

**PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chọn một phương án.**

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxy$ , phương trình của đường thẳng đi qua điểm  $E(-1; 4; 2)$  và  $F(-5; 0; 3)$  là

A.  $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z+2}{1}$ .

B.  $\frac{x+4}{-1} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-1}{2}$ .

C.  $\frac{x+1}{-4} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-2}{1}$ .

D.  $\frac{x-4}{-1} = \frac{y-4}{4} = \frac{z+1}{2}$ .

**Câu 2:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = \sin x, y = \cos x$  và các đường thẳng  $x = 0, x = 7$  được tính bằng công thức

A.  $S = \int_0^7 |\sin x - \cos x| dx$ .

B.  $S = \int_0^7 (\sin x + \cos x) dx$ .

C.  $S = \int_0^7 (\sin x - \cos x) dx$ .

D.  $S = \int_0^7 (-\sin x + \cos x) dx$ .

**Câu 3:** Tập nghiệm của bất phương trình  $e^x > 1$  là:

A.  $(-\infty; 0)$ .

B.  $(1; +\infty)$ .

C.  $(-\infty; +\infty)$ .

D.  $(0; +\infty)$ .

**Câu 4:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2 \sin x$  là

A.  $-2 \cos x + C$ .

B.  $\cos x + C$ .

C.  $2 \cos x + C$ .

D.  $-\cos x + C$ .

**Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ . Khoảng cách từ điểm  $D$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  bằng

A.  $BD$ .

B.  $SD$ .

C.  $DA$ .

D.  $SA$ .

**Câu 6:** Đồ thị hàm số  $y = -x + 2 + \frac{1}{x}$  có đường tiệm cận xiên là

A.  $y = -x + 2$ .

B.  $y = \frac{1}{x}$ .

C.  $y = x - 2$ .

D.  $y = -\frac{1}{x}$ .

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(Oyz)$  có một vector pháp tuyến là

A.  $\vec{n}_3(1; 1; 1)$ .

B.  $\vec{n}_2(0; 0; 0)$ .

C.  $\vec{n}_4(1; 0; 0)$ .

D.  $\vec{n}_1(0; 1; 1)$ .

**Câu 8:** Khảo sát thời gian tự học của một số học sinh lớp 11 trong một ngày, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

| Thời gian (phút) | $[0; 30)$ | $[30; 60)$ | $[60; 90)$ | $[90; 120)$ | $[120; 150)$ |
|------------------|-----------|------------|------------|-------------|--------------|
| Số học sinh      | 8         | 14         | 11         | 9           | 3            |

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A.  $[0;30)$  . B.  $[30;60)$  . C.  $[90;120)$  . D.  $[60;90)$  .

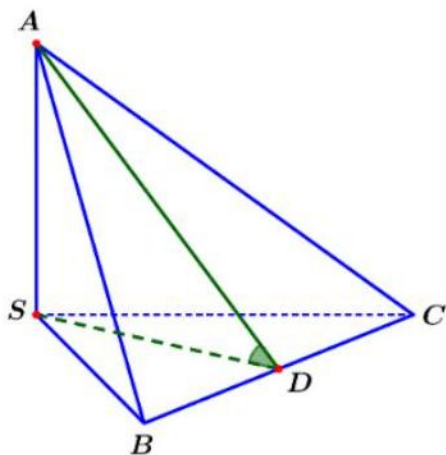
**Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $\log_4 x = 0$  là  $\log_4 x = 0$

- A.  $x = 4$  . B.  $x = -1$  . C.  $x = 1$  . D.  $x = 0$  .

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 2025$  . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng:

- A.  $(2; +\infty)$  . B.  $(0; 2)$  . C.  $(-\infty; +\infty)$  . D.  $(-\infty; 0)$  .

**Câu 11:** Cho tứ diện  $S.ABC$  có các cạnh  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc và  $SA = SB = SC = 1$  (minh họa như hình bên). Gọi  $\alpha$  là góc phẳng nhị diện  $[S, BC, A]$  . Tính  $\cos \alpha$  .



- A.  $\frac{2}{5}$  . B.  $\frac{1}{3}$  . C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  . D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$  .

**Câu 12:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$  và  $u_2 = -3$  . Số hạng  $u_4$  của cấp số cộng đã cho là

- A.  $-7$  . B.  $-11$  . C.  $-27$  . D.  $-14$  .

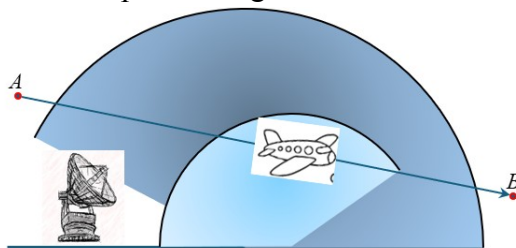
**Phần II. (4,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 13:** Một nghiên cứu tại một trường đại học cho biết tỉ lệ sinh viên dùng cà phê để duy trì tỉnh táo khi học vào ban đêm là 70% . Giả sử chọn ngẫu nhiên 3 sinh viên từ nhóm khảo sát trên để phỏng vấn.

- a) Xác suất để cả 3 sinh viên đều dùng cà phê để duy trì tỉnh táo là  $0,343$  .  
 b) Xác suất trong 3 sinh viên có ít nhất 1 sinh viên không dùng cà phê là  $0,657$  .  
 c) Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 1 sinh viên dùng cà phê là  $0,189$  .  
 d) Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 2 sinh viên dùng cà phê và 1 sinh viên không dùng cà phê lớn hơn  $0,45$  .

**Câu 14:** Một radar phòng không được đặt tại vị trí gốc tọa độ  $O(0;0;0)$  trong không gian  $Oxyz$  , mỗi đơn vị trên các trục tọa độ ứng với  $1km$  . Radar này có khả năng phát hiện các mục tiêu bay bán kính  $250km$  . Một máy bay không người lái (UAV) đang bay thẳng đều từ vị trí điểm  $A(300;-400;100)$  đến điểm  $B(-300;400;100)$  . UAV bay với vận tốc không đổi  $900km/h$

và mang thiết bị gây nhiễu chủ động có tầm hiệu quả  $50\text{ km}$  tính từ UAV. Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn 30 phút không?



(tham khảo từ *Stimson's Introduction to Airborne Radar, 3rd Edition*, George W. Stimson, D. Griffiths, Christopher Baker, Dave Adamy)

(Hình ảnh minh họa radar tại gốc tọa độ O và đường bay của UAV từ A đến B)

a) Radar không thể phát hiện UAV khi UAV ở vị trí A.

$$\begin{cases} x = 300 - 3t \\ y = -400 + 4t \\ z = 0 \end{cases}$$

b) Phương trình tham số của đường bay UAV là

c) Trong suốt quá trình bay, sẽ có thời điểm UAV gây nhiễu được radar.

d) Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn 30 phút.

**Câu 15:** Cho hàm số  $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 1$  có đồ thị (C).

a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = -8x^3 + 8x + 1$ .

c) Tập nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  là  $S = \{-1; 0; 1\}$ .

d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  là 1.

**Câu 16:** Một bể chứa dầu ban đầu có 50.000 lít dầu. Gọi  $V(t)$  là thể tích dầu (lít) trong bể tại thời điểm  $t$ , trong đó  $t$  tính theo giờ ( $0 \leq t \leq 24$ ). Trong quá trình bơm dầu vào bể, thể tích dầu tăng theo tốc độ được biểu diễn bởi hàm số  $V'(t) = k\sqrt{t}$ , với  $k$  là hằng số dương. Sau 4 giờ bơm liên tục, thể tích dầu trong bể đạt 58.000 lít.

a) Hàm số  $V(t)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(t) = k\sqrt{t}$ .

b)  $V(t) = \frac{2k}{3}t\sqrt{t} + C$  với  $0 \leq t \leq 24$  và  $k, C$  là các hằng số.

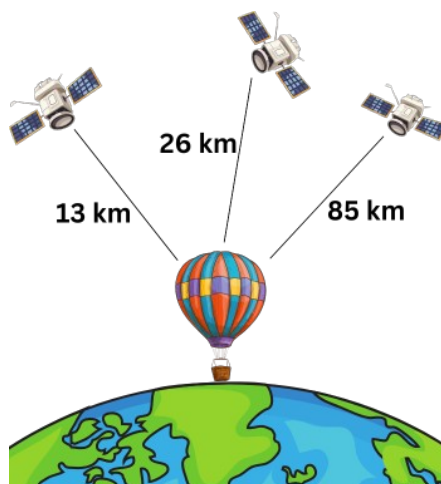
c) Sau 16 giờ bơm liên tục, thể tích dầu trong bể đạt được 148.000 lít.

d) Trong quá trình bơm dầu, nếu sau mỗi giờ lượng dầu bị rò rỉ đều đặn với tốc độ 500 lít/giờ, thì tại thời điểm  $t$  bằng 9 giờ, thể tích dầu trong bể là 72.500 lít.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến 22

**Câu 17:** Một khinh khí cầu nghiên cứu khí tượng được phóng lên để thu thập dữ liệu trong tầng bình lưu. Khí cầu này có thiết bị định vị sử dụng tín hiệu từ các vệ tinh của công ty S để xác định vị trí trong không gian. Tại thời điểm quan sát, khí cầu đang bay ở độ cao 50 km và nhận được tín hiệu từ ba vệ tinh S có tọa độ trong không gian  $O_{xyz}$  (đơn vị km) như sau: Vệ tinh A tại vị trí

$A(103; 204; 62)$ , vệ tinh B tại vị trí  $B(106; 208; 74)$ , vệ tinh C tại vị trí  $C(105; 212; 134)$ . Từ thời gian truyền tín hiệu, hệ thống xác định rằng khoảng cách từ vị trí  $M$  của khinh khí cầu đến các vệ tinh là:  $MA = 13 \text{ km}$ ,  $MB = 26 \text{ km}$ ,  $MC = 85 \text{ km}$ . Tính khoảng cách từ khinh khí cầu đến gốc tọa độ  $O$ . (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của km).



- Câu 18:** Một xe mô tô đang chạy với vận tốc  $20 \text{ m/s}$  thì tài xế giảm ga và kéo phanh. Từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc được mô tả bởi phương trình:  $v(t) = -4t + 20 \text{ (m/s)}$ , trong đó thời gian  $t$  được tính bằng giây. Hỏi từ lúc giảm ga và kéo phanh đến khi dừng hẳn, mô tô di chuyển được quãng đường bao nhiêu mét?
- Câu 19:** Một công ti trung bình bán được 600 chiếc máy lọc không khí mỗi tháng với giá 10 triệu đồng một chiếc. Một khảo sát cho thấy nếu giảm giá bán mỗi chiếc 400 nghìn đồng, thì số lượng bán ra tăng thêm khoảng 60 chiếc mỗi tháng. Gọi  $P$  (triệu đồng) là giá của mỗi máy,  $x$  là số máy bán ra. Khi đó, hàm cầu là  $P = P(x)$  và hàm doanh thu là  $R(P) = Px$ . Hỏi công ti phải bán mỗi chiếc với số tiền bao nhiêu triệu đồng để doanh thu là lớn nhất?
- Câu 20:** Trong một đợt kiểm tra sức khỏe tại trường có 200 học sinh được xét nghiệm một loại virus. Trong đó, biết rằng có 80 bạn thật sự bị nhiễm virus. Nếu một bạn bị nhiễm, thì xét nghiệm cho kết quả dương tính (tức là phát hiện đúng bệnh) với xác suất 90%. Nếu một bạn không bị nhiễm, thì xét nghiệm vẫn có thể báo nhầm là dương tính (gọi là dương tính giả), với xác suất 5%. Giả sử một bạn có kết quả xét nghiệm dương tính. Hỏi xác suất để bạn đó thật sự bị nhiễm virus là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?
- Câu 21:** Một chiếc lều hình chóp có đáy là hình vuông, mỗi cạnh dài  $200 \text{ cm}$ . Đỉnh lều nằm thẳng đứng phía trên tâm của hình vuông và chiều cao của chiếc lều là  $206 \text{ cm}$ . Người ta dùng 4 cọc bằng nhau nối từ 4 góc của đáy đến đỉnh lều để dựng lều. Chiều dài tối thiểu của mỗi cây cọc là bao nhiêu centimet (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của  $\text{cm}$ )?
- Câu 22:** Một giáo viên theo dõi sự tiến bộ của học sinh qua thang đo điểm, được mô hình hoá bằng hàm số  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  với  $a, b, c$  là các hệ số. Trong đó,  $x$  ( $0 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N}$ ) là số tháng kể từ đầu năm học và  $f(x)$  là điểm trong tháng thứ  $x$ . Qua theo dõi, giáo viên ghi nhận tháng đầu tiên học sinh đạt 19 điểm, sau đó giảm trong tháng thứ hai và đến tháng thứ ba học sinh đạt mức điểm thấp nhất trong năm học, là 3 điểm. Kể từ tháng thứ ba trở đi, điểm của học sinh tăng lên. Tính điểm của học sinh đó ở tháng thứ sáu.

**HẾT**

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chọn một phương án.**

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxy$ , phương trình của đường thẳng đi qua điểm  $E(-1; 4; 2)$  và  $F(-5; 0; 3)$  là

**A.**  $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z+2}{1}$

**B.**  $\frac{x+4}{-1} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-1}{2}$

**C.**  $\frac{x+1}{-4} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-2}{1}$

**D.**  $\frac{x-4}{-1} = \frac{y-4}{4} = \frac{z+1}{2}$

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\overrightarrow{EF} = (-4; -4; 1)$

Vậy phương trình đường thẳng đi qua  $E(-1; 4; 2)$  và  $F(-5; 0; 3)$  là  $\frac{x+1}{-4} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-2}{1}$ .

**Câu 2:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$  và các đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 7$  được tính bằng công thức

**A.**  $S = \int_0^7 |\sin x - \cos x| dx$

**B.**  $S = \int_0^7 (\sin x + \cos x) dx$

**C.**  $S = \int_0^7 (\sin x - \cos x) dx$

**D.**  $S = \int_0^7 (-\sin x + \cos x) dx$

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 3:** Tập nghiệm của bất phương trình  $e^x > 1$  là:

**A.**  $(-\infty; 0)$

**B.**  $(1; +\infty)$

**C.**  $(-\infty; +\infty)$

**D.**  $(0; +\infty)$

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $e^x > 1 \Leftrightarrow x > 0$ .

**Câu 4:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2 \sin x$  là

**A.**  $-2 \cos x + C$

**B.**  $\cos x + C$

**C.**  $2 \cos x + C$

**D.**  $-\cos x + C$

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ . Khoảng cách từ điểm  $D$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  bằng

**A.**  $BD$

**B.**  $SD$

**C.**  $DA$

**D.**  $SA$

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\begin{cases} DA \perp AB \\ DA \perp SA \end{cases} \Rightarrow DA \perp (SAB)$  nên  $d(D, (SAB)) = DA$ .

**Câu 6:** Đồ thị hàm số  $y = -x + 2 + \frac{1}{x}$  có đường tiệm cận xiên là

- A.**  $y = -x + 2$  **B.**  $y = \frac{1}{x}$  **C.**  $y = x - 2$  **D.**  $y = -\frac{1}{x}$

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số  $y = -x + 2 + \frac{1}{x}$  có đường tiệm cận xiên là  $y = -x + 2$ .

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(Oyz)$  có một vector pháp tuyến là

- A.**  $\vec{n}_3(1;1;1)$  **B.**  $\vec{n}_2(0;0;0)$  **C.**  $\vec{n}_4(1;0;0)$  **D.**  $\vec{n}_1(0;1;1)$

**Lời giải**

**Chọn C**

Mặt phẳng  $(Oyz)$  có một vector pháp tuyến là  $\vec{n}_4(1;0;0)$ .

**Câu 8:** Khảo sát thời gian tự học của một số học sinh lớp 11 trong một ngày, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

| Thời gian (phút) | [0; 30) | [30; 60) | [60; 90) | [90; 120) | [120; 150) |
|------------------|---------|----------|----------|-----------|------------|
| Số học sinh      | 8       | 14       | 11       | 9         | 3          |

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A.**  $[0; 30)$  **B.**  $[30; 60)$  **C.**  $[90; 120)$  **D.**  $[60; 90)$

**Lời giải**

**Chọn D**

Tổng số học sinh là 45 suy ra trung vị của mẫu số liệu là  $x_{23} \in [60; 90)$ .

**Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $\log_4 x = 0$  là  $\log_4 x = 0$

- A.**  $x = 4$  **B.**  $x = -1$  **C.**  $x = 1$  **D.**  $x = 0$

**Lời giải:**

**Chọn C**

Ta có:

$$\log_4 x = 0 (x \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow x = 4^0 = 1(tm)$$

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 2025$ . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng:

- A.**  $(2; +\infty)$  **B.**  $(0; 2)$  **C.**  $(-\infty; +\infty)$  **D.**  $(-\infty; 0)$

**Lời giải:**

**Chọn B**

$$y = x^3 - 3x^2 - 2025$$

$$\Rightarrow y' = 3x^2 - 6x$$

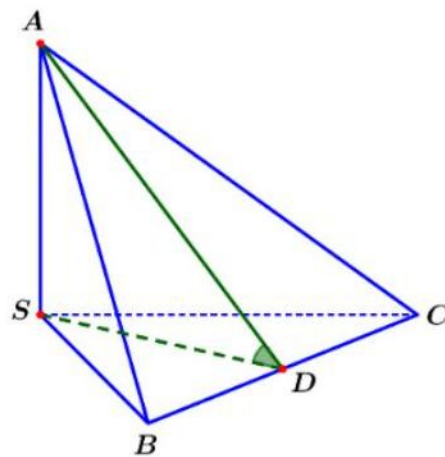
$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

|      |           |     |     |     |     |           |
|------|-----------|-----|-----|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $0$ |     | $2$ |     | $+\infty$ |
| $y'$ |           | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$       |

Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$

**Câu 11:** Cho tứ diện  $S.ABC$  có các cạnh  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc và  $SA = SB = SC = 1$  (minh họa như hình bên). Gọi  $\alpha$  là góc phẳng nhị diện  $[S, BC, A]$ . Tính  $\cos \alpha$ .



A.  $\frac{2}{5}$ .

B.  $\frac{1}{3}$ .

C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  █

D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

**Lời giải:**

**Chọn C**

Gọi  $D$  là trung điểm cạnh  $BC$ .

Suy ra  $SD \perp BC$  (vì  $\triangle SBC$  cân tại  $S$ )

$$\begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC) \Rightarrow SA \perp BC$$

$$\text{Và } SD \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAD) \Rightarrow BC \perp SD$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SD \perp BC \\ AD \perp BC \end{cases} \Rightarrow [S, BC, A] = \angle SDA = \alpha$$

Xét  $\triangle SAD$  vuông tại  $S$  ta có:  $\cos \alpha = \cos \angle SDA = \frac{SD}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 12:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$  và  $u_2 = -3$ . Số hạng  $u_4$  của cấp số cộng đã cho là  
**A.**  $-7$ . **B.**  $-11$  **C.**  $-27$ . **D.**  $-14$ .

**Lời giải:**

**Chọn B**

Ta có:  $u_1 = 1$  và  $u_2 = -3 \Rightarrow d = -4$

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_4 = -11.$$

**Phần II. (4,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 13:** Một nghiên cứu tại một trường đại học cho biết tỉ lệ sinh viên dùng cà phê để duy trì tỉnh táo khi học vào ban đêm là 70%. Giả sử chọn ngẫu nhiên 3 sinh viên từ nhóm khảo sát trên để phỏng vấn.

- Xác suất để cả 3 sinh viên đều dùng cà phê để duy trì tỉnh táo là  $0,343$ .
- Xác suất trong 3 sinh viên có ít nhất 1 sinh viên không dùng cà phê là  $0,657$ .
- Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 1 sinh viên dùng cà phê là  $0,189$ .
- Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 2 sinh viên dùng cà phê và 1 sinh viên không dùng cà phê lớn hơn  $0,45$ .

**Lời giải**

|         |         |         |        |
|---------|---------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|---------|---------|---------|--------|

- Xác suất thành công (sinh viên dùng cà phê):  $p = 70\% = 0,7$

- Xác suất thất bại (sinh viên không dùng cà phê):  $q = 1 - 0,7 = 0,3$

Gọi  $X$  là số sinh viên dùng cà phê trong 3 sinh viên được chọn.  $X$  tuân theo phân phối nhị thức  $B(n=3, p=0,7)$ . Công thức tính xác suất để có  $k$  thành công trong  $n$  lần thử là:

$$P(X=k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

- Xác suất để cả 3 sinh viên đều dùng cà phê để duy trì tỉnh táo là

Trường hợp này tương ứng với  $X=3$ . Áp dụng công thức:

$$P(X=3) = C_3^3 \cdot p^3 \cdot q^{3-3} = 1 \cdot 0,7^3 \cdot 0,3^0 = 0,343$$

Suy ra kết luận a) Đúng

- Xác suất trong 3 sinh viên có ít nhất 1 sinh viên không dùng cà phê

"Ít nhất 1 sinh viên không dùng cà phê" có nghĩa là số sinh viên không dùng cà phê có thể là 1, 2 hoặc 3.

Biến cố "ít nhất 1 sinh viên không dùng cà phê" là biến cố đối của "cả 3 sinh viên đều dùng cà phê".  $P = 1 - 0,343 = 0,657$

Suy ra kết luận b) Đúng

- Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 1 sinh viên dùng cà phê

Trường hợp này tương ứng với  $X=1$ . Áp dụng công thức:

$$P(X=1) = C_3^1 \cdot p^1 \cdot q^{3-1} = 3 \cdot 0,7^1 \cdot 0,3^2 = 0,189$$

Suy ra kết luận c) Đúng

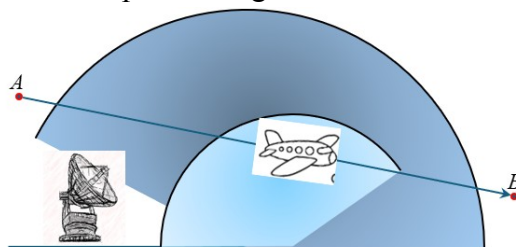
d) Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 2 sinh viên dùng cà phê và 1 sinh viên không dùng cà phê.

Trường hợp này tương ứng với  $X=2$ . Áp dụng công thức:

$$P(X=2) = C_3^2 \cdot p^2 \cdot q^{3-2} = 3 \cdot 0,7^2 \cdot 0,3^1 = 0,441 < 0,45$$

Suy ra kết luận d) Sai

**Câu 14:** Một radar phòng không được đặt tại vị trí gốc tọa độ  $O(0;0;0)$  trong không gian  $Oxyz$ , mỗi đơn vị trên các trục tọa độ ứng với  $1km$ . Radar này có khả năng phát hiện các mục tiêu bay bán kính  $250km$ . Một máy bay không người lái (UAV) đang bay thẳng đều từ vị trí điểm  $A(300;-400;100)$  đến điểm  $B(-300;400;100)$ . UAV bay với vận tốc không đổi  $900km/h$  và mang thiết bị gây nhiễu chủ động có tầm hiệu quả  $50km$  tính từ UAV. Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn 30 phút không?



(tham khảo từ *Stimson's Introduction to Airborne Radar, 3rd Edition, George W. Stimson, Hugh D. Griffiths, Christopher Baker, Dave Adamy*)

(Hình ảnh minh họa radar tại gốc tọa độ O và đường bay của UAV từ A đến B)

a) Radar không thể phát hiện UAV khi UAV ở vị trí A.

$$\begin{cases} x = 300 - 3t \\ y = -400 + 4t \\ z = 0 \end{cases}$$

b) Phương trình tham số của đường bay UAV là

c) Trong suốt quá trình bay, sẽ có thời điểm UAV gây nhiễu được radar.

d) Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn 30 phút.

**Lời giải**

|         |        |        |         |
|---------|--------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng |
|---------|--------|--------|---------|

a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới vùng phát hiện của radar là  $x^2 + y^2 + z^2 = 62500$ .

Ta có khoảng cách  $OA = \sqrt{300^2 + (-400)^2 + 100^2} \approx 510 > 250$ .

Do đó, Radar không thể phát hiện UAV khi UAV ở vị trí A.

Suy ra kết luận a) Đúng

b) Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-600; 800; 0) \Rightarrow \vec{u} = (-3; 4; 0)$  là một vector chỉ phương của đường thẳng AB.

$$\begin{cases} x = 300 - 3t \\ y = -400 + 4t \\ z = 100 \end{cases}$$

Phương trình tham số của đường bay UAV là

Suy ra kết luận b) Sai

c) Gọi  $M$  là vị trí của UAV xác định tại thời điểm  $t$ . Khi đó  $M(300 - 3t; -400 + 4t; 100)$ .

Khoảng cách từ  $M$  đến radar là

$$OM = \sqrt{(300 - 3t)^2 + (-400 + 4t)^2 + 100^2} = \sqrt{25t^2 - 5000t + 260000} = \sqrt{(5t - 500)^2 + 10000} \geq 100$$

Khoảng cách ngắn nhất từ UAV đến radar là  $100 > 50$  nên UAV không gây nhiễu được radar.

Suy ra kết luận c) Sai

d) 30 phút bằng  $0,5$  giờ.

UAV nằm trong phạm vi của radar khi

$$OM \leq 250$$

$$\Leftrightarrow OM^2 \leq 62500$$

$$\Leftrightarrow 25t^2 - 5000t + 260000 \leq 62500$$

$$\Leftrightarrow 25t^2 - 5000t + 197500 \leq 0$$

$$\approx 54 \leq t \leq 145$$

Với  $t \approx 54 \Rightarrow M_1(138; -184; 100)$

Với  $t \approx 145 \Rightarrow M_2(-135; 180; 100)$

Khoảng cách  $M_1M_2 \approx 455$

UAV bay với vận tốc không đổi  $900 \text{ km/h}$  nên UAV đi từ  $M_1$  đến vị trí  $M_2$  khoảng  $0,51$  giờ.

Do đó, Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn 30 phút.

Suy ra kết luận d) Đúng

**Câu 15:** Cho hàm số  $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 1$  có đồ thị (C).

a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = -8x^3 + 8x + 1$ .

c) Tập nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  là  $S = \{-1; 0; 1\}$ .

d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  là 1.

**Lời giải**

a) **Đúng**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

b) **Sai**

$$f'(x) = -8x^3 + 8x$$

c) **Đúng**

$$f'(x) = -8x^3 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

d) **Sai**

$$f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 1 = -2(x^2 - 1)^2 + 3 \leq 3$$

Vậy giá trị lớn nhất bằng 3 khi  $x = \pm 1$ .

**Câu 16:** Một bể chứa dầu ban đầu có 50.000 lít dầu. Gọi  $V(t)$  là thể tích dầu (lít) trong bể tại thời điểm  $t$ , trong đó  $t$  tính theo giờ ( $0 \leq t \leq 24$ ). Trong quá trình bơm dầu vào bể, thể tích dầu tăng theo tốc độ được biểu diễn bởi hàm số  $V'(t) = k\sqrt{t}$ , với  $k$  là hằng số dương. Sau 4 giờ bơm liên tục, thể tích dầu trong bể đạt 58.000 lít.

a) Hàm số  $V(t)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(t) = k\sqrt{t}$ .

b)  $V(t) = \frac{2k}{3}t\sqrt{t} + C$  với  $0 \leq t \leq 24$  và  $k, C$  là các hằng số.

c) Sau 16 giờ bơm liên tục, thể tích dầu trong bể đạt được 148.000 lít.

d) Trong quá trình bơm dầu, nếu sau mỗi giờ lượng dầu bị rò rỉ đều đặn với tốc độ 500 lít/giờ, thì tại thời điểm  $t$  bằng 9 giờ, thể tích dầu trong bể là 72.500 lít.

### Lời giải

a) **Đúng**

b) **Sai**

$$V(t) = \int k\sqrt{t} dt = \frac{2k}{3}t\sqrt{t} + C$$

$$V(0) = 50.000 \Rightarrow V(t) = \frac{2k}{3}t\sqrt{t} + 50.000$$

c) **Sai**

$$V(4) = \frac{2k}{3} \cdot 4\sqrt{4} + 50.000 = 58.000 \Rightarrow k = 1500 \Rightarrow V(t) = 1000t\sqrt{t} + 50.000$$

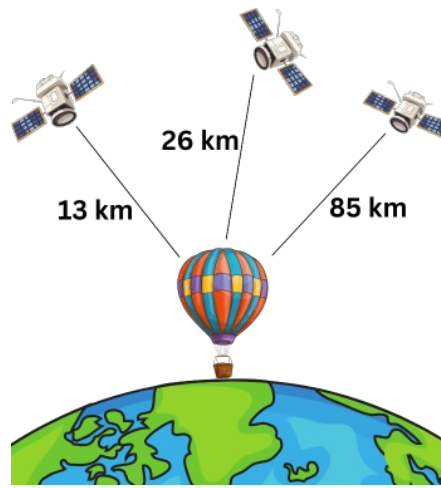
$$V(16) = 114.000$$

d) **Đúng**

$$\text{Tại thời điểm 9 giờ lượng dầu còn lại là } V(9) - 9 \cdot 500 = 72500$$

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến 22

**Câu 17:** Một khinh khí cầu nghiên cứu khí tượng được phóng lên để thu thập dữ liệu trong tầng bình lưu. Khí cầu này có thiết bị định vị sử dụng tín hiệu từ các vệ tinh của công ty S để xác định vị trí trong không gian. Tại thời điểm quan sát, khí cầu đang bay ở độ cao 50 km và nhận được tín hiệu từ ba vệ tinh S có tọa độ trong không gian  $O_{xyz}$  (đơn vị km) như sau: Vệ tinh A tại vị trí  $A(103; 204; 62)$ , vệ tinh B tại vị trí  $B(106; 208; 74)$ , vệ tinh C tại vị trí  $C(105; 212; 134)$ . Từ thời gian truyền tín hiệu, hệ thống xác định rằng khoảng cách từ vị trí  $M$  của khinh khí cầu đến các vệ tinh là:  $MA = 13$  km,  $MB = 26$  km,  $MC = 85$  km. Tính khoảng cách từ khinh khí cầu đến gốc tọa độ  $O$ . (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của km).



Lời giải

**Đáp án: 229**

Gọi  $M(x; y; z)$ . Ta có:

$$MA = 13 \Leftrightarrow M \in (S_1) \text{ là mặt cầu tâm } A, \text{ bán kính } R_1 = 13$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 206x - 408y - 124z + 55900 = 0 \quad (1)$$

$$MB = 26 \Leftrightarrow M \in (S_2) \text{ là mặt cầu tâm } B, \text{ bán kính } R_2 = 26$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 212x - 416y - 148z + 59300 = 0 \quad (2)$$

$$MC = 85 \Leftrightarrow M \in (S_3) \text{ là mặt cầu tâm } C \text{ bán kính } R_3 = 85$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 210x - 424y - 268z + 66700 = 0 \quad (3)$$

Lấy (2) trừ (1) ta được  $6x + 8y + 24z - 3400 = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y + 12z - 1700 = 0 \quad (4)$

Lấy (2) trừ (3) ta được  $2x - 8y - 120z + 7400 = 0 \Leftrightarrow x - 4y - 60z + 3700 = 0 \quad (5)$

Nhận xét các phương trình (4) và (5) đều là phương trình mặt phẳng.

Suy ra điểm  $M$  thuộc giao tuyến  $d$  của hai mặt phẳng  $(P): 3x + 4y + 12z - 1700 = 0$  và  $(Q): x - 4y - 60z + 3700 = 0$ .

Ta có 
$$\begin{cases} \vec{n}_{(P)} = (3; 4; 12) \\ \vec{n}_{(Q)} = (1; -4; -60) \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (-192; 192; -16) = -16(12; -12; 1)$$

Chọn điểm  $T(-500; 800; 0)$  vừa thuộc  $(P)$ , vừa thuộc  $(Q) \Rightarrow T \in d$

Phương trình tham số của  $d$  là 
$$\begin{cases} x = -500 + 12t \\ y = 800 - 12t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Mà  $M \in d \Rightarrow M(-500 + 12m; 800 - 12m; m)$  với  $m \in \mathbb{R}$ .

Thay  $(x; y; z) = (-500 + 12m; 800 - 12m; m)$  vào phương trình (1) ta được

$$(12m - 500)^2 + (800 - 12m)^2 + m^2 = 206(12m - 500) + 408(800 - 12m) + 124m - 55900$$

$$\Leftrightarrow 289m^2 - 28900m + 722500 = 0 \Leftrightarrow m = 50$$

Vậy tọa độ  $M$  là  $M(100; 200; 50) \Rightarrow OM = 50\sqrt{21} \approx 229$  (km).

**Câu 18:** Một xe mô tô đang chạy với vận tốc  $20$  m/s thì tài xế giảm ga và kéo phanh. Từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc được mô tả bởi phương trình:  $v(t) = -4t + 20$  (m/s), trong đó thời gian  $t$  được tính bằng giây. Hỏi từ lúc giảm ga và kéo phanh đến khi dừng hẳn, mô tô di chuyển được quãng đường bao nhiêu mét?

**Lời giải**

**Đáp án: 50**

Vận tốc ban đầu là  $20$  m/s. Xét  $v(t) = 20 \Leftrightarrow -4t + 20 = 20 \Leftrightarrow t = 0$  (giây).

Do đó thời điểm kéo phanh là thời điểm  $t = 0$  (giây).

Khi dừng hẳn vận tốc là  $0$  m/s. Xét  $v(t) = 0 \Leftrightarrow -4t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 5$  (giây).

Do đó thời điểm xe dừng hẳn là thời điểm  $t = 5$  (giây).

$$S = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 (-4t + 20) dt = \left( -2t^2 + 20t \right) \Big|_0^5 = 50 \text{ (m)}$$

Vậy quãng đường cần tìm là  $50$  m.

**Câu 19:** Một công ti trung bình bán được  $600$  chiếc máy lọc không khí mỗi tháng với giá  $10$  triệu đồng một chiếc. Một khảo sát cho thấy nếu giảm giá bán mỗi chiếc  $400$  nghìn đồng, thì số lượng bán ra tăng thêm khoảng  $60$  chiếc mỗi tháng. Gọi  $P$  (triệu đồng) là giá của mỗi máy,  $x$  là số máy bán ra. Khi đó, hàm cầu là  $P = P(x)$  và hàm doanh thu là  $R(P) = Px$ . Hỏi công ti phải bán mỗi chiếc với số tiền bao nhiêu triệu đồng để doanh thu là lớn nhất?

**Lời giải**

**Đáp án :** 7

Doanh thu = Số lượng x Giá bán

parabol có phương trình  $f(x) = (600 + 60x)(10 - 0,4x) = 6000 - 240x + 600x - 24x^2$

$$f(x) = -24x^2 + 360x + 6000$$

$$f'(x) = -48x + 360 = 0 \Rightarrow x = \frac{15}{2}$$

$$f\left(\frac{15}{2}\right) = -24x^2 + 360x + 6000 = 7350$$

Doanh thu lớn nhất

$$10 - 0,4x = 10 - 0,4 \cdot \frac{15}{2} = 7$$

Giá bán:

**Câu 20:** Trong một đợt kiểm tra sức khỏe tại trường có 200 học sinh được xét nghiệm một loại virus. Trong đó, biết rằng có 80 bạn thật sự bị nhiễm virus. Nếu một bạn bị nhiễm, thì xét nghiệm cho kết quả dương tính (tức là phát hiện đúng bệnh) với xác suất 90%. Nếu một bạn không bị nhiễm, thì xét nghiệm vẫn có thể báo nhầm là dương tính (gọi là dương tính giả), với xác suất 5%. Giả sử một bạn có kết quả xét nghiệm dương tính. Hỏi xác suất để bạn đó thật sự bị nhiễm virus là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**Lời giải**

**Đáp án :** 0,92

Gọi  $N$  là xác suất bị nhiễm và  $D$  là dương tính

$$P(N) = \frac{80}{200} \Rightarrow P(\bar{N}) = 1 - \frac{80}{200} = \frac{120}{200},$$

$$P(D/N) = 0,9; P(D/\bar{N}) = 0,05$$

$$P(D) = \frac{80}{200} \cdot 0,9 + \frac{120}{200} \cdot 0,05 = 0,39$$

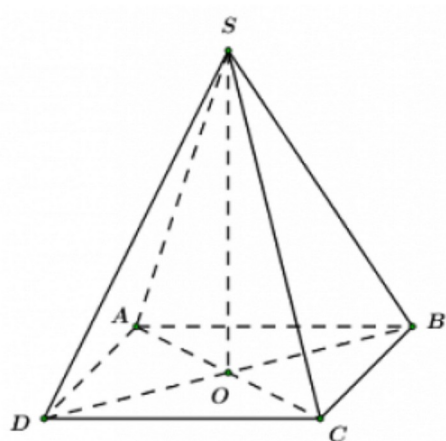
$$P(N/D) = \frac{P(N) \cdot P(D/N)}{P(D)} = \frac{\frac{80}{200} \cdot 0,9}{0,39} = 0,92$$

**Câu 21:** Một chiếc lều hình chóp có đáy là hình vuông, mỗi cạnh dài 200cm. Đỉnh lều nằm thẳng đứng phía trên tâm của hình vuông và chiều cao của chiếc lều là 206cm. Người ta dùng 4 cọc bằng nhau nối từ 4 góc của đáy đến đỉnh lều để dựng lều. Chiều dài tối thiểu của mỗi cây cọc là bao nhiêu centimet (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của cm)?

**Lời giải**

**Đáp số:** 250cm.

Ta thấy chiếc lều có hình dạng là hình chóp tứ giác đều (như hình vẽ).



$$OC = \frac{AB \cdot \sqrt{2}}{2} = 100\sqrt{2}.$$

Tam giác  $SOC$  vuông ở  $O$  có:  $SC = \sqrt{SO^2 + OC^2} = \sqrt{(206)^2 + (100\sqrt{2})^2} \approx 250 \text{ cm}.$

**Câu 22:** Một giáo viên theo dõi sự tiến bộ của học sinh qua thang đo điểm, được mô hình hoá bằng hàm số  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  với  $a, b, c$  là các hệ số. Trong đó,  $x$  ( $0 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N}$ ) là số tháng kể từ đầu năm học và  $f(x)$  là điểm trong tháng thứ  $x$ . Qua theo dõi, giáo viên ghi nhận tháng đầu tiên học sinh đạt 19 điểm, sau đó giảm trong tháng thứ hai và đến tháng thứ ba học sinh đạt mức điểm thấp nhất trong năm học, là 3 điểm. Kể từ tháng thứ ba trở đi, điểm của học sinh tăng lên. Tính điểm của học sinh đó ở tháng thứ sáu.

**Lời giải**

**Đáp số: 84.**

$$f(1) = 19 \Rightarrow a + b + c = 18$$

Ta có:

Tháng thứ 3 học sinh đạt mức điểm thấp nhất là 3 điểm nên  $f(3) = 3 \Leftrightarrow 9a + 3b + c = -24$

Ta có:  $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ . Vì tháng 3 là học sinh đạt điểm thấp nhất nên  $x = 3$  là điểm cực trị

của hàm số  $f(x) \Rightarrow f'(3) = 0$

$$\Leftrightarrow 6a + b = -27$$

$$\begin{cases} a + b + c = 18 \\ 9a + 3b + c = -24 \\ 6a + b = -27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -9 \\ c = 30 \end{cases}$$

Ta có hệ phương trình

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 30 \Rightarrow f(6) = 84.$$

Do đó

**HẾT**