

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
CỤM TRƯỜNG THPT SỐ 1

(Đề có 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TN THPT NĂM HỌC 2025 - 2026

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên: Số báo danh: **Mã đề 1101**

Phần I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn được chọn một phương án.

Câu 1. Cho một cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1 = 3$, công sai $d = 2$. Tổng S_n của n ($n \geq 1$) số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:

- A. $S_n = n^2 + 2n$. B. $S_n = n^2 + n$. C. $S_n = \frac{2n^2 + n}{2}$. D. $S_n = \frac{3n^2 + n}{2}$.

Câu 2. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\int e, dx = \frac{e^2}{2} + C$. B. $\int e, dx = e^x + C$. C. $\int e, dx = e + C$. D. $\int e, dx = ex + C$.

Câu 3. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+3}$ là:

- A. $x = -3$. B. $y = 2$. C. $y = -2$. D. $x = 3$.

Câu 4. Bạn Anh thống kê lại chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C ở bảng sau

Chiều cao (cm)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)	[180;185)
Lớp 12C	2	7	12	3	2	1

Độ lệch chuẩn về chiều cao của mẫu số liệu (làm tròn đến hàng phần trăm) là:

- A. 5,96. B. 6,95. C. 5,69. D. 6,59.

Câu 5. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$. Quay D quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng:

- A. $\frac{\pi}{9}$. B. $\frac{\pi}{5}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{3} = \frac{2y+3}{2} = \frac{z-1}{2}$. Vector nào trong các vector có tọa độ sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng (d) ?

- A. $(3; 2; -2)$. B. $(3; 1; 2)$. C. $(-3; -2; 2)$. D. $(3; 2; 2)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; -1)$ là:

- A. $2x + y + z - 2 = 0$. B. $x - y - z + 1 = 0$. C. $2x + y - 2z - 2 = 0$. D. $x + y + z - 1 = 0$.

Câu 8. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \leq \log_{\frac{1}{2}}(-x+5)$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 9. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Vector $\overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ bằng vector nào sau đây?

- A. $\overrightarrow{B'C}$. B. $\overrightarrow{C'B}$. C. $\overrightarrow{BC'}$. D. $\overrightarrow{B'C'}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(C): x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 3 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là:

- A. $I(0; -1; 0), R = 2$. B. $I(0; -1; 0), R = 4$. C. $I(0; 1; 0), R = 2$. D. $I(0; 1; 0), R = 4$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	3	$-\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số là:

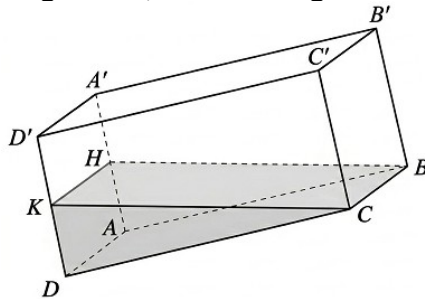
- A. -2 . B. 2 . C. 3 . D. -1 .

Câu 12. Cho một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$ và có thể tích bằng $3a^3$. Chiều cao của khối lăng trụ là:

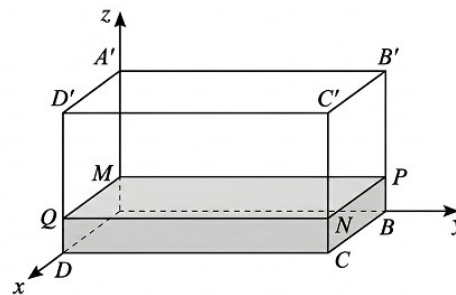
- A. a . B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$. C. $3a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{3}$.

Phần II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một bể cá cảnh có mô hình bên trong là hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AD = 4dm$, $AB = 8dm$, $AA' = 4dm$. Trong quá trình thay nước cho bể cá người ta rút bớt nước trong bể, phần nước còn lại khi nghiêng bể thì người ta thấy bề mặt thoáng của nước trong bể là tứ giác $CBHK$, trong đó H, K lần lượt là trung điểm của AA' , DD' (tham khảo hình vẽ 1). Sau khi bể nước được đặt trở lại vị trí thẳng bằng thì mặt thoáng của nước trong bể là tứ giác $MNPQ$, toàn bộ khối được đặt trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ 2; gốc O trùng với A , tia Ox trùng với tia AD , tia Oy trùng với tia AB , tia Oz trùng với tia AA' .



Hình vẽ 1

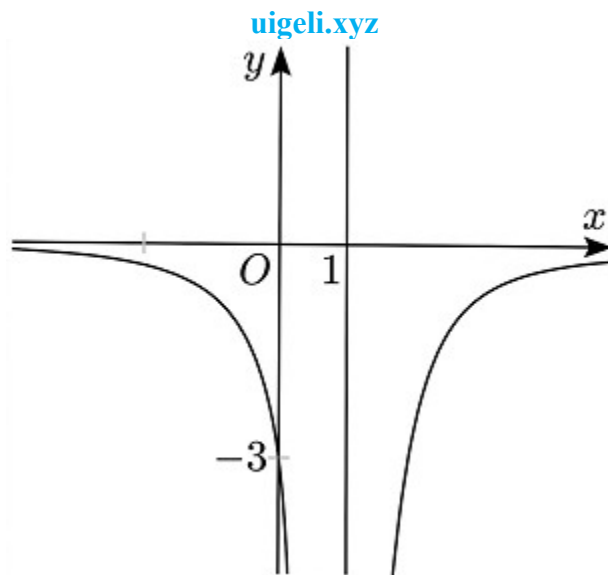


Hình vẽ 2

- a) Bể cá cảnh có thể chứa được tối đa 128 lít nước.
b) Thể tích nước còn lại trong bể không vượt quá 30 lít.

- c) Người ta muốn đặt một bóng đèn trang trí tại trọng tâm G của tam giác APQ . Tọa độ $G\left(\frac{16}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$.
d) Người ta làm một dây sục khí cho bể cá là một cung tròn có điểm bắt đầu tại A' đi qua điểm $E(2; 1; 1)$ và kết thúc tại điểm $F(4; 2; 0)$. Độ dài của dây sục khí theo đơn vị đềximét thuộc khoảng $(6; 2; 6, 3)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ nhận đường thẳng $x=1$ làm tiệm cận đứng như hình vẽ bên.



Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $[2; 4]$ bằng 6.

a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

b) Giá trị của $f(2)$ bằng 6.

c) Giá trị $\frac{a+b}{2c-d}$ bằng 1.

d) Có 4 điểm điểm trên đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tọa độ nguyên.

Câu 3. Một hạt chuyển động thẳng trên trục Ox và xuất phát tại O . Phương trình chuyển động của hạt là $x(t) = t - 2 \ln(t+1)$ (đơn vị: mét), trong đó t là thời gian tính bằng giây. Hàm số $v(t) = x'(t)$ (đơn vị: mét/giây) biểu thị vận tốc chuyển động của hạt.

a) $v(t) = 2 - \frac{3}{t+1}$.

b) Vận tốc ban đầu của hạt là 2 m/s.

c) Vận tốc tức thời tại thời điểm $t = 1s$ là 0 m/s.

d) Quãng đường hạt đi được trong 4 giây đầu tiên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 1,55 m.

Câu 4. Một sản phẩm do hai nhà máy A và B sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của nhà máy A là 4%, của nhà máy B là 1%. Trong một lô hàng có: 120 sản phẩm của nhà máy A ; 80 sản phẩm của nhà máy B . Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm từ lô hàng. Xét các mệnh đề sau:

a) Xác suất lấy được sản phẩm do nhà máy A sản xuất là 0,6.

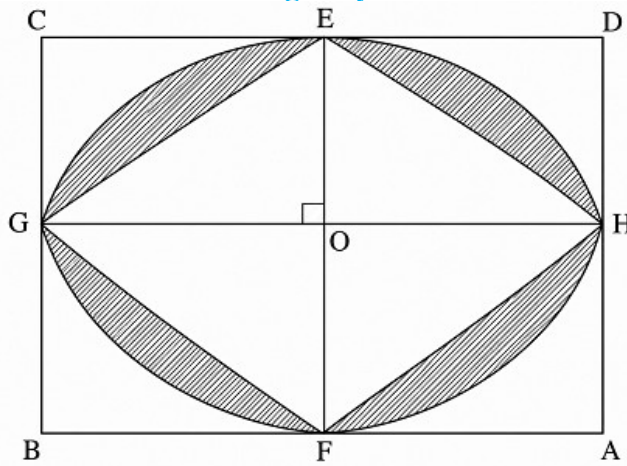
b) Xác suất lấy được sản phẩm tốt biết rằng sản phẩm đó thuộc nhà máy A bằng 0,96.

c) Xác suất lấy được sản phẩm tốt là 0,964.

d) Biết sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt. Xác suất sản phẩm đó do nhà máy B sản xuất lớn hơn xác suất do nhà máy A sản xuất.

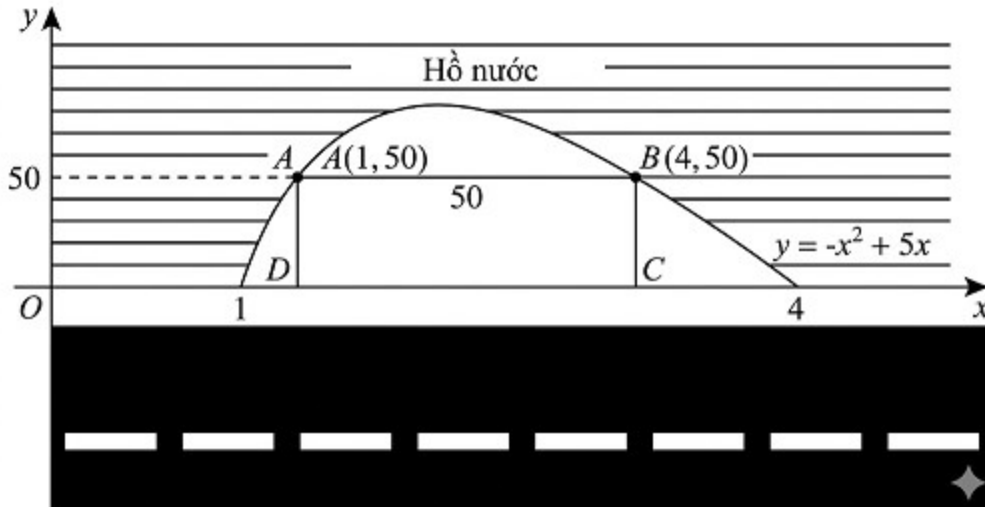
Phần III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O , với $AB = 6$, $BC = 4$. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của CD, AB, BC, AD . Biết hai cung GEH, GFH lần lượt là cung tròn đi qua G, H, E và G, F, H . Tính diện tích phần hình được gạch sọc (làm tròn đến hàng phần chục).

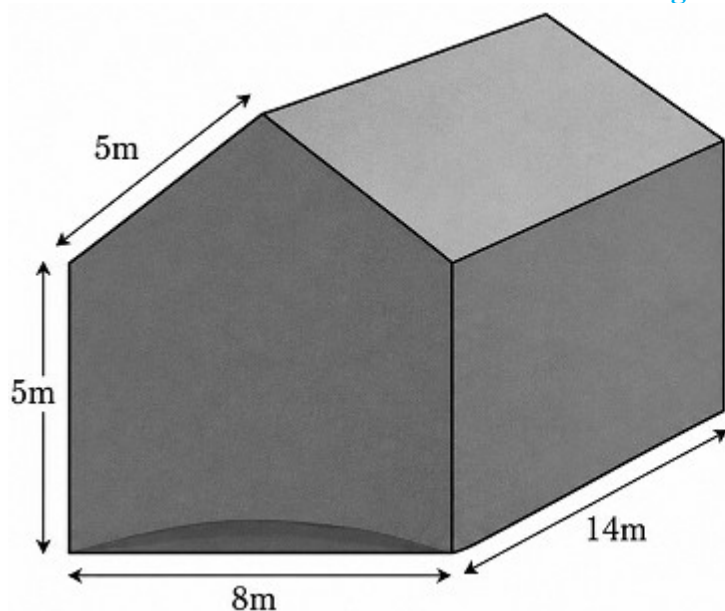
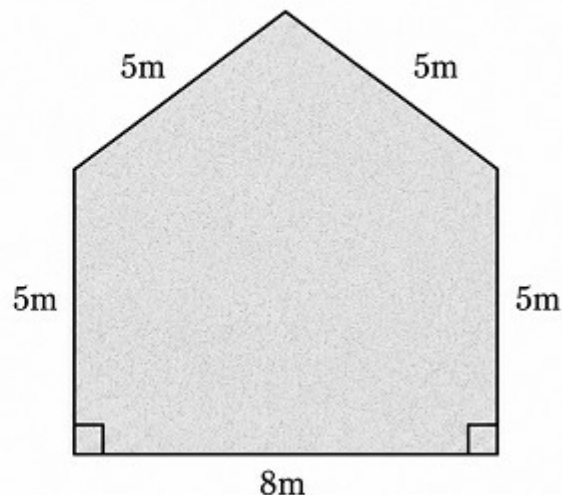


Câu 2. Giả sử cường độ ánh sáng I dưới mặt nước biển giảm dần theo độ sâu theo công thức $I = I_0 \cdot a^d$, trong đó I_0 là cường độ ánh sáng tại mặt nước biển, a là một hằng số dương, d là độ sâu tính từ mặt nước biển (đơn vị mét). Ở một vùng biển, cường độ ánh sáng tại độ sâu 1 m bằng 95% cường độ ánh sáng tại mặt nước biển. Tính tỷ lệ giữa cường độ ánh sáng tại độ sâu 20 m so với cường độ ánh sáng tại độ sâu 10 m ở vùng biển đó (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 3. Gia đình anh Tuấn có mảnh đất, một phần giáp với đường (là một phần của đường thẳng), phần còn lại giáp với hồ nước là đường cong được mô hình hóa bởi một phần của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{-x^2 + 5x - 4}{x}$ như hình vẽ bên dưới, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 10 mét. Trong mảnh đất anh Tuấn muốn rào một khu vực hình chữ nhật $ABCD$ với hai đỉnh A, B nằm trên đồ thị hàm số $f(x)$ (phần giáp hồ) và cạnh CD nằm trên trục hoành (phần giáp đường). Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu m^2 (làm tròn đến hàng đơn vị)?



Câu 4. Một nhà kho có dạng hình lăng trụ ngũ giác đứng với các kích thước bên trong như hình vẽ. Thể tích phần không gian bên trong nhà kho là bao nhiêu mét khối?



Câu 5. Vào một hội thi thiết kế đèn lồng Trung thu, ban tổ chức nhận được một chiếc đèn lồng đặc biệt có mô hình là một tứ diện đều. Trên mỗi cạnh của tứ diện thí sinh thiết kế ba bóng đèn nằm ở ba vị trí chia cạnh của tứ diện thành bốn đoạn bằng nhau. Cứ mỗi phút trôi qua sẽ có ngẫu nhiên ba bóng đèn phát sáng, các bóng đèn còn lại thì tắt. Tính xác suất để ngay phút đầu tiên ban giám khảo chấm điểm, có ba bóng đèn phát sáng ứng với ba điểm tạo nên một mặt phẳng song song với đúng một cạnh của tứ diện, biết rằng ba bóng đèn không thuộc cùng một cạnh của tứ diện (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay đặt ở gốc tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên trục là 100 ki-lô-mét (km). Một máy bay chuyển động theo đường thẳng, bay qua hai vị trí $A(2;-2;1)$ và $B(8;5;7)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất thì khoảng cách giữa vị trí của máy bay và đài kiểm soát không lưu là bao nhiêu km (làm tròn đến hàng đơn vị)?

-- Hết --

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	D	A	C	A	B	C	A	C	A	A	D

Phần II

Câu	a)	b)	c)	d)
Câu 1	Đúng	Sai	Sai	Đúng
Câu 2	Sai	Sai	Đúng	Đúng
Câu 3	Sai	Sai	Đúng	Đúng
Câu 4	Đúng	Đúng	Sai	Sai

Phần III

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	5,3	0,6	111	$\frac{72}{8}$	0,33	298

LỜI GIẢI THAM KHẢO**Câu 1.**

$$u_1 = 3 \quad d = 2$$

Cấp số cộng có , .

$$S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d]$$

Ta có .

$$S_n = \frac{n}{2} [2 \cdot 3 + (n-1) \cdot 2] = \frac{n}{2} (6 + 2n - 2) = \frac{n}{2} (2n + 4) = n^2 + 2n$$

Suy ra .

Chọn **A**.

Câu 2.

$$\int e^x dx = ex + C$$

Vì e là hằng số nên .

Chọn **D**.

Câu 3.

$$y = \frac{2x-1}{x+3} \quad x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$$

Hàm số có mẫu số bằng 0 khi .

$$x = -3 \quad 2x - 1 = -7 \neq 0 \quad x = -3$$

Tại , tử số , nên là tiệm cận đứng.

Chọn **A**.

Câu 4.

Lấy giá trị đại diện của các lớp là:

Khoảng	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)	[180;185)
Giá trị đại diện	157,5	162,5	167,5	172,5	177,5	182,5
Tần số	2	7	12	3	2	1

$$n = 2 + 7 + 12 + 3 + 2 + 1 = 27$$

Tổng số học sinh:

$$\bar{x} = \frac{157,5 \cdot 2 + 162,5 \cdot 7 + 167,5 \cdot 12 + 172,5 \cdot 3 + 177,5 \cdot 2 + 182,5 \cdot 1}{27} \approx 167,31$$

Số trung bình là

$$s = \sqrt{\frac{1}{27} \sum n_i (x_i - \bar{x})^2} \approx 5,69$$

Độ lệch chuẩn:

Chọn C.

Câu 5.

$$y = x^4 \quad x = 0 \quad x = 1 \quad Ox$$

Hình phẳng giới hạn bởi , trục hoành, , quay quanh trục .

$$V = \pi \int_0^1 (x^4)^2 dx = \pi \int_0^1 x^8 dx = \pi \cdot \frac{1}{9} = \frac{\pi}{9}$$

Thể tích khối tròn xoay là

Chọn A.

Câu 6.

$$(d): \frac{x-1}{3} = \frac{2y+3}{2} = \frac{z-1}{2}$$

Đường thẳng

$$\frac{x-1}{3} = \frac{2y+3}{2} = \frac{z-1}{2} = t$$

Đặt

Khi đó:

$$x = 1 + 3t$$

,

$$2y + 3 = 2t \Rightarrow y = t - \frac{3}{2}$$

,

$$z = 1 + 2t$$

$$\vec{u} = (3; 1; 2)$$

Vậy một vector chỉ phương của đường thẳng là

Chọn **B**.

Câu 7.

$$A(1; 0; 0) \quad B(0; 2; 0) \quad C(0; 0; -1)$$

Mặt phẳng đi qua , , .

Dùng dạng mặt phẳng theo đoạn chắn:

$$\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-1} = 1$$

$$x + \frac{y}{2} - z = 1$$

Suy ra .

$$2x + y - 2z = 2$$

Nhân cả hai vế với 2, ta được .

$$2x + y - 2z - 2 = 0$$

Vậy phương trình mặt phẳng là .

Chọn **C**.

Câu 8.

Điều kiện xác định:

$$2x - 1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2}$$

,

$$-x + 5 > 0 \Rightarrow x < 5$$

.

$$\frac{1}{2} < 1$$

Vì cơ số nên hàm số logarit nghịch biến.

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) \leq \log_{\frac{1}{2}}(-x + 5) \Leftrightarrow 2x - 1 \geq -x + 5$$

Do đó .

$$3x \geq 6 \Leftrightarrow x \geq 2$$

Suy ra .

$$2 \leq x < 5$$

Kết hợp điều kiện: .

$$x = 2, 3, 4$$

Các nghiệm nguyên là . Có 3 nghiệm nguyên.

Chọn A.

Câu 9.

$$ABC.A'B'C' \quad \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'}$$

Trong lăng trụ , ta có .

Xét biểu thức:

$$\overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

$$-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$$

Ta có .

$$\overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BC}$$

Vậy .

$$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'} \quad \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{BC'}$$

Mà , nên .

Chọn C.

Câu 10.

Mặt cầu có phương trình:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 3 = 0$$

$$y$$

Nhóm theo :

$$x^2 + (y^2 + 2y) + z^2 - 3 = 0$$

$$x^2 + (y+1)^2 - 1 + z^2 - 3 = 0$$

$$x^2 + (y+1)^2 + z^2 = 4$$

$$I(0; -1; 0) \quad R = 2$$

Vậy tâm , bán kính .

Chọn A.

Câu 11.

Từ bảng biến thiên:

$$f'(x) < 0 \quad (-\infty; -1) \quad f'(x) > 0 \quad (-1; 2)$$

trên , trên .

Do đó tại $x = -1$, hàm số đổi dấu đạo hàm từ âm sang dương, nên $x = -1$ là điểm cực tiểu.

$$f(-1) = -2$$

Giá trị cực tiểu là .

Chọn A.

Câu 12.

$$V = S_{\text{đáy}} \cdot h$$

Thể tích khối lăng trụ là .

$$S_{\text{đáy}} = a^2 \sqrt{3} \quad V = 3a^3$$

Theo đề: , .

$$h = \frac{V}{S_{\text{đáy}}} = \frac{3a^3}{a^2 \sqrt{3}} = \frac{3a}{\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$$

Suy ra .

Chọn D.

Phần II

Câu 1

$$AD = 4dm \quad AB = 8dm \quad AA' = 4dm$$

Bể cá là hình hộp chữ nhật có , , .

$$V = 4 \cdot 8 \cdot 4 = 128dm^3 = 128$$

Thể tích tối đa của bể là lít.

Vậy mệnh đề a) đúng.

Khi nghiêng bể, mặt thoáng nước là tứ giác $CBHK$, trong đó H, K là trung điểm của AA', DD' . Khi đó $AD = 4dm$ phần nước còn lại là một lăng trụ tam giác có chiều dài $2dm$, đáy tam giác có hai cạnh vuông là và .

$$V = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2 = 32 \text{ dm}^3 = 32$$

Thể tích nước còn lại là lít.

$$32 > 30$$

Vì , nên mệnh đề **b)** sai.

$$h = \frac{32}{4 \cdot 8} = 1 \text{ dm}$$

Sau khi đặt bể trở lại vị trí thẳng bằng, chiều cao mực nước là . Do đó mặt thoáng nước nằm trên mặt phẳng . Nếu thuộc mặt thoáng nước thì tọa độ của đều bằng 1. Suy ra trọng tâm

$$APQ \quad z_G = \frac{0+1+1}{3} = \frac{2}{3} \quad \frac{4}{3}$$

tam giác có tọa độ , không phải .

Vậy mệnh đề **c)** sai.

$$A'(0;0;4) \quad E(2;1;1) \quad F(4;2;0)$$

Với , , , ta có:

$$A'E = \sqrt{14} \quad EF = \sqrt{6} \quad A'F = 6$$

$$, , .$$

$$A'EF \quad S = \sqrt{5}$$

Diện tích tam giác là . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác là

$$R = \frac{A'E \cdot EF \cdot A'F}{4S} = \frac{3\sqrt{105}}{5} \approx 6,148$$

.

$$A' \quad E \quad F \quad 6,27 \text{ dm} \quad (6,2;6,3)$$

Độ dài cung tròn từ qua đến xấp xỉ , thuộc khoảng .

Vậy mệnh đề **d)** đúng.

Câu 2

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \quad f'(x) = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$$

Ta có nên .

$$f'(x) \quad x=1 \quad cx+d=0 \quad x=1 \quad d=-c$$

Từ đồ thị , đường thẳng là tiệm cận đứng nên tại . Suy ra .

$$f'(x) \quad f'(x) = \frac{k}{(x-1)^2}$$

Do đó có dạng .

$$f'(0) = -3 \quad k = -3 \quad f'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2}$$

Từ đồ thị thấy , nên . Vậy .

$$f'(x) < 0 \quad (1; +\infty) \quad f(x) \quad (1; +\infty)$$

Vì trên nên nghịch biến trên .
Mệnh đề a) sai.

$$f'(x) \quad f(x) = \frac{3}{x-1} + C$$

Nguyên hàm của là .

$$[2; 4] \quad x = 4 \quad \min_{[2; 4]} f(x) = 6$$

Trên , hàm số nghịch biến nên giá trị nhỏ nhất đạt tại . Theo đề, , suy ra
 $f(4) = 6$

$$\frac{3}{4-1} + C = 6 \Rightarrow 1 + C = 6 \Rightarrow C = 5$$

Ta có .

$$f(x) = 5 + \frac{3}{x-1} = \frac{5x-2}{x-1}$$

Vậy .

$$f(2) = 5 + \frac{3}{1} = 8$$

Suy ra , không phải 6.

Mệnh đề b) sai.

$$f(x) = \frac{5x-2}{x-1} \quad a = 5 \quad b = -2 \quad c = 1 \quad d = -1$$

Từ , có thể chọn , , , .

$$\frac{a+b}{2c-d} = \frac{5-2}{2 \cdot 1 - (-1)} = \frac{3}{3} = 1$$

Khi đó .

Mệnh đề c) đúng.

$$x \quad y = 5 + \frac{3}{x-1}$$

Để điểm trên đồ thị có tọa độ nguyên, cần nguyên và nguyên.

$$x-1$$

$$x-1 \in -3; -1; 1; 3$$

$$x$$

Suy ra phải là ước của 3, tức là . Có 4 giá trị nguyên của , nên có 4 điểm có tọa độ nguyên.

Mệnh đề **d) đúng**.

Câu 3

$$x(t) = t - 2 \ln(t+1)$$

Phương trình chuyển động là .

$$v(t) = x'(t) = 1 - \frac{2}{t+1}$$

Vận tốc là .

$$v(t) = 2 - \frac{3}{t+1}$$

Mệnh đề a) cho là không đúng.

Mệnh đề **a) sai**.

$$v(0) = 1 - \frac{2}{1} = -1$$

Vận tốc ban đầu là m/s, không phải 2 m/s.

Mệnh đề **b) sai**.

$$t=1 \quad v(1) = 1 - \frac{2}{2} = 0$$

Tại , ta có .

Mệnh đề **c) đúng**.

$$v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \quad t = 1$$

Ta có . Vì vậy trong khoảng từ 0 đến 4 giây, hạt đổi chiều tại .

$$x(0) = 0$$

$$.$$

$$x(1) = 1 - 2 \ln 2 \approx -0,386$$

$$.$$

$$x(4) = 4 - 2 \ln 5 \approx 0,781$$

$$.$$

$$S = |x(1) - x(0)| + |x(4) - x(1)| \approx 0,386 + 1,167 = 1,553$$

Quãng đường đi được là m.

$$1,55$$

Làm tròn đến hàng phần trăm được m.

Mệnh đề **d) đúng**.

Câu 4

$$120 + 80 = 200$$

Tổng số sản phẩm là

$$P(A) = \frac{120}{200} = 0,6$$

Xác suất lấy được sản phẩm do nhà máy A sản xuất là

Mệnh đề **a) đúng**.

A

$$1 - 0,04 = 0,96$$

Tỉ lệ phế phẩm của nhà máy A là 4%, nên tỉ lệ sản phẩm tốt của nhà máy A là

Mệnh đề **b) đúng**.

Xác suất lấy được sản phẩm tốt là

$$P(T) = P(A) \cdot P(T|A) + P(B) \cdot P(T|B) = 0,6 \cdot 0,96 + 0,4 \cdot 0,99 = 0,576 + 0,396 = 0,972$$

Không phải 0,964.

Mệnh đề **c) sai**.

Biết sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt, ta có:

$$P(A|T) = \frac{0,6 \cdot 0,96}{0,972} = \frac{0,576}{0,972} \approx 0,593$$

$$P(B|T) = \frac{0,4 \cdot 0,99}{0,972} = \frac{0,396}{0,972} \approx 0,407$$

$$0,407 < 0,593$$

B

Vì $P(A|T) > P(B|T)$, nên xác suất sản phẩm tốt đó do nhà máy A sản xuất không lớn hơn xác suất do nhà máy B sản xuất.

Mệnh đề **d) sai**.

Phần III

Câu 1

$$O(0;0)$$

Đặt hệ trục tọa độ với tâm hình chữ nhật là

$$AB = 6 \quad BC = 4$$

Vì $AB > BC$, nên có thể chọn:

$$G(-3;0) \quad H(3;0) \quad E(0;2) \quad F(0;-2)$$

, , , .

GEH

Oy $I(0;a)$

Xét cung tròn . Do tính đối xứng, tâm đường tròn nằm trên trục , gọi là .

$$IG = IE$$

Ta có nên:

$$9 + a^2 = (2 - a)^2$$

.

$$9 + a^2 = 4 - 4a + a^2 \quad a = -\frac{5}{4}$$

Suy ra , do đó .

$$R = IE = 2 + \frac{5}{4} = \frac{13}{4}$$

Vậy bán kính đường tròn là .

$$I \quad GH \quad d = \frac{5}{4}$$

Khoảng cách từ tâm đến dây là .

GH

Diện tích hình quạt tròn phía trên dây là:

$$S_1 = R^2 \arccos \frac{d}{R} - d\sqrt{R^2 - d^2}$$

.

$$R = \frac{13}{4} \quad d = \frac{5}{4}$$

Thay , :

$$S_1 = \frac{169}{16} \arccos \frac{5}{13} - \frac{5}{4} \cdot 3 \approx 8,67$$

.

GEH

Diện tích tam giác là:

$$S_{\triangle GEH} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 = 6$$

.

Phần gạch sọc phía trên có diện tích:

$$8,67 - 6 = 2,67$$

GH

Do hình đối xứng qua trục GH , tổng diện tích phần gạch sọc là:

$$S = 2 \cdot 2,67 \approx 5,34$$

Làm tròn đến hàng phần chục được:

5,3

Đáp án: 5,3.

Câu 2

Công thức cường độ ánh sáng là:

$$I = I_0 \cdot a^d$$

1m

Tại độ sâu $1m$, cường độ ánh sáng bằng 95% cường độ ánh sáng tại mặt nước biển nên:

$$I_0 \cdot a = 0,95 I_0$$

$$a = 0,95$$

Suy ra

20m

10m

Cần tính tỷ lệ giữa cường độ ánh sáng tại độ sâu 20m và độ sâu 10m:

$$\frac{I_{20}}{I_{10}} = \frac{I_0 \cdot a^{20}}{I_0 \cdot a^{10}} = a^{10}$$

Suy ra:

$$\frac{I_{20}}{I_{10}} = 0,95^{10} \approx 0,5987$$

Làm tròn đến hàng phần chục được:

0,6

Đáp án: .**Câu 3**

Ta có:

$$f(x) = \frac{-x^2 + 5x - 4}{x} = -x + 5 - \frac{4}{x}$$

$$x = 1 \quad x = 4$$

Đồ thị cắt trục hoành tại và .

$$m \quad 0 < m < 1$$

Gọi chiều cao của hình chữ nhật trong hệ tọa độ là , với .

 A, B m

Hai điểm nằm trên đồ thị và có cùng tung độ , nên hoành độ của chúng là hai nghiệm của phương trình:

$$\frac{-x^2 + 5x - 4}{x} = m$$

$$-x^2 + 5x - 4 = mx$$

Suy ra: ,

$$x^2 - (5 - m)x + 4 = 0$$

$$x_1, x_2$$

Gọi hai nghiệm là . Khi đó chiều rộng hình chữ nhật là:

$$x_2 - x_1 = \sqrt{(5 - m)^2 - 16}$$

Diện tích hình chữ nhật theo đơn vị tọa độ là:

$$S(m) = m\sqrt{(5 - m)^2 - 16}$$

Để tìm giá trị lớn nhất, xét:

$$S^2(m) = m^2[(5-m)^2 - 16] = m^2(m^2 - 10m + 9)$$

Đạo hàm:

$$(S^2(m))' = 2m(2m^2 - 15m + 9)$$

$$0 < m < 1$$

Với , ta có:

$$2m^2 - 15m + 9 = 0$$

Suy ra:

$$m = \frac{15 - 3\sqrt{17}}{4}$$

Thay vào biểu thức diện tích:

$$S_{\max} \approx 1,1114$$

đơn vị diện tích tọa độ.

$$10m$$

Vì mỗi đơn vị trên trục tọa độ là , nên diện tích thực tế là:

$$1,1114 \cdot 10^2 \approx 111,14m^2$$

Làm tròn đến hàng đơn vị:

$$111m^2$$

Đáp án: .

Câu 4

Nhà kho là lăng trụ ngũ giác đứng.

Mặt đáy ngũ giác gồm một hình chữ nhật và một tam giác cân phía trên.

$$8m \quad 5m$$

Phần hình chữ nhật có kích thước và , nên diện tích là:

$$S_1 = 8 \cdot 5 = 40m^2$$

Phần mái là tam giác cân có hai cạnh bên bằng $5m$, đáy bằng $8m$.

Chiều cao tam giác mái là:

$$h = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = 3m$$

Diện tích tam giác mái là:

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 = 12m^2$$

Diện tích mặt đáy ngũ giác là:

$$S = 40 + 12 = 52m^2$$

Chiều dài nhà kho là $14m$.

Vậy thể tích phần không gian bên trong nhà kho là:

$$V = 52 \cdot 14 = 728m^3$$

$$728m^3$$

Đáp án:

Câu 5

Tứ diện đều có 6 cạnh. Trên mỗi cạnh có 3 bóng đèn, nên tổng số bóng đèn là:

$$6 \cdot 3 = 18$$

Chọn ngẫu nhiên 3 bóng đèn trong 18 bóng đèn, biết rằng 3 bóng đèn không cùng thuộc một cạnh.

Số cách chọn thỏa điều kiện này là:

$$C_{18}^3 - 6 = 816 - 6 = 810$$

Ta cần đếm số cách chọn 3 bóng sao cho 3 điểm đó tạo thành một mặt phẳng song song với đúng một cạnh của tứ diện.

AB

Xét một cạnh cố định, chẳng hạn cạnh AB .

$A(0; 0; 0)$ $B(1; 0; 0)$ $C(0; 1; 0)$ $D(0; 0; 1)$

Đặt tứ diện vào hệ tọa độ: Oyz . Khi đó mặt phẳng qua 3 điểm song

AB

Oyz

song với AB khi hình chiếu của 3 điểm đó lên mặt phẳng Oyz thẳng hàng.

AB

Kiểm đếm các trường hợp mặt phẳng song song với cạnh AB và không song song với cạnh nào khác, ta được:

Dạng cạnh chứa 3 điểm được chọn	Số cách
AB, AC, AD	9
AC, AD, BC	6
AC, AD, BD	6
AC, BC, BD	6
AC, BC, CD	6
AD, BC, BD	6
AD, BD, CD	6
Tổng	45

Vậy với mỗi cạnh của tứ diện có 45 cách chọn.

Tứ diện có 6 cạnh, nên số cách chọn để mặt phẳng song song với đúng một cạnh là:

$$6 \cdot 45 = 270$$

Xác suất cần tìm là:

$$P = \frac{270}{810} = \frac{1}{3} \approx 0,33$$

0,33

Đáp án: 0,33

Câu 6

Máy bay chuyển động trên đường thẳng đi qua hai điểm:

$A(2; -2; 1)$ $B(8; 5; 7)$

Vector chỉ phương của đường bay là:

$$\overrightarrow{AB} = (8 - 2; 5 + 2; 7 - 1) = (6; 7; 6)$$

Khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0;0;0)$ đến đường thẳng AB là:

$$d = \frac{|\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AB}|}$$

Ta có:

$$\overrightarrow{OA} = (2; -2; 1)$$

Tính tích có hướng:

$$\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{AB} = (-19; -6; 26)$$

Do đó:

$$|\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-19)^2 + (-6)^2 + 26^2} = \sqrt{1073}$$

Và:

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{6^2 + 7^2 + 6^2} = \sqrt{121} = 11$$

Suy ra khoảng cách nhỏ nhất theo đơn vị tọa độ là:

$$d = \frac{\sqrt{1073}}{11} \approx 2,978$$

Mỗi đơn vị tọa độ ứng với $100km$, nên khoảng cách thực tế là:

$$2,978 \cdot 100 \approx 297,8km$$

Làm tròn đến hàng đơn vị:

$298km$

Đáp án: .