PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN
Môn: Toán 9
Thời gian làm bài: 150 phút
Đề gồm 01 trang

Bài 1: (6,0 điểm)

1) Cho biểu thức $Q=\left(\frac{\sqrt{3}}{x^2+x\sqrt{3}+3}+\frac{3}{x^3-\sqrt{27}}\right)\left(\frac{x}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}}{x}+1\right)$

a/ Tìm điều kiện của Q và rút gọn Q b/ Tính giá trị của Q khi $x=\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{4-\sqrt{7}}$

2) Chứng minh rằng $A = 1^3 + 2^3 + 3^3 + ...+ 100^3$ chia hết cho $B = 1 + 2 + 3 + ... + 100$

Bài 2: (4,0 điểm)

1) Giải phương trình: $\sqrt{x-2013}+\sqrt{4x-8052}=3$

2) Cho abc = 1.Tính S = $\frac{1}{1+a+ab}+\frac{1}{1+b+bc}+\frac{1}{1+c+ac}$

Bài 3: (3,0 điểm)

1) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2 + 2y^2 + 2xy + 3y – 4 = 0$

2) Biết rằng a,b là các số thoả mãn a > b > 0 và a.b = 1 Chứng minh : $\frac{a^2+b^2}{a-b}\geq 2\sqrt{2}$

Bài 3: (6,0 điểm)

Cho nửa đường tròn đường kính BC = 2R, tâm O cố định. Điểm A di động trên nửa đường tròn. Gọi H là hình chiếu của điểm A lên BC. Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của H lên AC và AB.

a) Chứng minh tam giác ABC vuông

b)Chứng minh: AB . EB + AC . EH = AB^2

c) Xác định tam giác ABC sao cho tứ giác AEHD có diện tích lớn nhất? Tính d/ tích lớn nhất đó theo R.

Bài 5: (1,0 điểm)

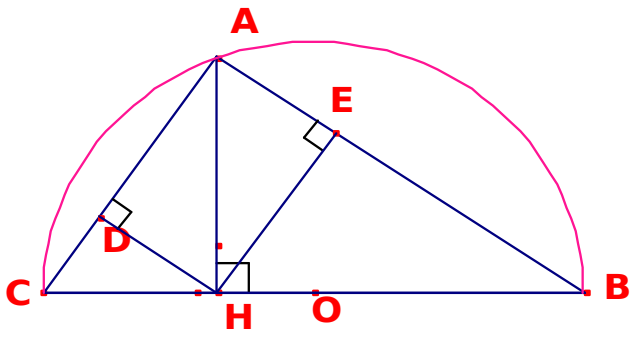
Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình: $2(x+y)+16=3xy$

HƯỚNG DẪN CHẤM THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9

Bài	Tóm tắt lời giải	Điểm
Bài 1 Câu 1a (2đ)	1.a) ĐKXĐ: $x \neq 0; x \neq \sqrt{3}$ $Q=\left(\frac{\sqrt{3}}{x^2+x\sqrt{3}+3}+\frac{3}{x^3-\sqrt{27}}\right)\left(\frac{x}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}}{x}+1\right)$	0,5

	$Q = \left(\frac{\sqrt{3}}{x^2+x\sqrt{3}+3}+\frac{3}{(x-\sqrt{3})(x^2+x\sqrt{3}+3)}\right)\left(\frac{x^2+x\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}x}\right)$ $= \left(\frac{(x-\sqrt{3})\sqrt{3}+3}{(x-\sqrt{3})(x^2+x\sqrt{3}+3)}\right)\left(\frac{x^2+x\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}x}\right)$ $= \frac{1}{x-\sqrt{3}}$	0,5 0,5 0,5
Bài 1 Câu 1b (2 đ)	1.b) Ta có: $x = \sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}}$ $x = \sqrt{\frac{8+2\sqrt{7}}{2}} - \sqrt{\frac{8-2\sqrt{7}}{2}}$ $x = \sqrt{\frac{\left(1+\sqrt{7}\right)^2}{2}} - \sqrt{\frac{\left(1-\sqrt{7}\right)^2}{2}}$ $x = \frac{1+\sqrt{7}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{2}}$ $x = \sqrt{2}$ Thay x = $\sqrt{2}$ vào Q ta có: $Q = \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = -\sqrt{2}-\sqrt{3}$	0,5 0,5 0,5 0,5
Bài 1 Câu 2 (2 đ)	2. Ta có: B = (1 + 100) + (2 + 99) + ...+ (50 + 51) = 101. 50 Để chứng minh A chia hết cho B ta chứng minh A chia hết cho 50 và 101 Ta có: A = $(1^3 + 100^3) + (2^3 + 99^3) + ... + (50^3 + 51^3)$ = $(1 + 100)(1^2 + 100 + 100^2) + (2 + 99)(2^2 + 2.99 + 99^2) + ... +$ $(50 + 51)(50^2 + 50.51 + 51^2) = 101(1^2 + 100 + 100^2 + 2^2 + 2.99 +$ $99^2 + ... + 50^2 + 50.51 + 51^2)$ chia hết cho 101 (1) Lại có: A = $(1^3 + 99^3) + (2^3 + 98^3) + ... + (50^3 + 100^3)$ Mỗi số hạng trong ngoặc đều chia hết cho 50 nên A chia hết cho 50 (2) Từ (1) và (2) suy ra A chia hết cho 101 và 50 nên A chi hết cho B	0,5 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
Bài 2 (1,5 đ)	$\sqrt{x-2013} + \sqrt{4x-8052} = 3; ĐK: x \geq 2013$ 1. $\Rightarrow 3\sqrt{x-2013} = 3 \Leftrightarrow x = 2014 (TMĐK)$	0,5 1,0
	2. Cho abc = 1. $\Rightarrow ab = \frac{1}{c}$	0.5

(2,5 đ)	$S = \dfrac{1}{1+a+ab} + \dfrac{1}{1+b+bc} + \dfrac{1}{1+c+ac}$	
	$= \dfrac{1}{1+a+\dfrac{1}{c}} + \dfrac{1}{abc+b+bc} + \dfrac{1}{1+c+ac}$	0,5
	$= \dfrac{c}{c+ac+1} + \dfrac{1}{b(ac+1+c)} + \dfrac{1}{1+c+ac}$	0,5
	$= \dfrac{bc+1+b}{b(1+c+ac)}$	0,5
	$= \dfrac{b(c+ac+1)}{b(c+ac+1)} = 1$	0,5
Bài 3 **(1,5đ)**	1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2 + 2y^2 + 2xy + 3y - 4 = 0$ (1)	
	(1) $\Leftrightarrow (x^2 + 2xy + y^2) + (y^2 + 3y - 4) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (x+y)^2 + (y-1)(y+4) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (y-1)(y+4) = -(x+y)^2$ (2)	0,25
	Vì $-(x+y)^2 \le 0$ với mọi x, y nên: $(y-1)(y+4) \le 0 \Leftrightarrow -4 \le y \le 1$	0,25
	Vì y nguyên nên $y \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1\}$	0,25
	Thay các giá trị nguyên của y vào (2) ta tìm được các cặp nghiệm nguyên (x; y) của PT đã cho là: (4; -4), (1; -3), (5; -3), (-2; 0), (-1; 1).	0,25
(1,5 đ)	2. - Vì a.b = 1 nên	
	$\dfrac{a^2+b^2}{a-b} = \dfrac{(a-b)^2 + 2ab}{a-b}$	0,25
	$= \dfrac{(a-b)^2 + 2}{a-b} = (a-b) + \dfrac{2}{a-b}$	0,25
	- Do a > b > 0 nên áp dụng BĐT Cô Si cho 2 số dương	0,25
	Ta có : $(a-b) + \dfrac{2}{a-b} \ge 2\sqrt{(a-b)\cdot\dfrac{2}{a-b}}$	0,5
	Vậy $\dfrac{a^2+b^2}{a-b} \ge 2\sqrt{2}$	0,25
Bài 4		

6đ		0,5
	a) Chứng minh tam giác ABC vuông Ta có: OA= OB = OC = R => Tam giác ABC vuông tại A (theo đl đảo)	0,25 0,25
	b) Chứng minh: AB . EB + AC . EH = AB^2 Chứng minh tứ giác ADHE là hình chữ nhật AB . EB = HB^2 AC . EH = AC . AD = AH^2 Ta có: $AB^2 = AH^2 + HB^2$ (định lý Pi ta go) => Đpcm	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
	b) $S_{(ADHE)} = AD.AE \le \frac{AD^2 + AE^2}{2} = \frac{DE^2}{2} = \frac{AH^2}{2}$ $\Rightarrow S_{(ADHE)} \le \frac{AH^2}{2} \le \frac{AO^2}{2} = \frac{R^2}{2}$ Vậy Max $S_{(ADHE)} = \frac{R^2}{2}$ Khi AD = AE hay AB = AC <=> Tam giác ABC vuông cân tại A	1,0 0,5 0,5 0,5
Bài 5 (1,0đ)	Ta có $2(x+y)+16 = 3xy \Leftrightarrow 3xy - 2x - 2y = 16$ $\Leftrightarrow y(3x-2) - \frac{2}{3}(3x-2) = 16 + \frac{4}{3} \Leftrightarrow (3x-2)(3y-2) = 52$ Giả sử: $x \le y$ khi đó $1 \le 3x-2 \le 3y-2$ và 52 = 1.52 = 2.26 = 4.13 ta có các trường hợp sau: $\begin{cases} 3x-2=1 \\ 3y-2=52 \end{cases}$; $\begin{cases} 3x-2=2 \\ 3y-2=26 \end{cases}$; (loại) $\begin{cases} 3x-2=4 \\ 3y-2=13 \end{cases}$; => nghiệm nguyên dương của PT là: (1; 18);(18; 1); (2; 5); (5; 2)	0,25 0,25 0,25 0,25

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN PHÙ MỸ

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN
Môn: Toán 9
Thời gian làm bài: 150 phút
Đề gồm 01 trang

Bài 1: (3,5 điểm)

Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n ta có:
$A = 7.5^{2n} + 12.6^{n}$ chia hết cho 19

Bài 2: (2,5 điểm)

Tìm số tự nhiên n sao cho: n + 24 và n – 65 là hai số chính phương

Bài 3: (3,0 điểm)

Cho a, b > 0 và a + b = 1.

Chứng minh rằng : $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2+\left(b+\frac{1}{b}\right)^2 \geq 12,5$

Bài 4: (3,0 điểm)

Cho x, y là hai số dương thỏa mãn : $x^2 + y^2 = 4$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $E=\left(x+\frac{1}{y}\right)^2+\left(y+\frac{1}{x}\right)^2$

Bài 5: (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC có D là trung điểm cạnh BC, điểm M nằm trên trung tuyến AD. Gọi I, K lần lượt là các trung điểm tương ứng của MB, MC và P, Q là các giao điểm tương ứng của các tia DI, DK với các cạnh AB, AC.

Chứng minh: PQ // IK.

Bài 6: (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC có BC = a , CA = b , AB = c. Gọi đường cao hạ từ các đỉnh A,B,C xuống các cạnh BC , CA và AB tương ứng là h_a , h_b , h_c . Gọi O là một điểm bất kỳ trong tam giác đó và khoảng cách từ O xuống ba cạnh BC , CA và AB tương ứng là x , y và z .

Tính $M=\frac{x}{h_a}+\frac{y}{h_b}+\frac{z}{h_c}$

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI HSG LỚP 9 CẤP HUYỆN - MÔN TOÁN_

Bài 1 (3,5đ)	Với n = 0 ta có A(0) = 19 ⋮ 19 Giả sử A chia hết cho 19 với n = k nghĩa là: A(k) = $7.5^{2k} + 12.6^{k}$ ⋮ 19 Ta phải chứng minh A chia hết cho 19 với n = k + 1 nghĩa là phải chứng minh: A(k + 1) = $7.5^{2(k+1)} + 12.6^{k+1}$ ⋮ 19 Ta có: A(k + 1) = $7.5^{2(k+1)} + 12.6^{k+1}$ $= 7.5^{2k}.5^2 + 12.6^{n}.6$ $= 7.5^{2k}.6 + 7.5^{2k}.19 + 12.6^{n}.6$ $= 6.A(k) + 7.5^{2k}.19$ ⋮ 19 Vậy theo nguyên lý quy nạp thì A = $7.5^{2n} + 12.6^{n}$ chia hết cho 19 với mọi số tự nhiên n	0,5 0,75 0,75 1,0 0,5
Bài 2 (2,5đ) 1	Ta có: $\begin{cases} n+24=k^2 \\ \end{cases}$ $\Leftrightarrow k^2 - 24 = h^2 + 65$ $\Leftrightarrow (k-h)(k+h) = 89 = 1.89$ $\Leftrightarrow \begin{cases} k+h=89 \\ \end{cases}$ Vậy: n = $45^2 - 24 = 2001$	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
Bài 3 (3,0đ)	Nhận xét rằng với mọi x,y ta có: $(x-y)^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy$ $\Rightarrow 2(x^2+y^2) \geq x^2 + y^2 + 2xy$ $\Rightarrow x^2 + y^2 \geq \frac{(x+y)^2}{2}$ Đặt $\left(a+\frac{1}{a}\right) = x ; \left(b+\frac{1}{b}\right) = y$ ta được : $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2 + \left(b+\frac{1}{b}\right)^2 \geq \frac{1}{2}\left(a+\frac{1}{a}+b+\frac{1}{b}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(a+b+\frac{a+b}{ab}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{ab}\right)^2$ Vì $1 = (a+b)^2 \geq 4ab \Rightarrow ab \leq \frac{1}{4}$ $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2 + \left(b+\frac{1}{b}\right)^2 \geq \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{ab}\right)^2 \geq \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{\frac{1}{4}}\right) = 12,5$ Do đó :	0,5 0,5 0,75 0,5 0,75

Bài 4 (3,0đ)

Ta có $E = (x^2 + y^2) + \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right) + 2\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)$ — 0,5

Áp dụng BĐT: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ vôùi a > 0; b > 0. — 1,0

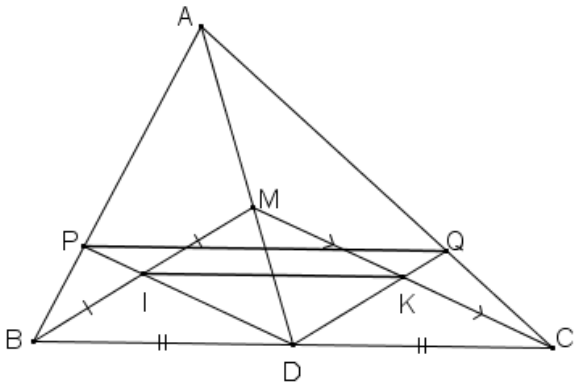
Ta có $\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right) \geq \frac{4}{x^2 + y^2} \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \geq 1$ — 1,0

Áp dụng BĐT: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ vôùi a > 0; b > 0. — 0,5

Ta có $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2 \Leftrightarrow 2\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) \geq 4$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức E = 9 . Dấu "=" xảy ra khi x = y = $\sqrt{2}$

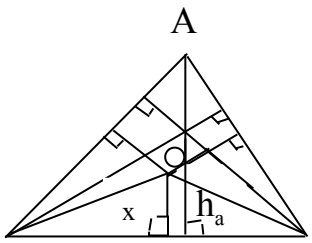
Bài 5 (4,0đ)



- Vẽ hình đúng — 0,5
- Gọi E là trung điểm của AM, chứng minh được: IK // BC, EI // AB, EK // AC — 1,5
- Áp dụng định lý Ta-lét vào các tam giác DPA, DAQ. Suy ra: $\frac{DI}{DP} = \frac{DE}{DA} = \frac{DK}{DQ}$ — 1,5
- Áp dụng định lý Ta-lét đảo vào tam giác DPQ, suy ra: PQ // IK — 0,5

Bài 6 (4,0đ)

Vẽ hình đúng — 0,5



Xét hai tam giác ABC và OBC ta có :

$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC.h_a$ (1)

$S_{OBC} = \frac{1}{2} BC..x$ (2) — 0,5

Từ (1)và (2) ta suy ra : $\frac{x}{h_a} = \frac{S_{OBC}}{S_{ABC}}$ — 1,0

$\frac{y}{h_b} = \frac{S_{COA}}{S_{ABC}}$ — 0,5

Tương tự ta có : $\frac{z}{h_c} = \frac{S_{AOB}}{S_{ABC}}$ — 0,5

1,0

	Từ đó tính được : $M = \frac{S_{BOC} + S_{COA} + S_{AOB}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC}}{S_{ABC}} = 1$	

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN ĐÔNG SƠN

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN
Môn: Toán 9
Thời gian làm bài: 150 phút
Đề gồm 01 trang

Bài 1: Cho biểu thức: $A = \sqrt{(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}).\frac{1}{x+y+2\sqrt{xy}} + \frac{2}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^3}.(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}})} : \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{xy\sqrt{xy}}$

a, Rút gọn biểu thức A.

b, Tính giá trị biểu thức A khi $x = 3+\sqrt{5}$; $y = 3-\sqrt{5}$

Bài 2: Cho 3 số a, b, c $\neq$ 0 thỏa mãn: $a \neq b \neq c$ và $a^3+b^3+c^3 = 3abc$.

$P = \frac{a-b}{c}+\frac{b-c}{a}+\frac{c-a}{c}$; $Q = \frac{c}{a-b}+\frac{a}{b-c}+\frac{b}{c-a}$

Chứng minh rằng : P.Q = 9.

Bài 3: Giải phương trình : $(4x-1)\sqrt{x^2+1} = 2(x^2+1)+2x-1$.

Bài 4: Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x-y+\sqrt{x}=\sqrt{y} \\ x+y+18\sqrt{xy}=4\sqrt{x}+3\sqrt{y}+13 \end{cases}$$

Bài 5: Cho 3 số x,y,z thỏa mãn x + y + z = 3 và $x^4+y^4+z^4 = 3xyz$. Hãy tính giá trị của biểu thức $M = x^{2006}+y^{2006}+z^{2006}$

Bài 6: Cho Parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và điểm A(3;0) ; Điểm M thuộc (P) có hoành độ a.

a) Xác định a để đoạn thẳng AM có độ dài ngắn nhất .

b) Chứng minh rằng khi AM ngắn nhất thì đường thẳng AM vuông góc với tiếp tuyến của (P) tại điểm M.

Bài 7: Tìm nghiệm nguyên của phương trình : $x^3+x^2+x+1 = 2003^y$

Bài 8: Cho tam giác ABC vuông ở A. I là trung điểm của cạnh BC, D là một điểm bất kỳ trên cạnh BC. Đường trung trực của AD cắt các đường trung trực của AB, AC theo thứ tự tại E và F.

a) Chứng minh rằng: 5 điểm A,E,I,D,F cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: AE.AC = AF.AB.

c) Cho AC = b; AB = c. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác AEF theo b, c

Bài 9: Cho tam giác ABC cân tại A. Một điểm P di động trên BC. Qua P vẽ PQ//AC ($Q \in AB$) và PR//AB ($R \in AC$). Tìm quỹ tích các điểm D đối xứng với P qua QR.

Hướng dẫn chấm thi học sinh giỏi lớp 9
Môn : Toán

Bài	Lời giải	Biểu điểm
1	a) ĐKXĐ : x >0 ; y>0 ; x ≠ y $A = \sqrt{(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}).\frac{1}{x+y+2\sqrt{xy}}+\frac{2}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^3}.(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}})} : \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{xy\sqrt{xy}}$ $= \sqrt{\frac{x+y}{xy.(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}+\frac{2(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^3.(\sqrt{x}.\sqrt{y})}} . \frac{xy\sqrt{xy}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ $= \sqrt{\frac{x+y+2\sqrt{xy}}{xy(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}} . \frac{xy\sqrt{xy}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ $= \frac{1}{\sqrt{xy}} . \frac{xy\sqrt{xy}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{xy}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ b) Với x= $3+\sqrt{5}$ Và y = $3-\sqrt{5}$ ta có : x >y do đó A = $\frac{xy}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} > 0$ Mà $A^2 = \frac{(xy)^2}{x+y-2\sqrt{xy}} = \frac{[(3+\sqrt{5}).(3-\sqrt{5})]^2}{(3+\sqrt{5})+(3-\sqrt{5})-2.\sqrt{3^2-(\sqrt{5})^2}} = \frac{4^2}{6-2.2} = 8$ Vậy : A = $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$	0,25 0,75 0,25 0,75
2	Ta có : $a^3+b^3+c^3 = 3abc \Leftrightarrow a^3+b^3+c^3-3abc = 0$ $\Leftrightarrow (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc) = 0$ (1) Mà $a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc = \frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2] \neq 0$ (Do a ≠ b ≠ c) Do đó:(1) $\Leftrightarrow$ a +b +c = 0 $\Rightarrow$ a +b = - c ; a +c = -b ; b +c = -a (2) Mặt khác : $P = \frac{a-b}{c}+\frac{b-c}{a}+\frac{c-a}{b} = \frac{ab(b-a)+bc(b-c)+ac(c-a)}{abc}$ $P = \frac{ab(a-b)+b^2c-bc^2+ac^2-a^2c}{abc} = \frac{(a-b)(b-c)(a-c)}{abc}$ (3) Hơn nữa : Đặt $\begin{cases} a-b=z \\ b-c=x \\ c-a=y \end{cases}$ Ta có $\begin{cases} x-y=a+b-2c=-3c \\ y-z=b+c-2a=-3a \\ z-x=a+c-2b=-3b \end{cases}$ (do (2)) Vì thế : $Q = \frac{c}{a-b}+\frac{a}{b-c}+\frac{b}{c-a} = -\frac{1}{3}(\frac{x-y}{z}+\frac{y-z}{x}+\frac{z-x}{y})$ $= -\frac{1}{3}.\frac{(x-y).(y-z).(x-z)}{xyz}$ (Biến đổi tương tự rút gọn P) $= -\frac{1}{3}.\frac{(-3c).(-3a).[-(-3b)]}{(a-b).(b-c).c-a)}$	0,5 0,5 0,75

	$= \dfrac{-9abc}{(a-b)(b-c)(c-a)}$ (4) Từ (3) và (4) ta có : P.Q= $\dfrac{(a-b).(b-c).(a-c)}{abc}.\dfrac{-9abc}{(a-b).(b-c).(c-a)} = 9$ Vậy P.Q = 9	0,25
3	$(4x-1)\sqrt{x^2+1} = 2(x^2+1)+2x-1$ (5) Đặt $\sqrt{x^2+1} = y$ ($y \geq 1$) Ta có : (5) $\Leftrightarrow$ $(4x-1).y = 2y^2+2x-1$ $\Leftrightarrow$ $2y^2 - 4xy + 2x + y - 1 = 0$ $\Leftrightarrow$ $(2y^2 - 4xy + 2y) - (y - 2x + 1) = 0$ $\Leftrightarrow$ $2y(y-2x+1) - (y-2x+1) = 0$ $\Leftrightarrow$ $(y-2x+1)(2y-1) = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 2x-1 \\ y = \frac{1}{2} < 1 (\text{loại}) \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow$ $\sqrt{x^2+1} = 2x-1$ $\Leftrightarrow$ $x^2+1 = 4x^2-4x+1$ $\Leftrightarrow$ $x(3x-4) = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \frac{4}{3} \end{array}\right.$	0,25 1,0 0,75
4	(I) $\begin{cases} x - y + \sqrt{x} = \sqrt{y} \ (a) \\ x + y + 18\sqrt{xy} = 4\sqrt{x} + 3\sqrt{y} + 13 \ (b) \end{cases}$ (ĐKXĐ : $x \geq 0; y \geq 0$) Ta có : (a) $\Leftrightarrow$ $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y} + 1) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y}$ $\Leftrightarrow$ $x = y$ thế vào (b) ta đợc : $2x + 18x = 4\sqrt{x} + 3\sqrt{x} + 13 \Leftrightarrow 20x - 7\sqrt{x} - 13 = 0$ (6) Đặt $\sqrt{x} = t$ ($t \geq 0$) ta có : (6) $\Leftrightarrow$ $20t^2 - 7t - 13 = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = \frac{-13}{20} < 0 (\text{loại}) \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow$ $\sqrt{x} = 1$ $\Leftrightarrow$ $x = 1$ Vậy hệ (I) có nghiệm duy nhất (x,y) = (1, 1)	1,0 1,0
5	$\left.\begin{array}{l} \frac{x^4+y^4}{2} \geq \sqrt{x^4.y^4} = x^2y^2 \\ \frac{y^4+z^4}{2} \geq \sqrt{y^4.z^4} = y^2z^2 \\ \frac{z^4+x^4}{2} \geq \sqrt{z^4.x^4} = x^2z^2 \end{array}\right\} \Rightarrow$ Theo BĐT Cô si ta có : $\Rightarrow$ $x^4 + y^4 + z^4 \geq x^2y^2 + y^2z^2 + x^2z^2$ (7) Mặt khác : $x^2y^2 + y^2z^2 + x^2z^2 \geq xy^2z + xyz^2 + x^2yz$ (C/M tương tự quá trình trên)	0,75

	$\Leftrightarrow x^2y^2 + y^2z^2 + x^2z^2 \geq xyz\,(x+y+z)$ $\Leftrightarrow x^2y^2 + y^2z^2 + x^2z^2 \geq 3xyz$ (8) (do $x+y+z=3$) Do đó : $x^4 + y^4 + z^4 \geq 3xyz$ (9) Dấu " = "xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x^4 = y^4 ; y^4 = z^4 ; z^4 = x^4 \\ x^2y^2 = y^2z^2 ; y^2z^2 = z^2x^2 ; z^2x^2 = x^2y^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z$ (10) Hơn nữa $x + y + z = 3$ (11) Từ (10) và (11) $\Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = z = 1$ $\Rightarrow x^{2006} + y^{2006} + z^{2006} = 1 + 1 + 1 = 3$ Vậy : M = 3	0,75 0,5
6	a)Ta có : A (3; 0) và M(a; a^2) do đó : $AM^2 = (a-3)^2 + (a^2-0)^2 = a^4 + a^2 - 6a + 9$ $= (a^4 - 2a^2 + 1) + 3(a^2 - 2a + 1) + 5$ $= (a^2-1)^2 + 3(a-1)^2 + 5 \geq 5$ $\Rightarrow AM \geq \sqrt{5}$ $\Rightarrow$ Min AM = $\sqrt{5}$ khi và chỉ khi a = 1 b) Theo câu a : AM có độ dài ngắn nhất $\Leftrightarrow$ a = 1 ,Khi đó M(1;1) Do đó phương trình đường thẳng AM là: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ (do A(3;0)) (c) Gọi phương trình đường thẳng đi qua điểm M (1;1) và tiếp xúc với (P) tại điểm M là (d) : $y = ax + b$ ta có : $a.1 + b = 1$ (12) (Do M(1;1) $\in$ (d)) và phương trình : $x^2 = ax + b$ có nghiệm kép (13) (do (d) tiếp xúc với (P)) Mà : $x^2 = ax + b \Leftrightarrow x^2 - (ax + b) = 0$ (14) Phương trình (14) có $\Delta = (-a)^2 - 4.1.(-b) = a^2 + 4b$ Nên : (13) $\Leftrightarrow a^2 + 4b = 0$ (15) Từ (12) và (15) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a+b=1 \\ a^2+4b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+4(1-a)=0 \\ b=1-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$ Vì thế phương trình đường thẳng đi qua điểm M(1;1) và tiếp xúc với (P) tại M là : $y = 2x - 1$ (d) Từ (c) và (d) $\Rightarrow$ (d) $\perp$ AM (do $-\frac{1}{2}.2 = -1$) Vậy : Khi AM ngắn nhất thì AM vuông góc với tiếp tuyến của (P) tạiM	1.0 0,25 0,5 0,25
7	+)Nhận thấy (0;0) là nghiệm nguyên của phương trình : $x^3 + x^2 + x + 1 = 2003$ (16) +) Với $y < 0$ ta có : $2003^y \notin Z$ mà $x^3 + x^2 + x + 1 \in Z$ (Với $x \in Z$) $\Rightarrow$ Phương trình (16) không có nghiệm nguyên thỏa mãn $y < 0$ +) Với $y > 0$ ta có : (16) $\Leftrightarrow (x+1)(x^2+1) = 2003^y$ (*) Từ (*) $\Rightarrow x + 1 > 0$ (do $x^2 + 1 > 0$ và $2003^y > 0$) Đặt UCLN ($x + 1; x^2 + 1$) = d ta có : $(x+1) \vdots d$ và $(x^2+1) \vdots d \Rightarrow [x^2 + 1 + (x+1)(1-x)] \vdots d$	0,5 0,25

$\Leftrightarrow 2 \vdots d$

Hơn nữa theo (*) $\Rightarrow 2003^y \vdots d$ $\Rightarrow$ d = 1 (**)

Mặt khác : 2003 là số nguyên tố ,nên các ước của 2003^y chỉ có thể là 1 hoặc 2003^m ($m \in N^*$) (***)

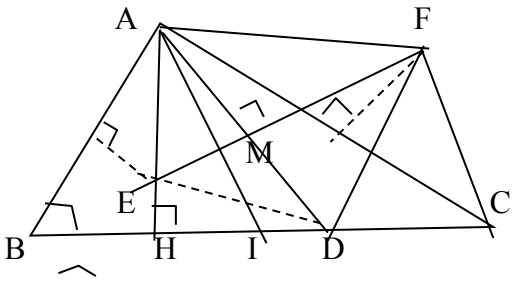
Từ (*) , (**) và (***) $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=1 \\ x^2+1=1 \end{array}\right. \Rightarrow$ x = 0 $\Rightarrow$ y = 0 (loại)

$\Rightarrow$ phương trình (16) cũng không có nghiệm nguyên thỏa mản y > 0

Vậy : Phương trình có nghiệm nguyên duy nhất (0; 0) — 1,0 — 0,25

8

a) Ta có : E là giao điểm của 2 đường trung trực của 2 cạnh AD,AB
Nên E là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABD.
Tương tự ta có: F là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔACD
Do đó :



— 0,5

$\overset{\frown}{ABD} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AED} \Rightarrow \overset{\frown}{AED} = 2\ \overset{\frown}{B}$

$\overset{\frown}{ACD} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AFD} \Rightarrow \overset{\frown}{AFD} = 2\ \overset{\frown}{C}$

$\Rightarrow \overset{\frown}{AED} + \overset{\frown}{AFD} = 2(\overset{\frown}{B} + \overset{\frown}{C}) = 180^0 \Rightarrow$ AEDF Nội tiếp (17) — 0,5

Lại có : AI = $\frac{1}{2}$ BC = BI $\Rightarrow \Delta$ ABC cân tại I — 0,5

$\Rightarrow \overset{\frown}{BAI} = \overset{\frown}{B} \Rightarrow \overset{\frown}{AID} = 2\ \overset{\frown}{B} \Rightarrow \overset{\frown}{AID} + \overset{\frown}{AFD} = 180^0$

$\Rightarrow$ Tứ Giác AIDF nội tiếp (18)

Từ (17) ; (18) $\Rightarrow$ 5 điểm A , E , I , D , F cùng thuộc đường tròn

b)Ta có EF là đường trung trực của AD nên : AE = ED ; FA =FD — 0,5

$\Rightarrow \Delta$AEF = Δ DEF (c. c.c)

$\Rightarrow$ +)$\overset{\frown}{AEF} = \overset{\frown}{DEF} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AED} = \frac{1}{2}.2\ \overset{\frown}{B} = \overset{\frown}{B}$

+) Tương tự $\overset{\frown}{AEF} = \overset{\frown}{C}$

Suy ra ΔAEF $\backsim$ Δ ABC (g.g)

$\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow$ AE.AC = AE. AB

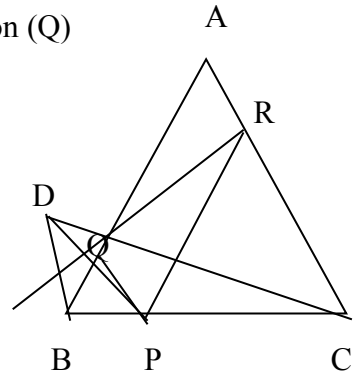
c) Theo câu b) Ta ccó : ΔAEF $\backsim$ ΔABC

$\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = k$ (k là tỉ số đồng dạng)

$\Rightarrow$ AE =kc ; AF = kb .

Ta có : Δ AEF vuông tại A (do Δ ABC vuông tại A và ΔAEF $\backsim$ ΔABC)

Nên diện tích Δ AEF là S = $\frac{1}{2}$ AE.AF $\Rightarrow 2S = k^2$ bc (19)

	Mặt khác $S = \frac{1}{2} AM.EF \Leftrightarrow 2S = AM \cdot EF \Leftrightarrow 4S^2 = AM^2 \cdot EF^2$ $\Leftrightarrow 4S^2 = (\frac{AD}{2})^2 \cdot (k^2b^2 + k^2c^2)$ (20) Từ (19) và (20) $\Rightarrow 2S = \frac{AD^2}{4} \cdot \frac{b^2+c^2}{bc} \Rightarrow S = \frac{b^2+c^2}{8bc} AD^2$ (21) Do đó : S nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ AD nhỏ nhất Mà AD $\geq$ AH (AH ~~$\perp$~~ BC , H $\in$ BC) Lại có AH = $\frac{AB.AC}{BC} = \frac{bc}{\sqrt{b^2+c^2}} \Rightarrow AD \geq \frac{bc}{\sqrt{b^2+c^2}}$ (22) Từ (21) ; (22) $\Rightarrow S \geq \frac{b^2+c^2}{8bc} \cdot \frac{(bc)^2}{b^2+c^2} = \frac{bc}{8}$ Vậy Min $S = \frac{bc}{8}$ (Khi D $\equiv$ H)	
9	a) Phần thuận Giả sử D là điểm đối xứng với P qua QR ta có : * QP = QB = QD $\Rightarrow$ P, B , D thuộc đường tròn (Q) $\Rightarrow \overset{\frown}{BDP} = \frac{1}{2} \overset{\frown}{BQP} = \frac{1}{2} \overset{\frown}{BAC}$ (23) * Tương tự : $\overset{\frown}{CDP} = \frac{1}{2} \overset{\frown}{BAC}$ (24) Từ (23) ;(24) $\Rightarrow \overset{\frown}{BDC} = \overset{\frown}{BAC}$ $\Rightarrow$ điểm D thuộc cung BAC (Của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC)  b) Phần đảo Lấy điểm D' thuộc cung BAC (D' $\neq$ B, C) , Gọi Q' là giao điểm của AB với đường trung trực của D'B ; qua Q' kẻ Q'P' // AC qua P' kẻ P'R' // AB ta có Q'R' là đường trung trực của D'P' Vậy qũy tích các điểm D là cung BAC của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC (trừ 2 điểm B,C)	1,0 1,0

PHÒNG GD-ĐT CAM LỘ

KÌ THI HỌC SINH GIỎI VĂN HÓA

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI MÔN: **TOÁN**

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1:(1 *điểm*)

Phân tích đa thức sau thành nhân tử : $x^4 + 2009x^2 + 2008x + 2009$

Câu 2:(1 *điểm*)

Giải phương trình sau:

$$\frac{x+2}{13}+\frac{2x+45}{15}=\frac{3x+8}{37}+\frac{4x+69}{9}$$

Câu 3: (2 *điểm*)

a/ Chứng minh rằng $\frac{a^4+b^4}{2} \geq ab^3+a^3b-a^2b^2$

b/ Cho hai số dương a,b và a=5-b.

Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng P= $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$

Câu 4:(*2 điểm*)

a/ Cho a và b là hai số thực dương thõa mãn điều kiện :

$$a^{2006}+b^{2006}=a^{2007}+b^{2007}=a^{2008}+b^{2008}$$

Hãy tính tổng: S= $a^{2009}+b^{2009}$

b/ Chứng minh rằng :A= $\frac{2\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ là số nguyên

Câu 5: (1 điểm) Tìm các số nguyên dương x,y thõa mãn phương trình sau:

xy-2x-3y+1=0

Câu 6: (3điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có cạnh AC>AB ,đường cao AH (H thuộc BC).Trên tia HC lấy điểm D sao cho HD=HA.Đường vuông góc với với BC tại D cắt AC tại E.

a)Chứng minh hai tam giác BEC và ADC đồng dạng

b)Chứng minh tam giác ABE cân.

c)Gọi M là trung điểm của BE và vẽ tia AM cắt BC tại G. Chứng minh rằng: $\frac{GB}{BC}=\frac{HD}{AH+HC}$

PHÒNG GD-ĐT CAM LỘ

KÌ THI HỌC SINH GIỎI VĂN HÓA

ĐỀ CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: **TOÁN**

Câu 1: (1 điểm)

$x^4+2009x^2+2008x+2009$

$=(x^4+x^2+1)+2008(x^2+x+1)$ 0,25 đ

$=(x^2+x+1)(x^2-x+1)+2008(x^2+x+1)$ 0.5 đ

$=(x^2+x+1)(x^2-x+2009)$ 0,25 đ

Câu 2: (1 điểm)

$$\frac{x+2}{13}+\frac{2x+45}{15}=\frac{3x+8}{37}+\frac{4x+69}{9}$$

$\Leftrightarrow \left(\frac{x+2}{13}+1\right)+\left(\frac{2x+45}{15}-1\right)=\left(\frac{3x+8}{37}+1\right)+\left(\frac{4x+69}{9}-1\right)$ 0,25đ

$\frac{x+15}{13}+\frac{2(x+15)}{15}=\frac{3(x+15)}{37}+\frac{4(x+15)}{9}$ 0,25đ

$\Leftrightarrow (1-a)(1-b)=0$ 0,25 đ

$\Leftrightarrow$ x=-15 0,25 đ

Câu 3: (2 điểm)

a/ (1 điểm)

$\frac{a^4+b^4}{2} \text{¿} ab^3+a^3b-a^2b^2$

$\Leftrightarrow a^4+b^4 \geq 2ab^3+2a^3b-2a^2b^2$ 0,25 đ

$\Leftrightarrow a^4+b^4-2ab^3-2a^3b+2a^2b^2 \text{¿} 0$ 0,25 đ

$\Leftrightarrow (a^4-2a^3b+a^2b^2)+(b^4-2ab^3+a^2b^2)$ 0,25 đ

$\Leftrightarrow (a^2-ab)^2+(b^2-ab)^2\geq 0$ 0,25 đ

b/ (1 điểm)

P= $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=\frac{5}{ab}$ 0,25 đ

P= $\frac{20}{4ab}\geq\frac{20}{(a+b)^2}=\frac{4}{5}$ 0,5 đ

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{4}{5}$ khi a=b= $\frac{5}{2}$ 0,25 đ

Câu 4 (2 điểm)

a/ (1 điểm)

Ta có: $a^{2008}+b^{2008}=(a^{2007}+b^{2007})(a+b)-ab(a^{2006}+b^{2006})$ 0,25 đ

$\Leftrightarrow 1=a+b-ab$ 0,25 đ

$\Leftrightarrow (1-a)(1-b)=0$ 0,25 đ

$\Rightarrow a=1,b=1$

Vậy S=1+1=2 0,25 đ

b/ (1 điểm)

A= $\dfrac{2\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$

A= $\dfrac{2\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{(2\sqrt{3}+1)^2}}}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ 0,25 đ

= $\dfrac{2\sqrt{3+\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ 0,25 đ

= $\dfrac{2\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ = $\dfrac{\sqrt{(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ 0,25 đ

=1 $\in$ Z 0,25 đ

Câu 5 (1 điểm)

xy-2x-3y+1=0

$\Rightarrow$ xy-3y=2x-1

$\Rightarrow$ y(x-3)=2x-1 0,25 đ

Ta thấy x=3 không thõa mãn,với x $\neq$ 3 thì

y=2+ $\dfrac{5}{x-3}$ 0,25 đ

Để y nguyên thì x-3 phải là ước của 5 0,25 đ

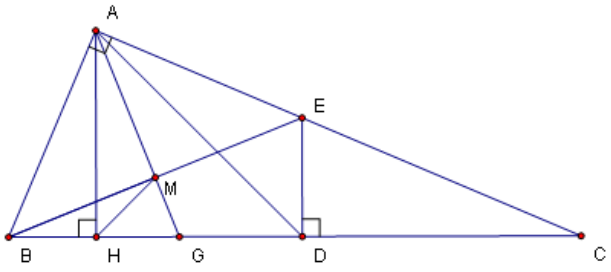
Suy ra: (x,y) là (4,7) ;(8,3) 0,25 đ

Câu 6 (3 điểm)

a) (1đ điểm)

Tam giác ADC và tam giác BEC:

$\dfrac{CD}{CE}=\dfrac{CA}{CB}$ (vì hai tam giác CDE và CAB đồng dạng)



Góc C: chung 0,75 đ

Suy ra: Tam giác ADC đồng dạng với tam giác BEC (c-g-c) 0,25 đ

b)(1 điểm) Theo câu ta suy ra: $\angle BEC=\angle ADC$

có: $\angle ADC=\angle EDC+\angle ADE=135^0$

Suy ra: $\angle BEC=135^0$ 0,5 đ

Suy ra: $\angle AEB=45^0$ 0,25 đ

Do đó: Tam giác ABE cân(tam giác vuông có một góc bằng 45^0) 0,25 đ

c)(1 điểm)

Tam giác ABE cân tại E nên AM còn là phân giác của góc BAC

Suy ra: $\frac{GB}{GC}=\frac{AB}{AC}$, mà $\frac{AB}{AC}=\frac{ED}{DC}(\Delta ABC \sim \Delta DEC)=\frac{AH}{HC}(ED // AH)=\frac{HD}{HC}$ 0,5 đ

Do đó: $\frac{GB}{GC}=\frac{HD}{HC}\Rightarrow\frac{GB}{GB+GC}=\frac{HD}{HD+HC}\Rightarrow\frac{GB}{BC}=\frac{HD}{AH+HC}$ 0,5 đ

PHÒNG GD&ĐT THANH OAI

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9

Môn: **Toán**

Thời gian: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Đề thi gồm có: 01 trang

Câu 1: (6 điểm)

a) Cho $M=\left(1-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}\right)$

1. Rút gọn M
2. Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức M nhận giá trị là số nguyên

b) Tính giá trị của biểu thức P

$P=3x^{2013}+5x^{2011}+2006$ với $x=\sqrt{6+2\sqrt{2}.\sqrt{3-\sqrt{\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{18-8\sqrt{2}}}}}-\sqrt{3}$

Câu 2: (4 điểm) Giải phương trình

a) $(x+3)(x+4)(x+5)(x+6)=24$

b) $\left|2x-x^2-1\right|=2x-x^2-1$

Câu 3: (4 điểm)

a/ Cho hai số dương x, y thoả mãn x + y = 1.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M=\left(x^2+\frac{1}{y^2}\right)\left(y^2+\frac{1}{x^2}\right)$

b/ Cho x, y, z là các số dương thoả mãn $\frac{1}{x+y}+\frac{1}{y+z}+\frac{1}{z+x}=6$.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{3x+3y+2z}+\frac{1}{3x+2y+3z}+\frac{1}{2x+3y+3z}\le\frac{3}{2}$.

Câu 4: (5 điểm)

Cho đường tròn (O; R) và hai đường kính AB và CD sao cho tiếp tuyến tại A của đường tròn (O; R) cắt các đường thẳng BC và BD tại hai điểm tương ứng là E và F. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AE và AF.

1. Chứng minh rằng trực tâm H của tam giác BPQ là trung điểm của đoạn thẳng OA.
2. Gọi α là số đo của góc BFE. Hai đường kính AB và CD thoả mãn điều kiện gì thì biểu thức $P=\sin^6\alpha+\cos^6\alpha$. Đạt giá trị nhỏ nhất? tìm giá trị nhỏ nhất đó.

3. Chứng minh các hệ thức sau: $CE.DF.EF = CD^3$ và $\frac{BE^3}{BF^3} = \frac{CE}{DF}$.

Câu 5: (1 điểm)

Tìm $n \in N^*$ sao cho: n^4+n^3+1 là số chính phương.

- Hết -

Lưu ý: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

PHÒNG GD&ĐT THANH OAI **HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9**

Môn: **Toán**

Câu 1: (6 điểm)

a) (4,5đ)

ĐKXĐ: $x\geq 0; x\neq 4; x\neq 9$ (*)

1)Rút gọn M : Với $x\geq 0; x\neq 4; x\neq 9$ (0,5đ)

$$M=\left(\frac{\sqrt{x}+1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right):\left[\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}\right]$$

$$=\frac{1}{\sqrt{x}+1}:\left[\frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)-(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)+(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}\right]$$

$$=\frac{1}{\sqrt{x}+1}:\frac{x-9-(x-4)+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$$

Vậy $M=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$ (với $x\geq 0; x\neq 4; x\neq 9$) (*) (2,5đ)

2) $M=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}+1-3}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}-\frac{3}{\sqrt{x}+1}=1-\frac{3}{\sqrt{x}+1}$ (0,75đ)

Biểu thức M có giá trị nguyên khi và chỉ khi: $3:\sqrt{x}+1\Leftrightarrow\sqrt{x}+1\in U(3)$

Ư(3) $\in\{\pm 1;\pm 3\}$ Vì $x\geq 0\Rightarrow\sqrt{x}\geq 0\Rightarrow\sqrt{x}+1\geq 1$

Nên $\sqrt{x}+1\in\{1;3\}$ Xảy ra các trường hợp sau: (0,5đ)

. $\sqrt{x}+1=1\Leftrightarrow\sqrt{x}=0\Leftrightarrow x=0$ (TMĐK (*))

. $\sqrt{x}+1=3\Leftrightarrow\sqrt{x}=2\Leftrightarrow x=4$ (không TMĐK (*) loại) (0,25đ)

Vậy x = 0 thì M nhận giá trị nguyên.

b_

$x=\sqrt{6+2\sqrt{2}.\sqrt{3-\sqrt{\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{18-8\sqrt{2}}}}}.-\sqrt{3}$

Có $\sqrt{18-8\sqrt{2}}=\sqrt{(4-\sqrt{2})^2}=|4-\sqrt{2}|=4-\sqrt{2}$ (0,5đ)

$\sqrt{\sqrt{2}+2\sqrt{3}+4-\sqrt{2}}=\sqrt{2\sqrt{3}+4}=\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}=|\sqrt{3}+1|$ (0,25đ)

$x=\sqrt{6+2\sqrt{2}.\sqrt{3-\sqrt{3}-1}}-\sqrt{3}=\sqrt{6+2\sqrt{2}.\sqrt{2-\sqrt{3}}}-\sqrt{3}=\sqrt{6+2\sqrt{4-2\sqrt{3}}}-\sqrt{3}$

$x=\sqrt{6+2\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}-\sqrt{3}=\sqrt{6+2\sqrt{3}-1}-\sqrt{3}=\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{3}$

$x=\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}-\sqrt{3}=|\sqrt{3}+1|-\sqrt{3}=\sqrt{3}+1-\sqrt{3}=1$ (0,75đ)

Với x = 1.Ta có $P=3.1^{2013}+5.1^{2011}+2006=3+5+2006=2014$

Vậy với x = 1 thì P = 2014

Câu 2: (4 điểm)

a. $(x+3)(x+6)(x+4)(x+5)=24$ **0,25 đ**

$\Leftrightarrow (x^2+9x+18)(x^2+9x+20)=24$ (1) **0,25 đ**

Đặt $x^2+9x+19=y$ **0,5 đ**

(1) $\Leftrightarrow (y+1)(y-1)-24=0$ **0,5 đ**

$\Leftrightarrow y^2-25=0$ **0,25 đ**

$\Leftrightarrow (x^2+9x+24)(x^2+9x+14)=0$ **0,5 đ**

$\Leftrightarrow (x+2)(x+7)(x^2+9x+24)=0$ **0,5 đ**

Chứng tỏ $x^2+9x+24>0$ **0,25 đ**

Vậy nghiệm của phương trình : $x=-2;x=-7$ **0,25 đ**

b. Ta có $2x-x^2-1=-(x^2-2x+1)=-(x-1)^2<0$ **0,5 đ**

pt trở thành : $2x-x^2-1=x^2-2x+1$ **0,25 đ**

$\Leftrightarrow x=1$

Câu 3: (4 điểm)

a Cho hai số dương thỏa mãn: x + y =1. ***2đ***

Tìm GTNN của biểu thức: M = $\left(x^2+\frac{1}{y^2}\right)\left(y^2+\frac{1}{x^2}\right)$

M = $\left(x^2+\frac{1}{y^2}\right)\left(y^2+\frac{1}{x^2}\right)=x^2y^2+1+1+\frac{1}{x^2y^2}=\frac{x^4y^4+2x^2y^2+1}{x^2y^2}$

$=\frac{(x^2y^2+1)^2}{x^2y^2}=\left(\frac{x^2y^2+1}{xy}\right)^2=\left(xy+\frac{1}{xy}\right)^2$ 0,5

Ta có: $xy+\frac{1}{xy}=\left(xy+\frac{1}{16xy}\right)+\frac{15}{16xy}$

* Ta có: $xy+\frac{1}{16xy}\ge 2\sqrt{xy.\frac{1}{16xy}}=2.\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ (1) * 0,5

$\sqrt{xy}\le\frac{x+y}{2}=\frac{1}{2}\Rightarrow xy\le\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{1}{xy}\ge 4\Rightarrow\frac{1}{16xy}\ge\frac{4}{16}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{15}{16xy}\ge\frac{15}{4}$ (2) 0,25

Từ (1) và (2) $\Rightarrow\left(xy+\frac{1}{xy}\right)=\left(xy+\frac{1}{16xy}\right)+\frac{15}{16xy}\ge\frac{1}{2}+\frac{15}{4}=\frac{17}{4}$ 0,25

Vậy M = $\left(xy+\frac{1}{xy}\right)^2\ge\left(\frac{17}{4}\right)^2=\frac{289}{16}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}xy=\frac{1}{16xy}\\x=y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}xy=\frac{1}{4}\\x=y\end{cases}\Leftrightarrow x=y=\frac{1}{2}$ (Vì x, y > 0) 0,5

Vậy min M = $\frac{289}{16}$ tại x = y = $\frac{1}{2}$

b **2đ**

Cho x, y là các số dương thỏa mãn: $\frac{1}{x+y}+\frac{1}{y+z}+\frac{1}{z+x}=6$

Chứng minh rằng: $\frac{1}{3x+3y+2z}+\frac{1}{3x+2y+3z}+\frac{1}{2x+3y+3z}\le\frac{3}{2}$

Áp dụng BĐT $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\ge\frac{4}{a+b}$ (với a, b > 0) ***0.5***

$\Rightarrow\frac{1}{a+b}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$

Ta có: $\frac{1}{3x+3y+2z}=\frac{1}{(2x+y+z)+(x+2y+z)}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}\right)$

$\le\frac{1}{4}\left[\frac{1}{(x+y)+(x+z)}+\frac{1}{(x+y)+(y+z)}\right]\le\frac{1}{4}\left[\frac{1}{4}\left(\frac{1}{x+y}+\frac{1}{x+z}+\frac{1}{x+y}+\frac{1}{y+z}\right)\right]$ ***0,5***

$\le\frac{1}{16}\left(\frac{2}{x+y}+\frac{1}{x+z}+\frac{1}{y+z}\right)$

Tương tự: $\frac{1}{3x+2y+3z}\le\frac{1}{16}\left(\frac{2}{x+z}+\frac{1}{x+y}+\frac{1}{y+z}\right)$

$\frac{1}{2x+3y+3z}\le\frac{1}{16}\left(\frac{2}{y+z}+\frac{1}{x+y}+\frac{1}{x+z}\right)$ ***0,5***

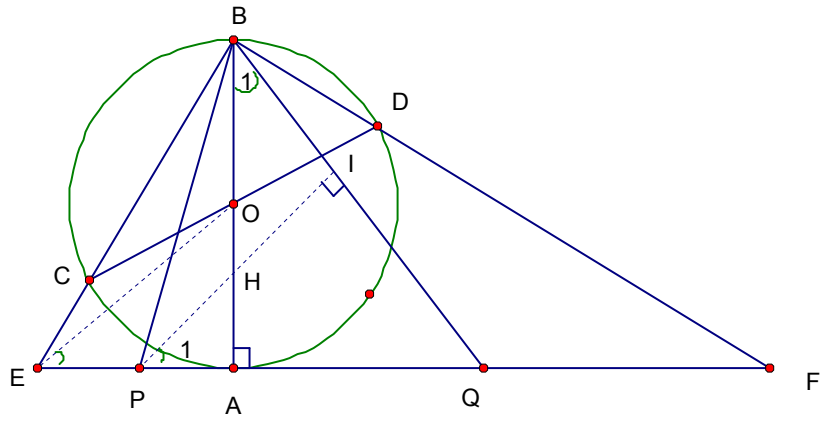
cộng vế theo vế, ta có:

$$\frac{1}{3x+3y+2z}+\frac{1}{3x+2y+3z}+\frac{1}{2x+3y+3z}\le\frac{1}{16}\left(\frac{4}{x+y}+\frac{4}{x+z}+\frac{4}{y+z}\right)$$

$$\le\frac{4}{16}\left(\frac{1}{x+y}+\frac{1}{x+z}+\frac{1}{y+z}\right)=\frac{1}{4}.6=\frac{3}{2}$$

0,5

Caai 4: (5 điểm)



0,25

.

0,75đ.

BA là đường cao của tam giác BPQ suy ra H thuộc BA

Nối OE, Δ BEF vuông tại B; BA $\perp$ EF nên $AB^2 = AE.\ AF$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AB}=\frac{AB}{AF}\Rightarrow\frac{AE}{\frac{1}{2}AB}=\frac{AB}{\frac{1}{2}AF}\Rightarrow\frac{AE}{OA}=\frac{AB}{AQ}$$

0,75đ.

Vậy Δ AEO $\sim$ Δ ABQ(c.g.c). Suy ra $\widehat{ABQ}=\widehat{AEO}$ mà $\widehat{ABQ}=\widehat{P_1}$ (góc có các cạnh tương ứng vuông góc) nên $\widehat{AEO}=\widehat{P_1}$, mà hai góc đồng vị => PH // OE.

0,25đ

.

Trong Δ AEO có PE = PA (giả thiết); PH// OE suy ra H là trung điểm của OA.

2. Ta cã: 0,75đ.

$$P=\sin^6\alpha+\cos^6\alpha=\left(\sin^2\alpha\right)^3+\left(cos^2\alpha\right)^3$$

$$P=\left(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha\right)\left[\sin^4\alpha-\sin^2\alpha\cos^2\alpha+\cos^4\alpha\right]$$

0,5đ

$$P=\left(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha\right)^2-3\sin^2\alpha\cos^2\alpha=1-3\sin^2\alpha\cos^2\alpha$$

0,25đ

Ta cã:

0,25đ

$$\left(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha\right)^2\ge4\sin^2\alpha\cos^2\alpha\Leftrightarrow1\ge4\sin^2\alpha\cos^2\alpha\Leftrightarrow\sin^2\alpha\cos^2\alpha\le\frac{1}{4}$$

Suy ra:

$$P=1-3\sin^2\alpha\cos^2\alpha\ge1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$$

0,25đ

Do ®ã: $P_{min}=\frac{1}{4}$ khi vµ chØ khi: $\sin^2\alpha=\cos^2\alpha \Leftrightarrow \sin\alpha=\cos\alpha$ (v× α lµ gãc nhän) $\Leftrightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=1 \Leftrightarrow tg\alpha=1 \Leftrightarrow \alpha=45^0$ 0,25đ 0,25đ

Khi đó CD vuông góc với AB 0,25đ

3. Ta có ΔACB và ΔADB nội tiếp đường tròn (O) có AB là đường kính nên $\widehat{ACB}=\widehat{ADB}=90^0$ => ADBC là hình chữ nhật. 0,25đ

Ta có: $CD^2=AB^2=AE.AF \Rightarrow CD^4=AB^4=AE^2.AF^2$

$=(EC.EB)(DF.BF)=(EC.DF)(EB.BF)=EC.DF.AB.EF$

$\Rightarrow AB^3=CE.DF.EF$. Vậy $CD^3=CE.DF.EF$

Ta có:

$$\frac{BE^2}{BF^2}=\frac{EA.EF}{FA.EF}=\frac{AE}{AF}\Rightarrow\frac{BE^4}{BF^4}=\frac{AE^2}{AF^2}=\frac{CE.BE}{DF.BF}\Rightarrow\frac{BE^3}{BF^3}=\frac{CE}{DF}$$

Câu 5: Giả sử n^4+n^3+1 là số chính phương vì $n^4+n^3+1>n^4=(n^2)^2$

$\rightarrow n^4+n^3+1=(n^2+K)^2=n^4+2Kn^2+K^2 \quad (K\in N^*)$

$\rightarrow n^3-2Kn^2=K^2-1 \rightarrow n^2(n-2k)=K^2-1\geq 0$

Mà $K^2-1:n^2 \rightarrow K^2=1$ hoặc $n^2\leq K^2-1$

Nếu $K^2=1\rightarrow K=1\rightarrow n^2(n-2)=0\rightarrow n=2$

Thử lại $2^4+2^3+1=5^2$ (thỏa mãn)

Khi K $\geq 1\rightarrow K^2>K^2-1\geq n^2\rightarrow K>n$

$\rightarrow n-2k<0$ mâu thuẫn với điều kiện $n^2(n-2K)=K^2-1\geq 0$ **(1đ)**

Vậy n = 2

PHÒNG GD&ĐT

----------✯----------

KÌ THI HỌC SINH GIỎI

Môn: TOÁN

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

ĐỀ RA

Câu 1 *(2.0 điểm)*. Cho biểu thức:

$$P=\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}-\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}+4\sqrt{a}\right)\left(\sqrt{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\right).$$

a) Rút gọn P.

b) Tính giá trị của P tại $a=\left(2+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}-1\right)\sqrt{2-\sqrt{3}}$.

Câu 2 *(1.5 điểm)*.Giải phương trình: $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}-\sqrt{x-1}=1.$

Câu 3 *(2.5 điểm)*. Cho x, y là các số dương.

a) Chứng minh: $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq 2$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M=\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{xy}{x^2+y^2}$.

Câu 4 *(3.0 điểm)*. Cho điểm M nằm trên nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$ (M không trùng với A và B). Trong nửa mặt phẳng chứa nửa đường tròn có bờ là đường thẳng AB, kẻ tiếp tuyến Ax. Đường thẳng BM cắt Ax tại I; tia phân giác của $\widehat{IAM}$ cắt nửa đường tròn O tại E, cắt IB tại F; đường thẳng BE cắt AI tại H, cắt AM tại K.

a) Chứng minh 4 điểm F, E, K, M cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh $HF \perp BI$.

c) Xác định vị trí của M trên nửa đường tròn O để chu vi ΔAMB đạt giá trị lớn nhất và tìm giá trị đó theo R?

Câu 5 *(1.0 điểm)*. Tìm các số tự nhiên x, y biết rằng:

$$\left(2^x+1\right)\left(2^x+2\right)\left(2^x+3\right)\left(2^x+4\right)-5^y=11879.$$

---------- Hết ----------

***Ghi chú:** *Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*

PHÒNG GD&ĐT

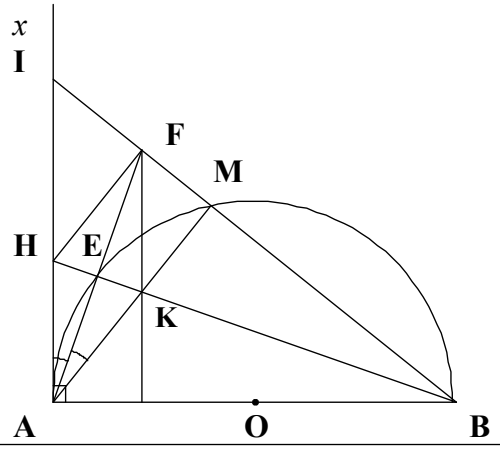
KÌ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9

Môn: TOÁN

ĐÁP ÁN,

CÂU		NỘI DUNG	ĐIỂM
1		Điều kiện $\begin{cases}a\geq 0\\ \sqrt{a}\neq 1\\ \sqrt{a}\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ a\neq 1\end{cases}$	0.25
	a	$P=\frac{\left(\sqrt{a}+1\right)^2-\left(\sqrt{a}-1\right)^2+4\sqrt{a}\left(a-1\right)}{a-1}.\frac{a-1}{\sqrt{a}}$	0.25
		$=\frac{4\sqrt{a}+4\sqrt{a}\left(a-1\right)}{\sqrt{a}}=\frac{4\sqrt{a}(1+a-1)}{\sqrt{a}}=4a$	0.25
		Vậy $P=4a$	0.25
	b	$a=\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right).\left(\sqrt{3}-1\right)}$	0.25
		$=\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right).\left(\sqrt{3}-1\right)}=\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}-1\right)^2}=\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(4-2\sqrt{3}\right)}$	0.25

		$=\sqrt{2\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)}=\sqrt{2}$.	0.25
		Vậy $a=\sqrt{2}$ do đó $P=4a=4\sqrt{2}$	0.25
2		Điều kiện $x\ge 1$	0.25
		$\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}-\sqrt{x-1}=1\Leftrightarrow\sqrt{\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2}-\sqrt{x-1}=1$ $\Leftrightarrow\left\lvert\sqrt{x-1}-1\right\rvert-\sqrt{x-1}=1$ (1)	0.5
		Khi $\sqrt{x-1}\ge 1\Leftrightarrow x-1\ge 1\Leftrightarrow x\ge 2$: Ta có $(1)\Leftrightarrow\sqrt{x-1}-1-\sqrt{x-1}=1$. Phương trình vô nghiệm	0.25
		Khi $0\le\sqrt{x-1}<1\Leftrightarrow 0\le x-1<1\Leftrightarrow 1\le x<2$: Ta có $(1)\Leftrightarrow(1)\Leftrightarrow 1-\sqrt{x-1}-\sqrt{x-1}=1\Leftrightarrow -2\sqrt{x-1}=0\Leftrightarrow x=1$	0.25
		Vậy $x=1$ là nghiệm của phương trình đã cho.	0.25
3	a	Vì $x>0, y>0$ nên $\frac{x}{y}>0$ và $\frac{y}{x}>0$	0.25
		Áp dụng bất đẳng thức $a+b\ge 2\sqrt{ab}$ dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b$ ta có $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\ge 2\sqrt{\frac{x}{y}.\frac{y}{x}}=2$	0.25 0.25
		Vậy $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\ge 2$.	0.25
		Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\frac{x}{y}=\frac{y}{x}\Leftrightarrow x^2=y^2\Leftrightarrow x=y$ (vì $x>0, y>0$)	0.25
	b	Đặt $a=\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$, ta có $M=a+\frac{1}{a}=\frac{3a}{4}+\frac{a}{4}+\frac{1}{a}$	0.25
		Vì $a=\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\ge 2$ nên $\frac{3a}{4}\ge\frac{3}{2}$;	0.25
		Ta có $\frac{a}{4}+\frac{1}{a}\ge 2\sqrt{\frac{a}{4}.\frac{1}{a}}=2.\frac{1}{2}=1$	0.25
		Do đó $M=a+\frac{1}{a}=\frac{3a}{4}+\frac{a}{4}+\frac{1}{a}\ge\frac{3}{2}+1=\frac{5}{2}$; $M=\frac{5}{2}\Leftrightarrow a=2\Leftrightarrow x=y$	0.25
		Vậy giá trị nhỏ nhất của M bằng $\frac{5}{2}$ khi và chỉ khi $x=y$.	0.25

		Hình vẽ  	
	a	Ta có M, E nằm trên nửa đường tròn đường kính AB nên $\widehat{FMK} = 90^0$ và $\widehat{FEK} = 90^0$.	0.5
		Vậy 4 điểm *F, E, K, M* cùng nằm trên đường tròn đường kính FK	0.25
	b	Ta có ΔHAK cân tại *A* nên *AH = AK* (1)	0.25
		K là trực tâm của ΔAFB nên ta có $FK \perp AB$ suy ra FK // AH (2)	0.25
		Do đó $\widehat{FAH} = \widehat{AFK}$ mà $\widehat{FAH} = \widehat{FAK}$ (gt) cho nên $\widehat{AFK} = \widehat{FAK}$	0.25
		Suy ra *AK = KF*, kết hợp với (1) ta được *AH = KF* (3)	0.25
		Từ (2) và (3) ta có *AKFH* là hình bình hành nên *HF // AK*. Mà $AK \perp IB$ suy ra $HF \perp IB$.	0.25
	c	Chu vi của $\Delta AMB = C_{\Delta AMB} = MA + MB + AB$ lớn nhất khi chỉ khi *MA + MB* lớn nhất (vì AB không đổi).	0.25
		Áp dụng bất đẳng thức $(a+b)^2 \le 2(a^2+b^2)$ dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b$, ta có $(MA+MB)^2 \le 2(MA^2+MB^2) = 2AB^2$	0.25
		Nên *MA + MB* đạt giá trị lớn nhất bằng $AB\sqrt{2}$ khi và chỉ khi *MA = MB* hay *M* nằm chính giữa cung *AB*.	0.25
		Vậy khi *M* nằm chính giữa cung *AB* thì $C_{\Delta AMB}$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó $C_{\Delta AMB} = MA + MB + AB = AB\sqrt{2} + AB = (1+\sqrt{2})AB = 2R(1+\sqrt{2})$	0.25
5		Đặt $A = (2^x+1)(2^x+2)(2^x+3)(2^x+4)$, ta có $2^x.A$ là tích của 5 số tự nhiên liên tiếp nên $2^x.A$ chia hết cho 5. Nhưng 2^x không chia hết cho 5, do đó A chia hết cho 5.	0.25
		Nếu $y \ge 1$, ta có $(2^x+1)(2^x+2)(2^x+3)(2^x+4) - 5^y$ chia hết cho 5 mà 11879 không chia hết cho 5 nên $y \ge 1$ không thỏa mãn, suy ra $y = 0$.	0.25
		Khi đó , ta có $(2^x+1)(2^x+2)(2^x+3)(2^x+4) - 5^y = 11879$ $\Leftrightarrow (2^x+1)(2^x+2)(2^x+3)(2^x+4) - 1 = 11879$ $\Leftrightarrow (2^x+1)(2^x+2)(2^x+3)(2^x+4) = 11880$	0.25

		$\Leftrightarrow (2^x+1)(2^x+2)(2^x+3)(2^x+4)=9.10.11.12 \Leftrightarrow x=3$ Vậy $x=3; y=0$ là hai giá trị cần tìm.	0.25

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN KRÔNG PẮC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN
Môn: Toán 9
Thời gian làm bài: 120 phút
Đề gồm 01 trang

Bài 1: (3,0 điểm)

Cho A = $4-\sqrt{x}-\dfrac{\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}}+x$

a) Rút gọn A. b) Tìm x để A nhận giá trị nhỏ nhất.

Bài 2: (2,0 điểm)

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases}\sqrt{x+2007}+\sqrt{y}=\sqrt{2007}\\ \sqrt{x}+\sqrt{y+2007}=\sqrt{2007}\end{cases}$$

Bài 3: (3,0 điểm)

Giải phương trình: $\sqrt{2x-3}+\sqrt{5-2x}=3x^2-12x+14$

Bài 4: (3,0 điểm)

Cho $x>0, y>0$ và $x+y=4$

Tìm giá trị nhỏ nhất của A = $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2+\left(y+\dfrac{1}{y}\right)^2+1994,5$.

Bài 5: (3,0 điểm)

Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ BM vuông góc với AC, gọi N là trung điểm của AM, P là trung điểm của CD. Chứng minh: $\widehat{BNP}=90^\circ$.

Bài 6: (3,0 điểm)

Cho ΔABC (AB = AC). Đường cao AH, kẻ HE vuông góc với AC, gọi O là trung điểm của EH. Chứng minh: AO $\perp$ BE

Bài 7: (3,0 điểm)

Cho ΔABC Có AB = c, AC = b, BC = a.

Chứng minh rằng: $Sin\dfrac{A}{2}\cdot Sin\dfrac{B}{2}\cdot Sin\dfrac{C}{2}\le\dfrac{1}{8}$

********** Hết **********

PGD KRÔNG PẮC ĐÁP ÁN ĐỀ THI HSG CẤP HUYỆN – NĂM

Môn : Toán- Lớp 9

Thời gian làm bài : 150 phút

Bài 1: a) Đ/K: $x > 0$ 0.5 điểm

A = $4 - \sqrt{x} - 1 - \sqrt{x} + x$ 0.5 điểm

= $x - 2\sqrt{x} + 3$ 0.5 điểm

b) A = $\left(\sqrt{x} - 1\right)^2 + 2 \geq 2 \quad \forall x > 0$ 0.5 điểm

MinA = 2 $\Leftrightarrow$ $x = 1$ (TMĐK) 1.0 điểm

Bài 2:

$$\begin{cases} \sqrt{x + 2007} + \sqrt{y} = \sqrt{2007} \\ \sqrt{x} + \sqrt{y + 2007} = \sqrt{2007} \end{cases}$$

ĐK: $x \geq 0; y \geq 0$ 0.5 điểm

$\Rightarrow$ $\sqrt{x + 2007} + \sqrt{y} \geq \sqrt{2007}$ 0.5 điểm

$\sqrt{x} + \sqrt{2007 + y} \geq \sqrt{2007}$ 0.5 điểm

Do đó hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ 0.5 điểm

Bài 3: $\sqrt{2x - 3} + \sqrt{5 - 2x} = 3x^2 - 12x + 14$

ĐK: $\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$ 0.5 điểm

Áp dụng Bunnhiacopski

VT: $1.\sqrt{2x - 3} + 1.\sqrt{5 - 2x} \leq \sqrt{(1^2 + 1^2)(2x - 3 + 5 - 2x)} = 2$ (1) 0.5 điểm

VP: $3x^2 - 12x + 14 = 3(x - 2)^2 + 2 \geq 2 \quad \forall x$ (2) 0.5 điểm

$\Rightarrow$ Phương trình: $\sqrt{2x - 3} + \sqrt{5 - 2x} = 3x^2 - 12x + 14$ có nghiệm $\Leftrightarrow$ Dấu "=" xảy ở (1) và (2) đồng thời xảy ra.

$\Leftrightarrow$ $\begin{cases} \sqrt{2x - 3} = \sqrt{5 - 2x} \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$ 1.5 điểm

Bài 4: $\forall a$,b $\in R^+$ thì $a^2+b^2 \geq \frac{1}{2}(a+b)^2$ dấu "=" $\Leftrightarrow$ a = b

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ a = b. 0.5 điểm

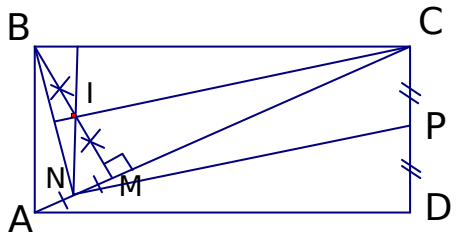
A = $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+\left(y+\frac{1}{y}\right)^2+1994,5 \geq \frac{1}{2}\left(x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)^2+1994,5$

$\geq \frac{1}{2}\left(x+y+\frac{4}{x+y}\right)^2+1994,5 = \frac{1}{2}\left(4+\frac{4}{4}\right)^2+1994,5$

= 2007 1.0 điểm

$\Rightarrow$ A ≥ 2007 Do đó MinA = 2007 $\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=4 \\ x=y \end{cases} \Leftrightarrow x=y=2$ 0.5 điểm

Bài 5:



Gọi I là trung điểm của BM.
NI cắt BC tại E.
Ta có NI là đường trung bình của ΔBMA.

$\Rightarrow$ NI // AB và NI = $\frac{1}{2}$ AB.
0.5 điểm

AB $\perp$ BC $\Rightarrow$ NI $\perp$ BC tại E 0.5 điểm

$\Rightarrow$ I là trực tâm của $\Delta BCN \Rightarrow$ CI $\perp$ BN (1) 0.5 điểm

Ta có:

$\left.\begin{matrix} IN=\frac{1}{2}AB \\ CP=\frac{1}{2}CD \end{matrix}\right\}$ mà AB = CD $\Rightarrow$ IN = CP $\Rightarrow$ CINM là hình bình hành $\Rightarrow$ CI // NP (2)
0.5 điểm

$\left.\begin{matrix} IN \parallel AB \\ AB \parallel CP \end{matrix}\right\} \Rightarrow IN \parallel CP$ 0.5 điểm

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ NP $\perp$ BN tại N $\Rightarrow$ $\widehat{BNP}=90^\circ$ 0.5 điểm

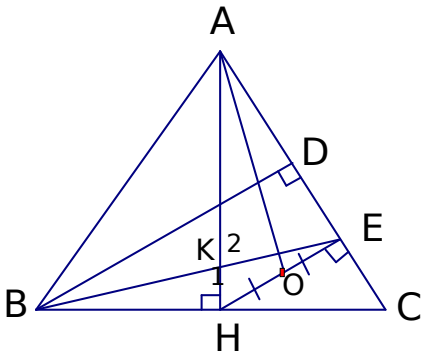
Bài 6:

Kẻ BD $\perp$ AC $\Rightarrow$ $\widehat{CBD}=\widehat{HAC}$ (cùng phụ với $\widehat{C}$)

$\Rightarrow \Delta BDC \backsim \Delta EAH$ (gg) $\Rightarrow \frac{BC}{AH}=\frac{CD}{EH}$ 0.5 điểm

ΔBDC có BH = HC (ΔABC cân tại A) $\Rightarrow$ DE = EC = $\frac{CD}{2}$ 0.5 điểm

HE // BD (cùng $\perp$ AC)



$\Rightarrow \frac{BC}{AH} = \frac{CD}{EH} = \frac{2CE}{2HO} = \frac{CE}{HO}$ 0.5 điểm

ΔCBE và ΔHAO có $\hat{BCE} = \hat{AHO}$ (ΔDBC ∪ ΔEAH)

$\frac{BC}{AH} = \frac{CE}{HO}$

$\Rightarrow \Delta CBE$ ∪ ΔHAO (c.g.c)

$\Rightarrow \hat{CBE} = \hat{HAO}$ 0.5 điểm

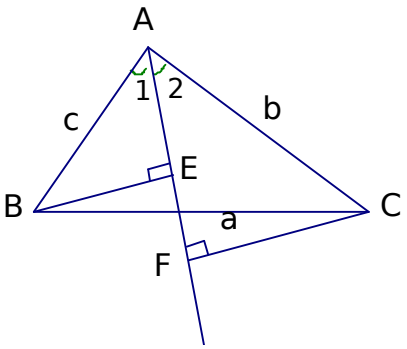
Gọi K là giao điểm của AH và BE.

Ta có: $\hat{CBE} + \hat{K_1} = 90°$

$\Rightarrow \hat{HAO} + \hat{K_1} = 90°$ (Vì $\hat{K_1} = \hat{K_2}, \hat{CBE} = \hat{HAO}$) 0.5 điểm

$\Rightarrow$ AO $\perp$ BE. 0.5 điểm

Bài 7:



Kẻ phân giác AD của $\hat{BAC}$

kẻ BE $\perp$ AD; CF $\perp$ AD

ΔBED vuông tại E $\Rightarrow$ BE $\leq$ BD

ΔCFD vuông tại F $\Rightarrow$ CF $\leq$ CD

$\Rightarrow$ BE + CF $\leq$ BD + CD = a 0.5 điểm

ΔABE ($\hat{E}$ = 1v) $\Rightarrow$ BE = AB. SinA_1 = c. sin $\frac{A}{2}$ 0.5 điểm

ΔACF ($\hat{F}$ = 1V) $\Rightarrow$ CF = AC. SinA_2 = b. sin $\frac{A}{2}$ 0.5 điểm

$\Rightarrow$ BE + CF = (b + c) sin $\frac{A}{2} \leq$ a $\Rightarrow$ sin $\frac{A}{2} \leq \frac{a}{b+c}$ 0.5 điểm

b>0; c>0 áp dụng bất đẳng thức Côsi: b + c $\geq 2\sqrt{bc} \Rightarrow \frac{a}{b+c} \leq \frac{a}{2\sqrt{bc}} \Rightarrow$ Sin $\frac{A}{2} \leq \frac{a}{2\sqrt{bc}}$ 0.5 điểm

Tương tự ta cũng có: Sin $\frac{B}{2} \leq \frac{b}{2\sqrt{ac}}$; Sin $\frac{C}{2} \leq \frac{c}{2\sqrt{ab}}$

$\Rightarrow \text{Sin}\frac{A}{2}.\text{Sin}\frac{B}{2}.\text{Sin}\frac{C}{2} \le \frac{a}{2\sqrt{bc}}.\frac{b}{2\sqrt{ac}}.\frac{c}{2\sqrt{ab}} = \frac{1}{8}$ 0.5 điểm

****

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN NGHĨA HÀNH

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN
Môn: Toán 9
Thời gian làm bài: 150 phút
Đề gồm 01 trang

Bài 1: (6,0 điểm)

a) Với n là số nguyên dương. Hãy tìm ƯCLN(21n+4 , 14n+3)

b) Cho a, b, c là các số nguyên sao cho 2a + b; 2b + c; 2c + a là các số chính phương, biết rằng trong ba số chính phương nói trên có một số chia hết cho 3.
Chứng minh rằng: (a - b)(b - c)(c - a) chia hết cho 27.

c) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2 + y^2 = xy + x + y$.

Bài 2: (3,0 điểm)

a)Tính giá trị của biểu thức P= $\sqrt{1+2013^2+\frac{2013^2}{2014^2}}+\frac{2013}{2014}$

b) Giải phương trình: $\sqrt{x-7}+\sqrt{9-x}=x^2-16x+66$

Bài 3: (4,0 điểm)

a) Cho x > 0, y > 0 và x + y $\le$ 1. Chứng minh bất đẳng thức $\frac{1}{x^2+xy}+\frac{1}{y^2+xy}\ge 4$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\frac{2x}{3}+\frac{x+3}{x-1}$, với $x>1$.

Bài 4: (5,0 điểm)

Cho tam giác đều ABC có độ dài cạnh bằng a. Gọi M là một điểm nằm ở miềm trong của tam giác. MI MP, MQ theo thứ tự là khoảng cách từ M đến các cạnh BC, AB, AC. Gọi O là trung điểm của cạnh BC. Các điểm D và E thứ tự chuyển động trên các cạnh AB và AC sao cho $\widehat{DOE}=60^0$.

a) Chứng minh MI + MP + MQ không đổi

b) Chứng minh rằng đường thẳng DE luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

c) Xác định vị trí của các điểm D và E để diện tích tam giác DOE đạt giá trị nhỏ nhất và tính giá trị nhỏ nhất đó theo a.

Bài 5: (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết rằng AB = CH.

Chứng minh rằng: $\cos B=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

……..Hết……..

(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh:…… Số báo sanh:…….
Giám thị 1:…….. Giám thị 2: ……...

HƯỚNG DẪN CHẤM THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9

Bài	Câu	Đáp án	Điểm

Bài 1: (6,0đ)

a) (2,0đ)

Đặt d = ƯCLN(21n+4 , 14n+3) , với n∈ N*). Ta có : 0,5đ
(21n + 4) ⋮ d và (14n + 3) ⋮ d 0,5đ
⇒ 2(21n + 4) ⋮ d và 3(14n + 3) ⋮ d 0,5đ
⇒ [3(14n + 3) - 2(21n + 4)] ⋮ d 0,5đ
⇒ (42n + 9 - 42n - 9) ⋮ d ⇒ 1 ⋮ d ⇒ d = 1

b) (2,0đ) 0,5

Vì 2a + b; 2b + c; 2c + a là các số chính phương nên ta có thể đặt
$2a + b = m^2$; $2b + c = n^2$; $2c + a = p^2$ với m, n, p là các số tự nhiên.
Vì trong các số m^2; n^2; p^2 có một số chia hết cho 3 nên không mất tính tổng quát có thể giả sử m^2 chia hết cho 3 (1).
Ta lại có $m^2 + n^2 + p^2 = 3a + 3b + 3c$ chia hết cho 3 (2)
Từ (1) và (2) suy ra $n^2 + p^2$ chia hết cho 3. Dễ thấy n và p đều chia hết cho 3.
Do đó 2a + b; 2b + c; 2c + a đều chia hết cho 3.
Từ đó suy ra a, b, c đều chia hết cho 3.
Vậy (a - b)(b - c)(c - a) chia hết cho 27.

c) (2,0đ) 0,5đ

$x^2 + y^2 = xy + x + y \Leftrightarrow (x - y)^2 + (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$.
Vì x, y∈ Z nên :

x+y	0	0	0	0	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
x-1	1	-1	1	-1	0	0	1	-1	0	0	1	-1
y-1	1	1	-1	-1	1	-1	0	0	1	-1	0	0
(x;y)	(2;2)			(0;0)		(1;0)	(2;1)		(1;2)			(0;1)

0,25đ
0,25đ
0,25đ
0,25đ
0,25đ
0,25đ

Bài 2: (3,0đ)

a) (1,0đ)

$$\sqrt{1+a^2+\frac{a^2}{(a+1)^2}}+\frac{a}{a+1}=\sqrt{(a+1)^2-2a+\left(\frac{a}{a+1}\right)^2}+\frac{a}{a+1}$$

P= 0,25đ

$$=\sqrt{(a+1)^2-2.(a+1).\frac{a}{a+1}+\left(\frac{a}{a+1}\right)^2}+\frac{a}{a+1}$$ 0,25đ

$$=\sqrt{\left[(a+1)-\frac{a}{a+1}\right]^2}+\frac{a}{a+1}$$ 0,25đ

$$=(a+1)-\frac{a}{a+1}+\frac{a}{a+1}=a+1$$ 0,25đ

Vậy P = 2014

b) (2.0đ)

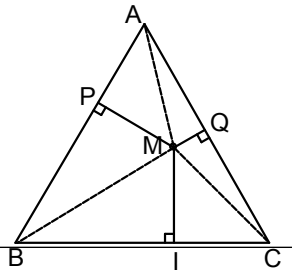
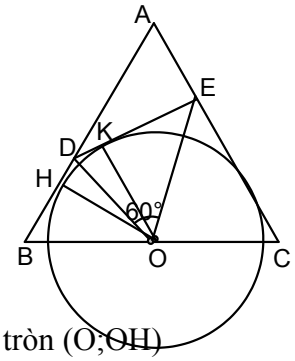
Điều kiện $7 \le x \le 9$ 0,5đ
$x^2 - 16x + 66 = (x-8)^2 + 2 \ge 2$ (1) 0,5đ

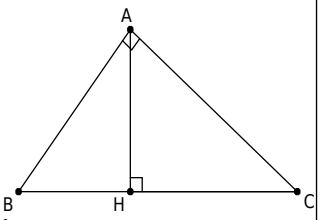
$$1.\sqrt{x-7}+1.\sqrt{9-x}\le\frac{1+(x-7)}{2}+\frac{1+(9-x)}{2}=2 \quad (2)$$ 0,5đ

(1) và (2) $\Rightarrow \sqrt{x-7}+\sqrt{9-x}=x^2-16x+66=2$

$$\begin{cases} x-8=0 \\ 1=x-7 \\ 1=9-x \end{cases} \Leftrightarrow x=8$$

Khi (thoả mãn điều kiện) 0,5đ
vậy x = 8 là nghiệm của phương trình

Bài 3: (4,0đ)	a) (2đ)	Áp dụng bất đẳng thức $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\ge\frac{4}{a+b}$, với mọi a > 0; b > 0. Ta có : $\frac{1}{x^2+xy}+\frac{1}{y^2+xy}\ge\frac{4}{x^2+xy+y^2+xy}$ $=\frac{4}{(x+y)^2}\ge 4$ (vì $0<x+y\le 1\Rightarrow\frac{1}{x+y}\ge 1\Rightarrow\frac{4}{x+y}\ge 4$). Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}x^2+xy=y^2+xy\\x+y=1\end{cases}\Leftrightarrow x=y=\frac{1}{2}>0$.	1,0đ 0,5đ 0,5đ
	b) (2đ)	Ta có : $A=\frac{2x}{3}+\frac{x+3}{x-1}=\frac{2x-2+2}{3}+\frac{x-1+4}{x-1}=\frac{2(x-1)}{3}+\frac{4}{x-1}+\frac{5}{3}$. Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 2 số dương ta được: $\frac{2(x-1)}{3}+\frac{4}{x-1}\ge 2\sqrt{\frac{2(x-1)}{3}.\frac{4}{x-1}}=\frac{4\sqrt{6}}{3}$. Đẳng thức xảy ra khi $\frac{2(x-1)}{3}=\frac{4}{x-1}\Rightarrow x=1+\sqrt{6}$ (thỏa mãn điều kiện $x>1$). Vậy min $A=\frac{4\sqrt{6}+5}{3}$ khi $x=1+\sqrt{6}$.	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
Bài 4 (5,0đ)	a) (1,0đ)	Tính được $S_{ABC}=S_{MBC}+S_{MAC}+S_{MAB}$ $\Rightarrow \frac{1}{2}$ a.MI + $\frac{1}{2}$ a.MP + $\frac{1}{2}$ a.MQ = $\frac{1}{2}$ ah $\Rightarrow$ MI + MP + MQ = h (không đổi) 	0,5đ 0,5đ
	b) (2,0đ)	Vì $\widehat{DOE}=60^0$ nên $\widehat{BOD}+\widehat{COE}=120^0$ (1). Tam giác BOD có $\widehat{B}=60^0$ nên $\widehat{BOD}+\widehat{BDO}=120^0$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BDO}=\widehat{COE}$. Do đó $\Delta BOD \backsim \Delta CEO$ (g-g). Suy ra $\frac{BD}{OC}=\frac{OD}{EO}\Rightarrow\frac{BD}{OB}=\frac{OD}{EO}$ (vì OB = OC). Do đó $\Delta DBO \backsim \Delta DOE$ (c-g-c). $\Rightarrow \widehat{BDO}=\widehat{ODE}$. .Vẽ OH $\perp$ AB; OK $\perp$ DE $\Rightarrow \Delta OHD=\Delta OKD$ (ch-gn) $\Rightarrow$ OH = OK. Mà OH không đổi nên DE luôn tiếp xúc với đường tròn (O;OH) 	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ

		cố định.	
	c) (2,0đ)	c) Vẽ OI $\perp$ AC, dễ thấy DH = DK = x; EK = EI = y (T/c hai tiếp tuyến cắt nhau). Do đó DE = x + y; BD = $x+\frac{a}{4}$; CE = $y+\frac{a}{4}$ (Dễ thấy BH = CI = $\frac{a}{4}$). Vì $\Delta BOD \backsim \Delta CEO$ (g-g) $\Rightarrow \frac{OB}{EC}=\frac{DB}{OC}$. $\Rightarrow DB.EC = OB.OC = \frac{a^2}{4}$	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
Bài 5: (2,0đ)	(2,0đ)	.  Vì tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: $AB^2 = BH.BC = (BC-CH)BC = (BC-AB)BC = BC^2 - AB.BC$ (vì AB = CH). Chia hai vế cho BC^2 ta được: $\frac{AB^2}{BC^2} = 1-\frac{AB}{BC} \Leftrightarrow \frac{AB^2}{BC^2}+\frac{AB}{BC}=1$ $\Leftrightarrow \left(\frac{AB}{BC}+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{AB}{BC}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{AB}{BC}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. Tam giác ABC vuông tại A nên ta có $\cos\hat{B} = \frac{AB}{BC}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (đpcm).	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ

PHÒNG GD&ĐT THANH OAI

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9
Thời gian: 150 phút.

Bài 1. (5 điểm)

Cho biểu thức: P = $\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}-\frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}+\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right).\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right)$ với x > 0; x ¿ 1.

1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn P.
2. Tính P khi x = $\sqrt{9+4\sqrt{5}}-\sqrt{9-4\sqrt{5}}$.
3. Tìm x để P < $\frac{21}{2}$.

Bài 2. (4 điểm)

1. Cho x, y là 2 số thực dương thoả mãn:
   $(x + y)^2 + 7(x + y) + y^2 + 10 = 0$.
   Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A = x + y + 1.

2. Giải phương trình:

$$\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{x}}}+\frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{x}}}=\sqrt{2}.$$

Bài 3. (4 điểm)

1. Cho $\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}=1.$ Tính giá trị biểu thức

$$Q=\frac{a^2}{b+c}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c^2}{a+b}.$$

2. Tìm nghiệm nguyên của phương trình:

$2x^2 + y^2 + 3xy + 3x + 2y + 2 = 0.$

Bài 4. (6 điểm)

Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O, R). Kẻ hai tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến ADE tới đường tròn đó (B,C là 2 tiếp điểm, D nằm giữa A và E). Gọi H là giao điểm của AO và BC.

1. Chứng minh 4 điểm A, B, O, C cùng thuộc 1 đường tròn.
2. Chứng minh AH.AO = AD.AE.
3. Tiếp tuyến tại D của (O) cắt AB, AC lần lượt tại M và N. Biết OA = 6cm; R = 3,6cm. Tính chu vi Δ AMN.
4. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OA cắt AB,AC lần lượt tại I và K. Chứng minh MI + NK ¿ IK.

Bài 5. (1 điểm)

Cho x, y ∈ R, x ¿ 0, y ¿ 0. Chứng minh:

$$\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}+4\geq 3\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right).$$

PHÒNG GD&ĐT THANH OAI

HƯỚNG DẪN CHẤM THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9
Năm học 2013-2014.
Môn thi: Toán

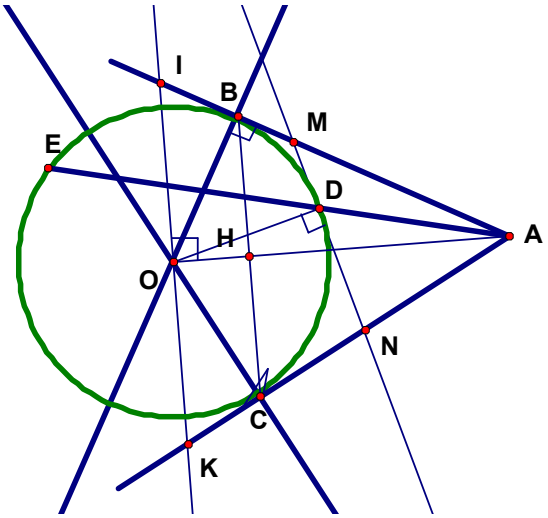
Bài	Nội dung	Điểm
Bài 1 (5 điểm)	1. P = $\frac{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}-\frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}+\frac{x-1}{\sqrt{x}}.\frac{(\sqrt{x}+1)^2+(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}+1).(\sqrt{x}-1)}$	2đ
	$= \ldots\ldots = \frac{2(x+\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}}.$	0,5đ
	2. Tĩnh x = ... = 4 Thay x = 4 tính P = 7	1đ
	3. $P < \frac{21}{2} \Leftrightarrow \frac{2(x+\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}} < \frac{21}{2}$ và x > 0, x ¿ 1. $\Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow (\sqrt{x}-4)(4\sqrt{x}-1) < 0$	1đ 0,5đ

	Lập bảng xét dấu .... Kết luận $\frac{1}{4} < x < 4$ và $x \neq 1$.	
Bài 2 (4 điểm)	1. $(x+y)^2 + 7(x+y) + y^2 + 10 = 0$. $\Leftrightarrow$ .... $\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 1 + 2xy + 2x + 2y + 5x + 5y + 5 + 4 = -y^2$ $\Leftrightarrow (x+y+1)^2 + 5(x+y+1) + 4 = -y^2$ $\Rightarrow A^2 + 5A + 4 = -y^2$ Vì $-y^2 \leq 0$ nên $A^2 + 5A + 4 \leq 0$. $\Leftrightarrow (A+1)(A+4) \leq 0$ $\begin{cases} A+1 \geq 0 \\ A+4 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow -4 \leq A \leq -1$. Vậy maxA = -1, minA= -4. 2. ĐK $0 < x \neq 4$ Đặt $\sqrt{2+\sqrt{x}} = a$, $\sqrt{2-\sqrt{x}} = b \Rightarrow a^2 + b^2 = 4$. $(a > 0, b > 0)$ $\Rightarrow \frac{a^2}{\sqrt{2}+a} + \frac{b^2}{\sqrt{2}-b} = \sqrt{2}$. $\Rightarrow$ ..... $\Rightarrow \sqrt{2}(2+ab) = (a-b)(2+ab)$ Vì $a > 0, b > 0 \Rightarrow 2 + ab > 0$ $\Rightarrow a - b = \sqrt{2} \Rightarrow a^2 - 2ab - b^2 = 2 \Rightarrow 2ab = 2 \Rightarrow ab = 1$ $\sqrt{(2+\sqrt{x})(2-\sqrt{x})} = 1$ $\Rightarrow \sqrt{4-x} = 1 \Rightarrow 4 - x = 1 \Rightarrow x = 3$ (TM).	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
Bài 3 (4 điểm)	1. Ta có $a + b + c \neq 0$ vì nếu $a + b + c = 0$ thế vào giả thiết ta có $\frac{a}{-a} + \frac{b}{-b} + \frac{c}{-c} = 1 \Leftrightarrow -3 = 1$ (vô lí). Khi $a + b + c \neq 0$ ta có $\left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}\right)(a+b+c) = a+b+c$. $\Rightarrow \frac{a^2}{b+c} + \frac{a(b+c)}{b+c} + \frac{b(c+a)}{c+a} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c(a+b)}{a+b} + \frac{c^2}{a+b} = a+b+c$ $\Rightarrow \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} + a + b + c = a + b + c$ $\Rightarrow \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} = 0 \Rightarrow Q = 0$. 2. Giải phương trình nghiệm nguyên. $2x^2 + y^2 + 3xy + 3x + 2y + 2 = 0$. $\Leftrightarrow$ ..... $\Leftrightarrow (2x + y + 1)(x + y + 1) = -1$ $2x + y + 1$ và $x + y + 1$ là các ước của -1 TH 1: $\begin{cases} 2x+y+1 = 1 \\ \ldots\ldots \end{cases} \Rightarrow \ldots\ldots \Rightarrow x = 2, y = -4$	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,75đ 0,5 đ 0,5 đ 0,25 đ

TH 2: $\begin{cases} 2x+y+1=-1 \\ \dots \end{cases} \Rightarrow \dots\dots \Rightarrow x=-2, y=2$

Kết luận (x,y) = (2; -4) hoặc (-2; 2)

Bài 4



1,25đ

0,75đ

0,75đ
0,25đ
0,5đ

1. Chứng minh OB ⊥ AB, OC ⊥ AC (theo tính chất tiếp tuyến) 0,25đ
⇒ $\angle OBA = \angle OCA = 90^0$
⇒ B và C cùng thuộc đường tròn đường kính OA
⇒ 4 điểm A, B,O, C cùng thuộc một đường tròn. 0,75đ

2. Chứng minh OB ⊥ AB
Chứng minh OA ⊥ BC tại H 0,5đ
⇒ $AB^2 = AH.AO$ (1)
Chứng minh ΔABD đồng dạng với ΔAEB
⇒ $\frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AB}$ ⇒ $AB^2 = AE.AD$ (2)
Từ (1) và (2) ⇒ AH.AO = AE.AD

3. Tính AB = 4,8cm
Áp dụng tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau suy ra
AB = AC, MD = MB, ND = NC
⇒ Chu vi Δ AMN là:
AM + AN + MN = AM +AN + MD +DN
= AM +AN + MB + NC
= AB + AC = 2AB = 9,6cm.

4. Chứng minh IK//BC
Và AB = AC ⇒ AI = AK 0,5đ
⇒ Δ AIK cân tại A ⇒ $\angle AIK = \angle AKI$ và OI = OK = $\frac{IK}{2}$
Theo t/c hai tiếp tuyến cắt nhau suy ra: 0,5đ

	$\angle NMO = \angle OMI = \frac{1}{2} \angle NMI$ $\angle MNO = \angle ONK = \frac{1}{2} \angle MNK$ Tứ giác MNKI có $\angle IMN + \angle MNK + \angle NKO + \angle KIM = 360^0$ $\Rightarrow 2 \angle IMO + 2 \angle ONK + 2 NKO = 360^0$ $\Rightarrow \angle IMO + \angle ONK + \angle NKO = 180^0$ Đồng thời ΔNOK có: $\angle NOK + \angle ONK + \angle NKO = 180^0$ $\Rightarrow \angle IMO = \angle NOK$ $\Rightarrow \Delta MIO$ đồng dạng với ΔOKN $\Rightarrow \frac{MI}{OK} = \frac{OI}{NK} \Rightarrow MI.NK = OI.OK = \frac{IK^2}{4}$ $\frac{MI+NK}{2} \geq \sqrt{MI.NK} = \sqrt{\frac{IK^2}{4}} = \frac{IK}{2}$ Áp dụng BĐT Cosi: $\Rightarrow MI + NK \geq IK$	
Bài 5 (1điểm)	$\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + 4 \geq 3\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)$ (1) $\Leftrightarrow \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + 4 - 3\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) \geq o$ (2) Đặt a = $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \Rightarrow \lvert a\rvert = \lvert\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\rvert = \lvert\frac{x}{y}\rvert + \lvert\frac{y}{x}\rvert \geq 2 \Rightarrow$ ¿ [a≥2 [¿ [a≤−2 $\Rightarrow a^2 = \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + 2$ BĐT (2) trở thành $a^2 - 3a + 2$ ¿ 0 $\Leftrightarrow$ (a - 2)(a + 1) ¿ 0. Lập bảng xét dấu suy ra: $-1 \leq a \leq 2$ [a≥2 [Từ [a≤−2 $\Rightarrow$ a nằm trong miền nghiệm của bất phương trình đã xét. Vậy a thoả mãn $a^2 - 3a + 2$ ¿ 0 $\Rightarrow$ (1) đúng Vậy $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + 4 \geq 3\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)$ ***Lưu ý**: HS làm cách khác đúng cho điểm tối đa* *Chứng minh hình phải có lập luận, căn cứ chặt chẽ mới cho điểm tối đa.*	0,5đ 0,5đ

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN CẨM THỦY

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN
Môn: Toán 9
Thời gian làm bài: 150 phút
Đề gồm 01 trang

Câu 1. Cho biểu thức: $P=\dfrac{x}{x-\sqrt{x}}+\dfrac{2}{x+2\sqrt{x}}+\dfrac{x+2}{(\sqrt{x}-1)(x+2\sqrt{x})}$

a. Rút gọn P.

b. Tính P khi $x=3+2\sqrt{2}$.

c. Tìm giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

Câu 2. Giải phương trình:

a. $x^2-10x+27=\sqrt{6-x}+\sqrt{x-4}$

b. $x^2-2x-x\sqrt{x}-2\sqrt{x}+4=0$

Câu 3.

a. Tìm các số nguyên $x;y$ thỏa mãn: $y^2+2xy-3x-2=0$

b. Cho $x>1;\ y>0$, chứng minh: $\dfrac{1}{(x-1)^3}+\left(\dfrac{x-1}{y}\right)^3+\dfrac{1}{y^3}\geq 3\left(\dfrac{3-2x}{x-1}+\dfrac{x}{y}\right)$

c. Tìm số tự nhiên n để: $A=n^{2012}+n^{2002}+1$ là số nguyên tố.

Câu 4.

Cho hình vuông ABCD, có độ dài cạnh bằng a. E là một điểm di chuyển trên CD (E khác C, D). Đường thẳng AE cắt đường thẳng BC tại F, đường thẳng vuông góc với AE tại A cắt đường thẳng CD tại K.

a. Chứng minh: $\dfrac{1}{AE^2}+\dfrac{1}{AF^2}$ không đổi

b. Chứng minh: $\cos\widehat{AKE}=\sin\widehat{EKF}.\cos\widehat{EFK}+\sin\widehat{EFK}.\cos\widehat{EKF}$

c. Lấy điểm M là trung điểm đoạn AC. Trình bày cách dựng điểm N trên DM sao cho khoảng cách từ N đến AC bằng tổng khoảng cách từ N đến DC và AD.

Câu 5.

Cho ABCD là hình bình hành. Đường thẳng d đi qua A không cắt hình bình hành, ba điểm H, I , K lần lượt là hình chiếu của B, C, D trên đường thẳng d. Xác định vị trí đường thẳng d để tổng: BH + CI + DK có giá trị lớn nhất.

Hết./.

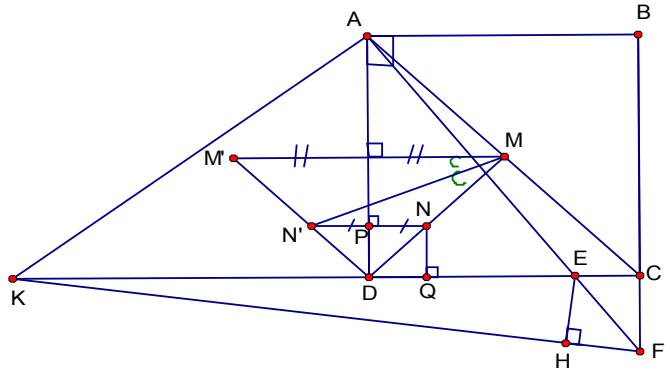
PHÒNG GD & ĐT CẨM THỦY **HD CHẤM ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP**

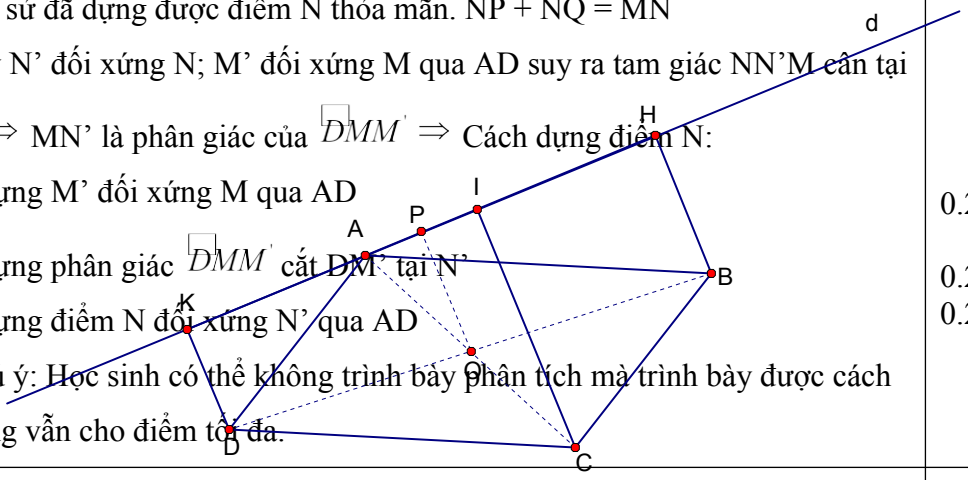
Môn thi: TOÁN 9.

Thời gian: 150 phút(*không kể thời gian giao đề*)

Câu	Ý	Nội dung cần đạt	Điểm

1	**a**	$P=\dfrac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}+\dfrac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}+\dfrac{x+2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}$ $=\dfrac{x(\sqrt{x}+2)+2(\sqrt{x}-1)+x+2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}=\dfrac{x\sqrt{x}+2x+2\sqrt{x}-2+x+2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}$ $=\dfrac{x\sqrt{x}+2x+2\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}=\dfrac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}=\dfrac{(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)}$	0,25 0,25 0.5	**2,25**
	b	$x=3+2\sqrt{2}\Leftrightarrow\sqrt{x}=\sqrt{2+2\sqrt{2}+1}=\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}=\sqrt{2}+1$ $P=\dfrac{(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)}=\dfrac{\sqrt{2}+1+1}{\sqrt{2}+1-1}=\dfrac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}}=1+\sqrt{2}$	0.25 0.25	
	c	ĐK: $x>0;x\neq 1$: $P=\dfrac{(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)}=\dfrac{\sqrt{x}-1+2}{\sqrt{x}-1}=1+\dfrac{2}{\sqrt{x}-1}$ Học sinh lập luận để tìm ra $x=4$ hoặc $x=9$	0.25 0.25 0.25	
2	**a**	ĐK: $4\le x\le 6$: $VT=x^2-10x+27=(x-5)^2+2\ge 2$, dấu "=" xẩy ra $\Leftrightarrow x=5$ $VP=\sqrt{6-x}+\sqrt{x-4}\le\sqrt{(1^2+1^2)((\sqrt{6-x})^2+(\sqrt{x-4})^2)}\Leftrightarrow VP\le 2$, dấu "=" xẩy ra $\Leftrightarrow\dfrac{1}{\sqrt{6-x}}=\dfrac{1}{\sqrt{x-4}}\Rightarrow 6-x=x-4\Leftrightarrow x=5$ $VT=VP\Leftrightarrow x=5$ (TMĐK), Vậy nghiệm của phương trình: $x=5$	0.25 0.25 0.25 0.25	**1,75**
	b	ĐK: $x\ge 0$. Nhận thấy: $x=0$ không phải là nghiệm của phương trình, chia cả hai vế cho x ta có: $x^2-2x-x\sqrt{x}-2\sqrt{x}+4=0\Leftrightarrow x-2-\sqrt{x}-\dfrac{2}{\sqrt{x}}+\dfrac{4}{x}=0\Leftrightarrow(x+\dfrac{4}{x})-(\sqrt{x}+$ Đặt $\sqrt{x}+\dfrac{2}{\sqrt{x}}=t>0\Leftrightarrow t^2=x+4+\dfrac{4}{x}\Leftrightarrow x+\dfrac{4}{x}=t^2-4$, thay vào ta có: $\Leftrightarrow(t^2-4)-t-2=0\Leftrightarrow t^2-t-6=0\Leftrightarrow(t-3)(t+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=3\\t=-2\end{array}\right.$ Đối chiếu ĐK của t $\Rightarrow t=3\Leftrightarrow\sqrt{x}+\dfrac{2}{\sqrt{x}}=3\Leftrightarrow x-3\sqrt{x}+2=0\Leftrightarrow(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=1\end{array}\right.$	0.75	
3	**a**	$y^2+2xy-3x-2=0\Leftrightarrow x^2+2xy+y^2=x^2+3x+2\Leftrightarrow(x+y)^2=(x+1)(x+2$ (*) VT của (*) là số chính phương; VP của (*) là tích của 2 số nguyên liên		**2.0**

		tiếp nên phải có 1 số bằng 0. $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ x+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \Rightarrow y=1 \\ x=-2 \Rightarrow y=2 \end{array}\right.$ Vậy có 2 cặp số nguyên $(x;y)=(-1;1)$ hoặc $(x;y)=(-2;2)$	0.5	
	b	$x>1;\ y>0 \Leftrightarrow x-1>0;\ y>0 \Leftrightarrow \frac{1}{(x-1)^3}>0;\ \frac{x-1}{y}>0;\ \frac{1}{y^3}>0$ Áp dụng BĐT Côsi cho 3 số dương: $\frac{1}{(x-1)^3}+1+1 \geq 3.\sqrt[3]{\frac{1}{(x-1)^3}.1.1} \Leftrightarrow \frac{1}{(x-1)^3} \geq \frac{3}{x-1}-2 \quad (1)$ $\left(\frac{x-1}{y}\right)^3+1+1 \geq 3\sqrt[3]{\left(\frac{x-1}{y}\right)^3.1.1} \Leftrightarrow \left(\frac{x-1}{y}\right)^3 \geq \frac{3(x-1)}{y}-2 \quad (2)$ $\frac{1}{y^3}+1+1 \geq 3.\sqrt[3]{\frac{1}{y^3}.1.1} \Leftrightarrow \frac{1}{y^3} \geq \frac{3}{y}-2 \quad (3)$ Từ (1); (2); (3): $\frac{1}{(x-1)^3}+\left(\frac{x-1}{y}\right)^3+\frac{1}{y^3} \geq \frac{3}{x-1}-6+\frac{3(x-1)}{y}+\frac{3}{y}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{(x-1)^3}+\left(\frac{x-1}{y}\right)^3+\frac{1}{y^3} \geq \frac{3-6x+6}{x-1}+\frac{3x}{y}=3\left(\frac{3-2x}{x-1}+\frac{x}{y}\right)$	0.75	
	c	Xét $n=0$ thì A = 1 không phải nguyên tố; $n=1$ thì A = 3 nguyên tố. Xét n > 1: $A = n^{2012} - n^2 + n^{2002} - n + n^2 + n + 1$ $= n^2((n^3)^{670} - 1) + n.((n^3)^{667} - 1) + (n^2 + n + 1)$ Mà $(n^3)^{670} - 1)$ chia hết cho n^3 -1, suy ra $(n^3)^{670} - 1)$ chia hết cho $n^2 + n + 1$ Tương tự: $(n^3)^{667} - 1$ chia hết cho $n^2 + n + 1$ Vậy A chia hết cho $n^2 + n + 1 > 1$ nên A là hợp số. Số tự nhiên ần tìm n = 1.	0.25 0.5	
4		 	0.25	
	a	Học sinh c/m: $\Delta ABF = \Delta ADK$ (g.c.g) suy ra AF = AK Trong tam giác vuông: KAE có AD là đường cao nên:	0.5 0,5	**3.0**

		$\frac{1}{AK^2}+\frac{1}{AE^2}=\frac{1}{AD^2}$ hay $\frac{1}{AF^2}+\frac{1}{AE^2}=\frac{1}{AD^2}=\frac{1}{a^2}$ (không đổi)		
	b	HS c/m $S_{KEF}=\frac{1}{2}KE.EF.\sin\widehat{AEK}=\frac{1}{2}KE.EF.\cos\widehat{AKE}$ Mặt khác: $S_{KEF}=\frac{1}{2}EH.KF=\frac{1}{2}EH.(KH+HF)$. Suy ra: : $KE.EF.\cos\widehat{AKE}=EH.(KH+HF)\Leftrightarrow\cos\widehat{AKE}=\frac{EH.KH+EH.HF}{KE.EF}$ $\Leftrightarrow\cos\widehat{AKE}=\frac{EH}{EF}.\frac{KH}{EK}+\frac{EH}{KE}.\frac{HF}{EF}=\sin\widehat{EFK}.\cos\widehat{EKF}+\sin\widehat{EKF}.\cos\widehat{EFK}$	0,25 0,25 0,5	
	c	Giả sử đã dựng được điểm N thỏa mãn. NP + NQ = MN Lấy N' đối xứng N; M' đối xứng M qua AD suy ra tam giác NN'M cân tại N $\Rightarrow$ MN' là phân giác của $\widehat{DMM'}$ $\Rightarrow$ Cách dựng điểm N: - Dựng M' đối xứng M qua AD - Dựng phân giác $\widehat{DMM'}$ cắt DM' tại N' - Dựng điểm N đối xứng N' qua AD Chú ý: Học sinh có thể không trình bày phân tích mà trình bày được cách dựng vẫn cho điểm tối đa.  	0.25 0.25 0.25	
5			0.25	**1.0**
		Gọi O giao điểm 2 đường chéo hình bình hành, kẻ OP vuông góc d tại P HS lập luận được BH + CI + DK = 4OP Mà OP $\leq$ AO nên BH + CI + DK $\leq$ 4AO. Vậy Max(BH + CI + DK) = 4AO Đạt được khi P $\equiv$ A hay d vuông góc AC	0.25 0.25 0.25	
		Học sinh làm các cách khác đúng với yêu cầu đề ra vẫn chấm điểm tối đa		

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN YÊN ĐỊNH

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN
Môn thi: Toán
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi này gồm 01 trang)

Câu 1: *(3 điểm)* Cho A = $\left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-1}-\frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}\right).\frac{x^2-2x+1}{2}$

a) Rút gọn A.

b) Tìm x để A > 0 .

c) Tìm giá trị lớn nhất của A .

Câu 2: *(6 điểm)*

a) Giải phương trình: $2x^2-8x-3\sqrt{x^2-4x-8}=18$

b) Giải bất phương trình: $|2x-7| < x^2 + 2x + 2$

c) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x+y)(x^2-y^2)=45\\ \end{cases}$

Câu 3 : *(4 điểm)*

a) Cho $a+b+c=0$, tính giá trị của biểu thức:

$$P=\frac{1}{b^2+c^2-a^2}+\frac{1}{a^2+c^2-b^2}+\frac{1}{a^2+b^2-c^2}$$

b) Tìm số tự nhiên n sao cho $A=n^2+n+6$ là số chính phương.

Câu 4 : *(5 điểm)*

a) Từ một điểm A nằm ngoài (O;R) kẻ hai tiếp tuyến AM, AN (M,N ∈ (O;R)). Trên cung nhỏ MN lấy điểm P khác M và N. Tiếp tuyến tại P cắt AM tại B, cắt AN tại C. Cho A cố định và AO = a. Chứng minh chu vi tam giác ABC không đổi khi P di động trên cung nhỏ MN. Tính giá trị không đổi ấy theo a và R.

b) Cho tam giác ABC có diện tích bằng 36 (đơn vị diện tích). Trên cạnh BC và cạnh CA lần lượt lấy điểm D và E sao cho DC = 3DB và EA = 2EC; AD cắt BE tại I. Tính diện tích tam giác BID.

Câu 5: *(2 điểm)* Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

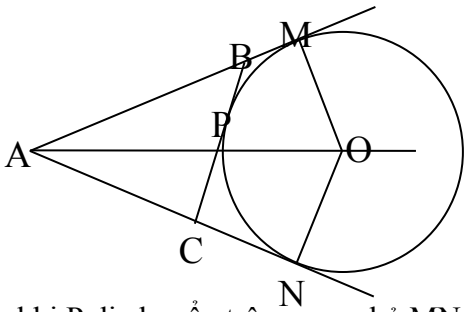
$$Q=\frac{1}{2}\left(\frac{x^{10}}{y^2}+\frac{y^{10}}{x^2}\right)+\frac{1}{4}(x^{16}+y^{16})-(1+x^2y^2)^2$$

Hết

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN YÊN ĐỊNH

HƯỚNG DẪN CHẤM
THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN
Môn thi: Toán
(Hướng dẫn chấm này gồm 03 trang)

Câu	ý	Đáp án và hướng dẫn chấm	Điểm
1	a	ĐKXĐ: $x \geq 0, x \neq 1$ $A = -\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)$	0.25đ 0.75đ
	b	$A > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x}-1) < 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} > 0 \\ \sqrt{x}-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 1$ (vì $\sqrt{x} > \sqrt{x}-1$)	0.25đ 0.75đ
	c	$A = -\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) = -x + \sqrt{x} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = -(\sqrt{x}-\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4} \leq \frac{1}{4}$ $\Rightarrow A \leq \frac{1}{4}$ Vậy GTLN của A = $\frac{1}{4}$ khi $\sqrt{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}(t/m)$	0.75đ 0.25đ
2	a	$2x^2 - 8x - 3\sqrt{x^2-4x-8} = 18$ $\Leftrightarrow 2(x^2-4x-8) - 3\sqrt{x^2-4x-8} - 2 = 0$ Đặt $\sqrt{x^2-4x-8} = y, y \geq 0$ ta được phương trình: $2y^2-3y-2=0 \Leftrightarrow 2y^2+y-4y-2=0 \Leftrightarrow (y-2)(2y+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=2 \\ y=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$ y = $-\frac{1}{2}$ <0 (loại); với y = 2 ta có $\sqrt{x^2-4x-8} = 2 \Leftrightarrow x^2-4x-12=0$ $\Leftrightarrow (x-6)(x+2)=0$ $\Leftrightarrow x=6$ hoặc $x=-2$ (thỏa mãn phương trình đã cho) Vậy pt đã cho có 2 nghiệm: $x=6$, $x=-2$	0.25đ 0.25đ 0.5đ 0.25đ 0.5đ 0.25đ
	b	Vì $x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2+1 > 0$ Nên: $\|2x-7\| < x^2 + 2x + 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-7<x^2+2x+2 \\ 2x-7>-x^2-2x-2 \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+9>0 \\ x^2+4x+4>9 \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow x^2+4x+4>9 \Leftrightarrow (x+2)^2>9 \Leftrightarrow \|x+2\|>3$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+2>3 \\ x+2<-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-5 \end{array}\right.$ Kết luận nghiệm bất phương trình	0.25đ 0.5đ 0.25đ 0.25đ 0.5đ 0.25đ

	c	Biến đổi $\begin{cases}(x+y)(x^2-y^2)=45 & (1)\\ (x-y)(x+y)^2=45 & (2)\end{cases}$ Từ hệ ta có x – y > 0 Nhân hai vế của (1) với 17 và nhân hai vế của (2) với 9 rồi đồng nhất sau khi nhân ta được: $17(x-y)(x+y)^2 = 9(x-y)(x^2+y^2) \Leftrightarrow 4x^2 + 17xy + 4y^2 = 0$ Nếu y = 0 thì x = 0 => không thỏa mãn hệ. Nếu y ≠ 0 , chia hai vế của $4x^2 + 17xy + 4y^2 = 0$ cho y^2 và đặt t = x/y được: $4t^2 + 17t + 4 = 0 \Leftrightarrow (t+4)(4t+1) = 0$ <=> t = - 4 hoặc t = - 1/4 <=> x = -4y hoặc y = - 4x thay vào hệ phương trình trên được nghiệm của phương trình đã cho là: (x ; y) ∈ {(4;-1);(1;-4)}	0.25đ 0.25đ 0.5đ 0.5đ 0.25đ 0.25đ
3	a	$P = \frac{1}{b^2+c^2-a^2} + \frac{1}{a^2+c^2-b^2} + \frac{1}{a^2+b^2-c^2}$ $= \frac{1}{b^2+c^2-(b+c)^2} + \frac{1}{a^2+c^2-(a+c)^2} + \frac{1}{a^2+b^2-(a+b)^2} \quad (dk: abc \neq 0)$ $= \frac{1}{-2bc} + \frac{1}{-2ac} + \frac{1}{-2ab} = \frac{a+b+c}{-2abc} = 0 \quad (voi: abc \neq 0)$	1đ 1đ
	b	$A = n^2+n+6$ là số chính phương nên A có dạng $A = n^2+n+6 = k^2 \quad (k \in N^*)$ $\Leftrightarrow 4n^2+4n+24 = 4k^2 \Leftrightarrow (2k)^2-(2n+1)^2 = 23$ $\Leftrightarrow (2k+2n+1)(2k-2n-1) = 23 \Leftrightarrow \begin{cases}2k+2n+1=23\\ 2k-2n-1=1\end{cases}$ (Vì 23 là số nguyên tố và 2k + 2n + 1> 2k – 2n -1) $\Leftrightarrow \begin{cases}2k+2n+1=23\\ 2k-2n-1=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}k=6\\ n=5\end{cases}$ Vậy với n = 5 thì A là số chính phương	0.5đ 0.5đ 0.75đ 0.25đ
4	a	$C_{\Delta ABC}$ = AB+BC+CA = AB+BP+PC+CA = (AB+BM)+(CN+CA) (t/c 2 tt cắt nhau) = AM + AN = 2AM (t/c 2 tt cắt nhau) $= 2\sqrt{OA^2-OM^2} = 2\sqrt{a^2-R^2}$  Vì A cố định nên OA=a không đổi vậy khi P di chuyển trên cung nhỏ MN thì chu vi tam giác ABC không đổi. $C_{\Delta ABC} = 2\sqrt{a^2-R^2}$ **Ghi chú:** *- Không có điểm vẽ hình.* *- Chứng minh mà không có hình vẽ hoặc hình vẽ sai thì không được công nhận (không có điểm).*	0.25đ 0.5đ 0.25đ 0.5đ 0.25đ 0.25đ

	b	*(Các đường nét đứt được vẽ thêm để gợi ý chứng minh khi chấm, học sinh phải trình bày kẻ thêm đường phụ khi chứng minh - nếu cần)* Trình bày c/m: $S_{\Delta BID}=\frac{1}{4}S_{\Delta BIC}$ Trình bày c/m: $S_{\Delta BIC}=\frac{1}{2}S_{\Delta BIA}$ => $S_{\Delta BID}=\frac{1}{8}S_{\Delta BIA}=\frac{1}{9}S_{\Delta ABD}$ Trình bày c/m: $S_{\Delta ABD}=\frac{1}{4}S_{\Delta ABC}$ => $S_{\Delta BID}\frac{1}{36}S_{\Delta ABC}=\frac{36}{36}=1$ **Ghi chú:** *- Không có điểm vẽ hình.* *- Chứng minh mà không có hình vẽ hoặc hình vẽ sai thì không được công nhận (không có điểm).*	0.5đ 1.0đ 0.5đ 0.5đ 0.5đ
5		ĐK: x≠0, y≠0 $Q=\frac{1}{2}\left(\frac{x^{10}}{y^2}+\frac{y^{10}}{x^2}\right)+\frac{1}{4}(x^{16}+y^{16})-(1+x^2y^2)^2$ $=\frac{1}{2}\left(\frac{x^{10}}{y^2}+\frac{y^{10}}{x^2}+1+1\right)+\frac{1}{4}(x^{16}+y^{16}+1+1)-(1+x^2y^2)^2-\frac{3}{2}$ Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho bốn số dương ta có: $\frac{1}{2}\left(\frac{x^{10}}{y^2}+\frac{y^{10}}{x^2}+1+1\right)\geq 2x^2y^2$ $\frac{1}{4}(x^{16}+y^{16}+1+1)\geq x^4y^4$ => $Q\geq 2x^2y^2+x^4y^4-1-2x^2y^2-x^4y^4-\frac{3}{2}=-\frac{5}{2}$ Vậy giá trị nhỏ nhất của Q là Q = – 5/2 khi $x^2 = y^2 = 1$	0.5đ 0.25đ 0.25đ 0.5đ 0.5đ

Chú ý: HS có thể giải theo cách khác, nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.

ĐỀ ÔN THI CHỌN HỌC SINH GIỎI DỰ THI CẤP HUYỆN
MÔN: TOÁN - LỚP 9

Thời gian làm bài 120 phút không kể thời gian giao đề

Bài 1: *(4,0 điểm)* Cho biểu thức

$$A=\left(\frac{1}{1-\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right):\left(\frac{2x+\sqrt{x}-1}{1-x}+\frac{2x\sqrt{x}+x-\sqrt{x}}{1+x\sqrt{x}}\right)$$ Với $x>0;\ x\neq\frac{1}{4};\ x\neq 1$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của A khi $x=17-12\sqrt{2}$

c) So sánh A với $\sqrt{A}$.

Bài 2: *(4,0 điểm)* Thu gọn các biểu thức

a) $A=\sqrt{8+2\sqrt{10+2\sqrt{5}}}+\sqrt{8-2\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$

b) $B=\left(\frac{15}{\sqrt{6}+1}+\frac{4}{\sqrt{6}-2}-\frac{12}{3-\sqrt{6}}\right)\left(\sqrt{6}+11\right)$

Bài 3: *(3,0 điểm)*

a) Giải phương trình $\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{x+3}=\sqrt{x-2}+\sqrt{x^2+2x-3}$

b) Cho hàm số f(x) = $\left(x^3+6x-5\right)^{2012}$. Tính f(a),với a = $\sqrt[3]{3+\sqrt{17}}+\sqrt[3]{3-\sqrt{17}}$

Bài 4: *(6,0 điểm)* Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $\frac{MC}{MA}=\frac{1}{3}$ .Kẻ đường thẳng vuông góc với AC tại C , cắt tia BM tại K , kẻ BE $\perp$ CK

a) Chứng minh tứ giác ABEC là hình vuông

b) Chứng minh : $\frac{1}{AB^2}=\frac{1}{BM^2}+\frac{1}{BK^2}$

c) Biết BM = 6cm. Tính các cạnh của tam giác MCK

Bài 5: *(1,5 điểm)* Cho tam giác đều ABC, các điểm D, E lần lượt thuộc các cạnh AC, AB, sao cho BD, CE cắt nhau tại P và diện tích tứ giác ADPE bằng diện tích tam giác BPC.Tính $\widehat{BPE}$.

Bài 6: *(1,5 điểm)* Cho hai số dương a và b thỏa mãn a. b = 1 . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức B = $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{a+b}$

----- Hết -----

HƯỚNG DẪN CHẤM THI

Bài 1 *(4 điểm)*

a) Rút gọn biểu thức *(2 điểm)*

$$A=\left(\frac{1}{1-\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right):\left(\frac{2x+\sqrt{x}-1}{1-x}+\frac{2x\sqrt{x}+x-\sqrt{x}}{1+x\sqrt{x}}\right)\left(x>0;x\neq\frac{1}{4};x\neq 1\right)$$

$$=\frac{\sqrt{x}-1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(1-\sqrt{x}\right)}:\left[\frac{2x+2\sqrt{x}-\sqrt{x}-1}{\left(1-\sqrt{x}\right)\left(1+\sqrt{x}\right)}+\frac{\sqrt{x}\left(2x+\sqrt{x}-1\right)}{\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{x}+x\right)}\right]$$ 0.5

$$=\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}:\left[\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(2\sqrt{x}-1\right)}{\left(1-\sqrt{x}\right)\left(1+\sqrt{x}\right)}+\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)\left(2\sqrt{x}-1\right)}{\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{x}+x\right)}\right]$$ 0.5

$$=\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}:\left[\left(2\sqrt{x}-1\right)\left(\frac{1}{1-\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}+x}\right)\right]$$ 0.25

$$=\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}:\left(2\sqrt{x}-1\right):\frac{1-\sqrt{x}+x+\sqrt{x}\left(1-\sqrt{x}\right)}{\left(1-\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{x}+x\right)}$$ 0.25

$$=\frac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}:\frac{1}{\left(1-\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{x}+x\right)}=\frac{1-\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}}$$ 0.25 0,25

b) Tính giá trị của A khi $x=17-12\sqrt{2}$ *(1 điểm).*

Tính $x=17-12\sqrt{2}=\left(3-2\sqrt{2}\right)^2\Rightarrow\sqrt{x}=\sqrt{\left(3-2\sqrt{2}\right)^2}=\left|3-2\sqrt{2}\right|=3-2\sqrt{2}$ 0.5

$$A=\frac{1-\left(3-2\sqrt{2}\right)+17-12\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}=\frac{15-10\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}=\frac{5\left(3-2\sqrt{2}\right)}{3-2\sqrt{2}}=5$$ 0.5

c) So sánh A với $\sqrt{A}$ *(1 điểm).*

Biến đổi $A=\frac{1-\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}-1$ 0.25

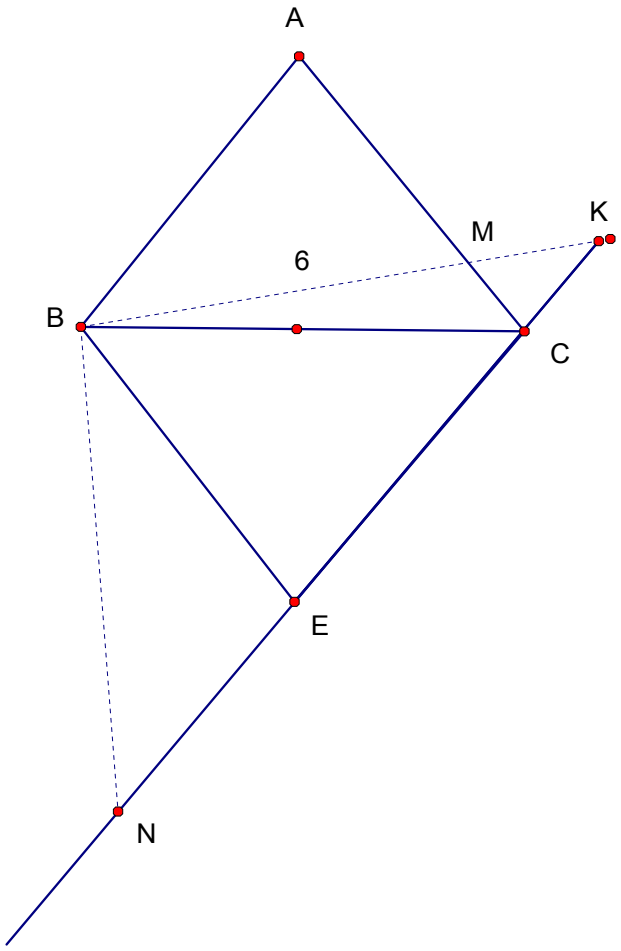
Chứng minh được $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}>2$ với mọi $x>0;x\neq\frac{1}{4};x\neq 1$ 0.25

$$\Rightarrow A=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}-1>1\Rightarrow\sqrt{A}>1\Rightarrow\sqrt{A}-1>0\Rightarrow\sqrt{A}\left(\sqrt{A}-1\right)>0$$

$$\Rightarrow A-\sqrt{A}>0\Rightarrow A>\sqrt{A}$$

	0.5
Bài 2 *(4 điểm)*	
a) $A=\sqrt{8+2\sqrt{10+2\sqrt{5}}}+\sqrt{8-2\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$ $A^2=8+2\sqrt{10+2\sqrt{5}}+2\sqrt{64-4\left(10+2\sqrt{5}\right)}+8-2\sqrt{10+2\sqrt{5}}$ $=16+2\sqrt{64-40-8\sqrt{5}}$ $=16+2\sqrt{24-8\sqrt{5}}$ $=16+2\sqrt{\left(2\sqrt{5}-2\right)^2}$ $=12+4\sqrt{5}$ $=\left(\sqrt{10}+\sqrt{2}\right)^2$ $\Rightarrow A=\sqrt{10}+\sqrt{2}$	0.5 0.25 0.25 0.5 0.25 0.25
b) $B=\left(\frac{15}{\sqrt{6}+1}+\frac{4}{\sqrt{6}-2}-\frac{12}{3-\sqrt{6}}\right)\left(\sqrt{6}+11\right)$ $=\left[\frac{15\left(\sqrt{6}-1\right)}{\left(\sqrt{6}\right)^2-1}+\frac{4\left(\sqrt{6}+2\right)}{\left(\sqrt{6}\right)^2-2^2}-\frac{12\left(3+\sqrt{6}\right)}{3^2-\left(\sqrt{6}\right)^2}\right]\left(\sqrt{6}+11\right)$ $=\left[3\left(\sqrt{6}-1\right)+2\left(\sqrt{6}+2\right)-4\left(3+\sqrt{6}\right)\right]\left(\sqrt{6}+11\right)$ $=\left(3\sqrt{6}-3+2\sqrt{6}+4-12-4\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{6}+11\right)$ $=\left(\sqrt{6}-11\right)\left(\sqrt{6}+11\right)$ $=6-11^2=-115$	0.5 0.5 0.5 0.25 0.25
Bài 3 *(3điểm)* Giải phương trình	
a) $\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{x+3}=\sqrt{x-2}+\sqrt{x^2+2x-3}$ $\Leftrightarrow\sqrt{(x-1)(x-2)}+\sqrt{x+3}=\sqrt{x-2}+\sqrt{(x-1)(x+3)}(1)$ Điều kiện $\begin{cases}(x-1)(x-2)\ge 0\\ x+3\ge 0\\ x-2\ge 0\\ (x-1)(x+3)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow x\ge 2$ $(1)\Leftrightarrow\sqrt{x-2}\left(\sqrt{x-1}-1\right)-\sqrt{x+3}\left(\sqrt{x-1}-1\right)=0$	0.5 0.25 0.5

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-2}-\sqrt{x+3}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x-1}-1=0\\ \sqrt{x-2}-\sqrt{x+3}=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x-1}=1\\ \sqrt{x-2}=\sqrt{x-}\end{array}\right.$	0.5
x = 2 thoả mãn điều kiện xác định. Vậy phương trình có nghiệm duy nhất x = 2.	0.25
b)Từ a= $\sqrt[3]{3+\sqrt{17}}+\sqrt[3]{3-\sqrt{17}}$ $\Rightarrow a^3=\left(\sqrt[3]{3+\sqrt{17}}+\sqrt[3]{3-\sqrt{17}}\right)^3$ $\Leftrightarrow a^3=6+3\sqrt[3]{3+\sqrt{17}}.\sqrt[3]{3-\sqrt{17}}\left(\sqrt[3]{3+\sqrt{17}}+\sqrt[3]{3-\sqrt{17}}\right)$ $\Leftrightarrow a^3=6-6a$ $\Leftrightarrow a^3+6a-6=0$ *Vậy :* $f(a)=\left(a^3+6a-5\right)^{2012}=\left(a^3+6a-6+1\right)^{2012}=1^{2012}=1$	0.25 0.25 0.25 0.25
Bài 4 *(8 điểm)*	
	0.5



a) Ta có $\angle A = \angle C = \angle E = 90^0$
AB=AC(Do ΔABC vuông cân tại A)
Nên : Tứ giác ABEC là hình vuông

0.5
0.2
5

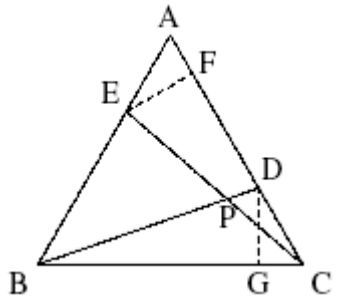
b) Kẻ đường thẳng vuông góc với BM tại B cắt EC tại N
Xét ΔABM và ΔEBN ta có :
$\angle$A= $\angle$E = 90^0
AB = BE(cạnh hình vuông ABEC)
$\angle$ABM = $\angle$EBN(cùng phụ $\angle$EBM)
Vậy ΔABM = ΔEBN (g.c.g)
$\Rightarrow$BM = BN
Áp dụng hệ thức lượng vào Δvuông BNK ta có :

$$\frac{1}{BE^2} = \frac{1}{BN^2} + \frac{1}{BK^2}$$

Mà : $AB = BE; BM = BN$

$$\Rightarrow \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{BM^2} + \frac{1}{BK^2}$$

0.7
5
0.2
5
0.5
0.5

c) Từ $\frac{MC}{MA}=\frac{1}{3}\Rightarrow MA=3MC;AB=AC=4MC$ Đặt MC = x $\Rightarrow$MA = 3x ; AB = 4x Áp dụng định lý pi ta go vào tam giác vuông ABM $AB^2+AC^2=BM^2\Rightarrow(4x)^2+(3x)^2=6^2$ $\Leftrightarrow 25x^2=36\Leftrightarrow x=\frac{6}{5}$ $\Rightarrow MC=1\frac{1}{5}(cm);AB=4x=\frac{24}{5}=4\frac{4}{5}(cm)$ Vì CK //AB nên ΔMCK đồng dạng ΔMAB $\Rightarrow\frac{MK}{MB}=\frac{KC}{AB}=\frac{CM}{CA}=\frac{1}{3}$ $\Rightarrow MK=2(cm);KC=\frac{24}{5}:3=1\frac{3}{5}(cm)$	0.75 0.75 0.25 0.25 0.5 0.25
Bài 5 (1,5 điểm)	
	0.25
Kẻ $EF\perp AC$ tại F, $DG\perp BC$ tại G. Theo giả thiết $S_{(ADPE)}=S_{(BPC)}$ $\Rightarrow S_{(ACE)}=S_{(BCD)}$. Mà $AC=BC\Rightarrow EF=DG$ và $\hat{A}=\hat{C}$ Suy ra $\Delta AEF=\Delta CDG\Rightarrow AE=CG.$ Do đó $\Delta AEC=\Delta CDB(c-g-c)\Rightarrow \hat{DBC}=\hat{ECA}$ $\Rightarrow \hat{BPE}=\hat{PBC}+\hat{PCB}=\hat{PCD}+\hat{PCB}=60^0$	0.5 0.5 0,25
Bài 5 *(1,5 điểm)*	
Vì ab=1,a>0,b>0 và theo BĐT Côsi ta có :	0.2

$B=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{a+b}$	5
$=\frac{a+b}{ab}+\frac{2}{a+b}$	0.5
$=\frac{a+b}{2}+\left(\frac{a+b}{2}+\frac{2}{a+b}\right)$	0.5
$\geq \sqrt{ab}+2\sqrt{\frac{a+b}{2}.\frac{2}{a+b}}=3$	
$B_{min}=3 \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ \frac{a+b}{2}=\frac{2}{a+b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b=1(nhan) \\ a=b=-1(loai) \end{cases} \Leftrightarrow a=b=1$	0.25

Chú ý: 1. Nếu thí sinh làm bài bằng cách khác đúng thì vẫn cho điểm tương đương.

2. Điểm toàn bài không được làm tròn.

ĐỀ ÔN THI CHỌN HỌC SINH GIỎI DỰ THI CẤP HUYỆN
MÔN: TOÁN - LỚP 9

Thời gian làm bài 120 phút không kể thời gian giao đề

Bài 1. (*5,0 điểm*) Cho biểu thức: $A=\left(\frac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-2}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}-2\right):\frac{1}{x-1}$ với a > 0, a ≠ 1.

a) Chứng minh rằng $M > 4$.

b) Với những giá trị nào của a thì biểu thức $N=\frac{6}{M}$ nhận giá trị nguyên?

Bài 2. *(4,0 điểm)*

a) Giải phương trình: $\sqrt{2x^2-9x+4}+3\sqrt{2x-1}=\sqrt{2x^2+21x-11}$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của

$A=\frac{xy}{z}+\frac{yz}{x}+\frac{zx}{y}$ với x, y, z là các số dương và $x^2+y^2+z^2=1$

Bài 3. *(4 điểm)*

a) Tìm các nghiệm nguyên của phương trình : $2x^6 + y^2 - 2x^3y = 320$

b) Cho x, y, z là các số dương thoả mãn $\frac{1}{x+y}+\frac{1}{y+z}+\frac{1}{z+x}=6$.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{3x+3y+2z}+\frac{1}{3x+2y+3z}+\frac{1}{2x+3y+3z}\le\frac{3}{2}$.

Bài 4. *(6 điểm)*

a. Cho tam giác nhọn ABC có trực tâm H, trọng tâm I; Giao điểm 3 đường trung trực là O, trung điểm của BC là M.

Tính giá trị biểu thức: $\sqrt{\frac{IO^2+OM^2}{IH^2+HA^2}}$

b. Cho góc xOy. Một đường thẳng d thay đổi luôn cắt các tia Ox; Oy tại M và N. Biết giá trị biểu thức $\frac{1}{OM}+\frac{1}{ON}$ không thay đổi khi đường thẳng d thay đổi.

Chứng minh rằng đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5. *(1 điểm)*

Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn: $2xy + x + y = 83$

----------Hết----------

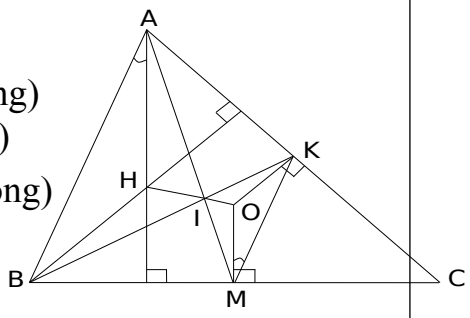
HƯỚNG DẪN CHẤM THI

BÀI	ĐỀ -ĐÁP ÁN	ĐIỂM
Bài 1	Cho biểu thức: $M=\frac{a+1}{\sqrt{a}}+\frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}}+\frac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}}$ với $a>0, a\neq 1$. a) Chứng minh rằng $M>4$. b) Với những giá trị nào của a thì biểu thức $N=\frac{6}{M}$ nhận giá trị nguyên.	
a	Do $a>0, a\neq 1$ nên: $\frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}}=\frac{(\sqrt{a}-1)(a+\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}=\frac{a+\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}}$ và $\frac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}}=\frac{(a+1)(a-1)-\sqrt{a}(a-1)}{\sqrt{a}(1-a)}=\frac{(a-1)(a-\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(1-a)}=\frac{-a+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}$	

	$\Rightarrow \quad M = \frac{a+1}{\sqrt{a}} + 2$	
	Do $a > 0;\ a \neq 1$ nên: $(\sqrt{a}-1)^2 > 0 \Leftrightarrow a+1 > 2\sqrt{a}$	
	$\Rightarrow \quad M > \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 2 = 4$	
b	Ta có $0 < N = \frac{6}{M} < \frac{3}{2}$ do đó N chỉ có thể nhận được một giá trị nguyên là 1	
	Mà $N = 1 \Leftrightarrow \frac{6\sqrt{a}}{a+1+2\sqrt{a}} = 1 \Leftrightarrow a - 4\sqrt{a} + 1 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a}-2)^2 = 3$ $\Leftrightarrow \sqrt{a} = 2+\sqrt{3}$ hay $\sqrt{a} = 2-\sqrt{3}$ (phù hợp)	
	Vậy, N nguyên $\Leftrightarrow a = (2 \pm \sqrt{3})^2$	
Bài 2	a) ĐK: $x \geq 4$ hoặc x = 0,5	
	Biến đổi: $\sqrt{2x^2-9x+4} + 3\sqrt{2x-1} = \sqrt{2x^2+21x-11}$ $\Leftrightarrow \sqrt{(x-4)(2x-1)} + 3\sqrt{2x-1} = \sqrt{(x+11)(2x-1)}$ $\Leftrightarrow \sqrt{(x-4)(2x-1)} + 3\sqrt{2x-1} - \sqrt{(x+11)(2x-1)} = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{2x-1}(\sqrt{x-4} + 3 - \sqrt{x+11}) = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{2x-1} = 0 (1)$ Hoặc $\sqrt{x-4} + 3 - \sqrt{x+11} = 0 (2)$	
	Giải (1) được x = 0,5 (thỏa mãn), giải (2) được x = 5 (thỏa mãn)	
	b) $A = \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}$ Nên $A^2 = \frac{x^2y^2}{z^2} + \frac{y^2z^2}{x^2} + \frac{z^2x^2}{y^2} + 2$ (vì $x^2+y^2+z^2=1$) $= B + 2$	
	Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 2 số dương ta có $\frac{x^2y^2}{z^2} + \frac{y^2z^2}{x^2} \geq \sqrt{\frac{x^2y^2y^2z^2}{z^2x^2}} = 2y^2$ Tương tự $\frac{y^2z^2}{x^2} + \frac{z^2x^2}{y^2} \geq 2z^2$ $\frac{x^2y^2}{z^2} + \frac{z^2x^2}{y^2} \geq 2x^2$ Cộng vế với vế ta được $2B \geq 2 \Rightarrow B \geq 1$	
	Do đó $A^2 = B + 2 \geq 3$ nên $A \geq \sqrt{3}$	

	Vậy Min A = $\sqrt{3} \Leftrightarrow x = y = z = \frac{\sqrt{3}}{3}$	
Bài 3		
a	Từ $2x^6 + y^2 - 2x^3y = 320 <=> (x^3-y)^2 + (x^3)^2 = 320$ $=> (x^3)^2 \le 320$	
	mà x nguyên nên $\lvert x \rvert \le 2$ Nếu x=1 hoặc x=-1 thì y không nguyên (loại) Nếu x=2=> y=-2 hoặc y=6 Nếu x=-2 => y=-6 hoặc y=2	
	Vậy phương trình đã cho có 4 cặp nghiệm (x;y) là: (2;-2); (2;6); (-2;-6); (-2;2)	
	Từ $2x^6 + y^2 - 2x^3y = 320 <=> (x^3-y)^2 + (x^3)^2 = 320$ $=> (x^3)^2 \le 320$	
b	Áp dụng BĐT $\frac{1}{a}+\frac{1}{b} \ge \frac{4}{a+b}$ (với a, b > 0) $\Rightarrow \frac{1}{a+b} \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$	
	Ta có: $\frac{1}{3x+3y+2z} = \frac{1}{(2x+y+z)+(x+2y+z)} \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}\right)$ $\le \frac{1}{4}\left[\frac{1}{(x+y)+(x+z)}+\frac{1}{(x+y)+(y+z)}\right] \le \frac{1}{4}\left[\frac{1}{4}\left(\frac{1}{x+y}+\frac{1}{x+z}+\frac{1}{x+y}+\frac{1}{y+z}\right)\right]$ $\le \frac{1}{16}\left(\frac{2}{x+y}+\frac{1}{x+z}+\frac{1}{y+z}\right)$	
	Tương tự: $\frac{1}{3x+2y+3z} \le \frac{1}{16}\left(\frac{2}{x+z}+\frac{1}{x+y}+\frac{1}{y+z}\right)$ $\frac{1}{2x+3y+3z} \le \frac{1}{16}\left(\frac{2}{y+z}+\frac{1}{x+y}+\frac{1}{x+z}\right)$	
	Cộng vế theo vế, ta có: $\frac{1}{3x+3y+2z}+\frac{1}{3x+2y+3z}+\frac{1}{2x+3y+3z} \le \frac{1}{16}\left(\frac{4}{x+y}+\frac{4}{x+z}+\frac{4}{y+z}\right)$ $\le \frac{4}{16}\left(\frac{1}{x+y}+\frac{1}{x+z}+\frac{1}{y+z}\right) = \frac{1}{4}.6 = \frac{3}{2}$	
Bài 4		

a) Ta có MO // HA (cùng vuông góc với BC)
OK // BH (cùng vuông góc với AC)
$\Rightarrow \widehat{KOM} = \widehat{BHA}$ (góc có cạnh tương ứng song song)
MK // AB (M, K là trung điểm BC và AC)
$\Rightarrow \widehat{HAB} = \widehat{OMK}$ (góc có cạnh tương ứng song song)
$\Rightarrow$ ΔABH đồng dạng với ΔMKO



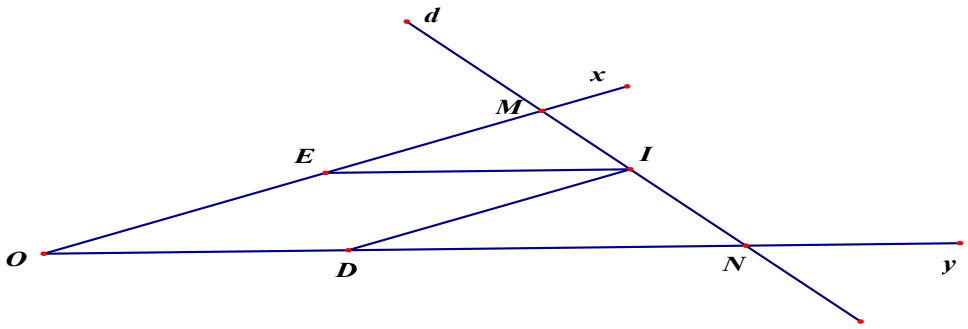
$\Rightarrow \frac{MO}{AH} = \frac{MK}{AB} = \frac{1}{2}$

a

Xét ΔAIH và ΔMIO có $\frac{MO}{AH} = \frac{MI}{AI} = \frac{1}{2}$ và $\widehat{OMI} = \widehat{HAI}$ (so le trong)

$\Rightarrow$ ΔAIH đồng dạng với ΔMIO $\Rightarrow \frac{IO}{IH} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{IO}{IH} = \frac{OM}{HA} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{IO^2}{IH^2} = \frac{OM^2}{HA^2} = \frac{IO^2 + OM^2}{IH^2 + HA^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt{\frac{IO^2 + OM^2}{IH^2 + OA^2}} = \frac{1}{2}$



b

Giả sử $\frac{1}{OM} + \frac{1}{ON} = \frac{1}{a}$ (1) (a là số dương cho trước). Lấy điểm D trên Oy sao cho OD = a thì OD < ON. Vẽ DI song song với Ox (I ∈ đoạn MN). Lấy E trên Ox sao cho OE = ID. Khi đó OEID là hình bình hành.

Ta có $\frac{OE}{OM} + \frac{OD}{ON} = \frac{NI}{NM} + \frac{EI}{ON} = \frac{NI}{NM} + \frac{MI}{MN} = 1$ => $\frac{1}{ON} + \frac{OE}{OD.OM} = \frac{1}{OD} = \frac{1}{a}$ (2)

Từ (1) và (2) => $\frac{1}{OM} = \frac{OE}{OD.OM}$ => $\frac{OE}{OD} = 1$ => OE = OD = a không đổi, mà D ∈ Oy; E ∈ Ox nên D; E cố định. Mặt khác O cố định và OEID là hình bình hành nên I cố định. Vậy d luôn đi qua I cố định (ĐPCM)

Bài 5 Tìm x,y nguyên dương thỏa mãn: 2xy + x +y = 83

$\Leftrightarrow 4xy + 2x + 2y + 1 = 167$

$\Leftrightarrow (2x+1)(2y+1) = 167$

Do x,y nguyên dương $\Rightarrow (2x+1);(2y+1) \in Z$

$\Rightarrow (2x+1);(2y+1) \in$ Ư(167)

Lập bảng tìm được (x,y)=(0;83);(83;0).

	Tìm x,y nguyên dương thỏa mãn: 2xy + x +y = 83 $\Leftrightarrow 4xy+2x+2y+1=167$ $\Leftrightarrow (2x+1)(2y+1)=167$	

ĐỀ ÔN THI CHỌN HỌC SINH GIỎI DỰ THI CẤP HUYỆN
MÔN: TOÁN - LỚP 9
Thời gian làm bài 120 phút không kể thời gian giao đề

Bài 1: (3 điểm)

Cho biểu thức $A=\frac{x^2-2x}{x^3+1}+\frac{1}{2}.(\frac{1}{1+\sqrt{x+2}}+\frac{1}{1-\sqrt{x+2}})$

a) Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa.

b) Rút gọn biểu thức A.

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của A.

Bài 2: (6 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2+2015x-2014=2\sqrt{2017x-2016}$.

b) Chứng minh rằng: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\le -2$ biết $x^3 + y^3 + 3(x^2+y^2) + 4(x+ y) + 4 = 0$ và $x.y > 0$.

c) Cho x, y, z thỏa mãn $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right):\left(\frac{1}{x+y+z}\right)=1$.

Tính giá trị của biểu thức $B=\left(x^{21}+y^{21}\right)\left(y^{11}+z^{11}\right)\left(z^{2017}+x^{2017}\right)$.

Bài 3: (4 điểm)

a) Với n chẵn ($n \in N$) chứng minh rằng: $(20^n + 16^n – 3^n – 1)$ chia hết cho 323

b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $(y+2)x^{2017}-y^2-2y-1=0$

Bài 4: (4 điểm)

Cho ABC vuông ở C. Lấy D đối xứng C qua AB, CD cắt AB tại M, lấy điểm E đối xứng với A qua M.

a) Tứ giác ACED là hình gì? Vì sao?

b) Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của M trên BC và AC. Chứng minh rằng:

$$\frac{HM}{HK}\cdot\frac{MK}{MC}=\frac{CD}{4R}$$

Bài 5:(3 điểm)

Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn: a + b + c = 1. Chứng minh rằng:

$$\frac{c+ab}{a+b}+\frac{a+bc}{b+c}+\frac{b+ac}{a+c}\geq 2$$

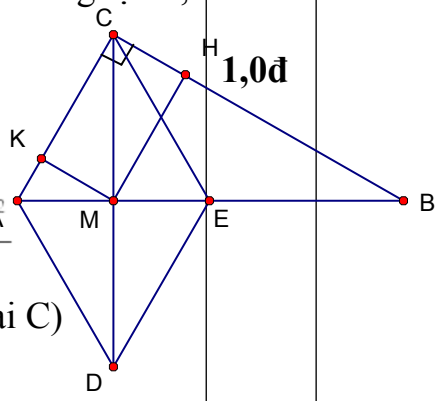
.....HẾT.....

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Nội dung	Điểm
1a (1đ)	***a) Điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa***: $\begin{cases}x+2\geq 0\\ x^3+1\neq 0\\ \sqrt{x+2}\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq -2\\ x\neq -1\end{cases}$	**1,0đ**
1b (1đ)	***b) Rút gọn biểu thức A*** $A=\frac{x^2-2x}{x^3+1}+\frac{1}{2}.(\frac{1}{1+\sqrt{x+2}}+\frac{1}{1-\sqrt{x+2}})=\frac{x(x-2)}{(x+1)(x^2-x+1)}+\frac{1}{2}.\frac{2}{1-(x+2)}$ $=\frac{x(x-2)}{(x+1)(x^2-x+1)}-\frac{1}{x+1}=\frac{x(x-2)-(x^2-x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)}$ $=\frac{-(x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)}=\frac{-1}{x^2-x+1}$	**1,0đ**
1c (1đ)	***c) Tìm giá trị nhỏ nhất của A.*** Ta có $A=\frac{-1}{x^2-x+1}=\frac{-1}{(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}}$. Ta có A nhỏ nhất khi $(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}$ đạt giá trị nhỏ nhất . Vậy: Giá trị nhỏ nhất của là A là $\frac{-4}{3}$ khi $x-\frac{1}{2}=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$	**1,0đ**
2a (2đ)	*a) Giải phương trình:* $x^2+2015x-2014=2\sqrt{2017x-2016}$ ĐK $x\geq\frac{2016}{2017}$ $\Rightarrow x^2-2x+1+2017x-2016-2\sqrt{2017x-2016}+1=0$	**1,0đ**

	$\Leftrightarrow (x-1)^2+\left(\sqrt{2017x-2016}-1\right)^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ \sqrt{2017x-2016}-1=0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 2017x-2016=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy $x=1$ là nghiệm của phương trình đã cho.	
2b (2đ)	***Chứng minh:*** $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\le -2$ ***biết*** $x^3+y^3+3(x^2+y^2)+4(x+y)+4=0$ ***và*** $x.y>0$. Ta có: $x^3+y^3+3(x^2+y^2)+4(x+y)+4=0$ $\Leftrightarrow (x+y)(x^2-xy+y^2)+2(x^2-xy+y^2)+(x^2+2xy+y^2)+4(x+y)+4=0$ $\Leftrightarrow (x^2-xy+y^2)(x+y+2)+(x+y+2)^2=0$ $\Leftrightarrow (x+y+2)(x^2-xy+y^2+x+y+2)=0$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}.(x+y+2)(2x^2-2xy+2y^2+2x+2y+4)=0$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}.(x+y+2).\left[(x-y)^2+(x+1)^2+(y+1)^2+2\right]=0$ $\Leftrightarrow x+y+2=0 \Leftrightarrow x+y=-2$ mà $x.y>0$ nên $x<0, y<0$	**1,0đ**
	Áp dụng BĐT CauChy ta có $\sqrt{(-x)(-y)}\le \frac{(-x)+(-y)}{2}=\frac{-(x+y)}{2}=\frac{2}{2}=1$ Do đó $xy\le 1$ suy ra $1\le \frac{1}{xy}$ hay $\frac{-2}{xy}\le -2$ Mà $M=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{x+y}{xy}=\frac{-2}{xy}$ Vậy $M=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\le -2$ (đpcm)	**1,0đ**
2c (2đ)	***a) Cho*** x,y,z ***thỏa mãn*** $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right):\left(\frac{1}{x+y+z}\right)=1$. ***Tính giá trị của biểu thức*** $B=\left(x^{21}+y^{21}\right)\left(y^{11}+z^{11}\right)\left(z^{2017}+x^{2017}\right)$ Ta có: $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right):\left(\frac{1}{x+y+z}\right)=1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)(x+y+z)=1$ $\Leftrightarrow (yz+xz+xy)(x+y+z)=xyz$ $\Leftrightarrow xyz+zy^2+yz^2+zx^2+xyz+xz^2+yx^2+xy^2+xyz=xyz$ $\Leftrightarrow (xyz+zx^2+xy^2+yx^2)+(zy^2+yz^2+xz^2+xyz)=0$	**1,0đ**
	$\Leftrightarrow x(yz+zx+y^2+yx)+z(y^2+yz+xz+xy)=0$ $\Leftrightarrow (yz+zx+y^2+yx)(x+z)=0 \Leftrightarrow (x+y)(y+z)(x+z)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-y \\ y=-z \\ z=-x \end{cases}$ Thay vào B tính được B = 0	**1,0đ**
	a) Với n chẵn $(n\in N)$ ***chứng minh rằng:*** $20^n+16^n-3^n-1\vdots 323$	

3a (2đ)	Ta có: 323=17.19 • $20^n + 16^n – 3^n – 1 = (20^n – 1) + (16^n – 3^n)$ $20^n – 1 \vdots 19$ $16^n – 3^n \vdots 19$ (n chẵn) Do đó $20^n + 16^n – 3^n – 1 \vdots 19$ (1)	**1,0đ**
	• $20^n + 16^n – 3^n – 1 = (20^n – 3^n) + (16^n – 1)$ $20^n – 3^n \vdots 17$ $16^n – 1^n \vdots 17$ (n chẵn) Do đó $20^n + 16^n – 3^n – 1 \vdots 17$ (2) Mà (17;19) = 1 nên từ (1) và (2) suy ra $20^n + 16^n – 3^n – 1 \vdots 323$	**1,0đ**
3b (2đ)	b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $(y+2)x^{2017} - y^2 - 2y - 1 = 0$ Nếu y+2=0 $\Leftrightarrow y = -2$ lúc đó phương trình có dạng $0x^{2017} - 1 = 0$ (vô nghiệm). Nếu $y \neq -2$ thì ta có $x^{2017} = \frac{y^2 + 2y + 1}{y + 2} = y + \frac{1}{y + 2}$	**1,0đ**
	Vì x, y nguyên nên $\frac{1}{y+2}$ nguyên $y + 2 \in$ Ư(1) $= \{-1;1\}$. Với $y + 2 = -1 \Rightarrow y = -3 \Rightarrow x^{2017} = -4$ (loại).Với $y + 2 = 1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow x^{2017} = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Vậy số nguyên x,y thỏa mãn đề bài là : x=0,y=-1	**1,0đ**

	a) Vì CD ⊥ AB ⇒ CM = MD Tứ giác ACED có AE cắt CD tại trung điểm của mỗi đường nên là HBH Mà AE ⊥ CD ⇒ tứ giác ACED là hình thoi b) Vì tam giác ABC có AB là đường kính (O) nên ΔABC vuông tại C, suy ra tứ giác CHMK là hình chữ nhật Áp dụng hệ thức lượng vào các tam giác vuông ta có: $MH.AC = MA.MC \Rightarrow MH = \frac{MA.MC}{AC}$ Tương tự ta có: $MK = \frac{MB.MC}{BC} \Rightarrow MH.MK = \frac{MA.MB.MC^2}{AC.BC}$ Mà $MA.MB = MC^2$; $AC.BC = MC.AB$ (do ΔABC vuông tại C) $\Rightarrow MH.MK = \frac{MC^2.MC^2}{MC.AB} = \frac{MC^3}{AB} \Rightarrow \frac{MH.MK}{MC^2} = \frac{MC}{AB}$ Mà MC = MK (do CHMK là hình chữ nhật) $\Rightarrow \frac{MH.MK}{HK.MC} = \frac{MC}{AB} = \frac{2MC}{2AB} = \frac{CD}{4R}$ Vậy: $\frac{HM}{HK}.\frac{MK}{MC} = \frac{CD}{4R}$ (đpcm)  	**1,0đ**
4 (4đ)	Vì a + b + c = 1 nên c + ab = c(a + b + c) + ab = (c + a)(c + b) a + bc = a(a + b + c) + bc = (b + a)(b + c) b + ac = b(a + b + c) + ac = (a + b)(a + c) nên BĐT cần chứng minh tương đương với: $\frac{(c+a)(c+b)}{a+b} + \frac{(b+a)(b+c)}{a+c} + \frac{(a+b)(a+c)}{b+c} \geq 2$ $\Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{(c+a)(c+b)}{a+b}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{(b+a)(b+c)}{a+c}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{(a+b)(a+c)}{b+c}\right)^2} \geq 2$	**2,0đ**
5 (3đ)	Mặt khác dễ thấy: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$, với mọi x, y, z (*) Áp dụng (*) ta có: $VT \geq b + c + a + b + c + a = 2$ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi a = b =c = $\frac{1}{3}$ ⇒ đpcm	

ĐỀ ÔN THI CHỌN HỌC SINH GIỎI DỰ THI CẤP HUYỆN
MÔN: TOÁN - LỚP 9

Thời gian làm bài 120 phút không kể thời gian giao đề

(Đề thi số 04)

Bài 1: (6 điểm)

1. Cho $M = (1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}) : (\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6})$

a) Rút gọn M

b) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức M nhận giá trị là số nguyên

2. Tính giá trị của biểu thức P

$P = 3x^{2013} + 5x^{2011} + 2006$ với $x = \sqrt{6 + 2\sqrt{2}.\sqrt{3 - \sqrt{\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + \sqrt{18 - 8\sqrt{2}}}}} - \sqrt{3}$

Bài 2: (4 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{(1+x^2)^3} - 4x^3 = 1 - 3x^4$

b) Tìm tất cả các số nguyên n sao cho $n^2 + 2014$ là một số chính phương.

Bài 3: (4 điểm)

a) Cho đường thẳng: $(m-2)x + (m-1)y = 1$ (m là tham số) (1)

CMR: đường thẳng (1) luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m

b) Chứng minh rằng: nếu a, b ,c là ba số thỏa mãn a + b +c = 2013 và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2013}$ thì một trong ba số phải có một số bằng 2013

Bài 4: (5 điểm)

Cho hai đoạn thẳng AB và CD vuông góc với nhau tại trung điểm O của mỗi đoạn. Lấy M tong góc AOC sao cho OM = OA = OB. Gọi K và H lần lượt là hình chiếu của M trên CD và AB.

a) Tính $\sin^2 \widehat{MBA} + \sin^2 \widehat{MAB} + \sin^2 \widehat{MCD} + \sin^2 \widehat{MDC}$

b) Chứng minh: $OK^2 = AH(2R - AH)$

c) Tìm vị trí điểm H để giá trị của: P = MA. MB. MC. MD lớn nhất.

Bài 5: (1 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{4a}{b+c-a} + \frac{9b}{a+c-b} + \frac{16c}{a+b-c}$

(Trong đó a, b, c là độ dài 3 cạnh của 1 tam giác)

- Hết -

ĐÁP ÁN THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9
Đề số 04.

Bài 1:

b) (4,5đ)

ĐKXĐ: $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ (*)

1) Rút gọn M: Với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$

8Vậy $M = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1}$ (với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$) (*) (2,5đ)

2) $M=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{\sqrt{x}+1-3}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}=1-\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}$ (0,75đ)

Biểu thức M có giá trị nguyên khi và chỉ khi: $3\vdots\sqrt{x}+1\Leftrightarrow\sqrt{x}+1\in U(3)$

Ư(3) $\in\{\pm1;\pm3\}$ Vì $x\geq0\Rightarrow\sqrt{x+1}\geq0\Rightarrow\sqrt{x}+1\geq1$

Nên $\sqrt{x}+1\in\{1;3\}$

Xảy ra các trường hợp sau: (0,5đ)

. $\sqrt{x}+1=1\Leftrightarrow\sqrt{x}=0\Leftrightarrow x=0$ (TMĐK (*))

. $\sqrt{x}+1=3\Leftrightarrow\sqrt{x}=2\Leftrightarrow x=4$

(không TMĐK (*) loại) (0,25đ)

Vậy x = 0 thì M nhận giá trị nguyên.

b) $x=\sqrt{6+2\sqrt{2}.\sqrt{3-\sqrt{2+2\sqrt{3}+\sqrt{18-8\sqrt{2}}}}}-\sqrt{3}$

Có $\sqrt{18-8\sqrt{2}}=\sqrt{(4-\sqrt{2})^2}=|4-\sqrt{2}|=4-\sqrt{2}$ (0,5đ)

$\sqrt{\sqrt{2}+2\sqrt{3}+4-\sqrt{2}}=\sqrt{2\sqrt{3}+4}=\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}=|\sqrt{3}+1|$ (0,25đ)

$x=\sqrt{6+2\sqrt{2}.\sqrt{3-\sqrt{3}+1}}=\sqrt{6+2\sqrt{2}.\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{6+2\sqrt{4-2\sqrt{3}}}-\sqrt{3}$

$x=\sqrt{6+2\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}-\sqrt{3}=\sqrt{6+2\sqrt{3}-1}-\sqrt{3}=\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{3}$

$x=\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}-\sqrt{3}=|\sqrt{3}+1|-\sqrt{3}=\sqrt{3}+1-\sqrt{3}=1$ (0,75đ)

Với x = 1.Ta có $P=3.1^{2013}+5.1^{2011}+2006=3+5+2006=2014$

Vậy với x = 1 thì P = 2014

Bài 2:

a_(2,5đ)

$\sqrt{\left(1+x^2\right)^3}-4x^3=1-3x^4$ (1)

Ta có: $4x^3+1-3x^4=-3x^4+4x^3+x^2-x^2+1=1+x^2-x^2\left(3x^2-4x+1\right)$ (2)

Thay (2) vào (1) ta có:

(1) $\Leftrightarrow\sqrt{\left(1+x^2\right)^3}-\left(1+x^2\right)=-x^2\left(3x^2-4x+1\right)$ (3) (0,5đ)

Đặt $y=\sqrt{1+x^2}$, với $y\geq1$. Suy ra $x^2=y^2-1$

Thay vào (3): $y^3-y^2=\left(1-y^2\right)\left(3x^2-4x+1\right)$ (0,5đ)

$\Leftrightarrow y^2\left(y-1\right)-\left(1-y^2\right)\left(3x^2-4x+1\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(y-1\right)\left[y^2+\left(y+1\right)\left(3x^2-4x+1\right)\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y-1=0\\y+\left(y+1\right)\left(3x^2-4x+1\right)=0\end{array}\right.$

* Với $y=1$ thì $x=0$ thỏa mãn phương trình.

* Với $y\neq1$ và $y\geq1$, ta có: $y^2+\left(y+1\right)\left(3x^2-4x+1\right)=0$ (4) (1đ)

Vì $3x^2-4x+1=3\left(x-\dfrac{2}{3}\right)^2-\dfrac{1}{3}\geq-\dfrac{1}{3}$ và $y>1$ thay vào vế trái của (4)

$y^2-(y+1)\frac{1}{3}=\left(y-\frac{1}{6}\right)^2-\frac{13}{36}>\left(1-\frac{1}{6}\right)^2-\frac{13}{36}=\frac{1}{3}$ lớn hơn. (0,25đ)

Do đó (4) vô nghiệm

Vậy phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x = 0$ (0,25đ)

b_ (1,5đ) Giả sử $n^2+2014=k^2 (k^2 \in N)$

$\Leftrightarrow 2014=k^2-n^2 \Leftrightarrow 2014=(k+n)(k-n)$ (1) (0,5đ)

Suy ra (k + n) và (k – n) = 2k là số chẵn nên (k + n) và (k – n) cùng tính chẵn lẻ

Do 2014 là số chẵn nên (k + n) và (k – n) đều là số chẵn (0,5đ)

$\Rightarrow (k+n)(k-n) \vdots 4$

Khi đó từ (1) suy ra ta lại có $2014 \vdots 4$ (điều này vô lí)

Vậy không có số nguyên n nào để n^2+2014 là số chính phương (0,5đ)

Bài 3:

a) (2đ) Điều kiện cần và đủ để đường thẳng $(m-2)x+(m-1)y=1$ đi qua điểm cố định $N(x_0;y_0)$ với mọi m là : (0,5đ)

$(m-2)x_0+(m-1)y_0=1$ với mọi m

$\Leftrightarrow mx_0-2x_0+my_0-y_0-1=0$ với mọi m

$\Leftrightarrow (x_0+y_0)m-(2x_0+y_0+1)=0$ với mọi m (0,75đ)

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0+y_0=0 \\ 2x_0+y_0+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=-1 \\ y_0=1 \end{cases}$ (0,5đ)

Vậy các đường thẳng (1) luôn đi qua điểm cố định N(-1; 1) (0,25đ)

b) Điều kiện a, b, c $\neq 0$

Từ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a+b+c}$ Suy ra (bc +ac +ab) (a+b+c) – abc = 0 (0,25đ)

$\Leftrightarrow$ (a+b) (b+c) (c+a) = 0 $\Leftrightarrow$ a+b =0 hoặc b+c=0 hoặc c+a=0 (0,5đ)

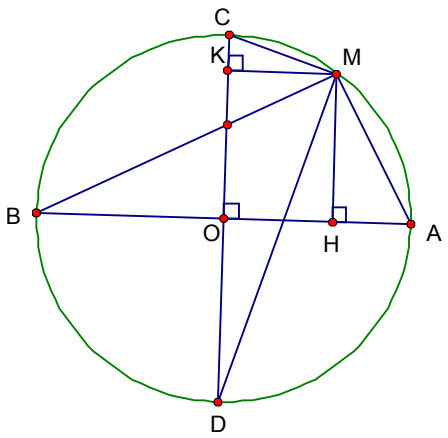
Nếu a+b =0 mà a+b+c =2013 nên c=2013

Nếu b+ c =0 mà a+b+c =2013nên a=2013

Nếu a+c=0 mà a+b+c =2013nên b=2013 (0,5đ)

Vậy 1 trong các số a, c , b bằng 2013 (0,25đ)

Bài 4:



(0,5đ)

a) Vì M nằm trong góc AOC và OM = OA = OB nên các tam giác BMA và CMD vuông tại M nên:

$$\sin^2 \widehat{MBA} + \sin^2 \widehat{MAB} + \sin^2 \widehat{MCD} + \sin^2 \widehat{MDC} =$$

$$(\sin^2 \widehat{MBA} + \cos^2 \widehat{MBA}) + (\sin^2 \widehat{MCD} + \cos^2 \widehat{MCD}) = 1+1=2 \qquad (1,5đ)$$

b) Chứng minh: $OK^2 = AH(2R - AH)$

Thật vậy: KOHM là hình chữ nhật nên: OK = MH

Mà MH^2 = HA.HB (Hệ thức lượng trong tam giác vuông MAB có MH đường cao) (1đ)

và BH = AB – AH = 2R – AH

Suy ra: $OK^2=MH^2=AH(2R-AH)$ (1đ)

c) P = MA. MB. MC. MD =AB.MH.CD.MK = $4R^2$.OH.MH (Vì MK = OH) (0,25đ)

Mà $OH.MH \le \frac{OH^2 + MH^2}{2} = \frac{OM^2}{2} = \frac{R^2}{2}$ (Pitago) (0,25đ)

Vậy $P \le 4R^2.\frac{R^2}{2} = 2R^4$. đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow$ MH = OH (0,25đ)

$\Leftrightarrow$ OH= $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ (0,25đ)

Bài 5: Đặt x = b + c – a, y = a + c – b, z=a + b – c thì $x, y, z > 0$,

$$\begin{cases} b+c-a=x \\ a+c-b=y \\ a+b-c=z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{z+y}{2} \\ b=\frac{x+z}{2} \\ c=\frac{x+y}{2} \end{cases}$$

Ta có (0,25đ)

Vậy

$$P = \frac{2y+2z}{x} + \frac{9z+9x}{2y} + \frac{8x+8y}{z}$$

$$= \left(\frac{2y}{x} + \frac{9x}{2y}\right) + \left(\frac{2z}{x} + \frac{8x}{z}\right) + \left(\frac{9z}{2y} + \frac{8y}{z}\right) \ge 2\sqrt{9} + 2\sqrt{16} + 2\sqrt{36} = 26$$

(0,25đ)

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} \frac{2y}{x} = \frac{9x}{2y} \\ \frac{2z}{x} = \frac{8x}{z} \\ \frac{9z}{2y} = \frac{8y}{z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y^2 = 9x^2 \\ 2z^2 = 8x^2 \\ 9z^2 = 8y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{z}{2} \\ y = \frac{3}{2}x \\ z = \frac{4}{3}y \end{cases}$ (0,25đ)

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là 26 khi và chỉ khi $\begin{cases} x = \frac{z}{2} \\ y = \frac{3}{2}x \\ z = \frac{4}{3}y \end{cases}$ (0,25đ)

ĐỀ ÔN THI CHỌN HỌC SINH GIỎI DỰ THI CẤP HUYỆN
MÔN: TOÁN - LỚP 9
Thời gian làm bài 120 phút không kể thời gian giao đề
(Đề thi số 05)

Bài 1: (4,0 điểm) Cho biểu thức P = $\frac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$

a) Tìm ĐKXĐ và rút gọn P.

b) Tìm x để P < 0.

Bài 2: (4,0 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2-7x=6\sqrt{x+5}-30$.

b) Cho hai số dương a và b. Chứng minh rằng $(a+b).\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\geq 4$.

Bài 3: (4,0 điểm)

a) Tìm số tự nhiên n sao cho A = n^2 + n + 6 là số chính phương.

b) Cho các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn $x^2+y^2=z^2$.

Chứng minh A = xy chia hết cho 12.

Bài 4: (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn, ba đường cao AA', BB', CC'.

a) Chứng minh $\Delta AC'C \sim \Delta AB'B$

b) Trên BB' lấy M, trên CC' lấy N sao cho $\widehat{AMC}=\widehat{ANB}=90^0$.

Chứng minh rằng AM = AN.

c) Gọi S, S' lần lượt là diện tích của tam giác ABC và tam giác A'B'C'.

Chứng minh rằng $\cos^2 A+\cos^2 B+\cos^2 C=1-\frac{S'}{S}$

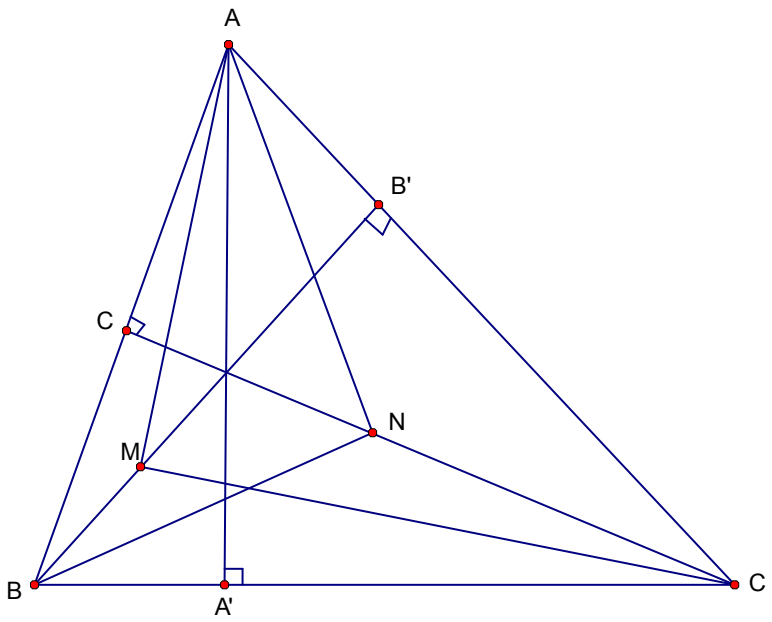
Bài 5: (2,0 điểm) Cho x, y là các số dương thỏa mãn $x+y\geq\frac{34}{35}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A=3x+4y+\frac{2}{5x}+\frac{8}{7y}$

- Hết -

ĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 9

Bài	Nội dung cần đạt	Điểm
1	**Câu a: (2,0 điểm)** - Tìm được ĐKXĐ: $x^{\geq 0, x \neq 1}$ - Ta có $\frac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$ $=\frac{3x+3\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}-\frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}-\frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}$ $=\frac{3x+3\sqrt{x}-3-x+1-x+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}$ $=\frac{x+3\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}$ $=\frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$	0,5 0,5 0,5 0,5
	Câu b: (2,0 điểm) - Ta có: $P < 0$ $\Rightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}<0$ $\Rightarrow \sqrt{x}-1<0 (do \sqrt{x}+1>0)$ $\Rightarrow \sqrt{x}<1$ $\Rightarrow x<1$ - Kết hợp với ĐKXĐ ta được: Với $0 \leq x < 1$ thì $P < 0$.	0,5 1,0 0,5
	Câu a: (2,0 điểm) Giải phương trình: $x^2-7x=6\sqrt{x+5}-30$. - ĐKXĐ $x \geq -5$. - Ta có	0,25 1,0

	$x^2-7x=6\sqrt{x+5}-30$ $\Leftrightarrow x^2-8x+16+x+5-6\sqrt{x+5}+9=0$ $\Leftrightarrow (x-4)^2+\left(\sqrt{x+5}-3\right)^2=0$ - Vì $(x-4)^2\ge 0;\left(\sqrt{x+5}-3\right)^2\ge 0$ nên $\begin{cases}(x-4)^2=0\\left(\sqrt{x+5}-3\right)^2=0\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}x-4=0\\sqrt{x+5}-3=0\end{cases}$ $\Leftrightarrow x=4$ (thỏa mãn ĐKXĐ). Nghiệm của phương trình đã cho là x = 4	0,5 0,25
2	**Câu b: (2,0 điểm)** Cho hai số dương a và b. Chứng minh rằng $(a+b).\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\ge 4$ - Ta có $(a+b).\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=2+\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ - Vì a, b > 0 nên áp dụng bất đẳng thức cosi cho hai số dương $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\ge 2\sqrt{\frac{a}{b}.\frac{b}{a}}=2$. Do đó $(a+b).\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\ge 4$	0,75 0,75 0,5
3	**Câu a: (2,0 điểm)** Tìm số tự nhiên n sao cho A = n^2 + n + 6 là số chính phương - Để A là số chính phương thì A = n^2 + n + 6 = a^2 ($a\in N$) - Ta có: n^2 + n + 6 =a^2 $\Leftrightarrow x=5$ - Vì a, n là các số tự nhiên nên (2a +2n +1) là số tự nhiên và 2a + 2n + 1 > 2a – 2n -1. Do đó $\begin{cases}2a+2n+1=23\\2a-2n-1=1\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}4a=24\\4n=20\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}a=6\\n=5\end{cases}$ - Vậy n = 5	0,25 0,5 0,5 0,25 0,5
	Câu b: (2,0 điểm) Cho các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn $x^2+y^2=z^2$ Chứng minh A = xy chia hết cho 12 - Xét phép chia của xy cho 3 Nếu xy không chia hết cho 3 thì	1,0

	$\begin{cases} x \equiv \pm 1 (\mod 3) \\ y \equiv \pm 1 (\mod 3) \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} x^2 \equiv 1 (\mod 3) \\ y^2 \equiv 1 (\mod 3) \end{cases}$ $\Rightarrow z^2 = x^2 + y^2 \equiv 2 (\mod 3)$ (Vô lí) Vậy xy chia hết cho 3 (1) - Xét phép chia của xy cho 4 Nếu xy không chia hết cho 4 thì $\begin{cases} x \equiv \pm 1 (\mod 4) \\ y \equiv \pm 1 (\mod 4) \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} x^2 \equiv 1 (\mod 4) \\ y^2 \equiv 1 (\mod 4) \end{cases}$ $\Rightarrow z^2 = x^2 + y^2 \equiv 2 (\mod 4)$ TH1: (vô lí) TH2: Trong hai số x,y một số chia 4 dư 2, một số chia 4 dư 1 hoặc -1. Không mất tính tổng quát giả sử $\begin{cases} x \equiv \pm 1 (\mod 4) \\ y \equiv 2 (\mod 4) \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} x^2 \equiv 1 (\mod 8) \\ y^2 \equiv 4 (\mod 8) \end{cases}$ $\Rightarrow z^2 = x^2 + y^2 \equiv 5 (\mod 8)$ (vô lí) - Vậy xy chia hết cho 4 (2) - Từ (1) và (2): Vậy xy chia hết cho 12	0,5 0,5
4		
	Câu a (2,0 điểm): Chứng minh $\Delta AC'C \sim \Delta AB'B$	

	- Xét $\Delta AC'C;\Delta AB'B$ có Góc A chung $\hat{B'} = \hat{C'} = 90^0$ Suy ra: $\Delta AC'C \sim \Delta AB'B$	2,0
	Câu b (2,0 điểm): Chứng minh AM = AN. - Xét ΔAMC vuông tại M đường cao MB' $AM^2 = AB'.AC$ - Xét ΔANB vuông tại N đường cao NC' $AN^2 = AC'.AB$ - Theo câu a ta có AB'.AC = AC'.AB - Do đó: AM = AN	0,5 0,5 0,5 0,5
	Câu c: (2,0 điểm) Chứng minh $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - \frac{S'}{S}$ - Chỉ ra được $\frac{S_{AB'C'}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AB'}{AB}\right)^2 = \cos^2 A$ - Tương tự $\frac{S_{B.A'C'}}{S_{ABC}} = \cos^2 B$ $\frac{S_{C.A'B'}}{S_{ABC}} = \cos^2 C$ - Do đó: $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = \frac{S_{AB'C'} + S_{B.A'C'} + S_{C.A'B'}}{S_{ABC}}$ $= \frac{S_{ABC} - S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = 1 - \frac{S'}{S}$	0,5 0,5 0,5 0,5
5	Cho x, y là các số dương thỏa mãn $x + y \geq \frac{34}{35}$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = 3x + 4y + \frac{2}{5x} + \frac{8}{7y}$ - Ta có: $A = 3x + 4y + \frac{2}{5x} + \frac{8}{7y}$ $= \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y + \frac{2}{5x} + \frac{5x}{2} + \frac{8}{7y} + \frac{7y}{2}$ - Áp dụng bất đẳng thức cosi cho hai số dương ta được $\frac{2}{5x} + \frac{5x}{2} \geq 2\sqrt{\frac{2.5x}{5x.2}} = 2$ $\frac{8}{7x} + \frac{7x}{2} \geq 2\sqrt{\frac{8.7x}{7x.2}} = 4$ - Vì $x + y \geq \frac{34}{35}$ nên $A \geq \frac{1}{2}.\frac{34}{35} + 2 + 4 = 6\frac{17}{35}$	0,5 0,5 0,25 0,5

	- Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} \frac{2}{5x}=\frac{5x}{2} \\ \frac{8}{7y}=\frac{7y}{2} \\ x+y=\frac{34}{35} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{2}{5} \\ y=\frac{4}{7} \end{cases}$ - A đạt giá trị nhỏ nhất là $6\frac{17}{35}$ khi $\begin{cases} x=\frac{2}{5} \\ y=\frac{4}{7} \end{cases}$	0,25

ĐỀ ÔN THI CHỌN HỌC SINH GIỎI DỰ THI CẤP HUYỆN
MÔN: TOÁN - LỚP 9
Thời gian làm bài 120 phút không kể thời gian giao đề
(Đề thi số 05)

Bài 1: (4,0 điểm)

Cho biểu thức P = $\frac{x\sqrt{x}-3}{x-2\sqrt{x}-3}-\frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1}+\frac{\sqrt{x}+3}{3-\sqrt{x}}$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của P với x = 14 - $6\sqrt{5}$

c) Tìm GTNN của P.

Bài 2: (3,0 điểm)

a) Cho biểu thức A = x – $2\sqrt{xy}$ + 3y - $2\sqrt{x}$ + 1
Tìm giá trị nhỏ nhất mà A có thể đạt được.

b) Tìm số tự nhiên n sao cho n^2 + 17 là số chính phương?

Bài 3: (4,0 điểm)

Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{1-x}+\sqrt{4+x}=3$

b) $x^2+4x+5=2\sqrt{2x+3}$

Bài 4: (3,0 điểm)

a) Tìm x; y thỏa mãn: $2\left(x\sqrt{y-4}+y\sqrt{x-4}\right)=xy$

b) Cho a; b; c là các số thuộc đoạn $[-1;2]$ thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = 6$ hãy chứng minh rằng: $a + b + c \geq 0$

Bài 5: (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn; các đường cao AK; BD; CE cắt nhau tại H.

a) Chứng minh: $\frac{KC}{KB}=\frac{AC^2+CB^2-BA^2}{CB^2+BA^2-AC^2}$

b) Giả sử: HK = $\frac{1}{3}$ AK. Chứng minh rằng: tanB.tanC = 3

c) Giả sử S_{ABC} = 120 cm^2 và BÂC = 60^0. Hãy tính diện tích tam giác ADE?

- Hết -

ĐÁP ÁN ĐỀ 05

Câu 1: *(4 điểm)*

a) Rút gọn biểu thức A = $\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

ĐKXĐ: x ≠ 4; x ≠ 9

A = $\frac{2\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}=\frac{2\sqrt{x}-9-x+9+2x-3\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}=\frac{x-\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$

= $\frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$

b) Cho x, y, z thoả mãn: xy + yz + xz = 1.

Hãy tính: A = $x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{(1+x^2)}}+y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{(1+y^2)}}+z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{(1+z^2)}}$

Gợi ý: xy + yz + xz = 1

⇔ $1 + x^2 = xy + yz + xz + x^2 = y(x + z) + x(x + z) = (x + z)(x + y)$

Tương tự: $1 + y^2 = \ldots$; $1 + z^2 = \ldots$.

Câu 2: *(3 điểm)*

a) Cho hàm số : $f(x) = (x^3 + 12x - 31)^{2018}$

Tính f(a) tại a = $\sqrt[3]{16-8\sqrt{5}}+\sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}$

b) Tìm số tự nhiên n sao cho $n^2 + 17$ là số chính phương ?

Giải

a) Từ $a=\sqrt[3]{16-8\sqrt{5}}+\sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}$

$\Rightarrow a^3=32+3\sqrt[3]{(16-8\sqrt{5})(16+8\sqrt{5})}\left[\sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}+\sqrt[3]{16-8\sqrt{5}}\right]=32-12a$ nên $a^3+12a=32$

Vậy f(a) = 1

b/ Giả sử: $n^2+17=k^2$ ($k\in\mathbb{N}$) và $k>n\Rightarrow (k-n)(k+n)=17\Leftrightarrow$

$\begin{cases}k-n=1\\k+n=17\end{cases}\Rightarrow n=8$

Vậy với n = 8 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3: *(4 điểm)*

Giải các phương trình sau:

a/ $\sqrt{1-x}+\sqrt{4+x}=3$

b/ $x^2+4x+5=2\sqrt{2x+3}$

Giải

a) ĐK: $-4\le x\le 1$

Bình phương 2 vế: $1-x+4+x+2\sqrt{(1-x)(4+x)}=9\Leftrightarrow\sqrt{(1-x)(4+x)}=2$

$\Leftrightarrow 4-3x-x^2=4\Leftrightarrow x(x+3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-3\end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Vậy phương trình có 2 nghiệm: x = 0; x = -3

b) $x^2+4x+5=2\sqrt{2x+3}$. ĐKXĐ: $x\ge\frac{-3}{2}$

$\Leftrightarrow\left(x^2+2x+1\right)+\left(2x+3-2\sqrt{2x+3}+1\right)=0$

$\Leftrightarrow (x+1)^2+\left(\sqrt{2x+3}-1\right)^2=0\Leftrightarrow\begin{cases}x+1=0\\\sqrt{2x+3}=1\end{cases}\Rightarrow x=-1$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất x = -1

Câu 4: *(3 điểm)*

a/ Tìm x; y thỏa mãn: $2\left(x\sqrt{y-4}+y\sqrt{x-4}\right)=xy$

b/ Cho a; b; c là các số thuộc đoạn $[-1;2]$ thỏa mãn: $a^2+b^2+c^2=6$ hãy chứng minh rằng: $a+b+c\ge 0$

Giải

a/ $2\left(x\sqrt{y-4}+y\sqrt{x-4}\right)=xy\Leftrightarrow x.2.\sqrt{y-4}+y.2.\sqrt{x-4}=xy$

Xét VP = $x.2.\sqrt{y-4}+y.2.\sqrt{x-4}$ theo BĐT cosi:

$2\sqrt{y-4}\le\frac{4+y-4}{2}=\frac{y}{2};2\sqrt{x-4}\le\frac{4+x-4}{2}=\frac{x}{2}$ vậy VP $\le$ xy = VT

Dấu = xảy ra khi: $\begin{cases}\sqrt{x-4}=2\\\sqrt{y-4}=2\end{cases}\Rightarrow x=y=8$

b/ Do a; b; c thuộc đoạn $[-1;2]$ nên $a+1\ge 0$; $a-2\le 0$ nên $(a+1)(a-2)\le 0$

Hay: $a^2-a-2\le 0\Rightarrow a^2\le a+2$

Tương tự: $b^2 \le b + 2$; $c^2 \le c + 2$

Ta có: $a^2 + b^2 + c^2 \le a + b + c + 6$ theo đầu bài: $a^2 + b^2 + c^2 = 6$ nên: $a + b + c \ge 0$

Câu 5: *(6 điểm)*

Cho tam giác ABC nhọn; các đường cao AK; BD; CE cắt nhau tại H.

a/ Chứng minh: $\frac{KC}{KB} = \frac{AC^2 + CB^2 - BA^2}{CB^2 + BA^2 - AC^2}$

b/ Giả sử: HK = $\frac{1}{3}$ AK. Chứng minh rằng: tanB.tanC = 3

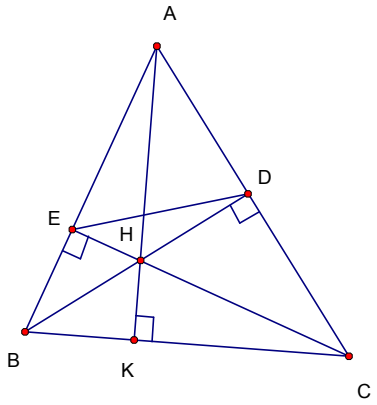
c/ Giả sử S_{ABC} = 120 cm^2 và BÂC = 60^0. Hãy tính diện tích tam giác ADE?

Giải

a/ Sử dụng định lý pytago:

$$\frac{AC^2 + CB^2 - BA^2}{CB^2 + BA^2 - AC^2} = \frac{AK^2 + KC^2 + (BK + CK)^2 - AB^2}{(BK + CK)^2 + BA^2 - (AK + KC)^2}$$

$$= \frac{2CK^2 + 2BK.CK}{2BK^2 + 2BK.CK} = \frac{2CK(CK + BK)}{2BK(BK + CK)} = \frac{CK}{BK}$$



b/ Ta có: tanB = $\frac{AK}{BK}$; tanC = $\frac{AK}{CK}$

Nên: tanBtanC = $\frac{AK^2}{BK.CK}$ (1)

Mặt khác ta có: $\hat{B} = \hat{HKC}$ mà: tanHKC = $\frac{KC}{KH}$

Nên tanB = $\frac{KC}{KH}$ tương tự tanC = $\frac{KB}{KH} \Rightarrow \tan B.\tan C = \frac{KB.KC}{KH^2}$ (2)

Từ (1)(2) $\Rightarrow (\tan B.\tan C)^2 = \left(\frac{AK}{KH}\right)^2$

Theo gt: HK = $\frac{1}{3}$ AK $\Rightarrow \tan B.\tan C = 3$

c/ Ta chứng minh được: ΔABC và ΔADE đồng dạng vậy: $\frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = \left(\frac{AB}{AD}\right)^2$ (3)

Mà BÂC = 60^0 nên $\hat{ABD} = 30^0 \Rightarrow$ AB = 2AD(4)

Từ (3)(4) ta có: $\frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = 4 \Rightarrow S_{ADE} = 30(cm^2)$

ĐỀ ÔN THI CHỌN HỌC SINH GIỎI DỰ THI CẤP HUYỆN
MÔN: TOÁN - LỚP 9

Thời gian làm bài 120 phút không kể thời gian giao đề

(Đề thi số 06)

Câu 1. (4,0 điểm):

Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}-2\right):\dfrac{1}{x-1}$

1) Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa.

2) Rút gọn biểu thức A.

3) Tìm giá trị của x để $\dfrac{2}{A}$ là số tự nhiên.

Câu 2. (4,0 điểm)

Giải phương trình: $x^2-10x+27=\sqrt{6-x}+\sqrt{x-4}$

Câu 3. (4,0 điểm):

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A=\dfrac{x+1}{x^2+x+1}$.

Câu 4. (6,0 điểm) Cho thẳng AB có trung điểm O. Gọi M là điểm nằm giữa A và B. Qua M vẽ dây CD vuông góc với AB sao cho CO = DO = OA = OB. Lấy điểm E đối xứng với A qua M.

1) Tứ giác ACED là hình gì? Vì sao?

2) Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của M trên AB và AC. Chứng minh rằng:

$\dfrac{HM}{HK}\cdot\dfrac{MK}{MC}=\dfrac{CD}{4R}$

3) Gọi C' là điểm đối xứng với C qua A. Chứng minh rằng C' nằm trên một đường tròn cố định khi M di chuyển trên đường kính AB (M khác A và B).

Câu 5. (2,0 điểm) Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn: a + b + c = 1.

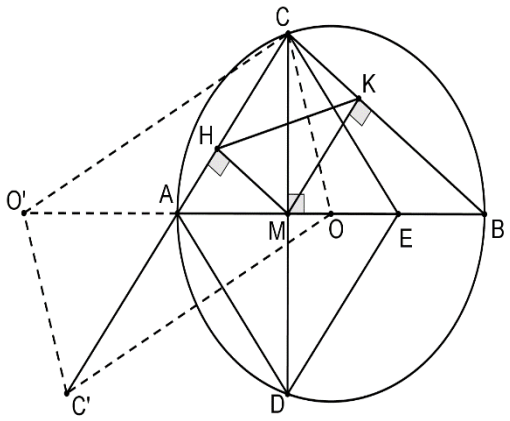
Chứng minh rằng: $\dfrac{c+ab}{a+b}+\dfrac{a+bc}{b+c}+\dfrac{b+ac}{a+c}\ge 2$

- Hết -

ĐÁP ÁN ĐỀ 06

Câu	Ý	Lời giải	Điểm
1	1	Điều kiện: $\begin{cases}x\ge 0\\ x\ne 1\end{cases}$	0,5

	2	$A=\left(\dfrac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}-2\right):\dfrac{1}{x-1}$ $=\dfrac{x+3\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}\cdot\left(x-1\right)$ $=\dfrac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}\cdot\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)$ $=\left(\sqrt{x}+1\right)^2$	0,5 0,5 0,5 0,5
	3	Với điều kiện: $\begin{cases}x\geq 0\\ x\neq 1\end{cases}$ Ta có: A = $\left(\sqrt{x}+1\right)^2$ Vì A = $\left(\sqrt{x}+1\right)^2\geq 1$ với mọi x ≥ 0 nên $0\leq\dfrac{2}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}\leq 2$ Do đó: $\dfrac{2}{A}=\dfrac{2}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}\in\mathbb{Z}$ khi $\left(\sqrt{x}+1\right)^2=1$ hoặc $\left(\sqrt{x}+1\right)^2=2$ Mà $\sqrt{x}+1>0$ nên $\sqrt{x}+1=1$ hoặc $\sqrt{x}+1=\sqrt{2}$ Do đó: $x=0$ hoặc $x=\left(\sqrt{2}-1\right)^2=3-2\sqrt{2}$ Vậy $\dfrac{2}{A}$ là số tự nhiên khi $x=0$ hoặc $x=3-2\sqrt{2}$	0,5 0,5 0,5
2	1	Giải phương trình: $x^2-10x+27=\sqrt{6-x}+\sqrt{x-4}$ Điều kiện: $4\leq x\leq 6$ $VT=x^2-10x+27=\left(x-5\right)^2+2\geq 2$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=5$ $VP=\sqrt{6-x}+\sqrt{x-4}\leq\sqrt{\left(1^2+1^2\right)\left[\left(\sqrt{6-x}\right)^2+\left(\sqrt{x-4}\right)^2\right]}\Leftrightarrow VP\leq 2$, Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\dfrac{1}{\sqrt{6-x}}=\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}\Rightarrow 6-x=x-4\Leftrightarrow x=5$ $VT=VP\Leftrightarrow x=5$ (TMĐK). Vậy nghiệm của phương trình là $x=5$	0,5 0,5 0,5 0,5
	2	Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A=\dfrac{x+1}{x^2+x+1}$ Ta có: $x^2+x+1=\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}>0,\forall x\in\mathbb{Z}$	0,25 0,5

		$A=\frac{x+1}{x^2+x+1}=\frac{x^2+x+1-x^2}{x^2+x+1}=1-\frac{x^2}{x^2+x+1}\le 1$ (vì $\frac{x^2}{x^2+x+1}\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$) Đẳng thức xảy ra khi x = 0, suy ra: maxA = 1 khi x = 0 $A=\frac{x+1}{x^2+x+1}\Rightarrow 3A=\frac{3x+3}{x^2+x+1}=\frac{x^2+4x+4-\left(x^2+x+1\right)}{x^2+x+1}$ $=\frac{(x+2)^2}{x^2+x+1}-1\ge -1$ (vì $\frac{(x+2)^2}{x^2+x+1}\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$) Suy ra: $A\ge -\frac{1}{3}$, đẳng thức xảy ra khi $x+2=0\Leftrightarrow x=-2$ Suy ra: minA = $-\frac{1}{3}$, khi $x=-2$	0,25 0,5 0,25 0,25
3	1	Tìm được A(0; 3); B(0; 7) Suy ra I(0; 5)	1,0 0,5
	2	Hoành độ giao điểm J của (d_1) và (d_2) là nghiệm của PT: $x+3=3x+7\Rightarrow x=-2\Rightarrow y_J=1\Rightarrow J(-2;1)$ Suy ra: $OI^2=0^2+5^2=25$; $OJ^2=2^2+1^2=5$; $IJ^2=2^2+4^2=20$ $\Rightarrow OJ^2+IJ^2=OI^2\Rightarrow$ tam giác OIJ là tam giác vuông tại J $\Rightarrow S_{\Delta OIJ}=\frac{1}{2}OI.OJ=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{20}=5$ (đvdt)	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
4			
	1	Vì CD ⊥ AB ⇒ CM = MD Tứ giác ACED có AE cắt CD tại trung điểm của mỗi đường nên là hình bình hành Mà AE ⊥ CD ⇒ tứ giác ACED là hình thoi	0,5 0,5 0,5 0,5
	2	Vì tam giác ABC có AB là đường kính (O) nên ΔABC vuông tại C, suy ra tứ giác CHMK là hình chữ nhật Áp dụng hệ thức lượng vào các tam giác vuông ta có: $MH.AC=MA.MC\Rightarrow MH=\frac{MA.MC}{AC}$ Tương tự ta có: $MK=\frac{MB.MC}{BC}$	0,5 0,5

		$\Rightarrow MH.MK = \dfrac{MA.MB.MC^2}{AC.BC}$ Mà $MA.MB = MC^2$; $AC.BC = MC.AB$ (do ΔABC vuông tại C) $\Rightarrow MH.MK = \dfrac{MC^2.MC^2}{MC.AB} = \dfrac{MC^3}{AB} \Rightarrow \dfrac{MH.MK}{MC^2} = \dfrac{MC}{AB}$ Mà MC = MK (do CHMK là hình chữ nhật) $\Rightarrow \dfrac{MH.MK}{HK.MC} = \dfrac{MC}{AB} = \dfrac{2MC}{2AB} = \dfrac{CD}{4R}$ Vậy: $\dfrac{HM}{HK}.\dfrac{MK}{MC} = \dfrac{CD}{4R}$ (đpcm)	0,5 0,5
	3	Lấy O' đối xứng với O qua A, suy ra O' cố định. Tứ giác COC'O' là hình bình hành vì có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm A của mỗi đường. Do đó O'C' = OC = R không đổi Suy ra C' nằm trên đường tròn (O';R') cố định khi M di chuyển trên đường kính AB.	0,5 0,5 0,5 0,5
5		Vì a + b + c = 1 nên c + ab = c(a + b + c) + ab = (c + a)(c + b) a + bc = a(a + b + c) + bc = (b + a)(b + c) b + ac = b(a + b + c) + ac = (a + b)(a + c) nên BĐT cần chứng minh tương đương với: $\dfrac{(c+a)(c+b)}{a+b} + \dfrac{(b+a)(b+c)}{a+c} + \dfrac{(a+b)(a+c)}{b+c} \geq 2$ $\Leftrightarrow \sqrt{\left(\dfrac{(c+a)(c+b)}{a+b}\right)^2} + \sqrt{\left(\dfrac{(b+a)(b+c)}{a+c}\right)^2} + \sqrt{\left(\dfrac{(a+b)(a+c)}{b+c}\right)^2} \geq 2$ Mặt khác dễ thấy: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$, với mọi x, y, z (*) Áp dụng (*) ta có: $VT \geq b + c + a + b + c + a = 2$ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi a = b =c = $\dfrac{1}{3}$ $\Rightarrow$ đpcm	0,5 0,5 0,5 0,5

Chú ý:

1) Nếu thí sinh làm bài không làm bài theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

2) Bài hình không vẽ hình thì không chấm điểm.

UBND HUYỆN
PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN
MÔN: TOÁN LỚP 9
Thời gian làm bài 150 phút không kể thời gian giao đề

Bài 1: (4 điểm) Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{1 + \sqrt{xy}} \right) : \left(1 + \frac{x + y + 2xy}{1 - xy} \right)$

.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của P với $x = \frac{2}{2 + \sqrt{3}}$.

Bài 2: (4 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi (D) và (L) lần lượt là đồ thị của hai hàm số: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ và $y = |x|$.

a) Vẽ đồ thị (D) và (L).

b) (D) và (L) cắt nhau tại M và N. Chứng minh OMN là tam giác vuông.

Bài 3: (4 điểm) Giải phương trình: $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$.

Bài 4: (2 điểm) Qua đỉnh A của hình vuông ABCD cạnh là a, vẽ một đường thẳng cắt cạnh BC ở M và cắt đường thẳng DC ở I.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{a^2}$.

Bài 5: (6 điểm)

Cho hai đường tròn (O) và (O') ở ngoài nhau. Đường nối tâm OO' cắt đường tròn (O) và (O') tại các điểm A, B, C, D theo thứ tự trên đường thẳng. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài EF, E $\in$ (O) và F $\in$ (O'). Gọi M là giao điểm của AE và DF; N là giao điểm của EB và FC. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác MENF là hình chữ nhật.

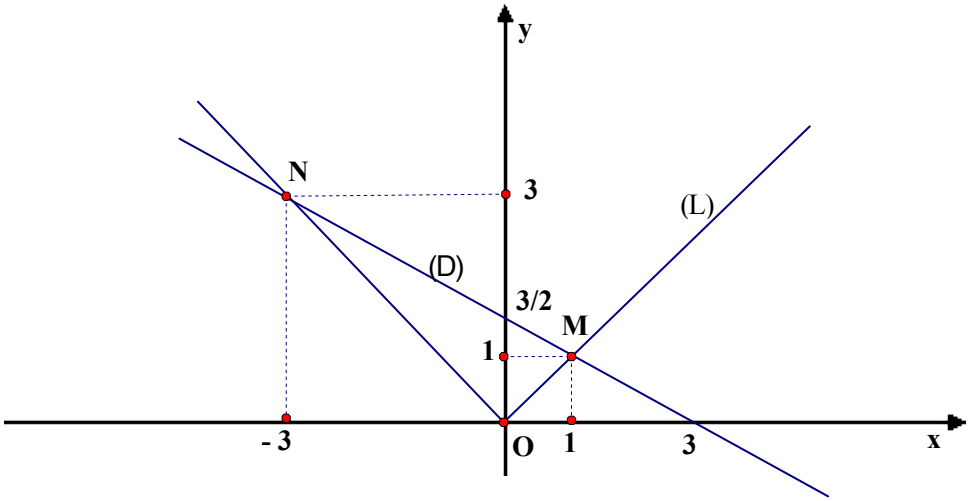
b) MN $\perp$ AD.

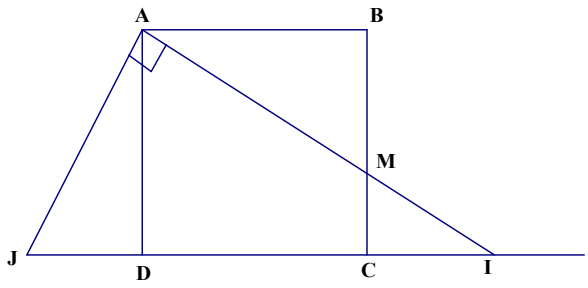
c) ME.MA = MF.MD.

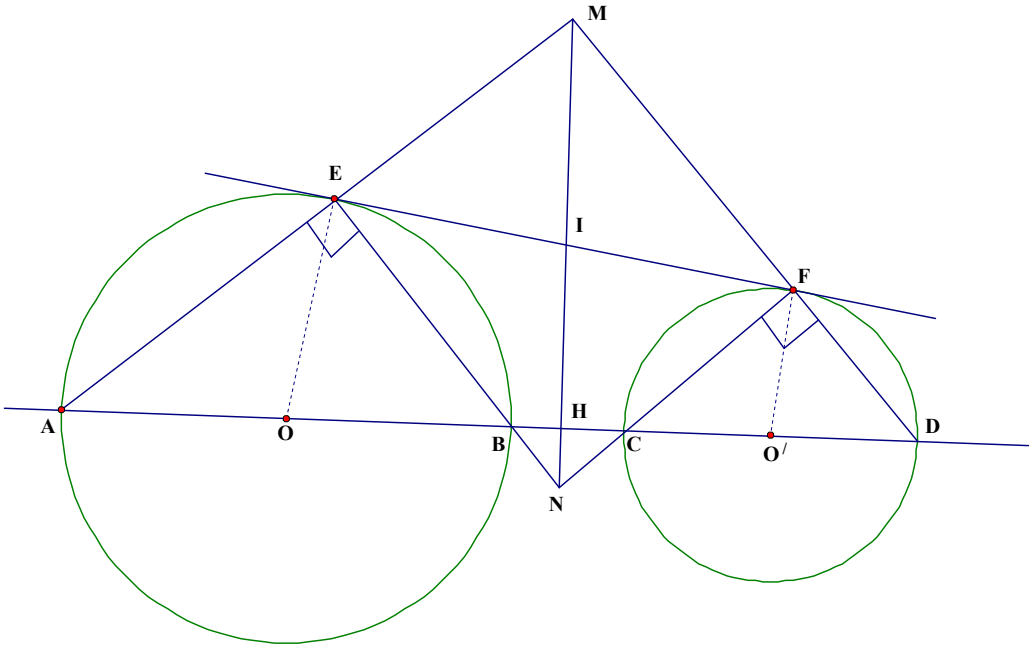
---------- Hết ----------

UBND HUYỆN
PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM THI
KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN
MÔN: TOÁN LỚP 9

Bài	Đáp án	Điểm
1	ĐKXĐ: $x \ge 0; y \ge 0; xy \ne 1$.	0,5 đ
a)	Mẫu thức chung là 1 – xy $P = \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(1+\sqrt{xy})+(\sqrt{x}-\sqrt{y})(1-\sqrt{xy})}{1-xy} : \frac{1-xy+x+y+2xy}{1-xy}$ $= \frac{\sqrt{x}+x\sqrt{y}+\sqrt{y}+y\sqrt{x}+\sqrt{x}-x\sqrt{y}-\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{1-xy} . \frac{1-xy}{1+x+y+xy}$ $= \frac{2(\sqrt{x}+y\sqrt{x})}{(1+x)(1+y)} = \frac{2\sqrt{x}(1+y)}{(1+x)(1+y)} = \frac{2\sqrt{x}}{1+x}$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
b)	$x = \frac{2}{2+\sqrt{3}} = \frac{2(2-\sqrt{3})}{4-3} = 3-2\sqrt{3}+1 = (\sqrt{3}-1)^2$ $\sqrt{x} = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \lvert\sqrt{3}-1\rvert = \sqrt{3}-1$ $P = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{1+(\sqrt{3}-1)^2} = \frac{2\sqrt{3}-2}{1+3-2\sqrt{3}+1} =$ $P = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{5-2\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}+2}{13}$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
2 a)	Đồ thị $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ có : $\begin{cases} x=0 \Rightarrow y=\frac{3}{2} \\ y=0 \Rightarrow x=3 \end{cases}$ Đồ thị $y = \lvert x\rvert = \begin{cases} x \text{ khi } x \ge 0 \\ -x \text{ khi } x \le 0 \end{cases}$ Đồ thị như hình vẽ:  	0,5 đ 0,5 đ 1 đ
b)	Đồ thị (D) và (L) cắt nhau tại hai điểm có tọa độ M(1; 1) và N(- 3; 3)	0,5 đ

	Ta có: OM = $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2} \Rightarrow$ OM² = 2 ON = $\sqrt{3^2+(-3)^2}=3\sqrt{2} \Rightarrow$ ON² = 18 MN = $\sqrt{(1-3)^2+(1+3)^2}=\sqrt{20} \Rightarrow$ MN² = 20 Vì: OM² + ON² = MN² Vậy: tam giác OMN vuông tại O	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
3	Ta thấy x = 0 không phải là nghiệm của phương trình Chia cả 2 vế của phương trình cho x² ta được: $6x^2-5x-38-\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}=0$ $\Leftrightarrow 6(x^2+\frac{1}{x^2})-5(x+\frac{1}{x})-38=0$ Đặt $y=x+\frac{1}{x}$ thì: $x^2+\frac{1}{x^2}=y^2-2$ Ta được pt: 6y² – 5y – 50 = 0 <=> (3y – 10)(2y + 5) = 0 Do đó: $y=\frac{10}{3}$ và $y=-\frac{5}{2}$ * Với $y=\frac{10}{3}$ thì: $x+\frac{1}{x}=\frac{10}{3} \Leftrightarrow 3x^2-10x+3=0$ <=> (3x – 1)(x – 3) = 0 <=> $\left[\begin{array}{l} x_1=\frac{1}{3} \\ x_2=3 \end{array}\right.$ * Với $y=-\frac{5}{2}$ thì: $x+\frac{1}{x}=-\frac{5}{2} \Leftrightarrow 2x^2+5x+2=0$ <=> (2x + 1)(x + 3) = 0 <=> $\left[\begin{array}{l} x_3=-\frac{1}{2} \\ x_4=-2 \end{array}\right.$	1 đ 1 đ 1 đ 1 đ
4	 	
	Vẽ Ax ⊥ AI cắt đường thẳng CD tại J. Ta có Δ AIJ vuông tại A, có AD là đường cao thuộc cạnh huyền IJ, nên: $\frac{1}{AD^2}=\frac{1}{AJ^2}+\frac{1}{AI^2}$ (1) Xét hai tam giác vuông ADJ và ABM, ta có:	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ

	AB = AD = a; $\widehat{DAJ} = \widehat{BAM}$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc) $\Rightarrow \Delta ADJ = \Delta ABM$. Suy ra: AJ = AM Thay vào (1) ta được: $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{a^2}$ (đpcm)	0,5 đ
5		
a)	Ta có $\widehat{AEB} = \widehat{CFD} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nữa đường tròn) Vì EF là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O) và (O/), nên: OE $\perp$ EF và OF $\perp$ EF => OE // O/F => $\widehat{EOB} = \widehat{FO'D}$ (góc đồng vị) => $\widehat{EAO} = \widehat{FCO'}$ Do đó MA // FN, mà EB $\perp$ MA => EB $\perp$ FN Hay $\widehat{ENF} = 90^0$. Tứ giác MENF có $\widehat{E} = \widehat{N} = \widehat{F} = 90^O$, nên MENF là hình chữ nhật	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
b)	Gọi I là giao điểm của MN và EF; H là giao điểm của MN và AD Vì MENF là hình chữ nhật, nên $\widehat{IFN} = \widehat{INF}$ Mặt khác, trong đường tròn (O/): $\widehat{IFN} = \widehat{FDC} = \frac{1}{2}$ sđ $\widehat{FC}$ => $\widehat{FDC} = \widehat{HNC}$ Suy ra ΔFDC đồng dạng ΔHNC (g – g) => $\widehat{NHC} = \widehat{DFC} = 90^O$ hay MN $\perp$ AD	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
c)	Do MENF là hình chữ nhật, nên $\widehat{MFE} = \widehat{FEN}$ Trong đường tròn (O) có: $\widehat{FEN} = \widehat{EAB} = \frac{1}{2}$ sđ $\widehat{EB}$ => $\widehat{MFE} = \widehat{EAB}$ Suy ra ΔMEF đồng dạng ΔMDA (g – g)	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ

	$\Rightarrow \frac{ME}{MD} = \frac{MF}{MA}$, hay ME.MA = MF.MD	

Lưu ý: *Nếu học sinh giải theo cách khác, nếu đúng và phù hợp với kiến thức trong chương trình đã học thì hai Giám khảo chấm thi thống nhất việc phân bố điểm của cách giải đó, sao cho không làm thay đổi tổng điểm của bài (hoặc ý) đã nêu trong hướng dẫn này./.*