uigeli.xyz

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 NĂM HỌC 2024 – 2025

ĐỀ 1

MÔN TOÁN

Thời gian làm bài 90 phút không kể giao đề

Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\ge 0,\forall x\in(a;b).$

B. Nếu $f'(x)\ge 0,\forall x\in(a;b)$ thì hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b).$

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\ge 0,\forall x\in(a;b).$

D. Nếu $f'(x)>0,\forall x\in(a;b)$ thì hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b).$

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:

A. 0. **B.** -5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 3: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[-2;0]$. Tính $P=M+m.$

A. $P=-3$ **B.** $P=-1$ **C.** $P=-\dfrac{13}{5}$ **D.** $P=-5$

Câu 4: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3+3x^2-9x+8$ trên đoạn $[-2;2]$.

A. $\max\limits_{[-2;2]} y=3$. **B.** $\max\limits_{[-2;2]} y=34$. **C.** $\max\limits_{[-2;2]} y=10$. **D.** $\max\limits_{[-2;2]} y=30$.

Câu 5: Với giá trị nào của tham số m thì đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{mx+3}{2x-2024}$ đi qua điểm $M(1;2)$?

A. $m=-2$. **B.** $m=4$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-4$.

Câu 6: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau là đúng.

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{C'A'}$. **C.** $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{B'B}$. **D.** $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{B'D'}$.

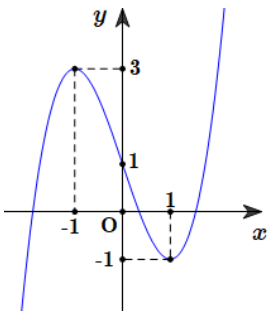
Câu 7: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Số đo góc giữa hai vecto $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BG}$ là

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $135°$.

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là

A. $M(0;2;3)$. **B.** $N(1;0;3)$. **C.** $P(1;0;0)$. **D.** $Q(0;2;0)$.

Câu 9: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



uigeli.xyz

A. $y=x^3-3x+1$.

B. $y=x^3-3x-1$.

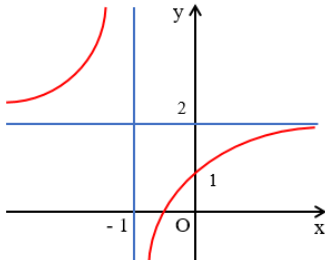
C. $y=-x^3-3x^2-1$.

D. $y=-x^3+3x^2+1$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;3;4), B(2;-1;0), C(3;1;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G\left(3;\frac{2}{3};3\right)$. **B.** $G(2;-1;2)$. **C.** $G(2;1;2)$. **D.** $G(6;3;6)$.

Câu 11: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng



A. $a<b$.

B. $ab<0$.

C. $ab>0$.

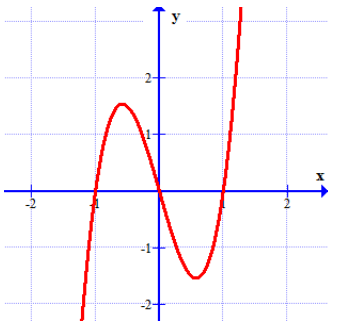
D. $b<a<0$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x+2025)(x^2-4x+4)$. Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực tiểu?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



a) Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$.

b) $f(2025)>f(2024)$.

c) Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

d) $\underset{[-1;1]}{Max}\, f(x)=f(0)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây, trong đó $m\in\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		1		2		4		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	
y	$m-1$	↘	$-\infty$ ‖ -5	↗	-2	↘	-5 ‖ $-\infty$	↗	$3-m$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

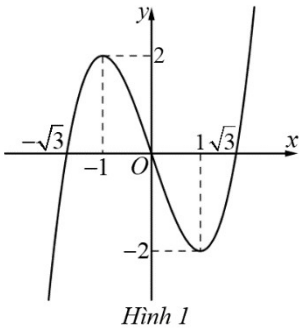
a) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang với mọi $m\in\mathbb{R}$.

b) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

c) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m\in\mathbb{R}$.

d) Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \square$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x.$



Hình 1

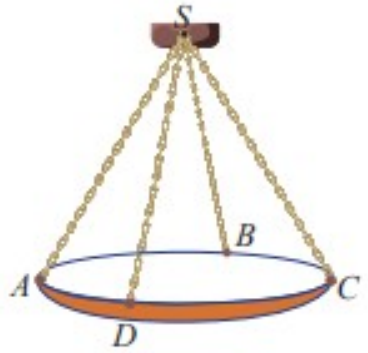
a) Tập xác định của hàm số là $\square$.

b) $f'(x) = 3x^2 + 3.$

c) $f'(x) < 0$ khi $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$, $f'(x) > 0$ khi $x \in (-1; 1).$

d) Hàm số đã cho có đồ thị như ở *Hình 1*.

Câu 4. Một chiếu đèn chùm treo có khối lượng $m = 5\ \text{kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 60^\circ$ (tham khảo hình). Sử dụng công thức $\vec{P} = m.\vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn $10 m/s^2$, để tính trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếu đèn chùm.



a) Độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếu đèn chùm là $50N$

b) Tam giác SBD là tam giác đều

c) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 3\overrightarrow{SO}$ với O là tâm hình vuông $ABCD$

d) Độ lớn lực căng cho mỗi sợi xích là $10N$

Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;-1;3), B(-1;-1;2)$ và $C(-3;-2;2)$.

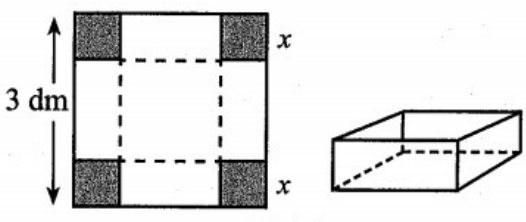
Tính $\cos \widehat{ABC}$.

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{C'B} = na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Câu 3: Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển $150\,\text{m}$ về phía nam và $200\,\text{m}$ về phía đông, đồng thời cách mặt đất $50\,\text{m}$. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển $180\,\text{m}$ về phía bắc và $240\,\text{m}$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $60\,\text{m}$. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Biết $\overrightarrow{AB} = m\vec{i} + n\vec{j} + r\vec{k}$, giá trị của $P = m + n + r$ bằng bao nhiêu ?

Câu 4: Biết rằng $(\sin x + \cos x)' = a\sin x + b\cos x$ với a, b là các hằng số thực. Giá trị của $a - 2b$ là bao nhiêu?

Câu 5: Cho một tấm nhôm có dạng hình vuông cạnh 3dm. Bác Tùng cắt ở bốn góc bốn hình vuông cùng có độ dài cạnh bằng $x(\text{dm})$, rồi gấp tấm nhôm lại như Hình 2 để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có

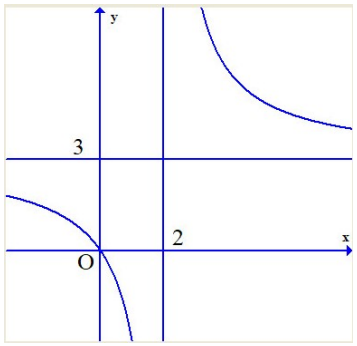


Hình 2

nắp.Gọi V là thể tích của khối hộp đó tính theo $x(\text{dm})$. Giá trị lớn nhất của V là bao nhiêu decimét khối?

Câu 6 : Cho hàm số $y=\dfrac{3x+a}{x+b}$ có đồ thị như *Hình 12.*

Tính giá trị của $P=2024a-25b$



……..HẾT……..

Đáp án

Phần 1. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	D	D	D	B	D	B	A	A	C	C	D

Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai

Ý	a	b	c	d
Câu 1	Đ	Đ	S	Đ
Câu 2	S	Đ	S	S
Câu 3	Đ	S	S	Đ
Câu 4	Đ	Đ	S	S

Phần 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn

1	2	3	4	5	6
$-0,8$	$-0,5$	550	-3	2	50

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;-1;3), B(-1;-1;2)$ và $C(-3;-2;2)$. Tính $\cos \widehat{ABC}$.

Lời giải

Trả lời: $-0,8$

Ta có: $\overrightarrow{BA}=(2;0;1),\ \overrightarrow{BC}=(-2;-1;0)$.

$$\cos \widehat{ABC}=\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)=\frac{2.(-2)+0.(-1)+1.0}{\sqrt{2^2+0^2+1^2}.\sqrt{(-2)^2+(-1)^2+0^2}}=-0,8.$$

Suy ra

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Tích vô hướng $\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{C'B}=na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: $-0,5$

Vì $MN//A'C'$ nên $\left(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{C'B}\right)=\left(\overrightarrow{A'C'},\overrightarrow{C'B}\right)=180^\circ-\widehat{A'C'B}=120^\circ$.

Ta có: $MN=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}, C'B=a\sqrt{2}$. Suy ra

$\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{C'B}=|\overrightarrow{MN}|\cdot\left|\overrightarrow{C'B}\right|\cdot\cos\left(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{C'B}\right)=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\cdot a\sqrt{2}\cdot\cos 120^\circ=-0,5a^2$.

Vậy $n=-0,5$.

Câu 3: Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển $150\,\text{m}$ về phía nam và $200\,\text{m}$ về phía đông, đồng thời cách mặt đất $50\,\text{m}$. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển $180\,\text{m}$ về phía bắc và $240\,\text{m}$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $60\,\text{m}$. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Biết $\overrightarrow{AB}=m\vec{i}+n\vec{j}+r\vec{k}$, giá trị của $P=m+n+r$ bằng bao nhiêu ?

Lời giải

Trả lời: 550

Ta có: Vị trí A,B có tọa độ lần lượt là: $(150;200;50),(-180;-240;60)$. Suy ra khoảng cách giữa hai flycam đó bằng:

$\overrightarrow{AB}=(-330;-440;10)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=-330\vec{i}-440\vec{j}+10\vec{k}\Rightarrow P=-330-440+10=-760$

Câu 4: Biết rằng $(\sin x+\cos x)'=a\sin x+b\cos x$ với a,b là các hằng số thực. Giá trị của $a-2b$ là bao nhiêu?

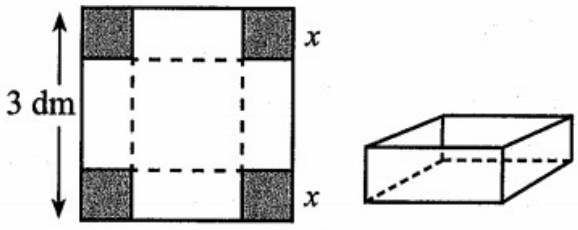
Lời giải

Trả lời: -3

Ta có: $(\sin x+\cos x)'=(\sin x)'+(\cos x)'=\cos x-\sin x=(-1)\cdot\sin x+1\cdot\cos x$.

Suy ra $a=-1,b=1$. Vậy $a-2b=-3$.

Câu 5. Cho một tấm nhôm có dạng hình vuông cạnh 3dm. Bác Tùng cắt ở bốn góc bốn hình vuông cùng có độ dài cạnh bằng $x(\text{dm})$, rồi gấp tấm nhôm lại như Hình 2 để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp.



Hình 2

Gọi V là thể tích của khối hộp đó tính theo $x(\text{dm})$. Giá trị lớn nhất của V là bao nhiêu decimét khối?

Lời giải

Trả lời: 2

Ta thấy độ dài $x(\text{dm})$ của cạnh hình vuông bị cắt thoả mãn điều kiện $0<x<1,5$.

Thể tích của khối hộp là $V(x)=x(3-2x)^2$ với $0<x<1,5$.

Ta phải tìm $x_0 \in (0;1,5)$ sao cho $V(x_0)$ có giá trị lớn nhất.

Ta có: $V'(x) = (3-2x)^2 - 4x(3-2x) = (3-2x)(3-6x) = 3(3-2x)(1-2x)$.

Trên khoảng $(0;1,5), V'(x) = 0$ khi $x = 0,5$.

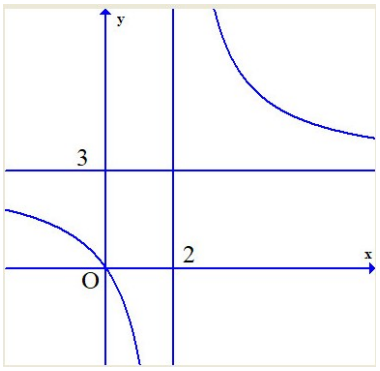
Bảng biến thiên của hàm số $V(x)$ như sau:

x	0		0,5		1,5
$V'(x)$		+	0	−	
$V(x)$	0	↗	2	↘	0

Căn cứ bảng biến thiên, ta thấy: Trên khoảng $(0;1,5)$, hàm số $V(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 2 tại $x = 0,5$. Vậy giá trị lớn nhất của V là $2dm^3$.

Câu 6 : Cho hàm số $y = \dfrac{3x+a}{x+b}$ có đồ thị như *Hình 12.*

Tính giá trị của $P = 2024a - 25b$



Lời giải

Trả lời: 50

Đồ thị đi qua $(0;0)$ suy ra $a = 0$. Tiệm cận đứng $x = 2 \Rightarrow b = -2$

Vậy $P = 2024a - 25b = 50$

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 NĂM HỌC 2024 – 2025

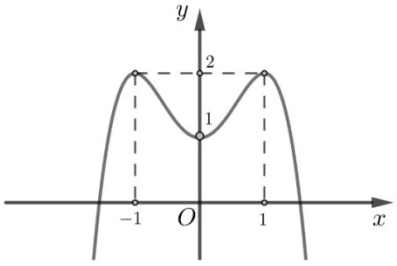
ĐỀ 2

MÔN TOÁN

Thời gian làm bài 90 phút không kể giao đề

PHẦN 1: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (*Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án).*

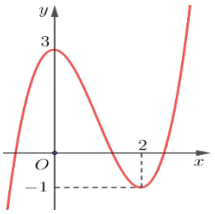
Câu 1. [1]Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$ **D.** $(-1;0)$.

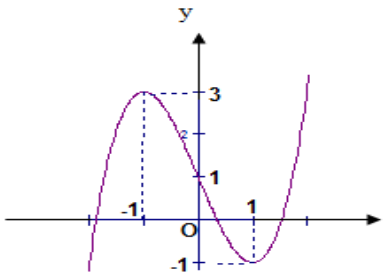
Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên dưới.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 3. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1;-1)$.

B. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1;1)$.

C. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(-1;3)$.

D. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;1)$.

Câu 4. [2]Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-1)(x-2)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

Xét các mệnh đề

a. $f(-2)<f(-1)$ b. $f(\sqrt{2})>f(\sqrt{3})$ c. $f(2024)<f(2025)$ d. $f\left(\frac{1}{2024}\right)<f\left(\frac{1}{2025}\right)$

Số mệnh đề đúng

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 5. [2]Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5;7)$ như sau

x	-5		1		7
y'		$-$	0	$+$	
y	6	↘	2	↗	9

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=6$. **B.** $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$. **C.** $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=9$. **D.** $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=6$.

Câu 6. [2]Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. $\max\limits_{[2;4]} y = 7$ **B.** $\max\limits_{[2;4]} y = \dfrac{19}{3}$ **C.** $\max\limits_{[2;4]} y = 6$. **D.** $\max\limits_{[2;4]} y = 8$

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;\ -2;\ -1)$ và $B(1;\ -1;\ 2)$. Tọa độ điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$ là

A. $M\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{4}{3};\ 1\right)$. **B.** $M\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{3}{2};\ \dfrac{1}{2}\right)$.

C. $M(2;\ 0;\ 5)$. **D.** $M(-1;-3;-4)$.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$ bằng vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{DB}$. **B.** $\overrightarrow{DB'}$. **C.** $\overrightarrow{DB}$. **D.** $\overrightarrow{B'D}$.

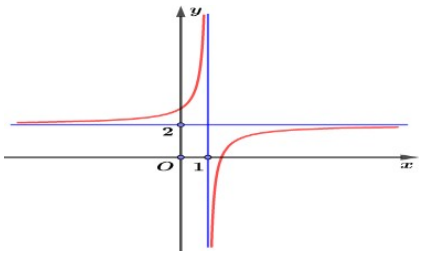
Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^0$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$?

A. 60^0. **B.** 45^0. **C.** 90^0. **D.** 120^0.

Câu 10. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + x + 5}{x + 2}$ là

A. $y = x$. **B.** $y = x + 2$. **C.** $y = x - 1$. **D.** $y = -x$.

Câu 11. Đường cong sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số cho dưới đây



A. $y = \dfrac{2x+3}{x-1}$. **B.** $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y = \dfrac{x-3}{x-1}$. **D.** $y = \dfrac{2x-3}{x-1}$.

Câu 12. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (H.2.52). Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan và một chiếc tàu thám hiểm có tọa độ là $(20;24;-2)$ Khoảng cách theo đơn vị kilômét từ chiếc ra đa và một chiếc tàu thám hiểm. (Kết quả làm tròn lấy một chữ số thập phân)

Hình 2.52

A. $41,8km$. **B.** $31,8km$. **C.** $31,4km$. **D.** $31,3km$.

PHẦN 2: **CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI** (***Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai).***

Câu 1 Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm điểm $A(0;-2;1);\ B(1;0;-2);\ C(3;1;-2)$ và $D(-2;-2;-1)$.

a) Ba điểm A,B,D thẳng hàng

b) Tam giác ACD có diện tích bằng $6\sqrt{6}$.

c) Góc giữa hai vécto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ là góc tù.

d) Bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau?

x	$-\infty$		4		6		7		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	19	↘	12	↗	21	↘	$-\infty$

a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ bằng 21.

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ bằng 12.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $h(x)=f(x)+2m$ trên đoạn $[0;5]$ bằng 34 khi $m=15$.

d) Hàm số $g(x)=f(2x-2)$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(-\infty;4)$ tại $x=3$.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

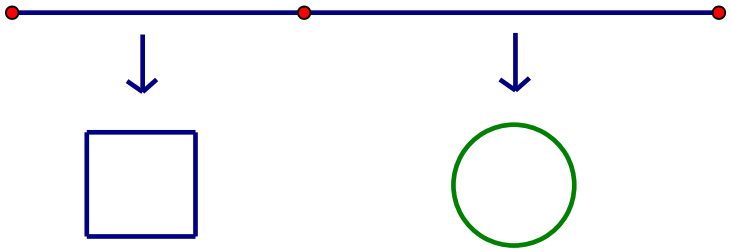
a) Đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

b) Đường thẳng $y=1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

c) Đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận ngang, 2 tiệm cận đứng.

d) Đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Câu 4. Một sợi dây kim loại dài $60cm$ được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a, đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r.



a) $r = \dfrac{60 - 2a}{\pi}$.

b) Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là $\dfrac{1}{\pi}\left[(\pi + 4)a^2 - 120a + 900\right]$.

c) Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\dfrac{a}{r}$ bằng $\dfrac{1}{2}$.

d) Nếu cắt sợi dây thành hai đoạn bằng nhau và vẫn uốn thành một hình vuông và một hình tròn thì hình tròn có diện tích lớn hơn hình vuông.

Phần 3: Trả lời ngắn

Câu 1. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;\ 0;\ 0)$, $B(3;\ 0;\ 0)$ $D(0;\ 3;\ 0)$, $D'(0;\ 3;\ -3)$. Tìm tọa độ các đỉnh C và A' của hình hộp?

Câu 2. [3] Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{4}{3}\sin^3 x + 4\cos^2 x - 5\sin x + 1$. Tính giá trị của $M - m$.

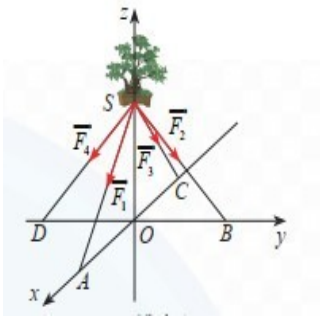
Câu 3. Cho hình chóp $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc, cạnh $AB = AC = a$, M là trung điểm của CB, H là trung điểm của MD.

a) Biểu diễn $\overrightarrow{AH} = x\ \overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}$, thì x + y + z =?

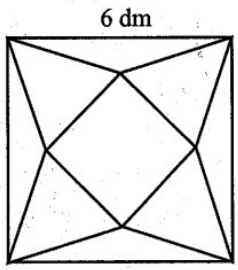
b) Tính góc giữa vectơ $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{BC}$

Câu 4. Hằng ngày mực nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên và xuống theo lượng nước mưa, và các suối nước đổ về hồ. Từ lúc 8h sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức $h(t) = 24t + 5t^2 - \dfrac{t^3}{3}$. Biết rằng phải thông báo cho các hộ dân phải di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 giờ. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời trước khi xả nước mấy giờ của ngày hô đó. Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

Câu 5 Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0;0;30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30;0;0), B(0;30;0), C(-30;0;0), D(0;-30;0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn $60N$ và được phân bố thành bốn lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Tính $\left|\overrightarrow{F_1}+2\overrightarrow{F_2}+3\overrightarrow{F_3}+4\overrightarrow{F_4}\right|$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Câu 6. [3]Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh $6\,dm$, bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (Hình vẽ).



Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Hướng dẫn giải và đáp án

Phần 1

1D	**2B**	**3C**	**4D**	**5B**	**6A**
7A	**8B**	**9C**	**10C**	**11D**	**12D**

Phần 2

Câu 1: S S Đ Đ

Câu 2: Đ S S Đ

Câu 3: Đ Đ S Đ

Câu 4: S Đ S Đ

Phần 3

Câu 1. C(3;3;0) và A'(0;0;-3)

Câu 2. 9

Câu 3. a. 1; b. 90^0

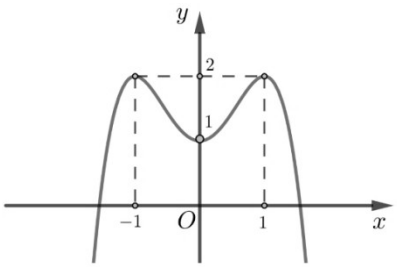
Câu 4. 15h

Câu 5. 156

Câu 6. 7,3 dm^3

PHẦN 1: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (*Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án).*

Câu 1. [1]Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



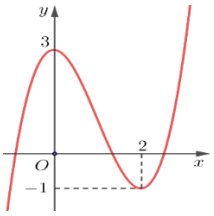
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$ **D.** $(-1;0)$.

Chọn D

Dựa vào hướng đồ thị ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ là đường cong như hình bên dưới.

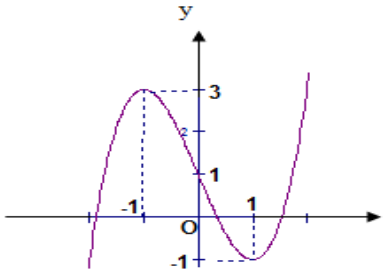


Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

HD: Dựa vào giả thiết ta thấy f'(x) = 0 có 3 nghiệm pb và đổi dấu qua nó nên hàm số y =f(x) có 3 điểm cực trị

Câu 3. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1;-1)$. **B.** Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1;1)$.

C. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(-1;3)$. **D.** Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;1)$.

Câu 4. [2]Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-1)(x-2)^3$, $\forall x\in \mathbb{R}$.

Xét các mệnh đề

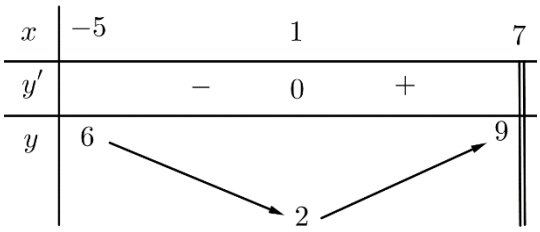
a. $f(-2)<f(-1)$ b. $f(\sqrt{2})>f(\sqrt{3})$ c. $f(2024)<f(2025)$ d. $f\left(\frac{1}{2024}\right)<f\left(\frac{1}{2025}\right)$

Số mệnh đề đúng

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

HD: lập bảng xét dấu hoặc trục xét dấu f'(x) ta thấy hs đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$; hs nghịch biến trên $(1;2)$ từ đó suy ra đáp án D

Câu 5. [2]Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5;7)$ như sau



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=6$. **B.** $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$. **C.** $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=9$. **D.** $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=6$.

Câu 6. [2]Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. $\max\limits_{[2;4]} y=7$ **B.** $\max\limits_{[2;4]} y=\frac{19}{3}$ **C.** $\max\limits_{[2;4]} y=6$. **D.** $\max\limits_{[2;4]} y=8$

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;-2;-1)$ và $B(1;-1;2)$. Tọa độ điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA=2MB$ là

A. $M\left(\frac{2}{3};-\frac{4}{3};1\right)$. **B.** $M\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$.

C. $M(2;0;5)$. **D.** $M(-1;-3;-4)$.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vecto $\vec{u}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}$ bằng vecto nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{DB}$. **B.** $\overrightarrow{DB'}$. **C.** $\overrightarrow{DB}$. **D.** $\overrightarrow{B'D}$.

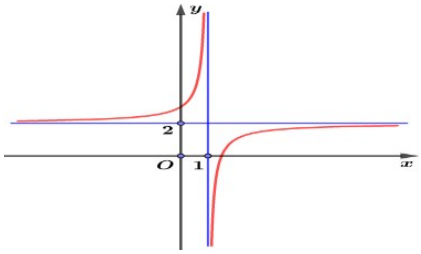
Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=AC=AD$ và $\widehat{BAC}=\widehat{BAD}=60^0$. Hãy xác định góc giữa cặp vecto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$?

A. 60^0. **B.** 45^0. **C.** 90^0. **D.** 120^0.

Câu 10. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x+5}{x+2}$ là

A. $y=x$. **B.** $y=x+2$. **C.** $y=x-1$. **D.** $y=-x$.

Câu 11. Đường cong sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số cho dưới đây



A. $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$.

HD. Dựa vào tiệm cận và tương giao với Ox hoặc Oy của đồ thị

Câu 12. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (H.2.52). Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan và một chiếc tàu thám hiểm có tọa độ là $(20;24;-2)$. Khoảng cách theo đơn vị kilômét từ chiếc ra đa và một chiếc tàu thám hiểm. (Kết quả làm tròn lấy một chữ số thập phân)

Hình 2.52

A. $41,8km$. **B.** $31,8km$. **C.** $31,4km$. **D.** $31,3km$.

HD Theo đề bài ta có tọa độ của ra đa là $(0;0;0)$, tọa độ của tàu thám hiểm là $(30;25;-15)$.

Khi đó khoảng cách giữa ra đa và tàu thám hiểm là:

$$d=\sqrt{(30-0)^2+(25-0)^2+(-15-0)^2}=5\sqrt{70}\approx 41,8.$$

Vậy khoảng khoảng cách giữa ra đa và tàu thám hiểm là $41,8$ km.

PHẦN 2: **CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI** (***Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai).***

Câu 1 Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm điểm $A(0;-2;1)$; $B(1;0;-2)$; $C(3;1;-2)$ và $D(-2;-2;-1)$.

a) Ba điểm A,B,D thẳng hàng

b) Tam giác ACD có diện tích bằng $6\sqrt{6}$.

c) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ là góc tù.

d) Bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng.

HDG **a. Sai**

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;2;-3)$; $\overrightarrow{AD}=(-2;0;-2)$

Vì $\frac{1}{-2}\neq\frac{2}{0}\neq\frac{-3}{-2}$ nên ba điểm A,B,D không thẳng hàng

b) SAI.

Ta có: $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}=3.(-2)+3.0+(-3).(-2)=0\Rightarrow AC\perp AD$.

Suy ra tam giác ACD là tam giác vuông tại A và diện tích S $=\frac{1}{2}AC.AD=3\sqrt{6}$

c) Đúng.

Mặt khác: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=1.(-5)+2.(-3)+(-3).1=-14<0\Rightarrow\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)<0\Rightarrow\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)$ là góc tù.

d) Đúng.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;2;-3);\ \overrightarrow{CD}=(-5;-3;1);\ \overrightarrow{AC}=(3;3;-3);\ \overrightarrow{BD}=(-3;-2;1);\ \overrightarrow{AD}=(-2;0;-2)$

Khi đó: $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(3;-6;-3)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=(-2).3+0.6+(-2)(-3)=0$.

Suy ra $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$ đồng phẳng hay bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau?

x	$-\infty$		4		6		7		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	19	↘	12	↗	21	↘	$-\infty$

a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ bằng 21.

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ bằng 12.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $h(x)=f(x)+2m$ trên đoạn $[0;5]$ bằng 34 khi $m=15$.

d) Hàm số $g(x)=f(2x-2)$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(-\infty;4)$ tại $x=3$.

HDG

a) Khẳng định đã cho là khẳng định đúng.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $\square$ bằng 21 khi $x=7$.

b) Khẳng định đã cho là khẳng định sai.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất trên $\square$.

c) Khẳng định đã cho là khẳng định sai.

Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số $y=f(x)+2m$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;5]$ bằng $2m+19$. Suy ra $2m+19=34 \Leftrightarrow m=\dfrac{15}{2}$.

d) Khẳng định đã cho là khẳng định đúng.

Cách 1. Ta có $g'(x)=2f'(2x-2)$;

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(2x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x-2=4\\2x-2=6\\2x-2=7\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\x=4\\x=\dfrac{9}{2}\end{array}\right.$$

x	$-\infty$		3		4	$9/2$	$+\infty$
g'		$+$	0	$-$			
g		↗		↘			

Vậy hàm số $g(x)=f(2x-2)$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(-\infty;4)$ tại $x=3$.

Cách 2: Ghép trục

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

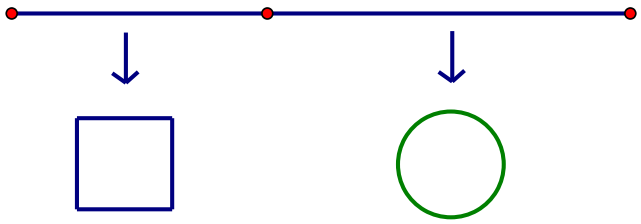
a) Đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. **Đ**

b) Đường thẳng $y=1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. **Đ**

c) Đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận ngang, 2 tiệm cận đứng. **S** (Vì ĐTHS chỉ có 1 TCN và 1 TCĐ)

d) Đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận. **Đ**

Câu 4. Một sợi dây kim loại dài $60cm$ được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a, đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r.



a) $r=\dfrac{60-2a}{\pi}$.

b) Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là $\dfrac{1}{\pi}\left[(\pi+4)a^2-120a+900\right]$.

c) Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\dfrac{a}{r}$ bằng $\dfrac{1}{2}$.

d) Nếu cắt sợi dây thành hai đoạn bằng nhau và vẫn uốn thành một hình vuông và một hình tròn thì hình tròn có diện tích lớn hơn hình vuông.

HDG

a) SAI.

Ta có:

$$4a+2\pi r=60 \Leftrightarrow \pi r=30-2a \Leftrightarrow r=\frac{30-2a}{\pi}.$$

b) ĐÚNG.

Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn:

$$S=a^2+r^2\pi=a^2+\frac{(30-2a)^2}{\pi}=\frac{1}{\pi}\left[(\pi+4)a^2-120a+900\right]$$

c) SAI

Điều kiện: $0<4a<60 \Leftrightarrow 0<a<15$.

Xét $f(a)=(\pi+4)a^2-120a+900$ với $a\in(0,15)$

$f(a)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $a=\dfrac{120}{2(\pi+4)}=\dfrac{60}{\pi+4}\in(0,15)$.

S đạt giá trị nhỏ nhất khi $a=\dfrac{60}{\pi+4}$.

$$\Rightarrow \pi r=30-2.\frac{60}{\pi+4}=\frac{30\pi}{\pi+4} \Rightarrow r=\frac{30}{\pi+4}$$

Khi đó: $\dfrac{a}{r}=\dfrac{60}{\pi+4}:\dfrac{30}{\pi+4}=2$.

Kết luận: $\dfrac{a}{r}=2$.

d)Đúng

$a=\dfrac{15}{4}, r=\dfrac{15}{2\pi}$.

Diện tích hình vuông là $S_1 = \left(\frac{15}{4}\right)^2 = \frac{225}{4^2}$

Diện tích hình tròn là $S_2 = \pi r^2 = \frac{225}{4\pi} > S_1$

Phần 3: Trả lời ngắn

Câu 1. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;\ 0;\ 0)$, $B(3;\ 0;\ 0)$ $D(0;\ 3;\ 0)$, $D'(0;\ 3;\ -3)$. Tìm tọa độ các đỉnh C và A' của hình hộp?

HD: Nhận xét hình hộp đã cho là HHCN nên dễ dàng suy ra được kq

Câu 2. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{4}{3}\sin^3 x + 4\cos^2 x - 5\sin x + 1$.
Tính giá trị của $M - m$.

HD: Đặt $t = \sin x; t \in [-1;1]$ khảo sát hàm số f(t) trên đoạn $[-1;1]$ có $M = \frac{19}{3}; m = -\frac{8}{3}$ nên M - m = 9

Câu 3. Cho hình chóp $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc, cạnh $AB = AC = a$, M là trung điểm của CB, H là trung điểm của MD.

a) Biểu diễn $\overrightarrow{AH} = x\ \overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}$, thì x + y + z =?

b) Tính góc giữa vectơ $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{BC}$

HD a. Ta có $\overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AD}}{2}$, $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2} \Rightarrow \overrightarrow{AH} = \frac{\frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2} + \overrightarrow{AD}}{2}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{4}$ nên x + y + z = 1

b. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{4}$,

$\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AH} = (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}).(\frac{\overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{4})$

Vậy

$\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AC}}{4} - \frac{\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}}{2} - \frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{4}$

$\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AC}}{4} - \frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB}}{4} = 0$

Câu 4. Hằng ngày mực nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên và xuống theo lượng nước mưa, và các suối nước đổ về hồ. Từ lúc 8h sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian t (giờ)

trong ngày cho bởi công thức $h(t)=24t+5t^2-\frac{t^3}{3}$. Biết rằng phải thông báo cho các hộ dân phải di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 giờ. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời trước khi xả nước mấy giờ của ngày hô đó. Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

Đáp số: 15

Ta có:

$$h'(t)=24+10t-t^2$$

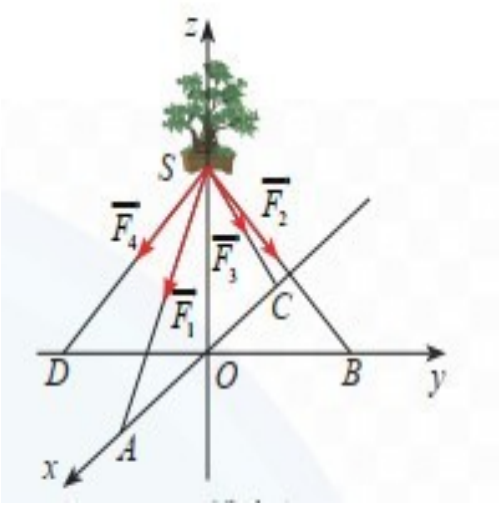
$$h'(t)=0\Leftrightarrow 24+10t-t^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-2(\text{loai})\\t=12\ \ (\text{t/ m})\end{array}\right.$$

BBT:

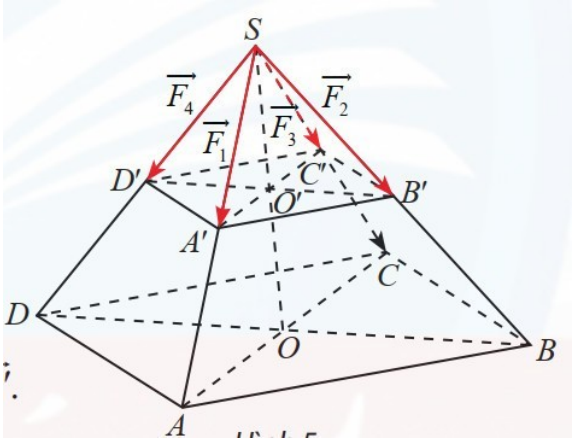
t	8		12		24	$+\infty$
$h'(t)$		$+$	0		$-$	
$h(t)$		↗	$h_{\max}$	↘		

Vậy để mực nước lên cao nhất thì phải mất 12 giờ. Vậy phải thông báo cho dân di dời vào 15 giờ chiều cùng ngày.

Câu 5 Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0;0;30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30;0;0), B(0;30;0), C(-30;0;0), D(0;-30;0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn $60N$ và được phân bố thành bốn lực $\vec{F_1},\vec{F_2},\vec{F_3},\vec{F_4}$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Tính $\left|\vec{F_1}+2\vec{F_2}+3\vec{F_3}+4\vec{F_4}\right|$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



HDG



Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau và vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình vuông.

Ta có:

$\Rightarrow SA = SB = SC = SD = 30\sqrt{2}$. Do đó $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều.

Các vecto $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ có điểm đầu tại S và điểm cuối lần lượt là A', B', C', D'.

Ta có $SA' = SB' = SC' = SD'$ nên $S.A'B'C'D'$ cũng là hình chóp tứ giác đều.

Gọi $\overrightarrow{F}$ là trọng lực tác dụng lên chậu cây và O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$.

$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4} = \overrightarrow{SA'} + \overrightarrow{SB'} + \overrightarrow{SC'} + \overrightarrow{SD'} = 4\overrightarrow{SO'}$$

Ta có: $\left|\overrightarrow{F}\right| = 60 \Rightarrow \left|\overrightarrow{SO'}\right| = SO = 15$.

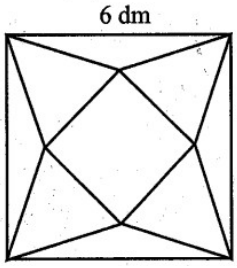
Do tam giác $SO'A'$ vuông cân nên $SA' = SO'\sqrt{2} = 15\sqrt{2} = \frac{1}{2}SA \Rightarrow \overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{SA'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SA} = (15;0;-15)$

Chứng minh tương tự ta cũng có:

$$\overrightarrow{F_2} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SB} = (0;15;-15), \overrightarrow{F_3} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SC} = (-15;0;-15), \overrightarrow{F_4} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SD} = (0;-15;-15)$$

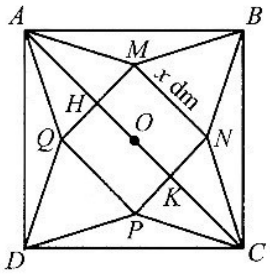
Suy ra: $\overrightarrow{F_1} + 2\overrightarrow{F_2} + 3\overrightarrow{F_3} + 4\overrightarrow{F_4} = (-30;-30;-150) \Rightarrow \left|\overrightarrow{F_1} + 2\overrightarrow{F_2} + 3\overrightarrow{F_3} + 4\overrightarrow{F_4}\right| = 90\sqrt{3} \approx 156$.

Câu 6. Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh $6\,dm$, bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (Hình vẽ).



Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Gọi cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều là $x(\text{dm})$ với $0<x<6\sqrt{2}$ như hình bên.



Cách 1: Ta có: $AH=\dfrac{AC-HK}{2}=3\sqrt{2}-\dfrac{x}{2}$.

Đường cao của hình chóp tứ giác đều là: $h=\sqrt{AH^2-OH^2}=\sqrt{\left(3\sqrt{2}-\dfrac{x}{2}\right)^2-\left(\dfrac{x}{2}\right)^2}=\sqrt{18-3\sqrt{2}x}$.

Thể tích khối chóp là: $V=\dfrac{1}{3}hx^2=\dfrac{1}{3}x^2\sqrt{18-3\sqrt{2}x}=\dfrac{1}{3}\sqrt{x^4\left(18-3\sqrt{2}x\right)}$.

Để tìm giá trị lớn nhất của V, ta đi tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4\left(18-3\sqrt{2}x\right)$ với $0<x<6\sqrt{2}$.

Ta có: $f'(x)=x^3\left(-15\sqrt{2}x+72\right)$, $f'(x)=0$ khi $x=0$ hoặc $x=\dfrac{12\sqrt{2}}{5}$.

Bảng biến thiên của $f(x)$ như sau

x	0		$\dfrac{12\sqrt{2}}{5}$		$6\sqrt{2}$
$f'(x)$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	$f\left(\dfrac{12\sqrt{2}}{5}\right)$	↘	-93312

Từ bảng biến thiên ta có $\max\limits_{(0;6\sqrt{2})} f(x)=f\left(\dfrac{12\sqrt{2}}{5}\right)\approx 477,75$ tại $x=\dfrac{12\sqrt{2}}{5}$.

Vậy thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng $V_{\max}=\dfrac{1}{3}\sqrt{\left(\dfrac{12\sqrt{2}}{5}\right)^4\left(18-3\sqrt{2}.\dfrac{12\sqrt{2}}{5}\right)}\approx 7,3\left(\text{dm}^3\right)$

Cách 2. Dùng bất đẳng thức xét hs $f(x)=x^4\left(18-3\sqrt{2}x\right)$

Áp dụng AM – GM có $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}x.\dfrac{3\sqrt{2}}{4}x.\dfrac{3\sqrt{2}}{4}x.\dfrac{3\sqrt{2}}{4}x\left(18-3\sqrt{2}x\right)\le\left(\dfrac{18}{5}\right)^5$ (không đổi)

Dấu "=" xảy ra khi $x=\dfrac{12\sqrt{2}}{5}$, từ đó có thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng

$$V_{\max}=\frac{1}{3}\sqrt{\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)^4\left(18-3\sqrt{2}.\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)}\approx 7,3\left(\text{dm}^3\right)$$

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 NĂM HỌC 2024 – 2025

ĐỀ 3

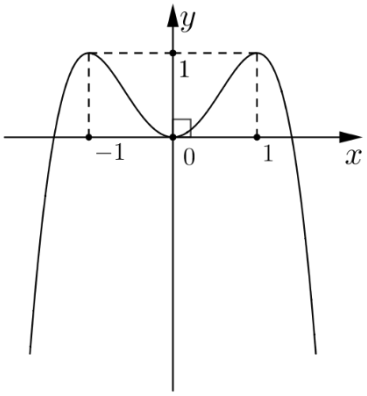
MÔN TOÁN

Thời gian làm bài 90 phút không kể giao đề

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3 **B.** 5 **C.** 2 **D.** 4

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5;7)$ như sau

x	-5		1		7
y'		$-$	0	$+$	
y	6	↘	2	↗	9

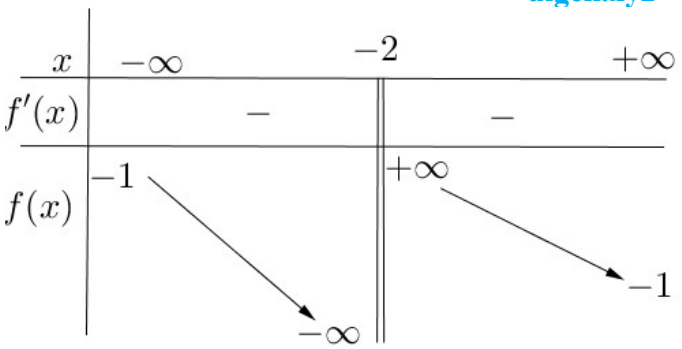
Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\underset{[-5;7)}{\text{Min}}\, f(x)=6$. **B.** $\underset{[-5;7)}{\text{Min}}\, f(x)=2$. **C.** $\underset{[-5;7)}{\text{Max}}\, f(x)=9$. **D.** $\underset{[-5;7)}{\text{Max}}\, f(x)=6$.

Câu 4. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-2;3]$.

A. $m=13$ **B.** $m=\frac{51}{4}$ **C.** $m=\frac{51}{2}$ **D.** $m=\frac{49}{4}$

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

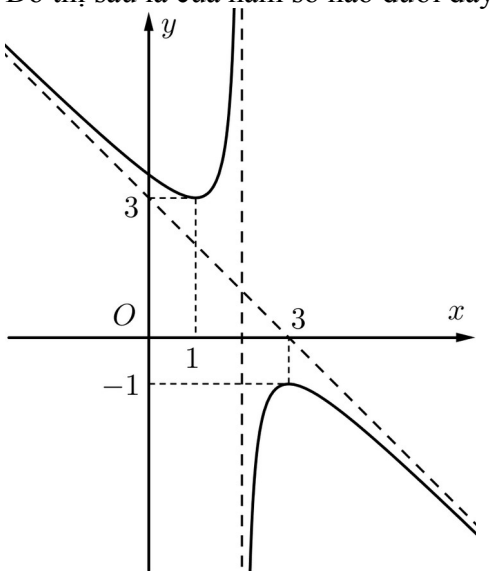
A. $x=-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=-2$.

Câu 6. Cho hàm số $y=\dfrac{3x^2+5x-4}{-5x+4}$. Đường tiệm cận xiên của hàm số là

A. $y=-\dfrac{3}{5}x-\dfrac{37}{25}$. **B.** $y=-\dfrac{3}{5}x-\dfrac{37}{25}$.

C. $y=-\dfrac{3}{5}x-\dfrac{37}{25}$. **D.** $y=-\dfrac{3}{5}x-\dfrac{37}{25}$.

Câu 7. Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{2x^2-9x+10}{-x+2}$. **B.** $y=\dfrac{2x^2-9x+10}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-5x+7}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-5x+7}{-x+2}$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y=-2x^3+3x^2-5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -5. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA}=\vec{a}$; $\overrightarrow{SB}=\vec{b}$; $\overrightarrow{SC}=\vec{c}$; $\overrightarrow{SD}=\vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$. **B.** $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}+\vec{d}$. **C.** $\vec{a}+\vec{d}=\vec{b}+\vec{c}$. **D.** $\vec{a}+\vec{c}=\vec{d}+\vec{b}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD. Chọn khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{PQ}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\right)$. **B.** $\overrightarrow{PQ}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AD}\right)$.

C. $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1;2;3)$ **B.** $(-1;-2;3)$ **C.** $(3;5;1)$ **D.** $(3;4;1)$

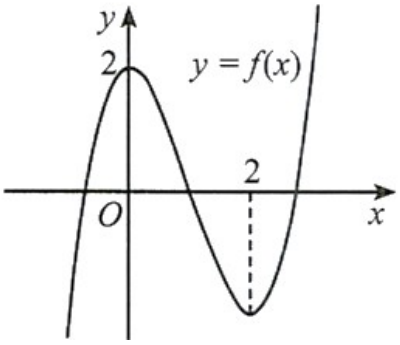
Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thoả $\overrightarrow{OM}=3\vec{i}+5\vec{j}-7\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm đối xứng M' của M qua mặt phẳng (Oxz).

A. $M'(-3;-5;7)$. **B.** $M'(3;5;-7)$. **C.** $M'(-3;5;7)$. **D.** $M'(3;-5;-7)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị như Hình.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị là 0 và 2.

b) Giá trị b bằng 0.

c) Giá trị $c=-2$.

d) $f(x)=x^3-6x^2+2$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=\frac{x^2-1}{\left(x^2+1\right)^2}$.

b) $x=1$ là điểm cực tiểu của của hàm số.

c) Hàm số có hai điểm cực trị.

d) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $-\frac{1}{2}$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
y'		+	0	−	‖	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	-6	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

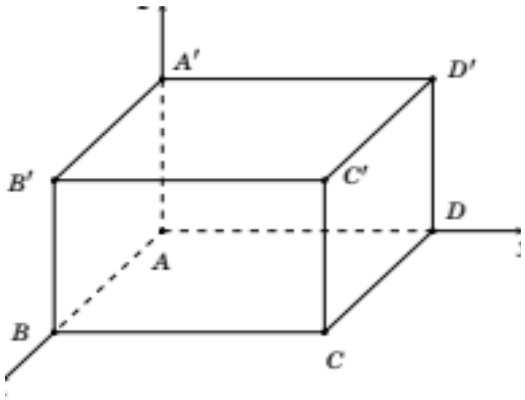
a) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

b) $x=-2$ đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

c) Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang

d) Biết hàm số $f(x)$ có dạng $f(x)=\dfrac{x^2+bx+c}{x+n}$ khi đó $f(1)=\dfrac{5}{3}$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ O và các đỉnh B; C; D' có tọa độ lần lượt là $(2;0;0)$; $(2;4;0)$; $(0;4;3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau



a) Tọa độ $D(0;4;0)$.

b) Tọa độ $C'(2;3;4)$.

c) Tọa độ của $\overrightarrow{AA'}=(0;0;3)$.

d) Tọa độ của $\overrightarrow{B'D}=(-2;4;-3)$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

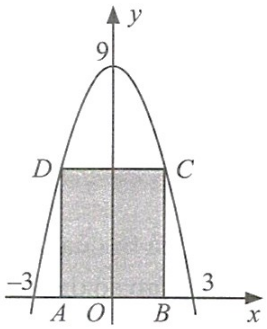
Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ có thể tích là $V=250\pi\left(cm^3\right)$, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng $V=250\pi\left(cm^3\right)$ và diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy bằng bao nhiêu centimét?

Câu 2. Nồng độ C của một loại hoá chất trong máu sau t giờ tiêm vào cơ thể được cho bởi công thức: $C(t)=\dfrac{3t}{27+t^3}$ với $t\geq 0$ (Nguồn: R. Larson and **B.** Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Sau khoảng bao nhiêu giờ tiêm thì nồng độ của hoá chất trong máu là cao nhất?

(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 3. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có hai đỉnh di động trên đồ thị hàm số $y=9-x^2$ trên khoảng $(-3;3)$, hai đỉnh còn lại nằm trên trục hoành (Hình). Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Câu 4. Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 1, các góc $\widehat{BAD}=\widehat{A'AB}=\widehat{A'AD}=60^\circ$. Gọi P và Q là các điểm xác định bởi $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{D'A}, \overrightarrow{C'Q}=\overrightarrow{DC}$. Tính độ dài đoạn thẳng PQ (làm tròn đến một chữ số thập phân).

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(4;6;-5), B(5;7;-4), C(5;6;-4)$ và $D'(2;0;2)$. Biết điểm $B'(a;b;c)$, tính $3a-b+c$?

Lời giải

Trả lời: 10

Ta có: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow(1;1;1)=(5-x_D;6-y_D;-4-z_D)\Rightarrow D(4;5;-5)$.

Lại có: $\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{DD'}=(-2;-5;7)$

Suy ra $B'(3;2;3)\Rightarrow 3a-b+c=9-2+3=10$.

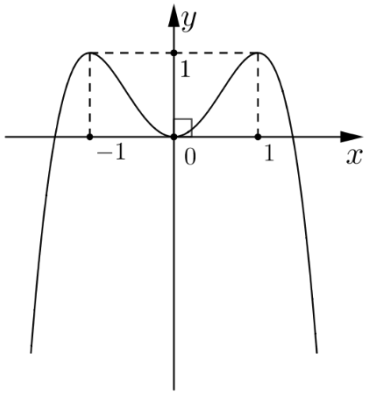
Câu 6. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $2x+y=\dfrac{5}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{4y}$.

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ta có:

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$, đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3 **B.** 5 **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

Chọn C

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=3\\x=4\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗		↘		↘		↗		↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên: Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5;7)$ như sau

x	-5		1		7
y'		$-$	0	$+$	
y	6	↘	2	↗	9

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\underset{[-5;7)}{\text{Min}}\, f(x)=6$. **B.** $\underset{[-5;7)}{\text{Min}}\, f(x)=2$. **C.** $\underset{[-5;7)}{\text{Max}}\, f(x)=9$. **D.** $\underset{[-5;7)}{\text{Max}}\, f(x)=6$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên trên $[-5;7)$, ta có: $\underset{[-5;7)}{\text{Min}}\, f(x)=f(1)=2$.

Câu 4. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-2;3]$.

A. $m=13$ **B.** $m=\dfrac{51}{4}$ **C.** $m=\dfrac{51}{2}$ **D.** $m=\dfrac{49}{4}$

Lời giải

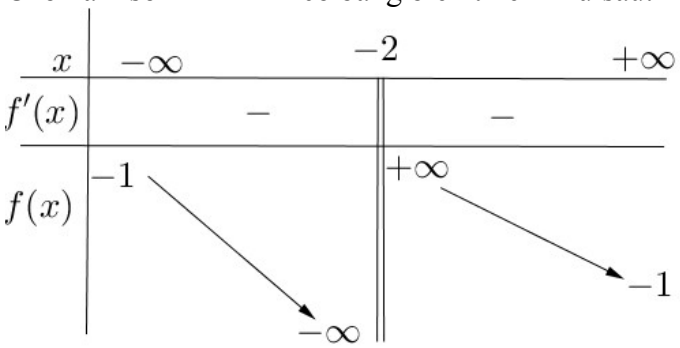
Chọn B

$y' = 4x^3 - 2x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [-2;3] \\ x = \pm\dfrac{1}{\sqrt{2}} \in [-2;3] \end{array}\right.$;

Tính $y(-2) = 25$, $y(3) = 85$, $y(0) = 13$, $y\left(\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) = \dfrac{51}{4} = 12{,}75$;

Kết luận: giá trị nhỏ nhất m của hàm số là $m = \dfrac{51}{4}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

A. $x = -1$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = -2$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy: $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) = -\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của hàm số đã cho là $x = -2$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \dfrac{3x^2 + 5x - 4}{-5x + 4}$. Đường tiệm cận xiên của hàm số là

A. $y = -\dfrac{3}{5}x - \dfrac{37}{25}$.

B. $y = -\dfrac{3}{5}x - \dfrac{37}{25}$.

C. $y = -\dfrac{3}{5}x - \dfrac{37}{25}$.

D. $y = -\dfrac{3}{5}x - \dfrac{37}{25}$.

Lời giải

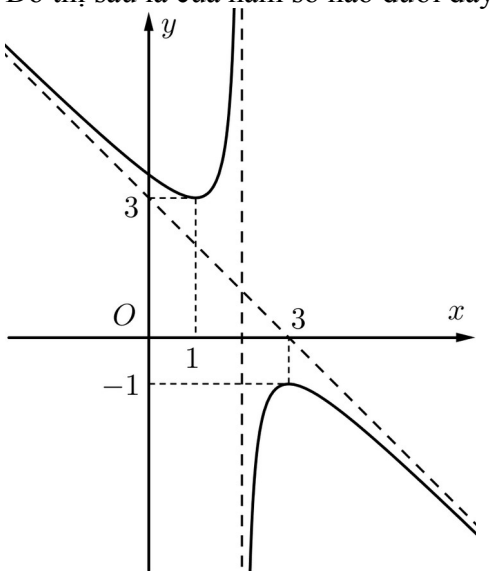
Giả sử đường tiệm cận xiên có dạng $y = ax + b$. Ta tìm hệ số a và b như sau

$$a=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{3x^2+5x-4}{-5x+4}}{x}=-\frac{3}{5};b=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{3x^2+5x-4}{-5x+4}+\frac{3}{5}x\right)=-\frac{37}{25}\Rightarrow y=-\frac{3}{5}x-\frac{37}{25}$$

Do đó ta được tiệm cận xiên là $y=-\frac{3}{5}x-\frac{37}{25}$.

Chọn đáp án **C.**

Câu 7. Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\frac{2x^2-9x+10}{-x+2}$. **B.** $y=\frac{2x^2-9x+10}{x+2}$. **C.** $y=\frac{x^2-5x+7}{x+2}$. **D.** $y=\frac{x^2-5x+7}{-x+2}$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y=-2x^3+3x^2-5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -5. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x_0;y_0)$ là giao điểm của đồ thị hàm số $y=-2x^3+3x^2-5$ và trục tung, ta có:

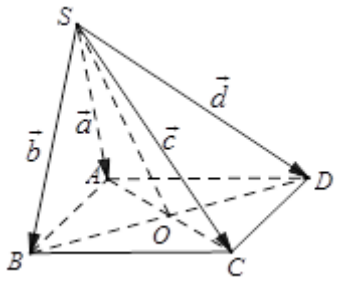
$x_0=0\Rightarrow y_0=-5$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA}=\vec{a}$; $\overrightarrow{SB}=\vec{b}$; $\overrightarrow{SC}=\vec{c}$; $\overrightarrow{SD}=\vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$. **B.** $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}+\vec{d}$. **C.** $\vec{a}+\vec{d}=\vec{b}+\vec{c}$. **D.** $\vec{a}+\vec{c}=\vec{d}+\vec{b}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Ta phân tích như sau:

$\begin{cases} \overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=2\overrightarrow{SO} \\ \overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO} \end{cases}$ (do tính chất của đường trung tuyến)

$\Rightarrow \overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD} \Leftrightarrow \vec{a}+\vec{c}=\vec{d}+\vec{b}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi $P,\ Q$ là trung điểm của AB và CD. Chọn khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\right)$. **B.** $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AD}\right)$.

C. $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CQ}$ và $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DQ}$

nên $2\overrightarrow{PQ}=\left(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}\right)+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}+\left(\overrightarrow{CQ}+\overrightarrow{DQ}\right)=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$. Vậy $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\right)$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1;\ 2;\ 3)$ **B.** $(-1;-2;\ 3)$ **C.** $(3;5;1)$ **D.** $(3;4;1)$

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB}=\left(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A\right)=(1;2;3)$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thoả $\overrightarrow{OM}=3\vec{i}+5\vec{j}-7\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm đối xứng M' của M qua mặt phẳng (Oxz).

A. $M'(-3;-5;7)$. **B.** $M'(3;5;-7)$. **C.** $M'(-3;5;7)$. **D.** $M'(3;-5;-7)$.

Lời giải

$\overrightarrow{OM}=3\vec{i}+5\vec{j}-7\vec{k} \Rightarrow M(3;5;-7)$.

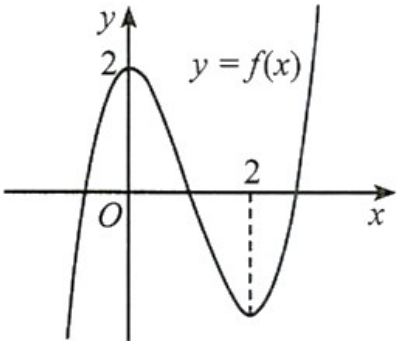
Tọa độ hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxz) là $H(3;0;-7)$.

Gọi $M'(a;b;c)$ là điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz), suy ra $\overrightarrow{MH}=\overrightarrow{HM'}$ mà $\overrightarrow{MH}=(0;-5;0)$, $\overrightarrow{HM'}=(a-3;b;c+7)$ nên $\begin{cases}a-3=0\\b=-5\\c+7=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=3\\b=-5\\c=-7\end{cases}$. Vậy $M'(3;-5;-7)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị như Hình.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị là 0 và 2.

b) Giá trị b bằng 0.

c) Giá trị $c=-2$.

d) $f(x)=x^3-6x^2+2$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

Hàm số $y=f(x)$ có điểm cực tiểu là $x=2$, điểm cực đại là $x=0$.

Ta có: $f'(x)=3x^2+2ax+b$. Vì 0; 2 là hai nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ nên $b=0,a=-3$. Vì đồ thị hàm số đi qua điểm có toạ độ $(0;2)$ nên $c=2$. Suy ra $f(x)=x^3-2x^2+2$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=\dfrac{x^2-1}{(x^2+1)^2}$.

b) $x=1$ là điểm cực tiểu của của hàm số.

c) Hàm số có hai điểm cực trị.

d) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $-\frac{1}{2}$.

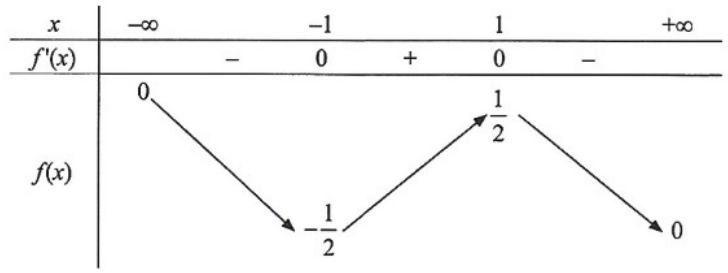
Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

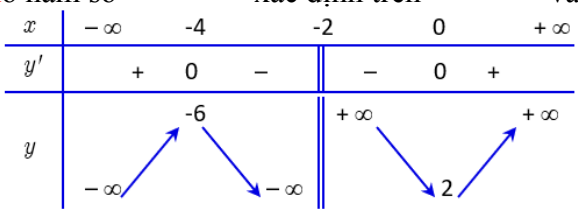
Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$$f'(x)=\frac{x^2+1-x\cdot 2x}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{1-x^2}{\left(x^2+1\right)^2}.$$

Bảng biến thiên:



Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và có bảng biến thiên như sau:



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

b) $x=-2$ đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

c) Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang

d) Biết hàm số $f(x)$ có dạng $f(x)=\frac{x^2+bx+c}{x+n}$ khi đó $f(1)=\frac{5}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

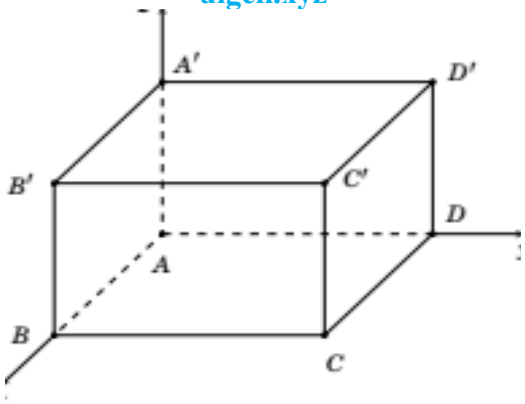
a) Điểm cực đại: $x=-4$, điểm cực tiểu $x=0$, giá trị cực đại $y_{CĐ}=-6$, giá trị cực tiểu $y_{CT}=2$.

b) Tiệm cận đứng: $x=-2$.

c) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang. Vì $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

d) $f(x)=\frac{x^2+2x+4}{x+2}\Rightarrow f(1)=\frac{7}{3}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ O và các đỉnh B; C; D' có tọa độ lần lượt là $(2;0;0)$; $(2;4;0)$; $(0;4;3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau



a) Tọa độ $D(0;4;0)$.

b) Tọa độ $C'(2;3;4)$.

c) Tọa độ của $\overrightarrow{AA'}=(0;0;3)$.

d) Tọa độ của $\overrightarrow{B'D}=(-2;4;-3)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Điểm D là hình chiếu của C trên Oy nên có hoành độ bằng hoành độ điểm $C(2;4;0)$ nên $D(0;4;0)$

b) $C(2;4;0)$ là hình chiếu của C' lên mặt phẳng (Oxy), $D'(0;4;3)$ là hình chiếu của D lên mặt phẳng (Oyz) và A' là hình chiếu của $D'(0;4;3)$ nên trục Oz nên điểm $C'(2;4;3)$

c) Điểm $A'(0;0;3)$ và A là gốc tọa độ nên $\overrightarrow{AA'}=(0;0;3)$

d) Điểm $B(2;0;0)$ và $A'(0;0;3)$ nên $B'(2;0;3)$, mà $D(0;4;0)$. Do đó $\overrightarrow{B'D}=(-2;4;-3)$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ có thể tích là $V=250\pi\left(cm^3\right)$, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng $V=250\pi\left(cm^3\right)$ và diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy bằng bao nhiêu centimét?

Lời giải

Đáp số: 5.

Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy, chiều cao của một lon sữa bò hình trụ.

$$S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r \cdot \frac{V}{\pi r^2} + 2\pi r^2 = \frac{500\pi}{r} + 2\pi r^2,$$

$$S_{tp} = f(r),\ f'(r) = \frac{-500\pi}{r^2} + 4\pi r = \frac{4\pi\left(r^3 - 125\right)}{r^2},\ \min_{(0;+\infty)} f(r) = f(5).$$

Câu 2. Nồng độ C của một loại hoá chất trong máu sau t giờ tiêm vào cơ thể được cho bởi công thức: $C(t) = \dfrac{3t}{27+t^3}$ với $t \geq 0$ (Nguồn: R. Larson and **B.** Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Sau khoảng bao nhiêu giờ tiêm thì nồng độ của hoá chất trong máu là cao nhất?

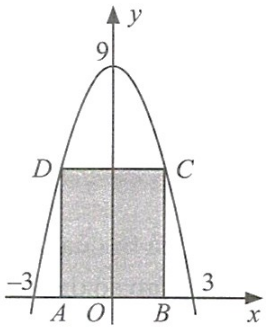
(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 2,38

Ứng với $t = \dfrac{3\sqrt[3]{4}}{2}$ thì $C(t)$ đạt giá trị lớn nhất, tức là sau khoảng 2,38 giờ tiêm thì nồng độ của hoá chất trong máu là cao nhất.

Câu 3. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có hai đỉnh di động trên đồ thị hàm số $y = 9 - x^2$ trên khoảng $(-3;3)$, hai đỉnh còn lại nằm trên trục hoành (Hình). Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Lời giải

Trả lời: 20,8

Kí hiệu x là hoành độ của điểm $B(0 < x < 3)$.

Ta có $AB = 2x, BC = 9 - x^2$.

Từ đó, diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S(x) = 18x - 2x^3, 0 < x < 3$.

$S'(x) = 18 - 6x^2; S'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \sqrt{3}$ (do $x > 0$).

Bảng biến thiên:

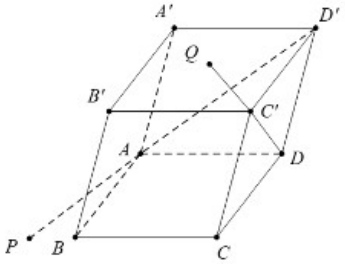
x	0		$\sqrt{3}$		3
$S'(x)$		+	0	−	
$S(x)$	0	↗	$12\sqrt{3}$	↘	0

Từ đó $\max_{(0;3)} S(x) = S(\sqrt{3}) = 12\sqrt{3} \approx 20,8$.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 1, các góc $\widehat{BAD} = \widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = 60^\circ$. Gọi P và Q là các điểm xác định bởi $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{D'A}, \overrightarrow{C'Q} = \overrightarrow{DC}$. Tính độ dài đoạn thẳng PQ (làm tròn đến một chữ số thập phân).

Lời giải

Trả lời: 5,7



Ta có: $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$

$= \overrightarrow{AD} + 2\left(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB}\right) + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = 2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} + 3\overrightarrow{AA'}$

Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}; \overrightarrow{AD} = \vec{b}; \overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ thì $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1, (\vec{a};\vec{b}) = (\vec{b};\vec{c}) = (\vec{c};\vec{a}) = 60^\circ$

Khi đó $PQ^2 = 4|\vec{a}|^2 + 4|\vec{b}|^2 + 9|\vec{c}|^2 + 8\vec{a}\cdot\vec{b} + 12\vec{a}\vec{c} + 12\vec{b}\cdot\vec{c}$

$= 4 + 4 + 9 + 4 + 6 + 6 = 33 \Rightarrow PQ = \sqrt{33} \approx 5,7$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(4;6;-5), B(5;7;-4), C(5;6;-4)$ và $D'(2;0;2)$. Biết điểm $B'(a;b;c)$, tính $3a-b+c$?

Lời giải

Trả lời: 10

Ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow (1;1;1) = (5 - x_D; 6 - y_D; -4 - z_D) \Rightarrow D(4;5;-5)$.

Lại có: $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'} = (-2;-5;7)$

Suy ra $B'(3;2;3) \Rightarrow 3a - b + c = 9 - 2 + 3 = 10$.

Câu 6. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $2x + y = \frac{5}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = \frac{2}{x} + \frac{1}{4y}$.

Lời giải

Trả lời : 5

Từ giả thiết ta có $y = \frac{5}{4} - 2x$. Vì $y > 0$ nên $\frac{5}{4} - 2x > 0 \Rightarrow x < \frac{5}{8}$. Do đó $0 < x < \frac{5}{8}$.

$$P=\frac{2}{x}+\frac{1}{4\left(\frac{5}{4}-2x\right)}=\frac{2}{x}+\frac{1}{5-8x}=\frac{10-15x}{-8x^2+5x}$$

Ta có với $0<x<\frac{5}{8}$.

$$P'=\frac{-15\left(-8x^2+5x\right)-\left(-16x+5\right)\left(10-15x\right)}{\left(-8x^2+5x\right)^2}=\frac{120x^2-75x-\left(-160x+240x^2+50-75x\right)}{\left(-8x^2+5x\right)^2}$$

$$P'=\frac{-120x^2+160x-50}{\left(-8x^2+5x\right)^2}$$. Có $$P'=0\Rightarrow -120x^2+160x-50=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{5}{6}\notin\left(0;\frac{5}{8}\right)\\x=\frac{1}{2}\in\left(0;\frac{5}{8}\right)\end{array}\right.$$.

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{1}{2}$		$\frac{5}{8}$
y'	‖	$-$	0	$+$	‖
y	$+\infty$	↘	5	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $P_{\min}=5$.

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 NĂM HỌC 2024 – 2025

ĐỀ 4

MÔN TOÁN

Thời gian làm bài 90 phút không kể giao đề

PHẦN I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y=x^3+3x+2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

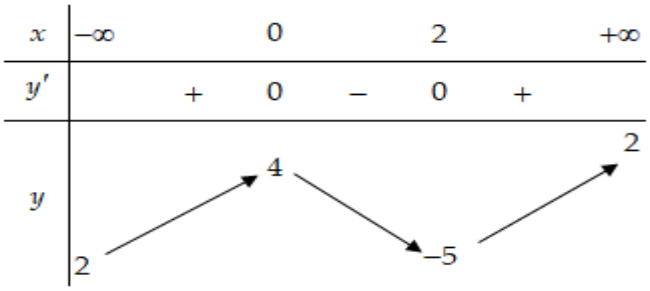
A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbf{R}\backslash\{-1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbf{R}\backslash\{-1\}$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;-\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(-1;-\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

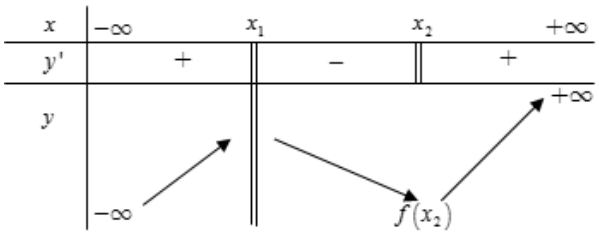
A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-5$.

B. Hàm số có bốn điểm cực trị.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

D. Hàm số không có cực đại.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

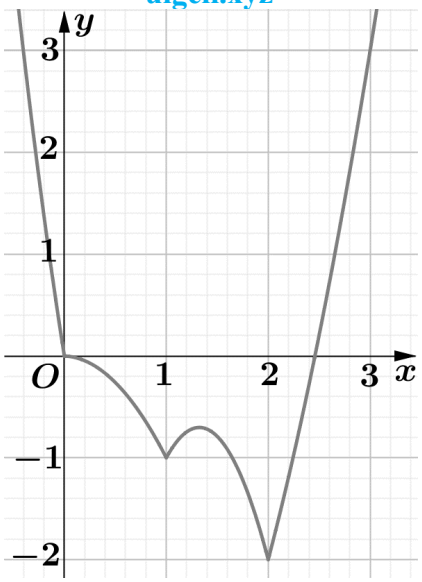
B. Hàm số đã cho không có cực trị.

C. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

D. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá

trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0;3]$. Giá trị của $M+m$ bằng?



A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	5	↘	-2	↗	4	↘	-1

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số không có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất bằng -2.

B. Hàm số có hai điểm cực trị.

C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 và giá trị nhỏ nhất bằng -2.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to -2} f(x)=\pm\infty$ và $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\pm\infty$. Chọn mệnh đề đúng?

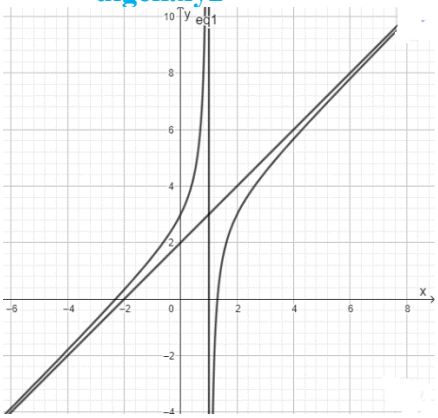
A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $y=2$ và $y=-2$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=2$ và $x=-2$.

Câu 8. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



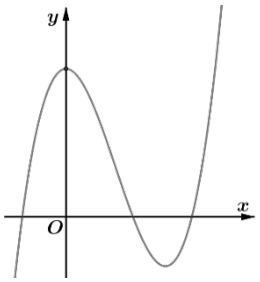
A. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang và một tiệm cận xiên

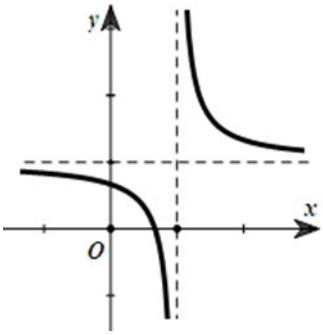
D. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng và một tiệm cận xiên

Câu 9. Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2+1$ **B.** $y=x^3-3x^2+3$ **C.** $y=\dfrac{2x^2+1}{x+1}$ **D.** $y=\dfrac{x+1}{x}$.

Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn mệnh đề đúng?



A. $ac>0$. **B.** $cd>0$. **C.** $ab>0$. **D.** $ad>bc$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng $\overrightarrow{A'A}$ và $\overrightarrow{B'C}$ bằng:

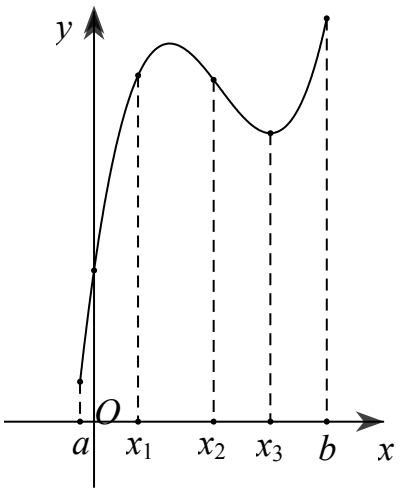
A. 90^0. **B.** 45^0. **C.** 30^0. **D.** 60^0.

Câu 12. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho vectơ $\vec{u}=(1;-2;5)$ và điểm A. Biết $\overrightarrow{OA}=\vec{u}$. Toạ độ của điểm A là:

A. (1;2;5). B. (1;-2;5) . C. (-1; -2; 5) D. (1; -2; -5)

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trong khoảng $(a;b)$ và có đồ thị như hình bên dưới.



Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai** ?

a) Trên khoảng $(a;b)$ hàm số có hai cực trị.

b) Hàm số không có giá trị lớn nhất trên nửa khoảng $(a;b]$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1;x_2)$.

d) $f'(x_2)>0$.

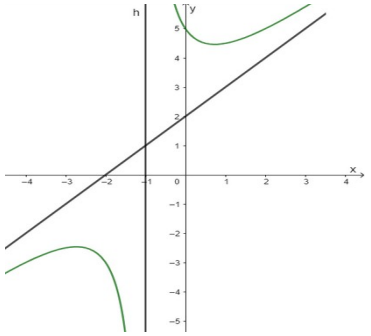
Câu 14. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+1}$. Các mệnh đề sau đây **đúng** hay **sai**?

a) Tiệm cận đứng của hàm số là $x=-1$.

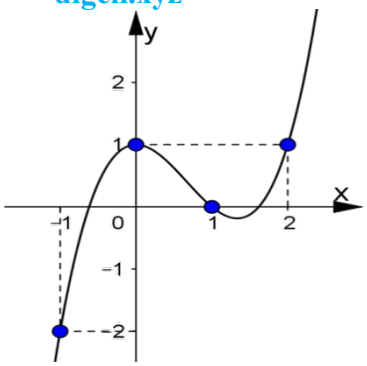
b) Tiệm cận xiên của đồ thị là $y=x-2$.

c) Hàm số không có cực trị.

d) Hàm số đã cho có đồ thị như vẽ sau:



Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên R. Hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1;2]$bằng 1.

b) Hàm số $f(x)$đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

c) Hàm số $f(x)$đạt cực đại tại $x=0$.

d) $f(0)<f(1)$.

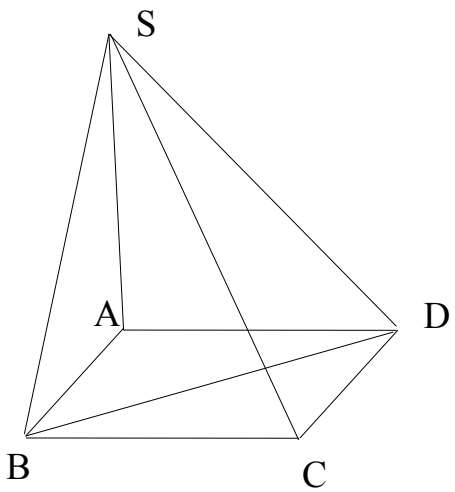
Câu 16. Cho hình chóp tứ giá đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả cách cạnh đều bằng a (Như hình vẽ minh hoạ)

a, Tứ giác ABCD là hình vuông.

b, Tam giác SBD vuông cân tại S.

c, $(\overrightarrow{SB},\overrightarrow{BD})=45^0$.

d, $\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{BD}=-a^2$



PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x+3}$ có dạng $y=ax+b$. Tổng $2a+b$?.

Câu 18. Đường thẳng $y=2x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-x-1}{x+1}$ tại hai điểm. Tính tổng các tung độ các giao

điểm?

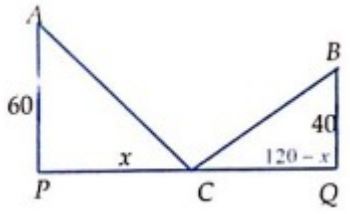
Câu 19. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho Hình bình hành ABCD có ba đỉnh $A(1;2;3)$; $B(5;0;-1)$; $C(4;3;6)$. Khi đó tổng các toạ độ của điểm D bằng?

Câu 20. Trên khoảng $(0;100)$ hàm số $y=2\sin^2 x-x$ có bao nhiêu điểm cực đại?

Câu 21. Thể tích V của 1kg nước ở nhiệt độ $T\left(0^\circ \le T \le 30^\circ\right)$ được cho bởi công thức:

$V=999,87-0,06426T+0,0085043T^2-0,0000679T^3$. (Theo: J. Stewart, Calculus, Seventh Edition, Brooks/Cole, CENGAGE Learning 2012). Gọi $\left(a^\circ;b^\circ\right)$ là khoảng nhiệt độ mà trong khoảng đó khi nhiệt độ tăng thì thể tích V của 1kg nước cũng tăng. Tính giá trị biểu thức $P=b-a$ (a,b làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 22. Đường cao tốc mới xây nối hai thành phố A và B, hai thành phố này muốn xây một trạm thu phí và trạm xăng ở trên đường cao tốc như hình vẽ. Để tiết kiệm chi phí đi lại, hai thành phố quyết định tính toán xem xây trạm thu phí ở vị trí nào để tổng khoảng cách từ hai trung tâm thành phố đến trạm là ngắn nhất, biết khoảng cách từ trung tâm thành phố A, B đến đường cao tốc lần lượt là 60 *km* và 40 *km* và khoảng cách giữa hai trung tâm thành phố là 120 *km* (được tính theo khoảng cách của hình chiếu vuông góc của hai trung tâm thành phố lên đường cao tốc, tức là *PQ* kí hiệu như hình vẽ). Tìm vị trí của trạm thu phí và trạm xăng? Giả sử chiều rộng của trạm thu phí không đáng kể.



----------Hết----------

LỜI GIẢI

Câu 1. Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$. $y'=3x^2+3 \Rightarrow y'>0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 2: **Lời giải**

Tập xác định $D=\mathbf{R}\setminus\{-1\} \Rightarrow y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}>0$, $\forall x \in D$.

Vậy hàm đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;-\infty)$.

Câu 3: **Lời giải**

Dựa vào bảng biến thiên. Hàm số có đạo hàm trên ¡ và $y'(2)=0; y'$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x=2$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 4: **Lời giải**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{x_1\}$. Vì $x_1 \notin D$ nên x_1 không là điểm cực trị của hàm số.

Vì $x_2 \in D$ và y' đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua x_2 nên x_2 là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 5: **Lời giải**

Dựa vào hình vẽ ta có: $M=3$, $m=-2$ nên $M+m=1$.

Câu 6: **Lời giải**

Hàm số không có giá trị lớn nhất do: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=5$ và có giá trị nhỏ nhất bằng -2 tại $x=-1$.

Hàm số có hai điểm cực trị là $x=-1$ và $x=2$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=5$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-1$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=5$ và $y=-1$.

Câu 7: **Lời giải**

Từ $\lim\limits_{x\to-2} f(x)=\pm\infty$ và $\lim\limits_{x\to2} f(x)=\pm\infty$.

Ta có: Hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng tại $x=2$ và $x=-2$.

Câu 8: **Lời giải**

Từ $\lim\limits_{x\to-2} f(x)=\pm\infty$ và $\lim\limits_{x\to2} f(x)=\pm\infty$.

Ta có: Hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng tại $x=2$ và $x=-2$.

Câu 9: **Lời giải**

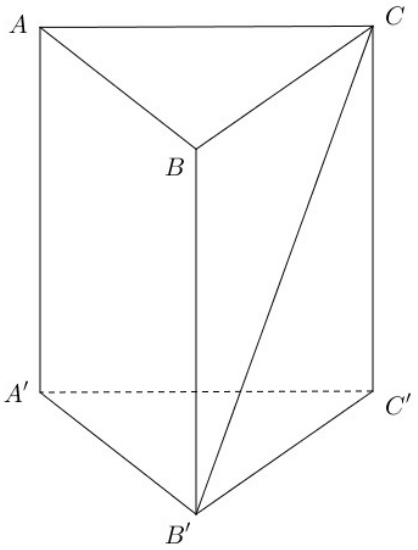
Dựa vào đồ thị ta thấy đây là hình ảnh đồ thị của hàm số bậc ba nên loại đáp án B và C; Mặt khác dựa vào đồ thị ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên hệ số của x^3 dương nên ta chọn đáp án $y=x^3-3x^2+3$

Cau 10: **Lời giải**

Ta có đồ thị hàm số có tiêm cận ngang là đường thẳng $y=\dfrac{a}{c}$

Mà tiệm cận ngang nằm phía trên trục hoành nên $\dfrac{a}{c}>0\Rightarrow ac>0$.

Câu 11: **Lời giải**



Ta có: $AA'//B'B \Rightarrow \left(\overrightarrow{A'A},\overrightarrow{B'C}\right)=\left(\overrightarrow{B'B},\overrightarrow{B'C}\right)$

Mặt khác tam giác BCB' vuông tại B

Vậy góc giữa hai đường thẳng $\overrightarrow{A'A}$ và $\overrightarrow{B'C}$ bằng 45^0.

Câu 12: B

Câu 13:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai

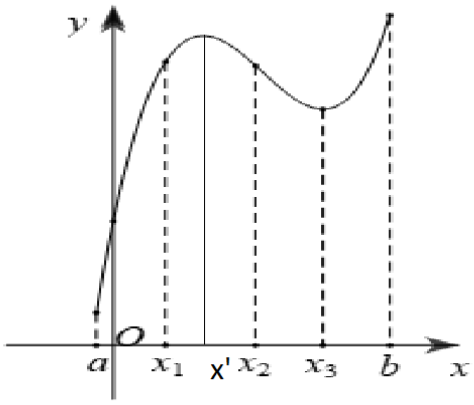
a) *Đúng*: Trên khoảng $(a;b)$hàm số có hai cực trị.

b) *Đúng*: Dựa vào đồ thị. Suy ra mệnh đề.

c) *Sai*: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(x';x_2)\subset(x_1;x_2)$.

d) *Sai*: Đồ thị là đường đi xuống trên khoảng $(x';x_3)$ nên hàm số nghịch biến trên $(x';x_3)$,

Mà $x_2\in(x';x_3)\ f'(x_2)<0$.



Câu 14:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai

a) Đúng: Tiệm cận đứng $x=-1$.

b) Sai: $y=x+2+\dfrac{1}{x+1}, \forall x\in(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$. Tiệm cận xiên của đồ thị là $y=x+2$.

c) Sai: $y'=1-\dfrac{1}{(x+1)^2}=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\end{array}\right.$ có hai cực trị.

d) Sai: Đồ thị như vẽ cắt trục tung tại $(0;5)$ mà đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+1}$ cắt trục tung tại $(0;3)$.

Câu 15:

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Sai: Tập xác định do đồ thị của đạo hàm

b) Sai: Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\\x=1\\x=x_2\end{array}\right.$ với $-1<x_1<1<x_2<2$.

Từ đó suy ra bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ là:

x	$-\infty$	-1	x_1	0	1		x_2	2	$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	0	−	0	+	
$f(x)$		↘	CT	↗	CĐ	↘	CT	↗	

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;x_1)$, $(-\infty;-1)\subset(-\infty;x_1)\Rightarrow$ hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;-1)$.

c) Qua $x=0$ đạo hàm $f'(x)$ không đổi dấu nên $x=0$ không là điểm cực trị.

d) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(x_1;1)$, $x_1<0<1\Rightarrow f(0)<f(1)$.

Câu 16:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

S

A D

B C

Câu 17:

Trả lời: -4

$y=x-6$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số y

Lời giải

Ta có: $y=f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x+3}=x-6+\frac{20}{x+3}$.

Xét $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-6)]=\lim_{x\to+\infty}\frac{20}{x+3}=0$.

Vậy đường thẳng $y=x-6$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x+3}$.

Câu 18: **Trả lời:** -6

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y=2x-1$ và đồ thị $(C): y=\frac{x^2-x-1}{x+1}$: $\frac{x^2-x-1}{x+1}=2x-1\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq-1\\x^2-x-1=(2x-1)(x+1)\ (2)\end{cases}$

Ta có $(2)\Leftrightarrow x^2+2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=-1\\x=-2\Rightarrow y=-5\end{array}\right.$. $b+d=-6$

Câu 19: **Trả lời:** 15

Giải : Toạ độ điểm D(0 ;5 ;10)

Câu 20: **Trả lời:** Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y'=4\sin x\cos x-1=2\sin 2x-1$.

$$y'=0\Leftrightarrow \sin 2x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ 2x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right. \quad (k\in \square)$$

TH1: $x=\frac{\pi}{12}+k\pi$, Do $x\in(0;100)$ nên $0<\frac{\pi}{12}+k\pi<100\Leftrightarrow -\frac{1}{12}<k<\frac{100}{\pi}-\frac{1}{12}\Rightarrow k\in\{0;1;...;31\}$.

TH2: $x=\frac{5\pi}{12}+k\pi$, Do $x\in(0;100)$ nên $0<\frac{5\pi}{12}+k\pi<100\Leftrightarrow -\frac{5}{12}<k<\frac{100}{\pi}-\frac{5}{12}\Rightarrow k\in\{0;1;...;31\}$.

Như vậy phương trình $y'=0$ có 64 nghiệm trên khoảng $(0;100)$ đồng thời y' đổi dấu qua 64 nghiệm đó. Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 32.

Câu 21:

Trả lời: Xét hàm số $f(T)=999,87-0,06426T+0,0085043T^2-0,0000679T^3$ với $0^\circ\le T\le 30^\circ$.

Nhiệt độ tăng thì thể tích của 1kg nước tăng tức hàm số $f(T)$ đồng biến.

$f'(T)=-0,06426+0,0170086T-2,037.10^{-4}T^2$; $f'(T)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} T_1\approx 3,966\in[0;30] \\ T_2\approx 79,532>30 \end{array}\right.$.

$f'(T)>0,\forall T\in(T_1;T_2)\Rightarrow$ hàm số $f(T)$ đồng biến trên khoảng $(T_1;T_2)$.

Suy ra khi $T\in(T_1^\circ;30^\circ)$ thì khi nhiệt độ nước tăng thể tích của 1kg nước cũng tăng hay $a=4;b=30$.

Vậy $b-a=26$.

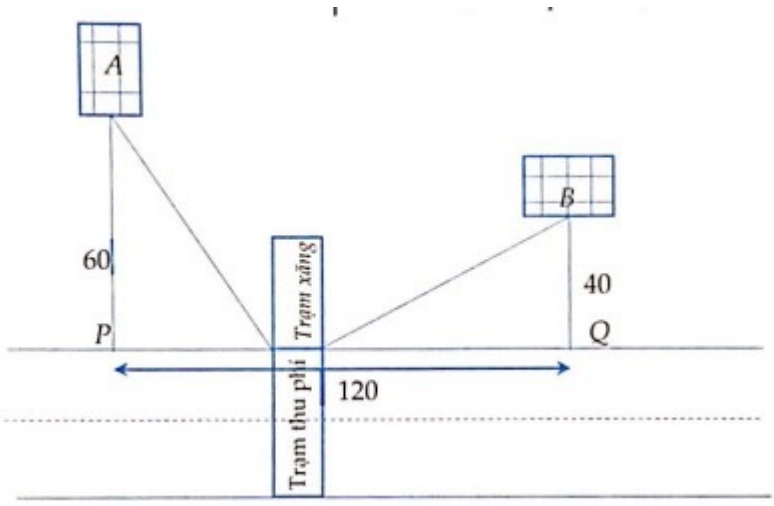
Câu 22: **Trả lời:** Thực chất bài toán trở thành tìm x để $AC+BC$ nhỏ nhất.

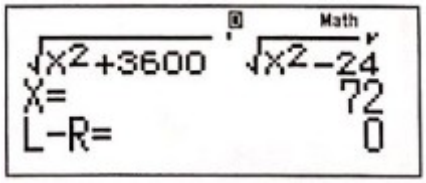
Theo định lý Pytago ta có $AC=\sqrt{60^2+x^2};BC=\sqrt{(120-x)^2+40^2}=\sqrt{x^2-240x+16000}$

Khi đó $f(x)=AC+BC=\sqrt{x^2+3600}+\sqrt{x^2-240x+16000}$.

Ta cần tìm $\underset{(0;120)}{Min}\, f(x)$.

Ta có $f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+3600}}+\frac{x-120}{\sqrt{x^2-240x+16000}}$, khi bấm máy tính nhẩm nghiệm bằng cách nhập vào màn hình biểu thức $f'(x)$ và ấn SHIFT SOLVE và chọn một số nằm trong khoảng $(0;120)$ để dò nghiệm, như tôi nhập 2 máy nhanh chóng hiện nghiệm là 72 như sau:





Vậy từ đó ta có thể kết luận $CP = 72$.

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 NĂM HỌC 2024 – 2025

ĐỀ 5

MÔN TOÁN

Thời gian làm bài 90 phút không kể giao đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

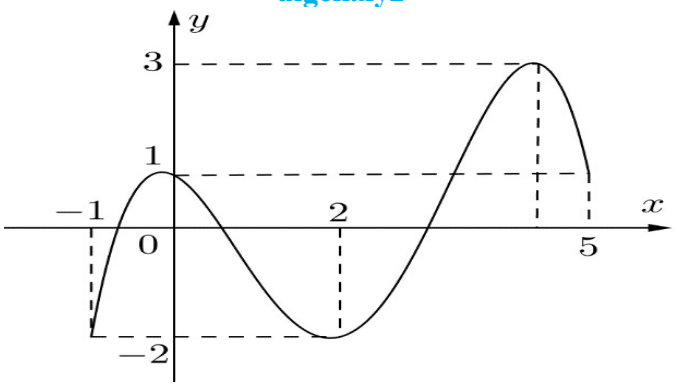
Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x = -1$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -2$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x.(x-1)^3.(x+2)^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

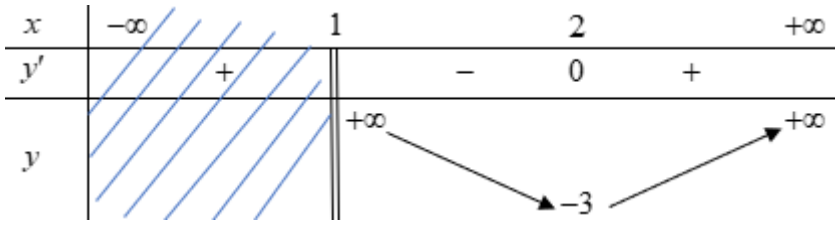
A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng



A. -1. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau đây



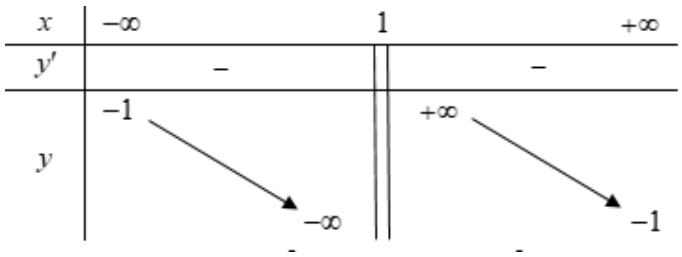
giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A. -3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ có tiệm cận ngang là

A. $x=1$. **B.** $y=1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=2$.

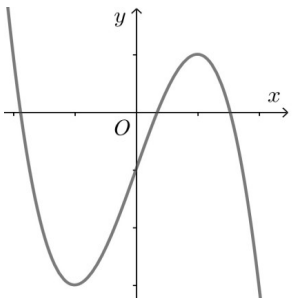
Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau'



Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

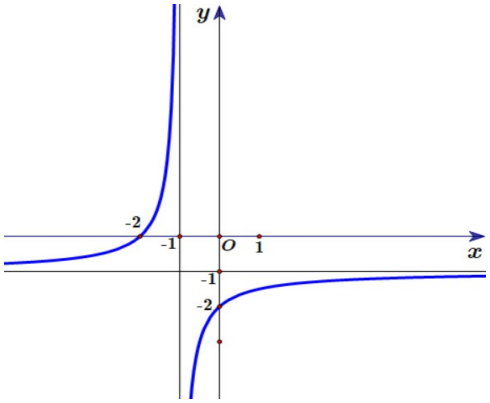
A. $x=1$. **B.** $y=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-1$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=-x^3+3x-1$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{-x^2+2x+3}{x-5}$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=\dfrac{-x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-x-2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a}=(1;2;3)$, $\vec{b}=(2;2;-1)$, $\vec{c}=(4;0;-4)$. Tọa độ của vecto $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}$ là

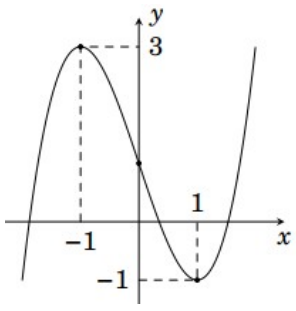
A. $\vec{d}=(-7;0;-4)$. **B.** $\vec{d}=(-7;0;4)$. **C.** $\vec{d}=(7;0;-4)$. **D.** $\vec{d}=(7;0;4)$.

Câu 12. Cho ba điểm $A(0;1;2), B(1;2;3), C(1;-2;-5)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn thẳng BC sao cho $\overrightarrow{MB}=-3\overrightarrow{MC}$. Tính độ dài đoạn thẳng AM

A. $\sqrt{30}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{13}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a),b),c),d) ở mỗi câu học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



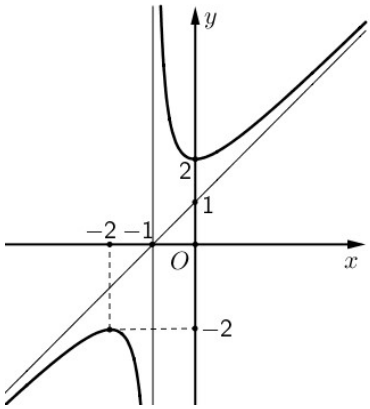
a) Điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là $x=-1$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-3;0]$ là -1.

c) Hàm số $g(x)=f\left(x^2+\frac{3}{4}\right)$ có đúng 3 điểm cực trị.

d) Hàm số $h(x)=\frac{f(x)-1}{x}$ nghịch biến trên khoảng $(-2024;-1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=\frac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Xét tính đúng sai của các phát biểu sau:

a) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=-1$.

c) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm $I(-1;0)$.

d Gọi A,B là 2 điểm cực trị của hàm số đã cho, diện tích tam giác OAB bằng $\sqrt{5}$.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Gọi O là tâm của hình vuông $BCC'B'$ và G là trọng tâm tam giác ADC.

a) $\overrightarrow{BD'}=\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$.

b) Góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{DA'}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60°.

c) $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{A'D'}=2a^2\sqrt{2}$.

d) $\overrightarrow{GO}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$.

a) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC bằng $\left(\frac{1}{3};\frac{8}{3};\frac{7}{3}\right)$.

b) Tam giác ABC có góc A là góc tù.

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm $D=(5;10;1)$.

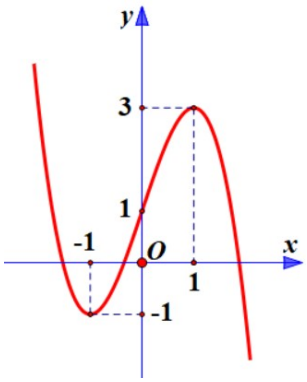
d) Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $E\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x-1$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng $(-2;3)$.

Câu 2. Ông A dự định sử dụng hết $5\,m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 3. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a,c,b,d\in \mathbf{Rn}$ có đồ thị như hình vẽ.



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y=\dfrac{(x^2-1)(x^2+x)}{[f(x)]^2-4f(x)+3}$ là bao nhiêu?

Câu 4. Một cốc chứa 20 ml dung dịch KOH với nồng độ 100 $\mathrm{mg/ml}$ và một bình chứa dung dịch KOH khác với nồng độ 10 $\mathrm{mg/ml}$. Lấy x (ml) ở bình trộn vào cốc ta được dung dịch KOH có nồng độ $C(x)$. Coi $C(x)$ là hàm số xác định với $x\geq 0$. Khi $x\in[5;15]$, nồng độ của dung dịch KOH đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu $\mathrm{mg/ml}$?

Câu 5. Tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là 10.

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(1;1;1), N(2;3;4), P(7;7;5)$. Điểm $Q(a;b;c)$ thỏa mãn tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành . Tính tổng $a+b+c$.

--------- Hết ---------

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐÁP ÁN PHẦN I

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	A	C	C	A	D	A	A	B	C	C	D

ĐÁP ÁN PHẦN II

CÂU 1	CÂU 2	CÂU 3	CÂU 4
a) sai	a) Đúng	a) Đúng	a) Sai
b) Sai	b) Sai	b) Sai	b) Sai
c) Đúng	c) Sai	c) Sai	c) Đúng
d) Đúng	d) Đúng	d) Đúng	d) Đúng

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu	1	2	3	4	5	6
Trả lời	3	1,01	4	82	2,5	13

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

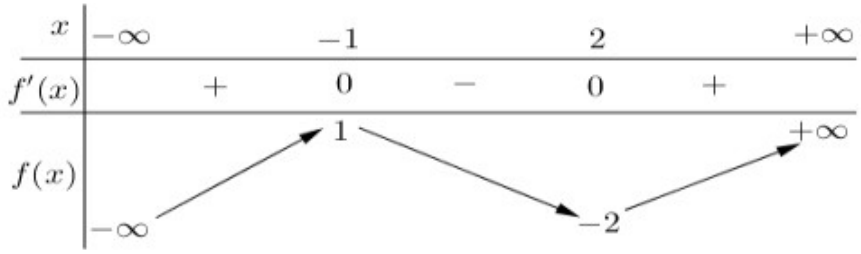
Lời giải

Chọn D

Căn cứ vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta có $f'(x)<0$ trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-1;1)$.

Vậy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-1;1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt giá trị cực đại $y_{CD}=1$ tại $x=-1$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x.(x-1)^3.(x+2)^4$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

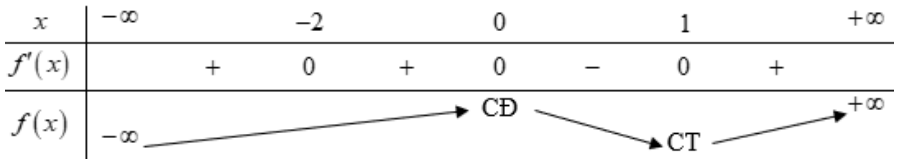
A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

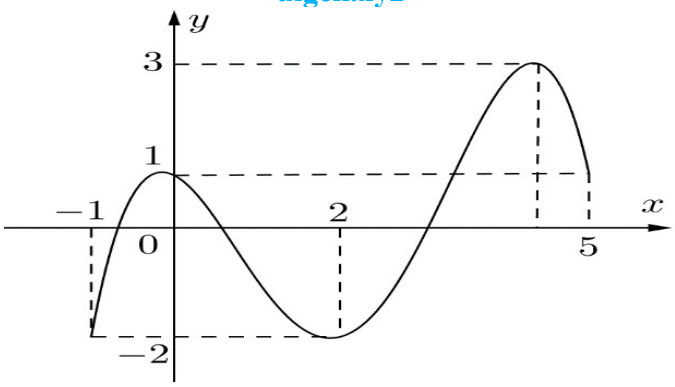
+ Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow x.(x-1)^3.(x+2)^4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



Vậy hàm số đã cho có 2 cực trị.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng



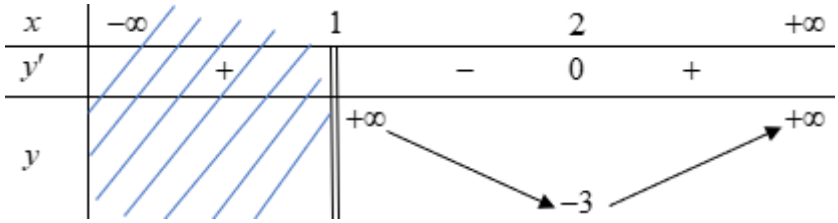
A. -1. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy: $\begin{cases} M = \max\limits_{[-1;5]} f(x) = 3 \\ m = \min\limits_{[-1;5]} f(x) = -2 \end{cases} \Rightarrow M + m = 1.$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau đây



giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A. -3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là -3.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x-1}$ có tiệm cận ngang là

A. $x = 1$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $y = 2$.

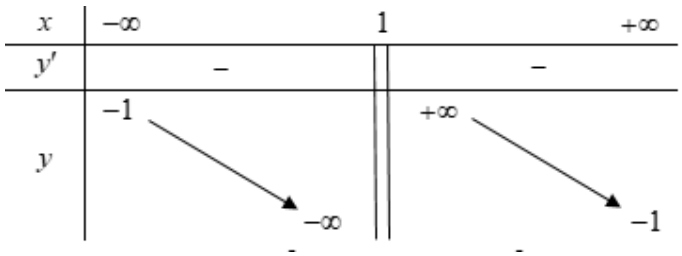
Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x\left(2-\dfrac{3}{x}\right)}{x\left(1-\dfrac{1}{x}\right)} = 2$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x\left(2-\dfrac{3}{x}\right)}{x\left(1-\dfrac{1}{x}\right)} = 2$.

Vậy đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=2$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau'



Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. $x=1$. **B.** $y=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-1$.

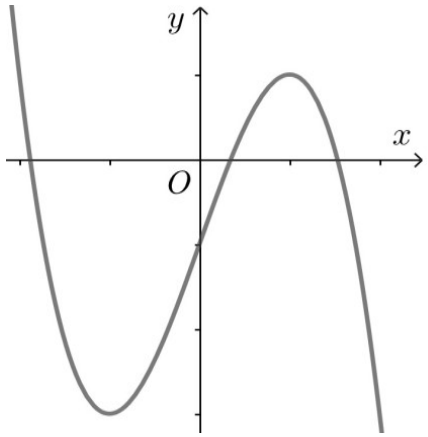
Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty\\ \lim\limits_{x\to 1^-} y=-\infty\end{array}\right\}\Rightarrow x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



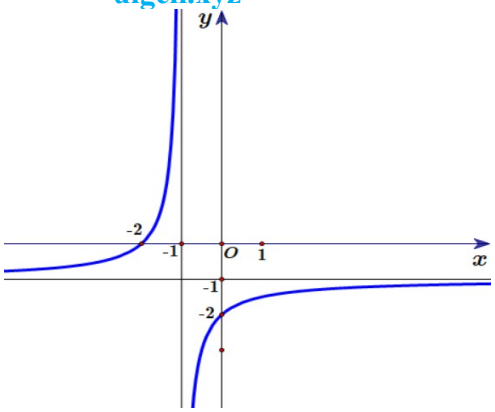
A. $y=-x^3+3x-1$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{-x^2+2x+3}{x-5}$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm số bậc 3 có hệ số $a<0$ nên nhận đáp án $y=-x^3+3x-1$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=\dfrac{-x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-x-2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị có đường tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận ngang $y=-1$ nên nhận đáp án $y=\dfrac{-x-2}{x+1}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$ và $\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{CB}$ nên suy ra $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a}=(1;2;3)$, $\vec{b}=(2;2;-1)$, $\vec{c}=(4;0;-4)$. Tọa độ của vecto $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}$ là

A. $\vec{d}=(-7;0;-4)$. **B.** $\vec{d}=(-7;0;4)$. **C.** $\vec{d}=(7;0;-4)$. **D.** $\vec{d}=(7;0;4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}=(1-2+2.4;2-2+2.0;3+1+2.(-4))=(7;0;-4)$

Câu 12. Cho ba điểm $A(0;1;2), B(1;2;3), C(1;-2;-5)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn thẳng BC sao cho $\overrightarrow{MB}=-3\overrightarrow{MC}$. Tính độ dài đoạn thẳng AM

A. $\sqrt{30}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x;y;z)$

Theo đề ta có $\overrightarrow{MB}=-3\overrightarrow{MC}$ nên suy ra

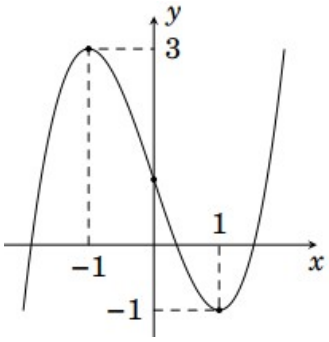
$$\begin{cases}1-x=-3+3x\\2-y=6+3y\\3-z=15+3z\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-1\\z=-3\end{cases}$$

Vậy điểm $M(1;-1;-3)$

Độ dài đoạn thẳng AM là $AM=\sqrt{(1-0)^2+(-1-1)^2+(-3-2)^2}=\sqrt{30}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a),b),c),d) ở mỗi câu học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



a) Điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là $x=-1$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-3;0]$ là -1.

c) Hàm số $g(x)=f\left(x^2+\frac{3}{4}\right)$ có đúng 3 điểm cực trị.

d) Hàm số $h(x)=\frac{f(x)-1}{x}$ nghịch biến trên khoảng $(-2024;-1)$.

Lời giải

Chọn a) Sai | b) Sai| c) Đúng | d) Đúng

a) Điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là $x=1$.

Chọn SAI.

b) Từ đồ thị ta thấy $\max\limits_{[-3;0]}f(x)=f(-1)=3$.

Chọn SAI.

c) Ta có:

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow 2x.f'\left(x^2+\frac{3}{4}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=0 \\ f'\left(x^2+\frac{3}{4}\right)=0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2+\frac{3}{4}=-1 \\ x^2+\frac{3}{4}=1 \end{array}\right. \text{ (vô nghiệm)} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{1}{2} \\ x=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

Vậy hàm số $g'(x)$ có đúng 3 điểm cực trị

Chọn ĐÚNG.

d) Ta có: $f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Từ đồ thị trên ta có: $\left\{\begin{array}{l} f(-)=3 \\ f(1)=-1 \\ f'(-1)=0 \\ f'(1)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -a+b-c+d=3 \\ a+b+c+d=-1 \\ 3a-2b+c=0 \\ 3a+2b+c=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} a=1 \\ b=0 \\ c=-3 \\ d=1 \end{array}\right.$

Vậy $f(x)=x^3-3x+1$

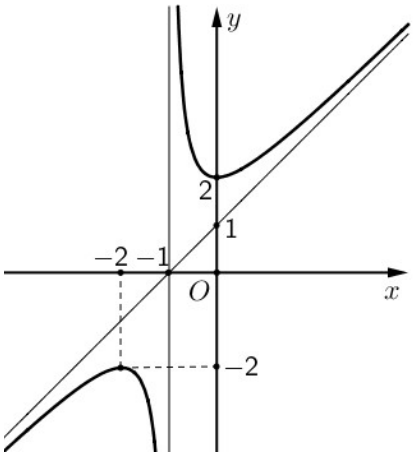
Ta có: $h(x)=\frac{f(x)-1}{x} \Leftrightarrow h(x)=x^2-3$

Xét $h'(x)=0 \Leftrightarrow 2x=0 \Leftrightarrow x=0$

Vậy hàm số $h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$, nên cũng nghịch biến trên khoảng $(-2024;-1)$.

Chọn ĐÚNG.

Câu 2. Cho hàm số $y=\frac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Xét tính đúng sai của các phát biểu sau:

a) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=-1$.

c) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm $I(-1;0)$.

d Gọi A,B là 2 điểm cực trị của hàm số đã cho, diện tích tam giác OAB bằng $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn a) Sai| b) Đúng| c) Đúng | d) Sai

a) TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2;-1)$ và $(-1;0)$.

Chọn SAI.

b) Dựa vào đồ thị, ta thấy đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $x=-1$.

Chọn ĐÚNG.

c) Dựa vào đồ thị, ta thấy đường tiệm cận xiên và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số cắt nhau tại điểm $I(-1;0)$ nên có tâm đối xứng là $(-1;0)$.

Chọn ĐÚNG.

d) Gọi $A(-2;-2)$ là điểm cực đại, $B(0;2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho, ta có: $OA=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2}=2\sqrt{2}$, $OB=2$, $AB=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$.

Từ đó : $p=\dfrac{OA+OB+AB}{2}=\dfrac{2\sqrt{2}+2+2\sqrt{5}}{2}=1+\sqrt{2}+\sqrt{5}$

Theo công thức He-ron ta có $S_{\Delta OAB}=\sqrt{p\left(p-2\sqrt{2}\right)(p-2)\left(p-2\sqrt{5}\right)}=2$.

Chọn SAI.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Gọi O là tâm của hình vuông $BCC'B'$ và G là trọng tâm tam giác ADC.

a) $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$.

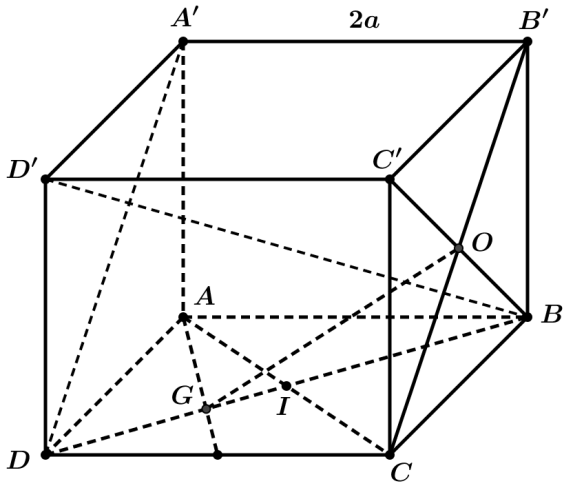
b) Góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{DA'}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng $60°$.

c) $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{A'D'} = 2a^2\sqrt{2}$.

d) $\overrightarrow{GO} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

Lời giải

Chọn a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng



a) Vì $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ nên ta có $\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BD'}$ theo quy tắc hình hộp.

Chọn ĐÚNG.

b) Ta thấy $\overrightarrow{DA'} = \overrightarrow{CB'}$ nên góc $\left(\overrightarrow{DA'}, \overrightarrow{AC}\right) = \left(\overrightarrow{CB'}, \overrightarrow{AC}\right) = 180° - \widehat{ACB'}$.

Vì $AC,\ B'C,\ AB'$ là đường chéo của các hình vuông bằng nhau nên $AC = B'C = AB'$

$\Rightarrow \Delta ACB'$ đều $\Rightarrow \widehat{ACB'} = 60°$. Vậy $\left(\overrightarrow{A'D}, \overrightarrow{AC}\right) = 180° - \widehat{ACB'} = 120°$.

Chọn SAI.

c) Vì $\overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{BC}$ nên $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{BD}.\overrightarrow{BC} = BD.BC.\cos\left(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}\right) = 2a\sqrt{2}.2a.\cos 45° = 4a^2$.

Chọn SAI.

d) Gọi $I = AC \cap BD$.

Vì G là trọng tâm tam giác ADC nên $DG = \frac{2}{3}DI = \frac{2}{3}.\frac{1}{2}DB = \frac{1}{3}DB \Rightarrow BG = \frac{2}{3}BD$.

$$\overrightarrow{GO}=\overrightarrow{BO}-\overrightarrow{BG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC'}-\frac{2}{3}\overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD'}-\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\right)$$

Ta có

$$=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)-\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)-\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\right)=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}.$$

Chọn ĐÚNG.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$.

a) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC bằng $\left(\frac{1}{3};\frac{8}{3};\frac{7}{3}\right)$.

b) Tam giác ABC có góc A là góc tù.

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm $D=(5;10;1)$.

d) Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $E\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right)$.

Lời giải

Chọn a) Sai | b) Sai| c) Đúng | d) Đúng

a) Tọa độ trọng tâm $G(x_G;y_G;z_G)$ của tam giác ABC là

$$\begin{cases}x_G=\dfrac{1+2-4}{3}\\ y_G=\dfrac{2-1+7}{3}\\ z_G=\dfrac{-1+3+5}{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_G=-\dfrac{1}{3}\\ y_G=\dfrac{8}{3}\\ z_G=\dfrac{7}{3}\end{cases}\Rightarrow G\left(-\frac{1}{3};\frac{8}{3};\frac{7}{3}\right).$$

Chọn SAI.

b) Vì $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(1;-3;4)\\ \overrightarrow{AC}=(-5;5;6)\end{cases}$. Ta có: $\frac{-2}{-5}\neq\frac{-1}{1}\neq\frac{2}{-3}\Rightarrow A,B,C$ không thẳng hàng

$\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=\dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{AC}\right|}=\dfrac{1.(-5)+3.(-5)+4.6}{\sqrt{26}.\sqrt{86}}>0$ nên tam giác ABC có góc A là góc nhọn

Chọn SAI.

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành:

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\begin{cases}2-1=-4-x_D\\ -1-2=7-y_D\\ 3-(-1)=5-z_D\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_D=-5\\ y_D=10\\ z_D=1\end{cases}\Rightarrow D(5;10;1).$$

Chọn ĐÚNG.

d) Ta có $BA=\sqrt{26};BC=2\sqrt{26}$.

Gọi E là chân đường phân giác trong góc B ta có $\frac{EA}{EC}=\frac{BA}{BC}=\frac{1}{2}\Rightarrow EC=2EA$.

Vì E là chân đường phân giác trong nên $2\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EC}=\vec{0}\Rightarrow\begin{cases}x_E=\frac{2x_A+x_C}{3}=-\frac{2}{3}\\ y_E=\frac{2y_A+y_C}{3}=\frac{11}{3}\\ z_E=\frac{2z_A+z_C}{3}=1\end{cases}$.

Vậy $E\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right)$.

Chọn ĐÚNG.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x-1$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng $(-2;3)$.

Lời giải

Trả lời: 3

Ta có $y'=6x^2+6(m-1)x+6(m-2)$.

$y'=0\Leftrightarrow x^2+(m-1)x+(m-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=-m+2\end{array}\right.$.

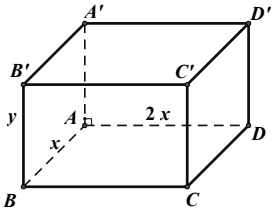
Để hàm số có điểm cực đại cực tiểu nằm trong khoảng $(-2;3)$ thì $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt nằm trong khoảng $(-2;3)\Leftrightarrow\begin{cases}-m+2\neq-1\\ -2<-m+2<3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq3\\ -1<m<4\end{cases}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 2. Ông A dự định sử dụng hết $5\,m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 1,01



Gọi x, y lần lượt là chiều rộng và chiều cao của bể cá (điều kiện $x, y > 0$).

Ta có thể tích bể cá $V = 2x^2 y$.

Theo đề bài, ta có $2xy + 2.2xy + 2x^2 = 5 \Leftrightarrow 6xy + 2x^2 = 5$

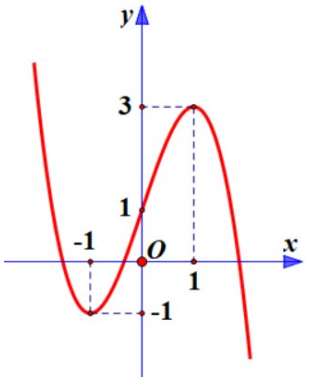
$\Leftrightarrow y = \dfrac{5 - 2x^2}{6x}$ (Điều kiện kiện $y > 0 \Leftrightarrow 5 - 2x^2 > 0 \Rightarrow 0 < x < \sqrt{\dfrac{5}{2}}$)

$\Rightarrow V = 2x^2 \dfrac{5 - 2x^2}{6x} = \dfrac{5x - 2x^3}{3} \Rightarrow V' = \dfrac{5 - 6x^2}{3} \Rightarrow V' = 0 \Leftrightarrow 5 - 6x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\dfrac{5}{6}}$.

x	0		$\sqrt{\frac{5}{6}}$		$\sqrt{\frac{5}{2}}$
V'		$+$	0	$-$	
V	0	↗	$\frac{5\sqrt{30}}{27}$	↘	0

$\Rightarrow V_{\max} = \dfrac{5\sqrt{30}}{27} \approx 1{,}01$ m^3.

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a, c, b, d \in \mathbf{Rn}$ có đồ thị như hình vẽ.



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y = \dfrac{\left(x^2 - 1\right)\left(x^2 + x\right)}{\left[f\left(x\right)\right]^2 - 4f\left(x\right) + 3}$ là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 4

Xét tử: $(x^2-1)(x^2+x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=0 & (\text{bội } 1) \\ x=1 & (\text{bội } 1) \\ x=-1 & (\text{bội } 2) \end{array}\right.$. $(*)$

Xét mẫu: $[f(x)]^2-4f(x)+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=1 \\ f(x)=3 \end{array}\right.$.

Với $f(x)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=0 & (\text{bội } 1) \\ x=a<-1 & (\text{bội } 1) \\ x=b>1 & (\text{bội } 1) \end{array}\right.$.

Với $f(x)=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=1 & (\text{bội } 2) \\ x=c<-1 & (\text{bội } 1) \end{array}\right.$.

Suy ra $[f(x)]^2-4f(x)+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=0 & (\text{bội } 1) \\ x=a<-1 & (\text{bội } 1) \\ x=b>1 & (\text{bội } 1) \\ x=1 & (\text{bội } 2) \\ x=c<-1 & (\text{bội } 1) \end{array}\right.$.

Kết hợp với $(*)$ suy ra: $x=a$; $x=b$; $x=1$; $x=c$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 4. Một cốc chứa 20 ml dung dịch KOH với nồng độ 100 mg/ml và một bình chứa dung dịch KOH khác với nồng độ 10 mg/ml. Lấy x (ml) ở bình trộn vào cốc ta được dung dịch KOH có nồng độ $C(x)$. Coi $C(x)$ là hàm số xác định với $x \geq 0$. Khi $x \in [5;15]$, nồng độ của dung dịch KOH đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu mg/ml?

Lời giải

Trả lời: 82

Trong 20 ml dung dịch KOH với nồng độ 100 mg/ml chứa $20.100=2000$ mg KOH.

Trong x ml dung dịch KOH với nồng độ 10 mg/ml chứa $x.10=10x$ mg KOH.

Dung dịch KOH có nồng độ là $C(x)=\dfrac{10x+2000}{x+20}$.

Ta có $C(x)=\dfrac{10x+2000}{x+20}$ xác định trên đoạn $[5;15]$.

$C'(x)=\dfrac{200-2000}{(x+20)^2}<0$, $\forall x \in [5;15]$.

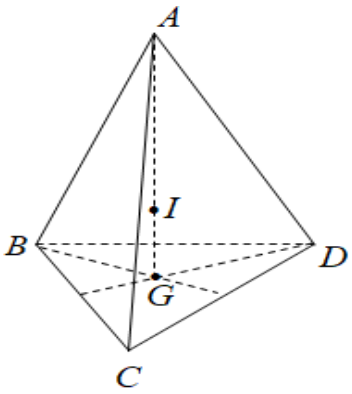
Suy ra hàm số nghịch biến trên đoạn $[5;15]$.

Vậy $\max\limits_{[5;15]} C(x) = C(5) = 82$ mg/ml.

Câu 5. Tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là 10.

Lời giải

Trả lời: 2,5



Gọi I là trọng tâm của tứ diện $ABCD$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD, suy ra $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=0$

Ta có $ABCD$ là tứ diện đều nên $AG \perp (BCD)$, nên $AG = 10$ cm và $IG \perp (BCD)$

Do đó khoảng cách từ I đến các mặt của nó là IG

Vì I là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên ta có $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=0$

Suy ra $\overrightarrow{IA}=-\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{ID}$ hay $\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{DG}+3\overrightarrow{GI}=3\overrightarrow{GI}$, suy ra $\overrightarrow{IG}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AG}$

Suy ra $IG=\frac{1}{4}AG=2,5$.

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(1;1;1), N(2;3;4), P(7;7;5)$. Điểm $Q(a;b;c)$ thỏa mãn tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành . Tính tổng $a+b+c$.

Lời giải

Trả lời: 13

Ta có $\overrightarrow{MN}=(1;2;3), \overrightarrow{QP}=(7-a;7-b;5-c)$.

$MNPQ$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{QP} \Leftrightarrow \begin{cases} 1=7-a \\ 2=7-b \\ 3=5-c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=5 \\ c=2 \end{cases}$.

Vậy $Q(6;5;2)$. Suy ra $a+b+c=13$.

……Hết……