SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN
LÊ HỒNG PHONG
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 05 trang)

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên: …….. Số báo danh: ……**Mã đề: 0101**

PHẦN I. (3,0 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 4,9. **B.** 4,8. **C.** 4,7. **D.** 4,6.

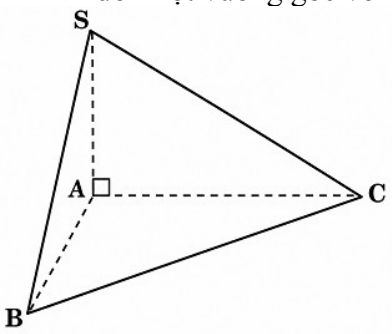
Câu 2. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x+\cos x$ thỏa mãn $F(0)=1$. Hàm số $F(x)$ là

A. $\cos x-\sin x+1$. **B.** $-\cos x+\sin x+2$. **C.** $-\cos x+\sin x+1$. **D.** $-\cos x+\sin x-2$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a, AD=2a, SA$ vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}a^3$. **C.** $4\sqrt{3}a^3$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

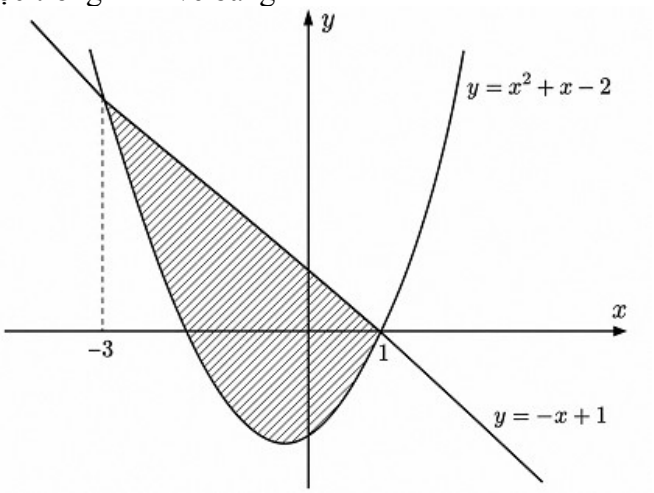
Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, AB, AC đôi một vuông góc với nhau và $SA=AB=AC$.



Tính số đo góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC).

A. 135°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Câu 5. Diện tích phần gạch sọc trong hình vẽ bằng



A. $\int_{-3}^{1}\left|-x^2-2x-3\right|dx$. **B.** $\int_{-3}^{1}\left(x^2-2x-3\right)dx$. **C.** $\int_{-3}^{1}\left(-x^2-2x+3\right)dx$. **D.** $\int_{-3}^{1}\left(x^2+2x-3\right)dx$.

Câu 6. Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$		-9		-4		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-20	↘	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

A. $y=\dfrac{x^2-2x+1}{x+4}$. **B.** $y=\dfrac{x^2-3x+2}{-x-4}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-4x+2}{x+4}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-x+2}{-x-4}$.

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d=-2$ và tổng của 8 số hạng đầu tiên $S_8=72$. Tìm số hạng đầu u_1.

A. $u_1=-\dfrac{1}{16}$. **B.** $u_1=-16$. **C.** $u_1=\dfrac{1}{16}$. **D.** $u_1=16$.

Câu 8. Tìm tập nghiệm S của phương trình: $\log_3(2x+1)-\log_3(x-1)=1$.

A. $S=\{1\}$. **B.** $S=\{3\}$. **C.** $S=\{4\}$. **D.** $S=\{2\}$.

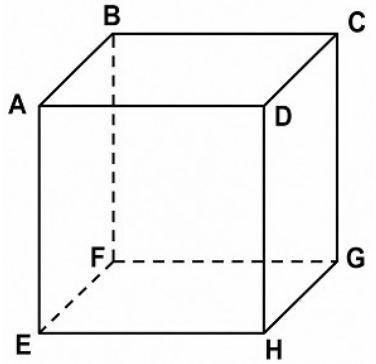
Câu 9. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)=1$.

A. $x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **C.** $x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 10. Biết đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3+2}{x^2-2x}$ cắt các trục tọa độ tại hai điểm A và B. Khi đó diện tích tam giác OAB bằng

A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định số đo góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{FH}$ và $\overrightarrow{CA}$.



A. 90°. **B.** 60°. **C.** 120°. **D.** 45°.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+3=0$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 2. Nếu điểm M có hoành độ âm thì tung độ của điểm M bằng

A. 3. **B.** -1. **C.** -3. **D.** -21.

PHẦN II. (4,0 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2-2x+2}{-x+1}$ có đồ thị (C).

a) Cực tiểu của hàm số là $y=-6$.

b) Tọa độ giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của (C) là $I(1;-2)$.

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

d) Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến vuông góc với đồ thị (C). Khi đó M nằm trên đường tròn tâm I có bán kính $R=4$.

Câu 2. Một hệ thống lọc thư điện tử phân loại thư điện tử bằng cách đánh dấu các thư điện tử mà hệ thống cho là thư rác. Sau thời gian sử dụng có 80% các thư rác bị hệ thống đánh dấu và 10% số thư không phải thư rác bị hệ thống đánh dấu nhầm. Cho biết rằng 30% tổng số thư điện tử là thư rác.

a) Xác suất để một thư điện tử bị đánh dấu là 0,9.

b) Xác suất để một thư điện tử không phải thư rác là 0,7.

c) Xác suất để một thư điện tử là thư rác, biết rằng nó bị đánh dấu là $\dfrac{24}{31}$.

d) Xác suất để một thư điện tử không phải thư rác, biết rằng nó không bị đánh dấu là $\dfrac{21}{23}$.

Câu 3. Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán hàng khuyến mại hàng hóa (một sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở 140 người và 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu, loại B giá 3 triệu. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng; xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng. Gọi x,y lần lượt là số xe loại A và loại B mà công ty thuê. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Số tiền thuê xe là $4x+3y$ (triệu đồng).

b) $2x+y<14$.

c) $2x+5y\geq 30$.

d) Số tiền thuê xe thấp nhất là 32 triệu.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ thuộc hệ thống định vị GPS, bề mặt Trái Đất được mô hình hoá bởi mặt cầu $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9$. Hai vệ tinh truyền tín hiệu ở vị trí có tọa độ $M(4;-4;2)$, $N(6;0;6)$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Vệ tinh ở vị trí M gần tâm mặt cầu hơn so với vệ tinh ở vị trí N.

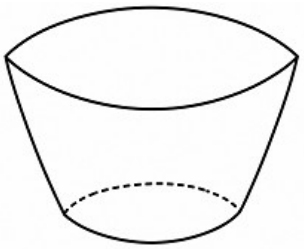
b) Mặt phẳng đi qua tâm Trái Đất và hai điểm M,N có phương trình $2x+y-2z=0$.

c) Tín hiệu được truyền đi từ vệ tinh ở M đến vệ tinh ở N theo đường thẳng có phương trình chính tắc $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+4}{2}=\dfrac{z-2}{2}$.

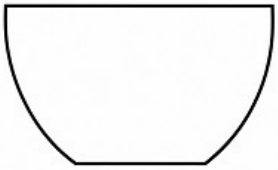
d) Giả sử đơn vị trên mỗi trục là 2100 km, một tín hiệu có tốc độ 3.10^5 km/s được truyền từ vệ tinh M đến điểm gần nhất thuộc bề mặt Trái Đất mất khoảng 0,026 giây (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn của giây).

PHẦN III. (3,0 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Người ta bơm nước vào một cái thùng nhựa đựng nước như hình 1 với hai đáy là hai đường tròn có bán kính 30 cm, 15 cm, chiều cao thùng là 30 cm. Mặt phẳng cắt đi qua trục của chậu nước chứa đường kính bất kỳ hai đáy có thiết diện như hình 2 với phần đường cong là một parabol. Biết vận tốc bơm nước vào thùng là 20 lít/phút. Tính vận tốc nước dâng ở bề mặt cong của thùng nhựa khi độ cao mực nước là 10 cm? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



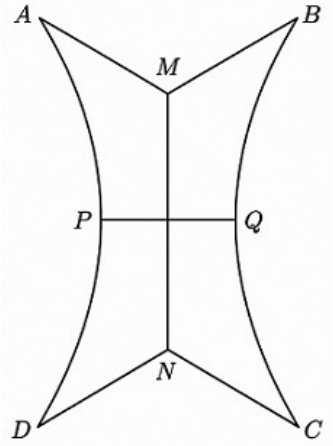
Hình 1



Hình 2

Câu 2. Một công ty dự định sản xuất không quá 600 sản phẩm. Nếu công ty sản xuất x sản phẩm $(1 \le x \le 600)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = 0,001x^3 - 1,999x^2 + 1006x + 250$ (đơn vị nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = 0,001x + \dfrac{250}{x} + 1$ (nghìn đồng). Ngoài ra, công ty còn phải nộp thuế bổ sung cho mỗi sản phẩm được bán ra là 5 nghìn đồng. Khoản thuế này được gọi là thuế phụ thu. Công ty cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

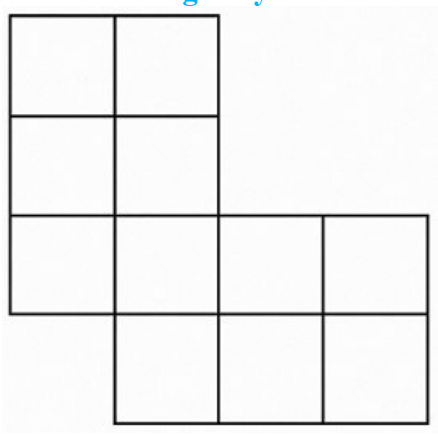
Câu 3. Một mô hình khối tròn xoay có trục là đường thẳng MN, khi ta cắt khối tròn xoay đó bởi một mặt phẳng đi qua trục của khối tròn xoay thì ta được mặt cắt có dạng như hình vẽ dưới đây.



Biết rằng $MN = 24cm$, $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 18cm, AD = 36cm$, hai cung APD và BQC là một phần của các đường parabol với đỉnh lần lượt là P, Q và $PQ = 10cm$. Thể tích mô hình đó bằng bao nhiêu xentimét khối (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 4. Cho tập hợp $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số được lập từ các chữ số thuộc tập X. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp S. Xác suất để chọn được một số chia hết cho 3 bằng $\dfrac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$, $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = b - a$.

Câu 5. Có 11 thí sinh, mỗi thí sinh ngồi vào một ô trong phòng thi như hình vẽ. Giám thị có 4 mã đề khác nhau (giả sử số lượng đề mỗi mã là nhiều tùy ý). Số cách phát đề cho các thí sinh, mỗi thí sinh 1 đề sao cho 2 thí sinh ngồi ở 2 ô kề nhau (2 ô có chung một cạnh) thì khác mã đề là p. Tính $\dfrac{p}{49}$.



Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $SH \perp (ABC)$ với H là trung điểm BC. Biết $AB = SC = 1$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

---------- **HẾT** ----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

PHẦN I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	B	D	D	C	A	D	C	B	C	A	C

PHẦN II

Câu	a)	b)	c)	d)
Câu 1	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 2	Sai	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 3	Đúng	Sai	Đúng	Đúng
Câu 4	Sai	Đúng	Đúng	Đúng

PHẦN III

Câu	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
Đáp án	11	333	3679	1365	1764	0,82

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

PHẦN I

Câu 1

Bảng tần số ghép nhóm có các giá trị đại diện:

Khoảng	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Giá trị đại diện	5	7	9	11	13
Tần số	6	12	19	9	4

Tổng số quả mít: $n = 6 + 12 + 19 + 9 + 4 = 50$.

Trung bình mẫu: $\overline{x} = \dfrac{5.6 + 7.12 + 9.19 + 11.9 + 13.4}{50} = 8,72$.

Phương sai: $s^2 = \dfrac{6(5-8,72)^2 + 12(7-8,72)^2 + 19(9-8,72)^2 + 9(11-8,72)^2 + 4(13-8,72)^2}{50}$.

Tính được: $s^2 = 4,8016 \approx 4,8$.

Chọn B.

Câu 2

Ta có: $f(x)=\sin x+\cos x$.

Một nguyên hàm là: $F(x)=-\cos x+\sin x+C$.

Vì $F(0)=1$ nên: $-\cos 0+\sin 0+C=1$

$\Rightarrow -1+0+C=1\Rightarrow C=2$.

Vậy: $F(x)=-\cos x+\sin x+2$.

Chọn B.

Câu 3

Đáy $ABCD$ là hình chữ nhật: $AB=a,\ AD=2a$.

Diện tích đáy: $S_{ABCD}=AB.AD=a.2a=2a^2$.

Vì $SA\perp(ABCD)$ nên chiều cao khối chóp là: $SA=a\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp: $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.2a^2.a\sqrt{3}=\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Chọn D.

Câu 4

Vì SA, AB, AC đôi một vuông góc với nhau nên $SA\perp(ABC)$.

Hình chiếu của đường thẳng SC lên mặt phẳng (ABC) là AC.

Do đó góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là góc giữa SC và AC, tức là góc $\widehat{SCA}$.

Xét tam giác vuông SAC tại A: $SA=AC$.

Vậy tam giác SAC vuông cân tại A, suy ra: $\widehat{SCA}=45^\circ$.

Chọn D.

Câu 5

Từ hình vẽ, ta thấy phần gạch sọc được giới hạn bởi: $y=x^2+x-2$

Và $y=-x+1$.

Hai đồ thị cắt nhau khi: $x^2+x-2=-x+1$

$\Leftrightarrow x^2+2x-3=0\Leftrightarrow (x+3)(x-1)=0$

$\Leftrightarrow x=-3$ hoặc $x=1$.

Trên đoạn $[-3;1]$, đường thẳng nằm phía trên parabol.

Diện tích là: $S=\int_{-3}^{1}\left[(-x+1)-\left(x^2+x-2\right)\right]dx$

$=\int_{-3}^{1}\left(-x^2-2x+3\right)dx$.

Chọn C.

Câu 6

- Từ bảng biến thiên thấy: Tiệm cận đứng: $x=-4$.
- Hàm số có cực đại tại $x=-9$, giá trị cực đại là -20.
- Hàm số có cực tiểu tại $x=1$, giá trị cực tiểu là 0.

Xét phương án A: $y=\frac{x^2-2x+1}{x+4}$.

Đạo hàm: $y'=\frac{(x-1)(x+9)}{(x+4)^2}$.

Suy ra $y'=0$ khi $x=-9$ hoặc $x=1$.

Tính giá trị: $y(-9)=\dfrac{81+18+1}{-5}=-20$.

$y(1)=0$.

Phù hợp với bảng biến thiên.

Chọn A.

Câu 7

Cấp số cộng có công sai $d=-2$.

Tổng 8 số hạng đầu: $S_8=\dfrac{8}{2}\left[2u_1+7d\right]$.

Theo đề: $72=4\left[2u_1+7(-2)\right]$

$\Rightarrow 72=4(2u_1-14)$

$\Rightarrow 18=2u_1-14$

$\Rightarrow 2u_1=32$

$\Rightarrow u_1=16$.

Chọn D.

Câu 8

Điều kiện: $\begin{cases}2x+1>0\\x-1>0\end{cases}\Rightarrow x>1$.

Ta có: $\log_3(2x+1)-\log_3(x-1)=1$

$\Leftrightarrow \log_3\dfrac{2x+1}{x-1}=1\Leftrightarrow\dfrac{2x+1}{x-1}=3$

$\Leftrightarrow 2x+1=3x-3\Leftrightarrow x=4$.

Vậy $S=\{4\}$.

Chọn C.

Câu 9

Ta có: $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)=1$.

Suy ra: $x+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Do đó: $x=\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi$

$\Rightarrow x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Chọn B.

Câu 10

Ta chia đa thức: $\dfrac{x^3+2}{x^2-2x}=x+2+\dfrac{4x+2}{x^2-2x}$.

Vậy tiệm cận xiên là: $y=x+2$.

Đường thẳng $y=x+2$ cắt trục Ox tại: $0=x+2\Rightarrow x=-2$.

Suy ra $A(-2;0)$.

Cắt trục Oy tại: $x=0\Rightarrow y=2$.

Suy ra $B(0;2)$.

Diện tích tam giác OAB là: $S=\frac{1}{2}.OA.OB=\frac{1}{2}.2.2=2$.

Chọn C.

Câu 11

Đặt hình lập phương cạnh bằng 1 với tọa độ: $A(0;0;1), B(0;1;1), C(1;1;1), D(1;0;1)$, $E(0;0;0), F(0;1;0), G(1;1;0), H(1;0;0)$.

Khi đó: $\overrightarrow{FH}=(1;-1;0)$.

$\overrightarrow{CA}=A-C=(-1;-1;0)$.

Tích vô hướng: $\overrightarrow{FH}.\overrightarrow{CA}=1.(-1)+(-1).(-1)+0.0=0$.

Vậy hai vectơ vuông góc nhau.

Góc giữa hai vectơ bằng 90°.

Chọn A.

Câu 12

Đường thẳng d có phương trình: $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{3}=t$.

Suy ra: $\begin{cases}x=t\\y=2t-1\\z=3t-2\end{cases}$

Vì $M\in d$ nên $M(t;2t-1;3t-2)$.

Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(P):x+2y-2z+3=0$ là: $d(M;(P))=\frac{|t+2(2t-1)-2(3t-2)+3|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}$.

$=\frac{|t+4t-2-6t+4+3|}{3}=\frac{|5-t|}{3}$.

Theo đề: $\frac{|5-t|}{3}=2\Rightarrow|5-t|=6$.

Suy ra: $t=-1$ hoặc $t=11$.

Điểm M có hoành độ âm nên $x=t<0$, do đó $t=-1$.

Khi đó: $y=2t-1=2(-1)-1=-3$.

Chọn C.

PHẦN II

Câu 1

Cho hàm số: $y=\frac{2x^2-2x+2}{-x+1}$.

Ta có: $y'=\frac{-2x(x-2)}{(x-1)^2}$.

a) Cực tiểu của hàm số là $y=-6$.

Ta có $y'=0$ khi: $x=0$ hoặc $x=2$.

- Xét dấu y': Qua $x=0$, y' đổi từ âm sang dương nên $x=0$ là điểm cực tiểu.
- Qua $x=2$, y' đổi từ âm sang dương? Ta xét trực tiếp:

Trên $(1;2)$, lấy $x=1,5$: $y'>0$.

Trên $(2;+\infty)$, lấy $x=3$: $y'<0$.

Vậy $x=2$ là điểm cực đại hoặc cực tiểu tùy khoảng xét tách bởi tiệm cận. Tính giá trị: $y(2)=\dfrac{8-4+2}{-2+1}=-6$.

Theo bảng dấu đầy đủ, $x=2$ là điểm cực tiểu trên nhánh bên phải.

Mệnh đề đúng.

b) Tọa độ giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của (C) là $I(1;-2)$.

Ta chia: $\dfrac{2x^2-2x+2}{-x+1}=-2x+\dfrac{2}{-x+1}$.

Tiệm cận đứng: $x=1$.

Tiệm cận xiên: $y=-2x$.

Giao điểm của hai tiệm cận: $x=1\Rightarrow y=-2$.

Vậy giao điểm là $I(1;-2)$.

Mệnh đề đúng.

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

Ta có: $y'=\dfrac{-2x(x-2)}{(x-1)^2}$.

Vì $(x-1)^2>0$ với $x\neq 1$, nên dấu của y' phụ thuộc vào $-2x(x-2)$.

Ta có $y'<0$ trên: $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

Mệnh đề đúng.

d) Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến vuông góc với đồ thị (C). Khi đó M nằm trên đường tròn tâm I có bán kính $R=4$.

Đặt hệ trục mới có gốc là $I(1;-2)$: $X=x-1, Y=y+2$.

Khi đó đồ thị có dạng: $Y=-2X-\dfrac{2}{X}$.

Xét tiếp tuyến tại $X=t$, ta có: $Y'=-2+\dfrac{2}{t^2}$.

Nếu hai tiếp tuyến vuông góc thì tích hệ số góc bằng -1.

Từ điều kiện này suy ra điểm giao của hai tiếp tuyến luôn thỏa mãn: $X^2+Y^2=16$.

Tức là trong hệ trục ban đầu, M nằm trên đường tròn tâm $I(1;-2)$ bán kính $R=4$.

Mệnh đề đúng.

Kết luận Câu 1: a) Đúng.

b) Đúng.

c) Đúng.

d) Đúng.

Câu 2

Gọi: R: thư là thư rác.

D: thư bị đánh dấu.

Theo đề: $P(R)=0,3$.

$P(\overline{R})=0,7$.

$P(D\mid R)=0,8$.

$P(D\mid \overline{R})=0,1$.

Ta có: $P(D) = P(D \mid R)P(R) + P(D \mid \bar{R})P(\bar{R})$

$= 0,8.0,3 + 0,1.0,7$

$= 0,24 + 0,07 = 0,31$.

a) Xác suất để một thư điện tử bị đánh dấu là 0,9.

Ta vừa tính được: $P(D) = 0,31$.

Không phải $0,9$.

Mệnh đề sai.

b) Xác suất để một thư điện tử không phải thư rác là 0,7.

Theo đề, có 30% thư là thư rác nên 70% thư không phải thư rác.

$P(\bar{R}) = 0,7$.

Mệnh đề đúng.

c) Xác suất để một thư điện tử là thư rác, biết rằng nó bị đánh dấu là $\frac{24}{31}$.

Ta có: $P(R \mid D) = \frac{P(D \mid R)P(R)}{P(D)}$

$= \frac{0,8.0,3}{0,31}$

$= \frac{0,24}{0,31}$

$= \frac{24}{31}$.

Mệnh đề đúng.

d) Xác suất để một thư điện tử không phải thư rác, biết rằng nó không bị đánh dấu là $\frac{21}{23}$.

Ta có: $P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0,31 = 0,69$.

$P(\bar{D} \mid \bar{R}) = 1 - 0,1 = 0,9$.

$P(\bar{R} \mid \bar{D}) = \frac{P(\bar{D} \mid \bar{R})P(\bar{R})}{P(\bar{D})}$

Do đó:

$= \frac{0,9.0,7}{0,69}$

$= \frac{0,63}{0,69}$

$= \frac{21}{23}$.

Mệnh đề đúng.

Kết luận Câu 2: a) Sai.

b) Đúng.

c) Đúng.

d) Đúng.

Câu 3

Gọi x, y lần lượt là số xe loại A và loại B.

- Xe A: Chở tối đa 20 người.
- Chở tối đa 0,6 tấn hàng.
- Giá thuê 4 triệu.
- Xe B: Chở tối đa 10 người.

- Chở tối đa 1,5 tấn hàng.
- Giá thuê 3 triệu.

Cần chở 140 người và 9 tấn hàng.

a) Số tiền thuê xe là $4x+3y$ triệu đồng.

Vì mỗi xe A giá 4 triệu, mỗi xe B giá 3 triệu nên tổng chi phí là: $4x+3y$ triệu đồng.
Mệnh đề đúng.

b) $2x+y<14$.

Điều kiện chở người: $20x+10y\ge 140$.

Chia hai vế cho 10: $2x+y\ge 14$.

Mệnh đề cho là $2x+y<14$, trái với điều kiện.
Mệnh đề sai.

c) $2x+5y\ge 30$.

Điều kiện chở hàng: $0,6x+1,5y\ge 9$.

Nhân hai vế với 10: $6x+15y\ge 90$.

Chia hai vế cho 3: $2x+5y\ge 30$.
Mệnh đề đúng.

d) Số tiền thuê xe thấp nhất là 32 triệu.

Ta cần tối thiểu hóa: $T=4x+3y$.

Với các điều kiện: $\begin{cases} 2x+y\ge 14 \\ 2x+5y\ge 30 \\ 0\le x\le 10 \\ 0\le y\le 9 \\ x,y\in \end{cases}$

Thử các giá trị nguyên thỏa mãn, ta thấy phương án tối ưu là: $x=5,\ y=4$.

Kiểm tra: $2x+y=2.5+4=14$.

$2x+5y=2.5+5.4=30$.

Chi phí: $T=4.5+3.4=20+12=32$ triệu đồng.
Mệnh đề đúng.

Kết luận Câu 3: a) Đúng.
b) Sai.
c) Đúng.
d) Đúng.

Câu 4

Mặt cầu: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9$.

Tâm Trái Đất là: $I(1;2;2)$.

Bán kính: $R=3$.

Hai vệ tinh: $M(4;-4;2)$, $N(6;0;6)$.

a) Vệ tinh ở vị trí M gần tâm mặt cầu hơn so với vệ tinh ở vị trí N.

Ta tính: $IM=\sqrt{(4-1)^2+(-4-2)^2+(2-2)^2}=\sqrt{3^2+(-6)^2+0^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$.

$IN=\sqrt{(6-1)^2+(0-2)^2+(6-2)^2}=\sqrt{5^2+(-2)^2+4^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$.

Vậy $IM=IN$, không phải M gần tâm hơn N.
Mệnh đề sai.

b) Mặt phẳng đi qua tâm Trái Đất và hai điểm M, N có phương trình $2x+y-2z=0$.

Ta có: $\overrightarrow{IM}=(3;-6;0)$.

$\overrightarrow{IN}=(5;-2;4)$.

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (IMN) là: $\vec{n}=\overrightarrow{IM}\times\overrightarrow{IN}=(-24;-12;24)$.

Có thể chọn: $\vec{n}=(2;1;-2)$.

Mặt phẳng qua $I(1;2;2)$ có phương trình: $2(x-1)+(y-2)-2(z-2)=0$.

Rút gọn: $2x-2+y-2-2z+4=0\Rightarrow 2x+y-2z=0$.

Mệnh đề đúng.

c) Tín hiệu được truyền đi từ vệ tinh ở M đến vệ tinh ở N theo đường thẳng có phương trình chính tắc $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+4}{2}=\dfrac{z-2}{2}$.

Ta có: $\overrightarrow{MN}=N-M=(2;4;4)=2(1;2;2)$.

Đường thẳng qua $M(4;-4;2)$ nhận vectơ chỉ phương $(1;2;2)$ có phương trình: $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+4}{2}=\dfrac{z-2}{2}$.

Mệnh đề đúng.

d) Giả sử đơn vị trên mỗi trục là 2100 km, một tín hiệu có tốc độ 3.10^5 km/s được truyền từ vệ tinh M đến điểm gần nhất thuộc bề mặt Trái Đất mất khoảng 0,026 giây.

Khoảng cách từ M đến tâm mặt cầu là: $IM=3\sqrt{5}$ đơn vị.

Khoảng cách từ M đến điểm gần nhất trên mặt cầu là: $IM-R=3\sqrt{5}-3$ đơn vị.

Đổi ra km: $d=2100(3\sqrt{5}-3)$ km.

Thời gian truyền tín hiệu: $t=\dfrac{2100(3\sqrt{5}-3)}{3.10^5}$.

Tính gần đúng: $t\approx 0,025957\approx 0,026$ giây.

Mệnh đề đúng.

Kết luận Câu 4: a) Sai.

b) Đúng.

c) Đúng.

d) Đúng.

PHẦN III

Câu 1

Hai đáy thùng có bán kính lần lượt là 15 cm và 30 cm, chiều cao 30 cm.

Xét mặt cắt qua trục. Chọn trục tung theo chiều cao, đáy dưới ứng với $h=0$, đáy trên ứng với $h=30$.

Do phần đường cong là parabol, lấy một nhánh parabol có đỉnh tại mép đáy dưới, ta có dạng: $h=a(r-15)^2$.

Vì tại miệng thùng: $h=30, r=30$.

Suy ra: $30=a(30-15)^2\Rightarrow 30=225a\Rightarrow a=\dfrac{2}{15}$.

Do đó: $h=\dfrac{2}{15}(r-15)^2$.

Suy ra: $r=15+\sqrt{\dfrac{15h}{2}}$.

Khi mực nước cao $h=10$ cm: $r=15+\sqrt{\dfrac{15.10}{2}}=15+\sqrt{75}$.

$r \approx 23,66$ cm.

Gọi V là thể tích nước. Khi mực nước dâng, ta có: $\frac{dV}{dt} = \pi r^2 \frac{dh}{dt}$.

Vận tốc bơm nước: 20 lít/phút $= 20000$ cm³/phút.

Do đó: $20000 = \pi r^2 \frac{dh}{dt}$.

Suy ra: $\frac{dh}{dt} = \frac{20000}{\pi r^2}$.

Thay $r \approx 23,66$: $\frac{dh}{dt} \approx \frac{20000}{\pi .23,66^2}$

$\approx 11,38$ cm/phút.

Làm tròn đến hàng đơn vị: $\frac{dh}{dt} \approx 11$ cm/phút.

Đáp án: 11 cm/phút.

Câu 2

Doanh thu khi sản xuất và bán hết x sản phẩm là: $F(x) = 0,001x^3 - 1,999x^2 + 1006x + 250$.

Chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là: $G(x) = 0,001x + \frac{250}{x} + 1$.

Vậy tổng chi phí sản xuất là: $xG(x) = x\left(0,001x + \frac{250}{x} + 1\right) = 0,001x^2 + 250 + x$.

Thuế phụ thu cho mỗi sản phẩm là 5 nghìn đồng nên tổng thuế là: $5x$.

Lợi nhuận là: $P(x) = F(x) - xG(x) - 5x$.

Suy ra: $P(x) = 0,001x^3 - 1,999x^2 + 1006x + 250 - \left(0,001x^2 + 250 + x\right) - 5x$.

Rút gọn: $P(x) = 0,001x^3 - 2x^2 + 1000x$.

Với $1 \le x \le 600$.

Xét đạo hàm: $P'(x) = 0,003x^2 - 4x + 1000$.

Giải $P'(x) = 0$: $0,003x^2 - 4x + 1000 = 0$.

Nhân cả hai vế với 1000: $3x^2 - 4000x + 1000000 = 0$.

Giải phương trình: $x = \frac{4000 \pm \sqrt{4000^2 - 4.3.1000000}}{6}$.

$x = \frac{4000 \pm 2000}{6}$.

Suy ra: $x = \frac{1000}{3}$ hoặc $x = 1000$.

Vì $1 \le x \le 600$ nên chỉ xét $x = \frac{1000}{3} \approx 333,33$.

Do số sản phẩm là số nguyên nên xét $x = 333$ và $x = 334$.

Tính: $P(333) \approx 148148,037$.

$P(334) \approx 148147,704$.

Vậy lợi nhuận lớn nhất khi sản xuất 333 sản phẩm.

Đáp án: 333 sản phẩm.

Câu 3

Chọn hệ trục tọa độ trong mặt cắt, trục Oy trùng với MN, gốc tọa độ là trung điểm của MN.

Ta có: $MN = 24$ cm nên $M(0;12)$, $N(0;-12)$.

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật có: $AB = 18$ cm, $AD = 36$ cm,

nên các điểm trên hình chữ nhật có hoành độ ± 9 và tung độ ± 18.

Do $PQ = 10$ nên: $P(-5;0)$, $Q(5;0)$.

Xét nhánh parabol bên phải có đỉnh $Q(5;0)$, đi qua $B(9;18)$ và $C(9;-18)$.

Phương trình có dạng: $x = 5 + ay^2$.

Thay $B(9;18)$: $9 = 5 + a.18^2 \Rightarrow 4 = 324a \Rightarrow a = \dfrac{1}{81}$.

Vậy bán kính ngoài theo độ cao y là: $R(y) = 5 + \dfrac{y^2}{81}$.

Với $|y| \le 12$, thiết diện quay tạo thành hình tròn bán kính $R(y)$.

Với $12 \le |y| \le 18$, có phần bị khoét bởi các đoạn thẳng nối từ M, N đến các đỉnh của hình chữ nhật.

Xét đoạn thẳng từ $M(0;12)$ đến $B(9;18)$, bán kính trong là: $r(y) = \dfrac{3}{2}(y-12)$ với $12 \le y \le 18$.

Do hình đối xứng qua trục hoành, thể tích là: $V = \pi \int_{-12}^{12} \left(5 + \dfrac{y^2}{81}\right)^2 dy + 2\pi \int_{12}^{18} \left[\left(5 + \dfrac{y^2}{81}\right)^2 - \left(\dfrac{3}{2}(y-12)\right)^2\right] dy$.

Tính được: $V = \dfrac{5856}{5}\pi$.

Suy ra: $V \approx 3679,43$ cm³.

Làm tròn đến hàng đơn vị: $V \approx 3679$ cm³.

Đáp án: 3679 cm³.

Câu 4

Tập chữ số: $X = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$.

Vì đề không yêu cầu các chữ số khác nhau nên các chữ số được phép lặp lại.

Tổng số số tự nhiên có 4 chữ số lập được từ X là: $8^4 = 4096$.

Một số chia hết cho 3 khi tổng các chữ số chia hết cho 3.

- Chia các chữ số theo phần dư khi chia cho 3: Dư 0: $\{3,6\}$ có 2 chữ số.
- Dư 1: $\{1,4,7\}$ có 3 chữ số.
- Dư 2: $\{2,5,8\}$ có 3 chữ số.

Đếm các bộ 4 chữ số có tổng dư 0 theo modulo 3, ta được số trường hợp thuận lợi là: 1366.

Vậy xác suất là: $P = \dfrac{1366}{4096} = \dfrac{683}{2048}$.

Suy ra: $a = 683, b = 2048$.

Do đó: $T = b - a = 2048 - 683 = 1365$.

Đáp án: 1365.

Câu 5

Ta mô hình hóa sơ đồ phòng thi thành một đồ thị gồm 11 ô, mỗi ô là một đỉnh. Hai ô kề cạnh nhau thì nối bằng một cạnh.

Cần tô màu 11 đỉnh bằng 4 màu sao cho hai đỉnh kề nhau khác màu.

Đếm số cách tô màu hợp lệ của đồ thị này với 4 màu, ta được: $p = 86436$.

Do đó: $\frac{p}{49} = \frac{86436}{49} = 1764$.

Đáp án: 1764.

Câu 6

Tam giác ABC vuông cân tại A và $AB = 1$ nên: $AC = 1$.

Chọn hệ trục tọa độ: $A(0;0;0), B(1;0;0), C(0;1;0)$.

Vì H là trung điểm của BC nên: $H\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$.

Vì $SH \perp (ABC)$ nên đặt: $S\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};h\right)$.

Theo đề $SC = 1$.

Ta có: $SC^2 = \left(\frac{1}{2}-0\right)^2 + \left(\frac{1}{2}-1\right)^2 + h^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + h^2 = \frac{1}{2} + h^2$.

Vì $SC = 1$ nên: $\frac{1}{2} + h^2 = 1 \Rightarrow h^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Do đó: $S\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Mặt phẳng (SAC) đi qua A, C, S.

Ta có: $\overrightarrow{AC} = (0;1;0)$.

$\overrightarrow{AS} = \left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng (SAC) là: $\vec{n} = \overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{AS}$.

Tính được phương trình mặt phẳng (SAC).

Khoảng cách từ $B(1;0;0)$ đến mặt phẳng (SAC) là: $d = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Tính gần đúng: $d \approx 0,8165$.

Làm tròn đến hàng phần trăm: $d \approx 0,82$.

Đáp án: 0,82.