứ 200 là

$$\begin{aligned} S_{200} - S_{99} &= \frac{(u_1 + u_{200}) \cdot 200}{2} - \frac{(u_1 + u_{99}) \cdot 99}{2} \\ &= \frac{(2027 + 2624) \cdot 200 - (2027 + 2321) \cdot 99}{2} = 249874 \end{aligned}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 2} & \text{khi } x < -2 \\ mx - 1 & \text{khi } x \geq -2 \end{cases} \quad (m \text{ là tham số thực}).$$

Câu 16: Cho hàm số

- a) Hàm số liên tục trên khoảng $(-\infty; -2)$.
 b) $f(-2) = 5$.
 c) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 5$.
 d) Hàm số đã cho liên tục trên tập số thực $\square$ khi $m = 1$.

Lời giải

a) Đúng

Với $x < -2$ ta có $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 2}$ là hàm số liên tục trên $(-\infty; -2)$.

b) Sai

Với $x = -2$ ta có $f(x) = mx - 1 \Rightarrow f(-2) = m \cdot (-2) - 1 = -2m - 1$.

c) Sai

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{(x + 2)(x - 5)}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2^-} (x - 5) = -2 - 5 = -7$$

d) Sai

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} (mx - 1) = -2m - 1$$

Với $x \geq -2$ ta có $f(x) = mx - 1$ là hàm số đa thức liên tục trên $(-2; +\infty)$.

Hàm số $f(x)$ đã cho liên tục trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Hàm số $f(x)$ đã cho liên tục trên $\square$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = f(-2)$
 $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = f(-2)$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 17: Biết hàm số $y = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x = \frac{a}{b} \pi + k 2\pi, k \in \square$, với $a; b$

là các số nguyên, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị $S = a + ab^2$.

Lời giải

Đáp số: 40.

Xét hàm số $y = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$.

TXĐ: $D = \square$.

$$-1 \leq \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 1, \forall x \in \square$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow -2 \leq 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 2, \forall x \in \square \Leftrightarrow -3 \leq 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 \leq 1, \forall x \in \square$$

$$\Rightarrow \min_{\mathbf{R}} y = -3 \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = \pi + k 2\pi \Leftrightarrow x = \frac{4\pi}{3} + k 2\pi, k \in \square.$$

Vậy $a = 4; b = 3 \Rightarrow a + ab^2 = 40$.

$$\cos\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) - m = 0$$

Câu 18: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có nghiệm?

Lời giải

Đáp số: 3.

Ta có $\cos\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) - m = 0 \Leftrightarrow \cos\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = m$ có nghiệm $\Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1\}$.

Câu 19: Độ cao h (m) của một cabin trên vòng quay vào thời điểm t giây sau khi bắt đầu chuyển

$$h(t) = 30 + 20 \sin\left(\frac{\pi}{25}t + \frac{\pi}{3}\right)$$

động được cho bởi công thức. Sau bao nhiêu giây thì cabin đạt độ cao 40 m lần đầu tiên? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp số: 12,5.

Ta có $h(t) = 40 \Leftrightarrow 30 + 20 \sin\left(\frac{\pi}{25}t + \frac{\pi}{3}\right) = 40 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{25}t + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{25}t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ \frac{\pi}{25}t + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{-25}{6} + 50k \\ t = \frac{25}{2} + 50k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Cabin đạt độ cao 40 m lần đầu tiên ứng với nghiệm t dương nhỏ nhất của phương trình là $t = 12,5$.

Vậy sau 12,5 giây thì Cabin đạt độ cao 40 m lần đầu tiên.

Câu 20: Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) , biết công sai dương và

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 9 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 35 \end{cases}$$

Lời giải

Đáp số: 100.

Ta có $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 9 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 + d + u_1 + 2d = 9 \\ u_1^2 + (u_1 + d)^2 + (u_1 + 2d)^2 = 35 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 - d \\ (3 - d)^2 + 3^2 + (3 + d)^2 = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 - d \\ d^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 - d \\ d = \pm 2 \end{cases}$$

Vì công sai dương nên chọn $d = 2$, từ đó tính được $u_1 = 1$.

Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) là:

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2u_1 + 9d) = 5(2 \cdot 1 + 9 \cdot 2) = 100$$

Câu 21: Trong năm đầu tiên đi làm, anh A được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh A lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước.

Mỗi khi lĩnh lương anh A đều cất đi phần lương tăng so với năm ngay trước để tiết kiệm mua ô tô. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì anh A mua được ô tô giá 500 triệu biết rằng anh A được gia đình hỗ trợ 32% giá trị chiếc xe?

Lời giải

Đáp số: ¹³ năm

Số tiền anh A cần tiết kiệm là $500 - 500 \cdot 0,32 = 340$ (triệu).

Gọi số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm đầu tiên là $u_1 = 10$ (triệu).

Thì số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ hai là

$$u_2 = u_1 \cdot (1 + 0,12) = u_1 \cdot 1,12 \text{ (triệu)}.$$

Số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ ba là

$$u_3 = u_1 \cdot (1 + 0,12)^2 = u_1 \cdot (1,12)^2 \text{ (triệu)}.$$

...

Số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ n là

$$u_n = u_1 \cdot (1 + 0,12)^{n-1} = u_1 \cdot (1,12)^{n-1} \text{ (triệu)}.$$

Vậy số tiền mà anh A tiết kiệm được sau n năm là

$$12 \cdot (u_2 - u_1 + u_3 - u_2 + \dots + u_{n-1} - u_{n-2} + u_n - u_{n-1}) = 12 \cdot (u_n - u_1) = 12 \cdot [u_1 \cdot (1,12)^{n-1} - u_1].$$

$$\text{Cho } 12 \cdot [u_1 \cdot (1,12)^{n-1} - u_1] = 340 \Leftrightarrow (1,12)^{n-1} = \frac{23}{6} \Leftrightarrow n \approx 12,86 \Rightarrow n = 13.$$

Vậy sau ít nhất ¹³ năm thì anh A sẽ tiết kiệm đủ tiền để mua ô tô.

Câu 22: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $9a + c > 27 + 3b$ và $a + b + c < -1$. Khi đó số nghiệm thực phân biệt của phương trình $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ bằng

Lời giải

Trả lời: 3

Xét phương trình $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (1).

Đặt $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. (Hàm số liên tục trên R)

$$\text{Từ giả thiết } \begin{cases} 9a + c > 27 + 3b \Rightarrow -27 + 9a - 3b + c > 0 \Rightarrow f(-3) > 0. \\ a + b + c < -1 \Rightarrow 1 + a + b + c < 0 \Rightarrow f(1) < 0. \end{cases}$$

Do đó $f(-3), f(1) < 0$ nên phương trình (1) có ít nhất một nghiệm trong $(-3; 1)$.

Ta nhận thấy:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \text{ mà } f(-3) > 0 \text{ nên phương trình (1) có ít nhất một nghiệm } \alpha \in (-\infty; -3).$$

$$\text{Tương tự: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \text{ mà } f(1) < 0 \text{ nên phương trình (1) có ít nhất một nghiệm } \beta \in (1; +\infty).$$

Như vậy phương trình đã cho có ít nhất ba nghiệm thực phân biệt, mặt khác phương trình bậc 3 có tối đa ba nghiệm.

Vậy phương trình $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác, cặp góc lượng giác nào sau đây có cùng điểm cuối?

- A. $\frac{\pi}{3}$ và $-\frac{35\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{7}$ và $-\frac{230\pi}{7}$. C. $\frac{\pi}{10}$ và $\frac{152\pi}{10}$. D. $-\frac{\pi}{6}$ và $\frac{77\pi}{6}$.

Câu 2: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$. Tìm số hạng u_5 .

- A. $u_5 = \frac{1}{4}$. B. $u_5 = \frac{17}{12}$. C. $u_5 = \frac{7}{4}$. D. $u_5 = \frac{71}{39}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng

- A. SN . B. SC . C. SB . D. SM .

Câu 4: Rút gọn biểu thức $P = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$, ta được kết quả là

- A. $P = \sqrt{2} \sin x$. B. $\sqrt{2} \cos x$. C. 1. D. $\sin x$.

Câu 5: Phương trình: $\sin x \cdot (2 \cos x - \sqrt{3}) = 0$ có nghiệm là:

- A. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. C.

- D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này.

- A. $S_{16} = -24$. B. $S_{16} = 26$. C. $S_{16} = -25$. D. $S_{16} = 24$.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$ có I là trung điểm BC , J là trung điểm CD và G là trọng tâm tam giác ABC . Gọi M là điểm thuộc cạnh AD sao cho $AM = 2MD$. Khi đó GM song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

- A. BD . B. CD . C. IJ . D. DI .

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ là

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $D = \left\{-\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 9: Cho hai cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$, $d = 3$ và (v_n) có $v_1 = 3$, $d = 2$. Hỏi trong 100 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số có bao nhiêu số hạng chung?

- A. 50. B. 30. C. 33. D. 49.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành. Trên các cạnh SA , SB , AD lần lượt lấy các

điểm M , N , P thỏa $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{PD}{AD}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $MN \parallel (ABC)$. B. $SD \parallel (MNP)$. C. SC không song song (MNP) . D. $NP \parallel (SCD)$.

Câu 11: Phương trình $\sin\left(\frac{7\pi}{6} + x\right) = \sin\left(-\frac{5\pi}{6} + x\right)$ có bao nhiêu nghiệm trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

- A. 2. B. 0. C. Vô số. D. 1.

Câu 12: Một sinh viên ra trường đi phỏng vấn xin việc tại một công ty. Sau khi phỏng vấn xong các kiến thức chuyên môn, giám đốc đưa ra 3 lựa chọn.

Một là anh sẽ vào làm việc trong công ty với lương tháng cố định 5.000.000 đồng mỗi tháng.

Hai là anh sẽ làm việc với mức lương khởi điểm 3.000.000 đồng cho tháng đầu, sau mỗi tháng anh sẽ được tăng thêm 400.000 đồng cho các tháng sau.

Ba là anh sẽ làm việc với mức lương khởi điểm 4.000.000 cho tháng đầu, sau mỗi tháng anh sẽ được tăng thêm 200.000 đồng cho các tháng sau.

Thời gian thử việc theo cả 3 phương án là 12 tháng. Hỏi anh sinh viên sẽ lựa chọn phương án nào để có lợi nhất về thu nhập trong thời gian thử việc.

A. Phương án ⁽¹⁾. B. Phương án ⁽²⁾. C. Phương án ⁽³⁾. D. Cả 3 phương án đều như nhau.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho biết $\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ và $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Khi đó các mệnh đề sau đúng sai?

a) $\cos x > 0$

b) $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) < 0$

c) $\cos x = \frac{\sqrt{6}}{3}$

d) $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{6} - 3}{8}$.

Câu 14: Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu đồng. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu đồng.

Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu đồng. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu đồng.

a) Với *phương án 1*, tiền lương người lao động nhận được ở năm thứ hai là 138 triệu đồng.

b) Với *phương án 2*, Công thức tính số tiền lương mà người lao động nhận được tại quý thứ n là $u_n = 24 + 1,8n$.

c) Với *phương án 1*, để người lao động nhận được tổng số tiền lương trên 1 tỷ đồng thì người lao động đó phải làm việc cho doanh nghiệp ít nhất 6 năm.

d) Nếu người lao động kí hợp đồng với doanh nghiệp ít nhất 4 năm thì người lao động kí hợp đồng theo *phương án 2* sẽ nhận được số tiền lương nhiều hơn so với *phương án 1*.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$, M là trung điểm cạnh AB . Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) $MC \parallel AD$.

b) $AD \parallel (NMC)$ với N là trung điểm của SA .

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng Sx , $Sx \parallel AD$

d) (P) là mặt phẳng qua M và song song với hai đường thẳng SB, SD . Gọi E là giao điểm của CD với (P) , khi đó $\frac{EC}{DC} = \frac{1}{2}$.

Câu 16: Cho phương trình $\tan 2x = m$ (1).

a) Để phương trình (1) có nghiệm thì $-1 \leq m \leq 1$

b) Khi $m = 1$ thì phương trình (1) có nghiệm là $\frac{\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

c) Khi $m = \sqrt{3}$ thì phương trình (1) có bốn nghiệm thuộc $(0; 2\pi)$.

d) Khi $m = -\sqrt{3}$ thì phương trình (1) có hiệu số giữa nghiệm dương nhỏ nhất với nghiệm âm lớn nhất là $x = \frac{\pi}{2}$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA

và SC . Đường thẳng IJ song song với bao nhiêu mặt của hình chóp $S.ABCD$?

Câu 18: Cho $\cos \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $B = \cos 2\alpha$.

Câu 19: Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2 \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = m - 1$ có nghiệm là

Câu 20: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Số $\frac{499}{251}$ là số hạng thứ mấy của dãy?

Câu 21: Huyết áp là áp lực cần thiết tác động lên thành của động mạch để đưa máu từ tim đến nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Huyết áp được tạo ra do lực co bóp của cơ tim và sức cản của thành động mạch. Mỗi lần tim đập, huyết áp của chúng ta tăng rồi giảm giữa các nhịp. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu tương ứng gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương. Chỉ số huyết áp của chúng ta được viết là tâm thu/tâm trương. Chỉ số huyết áp 120/80 là bình thường. Giả sử một người nào đó có nhịp tim

là 70 lần trên phút và huyết áp của người đó được mô hình hóa bởi hàm số $P(t) = 100 + 20 \sin \left(\frac{7\pi}{3} t \right)$,

trong đó $P(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimét thủy ngân) và thời gian t tính theo giây.

Trong khoảng thời gian từ 0 đến 10 giây, hãy xác định số lần huyết áp là 90 mmHg.

Câu 22: Mỗi ngày công ty xây dựng chậm tiến độ thi công cầu sẽ bị phạt. Mức phạt sẽ là $4000(USD)$ cho ngày đầu tiên và sẽ tăng thêm $1000(USD)$ cho mỗi ngày tiếp theo. Dựa trên ngân sách của mình, công ty có khả năng trả tối đa $165.000(USD)$ tiền phạt. Tìm số ngày tối đa mà công ty có thể trì hoãn.

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

☞ **Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.**

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác, cặp góc lượng giác nào sau đây có cùng điểm cuối?

- A.** $\frac{\pi}{3}$ và $-\frac{35\pi}{3}$. **B.** $\frac{\pi}{7}$ và $-\frac{230\pi}{7}$. **C.** $\frac{\pi}{10}$ và $\frac{152\pi}{10}$. **D.** $-\frac{\pi}{6}$ và $\frac{77\pi}{6}$.

Lời giải

Vì $\frac{\pi}{3} - \left(-\frac{35\pi}{3}\right) = 12\pi = 6.2\pi$ nên hai cung $\frac{\pi}{3}$ và $-\frac{35\pi}{3}$ có cùng điểm cuối trên đường tròn lượng giác.

Câu 2: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$. Tìm số hạng u_5 .

- A.** $u_5 = \frac{1}{4}$. **B.** $u_5 = \frac{17}{12}$. **C.** $u_5 = \frac{7}{4}$. **D.** $u_5 = \frac{71}{39}$.

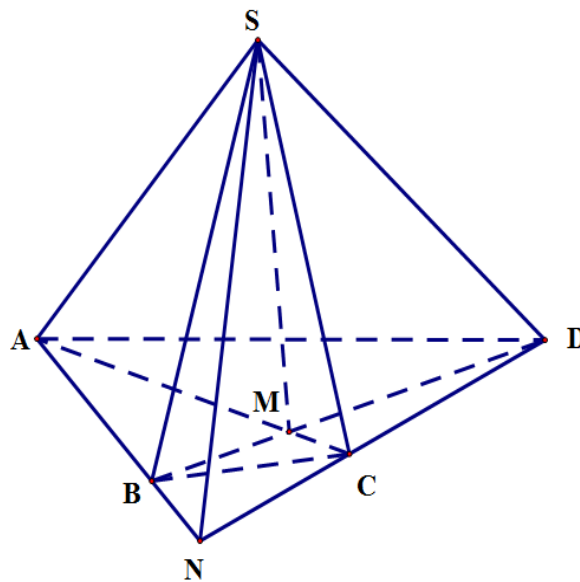
Lời giải

Ta có: $u_5 = \frac{2.5^2 - 1}{5^2 + 3} = \frac{7}{4}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng

- A.** SN . **B.** SC . **C.** SB . **D.** SM .

Lời giải



Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng SM .

Câu 4: Rút gọn biểu thức $P = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$, ta được kết quả là

- A.** $P = \sqrt{2} \sin x$. **B.** $\sqrt{2} \cos x$. **C.** 1 . **D.** $\sin x$.

Lời giải

$$P = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 2 \cos x \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \cos x$$

Câu 5: Phương trình: $\sin x \cdot (2 \cos x - \sqrt{3}) = 0$ có nghiệm là:

- A.** $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. **C.** $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

$$\sin x \cdot (2 \cos x - \sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \cos \frac{\pi}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này.

- A.** $S_{16} = -24$. **B.** $S_{16} = 26$. **C.** $S_{16} = -25$. **D.** $S_{16} = 24$.

Gọi d là công sai của cấp số cộng. Theo giả thiết, ta có
$$\begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3 \end{cases}.$$

Khi đó,
$$S_{16} = \frac{(2u_1 + 15d) \cdot 16}{2} = 8(-42 + 45) = 24.$$

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$ có I là trung điểm BC , J là trung điểm CD và G là trọng tâm tam giác ABC . Gọi M là điểm thuộc cạnh AD sao cho $AM = 2MD$. Khi đó GM song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

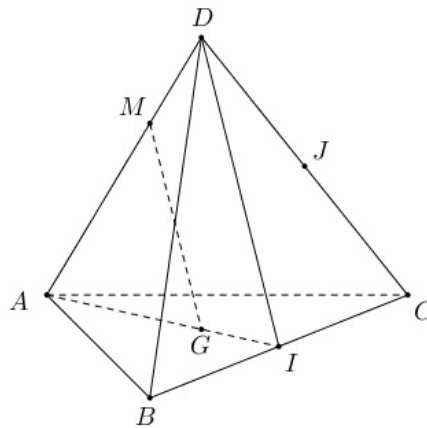
A. BD .

B. CD .

C. IJ .

D. DI .

Lời giải



Ta có $AM = 2MD$ nên $\frac{AM}{AD} = \frac{2}{3}$

Mà G là trọng tâm tam giác ABC nên $\frac{AG}{AI} = \frac{2}{3}$.

Khi đó $\frac{AM}{AD} = \frac{AG}{AI}$. Suy ra $GM \parallel DI$. (định lý Ta – lét)

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ là

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ **C.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

D. $D = \left\{-\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{4} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 9: Cho hai cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$, $d = 3$ và (v_n) có $v_1 = 3$, $d = 2$. Hỏi trong 100 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số có bao nhiêu số hạng chung?

A. 50.

B. 30.

C. 33.

D. 49.

Lời giải

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là $u_n = 2 + (n-1).3 = 3n - 1$.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (v_n) là $v_m = 3 + (m-1).2 = 2m + 1$.

Giả sử k là 1 số hạng chung của hai cấp số cộng trong 100 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số.

Vì k là 1 số hạng của (u_n) nên $k = 3i - 1$ với $1 \leq i \leq 100$ và $i \in \mathbb{N}^*$.

Vì k là 1 số hạng của (v_n) nên $k = 2j + 1$ với $1 \leq j \leq 100$ và $j \in \mathbb{N}^*$.

$$\text{Do đó } 3i - 1 = 2j + 1 \Leftrightarrow i = \frac{2j + 2}{3} = \frac{2(j+1)}{3}$$

Vì $i \in \mathbb{N}^*$ nên $(j+1):3 \Rightarrow j+1 \in \{3; 6; \dots; 99\} \Rightarrow j \in \{2; 5; \dots; 98\}$. (33 giá trị)

Vậy có 33 số hạng chung.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành. Trên các cạnh SA , SB , AD lần lượt lấy các

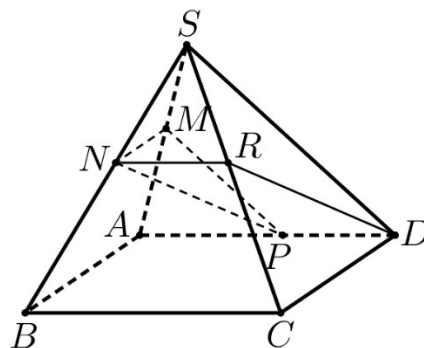
điểm M , N , P thỏa $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{PD}{AD}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $MN \parallel (ABC)$.B. $SD \parallel (MNP)$. C. SC không song song

(MNP).

D. $NP \parallel (SCD)$.

Lời giải



Ta có: $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} \Rightarrow MN \parallel AB \Rightarrow MN \parallel (ABC)$.

Tương tự: $\frac{SM}{SA} = \frac{PD}{AD} \Rightarrow SD \parallel MP \Rightarrow SD \parallel (MNP)$.

Kẻ $NR \parallel BC$ ($R \in SC$). Ta có $\frac{NR}{BC} = \frac{SN}{SB} = \frac{SM}{SA} = \frac{PD}{AD} \Rightarrow NR = PD$.

Suy ra tứ giác $DPNR$ là hình bình hành $\Rightarrow NP \parallel DR \Rightarrow NP \parallel (SCD)$. Vậy mệnh đề C sai.

Câu 11: Phương trình $\sin\left(\frac{7\pi}{6} + x\right) = \sin\left(-\frac{5\pi}{6} + x\right)$ có bao nhiêu nghiệm trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 2.

B. 0

C. Vô số

D. 1

Lời giải

$$\sin\left(\frac{7\pi}{6} + x\right) = \sin\left(-\frac{5\pi}{6} + x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7\pi}{6} + x = -\frac{5\pi}{6} + x + k2\pi & (1) \\ \frac{7\pi}{6} + x = \pi - \left(-\frac{5\pi}{6} + x\right) + k2\pi & (2) \end{cases}$$

Ta có

với $k = 1$ thì ⁽¹⁾ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Suy ra phương trình có vô số nghiệm.

Cách khác. Ta có $\sin\left(-\frac{5\pi}{6} + x\right) = \sin\left(-\frac{5\pi}{6} + x + 2\pi\right) = \sin\left(\frac{7\pi}{6} + x\right)$.

Vậy phương trình đã cho trở thành $\sin\left(\frac{7\pi}{6} + x\right) = \sin\left(\frac{7\pi}{6} + x\right)$. Nên phương trình có vô số nghiệm

Câu 12: Một sinh viên ra trường đi phỏng vấn xin việc tại một công ty. Sau khi phỏng vấn xong các kiến thức chuyên môn, giám đốc đưa ra 3 lựa chọn.

Một là anh sẽ vào làm việc trong công ty với lương tháng cố định 5.000.000 đồng mỗi tháng.

Hai là anh sẽ làm việc với mức lương khởi điểm 3.000.000 đồng cho tháng đầu, sau mỗi tháng anh sẽ được tăng thêm 400.000 đồng cho các tháng sau.

Ba là anh sẽ làm việc với mức lương khởi điểm 4.000.000 cho tháng đầu, sau mỗi tháng anh sẽ được tăng thêm 200.000 đồng cho các tháng sau.

Thời gian thử việc theo cả 3 phương án là 12 tháng. Hỏi anh sinh viên sẽ lựa chọn phương án nào để có lợi nhất về thu nhập trong thời gian thử việc.

A. Phương án ⁽¹⁾.

B. Phương án ⁽²⁾.

C. Phương án ⁽³⁾.

D. Cả 3 phương án

đều như nhau.

Lời giải

Ta lần lượt xét từng phương án:

Phương án 1. Số tiền người đó nhận được là $50000000.12 = 60\,000\,000$ đồng.

Phương án 2. Tiền lương là cấp số cộng với $u_1 = 3000000$, $d = 400000$.

Số tiền người đó nhận được là $S_{12} = \frac{12(2u_1 + 11d)}{2} = 62\,400\,000$ đồng.

Phương án 3. Tiền lương là cấp số cộng với $u_1 = 4000000$, $d = 200000$

Số tiền người đó nhận được là $S_{12} = \frac{12(2u_1 + 11d)}{2} = 61\,200\,000$ đồng.

Do đó ta sẽ chọn phương án 2.

📖 **Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.**

Câu 13: Cho biết $\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ và $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Khi đó các mệnh đề sau đúng sai?

a) $\cos x > 0$

b) $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) < 0$

c) $\cos x = \frac{\sqrt{6}}{3}$

d) $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{6} - 3}{8}$

Lời giải

a) **Đúng** Vì $0 < x < \frac{\pi}{2}$ nên $\cos x > 0$.

b) **Đúng** Ta có: $0 < x < \frac{\pi}{2}$ nên $\frac{\pi}{2} < x + \frac{\pi}{2} < \pi$. Do đó $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) < 0$

c) **Đúng** $\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

d) **Sai** $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos x \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6} - 3}{6}$

Câu 14: Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu đồng. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu đồng.

Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu đồng. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu đồng.

a) Với *phương án 1*, tiền lương người lao động nhận được ở năm thứ hai là 138 triệu đồng.

b) Với *phương án 2*, Công thức tính số tiền lương mà người lao động nhận được tại quý thứ n là $u_n = 24 + 1,8n$.

c) Với *phương án 1*, để người lao động nhận được tổng số tiền lương trên 1 tỷ đồng thì người lao động đó phải làm việc cho doanh nghiệp ít nhất 6 năm.

d) Nếu người lao động kí hợp đồng với doanh nghiệp ít nhất 4 năm thì người lao động kí hợp đồng theo *phương án 2* sẽ nhận được số tiền lương nhiều hơn so với *phương án 1*.

Lời giải

a) Đúng.

Với *phương án 1*,

- Số tiền người lao động nhận được ở năm thứ nhất là $u_1 = 120$ triệu đồng.

- Số tiền người lao động nhận được ở năm thứ hai là $u_2 = 120 + 18 = 138$ triệu đồng.

b) Sai.

Với *phương án 2*, Từ giả thiết, ta nhận thấy dãy số (u_n) là 1 cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 24$, công sai $d = 1,8$

Vậy công thức số hạng tổng quát của dãy số là: $u_n = 24 + 1,8(n-1) = 22,2 + 1,8n$.

c) Sai.

Với *phương án 1*.

Gọi u_n (triệu đồng) là số tiền người lao động nhận được ở năm thứ n ($n \in \mathbb{N}^*$).

Ta có, dãy số (u_n) là một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 120$, công sai $d = 18$.

Tổng số tiền người lao động nhận được sau 6 năm làm việc là $S_6 = \frac{6}{2}(u_1 + u_6) = 990$ triệu đồng.

d) Đúng.

Với *phương án 2*.

Gọi v_n (triệu đồng) là số tiền người lao động nhận được ở quý thứ n ($n \in \mathbb{N}^*$).

Ta có, dãy số (v_n) là một cấp số cộng có số hạng đầu $v_1 = 24$, công sai $d' = 1,8$.

Tổng số tiền người lao động nhận được sau m năm làm việc là

$$S_{4m} = \frac{4m}{2} [2v_1 + (4m-1)d'] = 2m(46,2 + 7,2m)$$

Với phương án 1.

Tổng số tiền người lao động nhận được sau m năm làm việc là

$$T_m = \frac{m}{2} [2u_1 + (m-1)d] = m(111 + 9m)$$

$$S_{4m} > T_m \Leftrightarrow m > \frac{31}{9} = 3, (4)$$

Ta có

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$, M là trung điểm cạnh AB . Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

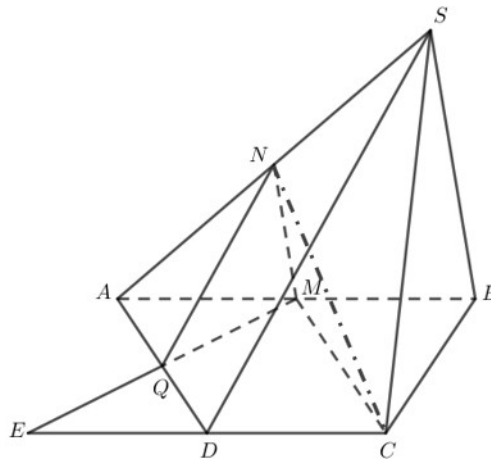
a) $MC \parallel AD$.

b) $AD \parallel (NMC)$ với N là trung điểm của SA .

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng Sx , $Sx \parallel AD$

d) (P) là mặt phẳng qua M và song song với hai đường thẳng SB, SD . Gọi E là giao điểm của CD với (P) , khi đó $\frac{EC}{DC} = \frac{1}{2}$.

Lời giải



a) Đúng.

Do $AM = \frac{1}{2} AB = CD$, $AM \parallel CD$ nên tứ giác $AMCD$ là hình bình hành. Do đó $MC \parallel AD$.

b) Đúng.

Do

$$\left. \begin{array}{l} AD \parallel MC \subset (NMC) \\ AD \not\subset (NMC) \end{array} \right\} \Rightarrow AD \parallel (NMC)$$

c) Sai.

$$\left. \begin{array}{l} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \\ (SAB) \cap (SCD) = Sx \end{array} \right\} \Rightarrow Sx \parallel AB$$

d) Sai.

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} (P) \parallel SB \\ MN \parallel SB \\ M \in (P) \end{array} \right\} \Rightarrow MN \subset (P)$$

Ta lại có:

$$\left. \begin{array}{l} SD \parallel (P) \\ SD \subset (SAD) \\ (P) \cap (SAD) = Nt \end{array} \right\} \Rightarrow Nt \parallel SD$$

Gọi $Q = Nt \cap AD$ nên Q là trung điểm của AD . Trong $(ABCD)$ gọi $E = CD \cap QM$

Ta có $\triangle AQM = \triangle DQE$ vì $AQ = QD$, $\angle AQM = \angle DQE$ (đối đỉnh), $\angle QAM = \angle QDE$ (hai góc so le trong của hai đường thẳng song song AM, DE)

Ta có $AM = ED$ nên $\frac{EC}{DC} = 2$

Câu 16: Cho phương trình $\tan 2x = m$ (1).

a) Để phương trình (1) có nghiệm thì $-1 \leq m \leq 1$

b) Khi $m = 1$ thì phương trình (1) có nghiệm là $\frac{\pi}{8} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

c) Khi $m = \sqrt{3}$ thì phương trình (1) có bốn nghiệm thuộc $(0; 2\pi)$.

d) Khi $m = -\sqrt{3}$ thì phương trình (1) có hiệu số giữa nghiệm dương nhỏ nhất với nghiệm âm

lớn nhất là $x = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải

a) Sai.

Phương trình $\tan 2x = m$ luôn có nghiệm với mọi m .

b) Sai

Ta có: $\tan 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

c) **Đúng.**

Ta có: $\tan 2x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan 2x = \tan \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Xét $0 < \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} < 2\pi \Leftrightarrow 0 < \frac{1}{6} + \frac{k}{2} < 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < k < \frac{11}{3}$.

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Vậy phương trình (1) có bốn nghiệm thuộc $(0; 2\pi)$.

d) **Đúng.**

Ta có: $\tan 2x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \tan 2x = \tan \left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Phương trình (1) có nghiệm dương nhỏ nhất là $x = \frac{\pi}{3}$ khi $k = 1$, nghiệm âm lớn nhất là

$x = -\frac{\pi}{6}$ khi $k = 0$.

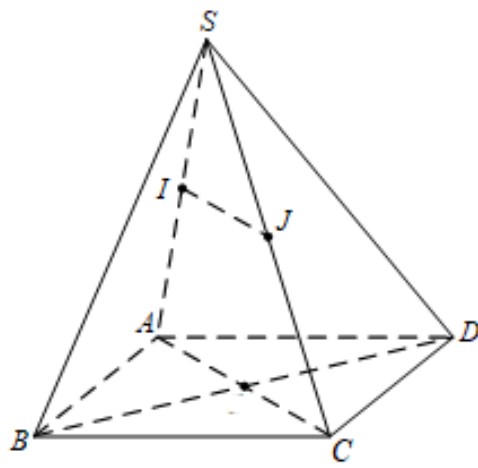
Do đó hiệu số giữa nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất là $\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$.

☞ Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA và SC . Đường thẳng IJ song song với bao nhiêu mặt của hình chóp $S.ABCD$?

Lời giải

Đáp số: 1.



Theo giả thiết ta có $IJ \parallel AC \Rightarrow IJ \parallel (ABCD)$.

Vì $I \in SA$ nên IJ không song song với mặt phẳng $(SAB) \& (SAC)$.

Tương tự, ta có IJ không song song với mặt phẳng $(SBC) \& (SCD)$ vì $J \in SC$.

Câu 18: Cho $\cos a = \frac{1}{2}$. Tính $B = \cos 2a$.

Lời giải

Đáp số: -0,5.

Ta có:
$$B = \cos 2a = 2 \cos^2 a - 1 = 2 \left(\frac{1}{2} \right)^2 - 1 = -\frac{1}{2} = -0,5$$

Câu 19: Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2 \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = m - 1$ có nghiệm là

Lời giải

Đáp số: 5.

Phương trình $2 \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = m - 1 \Leftrightarrow \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{m-1}{2}$

Phương trình có nghiệm khi: $-1 \leq \frac{m-1}{2} \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m-1 \leq 2 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 3$

Vậy có 5 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn đề bài.

Câu 20: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $U_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Số $\frac{499}{251}$ là số hạng thứ mấy của dãy?

Lời giải

Đáp số: 249.

Ta có: $\frac{2n+1}{n+2} = \frac{499}{251} \Leftrightarrow 251(2n+1) = 499(n+2) \Leftrightarrow 502n + 251 = 499n + 998 \Leftrightarrow n = 249$

Câu 21: Huyết áp là áp lực cần thiết tác động lên thành của động mạch để đưa máu từ tim đến nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Huyết áp được tạo ra do lực co bóp của cơ tim và sức cản của thành động mạch. Mỗi lần tim đập, huyết áp của chúng ta tăng rồi giảm giữa các nhịp. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu tương ứng gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương. Chỉ số huyết áp của chúng ta được viết là tâm thu/tâm trương. Chỉ số huyết áp 120/80 là bình thường. Giả sử một người nào đó có nhịp tim là 70 lần trên phút và huyết áp của người đó

được mô hình hóa bởi hàm số $P(t) = 100 + 20 \sin \left(\frac{7\pi}{3} t \right)$, trong đó $P(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimét thủy ngân) và thời gian t tính theo giây.

Trong khoảng thời gian từ 0 đến 10 giây, hãy xác định số lần huyết áp là 90 mmHg.

$$P(t) = 90 \Leftrightarrow 100 + 20 \sin\left(\frac{7\pi}{3}t\right) = 90 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{7\pi}{3}t\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{7\pi}{3}t\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{14} + \frac{12}{14}k \\ t = \frac{7}{14} + \frac{12}{14}n \end{cases} (k, n \in \mathbb{Z})$$

Với $t = -\frac{1}{14} + \frac{12}{14}k$ ta có $0 < -\frac{1}{14} + \frac{12}{14}k < 10 \Leftrightarrow \frac{1}{12} < k < \frac{47}{4} \Rightarrow k \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11\}$

Với $t = \frac{7}{14} + \frac{12}{14}n$ ta có $0 < \frac{7}{14} + \frac{12}{14}n < 10 \Leftrightarrow \frac{-7}{12} < n < \frac{133}{12} \Rightarrow n \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11\}$

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 10 giây, có 23 lần huyết áp là 90 mmHg.

Câu 22: Mỗi ngày công ty xây dựng chậm tiến độ thi công cầu sẽ bị phạt. Mức phạt sẽ là 4000(USD) cho ngày đầu tiên và sẽ tăng thêm 1000(USD) cho mỗi ngày tiếp theo. Dựa trên ngân sách của mình, công ty có khả năng trả tối đa 165.000(USD) tiền phạt. Tìm số ngày tối đa mà công ty có thể trì hoãn.

Lời giải

Số tiền phạt mỗi ngày tạo thành một cấp số cộng có số hạng đầu tiên $u_1 = 4000$, công sai $d = 1000$.

Tổng số tiền công ty phải trả sau n ngày là: $S_n = \frac{n}{2} [2.4000 + (n-1)1000]$

Theo đề bài ta có: $\frac{n}{2} [2.4000 + (n-1)1000] = 165000 \Leftrightarrow n^2 + 7n - 330 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 15 \\ n = -22(l) \end{cases}$

Vậy số ngày tối đa mà công ty có thể trì hoãn là 15 ngày.

-----HẾT-----

uigeli.xyz ĐỀ 5	ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I-NĂM HỌC 2024-2025 MÔN: TOÁN 11
---------------------------	---

☞ **Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Góc có số đo 132° đổi sang radian là:

A. $\frac{11\pi}{15}$

B. $\frac{11}{15}$

C. $\frac{15\pi}{11}$

D. $\frac{15}{11}$

Câu 2: Một đường tròn có đường kính 40cm . Cung tròn trên đường tròn đó có số đo $1,5$. Tính độ dài của cung tròn đó.

- A. 30cm . B. 30 . C. 60cm . D. 60 .

Câu 3: Biết $\sin\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{3}{7}$. Khi đó giá trị của $\cos \alpha$ bằng

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{-3}{7}$. C. $\frac{4}{7}$. D. $\frac{2\sqrt{10}}{7}$.

Câu 4: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\sin \alpha < 0$. B. $\cos \alpha < 0$. C. $\tan \alpha > 0$. D. $\cot \alpha < 0$.

Câu 5: Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\cos \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\tan 135^\circ = -1$. D. $\cot 120^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 6: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ và $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. B. $\cos \alpha = \frac{4}{3}$. C. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 7: Biến đổi biểu thức $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)$ bằng

- A. $\frac{1 - \sin x}{2}$. B. $1 - \sin x$. C. $1 - \cos x$. D. $\frac{1 - \cos x}{2}$.

Câu 8: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2 \sin x + 3$ là

- A. -1 . B. 3 . C. 4 . D. 5 .

Câu 9: Số giá trị nguyên dương của $m \leq 10$ để hàm số $y = \sqrt{\sin x - \cos x + m}$ có tập xác định $\mathbb{R}$ là

- A. 1 . B. 10 . C. 9 . D. 8 .

Câu 10: Trong bốn dãy số sau, có bao nhiêu dãy số lập thành một cấp số cộng?

- I) $10, -2, -14, -26, -38$. II) $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, 2, \frac{11}{4}, \frac{7}{2}$.
III) $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$. IV) $1, 4, 7, 10, 13$.

- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .

Câu 11: Phương trình $\sin x = \sin \frac{\pi}{8}$ có các họ nghiệm là

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{8} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

B.

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{8} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{8} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{8} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{8} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 12: Người ta xác định được số giờ có ánh sáng mặt trời của tỉnh Bà Rịa Vũng Tàu trong ngày thứ t

của một năm không nhuận, được cho bởi một hàm số $d(t) = 4 \sin \left[\frac{\pi}{182} (t - 80) \right] + 11$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Ngày nào trong năm thì tỉnh Bà Rịa Vũng Tàu có số giờ có ánh sáng mặt trời là lớn nhất?

A. 68.

B. 235.

C. 171.

D. 168.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) học sinh lớp 11A

Khoảng chiều cao (cm)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

a) Lớp 11A có 50 học sinh.

b) Giá trị đại diện của nhóm [155;160) là 155.

c) Bạn Tú tính giá trị trung bình của bảng số liệu ghép nhóm là 157.

d) Tứ phân vị của bảng số liệu ghép nhóm: $Q_1 = 152$; $Q_2 = 157$; $Q_3 = 163$ (đơn vị làm tròn đến hai chữ số thập phân).

$$\sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2}$$

Câu 14: Cho phương trình

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau

a) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) = \sin \frac{\pi}{6}$.

b) Công thức nghiệm của phương trình đã cho là $2x + \frac{\pi}{3} = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

c) Tập nghiệm của phương trình đã cho là $\left\{ -\frac{\pi}{12} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

d) Số nghiệm của phương trình đã cho trên $[-2\pi; 5\pi]$ là 7.

Câu 15: Do nhu cầu đi lại của gia đình, anh Bình quyết định thực hiện tích góp tiền để mua một chiếc ô tô HONDA CRV trị giá 1,259 tỉ đồng.

Đợt thứ nhất: anh Bình đã tích góp theo nguyên tắc tháng sau tích góp nhiều hơn tháng ngay trước đó số tiền là 2 triệu đồng và cứ như thế đến tháng thứ 10 anh phải góp 21 triệu đồng. Đến hết đợt thứ nhất anh Bình có tất cả 624 triệu đồng.

Đợt thứ hai kế tiếp: do muốn rút ngắn thời gian mua xe thì số tiền còn lại anh tiếp tục tích góp với tháng đầu là 5 triệu đồng và mỗi tháng tiếp theo số tiền gấp đôi tháng kế trước nó. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đợt thứ nhất anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số cộng có công sai là $d = 2$ triệu và $u_1 = 3$ triệu.

b) Đợt thứ hai anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số nhân có công bội là $q = 2$ triệu và $u_1 = 5$ triệu.

c) Anh Bình tích lũy tiền hết đợt thứ nhất trong 25 tháng.

d) Để đủ tiền mua ô tô thì anh Bình thì anh Bình tích góp ít nhất 31 tháng.

Câu 16: Một con tàu vũ trụ được phóng lên từ mũi Ca-na-vơ-ran (Canaveral) ở Mỹ. Nó chuyển động theo một quỹ đạo được mô tả trên một bản đồ phẳng (quanh đường xích đạo) của mặt đất như hình vẽ; điểm M mô tả cho con tàu, đường thẳng Δ mô tả cho đường xích đạo. Khoảng cách h (kilômet) từ M đến Δ được tính theo công thức $h = |d|$, trong đó $d = 4000 \cos \left[\frac{\pi}{45}(t-10) \right]$, với t (phút) là thời gian trôi qua kể từ khi con tàu đi vào quỹ đạo, $d > 0$ nếu M ở phía trên Δ , $d < 0$ nếu M ở phía dưới Δ .



a) Giả thiết rằng con tàu đi vào quỹ đạo ngay từ khi phóng lên tại mũi Ca-na-vơ-ran (tức là ứng với $t = 0$). Khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng Δ , trong đó C là điểm trên bản đồ biểu diễn cho mũi Ca-na-vơ-ran là $\approx 3064,178(km)$.

b) Thời điểm sớm nhất sau khi con tàu đi vào quỹ đạo mà con tàu di chuyển trên đường thẳng Δ là 32 phút.

c) Thời điểm sớm nhất sau khi con tàu đi vào quỹ đạo để có $d = 2000km$ là 25 phút.

d) Trong khoảng thời gian từ khi bắt đầu đến 50 phút có 2 thời điểm con tàu đi vào quỹ đạo và cách đường thẳng Δ là $2000(km)$.

☞ **Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

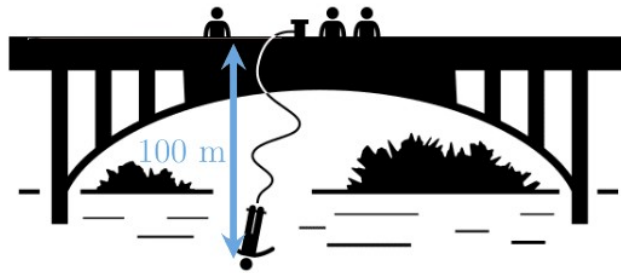
Câu 17: Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$. Giá trị của $\cos 2\alpha$ bằng bao nhiêu?

Câu 18: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_3 = 5$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng bao nhiêu?

Câu 19: Cho bốn số a, b, c, d theo thứ tự lập thành cấp số cộng có công sai dương. Biết rằng tổng của bốn số hạng bằng 13 và tổng của ba số đầu bằng $\frac{15}{2}$. Tính tổng ba số cuối.

Câu 20: Cho phương trình lượng giác: $\sin x - 1 = 0$. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình lượng giác trên $[0; 10\pi]$ có dạng $\frac{a\pi}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tích ab bằng?

Câu 21: Một người nhảy bungee (một trò chơi mạo hiểm mà người chơi nhảy từ một nơi có địa thế cao xuống với dây dai an toàn buộc xung quanh người) từ một cây cầu và căng một sợi dây dài 100 m. Sau mỗi lần rơi xuống, nhờ sự đàn hồi của dây, người nhảy được kéo lên một quãng đường có độ dài bằng 75% so với lần rơi trước đó và lại bị rơi xuống đúng bằng quãng đường vừa được kéo lên. Tính tổng quãng đường người đó đi được sau 8 lần kéo lên và lại rơi xuống (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét)?



Câu 22: Một chiếc đồng hồ treo tường có kim giờ dài 5 cm, vào lúc 12h trưa cho tới 14h15 cùng ngày thì đầu của kim giờ di chuyển được quãng đường có độ dài là bao nhiêu?

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1: Góc có số đo 132° đổi sang radian là:

- A.** $\frac{11\pi}{15}$. **B.** $\frac{11}{15}$. **C.** $\frac{15\pi}{11}$. **D.** $\frac{15}{11}$.

Lời giải

Áp dụng công thức $\alpha^\circ = \frac{\alpha\pi}{180} \text{ rad}$ ta được $132^\circ = \frac{11\pi}{15}$.

Câu 2: Một đường tròn có đường kính 40cm. Cung tròn trên đường tròn đó có số đo $1,5$. Tính độ dài của cung tròn đó.

- A.** 30cm . **B.** 30 . **C.** 60cm . **D.** 60 .

Lời giải

Áp dụng công thức: $l = R\alpha = 20 \cdot 1,5 = 30 \text{ cm}$

Câu 3: Biết $\sin(\frac{7\pi}{2} + \alpha) = \frac{3}{7}$. Khi đó giá trị của $\cos \alpha$ bằng

- A.** $\frac{3}{7}$. **B.** $\frac{-3}{7}$. **C.** $\frac{4}{7}$. **D.** $\frac{2\sqrt{10}}{7}$.

Lời giải

Ta có $\sin\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha$

Suy ra $\cos \alpha = \frac{-3}{7}$.

$$\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$$

Câu 4: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** $\sin \alpha < 0$. **B.** $\cos \alpha < 0$. **C.** $\tan \alpha > 0$. **D.** $\cot \alpha < 0$.

Lời giải

Câu 5: Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\cos \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\tan 135^\circ = -1$. **D.** $\cot 120^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Câu 6: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ và $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.** $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. **B.** $\cos \alpha = \frac{4}{3}$. **C.** $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Vì $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên $\cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 7: Biến đổi biểu thức $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)$ bằng

- A.** $\frac{1 - \sin x}{2}$. **B.** $1 - \sin x$. **C.** $1 - \cos x$. **D.** $\frac{1 - \cos x}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos\left(2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)\right)}{2} = \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{2} = \frac{1 - \sin x}{2}$.

Câu 8: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2 \sin x + 3$ là

- A.** -1 . **B.** 3 . **C.** 4 . **D.** 5 .

Lời giải

Ta có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Mặt khác $-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \sin x \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq 2 \sin x + 3 \leq 5$ nên $1 \leq y \leq 5, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 5 khi $\sin x = 1$.

Câu 9: Số giá trị nguyên dương của $m \leq 10$ để hàm số $y = \sqrt{\sin x - \cos x + m}$ có tập xác định $\mathbb{R}$ là

- A.** 1 . **B.** 10 . **C.** 9 . **D.** 8 .

Lời giải

Hàm số đã cho có tập xác định $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

$$\sin x - \cos x + m \geq 0; \forall x \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \geq -m; \forall x \Leftrightarrow -m \leq \min\left\{\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right\} = -\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow m \geq \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2} \leq m \leq 10; m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2; 3; 4; 5; \dots; 10\}.$$

Vậy; có 9 số nguyên m để hàm số đã cho có tập xác định $\mathbb{R}$.

Câu 10: Trong bốn dãy số sau, có bao nhiêu dãy số lập thành một cấp số cộng?

I) $10, -2, -14, -26, -38$. II) $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, 2, \frac{11}{4}, \frac{7}{2}$.

III) $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$. IV) $1, 4, 7, 10, 13$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Dãy số cho ở các ý I); II); IV) là một cấp số cộng vì kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó với một số không đổi lần lượt là $-12; \frac{3}{4}; 3$.

Dãy số thứ III không phải là một cấp số cộng vì $\sqrt{3} - \sqrt{2} \neq \sqrt{2} - 1$.

Câu 11: Phương trình $\sin x = \sin \frac{\pi}{8}$ có các họ nghiệm là

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{8} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

B.

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{8} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

D.

D.
$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{8} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{8} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{8} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Lời giải

Áp dụng công thức nghiệm của phương trình $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

Ta có
$$\sin x = \sin \frac{\pi}{8} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{8} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 12: Người ta xác định được số giờ có ánh sáng mặt trời của tỉnh Bà Rịa Vũng Tàu trong ngày thứ t

của một năm không nhuận, được cho bởi một hàm số $d(t) = 4 \sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right] + 11$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Ngày nào trong năm thì tỉnh Bà Rịa Vũng Tàu có số giờ có ánh sáng mặt trời là lớn nhất?

A. 68.

B. 235.

C. 171.

D. 168.

Lời giải

Ta có
$$\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right] \leq 1 \quad d(t) = 4 \sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right] + 11 \leq 4.1 + 11 = 15$$
 suy ra

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right] = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182}(t-80) = \frac{\pi}{2} + k2\pi$
 $\Leftrightarrow t = 171 + 364k, k \in \mathbf{Z}$.

Mà $0 < t \leq 365 \Leftrightarrow 0 < 171 + 364k \leq 365 \Leftrightarrow \frac{-171}{364} < k \leq \frac{194}{364}, k \in \mathbf{Z}$, suy ra $k = 0 \Rightarrow t = 171$

Vậy ngày thứ 171 thì thành phố có số giờ có ánh sáng mặt trời là nhiều nhất.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.

Câu 13: Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) học sinh lớp 11A

Khoảng chiều cao (cm)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

- a) Lớp 11A có 50 học sinh.
b) Giá trị đại diện của nhóm [155;160) là 155.
c) Bạn Tú tính giá trị trung bình của bảng số liệu ghép nhóm là 157.
d) Tứ phân vị của bảng số liệu ghép nhóm: $Q_1 = 152$; $Q_2 = 157$; $Q_3 = 163$ (đơn vị làm tròn đến hai chữ số thập phân).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
Đ	S	S	S

- a) Số học sinh lớp 11A là 50 học sinh.
b) Giá trị đại diện của nhóm [155;160) là $\frac{155+160}{2} = 157,5$
c) Giá trị đại diện của các nhóm [145;150), [150;155), [155;160), [160;165), [165;170) lần lượt là 147,5; 152,5; 157,5; 162,5; 167,5. Nên giá trị trung bình $\bar{x} = \frac{7.147,5 + 14.152,5 + 10.157,5 + 10.162,5 + 9.167,5}{7+14+10+10+9} = 157,5$
d) Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{50}$ là chiều cao của 50 học sinh và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là $\frac{x_{25} + x_{26}}{2}$. Do hai giá trị $x_{25}; x_{26}$ thuộc nhóm [155;160) nên nhóm này chứa trung vị. Do đó, $p = 3$; $a_3 = 155$; $m_3 = 10$; $m_1 + m_2 = 7 + 14 = 21$; $a_4 - a_3 = 5$ và ta có:
 $Q_2 = M_e = 155 + \frac{\frac{50}{2} - 21}{10} \cdot 5 = 157$
Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là x_{13} . Do x_{13} thuộc nhóm [150;155) nên nhóm này chứa Q_1 .
Do đó, $p = 2$; $a_2 = 150$; $m_2 = 14$; $m_1 = 7$; $a_3 - a_2 = 5$ và ta có: $Q_1 = 150 + \frac{\frac{50}{2} - 7}{14} \cdot 5 \approx 151,96$
Tứ phân vị thứ ba Q_3 là x_{38} . Do x_{38} thuộc nhóm [160;165) nên nhóm này chứa Q_3 .

Do đó, $p = 4$; $a_4 = 160$; $m_4 = 10$; $m_1 + m_2 + m_3 = 7 + 14 + 10 = 31$; $a_3 - a_2 = 5$ và ta có:

$$Q_3 = 160 + \frac{\frac{50.3}{4} - 31}{10} \cdot 5 = 163,25$$

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

Câu 14: Cho phương trình

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau

a) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{6}$

b) Công thức nghiệm của phương trình đã cho là $2x + \frac{\pi}{3} = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

c) Tập nghiệm của phương trình đã cho là $\left\{-\frac{\pi}{12} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

d) Số nghiệm của phương trình đã cho trên $[-2\pi; 5\pi]$ là 7.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
Đ	S	Đ	S

a) $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6}$

b) Công thức nghiệm của phương trình là:
$$\begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

c)
$$\begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

d) Xét $-2\pi \leq -\frac{\pi}{12} + k\pi \leq 5\pi \Leftrightarrow -\frac{23}{12} \leq k \leq \frac{61}{12}$

Do $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ (1)

Xét $-2\pi \leq \frac{\pi}{4} + k\pi \leq 5\pi \Leftrightarrow -\frac{9}{4} \leq k \leq \frac{19}{4}$

Do $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$ (2)

Từ (1); (2) $\Rightarrow$ Phương trình có 14 nghiệm trên $[-2\pi; 5\pi]$.

Câu 15: Do nhu cầu đi lại của gia đình, anh Bình quyết định thực hiện tích góp tiền để mua một chiếc ô tô HONDA CRV trị giá 1,259 tỉ đồng.

Đợt thứ nhất: anh Bình đã tích góp theo nguyên tắc tháng sau tích góp nhiều hơn tháng ngay trước đó số tiền là 2 triệu đồng và cứ như thế đến tháng thứ 10 anh phải góp 21 triệu đồng. Đến hết đợt thứ nhất anh Bình có tất cả 624 triệu đồng.

Đợt thứ hai kế tiếp: do muốn rút ngắn thời gian mua xe thì số tiền còn lại anh tiếp tục tích góp với tháng đầu là 5 triệu đồng và mỗi tháng tiếp theo số tiền gấp đôi tháng kế trước nó. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đợt thứ nhất anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số cộng có công sai là $d = 2$ triệu và $u_1 = 3$ triệu.

b) Đợt thứ hai anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số nhân có công bội là $q = 2$ triệu và $u_1 = 5$ triệu.

c) Anh Bình tích lũy tiền hết đợt thứ nhất trong 25 tháng.

d) Để đủ tiền mua ô tô thì anh Bình thì anh Bình tích góp ít nhất 31 tháng.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
Đ	S	Đ	S

a) Đợt thứ nhất anh Bình tích lũy theo cấp số cộng với công sai $d = 2$ triệu. Theo đề bài ta có $u_{10} = 21 \Leftrightarrow u_1 + 9d = 21 \Leftrightarrow u_1 = 3$ triệu.

b) Đợt thứ hai anh Bình tích lũy theo cấp số nhân với $u_1 = 5$ và mỗi tháng tiếp theo số tiền gấp đôi tháng kế trước nó nên công bội $q = 2$ triệu.

c) Vì hết đợt thứ nhất anh Bình có tất cả 624 triệu đồng nên $S_n = 624$

$$\Rightarrow \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = 624 \Leftrightarrow n[2 \cdot 3 + (n-1) \cdot 2] = 1248 \Leftrightarrow 2n^2 + 4n - 1248 = 0$$

$\Leftrightarrow n = 24$ (tháng). Vậy Anh Bình tích lũy tiền hết đợt thứ nhất trong 24 tháng.

d) Số tiền tích lũy đợt 1 là 624 nên đợt anh Bình cần tích lũy $1259 - 624 = 635$ triệu đồng.

$$S_n = 635 \Leftrightarrow \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} = 635 \Leftrightarrow n = 7$$

Ta có tháng.

Vậy tổng cộng hai đợt cần có ít nhất 31 tháng

Câu 16: Một con tàu vũ trụ được phóng lên từ mũi Ca-na-vơ-ran (Canaveral) ở Mỹ. Nó chuyển động theo một quỹ đạo được mô tả trên một bản đồ phẳng (quanh đường xích đạo) của mặt đất như hình vẽ; điểm M mô tả cho con tàu, đường thẳng Δ mô tả cho đường xích đạo. Khoảng cách h (kilômet) từ M đến Δ được tính theo công thức $h = |d|$, trong đó $d = 4000 \cos \left[\frac{\pi}{45}(t-10) \right]$, với t (phút) là thời gian trôi qua kể từ khi con tàu đi vào quỹ đạo, $d > 0$ nếu M ở phía trên Δ , $d < 0$ nếu M ở phía dưới Δ .



- a)** Giả thiết rằng con tàu đi vào quỹ đạo ngay từ khi phóng lên tại mũi Ca-na-vơ-ran (tức là ứng với $t = 0$). Khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng Δ , trong đó C là điểm trên bản đồ biểu diễn cho mũi Ca-na-vơ-ran là $\approx 3064,178(km)$.
- b)** Thời điểm sớm nhất sau khi con tàu đi vào quỹ đạo mà con tàu di chuyển trên đường thẳng Δ là 32 phút.
- c)** Thời điểm sớm nhất sau khi con tàu đi vào quỹ đạo để có $d = 2000km$ là 25 phút.
- d)** Trong khoảng thời gian từ khi bắt đầu đến 50 phút có 2 thời điểm con tàu đi vào quỹ đạo và cách đường thẳng Δ là $2000(km)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
D	S	D	D

a) Vì $t = 0$ nên
$$d = 4000 \cos\left(-\frac{10\pi}{45}\right) = 4000 \cos \frac{2\pi}{9}$$

Do đó $h = |d| \approx 3064,178(km)$.

b) Do
$$d = 0 \Rightarrow 4000 \cos\left[\frac{\pi}{45}(t-10)\right] = 0 \Rightarrow \cos\left[\frac{\pi}{45}(t-10)\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{45}(t-10) = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow t = 32,5 + 45k \geq 0 \Rightarrow t = 32,5$$

c) $d = 2000 \Leftrightarrow 4000 \cos\left[\frac{\pi}{45}(t-10)\right] = 2000 \Leftrightarrow \cos\left[\frac{\pi}{45}(t-10)\right] = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{45}(t-10) = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow t = 10 \pm 15 + 90k \Leftrightarrow \begin{cases} t = 25 + 90k_1 \\ t = -5 + 90k_2 \end{cases} \text{ với } k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$$

Vì $t > 0$ nên
$$\begin{cases} 25 + 90k_1 > 0 \\ -5 + 90k_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 > -\frac{5}{18} \\ k_2 > \frac{1}{18} \end{cases}$$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của t là $t = 25$ khi $k_1 = 0$.

Vậy $d = 2000(km)$ xảy ra lần đầu tiên sau khi phóng con tàu vào quỹ đạo được 25 phút.

$$\begin{aligned} \text{d) } h = 2000 &\Leftrightarrow \left| 4000 \cos \left[\frac{\pi}{45} (t-10) \right] \right| = 2000 \\ &\Leftrightarrow \cos^2 \left[\frac{\pi}{45} (t-10) \right] = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 1 + \cos 2 \left[\frac{\pi}{45} (t-10) \right] = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2 \left[\frac{\pi}{45} (t-10) \right] = -\frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow 2 \left[\frac{\pi}{45} (t-10) \right] = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow t-10 = \pm 15 + 45k \Leftrightarrow \begin{cases} t = 25 + 45k_1 \\ t = -5 + 45k_2 \end{cases}, k \in \mathbb{Z} \\ t \in [0; 50] &\Rightarrow \text{nên có 2 thời điểm là } t = 25 \text{ và } t = 40. \end{aligned}$$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 17: Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$. Giá trị của $\cos 2\alpha$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: -0,5

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = -0,5$$

Ta có:

Câu 18: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_3 = 5$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 2,5

$$u_2 = \frac{u_3}{q} = \frac{5}{2} = 2,5$$

Ta có:

Câu 19: Cho bốn số a, b, c, d theo thứ tự lập thành cấp số cộng có công sai dương. Biết rằng tổng của bốn số hạng bằng 13 và tổng của ba số đầu bằng $\frac{15}{2}$. Tính tổng ba số cuối.

Lời giải

Gọi cấp số cộng có công sai là $x > 0$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a+b+c+d=13 \\ a+b+c=\frac{15}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+(a+x)+(a+2x)+(a+3x)=13 \\ a+(a+x)+(a+2x)=\frac{15}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a+6x=13 \\ a+x=\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ x=\frac{3}{2} \end{cases}$$

Do đó: $b+c+d=13-a=13-1=12$.

Câu 20: Cho phương trình lượng giác: $\sin x - 1 = 0$. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình lượng

giác trên $[0; 10\pi]$ có dạng $\frac{ap}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tích ab bằng?

Lời giải

$$\sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; (k \in \mathbb{Z}).$$

Phương trình lượng giác

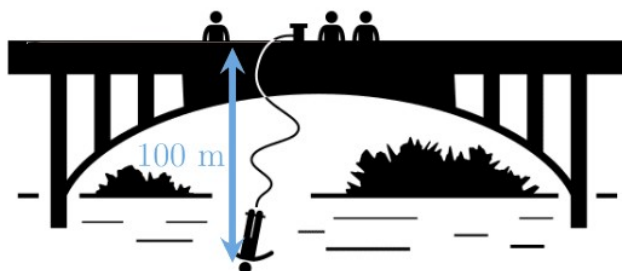
$$\text{Với } \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi \leq 10\pi \Rightarrow k = 0; 1; 2; 3; 4 \\ x \in [0; 10\pi] \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{\pi}{2}; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi; x = \frac{\pi}{2} + 4\pi; x = \frac{\pi}{2} + 6\pi; x = \frac{\pi}{2} + 8\pi.$$

$$\text{Tổng } S = \frac{5p}{2} + 20p = \frac{45p}{2} \text{ p } a = 45, b = 2$$

Đáp án: 90.

Câu 21: Một người nhảy bungee (một trò chơi mạo hiểm mà người chơi nhảy từ một nơi có địa thế cao xuống với dây dai an toàn buộc xung quanh người) từ một cây cầu và căng một sợi dây dài 100 m. Sau mỗi lần rơi xuống, nhờ sự đàn hồi của dây, người nhảy được kéo lên một quãng đường có độ dài bằng 75% so với lần rơi trước đó và lại bị rơi xuống đúng bằng quãng đường vừa được kéo lên. Tính tổng quãng đường người đó đi được sau 8 lần kéo lên và lại rơi xuống (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét)?



Lời giải

Đáp án: 640

Gọi u_n là quãng đường người đó được kéo lên ở lần thứ n được kéo lên và lại rơi xuống (đơn vị tính: mét).

Ta có $u_1 = 0,75 \cdot 100 = 100 \cdot 1,5 = 75$ m và $u_n = 0,75 \cdot u_{n-1}$.

Vậy (u_n) là cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = 75$ và công bội $q = 0,75$.

Tổng quãng đường người đó đi được sau 8 lần kéo lên và lại rơi xuống là

$$S = 100 + 2u_1 + 2u_2 + \dots + 2u_8 = 100 + 2S_8 = 100 + 2 \cdot \frac{75(1 - 0,75^8)}{1 - 0,75} \approx 640 \text{ m}$$

Câu 22: Một chiếc đồng hồ treo tường có kim giờ dài 5 cm, vào lúc 12h trưa cho tới 14h15 cùng ngày thì đầu của kim giờ di chuyển được quãng đường có độ dài là bao nhiêu?

Lời giải

Khoảng thời gian từ 12h đến 14h15 cùng ngày là: $2,25$ tiếng

Số đo cung của đầu kim giờ quét được từ lúc 12h đến 14h15 cùng ngày là: $2,25 \cdot \frac{\pi}{6} = 0,375\pi$

Quãng đường di chuyển của kim giờ trong khoảng thời gian đó là: $0,375\pi \cdot 5 \approx 5,89$ cm.

HẾT

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho góc lượng giác α thỏa mãn $\cos \alpha = -\frac{3}{4}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\sin \alpha$.

- A. $\sin \alpha = \frac{-\sqrt{7}}{4}$. B. $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$. D. $\sin \alpha = -\frac{1}{4}$.

Câu 2: Chọn khẳng định đúng.

- A. $\cos 2a = \sin^2 a - \cos^2 a$. B. $\cos 2a = 2 \sin^2 a + 1$.
C. $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$. D. $\cos 2a = 1 - 2 \cos^2 a$.

Câu 3: Tìm chu kì T của hàm số $y = \tan(5\pi x)$.

- A. $T = \frac{\pi}{5}$. B. $T = \frac{2}{5}$. C. $T = \frac{2\pi}{5}$. D. $T = \frac{1}{5}$.

Câu 4: Giải phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$.

- A. $x = \pm \frac{2p}{3} + k2p$. B. $x = \pm \frac{p}{6} + kp$. C. $x = \pm \frac{p}{3} + k2p$. D. $x = \pm \frac{p}{6} + k2p$.

Câu 5: Giải phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

- A. $x = \frac{5\pi}{6}$. B. $x = \frac{\pi}{3}$. C. $x = \frac{\pi}{2}$. D. $x = \frac{\pi}{6}$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 1 - \frac{1}{n+1}$. Tìm tổng của hai số hạng đầu

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{7}{6}$.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -2$ và công sai $d = \frac{1}{2}$. Giá trị của u_5 là?

- A. 0. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Câu 8: Cho cấp số nhân (v_n) có số hạng đầu $v_1 = \frac{3}{2}$ và công bội $q = 4$. Giá trị của v_3 là?

- A. $\frac{19}{2}$. B. $\frac{27}{2}$. C. 24. D. 144.

$$(u_n): \begin{cases} u_1 = 8 \\ u_{n+1} = -\frac{u_n}{2} \end{cases}$$

Câu 9: Cho cấp số nhân . Tổng 4 số hạng đầu tiên của cấp số nhân này có giá trị là?

- A. 5. B. 15. C. -5. D. -15.

Câu 10: Cho mẫu số liệu về ngày sinh của tất cả học sinh lớp 11A1 dưới dạng bảng sau đây

Ngày sinh	[1;6)	[6;11)	[11;16)	[16;21)	[21;26)	[26;31]
Số học sinh	5	7	6	4	10	8

Mẫu số liệu trên có cỡ mẫu là bao nhiêu?

- A. 40. B. 31. C. 6. D. 5.

Câu 11: Độ tuổi của dân cư ở một khu phố được cho bởi bảng sau:

Độ tuổi	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80]
Số cư dân	25	20	20	14	15	7

Tính độ tuổi trung bình của dân cư ở khu phố đó? Quy tròn đến hàng phần chục.

- A. 44. B. 44,5. C. 44,51. D. 44,6.

Câu 12: Độ tuổi của dân cư ở một khu phố được cho bởi bảng sau:

Độ tuổi	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80]
Số cư dân	25	20	19	14	15	7

Tính trung vị của mẫu số liệu trên? Quy tròn đến hàng phần chục.

- A. 44. B. 42,6. C. 42,5. D. 44,6.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho $\cot x = -3, \frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$. Khi đó:

a) $\tan x = -\frac{1}{3}$.

b) $\cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \frac{\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{6}$.

c) $\sin 2x = \frac{4}{5}$.

d) $A = \frac{3 \sin x - 2 \cos x}{2 \sin x + \cos x} = -9$.

Câu 14: Cho hàm số lượng giác $f(x) = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3}$.

a) Hàm số $f(x)$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

b) Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm là $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) và $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

c) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $\left[-\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{6}\right]$ bằng $2 - \sqrt{3}$.

Câu 15: Cho cấp số nhân (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 5u_n \end{cases} (\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

a) Số hạng đầu và công bội của cấp số nhân là $u_1 = 3, q = 5$.

b) Số hạng thứ 7 của cấp số nhân là $u_7 = 46857$.

c) 29296875 là số hạng thứ 11 của cấp số nhân.

d) $M = u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9 = 1464750$.

Câu 16: Cho mẫu số liệu về cân nặng (kg) của các em học sinh trong lớp 10A đã ghép nhóm dưới dạng bảng tần số như sau:

Nhóm	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	2	10	16	8	2	2

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Cỡ của mẫu số liệu là $n = 42$.

b) Số trung bình của mẫu số liệu trên là 56.

c) Trung vị của mẫu số liệu đã cho bằng 55.

d) Hiệu của tứ phân vị thứ ba và thứ nhất là 14.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Bánh xe của người đi xe đạp quay được 10 vòng trong 5 giây. Tính độ dài quãng đường mà người đi xe đã đi được trong 2 phút (đơn vị tính bằng mét và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, lấy $\pi = 3,14$), biết rằng đường kính của bánh xe đạp là $0,7m$.

Câu 18: Một cái cổng vào một trung tâm thương mại có hình dạng là một phần của đồ thị

hàm số $y = 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 2$. Gọi A, B là hai điểm nằm trên cổng (trên đồ thị hàm số

$y = 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 2$) và C, D là hai điểm nằm trên mặt nền của cổng sao cho $ABCD$ là hình chữ

nhật. Người quản lí trung tâm thương mại muốn lắp một cái cửa kính tự động vào hình chữ nhật

$ABCD$. Tính diện tích của cái cửa cần lắp biết chiều cao của cái cửa là $AD = 3$ mét (đơn vị tính

bằng mét vuông và kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân, lấy $\pi = 3,14$).

Câu 19: Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $m \cos x - m^2 - 8 = 2 \cos x - 6m$ có nghiệm.

Câu 20: Nghiên cứu cho thấy rằng nguy cơ tử vong do thuốc lá tăng 2% mỗi năm ở những người hút thuốc nghĩa là sau n năm, nguy cơ tử vong do hút thuốc theo độ tuổi được tính theo công thức $D_n = D_0 \cdot (1 + 0,02)^n$ (đơn vị %), trong đó D_0 là nguy cơ tử vong ban đầu của người hút thuốc. Nếu nguy cơ ban đầu ở tuổi 30 là 10% thì nguy cơ tử vong do hút thuốc khi người này 60 tuổi là $a\%$ (a được làm tròn kết quả đến hàng phần mười). Tìm a .

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AC, AD lấy lần lượt các điểm M, N sao cho

$$AM = \frac{1}{3} AC, AN = \frac{2}{3} ND. \text{ Gọi } I \text{ là giao điểm của đường thẳng } MN \text{ và mặt phẳng } (BCD).$$

Biết tỉ số $\frac{ID}{IC} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $a + 2b$ bằng bao nhiêu?

Câu 22: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 20 cm . Gọi M là điểm trên cạnh SC sao cho $CM = 3MS$. Mặt phẳng (α) đi qua M song song với BC và CD cắt hình chóp theo một tứ giác có diện tích là bao nhiêu? (đơn vị tính: cm^2).

• ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

☞ **Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.**

Câu 1: Cho góc lượng giác α thỏa mãn $\cos \alpha = -\frac{3}{4}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\sin \alpha$.

- A. $\sin \alpha = \frac{-\sqrt{7}}{4}$. B. $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$. D. $\sin \alpha = -\frac{1}{4}$.

Lời giải

$$\text{Do } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ nên } \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

Câu 2: Chọn khẳng định đúng.

- A. $\cos 2a = \sin^2 a - \cos^2 a$. B. $\cos 2a = 2 \sin^2 a + 1$. C. $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$. D. $\cos 2a = 1 - 2 \cos^2 a$.

Ta có:

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a.$$

Câu 3: Tìm chu kì T của hàm số $y = \tan(5\pi x)$.

A. $T = \frac{\pi}{5}$.

B. $T = \frac{2}{5}$.

C. $T = \frac{2\pi}{5}$.

D. $T = \frac{1}{5}$.

Lời giải

Hàm số $y = \tan(ax + b)$ tuần hoàn với chu kì $T = \frac{\pi}{|a|}$.

Áp dụng: Hàm số $y = \tan(5\pi x)$ tuần hoàn với chu kì $T = \frac{1}{5}$.

Câu 4: Giải phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$.

A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải

$$\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 5: Giải phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

A. $x = \frac{5\pi}{6}$.

B. $x = \frac{\pi}{3}$.

C. $x = \frac{\pi}{2}$.

D. $x = \frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Ta có: $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ Vì $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ nên $x = \frac{\pi}{6}$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 1 - \frac{1}{n+1}$. Tìm tổng của hai số hạng đầu

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $\frac{7}{6}$.

Lời giải

Ta có: $u_1 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}; u_2 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Nên $u_1 + u_2 = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6}$.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -2$ và công sai $d = \frac{1}{2}$. Giá trị của u_5 là?

- A.** 0. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $u_5 = u_1 + 4d = -2 + 4 \cdot \frac{1}{2} = 0$.

Câu 8: Cho cấp số nhân (v_n) có số hạng đầu $v_1 = \frac{3}{2}$ và công bội $q = 4$. Giá trị của v_3 là?

- A.** $\frac{19}{2}$. **B.** $\frac{27}{2}$. **C.** 24. **D.** 144.

Lời giải

Ta có: $v_3 = v_1 \cdot q^2 = \frac{3}{2} \cdot 16 = 24$.

Câu 9: Cho cấp số nhân $(u_n): \begin{cases} u_1 = 8 \\ u_{n+1} = -\frac{u_n}{2} \end{cases}$. Tổng 4 số hạng đầu tiên của cấp số nhân này có giá trị là?

- A.** 5. **B.** 15. **C.** -5. **D.** -15.

Lời giải

Do $u_{n+1} = -\frac{u_n}{2}$ nên $q = -\frac{1}{2}$. Khi đó, $S_4 = u_1 \cdot \frac{1 - q^4}{1 - q} = 8 \cdot \frac{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^4}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = 5$.

Câu 10: Cho mẫu số liệu về ngày sinh của tất cả học sinh lớp 11A1 dưới dạng bảng sau đây

Ngày sinh	[1; 6)	[6; 11)	[11; 16)	[16; 21)	[21; 26)	[26; 31]
Số học sinh	5	7	6	4	10	8

Mẫu số liệu trên có cỡ mẫu là bao nhiêu?

- A.** 40. **B.** 31. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Mẫu số liệu trên có cỡ mẫu là $5 + 7 + 6 + 4 + 10 + 8 = 40$.

Câu 11: Độ tuổi của dân cư ở một khu phố được cho bởi bảng sau:

Độ tuổi	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80]
Số cư dân	25	20	20	14	15	7

Tính độ tuổi trung bình của dân cư ở khu phố đó? Quy tròn đến hàng phần chục.

- A. 44 . B. 44,5 . C. 44,51 . D. 44,6 .

Lời giải

Ta có bảng các giá trị đại diện cho các lớp như sau:

Độ tuổi	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80]
GT đại diện	25	35	45	55	65	75
Số cư dân	25	20	20	14	15	7

Cỡ mẫu là: $25 + 20 + 20 + 14 + 15 + 7 = 101$

Độ tuổi trung bình là:

$$\bar{x} = \frac{25 \cdot 25 + 35 \cdot 20 + 45 \cdot 20 + 55 \cdot 14 + 65 \cdot 15 + 75 \cdot 7}{101} \approx 44,5$$

Câu 12: Độ tuổi của dân cư ở một khu phố được cho bởi bảng sau:

Độ tuổi	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80]
Số cư dân	25	20	19	14	15	7

Tính trung vị của mẫu số liệu trên? Quy tròn đến hàng phần chục.

- A. 44 . B. 42,6 . C. 42,5 . D. 44,6 .

Lời giải

Mẫu số liệu trên có cỡ mẫu là $25 + 20 + 19 + 14 + 15 + 7 = 100$.

Gọi $x_1, \dots, x_{100}$ lần lượt là độ tuổi của 100 dân cư ở khu phố trên và giả sử dãy này đã được sắp

xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó trung vị là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$, và hai giá trị này thuộc nhóm $[40; 50)$ nên nhóm này chứa trung vị. Do đó

$$p = 3, a_3 = 40, a_4 = 50, m_3 = 19, m_1 + m_2 = 25 + 20 = 45, a_4 - a_3 = 50 - 40 = 10$$

$$M_e = 40 + \frac{\frac{100}{2} - 45}{19} \cdot 10 \approx 42,6$$

Nên trung vị là:

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.

Câu 13: Cho $\cot x = -3, \frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$. Khi đó:

a) $\tan x = -\frac{1}{3}$.

b) $\cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \frac{\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{6}$.

c) $\sin 2x = \frac{4}{5}$.

d) $A = \frac{3 \sin x - 2 \cos x}{2 \sin x + \cos x} = -9$.

Lời giải

a) Đúng.

$$\tan x = \frac{1}{\cot x} = -\frac{1}{3}$$

b) Sai.

$$\frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cot^2 x = 1 + (-3)^2 = 10 \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{10} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{10}}{10}$$

Vì $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ nên $\sin x < 0$. Do đó $\sin x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$.

$$\cos x = \cot x \cdot \sin x = -3 \cdot \left(-\frac{\sqrt{10}}{10}\right) = \frac{3\sqrt{10}}{10}.$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \cos \frac{\pi}{3} \cos x - \sin \frac{\pi}{3} \sin x = \frac{1}{2} \cdot \frac{3\sqrt{10}}{10} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{10}}{10}\right) = \frac{\sqrt{10}(3 + \sqrt{3})}{20}$$

c) Sai.

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x = 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{10}}{10}\right) \cdot \frac{3\sqrt{10}}{10} = -\frac{3}{5}$$

d) Đúng.

$$A = \frac{3 \sin x - 2 \cos x}{2 \sin x + \cos x} = \frac{3 \cdot \frac{\sin x}{\sin x} - 2 \cdot \frac{\cos x}{\sin x}}{2 \cdot \frac{\sin x}{\sin x} + \frac{\cos x}{\sin x}} = \frac{3 - 2 \cot x}{2 + \cot x} = \frac{3 - 2(-3)}{2 - 3} = -9$$

Câu 14: Cho hàm số lượng giác $f(x) = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3}$.

a) Hàm số $f(x)$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

b) Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm là $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) và $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

c) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $\left[-\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{6}\right]$ bằng $2 - \sqrt{3}$.

Lời giải

a) Sai

Chu kì tuần hoàn của hàm số là $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

b) Đúng

$$2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

c) Đúng

d) Sai

Ta có $-\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{6} \leq 2x \leq \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow 0 \leq 2x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2}$

Do đó $0 \leq \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -\sqrt{3} \leq 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} \leq 2 - \sqrt{3}$

Vậy GTNN của hàm số trên $\left[-\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{6}\right]$ bằng $-\sqrt{3}$.

Câu 15: Cho cấp số nhân (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 5u_n \end{cases} (\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

a) Số hạng đầu và công bội của cấp số nhân là $u_1 = 3, q = 5$.

b) Số hạng thứ 7 của cấp số nhân là $u_7 = 46857$.

c) 29296875 là số hạng thứ 11 của cấp số nhân.

d) $M = u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9 = 1464750$.

Lời giải

a) Đúng.

Ta có $u_1 = 3, u_{n+1} = 5u_n$ khi đó (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu là $u_1 = 3$, công bội là $q = 5$.

b) Sai.

hạng thứ 7 của cấp số nhân là $u_7 = u_1 \cdot q^6 = 3 \cdot 5^6 = 46875$.

Số

c) Đúng.

$$u_n = 29296875 \Leftrightarrow u_1 q^{n-1} = 29296875 \Leftrightarrow 3 \cdot 5^{n-1} = 29296875$$

$$\Leftrightarrow 5^{n-1} = 9765625 \Leftrightarrow 5^{n-1} = 5^{10} \Leftrightarrow n = 11$$

d) Đúng.

$$M = u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9 = S_9 - S_3$$

$$= u_1 \frac{1-q^9}{1-q} - u_1 \frac{1-q^3}{1-q} = 3 \frac{1-5^9}{1-5} - 3 \frac{1-5^3}{1-5} = 1464750.$$

Câu 16: Cho mẫu số liệu về cân nặng (kg) của các em học sinh trong lớp 10A đã ghép nhóm dưới dạng bảng tần số như sau:

Nhóm	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)
Tần số	2	10	16	8	2	2

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Cỡ của mẫu số liệu là $n = 42$.
- b) Số trung bình của mẫu số liệu trên là 56.
- c) Trung vị của mẫu số liệu đã cho bằng 55.
- d) Hiệu của tứ phân vị thứ ba và thứ nhất là 14.

Lời giải

a) Sai.

Từ mẫu số liệu ghép nhóm, cỡ của mẫu số liệu là $n = 40$

b) Đúng.

Từ đề bài, số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm:

$$\bar{x} = \frac{35 \times 2 + 45 \times 10 + 55 \times 16 + 65 \times 8 + 75 \times 2 + 85 \times 2}{40} = 56$$

c) Đúng.

Từ đề bài, đầu mút trái là 50, độ dài của nhóm là 10, tần số của nhóm chứa trung vị là 16

Ta có: $n_m = 16; C_2 = 2 + 10 = 12; u_m = 50; u_{n+1} = 60$

$$Q_2 = M_e = 50 + \frac{\frac{40}{2} - 12}{16} \cdot (60 - 50) = 55$$

Trung vị của mẫu số liệu đó là:

d) Sai.

$$Q_1 = 40 + \frac{\frac{40}{4} - 2}{10} \cdot (50 - 40) = 48$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 60 + \frac{\frac{3,40}{4} - (2+10+16)}{8} \cdot (70 - 60) = 62,5$ nên hiệu của tứ phân vị thứ 3 và tứ phân vị thứ nhất là $14,5$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 17: Bánh xe của người đi xe đạp quay được 10 vòng trong 5 giây. Tính độ dài quãng đường mà người đi xe đã đi được trong 2 phút (đơn vị tính bằng mét và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, lấy $\pi = 3,14$), biết rằng đường kính của bánh xe đạp là $0,7m$.

Lời giải

Đáp số: 528.

Chu vi bánh xe: $C = R \cdot 2\pi = 0,7 \cdot 3,14(m)$

Trong 1 giây bánh xe quay được số vòng: $\frac{10}{5} = 2$ (vòng)

Số vòng bánh xe quay được trong 2 phút là: $120 \cdot 2 = 240$ (vòng)

Vậy quãng đường mà người đi xe đã đi được trong 2 phút là: $S = 0,7 \cdot 3,14 \cdot 240 \approx 528(m)$.

Câu 18: Một cái cổng vào một trung tâm thương mại có hình dạng là một phần của đồ thị hàm số

$y = 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 2$. Gọi A, B là hai điểm nằm trên cổng (trên đồ thị hàm số $y = 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 2$)

và C, D là hai điểm nằm trên mặt nền của cổng sao cho $ABCD$ là hình chữ

nhật. Người quản lý trung tâm thương mại muốn lắp một cái cửa kính tự động vào hình chữ nhật

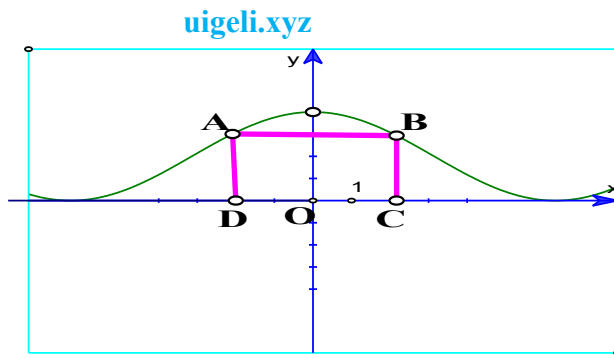
$ABCD$. Tính diện tích của cái cửa cần lắp biết chiều cao của cái cửa là $AD = 3$ mét (đơn vị tính

bằng mét vuông và kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân, lấy $\pi = 3,14$).

Lời giải

Đáp số: $12,6$.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ (lấy đơn vị là 1m):



$$AD = 3 \Leftrightarrow 2 \cos \frac{x}{2} + 2 = 3 \Leftrightarrow \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos \frac{x}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k4\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k4\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Chọn: $A\left(-\frac{2\pi}{3}; 3\right); B\left(\frac{2\pi}{3}; 3\right); C\left(\frac{2\pi}{3}; 0\right); D\left(-\frac{2\pi}{3}; 0\right)$

$$AB = \frac{4\pi}{3}; AD = 3 \Rightarrow S_{ABCD} = 4\pi \approx 12,6 \text{ (m}^2\text{)}$$

Câu 19: Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $m \cos x - m^2 - 8 = 2 \cos x - 6m$ có nghiệm.

Lời giải

Đáp số: 14.

Ta có $m \cos x - m^2 - 8 = 2 \cos x - 6m \Leftrightarrow (m - 2) \cos x = m^2 - 6m + 8 \quad (1)$

Trường hợp 1: $m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$. Khi đó phương trình (1) tương đương với $0 \cdot \cos x = 0$ nên phương trình vô số nghiệm.

Trường hợp 2: $m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$. Khi đó phương trình (1) tương đương với:

$$\cos x = \frac{m^2 - 6m + 8}{m - 2} = m - 4$$

Phương trình $\cos x = m - 4$ có nghiệm khi và chỉ khi $-1 \leq m - 4 \leq 1 \Leftrightarrow 3 \leq m \leq 5$.

Vậy phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m \in [3; 5] \end{cases}$. Các giá trị nguyên của m thỏa mãn là 2; 3; 4; 5.

Vậy tổng các giá trị nguyên của tham số m là 14.

Câu 20: Nghiên cứu cho thấy rằng nguy cơ tử vong do thuốc lá tăng 2% mỗi năm ở những người hút thuốc nghĩa là sau n năm, nguy cơ tử vong do hút thuốc theo độ tuổi được tính theo công

thức $D_n = D_0 \cdot (1 + 0,02)^n$ (đơn vị %), trong đó D_0 là nguy cơ tử vong ban đầu của người hút thuốc. Nếu nguy cơ ban đầu ở tuổi 30 là 10% thì nguy cơ tử vong do hút thuốc khi người này 60 tuổi là $a\%$ (a được làm tròn kết quả đến hàng phần mười). Tìm a .

Lời giải

Đáp số: $a = 18,1$.

Ta có $D_0 = 10$. Từ năm 30 tuổi, sau $60 - 30 = 30$ năm nữa thì người đó 60 tuổi.

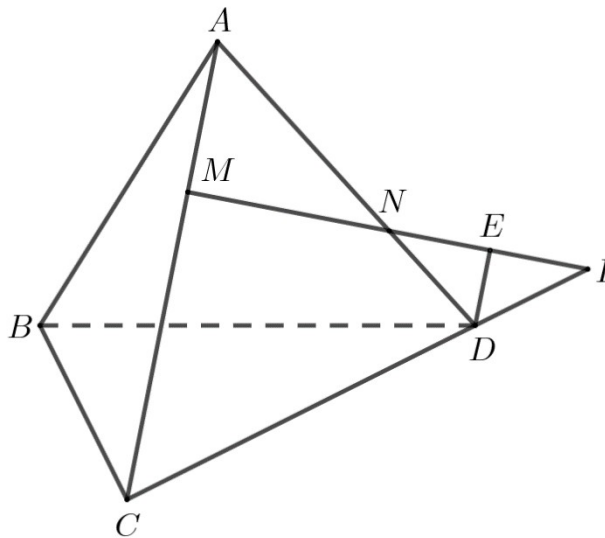
Vậy đến năm 60 tuổi, nguy cơ tử vong do hút thuốc của người này là:

$$D = 10(1 + 0,02)^{30} \approx 18,1(\%)$$

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AC, AD lấy lần lượt các điểm M, N sao cho $AM = \frac{1}{3}AC, AN = 2ND$. Gọi I là giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (BCD) .

Biết tỉ số $\frac{ID}{IC} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $a + 2b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải



Đáp số: 9

Gọi I là giao điểm của đường thẳng MN và đường thẳng CD .

Khi đó $\begin{cases} I \in MN \\ I \in CD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow MN \cap (BCD) = \{I\}$.

Kẻ $DE \parallel AC$ ($E \in IM$).

Do $DE \parallel CM$ nên $\frac{ID}{IC} = \frac{ED}{MC} \Rightarrow \frac{ID}{IC} = \frac{ED}{2AM}$ (1).

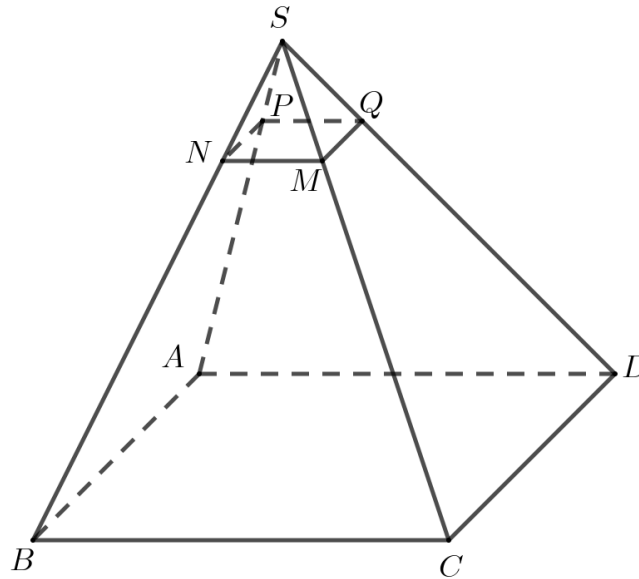
Do $DE \parallel AM$ nên $\frac{ED}{AM} = \frac{ND}{NA} = \frac{1}{2}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $\frac{ID}{IC} = \frac{1}{4}$. Vậy $a + 2b = 9$.

Câu 22: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 20 cm . Gọi M là điểm trên cạnh SC sao cho $CM = 3MS$. Mặt phẳng (α) đi qua M song song với BC và CD cắt hình chóp theo một tứ giác có diện tích là bao nhiêu? (đơn vị tính: cm^2).

Lời giải

Đáp số: 25.



Ta có (α) song song với BC và CD mà A, B, C, D đồng phẳng suy ra $(\alpha) \parallel (ABCD)$.

Giả sử (α) cắt các mặt bên $(SBC), (SCD), (SAB), (SDA)$ lần lượt theo các giao tuyến MN, MQ, NP, PQ với $N \in SB, P \in SA, Q \in SD$, suy ra $(\alpha) \equiv (MNPQ)$.

Khi đó $MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{SN}{SB} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{4}$.

Tương tự, ta có được $\frac{NP}{AB} = \frac{PQ}{AD} = \frac{MQ}{CD} = \frac{1}{4}$ và $MNPQ$ là hình vuông.

Suy ra $S_{MNPQ} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{16} S_{ABCD} = \frac{1}{16} \cdot 20^2 = 25$.

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

$$\sin \alpha = \frac{3}{5} \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right)$$

Câu 1: Cho . Tính giá trị $\cos \alpha$?

- A. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$. B. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. C. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 2: Công thức nào đúng trong các công thức dưới đây:

- A. $\sin(a+b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.
 B. $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$. C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.
 D. $\cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.

Câu 3: Xác định chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \sin x$.

- A. $k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. π . C. 2π . D. $\frac{2\pi}{3}$.

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Câu 4: Phương trình có tập nghiệm là

- A. $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$. C. $\left\{ x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 5: Tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; \pi]$ của phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ là

- A. π . B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{n}{2^n - 1}$ (với $n \in \mathbb{N}^*$). Hai số hạng đầu tiên của dãy số đã cho lần lượt là

- A. $u_1 = \frac{1}{2}; u_2 = \frac{2}{3}$. B. $u_1 = 1; u_2 = \frac{1}{2}$. C. $u_1 = \frac{1}{2}; u_2 = \frac{1}{4}$. D. $u_1 = 1; u_2 = \frac{2}{3}$.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 11 . B. $\frac{9}{2}$. C. 18 . D. 7 .

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = \frac{1}{2}$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_{10} bằng

- A. 2^8 . B. 2^9 . C. $\frac{1}{2^{10}}$. D. $\frac{37}{2}$.

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3, q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho

- A. $S_{10} = -3069$. B. $S_{10} = -1023$. C. $S_{10} = 3069$. D. $S_{10} = 1023$.

Câu 10: Cho 4 mẫu số liệu như sau:

Mẫu 1: Số tiền mà ⁶⁰ sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng:

Số tiền (nghìn đồng)	[0;50)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)
Số sinh viên	5	12	23	17	3

Mẫu 2: Thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong ⁴⁰ ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ (°C)	[19;22)	[22;25)	[25;28)	[28;31)
Số ngày	7	15	12	6

Mẫu 3: Số sản phẩm một công nhân làm được trong một ngày được cho như sau:

18 25 39 12 54 27 46 25 19 8 36 22
20 19 17 44 5 18 23 28 25 34 46 27 16

Mẫu 4: Thời gian ra sân (giờ) của một cự cầu thủ ở giải ngoại hạng Anh qua các thời kì được cho như sau:

653 632 609 572 565 535 516 514 508 505 504 504 503 499 496 492

Trong 4 mẫu số liệu nói trên, có bao nhiêu mẫu số liệu cho dưới dạng mẫu số liệu ghép nhóm?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 11: Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[16;20)
Số học sinh	2	4	7	4	3
Giá trị đại diện	2	6	10	14	18

Thời gian trung bình (phút) để hoàn thành bài tập của các em học sinh là

- A. 7. B. 11,3. C. 10,4. D. 12,5.

Câu 12: Doanh thu bán hàng trong ²⁰ ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 13.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho $\tan \alpha = 2$.

a) $\cot \alpha = \frac{1}{2}$.

b) $\sin 2\alpha = \frac{4}{5}$.

c) Biết $\frac{3\pi}{2} < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Khi đó $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

d) Giá trị biểu thức $T = \frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha}$ là $-\frac{1}{2}$.

$$f(x) = 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) + 1$$

Câu 14: Cho hàm số

a) Hàm số $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .

b) Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm là $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) và $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

c) Tập xác định của hàm số $y = \frac{f(x)}{\sin x}$ là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right]$ bằng 3.

Câu 15: Cho dãy số (u_n) là cấp số nhân được cho bởi hệ thức truy hồi $u_1 = 8$ và $u_{n+1} = 4u_n$ với $n \geq 1$.

a) Công bội của cấp số nhân $q = 4$.

b) Số hạng thứ 9 của cấp số nhân là 131072.

c) Số 2048 là số hạng thứ 6 của cấp số nhân.

d) Kết quả tổng 5 số hạng đầu của cấp số nhân là một nghiệm của phương trình bậc hai $3x^2 + 8186x + 5456 = 0$.

Câu 16: Mẫu số liệu ghép nhóm về doanh thu của 50 cửa hàng của một công ty trong một tháng (đơn vị: triệu đồng) được cho như sau:

Doanh thu	[26; 48)	[48; 70)	[70; 92)	[92; 114)	[114; 136)
Số cửa hàng	6	14	17	8	5

a) Cỡ của mẫu số liệu trên là $n = 50$.

b) Doanh thu trung bình của mỗi cửa hàng của công ty trong tháng đó là 81 triệu đồng.

c) Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $M_e \approx 76,5$.

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là $Q_3 = 95$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Trong một buổi biểu diễn ở rạp xiếc, người nghệ sĩ có một tiết mục giữ thăng bằng và đạp xe 1 bánh trên 1 sợi dây dài $30m$. Hỏi khi người nghệ sĩ đi hết đoạn dây thì bán kính xe đạp quét một góc lượng giác có số đo là bao nhiêu? (Tính theo đơn vị radian) Biết bánh xe đạp có bán kính bằng $0,4m$.



Câu 18: Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ t (ở đây t là số ngày tính từ ngày 1 tháng giêng) của một năm không nhuận được mô hình hoá bởi hàm số $L(t) = 12 + 2,83 \sin\left(\frac{2\pi}{365}(t-80)\right)$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày a tháng b trong năm thì thành phố A có ít giờ ánh sáng mặt trời nhất. Tính $a-b$.

Câu 19: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos^2 2x = m+1$ có nghiệm.

Câu 20: Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liên sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế. Hỏi sân vận động đó có tất cả bao nhiêu ghế?

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi E, F, G lần lượt là trung điểm của cạnh SA, AB, CD . Gọi P là giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (SDF) . Tính tỷ số $\frac{GP}{PE}$.

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=3$, $CD=2$. Gọi (α) là một mặt phẳng song song với AB và CD . Biết (α) cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là một hình thoi, chu vi của hình thoi đó bằng bao nhiêu?

• ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

☞ **Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.**

Câu 1: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5} \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right)$. Tính giá trị $\cos \alpha$?

A. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

B. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

C. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

D. $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Ta có $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$.

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{4}{5} (l) \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} (n) \end{cases}$$

Vậy $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Câu 2: Công thức nào đúng trong các công thức dưới đây:

- A. $\sin(a+b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$
 B. $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$
 D. $\cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

Lời giải

Công thức đúng là $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.

Câu 3: Xác định chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \sin x$.

- A. $k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. π C. 2π D. $\frac{2\pi}{3}$

Lời giải

Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

Câu 4: Phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là

- A. $\left\{x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$ B. $\left\{x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$ C. $\left\{x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$ D. $\left\{x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$

Lời giải

Ta có: $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) \Leftrightarrow x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 5: Tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; \pi]$ của phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ là

- A. π B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{4\pi}{3}$

Lời giải

Ta có: $2\sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Các nghiệm của phương trình thuộc đoạn $[0; \pi]$ là $x = \frac{\pi}{3}; x = \frac{2\pi}{3}$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm thuộc $[0; \pi]$ của phương trình là $\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = \pi$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{n}{2^n - 1}$ (với $n \in \mathbb{N}^*$). Hai số hạng đầu tiên của dãy số đã cho lần lượt là

A. $u_1 = \frac{1}{2}; u_2 = \frac{2}{3}$. B. $u_1 = 1; u_2 = \frac{1}{2}$. C. $u_1 = ; u_2 = \frac{1}{4}$. D. $u_1 = 1; u_2 = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có: $u_1 = \frac{1}{2^1 - 1} = 1$; $u_2 = \frac{2}{2^2 - 1} = \frac{2}{3}$.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 11 . B. $\frac{9}{2}$. C. 18 . D. 7 .

Lời giải

Ta có: $u_2 = u_1 + d = 9 + 2 = 11$.

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = \frac{1}{2}$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_{10} bằng

A. 2^8 . B. 2^9 . C. $\frac{1}{2^{10}}$. D. $\frac{37}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ q = 2 \end{cases} \Rightarrow u_{10} = u_1 \cdot q^9 = \frac{1}{2} \cdot 2^9 = 2^8$.

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3, q = -2$. Tính tổng $_{10}$ số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho

A. $S_{10} = -3069$. B. $S_{10} = -1023$. C. $S_{10} = 3069$. D. $S_{10} = 1023$.

Lời giải

Ta có: $S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = 3 \cdot \frac{1 - (-2)^{10}}{1 + 2} = -1023$.

Câu 10: Cho 4 mẫu số liệu như sau:

Mẫu 1: Số tiền mà 60 sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng:

Số tiền (nghìn đồng)	[0; 50)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)
Số sinh viên	5	12	23	17	3

Mẫu 2: Thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 40 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$)	[19; 22)	[22; 25)	[25; 28)	[28; 31)
Số ngày	7	15	12	6

Mẫu 3: Số sản phẩm một công nhân làm được trong một ngày được cho như sau:

18 25 39 12 54 27 46 25 19 8 36 22
20 19 17 44 5 18 23 28 25 34 46 27 16

Mẫu 4: Thời gian ra sân (giờ) của một cựu cầu thủ ở giải ngoại hạng Anh qua các thời kì được cho như sau:

653 632 609 572 565 535 516 514 508 505 504 504 503 499 496 492

Trong 4 mẫu số liệu nói trên, có bao nhiêu mẫu số liệu cho dưới dạng mẫu số liệu ghép nhóm?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Lời giải

Mẫu 1 và 2 là các mẫu số liệu ghép nhóm.

Câu 11: Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	[0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	2	4	7	4	3
Giá trị đại diện	2	6	10	14	18

Thời gian trung bình (phút) để hoàn thành bài tập của các em học sinh là

- A. 7. B. 11,3. C. 10,4. D. 12,5.

Lời giải

Thời gian trung bình (phút) để hoàn thành bài tập của các em học sinh là:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 2 + 4 \cdot 6 + 7 \cdot 10 + 4 \cdot 14 + 3 \cdot 18}{20} = 10,4 \text{ (phút)}.$$

Câu 12: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 13.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 20$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ là doanh thu bán hàng trong 20 ngày xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó $x_1, x_2 \in [5; 7)$, $x_3, \dots, x_9 \in [7; 9)$, $x_{10}, \dots, x_{16} \in [9; 11)$, $x_{17}, \dots, x_{19} \in [11; 13)$, $x_{20} \in [13; 15)$.

Tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu là $\frac{x_{15} + x_{16}}{2}$. Do x_{15}, x_{16} đều thuộc nhóm $[9; 11)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

Vậy, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu thuộc nhóm $[9; 11)$.

Do đó $p = 3, a_3 = 9, m_3 = 7, m_1 + m_2 = 9, a_4 - a_3 = 2$.

$$\text{Vậy } Q_3 = 9 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (2 + 7)}{7} \cdot (11 - 9) = \frac{75}{7} \approx 11.$$

☞ **Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.**

Câu 13: Cho $\tan \alpha = 2$.

a) $\cot \alpha = \frac{1}{2}$.

b) $\sin 2\alpha = \frac{4}{5}$.

c) Biết $\frac{3\pi}{2} < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Khi đó $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

d) Giá trị biểu thức $T = \frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha}$ là $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Đúng do $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{2}$.

b) Đúng.

Do $\tan \alpha = 2 \Rightarrow \sin \alpha = 2 \cos \alpha$ nên $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 4 \cos^2 \alpha$.

Lại có $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{5}$ suy ra $\sin 2\alpha = \frac{4}{5}$.

c) Sai.

Do $\frac{3\pi}{2} < \alpha < \frac{5\pi}{2}$ và $\tan \alpha = 2$ nên suy ra $\sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0$.

Từ $\cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin \alpha = 2 \cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

d) Sai.

Do $\tan \alpha = 2 \Rightarrow \sin \alpha = 2 \cos \alpha$. Khi đó

$$T = \frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha} = \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)(\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha)}{2 \cos \alpha \cos 2\alpha}$$

$$= \frac{3 \cos \alpha \left(1 - \frac{1}{2} \sin 2\alpha\right)}{2 \cos \alpha \cos 2\alpha} = \frac{3 \left(1 - \frac{1}{2} \sin 2\alpha\right)}{2 \cos 2\alpha}.$$

Lại có $\sin 2\alpha = \frac{4}{5}, \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{1}{5} - 1 = -\frac{3}{5}$ nên

$$T = \frac{3 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}\right)}{2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)} = -\frac{3}{2}.$$

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$.

a) Hàm số $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .

b) Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm là $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ và $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

c) Tập xác định của hàm số $y = \frac{f(x)}{\sin x}$ là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ bằng 3.

a) Đúng.

Ta có, hàm số $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .

b) Sai.

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\Leftrightarrow 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{17\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

c) Đúng.

Hàm số $y = \frac{f(x)}{\sin x} = \frac{2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1}{\sin x}$ có điều kiện xác định: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \frac{f(x)}{\sin x}$ là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

d) Sai.

Với mọi $x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$, ta có:

$$x - \frac{\pi}{4} \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right] \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \in [-1; 0] \Leftrightarrow 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \in [-2; 0] \Leftrightarrow 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 \in [-1; 1]$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ bằng 1.

Câu 15: Cho dãy số (u_n) là cấp số nhân được cho bởi hệ thức truy hồi $u_1 = 8$ và $u_{n+1} = 4u_n$ với $n \geq 1$.

a) Công bội của cấp số nhân $q = 4$.

b) Số hạng thứ 9 của cấp số nhân là 131072.

c) Số 2048 là số hạng thứ 6 của cấp số nhân.

d) Kết quả tổng 5 số hạng đầu của cấp số nhân là một nghiệm của phương trình bậc hai $3x^2 + 8186x + 5456 = 0$.

a) Đúng.

$$q = \frac{u_{n+1}}{u_n} = 4$$

Ta có công bội của cấp số nhân

b) Sai.

Số hạng thứ 9 của cấp số nhân là $u_9 = u_1 \cdot q^{n-1} = 8 \cdot 4^8 = 524288$.

c) Sai.

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ mà $u_n = 2048 \Rightarrow q^{n-1} = 256 = 4^4 \Rightarrow n = 5$.

d) Sai

Ta có
$$S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_5 = \frac{8(1-4^5)}{1-4} = 2728$$

$$3x^2 + 8186x + 5456 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-2}{3} \\ x = -2728 \end{cases}$$

Ta có

Suy ra 2728 không là nghiệm của phương trình $3x^2 + 8186x + 5456 = 0$.

Câu 16: Mẫu số liệu ghép nhóm về doanh thu của 50 cửa hàng của một công ty trong một tháng (đơn vị: triệu đồng) được cho như sau:

Doanh thu	[26; 48)	[48; 70)	[70; 92)	[92; 114)	[114; 136)
Số cửa hàng	6	14	17	8	5

- a) Cỡ của mẫu số liệu trên là $n = 50$.
b) Doanh thu trung bình của mỗi cửa hàng của công ty trong tháng đó là 81 triệu đồng.
c) Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $M_e \approx 76,5$.
d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là $Q_3 = 95$.

Lời giải

a) Đúng.

Cỡ mẫu là $n = 6 + 14 + 17 + 8 + 5 = 50$.

b) Sai.

Doanh thu	[26; 48)	[48; 70)	[70; 92)	[92; 114)	[114; 136)
Tần số	6	14	17	8	5
GTĐĐ	37	59	81	103	125

$$\bar{x} = \frac{37.6 + 59.14 + 81.17 + 103.8 + 125.5}{50} = 77,48$$

Doanh thu trung bình là 77,48 (triệu đồng).

c) Đúng.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{50}$ là doanh thu của 50 cửa hàng xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{50}$ là $\frac{x_{25} + x_{26}}{2} \in [70; 92)$.

Ta có $n = 50, n_p = 17, u_p = 70, u_{p+1} = 92$

$$\Rightarrow M_e = 70 + \frac{\frac{50}{2} - (6+14)}{17} \cdot (92 - 70) \approx 76,5$$

d) Sai.

Xét nửa mẫu số liệu bên phải $x_{26}; x_{27}; \dots; x_{50}$ có trung vị là x_{38} . Nên mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{50}$

có tứ phân vị thứ 3 là $x_{38} \in [92; 114)$.

Ta có $n = 50, n_p = 8, u_p = 92, u_{p+1} = 114$

$$Q_3 = 92 + \frac{\frac{3.50}{4} - (6+14+17)}{8} \cdot (114 - 92) \approx 93,4$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là 93,4.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 17: Trong một buổi biểu diễn ở rạp xiếc, người nghệ sĩ có một tiết mục giữ thăng bằng và đạp xe 1 bánh trên 1 sợi dây dài $30m$. Hỏi khi người nghệ sĩ đi hết đoạn dây thì bán kính xe đạp quét một góc lượng giác có số đo là bao nhiêu? (Tính theo đơn vị radian) Biết bánh xe đạp có bán kính bằng $0,4m$.



Lời giải

Đáp án: 75

Gọi góc lượng giác mà bán kính xe đạp quét được khi đi hết sợi dây là $\alpha(rad)$.

$$l = \alpha.R \Leftrightarrow 30 = \alpha.0,4 \Leftrightarrow \alpha = \frac{30}{0,4} = 75(rad)$$

Ta có:

Câu 18: Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ t (ở đây t là số ngày tính từ ngày 1 tháng giêng) của một năm không nhuận được mô hình hoá bởi hàm số $L(t) = 12 + 2,83 \sin\left(\frac{2\pi}{365}(t-80)\right)$ với $t \in \mathbb{R}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày a tháng b trong năm thì thành phố A có ít giờ ánh sáng mặt trời nhất. Tính $a-b$.

Lời giải

Đáp án: 8

$$-1 \leq \sin\left(\frac{2\pi}{365}(t-80)\right) \leq 1 \Rightarrow -2,83 \leq 2,83 \sin\left(\frac{2\pi}{365}(t-80)\right) \leq 2,83$$

Ta có:

$$\Rightarrow 9,17 \leq 12 + 2,83 \sin\left(\frac{2\pi}{365}(t-80)\right) \leq 14,83 \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

Ngày thành phố A có ít giờ ánh sáng mặt trời nhất ứng với

$$\min L(t) = 12 + 2,83 \sin\left(\frac{2\pi}{365}(t-80)\right) = 9,17(h) \quad \text{khi} \quad \sin\left(\frac{2\pi}{365}(t-80)\right) = -1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\pi}{365}(t-80) = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow t = -\frac{45}{4} + 365k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Vì } 0 < t \leq 365 \text{ nên } k = 1 \text{ suy ra} \quad \Leftrightarrow t = -\frac{45}{4} + 365 = 353,75$$

Như vậy, vào ngày thứ 354 của năm, tức là khoảng ngày 20 tháng 12 thì thành phố A sẽ có ít giờ ánh sáng mặt trời nhất.

$$\Rightarrow a = 20, b = 12 \Rightarrow a - b = 8.$$

Câu 19: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos^2 2x = m + 1$ có nghiệm.

Lời giải

Đáp số: 2.

$$\cos^2 2x = m + 1 \Leftrightarrow \frac{1 + \cos 4x}{2} = m + 1 \Leftrightarrow \cos 4x = 2m + 1$$

Ta có

$$\text{Phương trình đã cho có nghiệm khi } -1 \leq 2m + 1 \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 0.$$

$$\text{Do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0\}.$$

Câu 20: Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liên sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế. Hỏi sân vận động đó có tất cả bao nhiêu ghế?

Lời giải

Đáp số: 2190.

Số ghế các dãy trong sân vận động là các số hạng của cấp số cộng có $u_1 = 15$ và $d = 4$.

$$\text{Suy ra } u_{30} = u_1 + 29d = 15 + 29 \cdot 4 = 131.$$

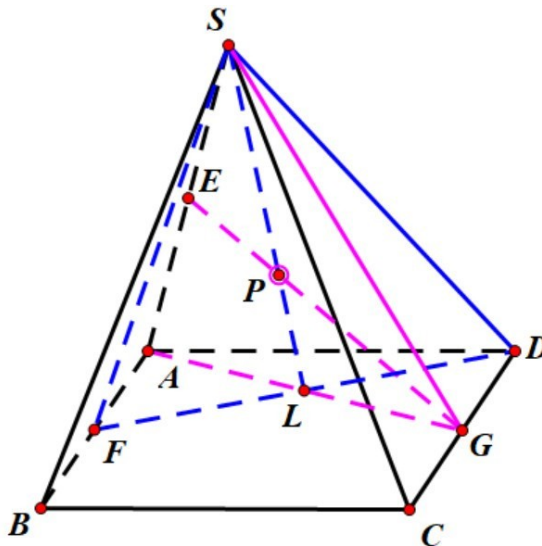
$$S_{30} = \frac{30(u_1 + u_{30})}{2} = \frac{30(15 + 131)}{2} = 2190 \quad (\text{ghế}).$$

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi E, F, G lần lượt là trung điểm của cạnh SA, AB, CD . Gọi P là giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (SDF) . Tính

$$\frac{GP}{PE}.$$

Lời giải

Đáp số: 2.



Trong mặt phẳng $(ABCD)$: Gọi $AG \cap DF = \{L\} \Rightarrow L$ là trung điểm của AG .

Trong mặt phẳng (SAG) : Gọi $SL \cap GE = \{P\}$

$$\Rightarrow \begin{cases} P \in EG \\ P \in SL, SL \subset (SDF) \end{cases}$$

Khi đó P là giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (SDF) .

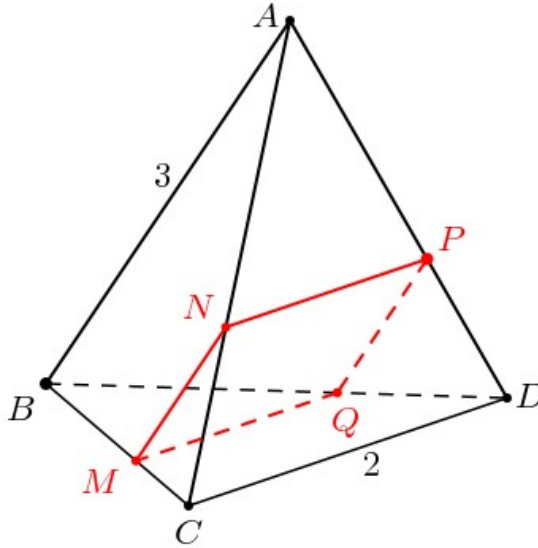
Mặt khác P là trọng tâm tam giác SAG .

$$\Rightarrow \frac{GP}{PE} = 2$$

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 3$, $CD = 2$. Gọi (α) là một mặt phẳng song song với AB và CD . Biết (α) cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là một hình thoi, chu vi của hình thoi đó bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 4,8.



Giả sử mặt phẳng (α) cắt cạnh BC tại điểm M sao cho: $CM = kCB$.

$$\left. \begin{array}{l} CD \parallel (\alpha) \\ CD \subset (BCD) \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \cap (BCD) = MQ \parallel CD$$

Ta có: $M \in (\alpha) \cap (BCD)$, với $Q \in BD$.

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel (\alpha) \\ AB \subset (ABC) \\ M \in (\alpha) \cap (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABC) = MN \parallel AB, \text{ với } N \in AC.$$

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel (\alpha) \\ AB \subset (ABD) \\ Q \in (\alpha) \cap (ABD) \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABD) = QP \parallel AB, \text{ với } P \in AD.$$

Khi đó: $(\alpha) \cap (ABD) = QP$, $(\alpha) \cap (ACD) = PN$, $(\alpha) \cap (ABC) = NM$,
 $(\alpha) \cap (BCD) = MQ$.

Vậy thiết diện cắt bởi mặt phẳng (α) cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là hình thoi $MNPQ$.

Trong tam giác ABC có: $MN \parallel AB \Rightarrow \frac{MN}{AB} = \frac{CM}{CB} \Leftrightarrow \frac{MN}{3} = k \Rightarrow MN = 3k$.

Trong tam giác BCD , có

$$MQ \parallel CD \Rightarrow \frac{MQ}{CD} = \frac{BM}{CB} = \frac{BC - CM}{BC} \Leftrightarrow \frac{MQ}{2} = 1 - k \Rightarrow MQ = 2(1 - k)$$

$$\Rightarrow MN = MQ \Leftrightarrow 3k = 2(1 - k) \Leftrightarrow k = \frac{2}{5} \Rightarrow MN = \frac{6}{5}.$$

$$\text{Vậy chu vi hình thoi } MNPQ \text{ là } P_{MNPQ} = 4MN = \frac{24}{5}.$$

-----HẾT-----

uigeli.xyz

ĐỀ 8

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I-NĂM HỌC 2024-2025

MÔN: TOÁN 11

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

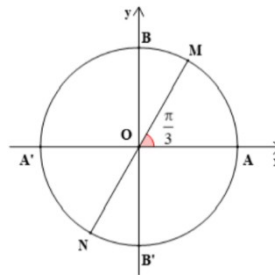
Câu 1: Cho góc α thỏa mãn $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\cos \alpha > 0$. C. $\tan \alpha > 0$. D. $\cot \alpha < 0$.

Câu 2: Chọn khẳng định đúng

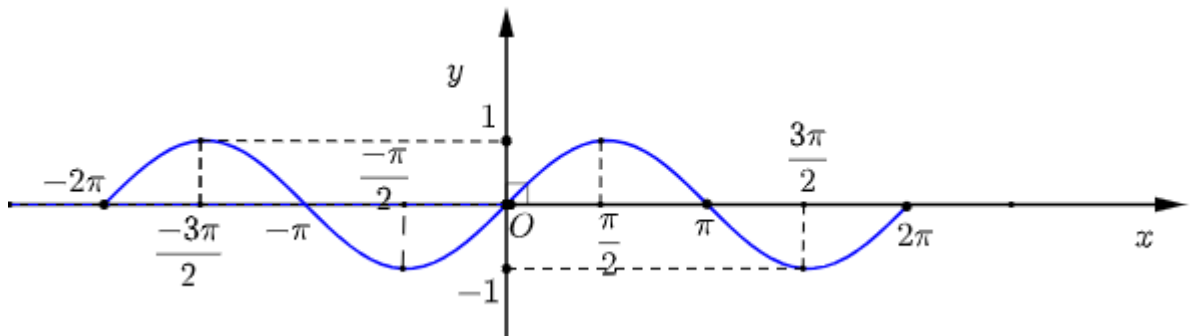
- A. $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$. B. $\tan \alpha + \cot \alpha = 1$ $\left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, \forall k \in \mathbb{Z} \right)$. C. $\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 1$. D. $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ $\left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, \forall k \in \mathbb{Z} \right)$.

Câu 3: Trên hình vẽ, hai điểm M, N biểu diễn các góc lượng giác có số đo là:



- A. $\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $-\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4: Cho đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$



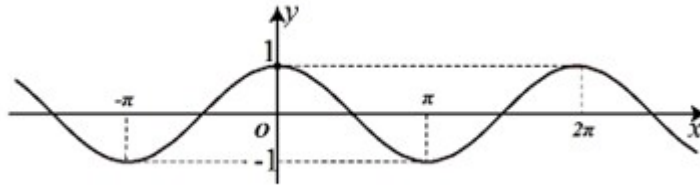
Khẳng định nào sau đây đúng.

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.
 B. Hàm số tăng trên khoảng $(0; \pi)$. C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(\pi; 2\pi)$.
 D. Hàm số giảm trên khoảng $(-\pi; 0)$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3 \sin 2x}{1 - \cos x}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 6: Cho đồ thị hàm số $y = \cos x$ (như hình vẽ).



Số nghiệm phương trình $2 \cos x - 1 = 0$ trên đoạn $[-\pi; 2\pi]$ là

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu là $u_1 = 15$ và công sai $d = -2$. Số hạng thứ 8 bằng

- A. 1. B. -1. C. 103. D. 64.

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 3, n \geq 1 \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 20 của dãy số (u_n) ?

- A. 59. B. 60. C. 58. D. 57.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là

- A. Đường thẳng SC . B. Đường thẳng SB . C. Đường thẳng SD . D. Đường thẳng SO .

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, SB . Mặt phẳng (MNP) song song với mặt phẳng nào dưới đây

- A. $(ABCD)$. B. (SAB) . C. (SAD) . D. (SAC) .

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang đáy lớn AD gấp đôi đáy bé BC . M là trung điểm của CD , G là trọng tâm tam giác ACD , O là giao điểm của AC và BD . Đường thẳng OG song song với mặt phẳng nào dưới đây

- A. $(ABCD)$. B. (SAB) . C. (SAD) . D. (SCD) .

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$, gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm tam giác BCD và ACD . Tìm tỉ số $\frac{G_1G_2}{AB}$

A. $\frac{G_1 G_2}{AB} = \frac{1}{2}$.

B. $\frac{G_1 G_2}{AB} = 2$.

C. $\frac{G_1 G_2}{AB} = \frac{2}{3}$.

D. $\frac{G_1 G_2}{AB} = \frac{1}{3}$.

C.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hai hàm số $f(x) = \sin 2x$ và $g(x) = \cos x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = \mathbb{R}$.
- b) Hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn.
- c) Hàm số $f(x)$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.
- d) $f(x) = 0$ và $g(x) = 0$ là hai phương trình tương đương.

Câu 14: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3n - 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Dãy số (u_n) là một dãy số giảm.
- b) Dãy số (u_n) là một cấp số cộng với $u_1 = 2$ và $d = 3$.
- c) Số 179 là số hạng thứ 60 của dãy số (u_n) .
- d) Biết $S_n = 5430$. Khi đó $n = 59$.

Câu 15: Cho hai phương trình $\sin x = 0$ và $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau?

- a) Tập nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ là: $S = \{k2\pi, (k \in \mathbb{Z})\}$.
- b) Tập nghiệm của phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ là: $S = \left\{\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})\right\}$.
- c) Số nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ trên $[0; 2\pi]$ là: 2 nghiệm.
- d) Tập nghiệm của phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin x$ là:
 $S = \left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})\right\}$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SC . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau?

- a) Đường thẳng OM song song với mặt phẳng (SAB) .
- b) Giao tuyến của mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng (SAC) là đường thẳng SO .
- c) Giao điểm của đường thẳng AM với (SBD) cũng là giao điểm của AM với SO .
- d) Gọi I giao điểm của AM với SO thì $IA = IM$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Tập giá trị của hàm số $y = \cos 2x + 4 \sin x + 3$ là $T = [a; b]$ với $a, b \in \mathbb{R}$.
 Tính $a + b$.

Câu 18: Hàm số $y = 2 \cos^2(\pi x) + 1$ tuần hoàn với chu kỳ T bằng bao nhiêu?

$$\tan 5x + \cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$$

Câu 19: Tìm tổng các nghiệm của phương trình trên khoảng $(0; \pi)$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 20: Một chiếc đồng hồ treo tường có kim giờ dài 6 cm và kim phút dài 10 cm . Tại thời điểm quan sát, đồng hồ đang chỉ 5 giờ. Tính tổng quãng đường hai đầu mút kim giờ và kim phút đi được khi kim giờ và kim phút vuông góc với nhau lần đầu tiên kể từ thời điểm quan sát, làm tròn đến hàng phần mười.

Câu 21: Ngày 01/09/2024 cô giáo Quỳnh được biên chế chính thức vào ngành giáo dục với mức lương cơ sở là $2,34$ triệu/tháng, phụ cấp nghề nghiệp bằng 30% mức lương cơ sở. Bậc lương ban đầu cô Quỳnh được hưởng là $2,34$. Tiền lương hàng tháng được tính theo công thức sau: $Tiền\ Lương = L\ cơ\ sở\ (H\ ö\ s\ e\ l\ cơ\ sở + \%Ph\ ụ\ c\ ấ\ p)$. Theo dự kiến, cứ sau 3 năm liên tiếp thì cô Quỳnh sẽ được tăng bậc lương thêm $0,33$. Tính tổng số tiền cô Quỳnh dự kiến nhận được sau 18 năm công tác (tính theo đơn vị tỉ), làm tròn đến hàng phần trăm.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD, SD ; I là giao điểm của đường thẳng SA và (MNP) . Tính tỷ số $\frac{IS}{IA}$, làm tròn đến hàng phần trăm

• ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

☞ Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1: Cho góc α thỏa mãn $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Chọn khẳng định đúng.

- A.** $\sin \alpha > 0$. **B.** $\cos \alpha > 0$. **C.** $\tan \alpha > 0$. **D.** $\cot \alpha < 0$.

Lời giải

Do $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên $\tan \alpha > 0$

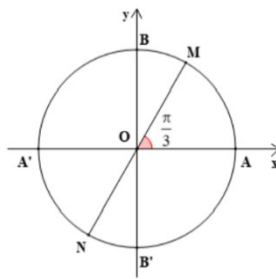
Câu 2: Chọn khẳng định đúng

- A.** $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$. **B.** $\tan \alpha + \cot \alpha = 1$ $\left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, \forall k \in \mathbb{Z} \right)$. **C.** $\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 1$. **D.** $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ $\left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, \forall k \in \mathbb{Z} \right)$.

Lời giải

Ta có công thức $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ $\left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, \forall k \in \mathbb{Z} \right)$.

Câu 3: Trên hình vẽ, hai điểm M, N biểu diễn các góc lượng giác có số đo là:

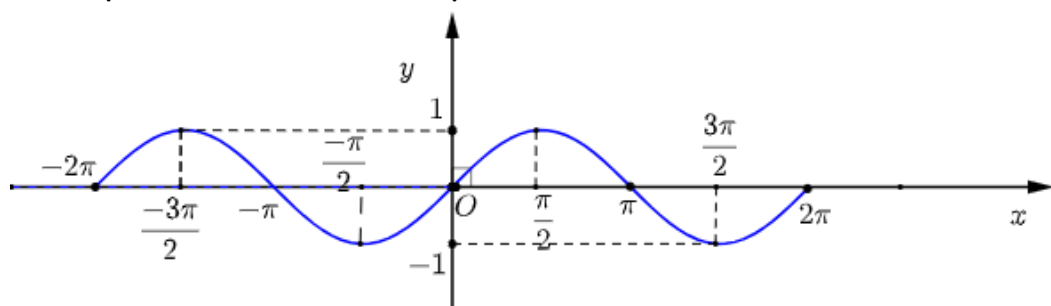


- A. $\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $-\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Hai điểm M, N biểu diễn các góc lượng giác có số đo là: $\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4: Cho đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$



Khẳng định nào sau đây đúng.

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.
 B. Hàm số tăng trên khoảng $(0; \pi)$. C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(\pi; 2\pi)$.
 D. Hàm số giảm trên khoảng $(-\pi; 0)$.

Lời giải

Chọn A

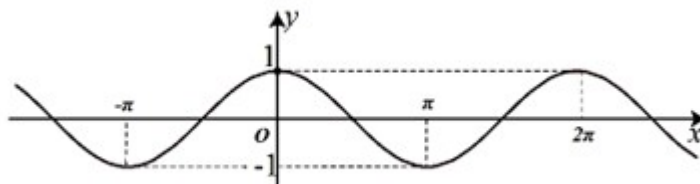
Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3 \sin 2x}{1 - \cos x}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định $1 - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 6: Cho đồ thị hàm số $y = \cos x$ (như hình vẽ).



Số nghiệm phương trình $2\cos x - 1 = 0$ trên đoạn $[-\pi; 2\pi]$ là

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải

Ta có đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $\cos x$ trên đoạn $[-\pi; 2\pi]$ tại 3 điểm.

Vậy phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ có 3 nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu là $u_1 = 15$ và công sai $d = -2$. Số hạng thứ 8 bằng

- A. 1. B. -1. C. 103. D. 64.

Lời giải

Ta có $u_1 = 15, d = -2 \Rightarrow u_n = 15 - (n-1)2, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1$.

Do đó $u_8 = 15 - (8-1)2 = 1$.

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 3, n \geq 1 \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 20 của dãy số (u_n) ?

- A. 59. B. 60. C. 58. D. 57.

Lời giải

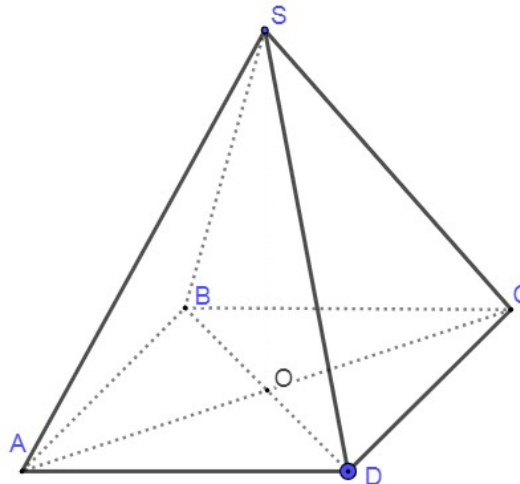
Vì dãy số (u_n) có $u_{n+1} = u_n + 3, n \geq 1$ nên (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 2$, công sai $d = 3$.

Vậy số hạng thứ 20 của dãy số (u_n) là: $u_{20} = u_1 + 19.d = 2 + 19.3 = 59$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là

- A. Đường thẳng SC . B. Đường thẳng SB . C. Đường thẳng SD . D. Đường thẳng SO .

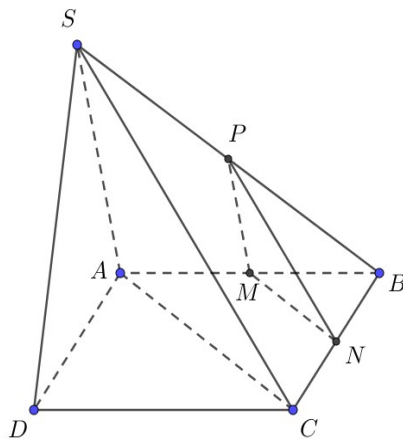
Lời giải



Ta có: $(SAC) \cap (SBD) = SO$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, SB . Mặt phẳng (MNP) song song với mặt phẳng nào dưới đây

- A. $(ABCD)$. B. (SAB) . C. (SAD) . D. (SAC) .



Ta có:
$$\begin{cases} MN \parallel AC \\ AC \subset (SAC) \Rightarrow MN \parallel (SAC) \\ MN \not\subset (SAC) \end{cases}$$

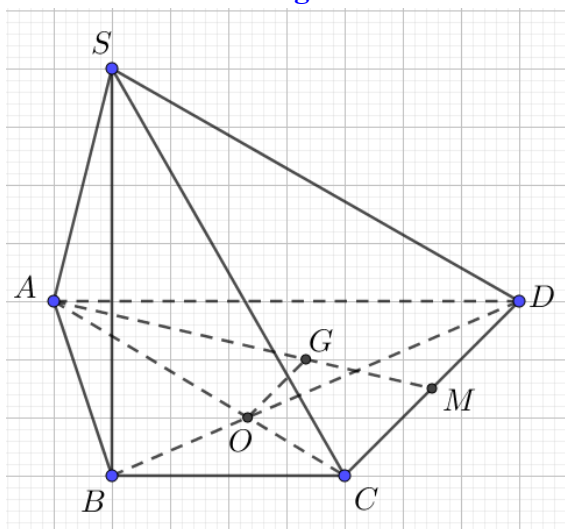
Ta có:
$$\begin{cases} MP \parallel SA \\ SA \subset (SAC) \Rightarrow MP \parallel (SAC) \\ MP \not\subset (SAC) \end{cases}$$

Ta có:
$$\begin{cases} MN \parallel (SAC) \\ MP \parallel (SAC) \Rightarrow (MNP) \parallel (SAC) \\ MN \cap MP = P \end{cases}$$

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang đáy lớn AD gấp đôi đáy bé BC . M là trung điểm của CD , G là trọng tâm tam giác ACD , O là giao điểm của AC và BD . Đường thẳng OG song song với mặt phẳng nào dưới đây

- A. $(ABCD)$. B. (SAB) . C. (SAD) . D. (SCD) .

Lời giải



Ta có:
$$BC \parallel AD \Rightarrow \frac{AO}{OC} = \frac{AD}{BC} = 2$$

Ta có G là trọng tâm tam giác ACD nên $\frac{AG}{GM} = 2$

Ta có $\frac{AO}{OC} = \frac{AG}{GM} (= 2)$

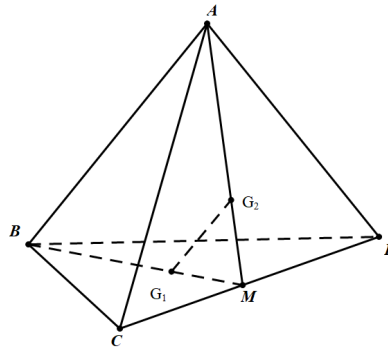
$\Rightarrow OG \parallel CM$

Ta có $\begin{cases} OG \parallel CM \\ CM \subset (SCD) \Rightarrow OG \parallel (SCD) \\ OG \not\subset (SCD) \end{cases}$

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$, gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm tam giác BCD và ACD . Tìm tỉ số $\frac{G_1G_2}{AB}$

A. $\frac{G_1G_2}{AB} = \frac{1}{2}$. **B.** $\frac{G_1G_2}{AB} = 2$ **C.** $\frac{G_1G_2}{AB} = \frac{2}{3}$ **D.** $\frac{G_1G_2}{AB} = \frac{1}{3}$

Lời giải.



Gọi M là trung điểm của CD .

Xét $\triangle ABM$ ta có: $\frac{MG_1}{MB} = \frac{MG_2}{MA} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} G_1G_2 \parallel AB \\ G_1G_2 = \frac{1}{3} AB \end{cases} \Rightarrow \frac{G_1G_2}{AB} = \frac{1}{3}$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.

Câu 13: Cho hai hàm số $f(x) = \sin 2x$ và $g(x) = \cos x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a)** Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = \mathbb{R}$.
- b)** Hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn.
- c)** Hàm số $f(x)$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.
- d)** $f(x) = 0$ và $g(x) = 0$ là hai phương trình tương đương.

Lời giải.

ĐÁP SỐ: Đ-S-Đ-S

(a) Đúng: Tập xác định của hàm số $f(x) = \sin 2x$ là $D = \mathbb{R}$.

(b) Sai: Ta có: $\begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(-x) = \sin(-2x) = -\sin 2x = -f(x) \end{cases}$

Vậy hàm số $f(x)$ là hàm số lẻ.

(c) Đúng: Do hàm số $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π , suy ra hàm số

$$f(x) = \sin 2x \text{ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ } T = \frac{2\pi}{2} = \pi.$$

(d) Sai vì: Ta có: $\sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. Vậy tập nghiệm của phương trình

$$f(x) = 0 \text{ là } S_1 = \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Tương tự, ta có: $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. Vậy tập nghiệm của phương trình $g(x) = 0$

$$\text{là } S_2 = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Do $S_1 \neq S_2$, suy ra hai phương trình $f(x) = 0$ và $g(x) = \cos x = 0$ không phải là hai phương trình tương đương

Câu 14: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3n - 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Dãy số (u_n) là một dãy số giảm.
- b) Dãy số (u_n) là một cấp số cộng với $u_1 = 2$ và $d = 3$.
- c) Số 179 là số hạng thứ 60 của dãy số (u_n) .
- d) Biết $S_n = 5430$. Khi đó $n = 59$.

Lời giải.

ĐÁP SỐ: S-Đ-Đ-S

(a) Sai: Ta có $u_n = 3n - 1$ và $u_{n+1} = 3(n+1) - 1 = 3n + 2$
 $\Rightarrow u_{n+1} - u_n = (3n + 2) - (3n - 1) = 3 > 0$.

Suy ra (u_n) là dãy số tăng.

(b) Đúng: Ta có $u_{n+1} - u_n = 3$ (hằng số)

Vậy (u_n) là một cấp số cộng với $u_1 = 2$ và $d = 3$.

(c) Đúng: Ta có $u_n = 179 \Leftrightarrow 3n - 1 = 179 \Leftrightarrow n = 60$.

Vậy Số 179 là số hạng thứ 60 của dãy số (u_n) .

(d) Sai vì: Ta có (u_n) là một cấp số cộng với $u_1 = 2$ và $d = 3$.

$$S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d \Rightarrow 5430 = 2n + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 3 \Leftrightarrow 3n^2 + n - 10860 = 0 \Leftrightarrow n = 60.$$

Câu 15: Cho hai phương trình $\sin x = 0$ và $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau?

a) Tập nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ là: $S = \{k2\pi, (k \in \mathbb{Z})\}$.

b) Tập nghiệm của phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ là: $S = \left\{\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})\right\}$.

c) Số nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ trên $[0; 2\pi]$ là: 2 nghiệm.

d) Tập nghiệm của phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin x$ là:
 $S = \left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})\right\}$.

Lời giải.

ĐÁP SỐ: S-D-S-D

(a) Sai vì $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(b) Đúng do $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} = k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(c) Sai do $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ mà $x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x = 0; x = \pi; x = 2\pi$.

Vậy phương trình có 3 nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

(d) **Đúng**

vì

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2} + x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$S = \left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})\right\}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là:

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SC . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau?

a) Đường thẳng OM song song với mặt phẳng (SAB) .

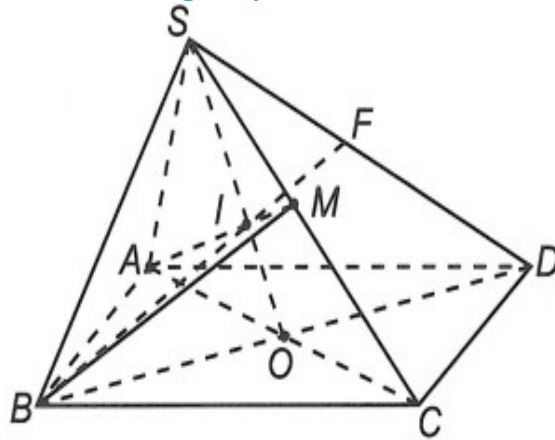
b) Giao tuyến của mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng (SAC) là đường thẳng SO .

c) Giao điểm của đường thẳng AM với (SBD) cũng là giao điểm của AM với SO .

d) Gọi I giao điểm của AM với SO thì $IA = IM$.

Lời giải.

ĐÁP SỐ: D-D-D-S



(a) Đúng vì

Ta có: $OM \not\subset (SAB)$ và $OM \parallel SA \subset (SAB)$. Vậy $OM \parallel (SAB)$.

(b) Đúng do

Ta có: (SAC) và (SBD) có S chung

Lại có $\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \Rightarrow O \in (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \Rightarrow O \in (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$

Vậy: $SO = (SAC) \cap (SBD)$.

(c) Đúng do

Trong mặt phẳng $(SAC): \{I\} = AM \cap SO$ mà $SO \subset (SBD)$

Vậy $AM \cap (SBD) = \{I\}$

(d) Sai vì

Xét $\triangle SAC$ có AM , SO là hai đường trung tuyến nên I là trọng tâm $\triangle SAC$, suy ra theo tính chất trọng tâm ta có $AI = 2IM$

☞ Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 17: Tập giá trị của hàm số $y = \cos 2x + 4 \sin x + 3$ là $T = [a; b]$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Tính $a + b$.

Lời giải

ĐÁP SỐ:

4			
---	--	--	--

Ta có: $y = \cos 2x + 4 \sin x + 3 = 1 - 2 \sin^2 x + 4 \sin x + 3$

$= -2(\sin^2 x - 2 \sin x + 1) + 6 = -2(\sin x - 1)^2 + 6$

Ta có: $-1 \leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow -2 \leq \sin x - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow 0 \leq (\sin x - 1)^2 \leq 4, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -8 \leq -2(\sin x - 1)^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq -2(\sin x - 1)^2 + 6 \leq 6, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Vậy tập giá trị là $T = [-2; 6]$, suy ra $a = -2, b = 6, a + b = 4$.

Câu 18: Hàm số $y = 2 \cos^2(\pi x) + 1$ tuần hoàn với chu kì T bằng bao nhiêu?

Lời giải

ĐÁP SỐ:

1			
---	--	--	--

Ta có: $y = 2 \cos^2(\pi x) + 1 = 2 + \cos(2\pi x)$.

Vậy hàm số đã cho tuần hoàn với chu kì $T = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$.

Câu 19: Tìm tổng các nghiệm của phương trình $\tan 5x + \cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$ trên khoảng $(0; \pi)$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

ĐÁP SỐ:

3	,	1	4
---	---	---	---

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 5x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \frac{\pi}{2} + x \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5} \\ x \neq -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Ta có: } \tan 5x + \cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0 \Leftrightarrow \tan 5x - \tan x = 0 \Leftrightarrow \tan 5x = \tan x$$

$$\Leftrightarrow 5x = x + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{4} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{So với điều kiện, nghiệm của phương trình là: } \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Vì } 0 < x < \pi \text{ nên } x \in \left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right\}, \text{ suy ra } \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \pi \approx 3,14$$

Câu 20: Một chiếc đồng hồ treo tường có kim giờ dài 6 cm và kim phút dài 10 cm . Tại thời điểm quan sát, đồng hồ đang chỉ 5 giờ. Tính tổng quãng đường hai đầu mút kim giờ và kim phút đi được

khi kim giờ và kim phút vuông góc với nhau lần đầu tiên kể từ thời điểm quan sát, làm tròn đến hàng phần mười.

Lời giải

ĐÁP SỐ:

1	2	,	0
---	---	---	---

Một giờ, kim phút quét được một góc lượng giác 2π ; kim giờ quét được một góc $\frac{\pi}{6}$. Hiệu

vận tốc giữa kim phút và kim giờ là $2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$.

Vào lúc 5 giờ hai kim tạo với nhau một góc là $\frac{5}{12} \cdot 2\pi = \frac{5\pi}{6}$.

Khoảng thời gian ít nhất để hai kim vuông góc với nhau là $\left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right) : \frac{11\pi}{6} = \frac{2}{11}$ (giờ)

Vậy sau $\frac{2}{11}$ (giờ) hai kim sẽ vuông góc với nhau.

Tổng quãng đường hai đầu mút kim đi được là $I = 6 \cdot \frac{2}{11} \cdot \frac{\pi}{6} + 10 \cdot \frac{2}{11} \cdot 2\pi = \frac{42\pi}{11} \approx 12,0 (cm)$

Câu 21: Ngày 01/09/2024 cô giáo Quỳnh được biên chế chính thức vào ngành giáo dục với mức lương cơ sở là $2,34$ triệu/tháng, phụ cấp nghề nghiệp bằng 30% mức lương cơ sở. Bậc lương ban đầu cô Quỳnh được hưởng là $2,34$. Tiền lương hàng tháng được tính theo công thức sau: $Tiền lương = L cơ sở (Hỗ trợ) + \%Phụ cấp$. Theo dự kiến, cứ sau 3 năm liên tiếp thì cô Quỳnh sẽ được tăng bậc lương thêm $0,33$. Tính tổng số tiền cô Quỳnh dự kiến nhận được sau 18 năm công tác (tính theo đơn vị tỉ), làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải

ĐÁP SỐ:

1	,	7	5
---	---	---	---

Sau 18 năm công tác, cô Quỳnh trải qua 6 lần tăng lương. Tiền lương, chưa tính phụ cấp nghề nghiệp sau mỗi lần tăng đó lập thành một cấp số cộng với $u_1 = (2,34)^2$ (triệu), $d = 0,33 \cdot 2,34$ (triệu).

Do đó, tổng số tiền lương cô Quỳnh dự kiến nhận được sau 18 năm là

$$S = (u_1 + u_2 + \dots + u_6) \cdot 36 + 2,34 \cdot 0,36 \cdot 36$$

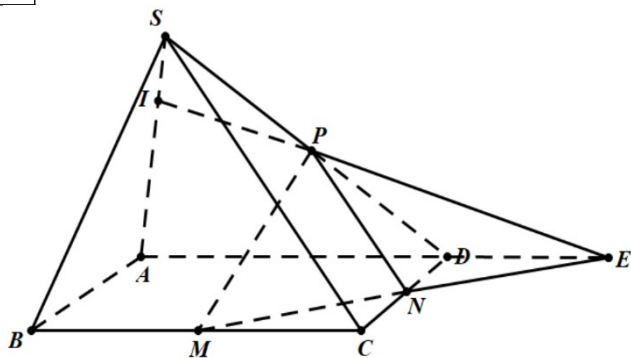
$$= \left(6u_1 + \frac{6 \cdot 5 \cdot d}{2}\right) \cdot 36 + 2,34 \cdot 0,36 \cdot 36 = 1751,3496 \text{ (tỉ đồng)}$$

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD, SD ; I là giao điểm của đường thẳng SA và (MNP) . Tính tỷ số $\frac{IS}{IA}$, làm tròn đến hàng phần trăm

Lời giải

ĐÁP SỐ:

0	,	3	3
---	---	---	---



$$SA \subset (SAD)$$

Ta thấy

$$(ABCD) \quad E = AD \cap MN \Rightarrow E \in (SAD) \cap (MNP)$$

Trong gọi

$$P \in (SAD) \cap (MNP)$$

Lại có

$$\text{Suy ra } PE = (SAD) \cap (MNP)$$

$$(SAD) \quad I = SA \cap PE$$

Trong gọi

$$\text{Mà } PE \subset (MNP) \Rightarrow I = SA \cap (MNP)$$

$$I, P, E$$

$$SA, SD, AD$$

Xét tam giác SAD có: thẳng hàng và lần lượt thuộc .

$$\text{Theo định lý Menelaus ta có } \frac{IS}{IA} \cdot \frac{PD}{PS} \cdot \frac{EA}{ED} = 1 \Leftrightarrow \frac{IS}{IA} \cdot 1 \cdot \frac{EA}{ED} = 1$$

$$\frac{DE}{MC} = \frac{ND}{NC} = 1 \Rightarrow DE = MC \Rightarrow DE = \frac{1}{2} DA \Rightarrow \frac{EA}{ED} = 3$$

Lại có DE song song BC , suy ra

Khi đó ta có $\frac{IS}{IA} \cdot 1.3 = 1 \Rightarrow \frac{IS}{IA} = \frac{1}{3}$.

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Đổi số đo của góc $\alpha = 120^\circ$ sang đơn vị radian ta được

A. $\alpha = \frac{2\pi}{3}$.

B. $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

C. $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

D. $\alpha = \frac{\pi}{4}$.

Câu 2: Cho $\cos \alpha = \frac{2}{5}$ với $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Tìm giá trị lượng giác $\sin \alpha$.

A. $\frac{21}{25}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{5}$.

C. $-\frac{\sqrt{21}}{5}$.

D. $-\frac{21}{25}$.

Câu 3: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào SAI?

A. $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$. B. $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a}$. C. $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$. D. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. C.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 5: Tập nghiệm của phương trình $2 \sin 2x + 1 = 0$ là

A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{7\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k2\pi, \frac{7\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = 2^{n-1}$. Tìm số hạng thứ 10 của dãy số đã cho.

A. 2^{11} .

B. 2^9 .

C. 2^{10} .

D. 2^8 .

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -3$, công sai $d = 2$. Tìm số hạng thứ 5 của cấp số cộng đó.

A. $u_5 = -5$.

B. $u_5 = -1$.

C. $u_5 = 1$.

D. $u_5 = 5$.

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 18$; $u_5 = 162$. Số 1458 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số nhân đó, biết rằng cấp số nhân có công bội dương.

A. Số hạng thứ bảy.

B. Số hạng thứ sáu. C. Số hạng thứ tám.

D. Số hạng thứ chín.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là:

- A. AM (M là trung điểm của AB).
 B. AN (N là trung điểm của CD).
 C. AH (H là hình chiếu của B trên CD).
 D. AK (K là hình chiếu của C trên BD).

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là $ABCD$ hình thang ($AB \parallel CD$). Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

- A. Đường thẳng qua S và song song với AB và CD .
 B. Đường thẳng qua S và song song với AD và BC .
 C. Đường thẳng qua S và giao điểm của AD và BC .
 D. Đường thẳng qua S và giao điểm của AC và BD .

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Mặt phẳng nào sau đây song song với đường thẳng MN ?

- A. (ACD) .
 B. (ABD) .
 C. (ABC) .
 D. (BCD) .

Câu 12: Cho hai mặt phẳng song song (α) và (β) , a là đường thẳng bất kì. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Nếu a cắt mp (α) thì a cắt mp (β) .
 B. Nếu $a \subset (\alpha)$ thì a song song với mp (β) .
 C. Nếu $a \subset (\beta)$ thì a song song với mp (α) .
 D. Nếu a song song với mp (α) thì a song song với mp (β) .

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho góc lượng giác $\alpha = \frac{25\pi}{6}$ và $\sin x = -\frac{5}{8}$ với $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. Xét tính **đúng, sai** của các khẳng định sau:

- a) $\alpha = \frac{25\pi}{6} = 750^\circ$.
 b) Điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác của góc đã cho thuộc phần tư thứ IV.
 c) $\cos(x + \alpha) = \frac{3\sqrt{13} - 5}{16}$.
 d) $P = \frac{\sqrt{6} \tan x}{-5 \tan^2 x - 4} = \frac{15\sqrt{26}}{281}$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{3} \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}$.
 b) Phương trình $f(x) = 3$ có nghiệm $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

c) Phương trình $f(x) = 3$ có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{3}$.

d) Khi $\frac{-\pi}{4} < x < \frac{2\pi}{3}$ thì phương trình $f(x) = 3$ có hai nghiệm.

Câu 15: Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ với $n \geq 1$. Khi đó:

- a) Dãy số trên là một cấp số nhân.
- b) Số hạng thứ năm của dãy là 13.
- c) 101 là số hạng thứ 35 của dãy số đã cho.
- d) Tổng các số hạng từ số hạng thứ 10 đến số hạng thứ 20 của dãy số bằng 451.

Câu 16: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi G_1, G_2 là trọng tâm của các tam giác $A'BD, B'D'C$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đường thẳng $A'B$ cắt đường thẳng CD .
- b) $A'D'CB$ là hình bình hành
- c) $(A'BD) // (B'D'C)$
- d) $G_1G_2 = \frac{2}{3}AC'$

☞ **Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Gọi M, N, E là các điểm trên đường tròn lượng giác sao cho số đo của các góc lượng giác

$(OA, OM), (OA, ON), (OA, OE)$ lần lượt bằng $-\frac{\pi}{2}; -\frac{7\pi}{6}; \frac{\pi}{6}$. Khi đó, diện tích tam giác MNE làm tròn đến hàng phần chục bằng bao nhiêu?

Câu 18: Tính $S = \sin \frac{\pi}{2024} + \sin \frac{2\pi}{2024} + \sin \frac{3\pi}{2024} + \dots + \sin \frac{2023\pi}{2024}$. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 19: Một chất điểm dao động điều hoà theo phương trình $x = 2 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$, t tính bằng giây và x tính bằng cm . Gọi t_0 là thời điểm đầu tiên vật có li độ lớn nhất (**li độ** là khoảng cách từ vật đến vị trí cân bằng). Giá trị của t_0 bằng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) bao nhiêu.

Câu 20: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = 5 - u_n, n \geq 1 \end{cases}$. Tìm a để (u_n) là cấp số cộng.

Câu 21: Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 12. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AB và CD . Gọi P là trung điểm đoạn thẳng CM . Giao điểm I của đường thẳng DP và mặt phẳng (ABN) cách điểm D một khoảng bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$, O là giao điểm của AC và BD . Tam giác SCD là tam giác đều cạnh 2. Mặt phẳng (P) đi qua O và song song với mặt

phẳng (SCD). Tính diện tích hình tạo bởi mặt phẳng (P) và các mặt của hình chóp $S.ABCD$ (làm tròn đến hàng phần mười).

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Đổi số đo của góc $\alpha = 120^\circ$ sang đơn vị radian ta được

- A. $\alpha = \frac{2\pi}{3}$. B. $\alpha = \frac{\pi}{6}$. C. $\alpha = \frac{\pi}{3}$. D. $\alpha = \frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Áp dụng công thức đổi từ độ sang radian ta có: $a^\circ = a \frac{\pi}{180}$ ta có $\alpha = 120^\circ = 120 \frac{\pi}{180} = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 2: Cho $\cos \alpha = \frac{2}{5}$ với $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Tìm giá trị lượng giác $\sin \alpha$.

- A. $\frac{21}{25}$. B. $\frac{\sqrt{21}}{5}$. C. $-\frac{\sqrt{21}}{5}$. D. $-\frac{21}{25}$.

Lời giải

Vì $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ nên $\sin \alpha < 0$.

Ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\frac{\sqrt{21}}{5}$.

Câu 3: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào SAI?

- A. $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$. B. $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a}$. C. $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$. D. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

Lời giải

Ta có: $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$ nên B sai.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là:

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{8} + k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Hàm số $y = \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ xác định khi và chỉ khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ nên $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 5: Tập nghiệm của phương trình $2 \sin 2x + 1 = 0$ là

- A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{7\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ **C.** $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k2\pi, \frac{7\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Lời giải

Ta có: $2\sin 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = 2^{n-1}$. Tìm số hạng thứ 10 của dãy số đã cho.

- A.** 2^{11} **B.** 2^9 **C.** 2^{10} **D.** 2^8

Lời giải

Ta có $u_{10} = 2^{10-1} = 2^9$.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -3$, công sai $d = 2$. Tìm số hạng thứ 5 của cấp số cộng đó.

- A.** $u_5 = -5$ **B.** $u_5 = -1$ **C.** $u_5 = 1$ **D.** $u_5 = 5$

Lời giải

Áp dụng công thức của số hạng tổng quát: $u_5 = u_1 + 4d = 5$.

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 18$; $u_5 = 162$. Số 1458 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số nhân đó, biết rằng cấp số nhân có công bội dương.

- A.** Số hạng thứ bảy. **B.** Số hạng thứ sáu. **C.** Số hạng thứ tám. **D.** Số hạng thứ chín.

Lời giải

Áp dụng công thức của số hạng tổng quát: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$. Ta có:

$$\begin{cases} u_3 = u_1 \cdot q^2 \\ u_5 = u_1 \cdot q^4 \end{cases} \Rightarrow u_5 = u_3 \cdot q^2 \Leftrightarrow 162 = 18 \cdot q^2 \Rightarrow q = 3$$

Khi đó $u_1 = 2$. Nên $u_n = 2 \cdot 3^{n-1}$.

Giả sử $u_n = 1458 \Leftrightarrow 2 \cdot 3^{n-1} = 1458 \Leftrightarrow n = 7$. Vậy 1458 là số hạng thứ bảy của cấp số nhân đó.

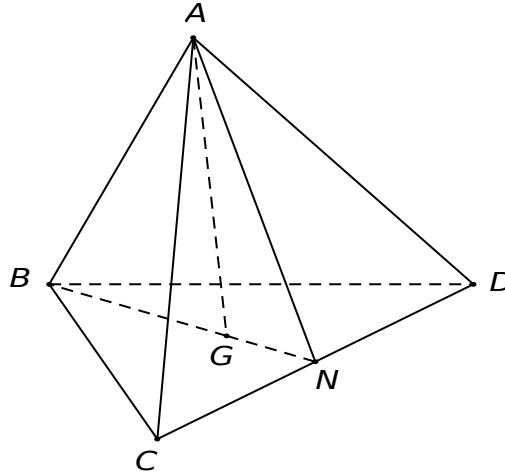
Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là:

- A.** AM (M là trung điểm của AB).

- B.** AN (N là trung điểm của CD). **C.** AH (H là hình chiếu của B trên CD).
D. AK (K là hình chiếu của C trên BD).

Lời giải

Chọn B



A là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .

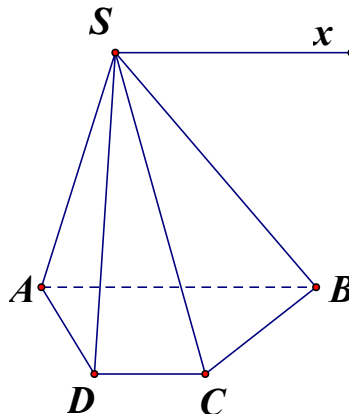
Ta có $BG \cap CD = N$ nên $\begin{cases} N \in BG \subset (ABG) \\ N \in CD \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N \in (ABG) \\ N \in (ACD) \end{cases} \Rightarrow N$ là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .

Vậy $(ABG) \cap (ACD) = AN$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là $ABCD$ hình thang ($AB \parallel CD$). Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

- A.** Đường thẳng qua S và song song với AB và CD .
B. Đường thẳng qua S và song song với AD và BC . **C.** Đường thẳng qua S và giao điểm của AD và BC .
D. Đường thẳng qua S và giao điểm của AC và BD .

Lời giải

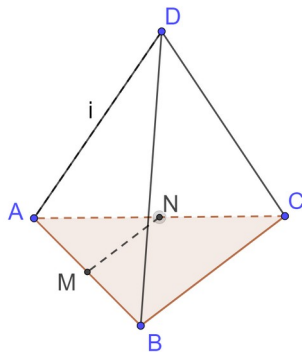


Hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) lần lượt đi qua hai đường thẳng $AB \parallel CD$ và có S là điểm chung nên giao tuyến của chúng là đường thẳng đi qua S và song song với AB và CD .

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Mặt phẳng nào sau đây song song với đường thẳng MN ?

- A.** (ACD) . **B.** (ABD) . **C.** (ABC) . **D.** (BCD) .

Lời giải



Vì M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC nên MN là đường trung bình của tam giác ABC , do đó $MN \parallel BC$, lại có $MN \not\subset (BCD)$ và $BC \subset (BCD)$ nên $MN \parallel (BCD)$.

Vậy đáp án **D** đúng.

Câu 12: Cho hai mặt phẳng song song (α) và (β) , a là đường thẳng bất kì. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A.** Nếu a cắt mp (α) thì a cắt mp (β) .
B. Nếu $a \subset (\alpha)$ thì a song song với mp (β) . **C.** Nếu $a \subset (\beta)$ thì a song song với mp (α) .
D. Nếu a song song với mp (α) thì a song song với mp (β) .

Lời giải

Nếu a song song với mp (α) thì a song song với mp (β) hoặc a nằm trên mp (β)

Phân 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho góc lượng giác $\alpha = \frac{25\pi}{6}$ và $\sin x = -\frac{5}{8}$ với $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. Xét tính **đúng, sai** của các khẳng định sau:

- a) $\alpha = \frac{25\pi}{6} = 750^\circ$.
b) Điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác của góc đã cho thuộc phần tư thứ IV.
c) $\cos(x + \alpha) = \frac{3\sqrt{13} - 5}{16}$.
d) $P = \frac{\sqrt{6} \tan x}{-5 \tan^2 x - 4} = \frac{15\sqrt{26}}{281}$.

Lời giải

Chọn a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng.

$$\alpha = \frac{25\pi}{6} = \left(\frac{25\pi}{6}, \frac{180}{\pi} \right) = 750^\circ$$

a) Ta có: . Suy ra mệnh đề **Đúng**.

b) $\alpha = \frac{25\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + 4\pi$. Điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác của góc đã cho thuộc phần tư thứ I. Suy ra mệnh đề **Sai**.

c) Vì $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0 \right)$ nên $\cos x > 0 \Rightarrow \cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - \left(-\frac{5}{8} \right)^2} = \frac{\sqrt{39}}{8}$.

Ta có $\sin \alpha = \sin \frac{25\pi}{6} = \sin \left(\frac{\pi}{6} + 4\pi \right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$,

$$\cos \alpha = \cos \frac{25\pi}{6} = \cos \left(\frac{\pi}{6} + 4\pi \right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Khi đó: $\cos(x + \alpha) = \cos x \cdot \cos \alpha - \sin x \cdot \sin \alpha = \frac{\sqrt{39}}{8} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \left(-\frac{5}{8} \right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{13} + 5}{16}$.

Suy ra mệnh đề **Sai**

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-\frac{5}{8}}{\frac{\sqrt{39}}{8}} = -\frac{5\sqrt{39}}{39}$$

d) Ta có

$$P = \frac{\sqrt{6} \tan x}{-5 \tan^2 x - 4} = \frac{\sqrt{6} \cdot \left(-\frac{5\sqrt{39}}{39} \right)}{-5 \left(-\frac{5\sqrt{39}}{39} \right)^2 - 4} = \frac{15\sqrt{26}}{281}$$

Khi đó . Suy ra mệnh đề **Đúng**.

$$y = f(x) = \sqrt{3} \tan \left(2x - \frac{\pi}{3} \right)$$

Câu 14: Cho hàm số . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}$.

b) Phương trình $f(x) = 3$ có nghiệm $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

c) Phương trình $f(x) = 3$ có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{3}$.

d) Khi $\frac{-\pi}{4} < x < \frac{2\pi}{3}$ thì phương trình $f(x) = 3$ có hai nghiệm.

Lời giải

Chọn a) Sai | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng.

a) Điều kiện $\cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) \neq 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. Suy ra mệnh đề **Sai**.

b) Phương trình tương đương với $\tan \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. Suy ra mệnh đề **Đúng**.

c) $x < 0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} < 0 \Leftrightarrow k < -\frac{2}{3}$. Vậy nghiệm âm lớn nhất là $x = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{6}$. Suy ra mệnh đề Sai.

d) Vì $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} < \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \frac{-7}{6} < k < \frac{2}{3}$.

Do $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{-1; 0\}$.

Với $k = -1$ thì $x = \frac{-\pi}{6}$.

Với $k = 0$ thì $x = \frac{\pi}{3}$.

Vậy $x = \frac{-\pi}{6}$ và $x = \frac{\pi}{3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Suy ra mệnh đề **Đúng**.

Câu 15: Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ với $n \geq 1$. Khi đó:

- Dãy số trên là một cấp số nhân.
- Số hạng thứ năm của dãy là 13.
- 101 là số hạng thứ 35 của dãy số đã cho.
- Tổng các số hạng từ số hạng thứ 10 đến số hạng thứ 20 của dãy số bằng 451.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Ta có: $u_{n+1} = u_n + 3$ suy ra dãy số (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = 3$. Vậy a) sai.

b) $u_5 = u_1 + 4d = 11$. Vậy b) sai.

c) Xét $u_n = 101 \Leftrightarrow 3n - 4 = 101 \Rightarrow n = 35$.

Vậy 101 là số hạng thứ 35 của dãy số đã cho.

d) (u_n) là cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = -1$ và công sai $d = 3$.

$$\text{Ta có: } S_9 = \frac{9(2u_1 + 8d)}{2} = \frac{9[2 \cdot (-1) + 8 \cdot 3]}{2} = 99$$

$$S_{20} = \frac{20(2u_1 + 19d)}{2} = \frac{20[2 \cdot (-1) + 19 \cdot 3]}{2} = 550$$

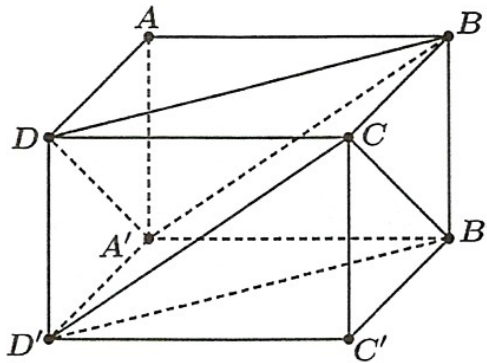
$$\text{Vậy } u_{10} + u_{11} + \dots + u_{20} = S_{20} - S_9 = 550 - 99 = 451.$$

Câu 16: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi G_1, G_2 là trọng tâm của các tam giác $A'BD, B'D'C$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đường thẳng $A'B$ cắt đường thẳng CD .
- $A'D'CB$ là hình bình hành
- $(A'BD) \parallel (B'D'C)$
- $G_1G_2 = \frac{2}{3}AC'$

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Do $A' \notin (BCD)$ nên đường thẳng $A'B$ và đường thẳng CD chéo nhau.
 Vậy mệnh đề a) sai.



b)

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\begin{cases} A'D \parallel BC \\ A'D = BC \end{cases} \Rightarrow A'DCB$ là hình bình hành.
 Vậy mệnh đề b) đúng.

c)

Vì $A'DCB$ là hình bình hành.

Suy ra $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (B'DC)$. (1)

Tương tự, ta có: $\begin{cases} A'B \parallel CD \\ A'B = CD \end{cases} \Rightarrow A'B'CD$ là hình bình hành.

Suy ra $AD \parallel B'C \Rightarrow AD \parallel (B'DC)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(ABD) \parallel (B'DC)$.

Vậy mệnh đề c) đúng.

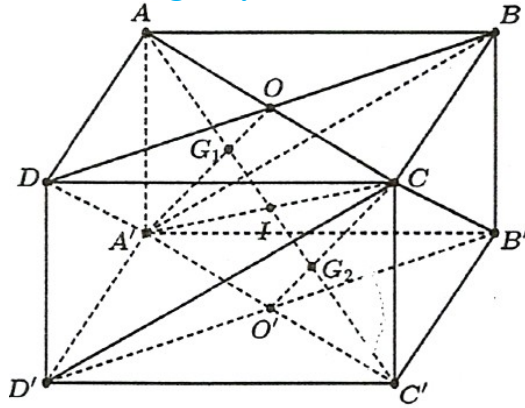
d)

Gọi O, O', I theo thứ tự là tâm của các hình bình hành $ABCD, A'B'C'D', ACC'A'$.

Vì G_1 là trọng tâm tam giác $AB'D$ nên $\frac{AG_1}{AO} = \frac{2}{3} \Rightarrow G_1$ là trọng tâm tam giác $A'AC$, suy ra $G_1 = AI \cap A'O$. (3)

Tương tự, G_2 là trọng tâm tam giác $B'D'C$ nên $\frac{CG_2}{CO} = \frac{2}{3}$
 $\Rightarrow G_2$ là trọng tâm tam giác $A'C'C$, suy ra $G_2 = C'I \cap CO$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra G_1, G_2 cùng thuộc AC' .



Chứng minh $AG_1 = G_1G_2 = G_2C' = \frac{1}{3}AC'$:

Ta có: $\frac{AG_1}{AI} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AG_1}{AC'} = \frac{1}{3}; \frac{C'G_2}{C'I} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{C'G_2}{AC'} = \frac{1}{3}$.

Do vậy $AG_1 \square G_1G_2 = G_2C' = \frac{1}{3}AC'$.

Vậy G_1, G_2 cùng thuộc AC' , đồng thời chia AC' thành ba phần bằng nhau.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Gọi M, N, E là các điểm trên đường tròn lượng giác sao cho số đo của các góc lượng giác

$(OA, OM), (OA, ON), (OA, OE)$ lần lượt bằng $-\frac{\pi}{2}; -\frac{7\pi}{6}; \frac{\pi}{6}$. Khi đó, diện tích tam giác MNE làm tròn đến hàng phân chục bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 1,3

Trên đường tròn lượng giác đi theo chiều dương, từ vị trí điểm gốc A , thứ tự các điểm lần

lượt là: $E; N; M$ và $\angle EON = \angle NOM = \angle MOE = \frac{2\pi}{3}$.

Mà $OE = ON = OM = 1$ nên $EN = NM = ME$ do đó $\triangle MNE$ đều cạnh $MN = \sqrt{3}$

$$\Rightarrow S_{MNE} = \frac{(\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \approx 1,3 \quad (\text{đvdt}).$$

Câu 18: Tính $S = \sin \frac{\pi}{2024} + \sin \frac{2\pi}{2024} + \sin \frac{3\pi}{2024} + \dots + \sin \frac{2023\pi}{2024}$. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

Xét bài toán tổng quát. Tính tổng $S = \sin x + \sin 2x + \sin 3x + \dots + \sin (n-1)x$.

Nhân cả hai vế với $2 \sin \frac{x}{2}$ ta có:

$$2 \sin \frac{x}{2} \cdot S = 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \sin x + 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \sin 2x + 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \sin 3x + \dots + 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \sin (n-1)x$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2 \sin \frac{x}{2} \cdot S &= \left(\cos \frac{x}{2} - \cos \frac{3x}{2} \right) + \left(\cos \frac{3x}{2} - \cos \frac{5x}{2} \right) + \left(\cos \frac{5x}{2} - \cos \frac{7x}{2} \right) + \dots + \left[\cos \left(\frac{2n-3}{2} \right)x - \cos \left(\frac{2n-1}{2} \right)x \right] \\ \Rightarrow 2 \sin \frac{x}{2} \cdot S &= \cos \frac{x}{2} - \cos \left(\frac{2n-1}{2} \right)x \\ \Rightarrow 2 \sin \frac{x}{2} \cdot S &= 2 \sin \frac{(n-1)x}{2} \cdot \sin \frac{nx}{2} \\ \Rightarrow S &= \frac{\sin \frac{(n-1)x}{2} \cdot \sin \frac{nx}{2}}{\sin \frac{x}{2}} \end{aligned}$$

$$S_2 = \frac{\sin \frac{2023\pi}{2 \cdot 2024} \cdot \sin \frac{\pi}{2}}{\sin \frac{\pi}{2 \cdot 2024}} = \frac{\sin \frac{2023\pi}{2 \cdot 2024}}{\sin \frac{\pi}{2 \cdot 2024}} \approx 1289$$

Áp dụng với $x = \frac{\pi}{2024}$ và $n = 2024$ ta được:

$$x = 2 \cos \left(2\pi t + \frac{\pi}{2} \right), t \text{ tính bằng giây và } x$$

Câu 19: Một chất điểm dao động điều hoà theo phương trình

tính bằng cm . Gọi t_0 là thời điểm đầu tiên vật có li độ lớn nhất (**li độ** là khoảng cách từ vật đến vị trí cân bằng). Giá trị của t_0 bằng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) bằng bao nhiêu.

Lời giải

$$\text{Với mọi } t \geq 0 \text{ ta có } -1 \leq \cos \left(2\pi t + \frac{\pi}{2} \right) \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \cos \left(2\pi t + \frac{\pi}{2} \right) \leq 2.$$

Do đó li độ lớn nhất là $x = 2 \text{ cm}$ xảy ra khi

$$\cos \left(2\pi t + \frac{\pi}{2} \right) = 1 \Leftrightarrow 2\pi t + \frac{\pi}{2} = k2\pi \Leftrightarrow t = k - \frac{1}{4}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vì } t \geq 0 \Rightarrow k - \frac{1}{4} \geq 0 \Leftrightarrow k \geq \frac{1}{4}$$

$$\text{Vì } k \in \mathbb{Z}, \text{ suy ra thời điểm đầu tiên thỏa mãn ứng với } k = 1 \Rightarrow t_0 = \frac{3}{4} = 0,75 \text{ giây.}$$

Câu 20: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = 5 - u_n, n \geq 1 \end{cases}$. Tìm a để (u_n) là cấp số cộng.

Lời giải

Giả sử (u_n) là cấp số cộng. Khi đó, tồn tại một hằng số d sao cho $\forall n \geq 1, u_{n+1} - u_n = d$ (1).

Từ hệ thức xác định dãy số (u_n) ta suy ra $\forall n \geq 1, u_{n+1} - u_n = 5 - 2u_n$ (2).

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } u_n = \frac{5-d}{2}, \forall n \geq 1$$

$\Rightarrow (u_n)$ là một dãy số không đổi.

$$\Rightarrow u_2 = a \Rightarrow a = 5 - u_1 = 5 - a \Rightarrow a = \frac{5}{2}.$$

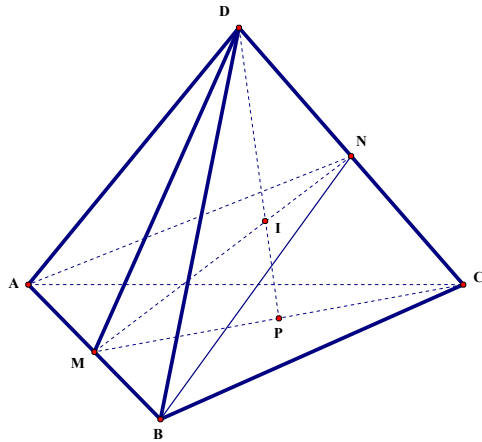
Với $a = \frac{5}{2}$, ta cũng chứng minh được $u_n = \frac{5}{2}$.

Vậy $a = \frac{5}{2}$ là giá trị cần tìm.

Câu 21: Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 12. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AB và CD . Gọi P là trung điểm đoạn thẳng CM . Giao điểm I của đường thẳng DP và mặt phẳng (ABN) cách điểm D một khoảng bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp án: 6,63



Trong mặt phẳng (DMC) , gọi I là giao điểm của MN và DP .

$$I \in MN \subset (ABN) \Rightarrow I \in (ABN)$$

Khi đó

Vậy I là giao điểm của DP và (ABN) .

Tam giác DMC có MN và DP là hai đường trung tuyến nên giao điểm I là trọng tâm $\triangle DMC$.

Ta có tam giác ABD đều bằng 12 và có DM là đường cao nên $DM = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$.

Tương tự ta có $CM = 6\sqrt{3}$

Do đó tam giác DMC cân tại M . Suy ra MN cũng là đường cao của tam giác DMC hay $MN \perp CD$.

Ta có $DM = 6\sqrt{3}, DN = \frac{1}{2}DC = 6$ nên $MN = \sqrt{DM^2 - DN^2} = 6\sqrt{2}$

Khi đó $IN = \frac{1}{3}MN = 2\sqrt{2}$.

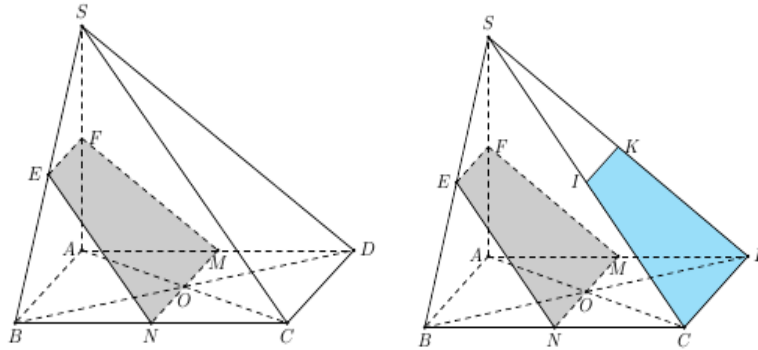
Tam giác DNI vuông tại N nên $DI = \sqrt{DN^2 + IN^2} = 2\sqrt{11}$

Vậy I cách điểm D một khoảng bằng $2\sqrt{11} \approx 6,63$

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$, O là giao điểm của AC và BD . Tam giác SCD là tam giác đều cạnh 2. Mặt phẳng (P) đi qua O và song song với mặt phẳng (SCD) . Tính diện tích hình tạo bởi mặt phẳng (P) và các mặt của hình chóp $S.ABCD$ (làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp án: 1,3



+ Do mặt phẳng $(P) \parallel (SCD)$ mà $(ABCD) \cap (SCD) = CD \Rightarrow (ABCD) \cap (P) = MN$ đi qua O và song song với CD (với M thuộc AD , N thuộc BC).

Tương tự ta có: $(SAD) \cap (P) = MF \parallel SD$ (với $F \in SA$); $(SBC) \cap (P) = NE \parallel SC$ (với $E \in SB$).

Vậy hình tạo bởi mặt phẳng (P) và các mặt của hình chóp $S.ABCD$ là tứ giác $MNEF$.

+ Ta có MN đi qua O và song song với CD nên M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC .

Suy ra E, F lần lượt là trung điểm SB, SA .

Gọi I, K lần lượt là trung điểm SC, SD . Khi đó ta có

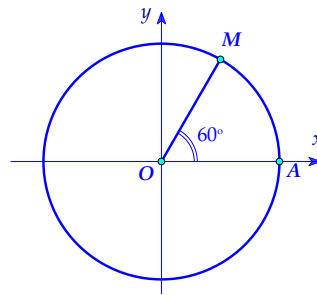
$$IK \parallel EF, IK = EF; IC \parallel EN, IC = EN; KD \parallel FM, KD = FM; MN \parallel CD, MN = CD$$

Vì thế ta có diện tích hình $NMEF$ là

$$S_{MNEF} = S_{DCIK} = \frac{3}{4} S_{SCD} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2)^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4} \approx 1,3$$

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho điểm M trên đường tròn lượng giác như hình vẽ:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S(OA; OM) = -60^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

B. $S(OA; OM) = 60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$ C. $S(OA; OM) = -60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$

D. $S(OA; OM) = 60^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

Câu 2: Cho góc $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{2}{3}$. Tính $\cos \alpha$.

A. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$

C. $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$

D. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

Câu 3: Công thức nào dưới đây đúng?

A. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 2$ B. $\cos(\pi - \alpha) = \cos \alpha$ C. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$ D. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\cot \alpha$

Câu 4: Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \cos x$ là

A. 2π

B. π

C. 4π

D. $\frac{\pi}{2}$

Câu 5: Phương trình $\sin 2x = -1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$?

A. 3

B. 1

C. 4

D. 2

Câu 6: Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 4 \end{cases}$ với $n \geq 1$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. -1; 4; 7

B. -1; 3; 5

C. -1; 4; 6

D. -1; 3; 7

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1 = -0,1$; $d = 0,1$. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là

A. 1,6

B. 6

C. 0,5

D. 0,6

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_7 = -32$. Tìm q?

A. $q = \pm \frac{1}{2}$

B. $q = \pm 2$

C. $q = \pm 4$

D. $q = \pm 1$

Câu 9: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.

B. Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng · **C.** Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng ·

D. Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng ·

Câu 10: Cho hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung cùng nằm trong một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó

- A.** song song. **B.** chéo nhau. **C.** cắt nhau. **D.** trùng nhau.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là trung điểm SA . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $OM \parallel (SCD)$ **B.** $OM \parallel (SBD)$ **C.** $OM \parallel (SAB)$ **D.** $OM \parallel (SAD)$

Câu 12: Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

- A.** Vô số. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

☞ **Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho $\tan x = -4$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.

a) Giá trị của $\cos x$ là $-\frac{1}{4}$.

b) Giá trị của $\tan 2x$ là $\frac{8}{15}$.

c) Giá trị của $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ là $\frac{3}{5}$.

d) Giá trị của biểu thức $A = \frac{2\sin x - 5\cos x}{3\cos x + \sin x}$ là 13.

Câu 14: Cho hàm số lượng giác $y = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 2m - 1$ (với m là tham số).

a) Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$ (với mọi m).

b) Với $m = 0$ hàm số có tập giá trị $T = [-3; 1]$.

c) Với $m = 2$ hàm số luôn có giao điểm với trục Ox .

d) Có 3 giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y = 3$ cắt đồ thị hàm số.

Câu 15: Một sinh viên sau khi ra trường và xin vào làm cho một trung tâm với mức lương khởi điểm là 120 triệu đồng một năm. Cứ sau mỗi năm, trung tâm trả thêm cho sinh viên 24 triệu đồng.

Gọi u_n (triệu đồng) là số tiền lương mà sinh viên đó nhận được ở năm thứ n .

a) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ hai là 144 triệu đồng.

b) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ 10 là 330 triệu đồng.

c) Dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 120$ và công sai $d = 20$.

d) Giả sử, mỗi năm bạn sinh viên chi tiêu tiết kiệm hết 70 triệu đồng. Vậy sau ít nhất 10 năm thì sinh viên đó mua được căn chung cư 2 tỉ đồng.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD . Khi đó:

- a) Điểm O là điểm chung của (OMN) và $(ABCD)$.
 b) $MN \parallel BC$.
 c) $OM \parallel (SBC)$.
 d) Giao tuyến của (OMN) và (SBC) là đường thẳng d song song với hai đường thẳng MN và BC .

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Biết $\sqrt{\sin^2 x (4 + \cot x) + \cos^2 x (1 + 3 \tan x)} = |a \sin x + b \cos x|$
 Tính $a - b$?

Câu 18: Biết với mọi x thì $\sin^6 x + \cos^6 x = a + b \cos 4x$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Tính $a + b$

Câu 19: Phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ có tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ bằng $a\pi$.
 Tìm a ?

Câu 20: Cho một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 1$ và tổng của 100 số hạng đầu bằng 24850. Khi đó $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \frac{1}{u_3 u_4} + \dots + \frac{1}{u_{28} u_{29}} + \frac{1}{u_{29} u_{30}} = \frac{a}{b}$, trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}^*$. Tính tổng $a + b$.

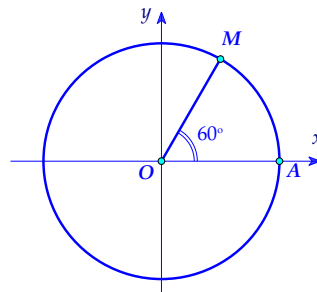
Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC ; P là điểm thuộc cạnh AB sao cho $\frac{AP}{AB} = \frac{2}{3}$. Đường thẳng SC cắt mặt phẳng (MNP) tại Q . Biết tỉ số $\frac{SQ}{SC} = \frac{a}{b}$, trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}^*$. Tổng $a^2 + b^2$ bằng bao nhiêu?

Câu 22: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $AB = 1$; $AA' = 2$. Gọi L là trung điểm $B'D$, mặt phẳng (P) qua L và song song AC lần lượt cắt $AA'; CC'; DD'$ tại $E; F; K$. Đặt $\frac{DK}{DD'} = x$. Khi $(EFK) \parallel (MA'C')$ thì $P = \frac{2025x}{1005}$ bằng (Làm tròn đến hàng phần trăm).

• ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1: Cho điểm M trên đường tròn lượng giác như hình vẽ:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\angle(OA; OM) = -60^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\widehat{SOA;OM} = 60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$ **C.** $\widehat{SOA;OM} = -60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$

D. $\widehat{SOA;OM} = 60^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\widehat{SOA;OM} = 60^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

Câu 2: Cho góc $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{2}{3}$. Tính $\cos \alpha$.

A. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ **B.** $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ **C.** $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ **D.** $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \Leftrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$

Do $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ nên $\cos \alpha < 0 \Leftrightarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

Câu 3: Công thức nào dưới đây đúng?

A. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 2$ **B.** $\cos(\pi - \alpha) = \cos \alpha$ **C.** $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$ **D.** $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\cot \alpha$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$

Câu 4: Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \cos x$ là

A. 2π **B.** π **C.** 4π **D.** $\frac{\pi}{2}$

Lời giải

Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \cos x$ là 2π .

Câu 5: Phương trình $\sin 2x = -1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$?

A. 3 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 2

Lời giải

Ta có $\sin 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Xét trên đoạn $[-\pi; 2\pi]$: $-\pi \leq x \leq 2\pi \Leftrightarrow -\pi \leq -\frac{\pi}{4} + k\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \leq k \leq \frac{9}{4}$

Mà $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; 1; 2\}$

Vậy phương trình có 3 nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 4 \end{cases}$ với $n \geq 1$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

- A.** $-1; 4; 7$. **B.** $-1; 3; 5$. **C.** $-1; 4; 6$. **D.** $-1; 3; 7$.

Lời giải

Ta có $u_1 = -1$, $u_2 = u_1 + 4 = 3$, $u_3 = u_2 + 4 = 7$.

Vậy ba số hạng đầu tiên của dãy là: $-1; 3; 7$.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1 = -0,1$; $d = 0,1$. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là

- A.** $1,6$. **B.** 6 . **C.** $0,5$. **D.** $0,6$.

Lời giải

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là: $u_n = u_1 + (n-1).d \Rightarrow u_7 = -0,1 + (7-1).0,1 = \frac{1}{2}$.

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_7 = -32$. Tìm q ?

- A.** $q = \pm \frac{1}{2}$. **B.** $q = \pm 2$. **C.** $q = \pm 4$. **D.** $q = \pm 1$.

Lời giải

Áp dụng công thức số hạng tổng quát cấp số nhân ta có

$$u_n = u_1 q^{n-1} \Rightarrow u_7 = u_1 \cdot q^6 \Rightarrow q^6 = 64 \Rightarrow \begin{cases} q = 2 \\ q = -2 \end{cases}$$

Câu 9: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.** Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.
B. Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.
C. Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.
D. Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.

Lời giải

Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng cho trước.

Câu 10: Cho hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung cùng nằm trong một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó

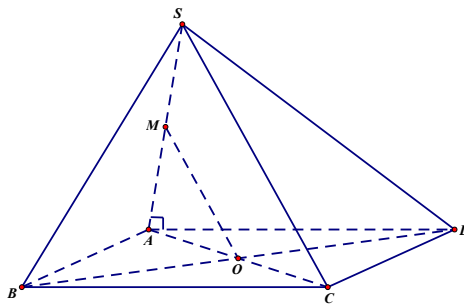
- A.** song song. **B.** chéo nhau. **C.** cắt nhau. **D.** trùng nhau.

Lời giải

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là trung điểm SA . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $OM \parallel (SCD)$. **B.** $OM \parallel (SBD)$. **C.** $OM \parallel (SAB)$. **D.** $OM \parallel (SAD)$.

Lời giải



Ta có: M là trung điểm SA ; O là trung điểm $AC \Rightarrow OM$ là đường trung bình $\triangle SAC$.
 $\Rightarrow OM \parallel SC$.

Mà

$$\begin{cases} SC \subset (SCD) \\ OM \not\subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow OM \parallel (SCD)$$

Câu 12: Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

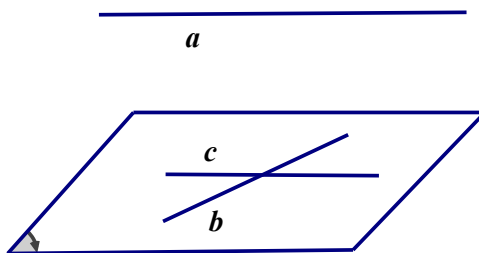
A. Vô số.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải



Gọi hai đường thẳng chéo nhau là a và b , c là đường thẳng song song với a và cắt b .

Gọi mặt phẳng $(\alpha) = (b, c)$. Do $a \parallel c \Rightarrow a \parallel (\alpha)$

Giải sử mặt phẳng $(\beta) \parallel (\alpha)$ mà $b \subset (\alpha) \Rightarrow b \parallel (\beta)$

Mặt khác $a \parallel (\alpha) \Rightarrow a \parallel (\beta)$. Có vô số mặt phẳng $(\beta) \parallel (\alpha)$

nên có vô số mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.

Câu 13: Cho $\tan x = -4$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.

a) Giá trị của $\cos x$ là $\frac{-1}{4}$.

b) Giá trị của $\tan 2x$ là $\frac{8}{15}$.

c) Giá trị của $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ là $\frac{3}{5}$.

d) Giá trị của biểu thức $A = \frac{2\sin x - 5\cos x}{3\cos x + \sin x}$ là 13.

Lời giải

a) Sai

$$\text{Ta có } \frac{1}{\cos^2 x} = \tan^2 x + 1 = 17 \Rightarrow \cos x = \frac{-\sqrt{17}}{17}$$

b) Đúng

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2 \cdot (-4)}{1 - (-4)^2} = \frac{8}{15}$$

Ta có

c) Sai

$$\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan x - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan x \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{-4 - 1}{1 + 1 \cdot (-4)} = \frac{5}{3}$$

Ta có

d) Đúng

$$A = \frac{2 \sin x - 5 \cos x}{3 \cos x + \sin x} = \frac{2 \frac{\sin x}{\cos x} - 5 \frac{\cos x}{\cos x}}{3 \frac{\cos x}{\cos x} + \frac{\sin x}{\cos x}} = \frac{2 \tan x - 5}{3 + \tan x} = \frac{2 \cdot (-4) - 5}{3 + (-4)} = 13$$

Ta có:

$$y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 2m - 1$$

Câu 14: Cho hàm số lượng giác (với m là tham số).**a)** Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$ (với mọi m).**b)** Với $m = 0$ hàm số có tập giá trị $T = [-3; 1]$.**c)** Với $m = 2$ hàm số luôn có giao điểm với trục Ox .**d)** Có 3 giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y = 3$ cắt đồ thị hàm số.**Lời giải****a) Đúng**Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.**b) Đúng**

$$\text{Với } m = 0 \text{ hàm số trở thành } y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$$

$$-1 \leq \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 1$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow -2 \leq 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 2$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 \leq 1$$

Vậy tập giá trị của hàm số là $T = [-3; 1]$.**c) Sai**

$$\text{Với } m = 2 \text{ hàm số trở thành } y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 3$$

Số giao điểm với trục Ox là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm của hai hàm số:

$$\begin{cases} y = 2 \sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) + 3 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$2 \sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) + 3 = 0$$

Khi đó ta có phương trình:

$$\Leftrightarrow \sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = -\frac{3}{2} \quad (\text{phương trình vô nghiệm}).$$

Vậy hàm số không có giao điểm với trục Ox .

d) Đúng

Đường thẳng $y = 3$ cắt đồ thị hàm số $y = 2 \sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) + 2m - 1$ khi phương trình hoành độ

$$\begin{cases} y = 2 \sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) + 2m - 1 \\ y = 3 \end{cases} \quad \text{có nghiệm.}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) + 2m - 1 = 3 \quad \text{có nghiệm.}$$

$$\Leftrightarrow \sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = 2 - m \quad \text{có nghiệm.}$$

Phương trình trên có nghiệm khi $|2 - m| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq 2 - m \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 3$

Suy ra $m \in \{1; 2; 3\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y = 3$ cắt đồ thị hàm số.

Câu 15: Một sinh viên sau khi ra trường và xin vào làm cho một trung tâm với mức lương khởi điểm là 120 triệu đồng một năm. Cứ sau mỗi năm, trung tâm trả thêm cho sinh viên 24 triệu đồng.

Gọi u_n (triệu đồng) là số tiền lương mà sinh viên đó nhận được ở năm thứ n .

a) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ hai là 144 triệu đồng.

b) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ 10 là 330 triệu đồng.

c) Dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 120$ và công sai $d = 20$.

d) Giả sử, mỗi năm bạn sinh viên chi tiêu tiết kiệm hết 70 triệu đồng. Vậy sau ít nhất 10 năm thì sinh viên đó mua được căn chung cư 2 tỉ đồng.

Lời giải

a) Đúng.

Ta thấy, số tiền lương năm sau hơn năm trước 24 triệu đồng nên số tiền lương hằng năm

(u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 120$ và công sai $d = 24$. Do đó:

$$u_n = u_1 + (n-1)d = 120 + (n-1).24 = 24n + 96$$

Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ hai là $u_2 = 144$ (triệu đồng).

Vậy mệnh đề **a)** là Đúng.

b) Sai.

Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ 10 là $u_{10} = 24.10 + 96 = 336$ (triệu đồng).

Vậy mệnh đề **b)** là Sai.

c) Sai.

Mệnh đề **c)** là sai vì $d = 24$.

d) Sai.

Tổng số tiền bạn sinh viên tiết kiệm được sau n năm là:

$$S = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] - 70n = \frac{n}{2} [2.120 + (n-1).24] - 70n = 12n^2 + 38n \quad (\text{triệu đồng}).$$

$$\Leftrightarrow 12n^2 + 38n - 2000 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 11,42 \\ n \leq -14,59 \end{cases}$$

Ta có: $S \geq 2000$

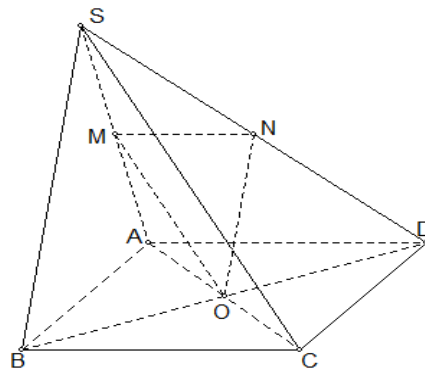
Do đó sau ít nhất sau 12 năm thì sinh viên đó có thể mua được chung cư 2 tỉ đồng.

Vậy mệnh đề **d)** là Sai.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD . Khi đó:

- a) Điểm O là điểm chung của (OMN) và $(ABCD)$.
- b) $MN \parallel BC$.
- c) $OM \parallel (SBC)$.
- d) Giao tuyến của (OMN) và (SBC) là đường thẳng d song song với hai đường thẳng MN và BC .

Lời giải



$$\begin{cases} O \in (OMN) \\ O = AC \cap BD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} O \in (OMN) \\ O \in (ABCD) \end{cases} \Rightarrow O \in (OMN) \cap (ABCD)$$

a) Đúng vì:

b) Đúng vì: M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD nên $MN \parallel AD$ mà $ABCD$ là hình bình hành nên $AD \parallel BC$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} MN \parallel AD \\ AD \parallel BC \end{cases} \Rightarrow MN \parallel BC$$

c) Đúng vì: M, O lần lượt là trung điểm của SA và AC nên $MO \parallel SC$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} OM \parallel SC \\ SC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow OM \parallel (SBC)$$

d) Sai vì: $\begin{cases} MN \parallel BC \\ BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel (SBC)$

Vậy $\begin{cases} MN \parallel (SBC) \\ OM \parallel (SBC) \\ MN \cap OM = M \\ MN, OM \subset (OMN) \end{cases} \Rightarrow (OMN) \parallel (SBC)$

do đó hai mặt phẳng (OMN) và (SBC) không có đường thẳng giao tuyến.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 17: Biết $\sqrt{\sin^2 x (4 + \cot x) + \cos^2 x (1 + 3 \tan x)} = |a \sin x + b \cos x|$
 Tính $a - b$?

Lời giải

Đáp án: 1

Ta có:

$$\begin{aligned} & \sqrt{\sin^2 x (4 + \cot x) + \cos^2 x (1 + 3 \tan x)} \\ &= \sqrt{4 \sin^2 x + \sin^2 x \cot x + \cos^2 x + 3 \cos^2 x \tan x} \\ &= \sqrt{4 \sin^2 x + \sin^2 x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} + \cos^2 x + 3 \cos^2 x \cdot \frac{\sin x}{\cos x}} \\ &= \sqrt{4 \sin^2 x + \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x + 3 \cos x \cdot \sin x} \\ &= \sqrt{4 \sin^2 x + 4 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x} \\ &= \sqrt{(2 \sin x + \cos x)^2} \\ &= |2 \sin x + \cos x| \end{aligned}$$

Do đó: $a = 2, b = 1$

Vậy $a - b = 1$

Câu 18: Biết với mọi x thì $\sin^6 x + \cos^6 x = a + b \cos 4x$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Tính $a + b$

Lời giải

Đáp số: 1.

$$\begin{aligned} & \text{Ta có } \sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3 \\ &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) \\ &= 1 - 3 \left(\frac{\sin 2x}{2} \right)^2 \\ &= 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x \\ &= 1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{1 - \cos 4x}{2} \\ &= \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4x \Rightarrow a = \frac{5}{8}; b = \frac{3}{8} \end{aligned}$$

Vậy $a + b = 1$.

Câu 19: Phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ có tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ bằng $a\pi$.
Tìm a ?

Lời giải

Đáp số: 1

Ta có
$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - x + l2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z})$$

Họ nghiệm $x = \pi + k2\pi$ không có nghiệm nào thuộc khoảng $(0; \pi)$.

$$x = \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} \in (0; \pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{6} < \frac{2}{3}l < \frac{5}{6} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < l < \frac{5}{4} \Leftrightarrow l \in \{0; 1\}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{5\pi}{6}$.

Từ đó suy ra tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình này bằng π . Vậy $a = 1$.

Câu 20: Cho một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 1$ và tổng của 100 số hạng đầu bằng 24850. Khi

đó $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \frac{1}{u_3 u_4} + \dots + \frac{1}{u_{28} u_{29}} + \frac{1}{u_{29} u_{30}} = \frac{a}{b}$, trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}^*$. Tính tổng $a + b$.

Lời giải

Đáp án: 175

$$S_{100} = 100u_1 + \frac{100 \cdot 99}{2} \cdot d \Leftrightarrow 24850 = 100 \cdot 1 + \frac{100 \cdot 99}{2} \cdot d \Leftrightarrow 4950d = 14750 \Leftrightarrow d = 5$$

$$u_{30} = u_1 + 29 \cdot d = 146$$

$$S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \frac{1}{u_3 u_4} + \dots + \frac{1}{u_{28} u_{29}} + \frac{1}{u_{29} u_{30}}$$

$$\Rightarrow 5S = \frac{d}{u_1 u_2} + \frac{d}{u_2 u_3} + \frac{d}{u_3 u_4} + \dots + \frac{d}{u_{28} u_{29}} + \frac{d}{u_{29} u_{30}}$$

$$= \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2}\right) + \left(\frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3}\right) + \left(\frac{1}{u_3} - \frac{1}{u_4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{u_{28}} - \frac{1}{u_{29}}\right) + \left(\frac{1}{u_{29}} - \frac{1}{u_{30}}\right)$$

$$= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{30}} = \frac{1}{1} - \frac{1}{146} = \frac{145}{146} \Rightarrow S = \frac{29}{146}$$

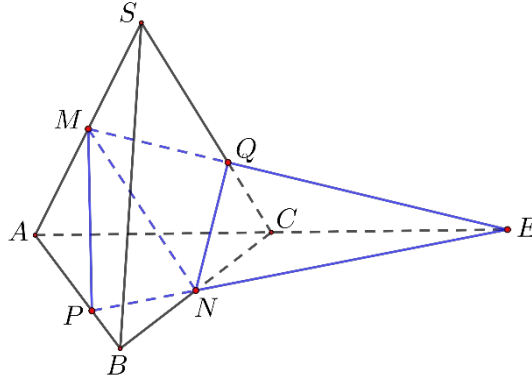
$$\Rightarrow a = 29, b = 146 \Rightarrow a + b = 175$$

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC ; P là điểm thuộc

cạnh AB sao cho $\frac{AP}{AB} = \frac{2}{3}$. Đường thẳng SC cắt mặt phẳng (MNP) tại Q . Biết tỉ số $\frac{SQ}{SC} = \frac{a}{b}$, trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}^*$. Tổng $a^2 + b^2$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 13.



Trong mặt phẳng (ABC) , gọi $E = AC \cap PN$.

Trong mặt phẳng (SAC) , ta có: $Q = SC \cap EM$.

Áp dụng định lí Menelaus cho tam giác ABC ta có: $\frac{EA}{EC} \cdot \frac{NC}{NB} \cdot \frac{PB}{PA} = 1 \Rightarrow \frac{EA}{EC} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 1$
 $\Rightarrow \frac{EA}{EC} = 2$.

Áp dụng định lí Menelaus cho tam giác SAC ta có: $\frac{EA}{EC} \cdot \frac{QC}{QS} \cdot \frac{MS}{MA} = 1 \Rightarrow 2 \cdot \frac{QC}{QS} \cdot 1 = 1$
 $\Rightarrow \frac{QC}{QS} = \frac{1}{2} \Rightarrow SQ = 2QC \Rightarrow SQ = \frac{2}{3}SC \Rightarrow \frac{SQ}{SC} = \frac{2}{3}$.

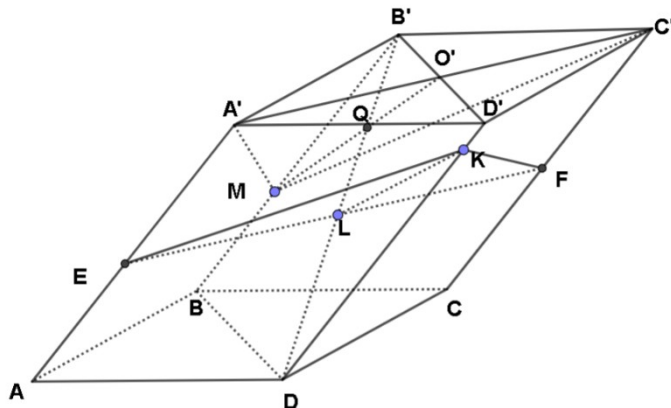
Suy ra: $a = 2, b = 3 \Rightarrow a^2 + b^2 = 13$.

Câu 22: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $AB = 1; AA' = 2$. Gọi L là trung điểm $B'D$, mặt phẳng (P) qua L và song song AC lần lượt cắt $AA'; CC'; DD'$ tại $E; F; K$.

Đặt $\frac{DK}{DD'} = x$. Khi $(EFK) \parallel (MA'C')$ thì $P = \frac{2025x}{1005}$ bằng (Làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 2,01

Lời giải



Trong mặt phẳng $(A'B'C'D')$, $O' = A'C' \cap B'D'$.

Trong mặt phẳng $(B'D'DB)$, $Q = B'D \cap MO'$.

ML là đường trung bình của tam giác $B'BD$ nên $ML \parallel BD \parallel B'D'$ (1).

$O'L$ là đường trung bình của tam giác $B'D'D$ nên $LO' \parallel D'D \parallel B'B$ (2).

Từ (1), (2) suy ra tứ giác $MLO'B'$ là hình bình hành nên Q là trung điểm $B'L \Rightarrow QO' \parallel LD'$ (3).

Ta có $EF \parallel A'C'$ nên để $(EFK) \parallel (MA'C')$ thì $\Rightarrow QO' \parallel LK$ (4).

Từ (1), (2) suy ra $K \equiv D' \Rightarrow \frac{DK}{DD'} = 1 \Rightarrow x = 1$.

Vậy $P = \frac{2025x}{1005} = \frac{2025}{1005} \approx 2,01$.

HẾT