

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 0124

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1; -2; 3)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u}(1; -2; 1)$ là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$. B. $\frac{-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$. C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{3}$.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Tiêu cự của elip đó là

A. 6 . B. 3 . C. 8 . D. 10 .

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 3y + z + 5 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_1(2; -3; -1)$. B. $\vec{n}_3(2; -3; 5)$. C. $\vec{n}_2(2; -3; 1)$. D. $\vec{n}_4(2; 3; -1)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$+\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào?

- A. $(4; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(0; 1)$.

Câu 5. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh 2, AC' tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° . Tính thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $\frac{8\sqrt{6}}{3}$. B. $8\sqrt{6}$. C. $8\sqrt{3}$. D. $4\sqrt{6}$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu?

- A. $x^2 + 2y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + 2z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$. D. $2x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$.

Câu 7. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ là

- A. $\tan x + C$. B. $\frac{1}{\sin x} + C$. C. $\cot x + C$. D. $-\cot x + C$.

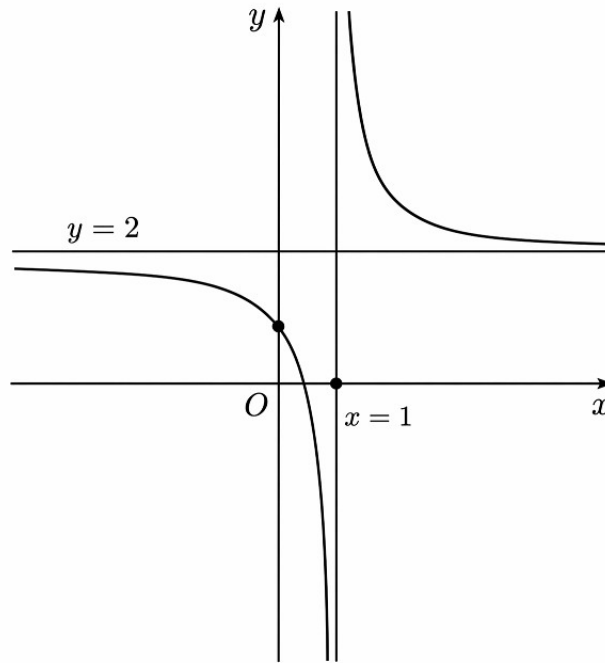
Câu 8. Tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x, dx$.

- A. $-1,57$. B. -1 . C. 1 . D. $1,57$.

Câu 9. Nếu $\log_a b = 3$ thì $\log_a b^4$ bằng

- A. 12. B. 6. C. 81. D. 7.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ac \neq 0, ad-bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $y = 1$. B. $x = 1$. C. $y = 2$. D. $x = 2$.

Câu 11. Cho mẫu số liệu ghép nhóm có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Tần số	4	5	8	7	5

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)

- A. 2,54. B. 2,55. C. 2,56. D. 2,57.

Câu 12. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

- A. $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$. B. $\cos(a-b) = \cos a \sin b - \sin a \cos b$.
C. $\cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$. D. $\cos(a-b) = \cos a \sin b + \sin a \cos b$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị: km), mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, trục Oz hướng thẳng đứng lên trên. Một trạm ra-đa đặt tại gốc O với bán kính quét tối đa $R = 120$ km. Một vật thể bắt đầu chuyển động từ vị trí $A(6;8;0)$ với vận tốc tại thời điểm t giây tính từ khi xuất phát là $v(t) = 20 + 0,6t - 0,0015t^2$ (m/s) và bay theo hướng vectơ $\vec{u} = (2;1;2)$. Sau một khoảng thời gian chưa đầy 5 phút, vật thể đến vị trí B có độ cao 8 km.

a) Phương trình mặt cầu giới hạn vùng giám sát của ra-đa là $x^2 + y^2 + z^2 = 14400$.

b) Phương trình đường thẳng AB là $\frac{x-6}{2} = \frac{y-8}{1} = \frac{z}{2}$.

c) Quãng đường vật thể di chuyển từ A đến B là 12 km.

d) Sau khi đến vị trí B , vật thể chuyển động thẳng đều theo hướng thoát khỏi vùng giám sát của ra-đa nhanh nhất (giữ nguyên vận tốc tại thời điểm B). Khi đó thời gian di chuyển của vật thể từ lúc xuất phát cho đến khi bắt đầu thoát khỏi vùng giám sát hơn 25 phút.

Câu 2. Trong một sảnh lớn của một công ty, có một lối đi vào khu làm việc. Công ty đang thử nghiệm tại lối đi này một hệ thống cửa tự động có sử dụng công nghệ nhận diện gương mặt. Khi nhận diện gương mặt là nhân viên thì hệ thống mới mở cửa để người đó vào.

- Đối với nhân viên công ty, hệ thống nhận diện đúng với xác suất 98%.
- Đối với khách, hệ thống nhận diện nhầm là nhân viên với xác suất 10%.

Biết rằng trong sảnh của công ty, tỉ lệ nhân viên công ty là 80%, còn lại là khách.

- Xác suất hệ thống từ chối mở cửa cho một khách là $0,9$.
- Xác suất hệ thống mở cửa cho một người bất kỳ đi vào là $0,804$.
- Một người bị hệ thống từ chối mở cửa, xác suất người đó là nhân viên công ty nhỏ hơn $0,08$.
- Giả sử tất cả mọi người trong sảnh đã được hệ thống quét nhận diện gương mặt, chọn ngẫu nhiên một người trong số đó. Xác suất để người đó đã bị hệ thống nhận diện nhầm là $0,036$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$ có đồ thị (C) .

- Tập xác định hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$f'(x) = \frac{-2}{(x+1)^2} \quad \forall x \neq -1$$

$$f(1) = 2$$

- Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 3]$. Khi đó $M + m = 4$.

Câu 4. Một viên pin dự phòng có dung lượng thiết kế là 20000 mAh đang vừa sạc vừa cấp điện cho một thiết bị khác. Trong quá trình này, các kỹ sư sử dụng một mô hình gần đúng để mô tả tại thời điểm t phút ($t \geq 0$) kể từ khi khảo sát như sau:

Tốc độ nạp điện vào pin là $f(t) = 400e^{-0,01t}$ (mAh / phút).

Do thiết bị hoạt động và hao phí trên mạch điện nên điện tích bị tiêu hao.

Tốc độ tiêu hao là $g(t) = 20e^{0,04t}$ (mAh / phút).

Gọi $Q(t)$ là lượng điện tích tích lũy được trong pin tại thời điểm t phút kể từ khi bắt đầu khảo sát. Biết rằng tốc độ biến thiên của $Q(t)$ là $Q'(t) = f(t) - g(t)$ và tại thời điểm ban đầu, lượng điện tích tích lũy bằng 0.

- Hàm số $Q(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $h(t) = 400e^{-0,01t} - 20e^{0,04t}$.

- $Q(t) = -40000e^{-0,01t} - 500e^{0,04t} + C$, C là hằng số.

- Nếu sạc trong 20 phút thì pin được hơn 35%.

- Để bảo vệ tuổi thọ pin, nhà sản xuất quy định: “Chỉ được phép sạc pin chừng nào tốc độ nạp $f(t)$ còn lớn hơn ít nhất 3 lần tốc độ tự xả $g(t)$ ”. Có hai loại dây sạc: dây sạc thường (ngắt khi điện tích đạt lớn nhất) và dây sạc thông minh (ngắt theo quy định nhà sản xuất). Khi đó, lượng điện tích tối đa thu được từ dây sạc thường lớn hơn dây sạc thông minh không quá 1500 mAh.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Thí sinh điền kết quả mỗi câu vào mỗi ô trả lời tương ứng theo hướng dẫn của phiếu trả lời.

Câu 1. Một cơ sở sản xuất nước mắm dự định tung ra thị trường dòng sản phẩm nước mắm đặc biệt. Dự kiến mỗi tháng cơ sở sản xuất và bán ra x chai ($0 \leq x \leq 1000$). Giá bán mỗi chai được ấn định là 300000 đồng. Tổng chi phí sản xuất x chai mỗi tháng (bao gồm nguyên liệu, nhân công, bao bì và chi phí vận hành) được

$$C(x) = \frac{1}{5}x^2 + 60x + 25000$$

ước tính bởi hàm số:

(đơn vị: nghìn đồng). Hỏi cơ sở nên sản xuất bao nhiêu chai

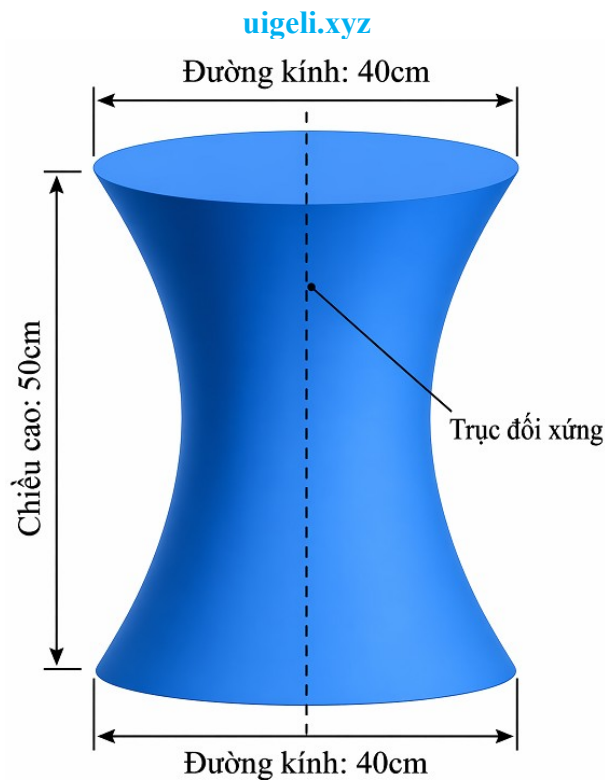
mỗi tháng để lợi nhuận đạt giá trị lớn nhất?

Câu 2. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 4. Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng 2. Tính thể tích khối lăng trụ (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).

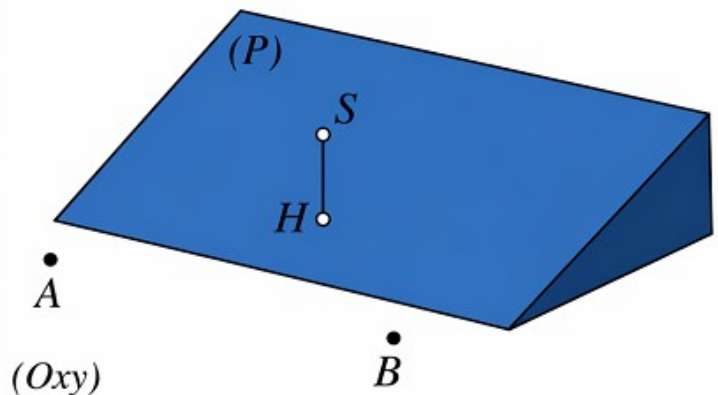
Câu 3. Trong một trò chơi, có 20 chiếc đèn được bố trí cách đều nhau trên một vòng tròn lớn (hình vẽ). Khi người chơi bấm nút, hệ thống máy tính sẽ chọn ngẫu nhiên 3 chiếc đèn để thắp sáng đồng thời. Nếu tâm của vòng tròn nằm hoàn toàn bên trong tam giác tạo bởi 3 bóng đèn được thắp sáng đó thì người chơi được nhận một phần quà. Mỗi người chơi thực hiện 5 lần bấm nút. Tính xác suất để một người chơi may mắn giành được ít nhất 2 phần quà (không làm tròn kết quả ở các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm).



Câu 4. Một nghệ nhân tại làng nghề đúc đồng, nhận chế tác các mẫu đèn trang trí cao cấp bằng đồng. Mỗi chiếc đèn có dạng khối tròn xoay đặc, cao 50 cm, với thiết kế mềm mại và cân đối quanh một trục thẳng đứng. Khi cắt chiếc đèn bởi một mặt phẳng bất kỳ đi qua trục đối xứng, ta thu được một thiết diện giới hạn bởi hai đường parabol đối xứng nhau qua trục này. Theo yêu cầu thiết kế: Mặt trên và mặt đáy của đèn đều là hình tròn có đường kính 40 cm; phần thân được bo thon đều về phía trung tâm, tại đó đường kính nhỏ nhất là 30 cm. Biết khối lượng riêng của đồng là 8960 kg/m^3 , giá đồng là 220 nghìn đồng/kg và chi phí gia công cho mỗi sản phẩm là 10 triệu đồng (lượng đồng hao hụt trong quá trình gia công được xem là không đáng kể). Tổng chi phí để hoàn thiện một chiếc đèn theo thiết kế trên là bao nhiêu triệu đồng (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười).



Câu 5. Trong một dự án phủ sóng viễn thông cho vùng cao, các kỹ sư cần lắp đặt một trạm phát sóng trên một sườn núi. Qua khảo sát, sườn núi này được mô hình hóa trong hệ tọa độ $Oxyz$ bằng mặt phẳng $(P): x + y - 4z - 7 = 0$ (với $z \geq 0$, đơn vị trên các trục là 100 m). Trạm phát sóng có cột ăng-ten cao 100 m, được dựng thẳng đứng (song song với trục Oz) với chân cột $H(x_H; y_H; z_H)$ nằm trên sườn núi (P) . Thiết bị phát tín hiệu đặt tại đỉnh S của cột có bán kính phủ sóng tối đa là $100\sqrt{54}$ m. Dưới chân núi có một khu dân cư nhỏ nằm trong mặt phẳng (Oxy) . Để đảm bảo sóng ổn định và bao phủ toàn bộ khu vực này, các kỹ sư tính toán yêu cầu hai vị trí trọng yếu là $A(-2; 3; 0)$ và $B(2; 1; 0)$ phải nằm ở vạch ranh giới cuối cùng của vùng phủ sóng. Tính giá trị $T = x_H \cdot y_H \cdot z_H$.



Câu 6. Ông Hoàng có 3 tỷ đồng dự định đầu tư trong 15 năm để tạo quỹ hưu trí. Ông cân nhắc chọn một trong hai phương án sau:

Phương án 1: Gửi tiết kiệm toàn bộ số tiền một lần vào ngân hàng với lãi suất 8%/năm, lãi kép kỳ hạn một năm và không rút vốn trong suốt thời gian đầu tư.

Phương án 2: Gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất 5,8%/năm, lãi kép kỳ hạn một năm. Vào cuối mỗi năm, ông rút một số tiền cố định là X đồng để đầu tư vào một chứng chỉ quỹ cổ phiếu có mức sinh lời cố định

15%/năm (mức sinh lời này được áp dụng tính toán tương tự như lãi suất ngân hàng theo thể thức lãi kép).
 Biết X được tính toán sao cho tài khoản tiền gửi ngân hàng vừa hết ngay sau lần rút cuối cùng.
 Giả sử lãi suất và mức sinh lời không đổi, sau 15 năm, tổng số tiền thu được từ Phương án 2 nhiều hơn Phương án 1 bao nhiêu triệu đồng (không làm tròn kết quả ở các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị)?

---HẾT---

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ĐA	B	A	C	D	B	B	D	C	A	B	C	A

Phần II.

Câu	a	b	c	d
Câu 1	Đ	Đ	Đ	S
Câu 2	Đ	Đ	S	Đ
Câu 3	Đ	Đ	Đ	S
Câu 4	S	S	S	S

Phần III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Phần III	600	17	0,28	96,7	24	4989

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN

Câu 1

Đường thẳng đi qua $M(1; -2; 3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}(1; -2; 1)$ có phương trình đối xứng là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$$

Trong các đáp án in trên đề, phương án đúng phải là **B**, nhưng ảnh đề bị lỗi in, thiếu chữ x ở phân thức đầu.

Chọn B.

Câu 2

Elip có dạng chuẩn là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a^2 = 25$ $b^2 = 16$.

Suy ra $a = 5$ $b = 4$.

$$c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow c = 3$$

Ta có

$$2c = 6$$

Tiêu cự là

Chọn A.

Câu 3

$$(P): 2x - 3y + z + 5 = 0$$

Mặt phẳng có một vector pháp tuyến là
 $\vec{n} = (2; -3; 1)$

Chọn C.

Câu 4

Từ bảng biến thiên:

$$(-\infty; -1)$$

• Hàm số tăng trên

$$(-1; 0)$$

• Hàm số giảm trên

$$(0; 1)$$

• Hàm số giảm trên

$$(1; +\infty)$$

• Hàm số tăng trên

$$(0; 1)$$

Trong các đáp án, chỉ có là khoảng nghịch biến.

Chọn D.

Câu 5

2

Khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh , nên diện tích đáy là
 $S_{\text{đáy}} = 2^2 = 4$

AC'

$(ABCD)$

60°

Đường chéo không gian tạo với mặt phẳng đáy góc

Hình chiếu vuông góc của AC' lên đáy là AC .

Ta có

$$AC = 2\sqrt{2}$$

Gọi chiều cao khối hộp là h .

Khi đó

$$\tan 60^\circ = \frac{h}{AC} = \frac{h}{2\sqrt{2}}$$

Suy ra

$$h = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{6}$$

Vậy thể tích là

$$V = S_{\text{đáy}} \cdot h = 4 \cdot 2\sqrt{6} = 8\sqrt{6}$$

Chọn B.

Câu 6

Phương trình mặt cầu trong không gian phải có hệ số của x^2, y^2, z^2 bằng nhau.

Trong các phương án, chỉ có

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$$

thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 7

$$f(x) = \frac{1}{\sin^2 x} = \csc^2 x$$

Ta biết

$$\int \csc^2 x, dx = -\cot x + C$$

Vậy họ nguyên hàm là
 $-\cot x + C$

Chọn D.

Câu 8

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x, dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 - 0 = 1$$

Chọn C.

Câu 9

$$\log_a b = 3$$

Nếu thì

$$\log_a b^4 = 4 \log_a b = 4 \cdot 3 = 12$$

Chọn A.

Câu 10

Nhìn vào đồ thị, tiệm cận ngang là $y = 2$ và tiệm cận đứng là $x = 1$.

Chọn B.

Câu 11

Các điểm giữa lớp là:

9 [8;10)

- cho nhóm

11 [10;12)

- cho nhóm

13 [12;14)

- cho nhóm

15 [14;16)

- cho nhóm

17 [16;18)

- cho nhóm

4,5,8,7,5

Tần số tương ứng: .

Tổng số phần tử:

$$n = 4 + 5 + 8 + 7 + 5 = 29$$

Trung bình cộng:

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 9 + 5 \cdot 11 + 8 \cdot 13 + 7 \cdot 15 + 5 \cdot 17}{29} = \frac{385}{29} \approx 13,2759$$

Phương sai:

$$s^2 = \frac{1}{29} \left[4(9 - \bar{x})^2 + 5(11 - \bar{x})^2 + 8(13 - \bar{x})^2 + 7(15 - \bar{x})^2 + 5(17 - \bar{x})^2 \right] \approx 6,5446$$

Độ lệch chuẩn:

$$s = \sqrt{6,5446} \approx 2,5582$$

2,56

Làm tròn đến hàng phần trăm được .

Chọn C.**Câu 12**

Công thức đúng là

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

Chọn A.**PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI****Câu 1** O $R = 120$

Ra-đa đặt tại , bán kính quét tối đa km.

 $A(6; 8; 0)$ $\vec{u} = (2; 1; 2)$

Vật thể xuất phát từ , bay theo hướng .

Ý a)

Mặt cầu tâm O , bán kính 120 có phương trình
 $x^2 + y^2 + z^2 = 120^2 = 14400$

Kết luận: Đúng.

Ý b)

Đường thẳng AB đi qua $A(6; 8; 0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 2)$ nên có phương trình

$$\frac{x-6}{2} = \frac{y-8}{1} = \frac{z}{2}$$

Kết luận: Đúng.

Ý c)

$$B = A + k\vec{u} = (6 + 2k; 8 + k; 2k)$$

Gọi

Vì B có độ cao 8 km nên
 $2k = 8 \Rightarrow k = 4$

Suy ra

$$B = (14; 12; 8)$$

Khi đó

$$AB = |4\vec{u}| = 4\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = 4 \cdot 3 = 12 \text{ km.}$$

Kết luận: Đúng.

Ý d)

Quãng đường từ A đến B là 12 km $= 12000$ m.

Vận tốc:

$$v(t) = 20 + 0,6t - 0,0015t^2$$

t

Quãng đường đi được sau giây là

$$s(t) = \int_0^t (20 + 0,6u - 0,0015u^2), du = 20t + 0,3t^2 - 0,0005t^3$$

 B

Tìm thời điểm đến :

$$20t + 0,3t^2 - 0,0005t^3 = 12000$$

$$t = 200$$

Thử thì

$$20 \cdot 200 + 0,3 \cdot 200^2 - 0,0005 \cdot 200^3 = 4000 + 12000 - 4000 = 12000$$

 B 200

Vậy vật thể đến sau giây.

 B

Vận tốc tại :

$$v(200) = 20 + 0,6 \cdot 200 - 0,0015 \cdot 200^2 = 80$$

m/s.

 O

Để thoát ra nhanh nhất khỏi vùng cầu, vật thể phải bay theo phương bán kính từ ra ngoài, tức là theo hướng $\overrightarrow{OB}$.

Ta có

$$OB = \sqrt{14^2 + 12^2 + 8^2} = \sqrt{404} = 2\sqrt{101} \approx 20,10$$

km.

 B

Quãng đường ngắn nhất từ đến mặt cầu là

$$120 - 2\sqrt{101} \approx 99,90 = 99800$$

km m (xấp xỉ).

Thời gian đi đoạn này là

$$\frac{99800}{80} \approx 1248,75$$

giây.

Tổng thời gian từ lúc xuất phát đến khi bắt đầu thoát khỏi vùng giám sát là

$$200 + 1248,75 = 1448,75$$

giây

$$\approx 24,15$$

phút.

25

Không lớn hơn phút.

Kết luận: Sai.

Đáp án câu 1: Đ, Đ, Đ, S.

Câu 2

Gọi:

$$N \quad P(N) = 0,8$$

- : người đó là nhân viên, .

$$K \quad P(K) = 0,2$$

- : người đó là khách, .

M

- : hệ thống mở cửa.

Ta có:

$$P(M | N) = 0,98$$

•

$$P(M | K) = 0,10$$

•

Suy ra:

$$P(\bar{M} | N) = 0,02$$

•

$$P(\bar{M} | K) = 0,90$$

•

Ý a)

Xác suất từ chối mở cửa cho một khách là

$$P(\bar{M} | K) = 0,9$$

.

Kết luận: Đúng.

Ý b)

Xác suất hệ thống mở cửa cho một người bất kỳ là

$$P(M) = P(M | N)P(N) + P(M | K)P(K)$$

$$= 0,98 \cdot 0,8 + 0,10 \cdot 0,2 = 0,784 + 0,02 = 0,804$$

Kết luận: Đúng.

Ý c)

Xác suất một người bị từ chối mở cửa là nhân viên:

$$P(N | \bar{M}) = \frac{P(\bar{M} | N)P(N)}{P(\bar{M})}$$

Trong đó

$$P(\bar{M}) = 0,02 \cdot 0,8 + 0,9 \cdot 0,2 = 0,016 + 0,18 = 0,196$$

Suy ra

$$P(N | \bar{M}) = \frac{0,016}{0,196} \approx 0,0816$$

$$0,08$$

Giá trị này **lớn hơn**

Kết luận: Sai.

Ý d)

Một người bị nhận diện nhầm khi:

$$0,8 \cdot 0,02 = 0,016$$

- là nhân viên nhưng bị từ chối: xác suất

$$0,2 \cdot 0,10 = 0,02$$

- là khách nhưng bị mở cửa: xác suất

Tổng xác suất nhận diện nhầm là

$$0,016 + 0,02 = 0,036$$

Kết luận: Đúng.

Đáp án câu 2: Đ, Đ, S, Đ.

Câu 3

$$f(x) = \frac{x+3}{x+1}$$

Cho

Ý a)

$$x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$$

Điều kiện xác định:

Vậy tập xác định là

$$D = \mathbb{R}, -1$$

Kết luận: Đúng.

Ý b)

$$f'(x) = \frac{(x+1) - (x+3)}{(x+1)^2} = \frac{-2}{(x+1)^2}$$

Kết luận: Đúng.

Ý c)

$$f(1) = \frac{1+3}{1+1} = \frac{4}{2} = 2$$

Kết luận: Đúng.

Ý d)

$$[1; 3]$$

Trên đoạn , ta có

$$f'(x) = \frac{-2}{(x+1)^2} < 0$$

$$[1; 3]$$

nên hàm số nghịch biến trên

Do đó:

$$M = f(1) = 2$$

- giá trị lớn nhất: ,

$$m = f(3) = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

- giá trị nhỏ nhất: .

Suy ra

$$M + m = 2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2} = 3,5 \neq 4$$

Kết luận: Sai.

Đáp án câu 3: Đ, Đ, Đ, S.

Câu 4

Ta có:

$$f(t) = 400e^{-0,011t}$$

•

$$g(t) = 20e^{0,04t}$$

•

$$Q'(t) = f(t) - g(t) = 400e^{-0,011t} - 20e^{0,04t} \quad Q(0) = 0$$

- , và .

Ý a)

$$h(t) = 400e^{-0,01t} - 20e^{0,04t}$$

Đề cho

$$Q'(t) = 400e^{-0,011t} - 20e^{0,04t}$$

Nhưng thực tế

$$-0,011t \quad -0,01t$$

Hai biểu thức khác nhau ở số mũ và .

Kết luận: Sai.

Ý b)

$$400e^{-0,011t}$$

Nguyên hàm đúng của là

$$\frac{400}{-0,011}e^{-0,011t} = -\frac{400000}{11}e^{-0,011t}$$

,

$$-40000e^{-0,011t}$$

không phải .

Vì vậy biểu thức đã cho sai.

Kết luận: Sai.

Ý c)

Ta tính

$$Q(20) = \int_0^{20} (400e^{-0,011t} - 20e^{0,04t}) dt$$

.

Suy ra

$$Q(t) = \frac{400}{0,011}(1 - e^{-0,011t}) - 500(e^{0,04t} - 1)$$

$$t = 20$$

Thế :

$$Q(20) \approx 6568,36$$

mAh.

$$20000$$

$$35\%$$

Dung lượng thiết kế là mAh, nên là

$$0,35 \cdot 20000 = 7000$$

mAh.

$$6568,36 < 7000$$

$$35\%$$

Vì , nên chưa được hơn .

Kết luận: Sai.

Ý d)

$$Q'(t) = 0 \quad f(t) = g(t)$$

- Dây sạc thường ngắt khi điện tích đạt lớn nhất, tức là khi , hay .

$$f(t) \geq 3g(t)$$

$$f(t) = 3g(t)$$

- Dây sạc thông minh ngắt khi vừa hết điều kiện , tức là tại thời điểm .

Dây sạc thường

Giải

$$400e^{-0,011t} = 20e^{0,04t}$$

$$\Leftrightarrow 20 = e^{0,051t}$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{\ln 20}{0,051} \approx 58,74$$

phút.

Khi đó

$$Q(t_1) \approx 12566,05$$

mAh.

Dây sạc thông minh

Giải

$$400e^{-0,011t} = 3 \cdot 20e^{0,04t}$$

$$\Leftrightarrow \frac{20}{3} = e^{0,051t}$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{\ln(20/3)}{0,051} \approx 37,20$$

phút.

Khi đó

$$Q(t_2) \approx 10497,19$$

mAh.

Hiệu là

$$12566,05 - 10497,19 \approx 2068,86$$

mAh.

1500

Giá trị này **lớn hơn** mAh.

Kết luận: Sai.

Đáp án câu 4: S, S, S, S.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1

Giá bán mỗi chai là $\frac{300000}{300}$ đồng, tức là 300 nghìn đồng.

Do đó doanh thu là

$$R(x) = 300x$$

(nghìn đồng).

Chi phí là

$$C(x) = \frac{1}{5}x^2 + 60x + 25000$$

Lợi nhuận:

$$P(x) = R(x) - C(x) = 300x - \left(\frac{1}{5}x^2 + 60x + 25000 \right)$$

$$= -\frac{1}{5}x^2 + 240x - 25000$$

$$a < 0$$

Đây là tam thức bậc hai có hệ số $a < 0$, nên đạt giá trị lớn nhất tại đỉnh:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{240}{2 \cdot (-1/5)} = 600$$

Vậy cơ sở nên sản xuất **600 chai** mỗi tháng.

Câu 2

Gọi chiều cao lăng trụ là h .

Vì là lăng trụ tam giác đều nên đáy ABC là tam giác đều cạnh 4 và cạnh bên vuông góc với đáy.

Đặt hệ trục tọa độ sao cho:

$$\begin{aligned} & A(0; 0; 0) \quad B(4; 0; 0) \quad C(2; 2\sqrt{3}; 0) \\ & A'(0; 0; h) \quad B'(4; 0; h) \quad C'(2; 2\sqrt{3}; h) \end{aligned}$$

Mặt phẳng $(AB'C')$ đi qua A , B' , C' .

Ta có

$$\overrightarrow{AB'} = (4; 0; h) \quad \overrightarrow{AC'} = (2; 2\sqrt{3}; h)$$

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(AB'C')$ là
 $\vec{n} = \overrightarrow{AB'} \times \overrightarrow{AC'}$

Từ đó suy ra khoảng cách từ $A'(0; 0; h)$ đến mặt phẳng $(AB'C')$ là

$$d = \frac{2\sqrt{3}h}{\sqrt{h^2 + 12}}$$

$$d = 2 \quad \frac{2\sqrt{3}h}{\sqrt{h^2 + 12}} = 2$$

Theo đề bài, nên

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}h = \sqrt{h^2 + 12} \Leftrightarrow 3h^2 = h^2 + 12 \Leftrightarrow 2h^2 = 12$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 6 \Rightarrow h = \sqrt{6}$$

Diện tích đáy tam giác đều cạnh 4 là

$$S_{\text{đáy}} = \frac{4^2 \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$$

Thể tích lăng trụ:

$$V = S_{\text{đáy}} \cdot h = 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 4\sqrt{18} = 12\sqrt{2} \approx 16,97$$

Làm tròn đến hàng đơn vị: **17**.

Câu 3

Mỗi lần bấm, chọn ngẫu nhiên 3 đèn trong 20 đèn.

Tổng số cách chọn là

$$\binom{20}{3} = 1140$$

Tâm của vòng tròn nằm **bên trong** tam giác khi và chỉ khi ba đỉnh được chọn **không cùng nằm trong một nửa đường tròn**.

a, b, c

Gọi a, b, c là số cung nhỏ liên tiếp giữa ba đèn được chọn theo thứ tự quanh vòng tròn. Khi đó:

a, b, c

- a, b, c là các số nguyên dương,

$$a + b + c = 20$$

- a, b, c không cùng nằm trong một nửa đường tròn.

10

Để tâm nằm trong tam giác, cần và đủ mọi cung đều nhỏ hơn 10 , tức là $a < 10, b < 10, c < 10$

(a, b, c)

Đếm số bộ (a, b, c) có thứ tự

$$a + b + c = 20$$

Tổng số nghiệm nguyên dương của $a + b + c = 20$ là

$$\binom{19}{2} = 171$$

$$a \geq 10$$

Số nghiệm có $a \geq 10$:

$$a' = a - 10 \geq 0 \quad b' = b - 1 \geq 0 \quad c' = c - 1 \geq 0$$

Đặt $a' = a - 10, b' = b - 1, c' = c - 1$.

$$a' + b' + c' = 8$$

Khi đó $a' + b' + c' = 8$.

$$\binom{10}{2} = 45$$

Số nghiệm là $\binom{10}{2} = 45$.

$$b \geq 10 \quad 45 \quad c \geq 10 \quad 45$$

Tương tự, số nghiệm có $b \geq 10$ là 45 , số nghiệm có $c \geq 10$ là 45 .

Không có giao của hai trường hợp vì nếu hai số cùng thì tổng ít nhất là , số còn lại không thể dương.

$$(a, b, c)$$

Vậy số bộ thỏa là

$$171 - 45 - 45 - 45 = 36$$

Suy ra số tam giác thuận lợi

$$20$$

Chọn một đèn làm điểm bắt đầu, có cách.

$$36 \quad (a, b, c)$$

Với mỗi cách đó có bộ thuận lợi.

$$3$$

Mỗi tam giác bị đếm lần do có thể bắt đầu từ mỗi đỉnh của nó.

Vì vậy số tam giác thuận lợi là

$$\frac{20 \cdot 36}{3} = 240$$

Xác suất được quà trong một lần bấm là

$$p = \frac{240}{1140} = \frac{4}{19}$$

$$5$$

$$X$$

Mỗi người chơi bấm lần, gọi là số lần được quà.

$$X \sim B\left(5, \frac{4}{19}\right)$$

Khi đó

$$2$$

Xác suất được ít nhất phần quà là

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1)$$

$$= 1 - \left(\frac{15}{19}\right)^5 - 5 \cdot \frac{4}{19} \left(\frac{15}{19}\right)^4$$

$$\approx 0,2844$$

$$0,28$$

Làm tròn:

0,28

Đáp số: .**Câu 4**

50

Chiếc đôn là một khối tròn xoay cao cm.

40

20

- Ở mặt trên và mặt đáy, đường kính là cm nên bán kính là cm.

30

15

- Ở chính giữa, đường kính nhỏ nhất là cm nên bán kính nhỏ nhất là cm.

$$y \in [-25; 25]$$

Đặt trục tung theo chiều cao, gốc tại trung điểm của đôn. Khi đó .

 y

Bán kính tiết diện tại độ cao có dạng parabol:

$$r(y) = ay^2 + 15$$

.

$$r(25) = 20 \Rightarrow a = \frac{1}{125}$$

Vì nên $625a + 15 = 20$.

$$r(y) = 15 + \frac{y^2}{125}$$

Suy ra .

Thể tích khối tròn xoay là

$$V = \pi \int_{-25}^{25} r(y)^2 dy = \pi \int_{-25}^{25} \left(15 + \frac{y^2}{125} \right)^2 dy$$

.

$$V = 14000\pi \text{ cm}^3$$

Tính ra được cm .

$$^3 \quad V = 14000\pi \cdot 10^{-6} = 0,014\pi \text{ m}^3$$

Đổi sang m : m .

Khối lượng chiếc đôn là

$$m = 8960 \cdot 0,014\pi = 125,44\pi$$

kg

 $\approx 394,08$

kg.

Tiền đồng nguyên liệu là
 $394,08 \cdot 220000 \approx 86697904$

đồng

$\approx 86,698$

triệu đồng.

10

Cộng thêm chi phí gia công triệu đồng:

$$\approx 86,698 + 10 = 96,698$$

Tổng chi phí triệu đồng.

Làm tròn đến hàng phần mười: **96,7 triệu đồng.**

Câu 5

100

Đơn vị trên các trục là m.

Mặt phẳng sườn núi là
 $(P): x + y - 4z - 7 = 0$

$$H(x_H; y_H; z_H) \quad (P)$$

Chân cột là thuộc .

100

Cột cao m nên đỉnh cột là

$$S(x_H; y_H; z_H + 1)$$

$$100\sqrt{54} \quad \sqrt{54}$$

Bán kính phủ sóng là m, tức là đơn vị.

$$A(-2; 3; 0) \quad B(2; 1; 0)$$

Do và nằm trên ranh giới cuối cùng của vùng phủ sóng nên

$$SA = SB = \sqrt{54}$$

$$\begin{cases} (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 54 \\ (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 54 \\ x + y - 4z - 7 = 0 \end{cases}$$

Suy ra hệ:

Lấy phương trình đầu trừ phương trình hai:

$$(x+2)^2 - (x-2)^2 + (y-3)^2 - (y-1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 8x - 4y + 8 = 0 \Rightarrow 2x - y + 2 = 0$$

$$\Rightarrow y = 2x + 2$$

Thế vào phương trình mặt phẳng:

$$x + (2x + 2) - 4z - 7 = 0$$

$$\Rightarrow 3x - 4z - 5 = 0 \Rightarrow z = \frac{3x - 5}{4}$$

Thế vào một phương trình mặt cầu, giải ra được hai nghiệm:

$$(-261/89; -344/89; -307/89) \quad z < 0$$

• , loại vì ;

$$(3; 8; 1)$$

• , nhận.

$$H = (3; 8; 1)$$

Vậy

Suy ra

$$T = x_H y_H z_H = 3 \cdot 8 \cdot 1 = 24$$

24

Đáp số: .

Câu 6

3

$$P = 3,000,000,000$$

Ông Hoàng có tỷ đồng, tức là đồng.

Phương án 1

15

$$S_1 = P(1,08)^{15}$$

Sau năm, số tiền nhận được là

$$\approx 3,000,000,000 \cdot (1,08)^{15} \approx 9,516,507,343$$

đồng.

Phương án 2

Bước 1: Tính số tiền rút cố định mỗi năm

Gọi X là số tiền rút ở cuối mỗi năm.

Tài khoản ngân hàng lãi suất $5,8\%$ /năm, rút cuối mỗi năm, và vừa hết sau lần rút thứ 15.

Khi đó X là khoản rút đều cuối kỳ của niên kim nên

$$P = X \cdot \frac{1 - (1,058)^{-15}}{0,058}$$

$$X = P \cdot \frac{0,058}{1 - (1,058)^{-15}}$$

Suy ra
 $\approx 304,864,495$
 đồng.

Bước 2: Giá trị quỹ cổ phiếu sau 15 năm

Mỗi cuối năm rút X đưa sang quỹ, quỹ sinh lời 15% /năm.

$$S_2 = X \cdot \frac{(1,15)^{15} - 1}{0,15}$$

Sau 15 năm, tổng giá trị quỹ là
 $\approx 14,505,577,919$
 đồng.

Bước 3: So sánh hai phương án

$$S_2 - S_1 \approx 14,505,577,919 - 9,516,507,343$$

Hiệu số tiền là
 $\approx 4,989,070,577$
 đồng.

$$\approx 4989,07$$

Đổi sang triệu đồng: triệu đồng.

Làm tròn đến hàng đơn vị: **4989 triệu đồng.**