

(Đề có 04 trang)

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 0101
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $[a; b]$. Khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục hoành, ta được một khối tròn xoay có thể tích là

- A. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. B. $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$. C. $V = \int_a^b |f(x)| dx$. D. $V = \pi \int_b^a [f(x)]^2 dx$.

Câu 2. Khảo sát thu nhập theo tháng (đơn vị: triệu đồng) của 22 người chạy xe công nghệ người ta thu được bảng số liệu sau:

Thu nhập	[3; 5)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)
Số người	4	10	5	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên bằng

- A. 7. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 3. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 (f(x) + 3) dx$ bằng

- A. 6. B. 9. C. 3. D. 5.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1; 0; 3)$ và nhận $\vec{u} = (0; 1; -2)$ làm một vector chỉ phương có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = -2 + 3t \end{cases}$.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, $x = -1$, $x = 2$ và trục hoành bằng

- A. 16. B. $\frac{13}{6}$. C. 6. D. 13.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3 = 0$. Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P) có một vector chỉ phương là

- A. $\vec{u}_3 = (2; -1; 3)$. B. $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$. C. $\vec{u}_1 = (2; -1; 0)$. D. $\vec{u}_4 = (2; 1; 3)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và nhận $\vec{n} = (1; -2; 3)$ làm một vector pháp tuyến có phương trình tổng quát là

- A. $x - 2y - 3z + 6 = 0$. B. $x - 2y + 3z + 12 = 0$. C. $x - 2y + 3z - 12 = 0$. D. $x - 2y - 3z - 6 = 0$.

Câu 8. Cho các biến cố A , B thỏa mãn $P(AB) = \frac{3}{10}$, $P(A|B) = \frac{9}{20}$. Giá trị của $P(B)$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{27}{200}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{3}{20}$.

Câu 9. Nhiệt độ trong 55 ngày của một địa phương được cho trong bảng ghép nhóm sau:

Nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$)	[19; 22)	[22; 25)	[25; 28)	[28; 31)	[31; 34)	[34; 37)
Số ngày	5	7	8	16	12	7

Phương sai của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. (20; 21) . B. (17; 19) . C. (23; 25) . D. (19; 20) .

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) = -2$, $f(b) = -4$. Giá trị của $\int_a^b f'(x)dx$ bằng

- A. -2. B. 6. C. -6. D. 2.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

- A. $z = 0$. B. $x = 0$. C. $x - y = 0$. D. $y = 0$.

Câu 12. Một mẫu số liệu có phương sai là 6,25. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng

- A. 12,5. B. 42,25. C. 3,125. D. 2,5.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

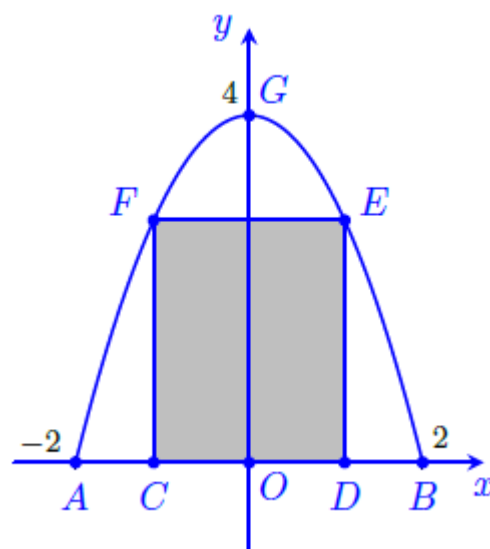
Câu 1. Một cái cổng hình parabol được gắn vào hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ bên với đơn vị trên mỗi trục là mét. Chiều cao $GO = 4$ m, chiều rộng $AB = 4$ m, $AC = BD = 0,9$ m. Người ta làm hai cánh cổng khi đóng lại thành hình chữ nhật $CDEF$ (phần tô đậm) với giá 1 500 000 đồng/m², phần còn lại làm khung hoa sắt với giá 1 000 000 đồng/m².

a) Tọa độ điểm G là $(4; 0)$.

b) Phương trình đường parabol mô tả hình dạng của cổng là $y = -x^2 + 4$.

c) Diện tích của hình chữ nhật $CDEF$ nhỏ hơn 6 m².

d) Chi phí để làm cả hai phần của cổng vượt quá 13 triệu đồng.



Câu 2. Một cửa hàng có hai loại bóng đèn Led, trong đó có 65% bóng đèn Led là màu trắng và 35% bóng đèn Led là màu xanh, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn Led màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn Led màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn Led từ cửa hàng. Xét các biến cố:

A : “Khách hàng chọn được bóng đèn Led màu trắng”;

B : “Khách hàng chọn được bóng đèn Led không hỏng”.

- a) $P(A) = 0,65$. b) $P(B|A) = 0,02$. c) $P(B|\bar{A}) = 0,03$. d) $P(B) = 0,9765$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; -2)$, $B(-1; 2; 4)$, $C(2; 0; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC .

a) $\overrightarrow{BC} = (3; -2; -3)$.

b) Đường thẳng BC có phương trình chính tắc là $\frac{x-2}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-3}$.

c) Phương trình của mặt phẳng (P) là $3x - 2y - 3z - 9 = 0$.

d) Hoành độ giao điểm của đường thẳng BC với mặt phẳng (P) có giá trị âm.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; 0)$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa A , B và vuông góc với (P) .

a) Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_P = (2; 1; -3)$.

b) Mặt phẳng (Q) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (2; 1; -3)$.

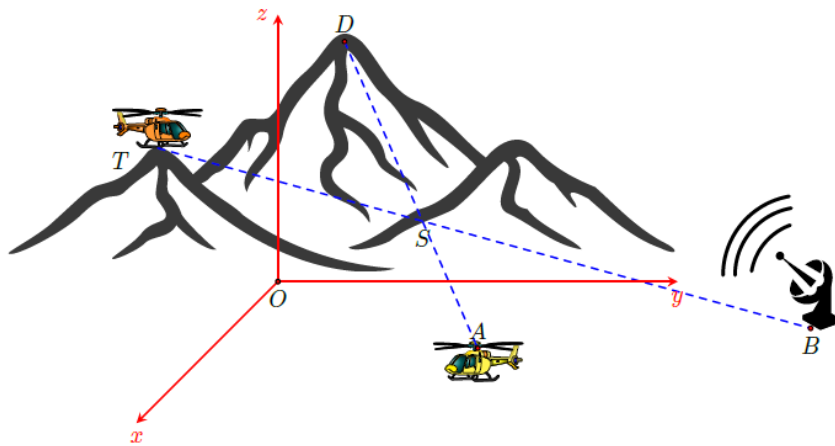
c) Phương trình mặt phẳng (Q) có dạng $ax + by + cz + 9 = 0$. Khi đó $a + b + c = -10$.

d) Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (Q) bằng $\frac{15\sqrt{38}}{38}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - z - 3 = 0$ và $(Q): x - z - 2 = 0$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng bao nhiêu độ?

Câu 2. Trực thăng cứu hộ Alpha cất cánh lúc 10 giờ 00 từ điểm xuất phát A . Nó bay thẳng với vận tốc 300 km/h tới đỉnh núi D , nơi xảy ra tai nạn. Cùng lúc đó, trực thăng Beta cất cánh từ đỉnh núi T với vận tốc 350 km/h để đưa du khách về vị trí B . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với đơn vị trên các trục là kilomet sao cho $A(10; 6; 0)$, $D(4; -3; 3)$, $T(7; -8; 3)$, $B(4; 16; 0)$. Cho biết hai trực thăng có đường bay giao nhau tại S . Khi Alpha tới S thì Beta đã đi qua S trước đó một khoảng thời gian bằng bao nhiêu giây (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



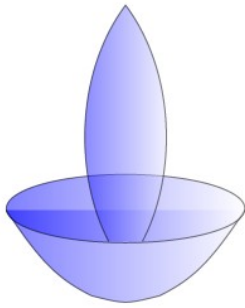
Câu 3. Khảo sát thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của 42 em học sinh trong một lớp học người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	8	10	15	6	3

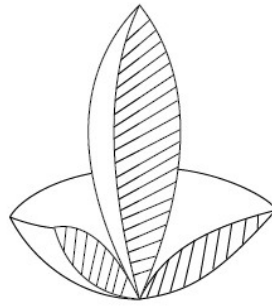
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu?

Câu 4. Khi khảo sát thị trường người ta thấy có 22,5% khách hàng sử dụng sản phẩm X , 50% dùng sản phẩm Y . Trong số người dùng sản phẩm Y có 36,5% dùng sản phẩm X . Xác suất một người dùng sản phẩm Y , biết rằng người đó không dùng sản phẩm X bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

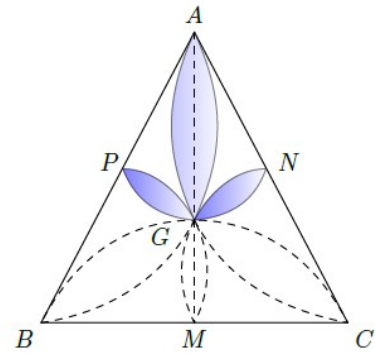
Câu 5. Một người thiết kế mô hình một cái đèn ngủ có hình dạng như hình vẽ 3D ở hình 1. Hình 2 là mặt cắt được cắt bởi mặt phẳng đi qua trục của đèn, hình 3 là bản vẽ toán học. Tam giác ABC trong hình 3 là tam giác đều cạnh bằng $4\sqrt{3}$ dm có trọng tâm là G và M , N , P lần lượt là trung điểm các cạnh BC , AC , AB . Phần tô đậm trong hình 3 được tạo bởi phần giao nhau của các cặp đường tròn ngoại tiếp $\square AGB$ và $\square AGC$; $\square PGN$ và $\square PGM$; $\square PGN$ và $\square NGM$ (xem hình vẽ). Biết rằng chiếc đèn ngủ được tạo thành khi xoay phần tô đậm trong hình 3 quanh trục là đường thẳng AM . Chi phí trung bình để sản xuất chiếc đèn ngủ là 80 000 đồng trên mỗi dm^3 . Chi phí để sản xuất đèn ngủ trên bằng bao nhiêu nghìn đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Hình 1: Vật thể 3D



Hình 2: Mặt cắt qua trục



Hình 3: Bản vẽ toán học

Câu 6. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^x - 2 \cos x) dx = e^{\frac{a\pi}{b}} - c$, trong đó $a, b, c \in \mathbb{Q}$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

HẾT

ĐÁP ÁN

PHẦN I (3,0 điểm)

Mỗi câu hỏi chỉ có một phương án trả lời đúng. Mỗi câu trả lời đúng học sinh được **0,25 điểm**.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	D	B	C	C	C	B	A	D	A	A	D

PHẦN II (4,0 điểm)

Điểm của mỗi câu hỏi là **1,0 điểm**. Học sinh trả lời đúng mỗi ý được **0,25 điểm**.

1	SĐSD
2	ĐSSĐ
3	ĐSĐS
4	ĐSĐS

PHẦN III (3,0 điểm)

Mỗi câu trả lời đúng học sinh được **0,5 điểm**.

1	2	3	4	5	6
30	6,2	33	0,4	473	6

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I (3,0 điểm)

Câu 1.

$$y = f(x) \quad x = a \quad x = b$$

Khi quay hình phẳng giới hạn bởi , trục hoành, , quanh trục hoành, thể tích khối

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

tròn xoay là .

Chọn **A**.

Câu 2.

$$[3; 5) \quad [9; 11)$$

Mẫu số liệu ghép nhóm có khoảng đầu là và khoảng cuối là .

$$R = 11 - 3 = 8$$

Khoảng biến thiên là
Chọn **D**.

Câu 3.

$$\int_1^3 f(x)dx = 3$$

Ta có

$$\int_1^3 (f(x) + 3)dx = \int_1^3 f(x)dx + \int_1^3 3dx = 3 + 3(3 - 1) = 9$$

Khi đó
Chọn **B**.

Câu 4.

$$M(1; 0; 3)$$

$$\vec{u} = (0; 1; -2)$$

Đường thẳng đi qua và có vector chỉ phương nên có phương trình tham số:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$$

Chọn **C**.

Câu 5.

$$y = x^2 + 1 > 0$$

Vì nên diện tích hình phẳng là

$$S = \int_{-1}^2 (x^2 + 1)dx = \left(\frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{14}{3} - \left(-\frac{4}{3} \right) = 6$$

Chọn **C**.

Câu 6.

$$(P): 2x - y + 3 = 0$$

$$\vec{n} = (2; -1; 0)$$

Mặt phẳng Δ có vector pháp tuyến (P)

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng nên nhận vector pháp tuyến của làm vector chỉ phương.

$$\vec{u} = (2; -1; 0)$$

Vậy một vector chỉ phương là
Chọn **C**.

Câu 7.

$$M(1; 2; -3)$$

$$\vec{n} = (1; -2; 3)$$

Mặt phẳng đi qua và có vector pháp tuyến có phương trình:

$$1(x - 1) - 2(y - 2) + 3(z + 3) = 0$$

$$x - 1 - 2y + 4 + 3z + 9 = 0 \quad x - 2y + 3z + 12 = 0$$

Suy ra , hay
Chọn **B**.

Câu 8.

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

Ta có

$$P(B) = \frac{P(AB)}{P(A|B)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{9}{20}} = \frac{3}{10} \cdot \frac{20}{9} = \frac{2}{3}$$

Suy ra

Chọn **A**.**Câu 9.**

20,5; 23,5; 26,5; 29,5; 32,5; 35,5

Lấy giá trị đại diện các lớp:

Trung bình mẫu là

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 20,5 + 7 \cdot 23,5 + 8 \cdot 26,5 + 16 \cdot 29,5 + 12 \cdot 32,5 + 7 \cdot 35,5}{55} = 28,9$$

Phương sai:

$$s^2 = \frac{5(20,5 - 28,9)^2 + 7(23,5 - 28,9)^2 + 8(26,5 - 28,9)^2 + 16(29,5 - 28,9)^2 + 12(32,5 - 28,9)^2 + 7(35,5 - 28,9)^2}{55} =$$

(19; 20)

Vậy phương sai thuộc khoảng

Chọn **D**.**Câu 10.**

Theo công thức Newton-Leibniz:

$$\int_a^b f'(x)dx = f(b) - f(a) = -4 - (-2) = -2$$

Chọn **A**.**Câu 11.**(Oxy) $z = 0$ Mặt phẳng $z = 0$ gồm các điểm có tọa độ (Oxy) $z = 0$

Vậy phương trình mặt phẳng là

Chọn **A**.**Câu 12.**

Độ lệch chuẩn bằng căn bậc hai của phương sai.

$$6,25 \quad s = \sqrt{6,25} = 2,5$$

Do phương sai là nên độ lệch chuẩn là

Chọn **D**.**PHẦN II (4,0 điểm)**

Câu 1

Công parabol có chiều rộng $AB = 4$ m nên có thể lấy $A(-2;0)$ $B(2;0)$, $GO = 4$ m nên đỉnh parabol là $G(0;4)$.

a) Tọa độ điểm G là $(4;0)$.
 $G(0;4)$ $(4;0)$

Thực tế , không phải .

Kết luận: Sai.

b) Parabol có đỉnh $G(0;4)$ và đi qua $A(-2;0)$ $B(2;0)$,
 $y = ax^2 + 4$

Gọi phương trình là .
 $x = 2$ $y = 0$ $0 = 4a + 4$ $a = -1$

Thay , được , suy ra .
 $y = -x^2 + 4$

Vậy phương trình parabol là .

Kết luận: Đúng.

c) Vì $AC = BD = 0,9$ m nên $C(-1,1;0)$ $D(1,1;0)$,
 $CDEF$ $CD = 2,2$

Chiều rộng hình chữ nhật là m.
 $x = 1,1$

Chiều cao là tung độ của điểm trên parabol tại :
 $y = -(1,1)^2 + 4 = 2,79$

$$S_{CDEF} = 2,2 \cdot 2,79 = 6,138$$

Diện tích hình chữ nhật là $6,138 > 6$ m².

Vì nên diện tích hình chữ nhật không nhỏ hơn 6 m².

Kết luận: Sai.

d) Diện tích toàn bộ phần cống là

$$\int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \frac{32}{3}$$

m².

$$6,138$$

Diện tích phần hình chữ nhật là m².

$$\frac{32}{3} - 6,138 \approx 4,529$$

Diện tích phần còn lại là m².

$$6,138 \cdot 1,500,000 = 9,207,000$$

Chi phí làm phần hình chữ nhật là đồng.

$$4,529 \cdot 1,000,000 \approx 4,529,000$$

Chi phí làm phần còn lại là đồng.

$$13,736,000$$

Tổng chi phí khoảng đồng, vượt quá 13 triệu đồng.

Kết luận: Đúng.

Câu 2

Có 65% bóng đèn Led màu trắng, 35% bóng đèn Led màu xanh.

Bóng trắng hỏng 2% nên bóng trắng không hỏng 98%.

Bóng xanh hỏng 3% nên bóng xanh không hỏng 97%.

$$P(A) = 0,65$$

a)

Đúng theo giả thiết.

Kết luận: Đúng.

$$P(B|A) = 0,02$$

b)

B

A

Vì là biến cố “bóng đèn Led không hỏng”, còn là “bóng đèn Led màu trắng”.
98% = 0,98

Do bóng trắng có tỉ lệ hỏng 2% nên tỉ lệ không hỏng là

$$P(B|A) = 0,98 \quad 0,02$$

Vậy, không phải.

Kết luận: Sai.

$$P(B|\bar{A}) = 0,03$$

c)

$\bar{A}$

là biến cố chọn được bóng đèn Led màu xanh.

$$97\% = 0,97$$

Bóng xanh có tỉ lệ hỏng 3%, nên tỉ lệ không hỏng là

$$P(B|\bar{A}) = 0,97 \quad 0,03$$

Vậy, không phải.

Kết luận: Sai.

d) Theo công thức xác suất toàn phần:

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})$$

$$P(B) = 0,65 \cdot 0,98 + 0,35 \cdot 0,97 = 0,637 + 0,3395 = 0,9765$$

Suy ra

Kết luận: Đúng.

Câu 3

$$A(1; 0; -2) \quad B(-1; 2; 4) \quad C(2; 0; 1)$$

Cho , , .

a) Ta có

$$\overrightarrow{BC} = (2 - (-1); 0 - 2; 1 - 4) = (3; -2; -3)$$

Kết luận: Đúng.

$$\overrightarrow{BC} \quad C(2; 0; 1) \quad \overrightarrow{BC} = (3; -2; -3)$$

b) Đường thẳng đi qua và có vector chỉ phương

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{-3}$$

Phương trình chính tắc đúng phải là

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-3} \quad z$$

Đề cho , sai ở tử thức tọa độ .

Kết luận: Sai.

$$(P) \quad A(1; 0; -2) \quad \overrightarrow{BC} = (3; -2; -3)$$

c) Mặt phẳng đi qua và vuông góc với nên nhận làm vector pháp tuyến.

$$(P)$$

Phương trình mặt phẳng là

$$3(x-1) - 2(y-0) - 3(z+2) = 0$$

$$3x - 3 - 2y - 3z - 6 = 0 \quad 3x - 2y - 3z - 9 = 0$$

Suy ra , hay

Kết luận: Đúng.

$$\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 4 - 3t \end{cases}$$

$$\overrightarrow{BC}$$

d) Đường thẳng có dạng tham số:

$$(P) : 3x - 2y - 3z - 9 = 0$$

Thay vào mặt phẳng :

$$3(-1 + 3t) - 2(2 - 2t) - 3(4 - 3t) - 9 = 0$$

$$22t - 28 = 0 \quad t = \frac{14}{11}$$

Suy ra , nên

$$x = -1 + 3 \cdot \frac{14}{11} = \frac{31}{11} > 0$$

Khi đó .

Hoàn hảo giao điểm dương, không âm.

Kết luận: Sai.

Câu 4

$$(P): 2x + y - 3z + 1 = 0 \quad A(1; 2; -1) \quad B(2; 1; 0)$$

Cho

$$(P): 2x + y - 3z + 1 = 0 \quad \vec{n}_P = (2; 1; -3)$$

a) Mặt phẳng có một vector pháp tuyến là

Kết luận: Đúng.

$$\vec{AB} = (2 - 1; 1 - 2; 0 - (-1)) = (1; -1; 1)$$

b) Ta có

$$(Q) \quad A \quad B \quad (Q) \quad \vec{AB}$$

Nếu chứa , thì vector pháp tuyến của phải vuông góc với .

$$\vec{n}_P = (2; 1; -3)$$

Kiểm tra :

$$\vec{n}_P \cdot \vec{AB} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + (-3) \cdot 1 = -2 \neq 0$$

$$\vec{n}_Q \quad (2; 1; -3)$$

Vậy không thể là

Kết luận: Sai.

$$(Q) \quad AB \quad (P) \quad (Q) \quad \vec{AB} \quad \vec{n}_P$$

c) Vì chứa và vuông góc với nên vector pháp tuyến của vuông góc với cả và .

Ta lấy

$$\vec{n}_Q = \vec{AB} \times \vec{n}_P = (2; 5; 3)$$

$$(Q) \quad A(1; 2; -1)$$

Phương trình đi qua là

$$2(x - 1) + 5(y - 2) + 3(z + 1) = 0$$

$$2x + 5y + 3z - 9 = 0$$

Suy ra

$$ax + by + cz + 9 = 0 \quad -1$$

Viết theo dạng thì nhân cả hai vế với :

$$-2x - 5y - 3z + 9 = 0$$

$$a = -2 \quad b = -5 \quad c = -3 \quad a + b + c = -10$$

Do đó , , nên

Kết luận: Đúng.

(Q)

$$2x + 5y + 3z - 9 = 0$$

d) Từ câu c, mặt phẳng $O(0;0;0)$ có phương trình (Q)

Khoảng cách từ đến là

$$d(O, (Q)) = \frac{|2 \cdot 0 + 5 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 9|}{\sqrt{2^2 + 5^2 + 3^2}} = \frac{9}{\sqrt{38}} = \frac{9\sqrt{38}}{38}$$

$$\frac{15\sqrt{38}}{38}$$

Đề cho nên sai.

Kết luận: Sai.

PHẦN III (3,0 điểm)

Câu 1

$$(P): 2x - y - z - 3 = 0 \quad (Q): x - z - 2 = 0$$

Hai mặt phẳng và có các vectơ pháp tuyến lần lượt là

$$\vec{n}_P = (2; -1; -1) \quad \vec{n}_Q = (1; 0; -1)$$

và

Ta có

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|2 \cdot 1 + (-1) \cdot 0 + (-1) \cdot (-1)|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\varphi = 30^\circ$$

Suy ra

Đáp án: 30.

Câu 2

$$A(10;6;0) \quad D(4;-3;3) \quad \vec{AD} = (-6; -9; 3)$$

Ta có , nên

Đường bay của Alpha:

$$\begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 6 - 9t \\ z = 3t \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 1$$

, với

$$T(7;-8;3) \quad B(4;16;0) \quad \vec{TB} = (-3; 24; -3)$$

Ta có , nên

$$\begin{cases} x = 7 - 3s \\ y = -8 + 24s \\ z = 3 - 3s \end{cases} \quad 0 \leq s \leq 1$$

Đường bay của Beta: , với .

$$\begin{cases} 10 - 6t = 7 - 3s \\ 6 - 9t = -8 + 24s \\ 3t = 3 - 3s \end{cases}$$

Vì hai đường bay giao nhau tại , ta có hệ: .

$$3t = 3 - 3s \quad t + s = 1$$

Từ suy ra .

$$t = \frac{2}{3} \quad s = \frac{1}{3}$$

Giải ra được , .

$$AD = \sqrt{(-6)^2 + (-9)^2 + 3^2} = 3\sqrt{14}$$

Độ dài km.

$$AS = \frac{2}{3} AD = 2\sqrt{14}$$

Do đó km.

$$S \quad t_A = \frac{2\sqrt{14}}{300}$$

Thời gian Alpha bay đến là giờ.

$$TB = \sqrt{(-3)^2 + 24^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{66}$$

Độ dài km.

$$TS = \frac{1}{3} TB = \sqrt{66}$$

Do đó km.

$$S \quad t_B = \frac{\sqrt{66}}{350}$$

Thời gian Beta bay đến là giờ.

S

Khoảng thời gian Beta đi qua trước Alpha là

$$\left(\frac{2\sqrt{14}}{300} - \frac{\sqrt{66}}{350} \right) \cdot 3600 \approx 6,238$$

giây.

6,2

Làm tròn đến hàng phần mười: giây.

Đáp án: 6,2.

Câu 3

Bảng số liệu:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	8	10	15	6	3

$$n = 42$$

Tổng số học sinh là .

$$\frac{n}{4} = 10,5$$

 Q_1
 $[20; 40)$

8

Ta có . Vị trí thuộc nhóm vì tần số tích lũy đến nhóm trước là , đến nhóm này là 18

$$Q_1 = 20 + \frac{10,5 - 8}{10} \cdot 20 = 25$$

Suy ra .

$$\frac{3n}{4} = 31,5$$

 Q_3
 $[40; 60)$

18

Ta có . Vị trí thuộc nhóm vì tần số tích lũy đến nhóm trước là , đến nhóm này là 33

$$Q_3 = 40 + \frac{31,5 - 18}{15} \cdot 20 = 58$$

Suy ra .

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 58 - 25 = 33$$

Khoảng tứ phân vị là .

Đáp án: 33.

Câu 4

Gọi X là biến cố “khách hàng dùng sản phẩm ”, Y là biến cố “khách hàng dùng sản phẩm ”.

Theo đề:

$$P(X) = 22,5\% = 0,225 \quad P(Y) = 50\% = 0,5 \quad P(X | Y) = 36,5\% = 0,365$$

Ta có

$$P(XY) = P(Y) \cdot P(X | Y) = 0,5 \cdot 0,365 = 0,1825$$

$$P(Y | \bar{X}) = \frac{P(Y\bar{X})}{P(\bar{X})}$$

Xác suất cần tìm là .

Trong đó

$$P(Y\bar{X}) = P(Y) - P(XY) = 0,5 - 0,1825 = 0,3175$$

$$P(\bar{X}) = 1 - P(X) = 1 - 0,225 = 0,775$$

và

$$P(Y|\bar{X}) = \frac{0,3175}{0,775} \approx 0,4097$$

Do đó

$$0,4$$

Làm tròn đến hàng phần mười:

$$41,0\%$$

Nếu viết theo phần trăm thì khoảng

Đáp án: 0,4 hoặc 41,0%.

Câu 5

$$M(0;0) \quad A(0;6) \quad B(-2\sqrt{3};0) \quad C(2\sqrt{3};0)$$

Đặt hệ trục trong mặt phẳng hình 3 sao cho , , , . Khi đó
 $G(0;2) \quad P(-\sqrt{3};3) \quad N(\sqrt{3};3)$

AM

Phần tô đậm gồm một cánh chính ở giữa và hai cánh bên đối xứng. Khi quay quanh trục , hai cánh bên tạo cùng một phần thể tích nên chỉ cần tính một phía theo phương pháp vành khăn.

1. Thể tích phần cánh chính

$$\square AGB \quad \square AGC$$

$$4$$

$$(-2\sqrt{3};4) \quad (2\sqrt{3};4)$$

Hai đường tròn ngoại tiếp và có bán kính , tâm lần lượt là và .

$$2 \leq y \leq 6$$

AM

Với , bán kính phần cánh chính khi quay quanh trục là

$$r_1 = \sqrt{16 - (y-4)^2} - 2\sqrt{3}$$

$$V_1 = \pi \int_2^6 \left(\sqrt{16 - (y-4)^2} - 2\sqrt{3} \right)^2 dy$$

Thể tích phần này là

$$V_1 = \pi \left(\frac{176}{3} - \frac{32\sqrt{3}\pi}{3} \right)$$

Tính được

2. Thể tích phần cánh bên

Với $2 \leq y \leq 3$, một cánh bên được giới hạn bởi hai đường tròn bán kính 2 có tâm $(0; 4)$ và $(\sqrt{3}; 1)$.

$$r_2 = \sqrt{4 - (y - 4)^2}$$

Bán kính ngoài là

$$r_3 = \sqrt{3} - \sqrt{4 - (y - 1)^2}$$

Bán kính trong là

Thể tích phần cánh bên sau khi quay quanh trục AM là

$$V_2 = \pi \int_2^3 [r_2^2 - r_3^2] dy$$

$$V_2 = \pi \int_2^3 \left(4 - (y - 4)^2 - \left(\sqrt{3} - \sqrt{4 - (y - 1)^2} \right)^2 \right) dy$$

Tức là

$$V_2 = \pi \left(\frac{4\sqrt{3}\pi}{3} - 6 \right)$$

Tính được

Vậy thể tích chiếc đèn là

$$V = V_1 + V_2 = \pi \left(\frac{176}{3} - \frac{32\sqrt{3}\pi}{3} + \frac{4\sqrt{3}\pi}{3} - 6 \right)$$

$$V = \frac{\pi}{3} (158 - 28\sqrt{3}\pi) \approx 5,907$$

Suy ra dm^3 .

$$5,907 \cdot 80000 \approx 472567$$

Chi phí sản xuất là đồng.

$$\frac{472567}{1000} \approx 472,567$$

Tính theo nghìn đồng: nghìn đồng.

$$473$$

Làm tròn đến hàng đơn vị: nghìn đồng.

Đáp án: 473.

Câu 6

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^x - 2 \cos x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x dx - 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$$

Ta có

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^x - 2 \cos x) dx = e^x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - 2 \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

Suy ra

$$= e^{\frac{\pi}{2}} - 1 - 2 = e^{\frac{\pi}{2}} - 3$$

$$e^{\frac{a\pi}{b}} - c = e^{\frac{\pi}{2}} - 3$$

Theo đề:

$$a = 1 \quad b = 2 \quad c = 3$$

Suy ra

$$a + b + c = 1 + 2 + 3 = 6$$

Vậy

Đáp án: 6.