

ĐỀ 1**ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP NĂM 2026****MÔN: TOÁN***Thời gian làm bài: 90 phút*

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$.

A. $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$

B. $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$

C. $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$

D. $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^2 f(x) dx = 9$, $\int_2^4 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.

A. $\frac{9}{4}$

B. 13

C. 5

D. 36

Câu 3: Cho hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1 :

Nhóm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Tần số	1	2	10	15	2

M_2 :

Nhóm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Tần số	0	1	15	13	1

Gọi s_1^2, s_2^2 lần lượt là phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 . Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $s_1^2 = 2s_2^2$

B. $s_1^2 = \frac{15}{8}s_2^2$

C. $s_1^2 = \frac{9}{5}s_2^2$

D. $3s_1^2 = s_2^2$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1 \\ y=2+3t; (t \in \mathbb{R}) \\ z=5-t \end{cases}$. Véc tơ nào dưới đây là véc tơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_1 = (0; 3; -1)$

B. $\vec{u}_2 = (1; 3; -1)$

C. $\vec{u}_3 = (1; -3; -1)$

D. $\vec{u}_4 = (1; 2; 5)$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, có $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

Câu 6: Giải bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$.

- A. $x > 3$ B. $\frac{1}{3} < x < 3$ C. $x < 3$ D. $x > \frac{10}{3}$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$ B. $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$ C. $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$ D. $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$?

- A. (SAB) B. (SBC) C. (SCD) D. (SBD) .

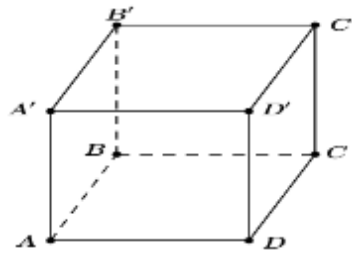
Câu 9: Giải phương trình $\log_4(x-1) = 3$.

- A. $x = 63$ B. $x = 65$ C. $x = 80$ D. $x = 82$

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 22 B. 17 C. 12 D. 250

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Số các véc tơ có điểm đầu, điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng véc tơ $\overrightarrow{AB}$ là



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 12: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-1		3		$-\infty$

- A. $y = \frac{x+2}{x}$ B. $y = -x^3 + 3x + 1$ C. $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 1}$ D. $y = x^3 - 3x$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2x - \sin 2x$.

- a) Trên đoạn $[0; 2\pi]$ hàm số có 2 cực trị.
b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2\pi]$ là $f(2\pi)$.

- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f'(x)$ là -1 .
- d) $f'(x) = 2 - 2 \cos 2x$.

Câu 2: Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu $5m$. Một ô tô A đang chạy với vận tốc $16 m/s$ thì gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s , thời gian t tính bằng giây). Khi đó

- a) Thời điểm xe ô tô A dừng lại là $4s$.
- b) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị mét) mà ô tô A đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 4$) kể từ

$$S(t) = \int_0^t v(t) dt$$

khi hãm phanh được tính theo công thức

- c) Từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại xe ô tô A đi được quãng đường $32m$.
- d) Khoảng cách an toàn tối thiểu giữa xe ô tô A và ô tô B là $37m$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7), B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$

- a) Mặt phẳng trung trực (Q) của đoạn thẳng AB có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; -3)$.
- b) Phương trình đường thẳng giao tuyến d của hai mặt phẳng (P) và (Q) là $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.
- c) Nếu điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA = MB$ thì $M \in d$.
- d) Điểm $C(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $CA = CB = \sqrt{35}$. Nếu a là số nguyên thì $OC = 2\sqrt{2}$.

Câu 4: Bạn An có 2 cuốn sách môn Toán, 3 cuốn sách môn Vật lí, 3 cuốn sách môn Hoá học, các cuốn sách đôi một khác nhau. Giá sách của bạn An chỉ có 1 hàng gồm 3 ngăn liền nhau. Bạn An xếp các cuốn sách trên vào giá sách sao cho mỗi ngăn chỉ có một môn.

- a) Số cách xếp 2 cuốn sách môn Toán trong một ngăn là $2!$.
- b) Số cách xếp 3 cuốn sách môn Vật lí trong một ngăn là 3 .
- c) Số cách xếp 3 cuốn sách môn Hoá học trong một ngăn là $3!$.
- d) Số cách xếp các cuốn sách sao cho mỗi ngăn chỉ có một môn là 432 .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 2: Thống kê thời gian tự học môn Toán của 400 học sinh lớp 12 trong một ngày ta được kết quả trong bảng ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	x	120	y	70	60

Biết rằng x, y là các số nguyên dương và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng $\frac{845}{21}$. Khi đó, thời gian tự học trung bình của 400 học sinh (tính theo mẫu số liệu ghép nhóm trên) là bao nhiêu phút?

$Oxyz$

$A(-800; -40; 10)$

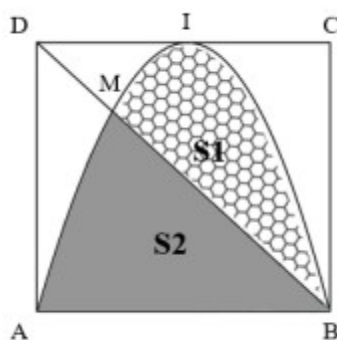
Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ , một máy bay đang ở vị trí và

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases}, t \in \mathbf{R}$$

chuyển động theo đường thẳng có phương trình . Tìm giá trị của ứng với vị

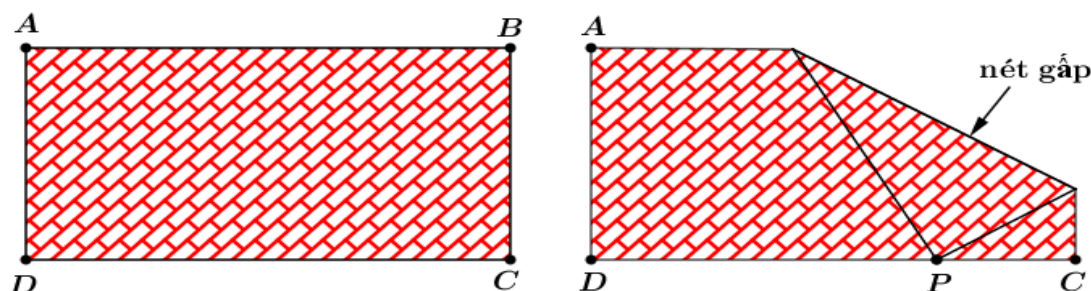
trí của máy bay.

Câu 4: Một biển quảng cáo có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh bằng $4m$ và I là trung điểm của đoạn thẳng CD . Trên tấm biển đó có đường parabol đỉnh I đi qua A, B và cắt đường chéo BD tại M .



Chi phí sơn phần tô hình tổ ong là 200000 đồng/ m^2 , chi phí sơn phần tô đậm là 150000 đồng/ m^2 và phần còn lại là 120000 đồng/ m^2 . Số tiền cần chi trả để sơn tấm biển quảng cáo là bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 5: Một tấm vải polyester hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 7(m)$ và chiều rộng $BC = 4(m)$. Người ta muốn gấp một lần sao cho đỉnh B của mảnh vải trùng với điểm P trên cạnh CD (tham khảo hình vẽ). Khi đó nét gấp có độ dài ngắn nhất bằng bao nhiêu (đơn vị được tính theo mét và làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Câu 6: Có 40 tấm thẻ kích thước như nhau và đánh số thứ tự lần lượt từ 1 đến 40 (mỗi tấm thẻ chỉ ghi một số nguyên dương, hai thẻ khác nhau ghi hai số khác nhau). Một người lần lượt rút hai thẻ (rút không hoàn lại). Tính xác suất lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố.

ĐỀ 2

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP NĂM 2026

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.

$$f(x) = 7^x$$

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số

A. $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C.$ B. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C.$ C. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C.$ D. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C.$

A. $\int_0^1 f(x) dx = 6$ B. $\int_0^1 g(x) dx = 12$ C. $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx$

Câu 2: Nếu , thì bằng

A. 6. B. 72. C. 18. D. 12.

Câu 3: Thời gian chờ khám của các bệnh nhân tại một phòng khám được cho trong bảng sau

Thời gian (phút)	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$
Số bệnh nhân	3	12	15	8

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 7,71. B. 14,50. C. 6,70. D. 6,79.

Oxyz,

Câu 4: Trong không gian tọa độ phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases} ?$$

thẳng

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$

$$y = f(x) \quad \square \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$$

Câu 5: Cho hàm số xác định trên $\square$, có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.
- D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

- A. $(10; +\infty)$.
- B. $(0; +\infty)$.
- C. $[10; +\infty)$.
- D. $(-\infty; 10)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

- A. $d = \frac{5}{9}$
- B. $d = \frac{5}{29}$
- C. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$
- D. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SAB) ?

- A. (SAB) .
- B. (SBC) .
- C. (SCD) .
- D. (SBD) .

Câu 9: Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$

- A. $x = 9$
- B. $x = 3$
- C. $x = 4$
- D. $x = 10$

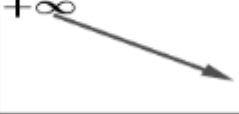
Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 4.
- B. -6.
- C. 10.
- D. 6.

Câu 11: Trong không gian cho 3 điểm M, N, P phân biệt. Tính $\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MN}$.

- A. $\overrightarrow{NM}$.
- B. $\overrightarrow{MN}$.
- C. $\overrightarrow{NP}$.
- D. $\overrightarrow{PN}$.

Câu 12: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	1 		$+\infty$ 

A. $y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$

B. $y = \frac{x + 1}{x - 2}$

C. $y = x^3 + 3x^2$

D. $y = \frac{x - 1}{x + 2}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

$$y = f(x) = \ln(4ex - x^2).$$

Câu 1: Cho hàm số

a) $f(e) = 3$.

b) Hàm số có tập xác định là $[0; 4e]$.

c) Phương trình $f'(x) = 0$ có một nghiệm $x = 2e$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1; 3e]$ có dạng $a \ln 2 + b$ thì $a + b = 4$.

Câu 2: Một xe ô tô đang chạy với tốc độ 72 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 mét. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10t + 20$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Xe ô tô đó va vào chướng ngại vật ở trên đường.

d) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y + 6)^2 + z^2 = 50$ có tâm I và điểm $K(1; -3; 0)$.

a) Mặt cầu (S) có bán kính $R = 5\sqrt{2}$.

b) Điểm K thuộc mặt cầu (S) .

c) Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) đến điểm K bằng 10 .

d) Xét các điểm M thuộc (S) sao cho $\angle KMI$ lớn nhất. Khi đó, giá trị của MK bằng $2\sqrt{10}$.

Câu 4: Một hộp chứa 18 quả cầu có kích thước và khối lượng như nhau, trong đó có 4 quả cầu màu xanh được đánh số từ 1 đến 4, có 6 quả cầu màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6, có 8 quả cầu màu vàng được đánh

số từ 1 đến 8. Lấy ngẫu nhiên 2 quả cầu từ hộp.

- a) Có 20 cách lấy 2 quả cầu khác số, trong đó có 1 quả cầu màu xanh và 1 quả cầu màu đỏ.
 b) Có 24 cách lấy 2 quả cầu khác số, trong đó có 1 quả cầu màu xanh và 1 quả cầu màu vàng.
 c) Có 42 cách lấy 2 quả cầu khác số, trong đó có 1 quả cầu màu đỏ và 1 quả cầu màu vàng.

- d) Xác suất để 2 quả cầu được lấy vừa khác màu vừa khác số là $\frac{86}{153}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một hộp bánh có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 10cm$, $AD = 20cm$, $AA' = 30cm$. Số đo góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$ bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

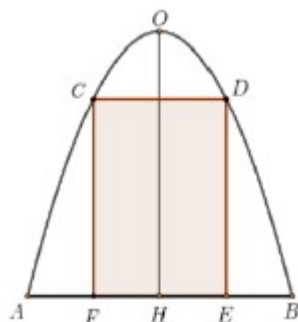
Câu 2: Người ta ghi chép lại trọng lượng (gam) một loại cá rô được nuôi trong ao theo một chế độ đặc biệt sau 6 tháng, họ có bảng tần số ghép nhóm sau:

Trọng lượng	$[60; 70)$	$[70; 80)$	$[80; 90)$	$[90; 100)$	$[100; 110)$	$[110; 120)$
Số cá	13	24	55	61	31	16

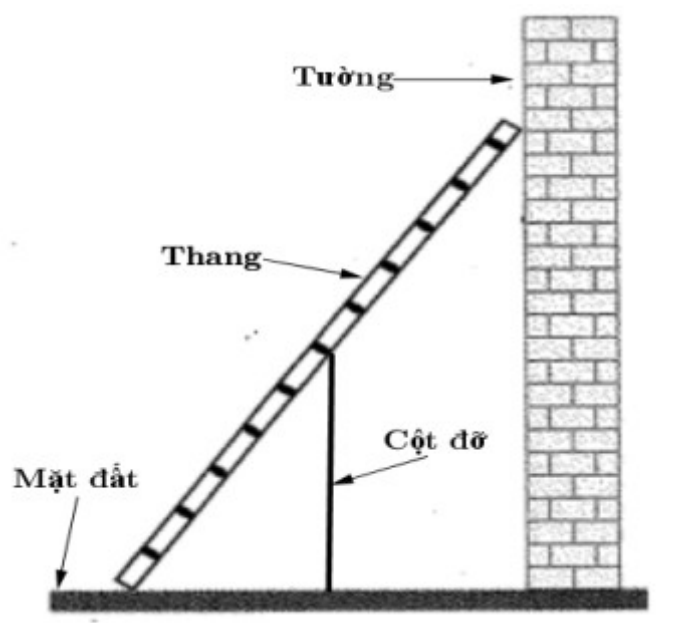
Tìm trung vị của mẫu số liệu (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 3: Khi đặt hệ tọa độ O_{xyz} vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

Câu 4: Một cái cổng được giới hạn bởi đoạn thẳng AB và một phần parabol đi qua hai điểm A, B có trục đối xứng là đường thẳng OH . Biết rằng $AB = OH = 4$ mét. Người ta dự kiến đặt một cánh cửa hình chữ nhật $CDEF$, trong đó C, D nằm trên parabol còn E, F nằm trên đoạn AB . Cánh cổng có chi phí là 200 nghìn đồng/mét vuông. Phần còn lại của cổng được trang trí hoa văn với chi phí 300 nghìn đồng/ mét vuông. Tổng chi phí thấp nhất để đặt làm cánh cửa và trang trí là bao nhiêu nghìn đồng?



Câu 5: Ông An muốn dựa chiếc thang vào tường và mặt đất ngang qua cột đỡ. Biết cột đỡ cao $2(m)$, song song với tường và cách tường $2(m)$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó chiều dài của chiếc thang có độ dài ngắn nhất bằng bao nhiêu (đơn vị được tính theo mét và làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Câu 6: Tất cả các học sinh của trường Hạnh Phúc đều tham gia câu lạc bộ bóng chuyền hoặc bóng rổ, mỗi học sinh chỉ tham gia đúng một câu lạc bộ. Có 60% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng chuyền và 40% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng rổ. Số học sinh nữ chiếm 65% trong câu lạc bộ bóng chuyền và 25% trong câu lạc bộ bóng rổ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất chọn được học sinh nữ là bao nhiêu?

ĐỀ 3	ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP NĂM 2026 MÔN: TOÁN <i>Thời gian làm bài: 90 phút</i>
------	--

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

- A. $x^4 + x^2 + C$ B. $3x^2 + 1 + C$ C. $x^3 + x + C$ D. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$

Câu 2: Tính $\int_0^1 4x^3 dx$

- A. 0. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 3: Mỗi ngày bác Hoa đều đi bộ để rèn sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Hoa trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 5; 3, 0)	[3, 0; 3, 5)	[3, 5; 4, 0)	[4, 0; 4, 5)	[4, 5; 5, 0)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 0,9. B. 0,96. C. 0,97. D. 0,8.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{2}$ có một vector chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (3; -1; 5)$ B. $\vec{u}_4 = (1; -1; 2)$ C. $\vec{u}_2 = (-3; 1; 5)$ D. $\vec{u}_3 = (1; -1; -2)$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x] = 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận xiên.
 B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận xiên.
 C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận xiên là các đường thẳng $y = x$ và $y = -x$.
 D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận xiên là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23} < 9$ là:

- A. $(-5; 5)$. B. $(-\infty; 5)$. C. $(5; +\infty)$. D. $(0; 5)$.

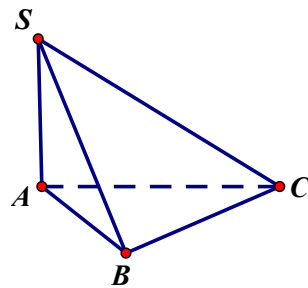
Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

- A. $x + y + 2z - 3 = 0$ B. $x + y + 2z - 6 = 0$
 C. $x + 3y + 4z - 7 = 0$ D. $x + 3y + 4z - 26 = 0$

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0; 1; 1)$ và nhận vectơ $\vec{AB} = (1; 1; 2)$ là vectơ pháp tuyến
 $(P): 1(x-0) + 1(y-1) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 3 = 0$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = \sqrt{2}a$.



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

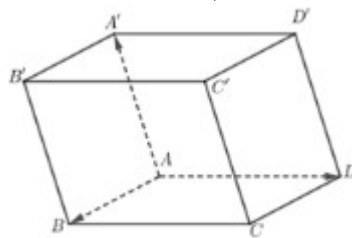
Câu 9: Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực.

A. $m \geq 1$. B. $m \geq 0$. C. $m > 0$. D. $m \neq 0$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. B. -4. C. 4. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó, $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ bằng



A. $\overrightarrow{AD'}$. B. $\overrightarrow{AB'}$. C. $\overrightarrow{AC'}$. D. $\overrightarrow{AC}$.

Câu 12: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$-\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$

A. $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x - 2}$ B. $y = \frac{x + 1}{x - 2}$ C. $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$ D. $y = -x^3 + x^2 - 5x$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 3}$.

$$f'(x) = \frac{2x^2 + 12x - 14}{(x + 3)^2}$$

a) Hàm số có đạo hàm

$$\Delta: y = 2x - 3$$

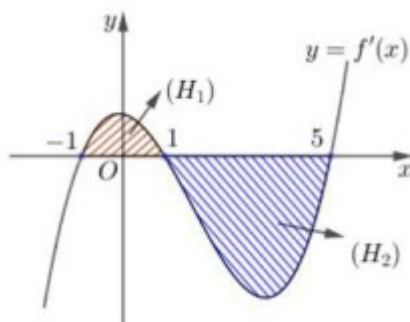
b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng .

$$I(3;3)$$

c) Đồ thị hàm số nhận điểm làm tâm đối xứng.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 3}$ cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại A, B . Khi đó diện tích của tam giác OAB lớn hơn 2.

Câu 2: Cho hàm số đa thức $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Biết $f(-1) = -\frac{43}{4}$, diện tích hình phẳng $(H_1), (H_2)$ lần lượt bằng 20 và 128.



a) Giá trị của $\int_{-1}^5 f'(x) dx$ bằng 148.

b) Giá trị của $f(5)$ bằng $-\frac{475}{4}$.

c) Giá trị của $f(2)$ bằng -4.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ và $y = -\frac{3}{2}x^2 + 15x$, trục tung và đường thẳng $x = 5$ bằng $\frac{625}{2}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;1;-1)$, $B(4;-1;2)$, $C(1;3;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 2y - z - 12 = 0$.

a) Đường thẳng BC không nằm trên mặt phẳng (α) .

b) Mặt cầu tâm $I(-4;4;-1)$, tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) có bán kính bằng $\frac{26}{\sqrt{5}}$.

c) Đường thẳng AC có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$$
.

d) Với điểm $M \in (\alpha)$ thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}|$ bằng $\frac{3}{\sqrt{21}}$.

Câu 4: Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh”;

B: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán”.

a) $P(A) = 0,4$

b) $P(B) = 0,625$

c) $P(A|B) = 0,75$

d) $P(B|A) = 0,48$

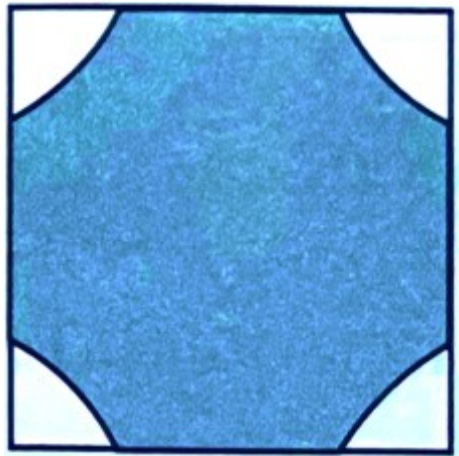
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 4$, $AC = 5$, $AA' = 6$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CB' bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 2: Sự tăng trưởng dân số được ước tính theo công thức tăng trưởng mũ sau: $A = Pe^{rt}$ trong đó P là dân số của năm lấy làm mốc, A là dân số sau t năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Biết rằng vào năm 2024, dân số toàn thành phố Đà Nẵng khoảng 2,47 triệu người và tỉ lệ tăng dân số là 1,27%. Nếu tỉ lệ tăng dân số này giữ nguyên thì dân số của thành phố Đà Nẵng vào năm 2030 khoảng bao nhiêu triệu người (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

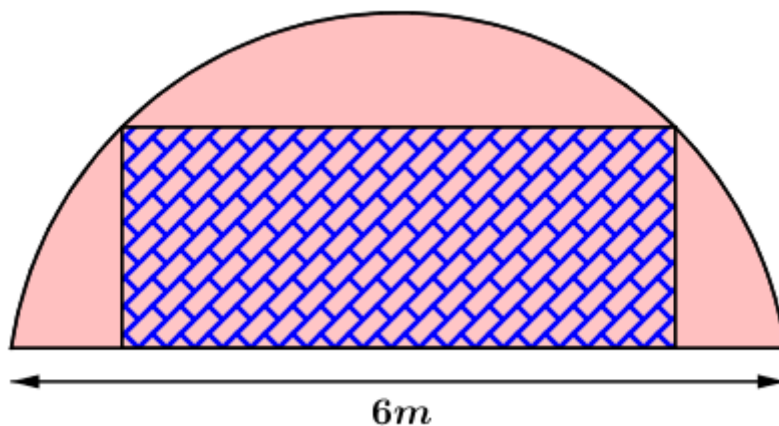
Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo trên các trục là kilomet, một ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1000; 600; 14)$ đến điểm N trong 30 phút. Nếu đến N máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $Q(1400; 800; 16)$. Biết một khẩu pháo ở tọa độ vị trí điểm $E(100; 150; 9,5)$ được bắn ra với vận tốc không đổi gấp 5 lần vận tốc máy bay nhằm bắn trúng máy bay tại vị trí điểm N . Sau bao nhiêu phút khi máy bay bay từ M thì người điều khiển pháo phải bắn?

Câu 4: Người ta thiết kế một mẫu gạch lát nền nhà có dạng hình vuông cạnh 4 dm . Bốn góc viên gạch màu trắng, phần ở giữa màu xanh



Đường viền của phần màu xanh bao gồm bốn đoạn thẳng nằm trên các cạnh hình vuông và bốn đường cong có tính chất: Tích khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường cong đó đến hai trục đối xứng của viên gạch bằng 2 dm . Hãy cho biết phần màu xanh có diện tích bằng bao nhiêu decimét vuông?

Câu 5: Từ một tấm tôn hình bán nguyệt có đường kính $6m$, người ra muốn cắt ra một tấm tôn hình chữ nhật có một cạnh nằm trên đường kính của hình bán nguyệt (tham khảo hình vẽ). Biết hình chữ nhật có diện tích lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất của hình chữ nhật đó.



Câu 6: Một xí nghiệp mỗi ngày sản xuất ra 2000 sản phẩm trong đó có 39 sản phẩm lỗi. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai sản phẩm không hoàn lại để kiểm tra. Tính xác suất của biến cố: Sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

ĐỀ 4	ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP NĂM 2026 MÔN: TOÁN <i>Thời gian làm bài: 90 phút</i>
-------------	--

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

- A. $e^x + x^2 + C$.
 B. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$.
 C. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}e^x + C$.
 D. $e^x + 1 + C$.

Câu 2: Nếu $\int_1^4 f(x) dx = -2$ thì giá trị của $I = \int_1^4 \left[\frac{3}{2} f(x) + 1 \right] dx$ bằng

A. -2. B. -6. C. 0. D. 3.

Câu 3: Thống kê điểm môn Toán của một số học sinh trong đợt khảo sát lần 1, ta được kết quả như bảng sau:

Điểm	[6, 5; 7)	[7; 7, 5)	[7, 5; 8)	[8; 8, 5)	[8, 5; 9)	[9; 9, 5)	[9, 5; 10)
Số học sinh	7	10	17	24	13	8	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên bằng

A. 3,5. B. 16,5. C. 3. D. 2.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2; -1; 2)$. B. $M(-1; -2; -3)$. C. $P(1; 2; 3)$. D. $N(-2; 1; -2)$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	3 $\nearrow$ $+\infty$		$-\infty$ $\nearrow$ 3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

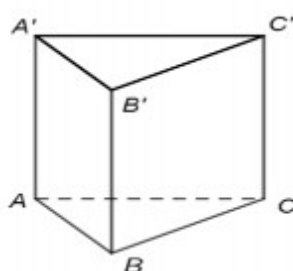
Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là

A. $(-\infty; \log_3 2)$. B. $(\log_3 2; +\infty)$. C. $(-\infty; \log_2 3)$. D. $(\log_2 3; +\infty)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$; $B(0; -2; 0)$; $C(0; 0; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (ABC) ?

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$. B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

Câu 8: Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 4$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng



A. $2\sqrt{2}$. B. 2. C. $4\sqrt{2}$. D. 4.

Câu 9: Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là

A. $x = \frac{5}{2}$ B. $x = 2$ C. $x = \frac{3}{2}$ D. $x = 3$

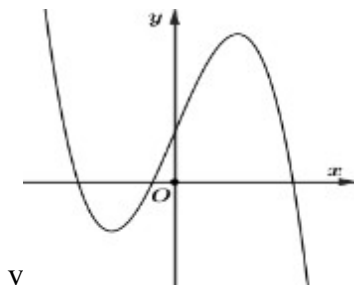
Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 4$. Giá trị của u_2 bằng

A. 64. B. 81. C. 12. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 11: Cho hai vector $\vec{u}, \vec{v}$ có $|\vec{u}| = 3, |\vec{v}| = 4$ và góc giữa hai vector $\vec{u}, \vec{v}$ bằng 60° . Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

A. 12. B. 6. C. -12. D. -6.

Câu 12: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x + 1$ B. $y = \frac{2x+1}{x+4}$ C. $y = -x^3 + 3x + 1$ D. $y = \frac{x^2 + 3x - 5}{x - 1}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) ($x \geq 0$). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng (*Nguồn: R. Larson anh B Edwards, Calculus 10e, Cangage*). Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 tỷ đồng.

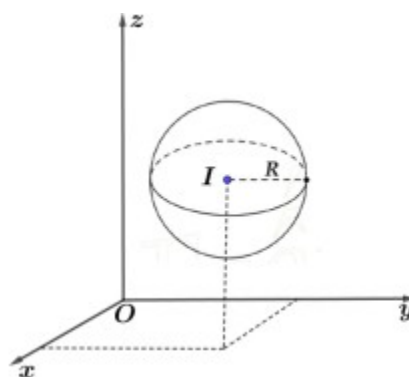
$$T(x) = -10x^2 + 300x + 10000.$$

- a) Doanh thu của tất cả các gian hàng được biểu diễn bởi hàm số
- b) Doanh thu của tất cả các gian hàng khi người đó tăng giá thêm 12 triệu đồng là 12 tỷ 250 triệu đồng.
- c) Doanh thu cao nhất của tất cả các gian hàng mà người đó có thể thu về là 12 tỷ 250 triệu đồng.
- d) Để doanh thu của tất cả gian hàng cao nhất thì mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.

Câu 2: Vào năm 2014, dân số nước ta khoảng $90,7$ triệu người. Giả sử, dân số nước ta sau t năm được xác định bởi hàm số $S(t)$ (đơn vị: triệu người), trong đó tốc độ gia tăng dân số được cho bởi $S'(t) = 1,2698e^{0,014t}$, với t là số năm kể từ năm 2014, $S'(t)$ tính bằng triệu người / năm.

- $S(t)$ là một nguyên hàm của $S'(t)$.
- $S(t) = 90,7e^{0,014t} + 90,7$.
- Theo công thức trên, tốc độ tăng dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng phần mười của triệu người / năm) khoảng $1,7$ triệu người / năm.
- Theo công thức trên, dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu người) khoảng 120 triệu người.

Câu 3: Hình vẽ dưới đây mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí $I(1; 2; 2)$ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) và được thiết kế với đường kính phủ sóng là 10000 m



- Bán kính vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại là 5 km .
- Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới miền bên trong và bên ngoài vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 25$.
- Điểm $A(1; 2; 6)$ nằm trong vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại.
- Nhà bạn Dũng và bạn Nam có vị trí tọa độ lần lượt là $M(1; 2; 7)$ và $N(5; 5; 5)$. Nếu cả hai bạn Dũng và bạn Nam dùng điện thoại tại nhà thì đều có thể sử dụng dịch vụ của trạm phát sóng điện thoại này.

Câu 4: Trong một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng bàn có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn (lấy không hoàn lại) trong hộp.

- Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{10}$.
- Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là $\frac{1}{19}$.
- Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{190}$.

d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là $\frac{189}{190}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=10, AD=20$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BD bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 2: Giả sử chi phí đặt hàng và vận chuyển C (đơn vị: triệu đồng) của một linh kiện được sử dụng

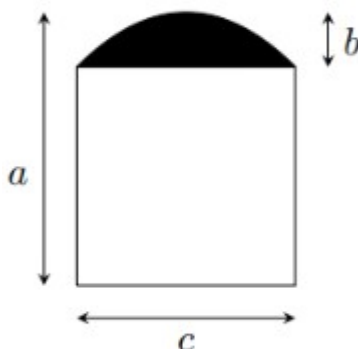
$$C = \frac{19200000}{x^2} + \frac{27x}{x+3000}, x \geq 1$$

trong sản xuất một sản phẩm được xác định theo công thức

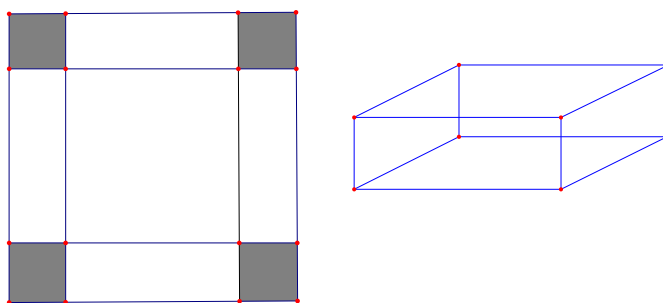
Trong đó x là số linh kiện được đặt hàng và vận chuyển. Tìm x để chi phí đặt hàng và vận chuyển cho mỗi linh kiện trên là nhỏ nhất.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$. Xét đường thẳng Δ cắt d và (P) tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của MN . Biết véc tơ $\vec{u} = (1; a; b)$ là một véc tơ chỉ phương của Δ . Tính $a+b$.

Câu 4: Nhà bạn Minh cần làm một cái cửa có dạng như hình vẽ, nửa dưới là hình vuông, phần phía trên (phần tô đen) là một Parabol. Biết các kích thước $a=2.5m, b=0.5m, c=2m$. Biết số tiền để làm cửa là 1 triệu đồng. Số tiền để cửa là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn 1 số thập phân sau dấu phẩy)?



Câu 5: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 24 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Thể tích của hộp đó lớn nhất bằng bao nhiêu?



Câu 6: Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỷ lệ nhân viên nữ có bằng đại học là 30% và tỷ lệ nhân viên nam có bằng đại học là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 nhân viên nam và 1 nhân viên nữ của doanh nghiệp. Biết rằng chỉ một trong hai nhân viên có bằng đại học, tính xác suất người đó là nhân viên nữ. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)

ĐỀ 5

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP NĂM 2026

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.

Câu 1: Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int (2 + f(x))dx$ bằng

A. $x + x^3 + C$. B. $x^2 + x^3 + C$. C. $2x + x^3 + C$. D. $2x + \frac{x^4}{4} + C$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $[-1; 2]$, $f(-1) = 8; f(2) = -1$. Tích phân $\int_{-1}^2 f'(x)dx$ bằng

A. 7. B. 1. C. 9. D. -9.

Câu 3: Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

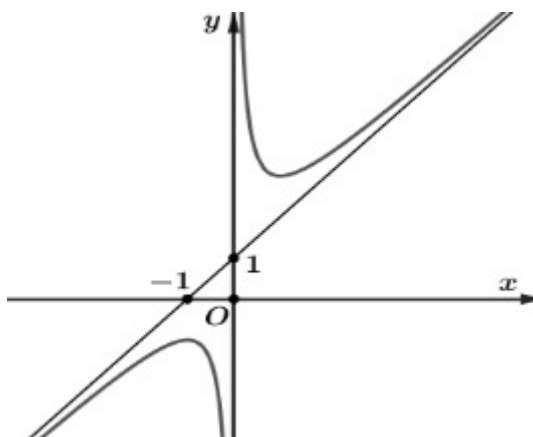
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 5,98. B. 6. C. 2,44. D. 2,5.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau.



Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y = x - 1$.

B. $y = x + 1$.

C. $y = x$.

D. $x = 0$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 5$ là

A. $(-\infty; \log_2 5)$.

B. $(\log_5 2; +\infty)$.

C. $(-\infty; \log_5 2)$.

D. $(\log_2 5; +\infty)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz) ?

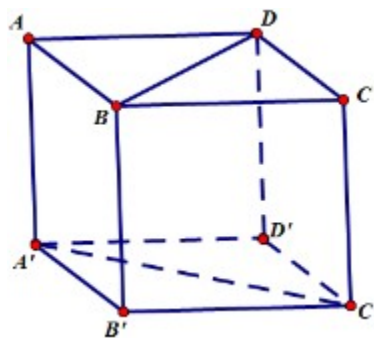
A. $y = 0$

B. $x = 0$

C. $y - z = 0$

D. $z = 0$

Câu 8: Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng



A. $\sqrt{3}a$

B. a

C. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$

D. $\sqrt{2}a$

Câu 9: Nghiệm của phương trình $2^{2x-3} = 2^x$ là

A. $x = 8$.

B. $x = -8$.

C. $x = 3$.

D. $x = -3$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 4$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_4 bằng

A. 54.

B. 135.

C. 108.

D. 27.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$ với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz . Tọa độ của vectơ $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ là

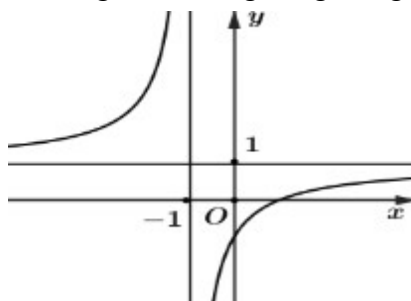
A. $(-1; -1; 1)$.

B. $(-1; 1; 1)$.

C. $(1; 1; -1)$.

D. $(1; -1; 1)$.

Câu 12: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

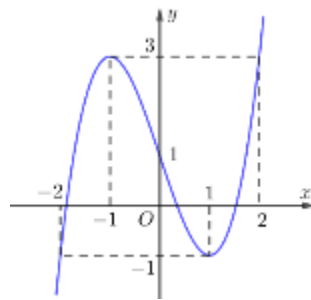
B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

C. $y = x^3 + 3x$.

D. $y = \frac{x^2 + 5x - 2}{x - 1}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:

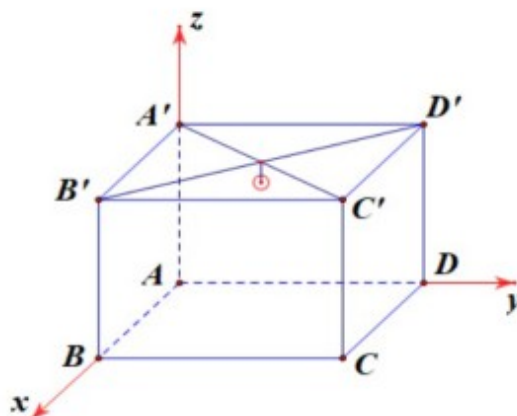


- a) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- b) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
- c) Trên đoạn $[-2; 2]$, hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 2.
- d) $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_1^3 f(x) dx = 2$.

- a) $\int_1^3 3f(x) dx = 6$.
- b) Nếu $\int_2^3 f(x) dx = -1$ thì $\int_1^2 f(x) dx = 1$.
- c) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ thỏa mãn $F(1) = 3$ thì $F(3) = 1$.
- d) $\int_1^3 \frac{xf(x) + x^2 - 1}{x} dx = a + b \ln 3$, ($a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$). Ta có $a + b = 5$.

Câu 3: Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = 6m$, $AD = 7m$, $AA' = 3,5m$. Một bóng đèn được treo ở vị trí chính giữa trần nhà của phòng học và cách trần nhà $0,5m$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc O trùng với điểm A , các điểm B , D , A' lần lượt nằm trên các tia Ox , Oy , Oz .



- a) Điểm D có tọa độ là $(0; 7; 0)$.
- b) Các điểm C, D có tung độ bằng nhau.
- c) Vectơ $\overrightarrow{C'D'}$ có tọa độ $(6; 0; 0)$.

d) Bóng đèn nằm tại vị trí có tọa độ $(3; 3, 5; 3, 5)$.

Câu 4: Cho hai biến cố A và B có $P(\overline{AB}) = 0,2; P(AB) = P(A\overline{B}) = 0,3$.

a) Xác suất của biến cố A là $0,5$.

b) Xác suất của biến cố B là $0,5$.

c) A và B là hai biến cố độc lập.

d) Xác suất của biến cố $\overline{AB}$ là $0,25$.

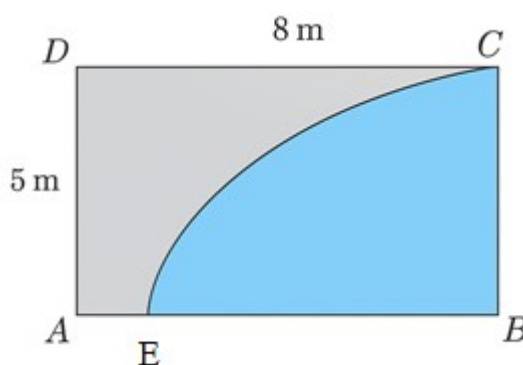
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và AA' . Cho biết $AB = 2, BC = \sqrt{13}, CC' = 4$. Tính số đo độ của góc nhị diện $[A, CE, F]$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

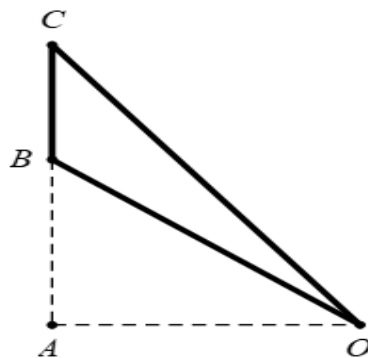
Câu 2: Trong một môi trường giới hạn, số lượng một loài sinh vật được cho bởi công thức $P(t) = \frac{100000}{1 + 4e^{-t}}$ trong đó thời gian t tính theo đơn vị năm. Tính thời gian cần thiết (theo đơn vị năm) để số lượng loài sinh vật đó đạt 80000 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 3: Xét trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay đặt ở gốc tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục là ki-lô-mét. Một máy bay chuyển động theo đường thẳng, bay qua hai vị trí $A(-500; -300; 500)$ và $B(-200; -200; 450)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất, tọa độ của máy bay là $(a; b; c)$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$.

Câu 4: Sân vườn sau nhà dạng hình chữ nhật $ABCD$ với các kích thước lần lượt là $5m$ và $8m$, anh Thắng muốn thiết kế thành một không gian thư giãn. Để tạo điểm nhấn cho ngôi nhà mới xây, anh dự định chia khoảng sân thành hai phần có diện tích bằng nhau phân chia bởi một phần đường cong parabol đi qua điểm C và có đỉnh E nằm trên cạnh AB . Phần màu xanh làm bể bơi, phần màu nâu để trồng hoa và cây cảnh. Hỏi điểm E cách điểm A bao nhiêu mét?



Câu 5: Một màn hình hình chữ nhật chiều cao $CD = 140(cm)$ được treo sao cho mép dưới của màn hình nằm ở độ cao $AB = 180(cm)$ với tầm mắt người xem (tham khảo hình vẽ). Để góc nhìn thấy màn hình là lớn nhất (nghĩa là nhìn rõ nhất), khi đó vị trí người đứng cách chân tường (nơi màn hình được gắn) bằng bao nhiêu mét?



Câu 6: Một hộp chứa 9 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 9 . Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp, xem số rồi bỏ ra ngoài. Nếu thẻ đó được đánh số chẵn, An cho thêm vào hộp thẻ số $10, 11$; ngược lại, An cho thêm vào hộp thẻ số $12, 13, 14$. Sau đó, Bạn Việt lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 3 thẻ từ hộp. Gọi X là tích các số trên thẻ Việt lấy ra. Tính xác suất của biến cố An lấy được thẻ ghi số chẵn biết rằng X chia hết cho 2 . (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)

ĐỀ 6**ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP NĂM 2026****MÔN: TOÁN***Thời gian làm bài: 90 phút*

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.

Câu 1: Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$ là:

A. $\int f(x) dx = \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{5}{2} x^{\frac{2}{5}} + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} x^{\frac{1}{2}} + C$

Câu 2: Nếu $\int_{-1}^5 f(x) dx = -3$ và $\int_{-1}^5 g(x) dx = 5$ thì $\int_{-1}^5 [2f(x) - 3g(x)] dx$ bằng

A. -9 .

B. -21 .

C. 21 .

D. 9 .

Câu 3: Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong bảng dưới đây.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40 ; 45)	42,5	4
[45 ; 50)	47,5	14
[50 ; 55)	52,5	8
[55 ; 60)	57,5	10
[60 ; 75)	62,5	6
[65 ; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 53,2.

B. 46,1.

C. 30.

D. 11.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và song song với đường

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-5}{-1}$$

thẳng

có phương trình tham số là

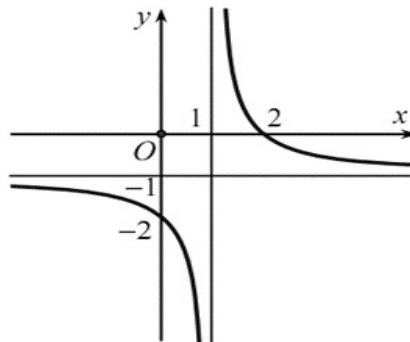
A.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 3t \\ z = 3 + 5t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$$

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, có bảng biến thiên như hình vẽ sau.



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x) > 5$ là

A. $\left(0; \frac{32}{3}\right)$.

B. $\left(\frac{32}{3}; +\infty\right)$.

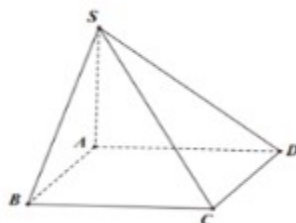
C. $\left(0; \frac{25}{3}\right)$.

D. $\left(\frac{25}{3}; +\infty\right)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây không thuộc (α) .

- A. $N(2; 2; 2)$ B. $M(3; 3; 0)$ C. $P(1; 2; 3)$ D. $M(1; -1; 1)$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng



- A. 60° B. 90° C. 30° D. 45°

Câu 9: Nghiệm của phương trình $5^{2x-4} = 25$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

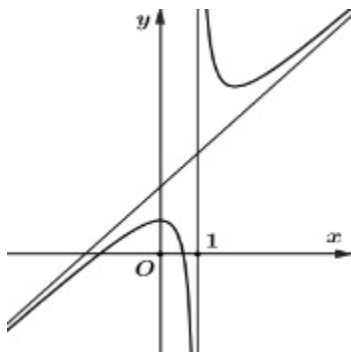
Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 6. B. 9. C. 4. D. 5.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(-2; 2; 1)$ B. $I(1; 0; 4)$ C. $I(2; 0; 8)$ D. $I(2; -2; -1)$

Câu 12: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x + 1}$ B. $y = \frac{x - 5}{x - 1}$ C. $y = x^3 - 3x + 1$ D. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

$$y = f(x) = (x^2 - 5x + 7)e^x$$

Câu 1: Cho hàm số

a) $f(0) = 7$

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = (2x - 5)e^x$

c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

d) Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ lần lượt là 7 và $3e$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = e^x - 2x$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\square$.

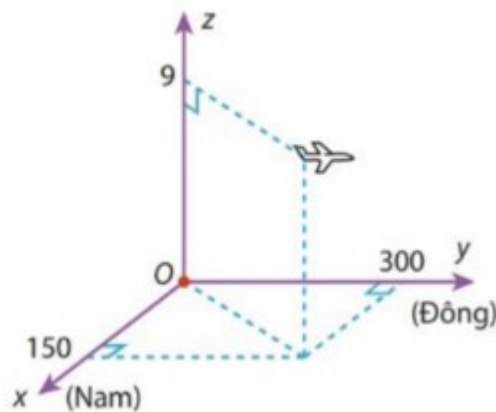
a) $F'(2) = e^2 - 4$

b) $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C$

c) $\int_0^2 f(x) dx = e^2 - 4$

d) Diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ bằng $e^2 - 5$.

Câu 3: Hình vẽ sau mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm 9 giờ 30 phút. Biết các đơn vị trên hình tính theo đơn vị km. Mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, O trùng với vị trí trung tâm điều khiển.



a) Phi công để máy bay ở chế độ tự động bay thẳng theo hướng đông với vận tốc là 750 km/h, độ cao không đổi thì tại thời điểm 10 giờ 30 phút máy bay ở tọa độ $(150; 1050; 9)$.

b) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, máy bay cách trung tâm điều khiển một khoảng (làm tròn đến hàng phần mười) là 335,6 km.

c) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, tọa độ của máy bay là $(300; 150; 9)$.

d) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, máy bay đang ở độ cao 9 km so với mặt đất.

Câu 4: Cho hai biến cố A và B có $P(B) = 0,5; P(A|B) = P(A|\bar{B}) = 0,4$.

a) Xác suất của biến cố AB là 0,02.

- b) Xác suất của biến cố $\overline{AB}$ là 0,2.
 c) Xác suất của biến cố A là 0,8.
 d) A và B là hai biến cố độc lập.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\frac{1}{\sqrt{2}}$, SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Thể tích của khối chóp đã cho là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2: Chiều cao của 40 bé sơ sinh 12 ngày tuổi được chọn ngẫu nhiên ở viện nhi trung ương được nghiên cứu thống kê ở bảng dưới đây

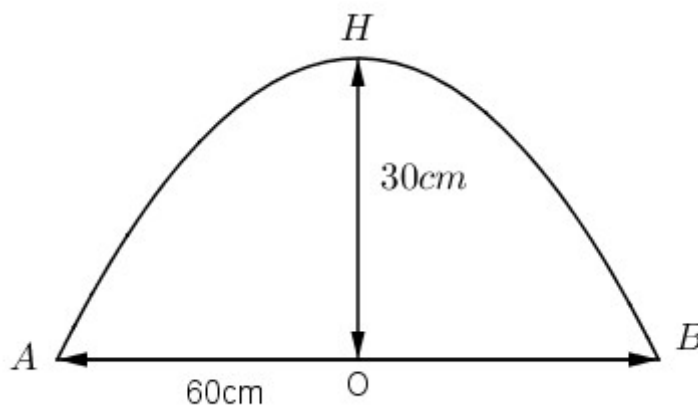
Chiều cao(cm)	[44; 46)	[46; 48)	[48; 50)	[52; 54)	[54; 56)	[56; 58)
Giá trị đại diện	45	47	49	53	55	57
Số trẻ	3	3	10	15	7	2

Tìm phương sai của 40 bé sơ sinh ở bảng thống kê trên.

Câu 3: Một chiếc bàn gấp gọn đã được thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$. Điểm A là chân bàn tiếp xúc với mặt đất thuộc đường thẳng $a: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2 + 4t \end{cases}$ cắt mặt bàn $(P): x + y - 2z + 6 = 0$ tại điểm F . Độ dài chân bàn $FA = 40\sqrt{3} \text{ cm}$, khi đó độ cao của mặt bàn tính từ mặt đất là bao nhiêu cm ?



Câu 4: Bạn Linh cần mua một chiếc gương có hình dạng đường Parabol bậc 2 (Xem hình vẽ). Biết rằng khoảng cách đoạn $AB = 60\text{cm}, OH = 30\text{cm}$. Diện tích của chiếc gương bạn Linh mua là?



Câu 5: Hai đội tuần tra số 1 và 2 được giao lần lượt $\frac{48}{108}$ lít, $\frac{108}{108}$ lít xăng cho một đợt đi công tác. Biết rằng trong một ngày tổng số xăng cả hai đội sử dụng là 10 lít. Tính số ngày ít nhất để tiêu thụ hết số xăng được giao (biết số lít xăng tiêu thụ trong các ngày là như nhau).

Câu 6: Xác suất bắn trúng đích của xạ thủ hạng I là 0,8 và của xạ thủ hạng II là 0,7. Chọn ngẫu nhiên 1 xạ thủ từ một nhóm gồm 4 xạ thủ hạng I và 6 xạ thủ hạng II. Xạ thủ này bắn một viên đạn và viên đạn đó trúng mục tiêu, tính xác suất để đó là xạ thủ hạng I (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

ĐỀ 7	ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP NĂM 2026 MÔN: TOÁN <i>Thời gian làm bài: 90 phút</i>
-------------	--

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.

Câu 1: Cho $\int f(x)dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $f(x) = -\sin x$ **B.** $f(x) = -\cos x$ **C.** $f(x) = \sin x$ **D.** $f(x) = \cos x$

Câu 2: Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$ **B.** $V = \int_a^b f^2(x)dx$ **C.** $V = \pi \int_a^b f(x)dx$ **D.** $V = \int_a^b |f(x)|dx$

Lời giải

Ta có $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$

Câu 3: Một mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị là $Q_1 = 4, Q_2 = 6, Q_3 = 9$. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 13.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (-2; 4; 5)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\square \setminus \{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

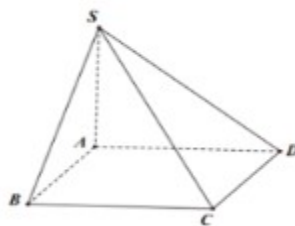
Câu 6: Với b, c là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_5 b \geq \log_5 c$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $b \geq c$. B. $b > c$. C. $b < c$. D. $b \leq c$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$?

- A. $x - 2y + 3z - 12 = 0$. B. $x - 2y - 3z + 6 = 0$.
C. $x - 2y + 3z + 12 = 0$. D. $x - 2y - 3z - 6 = 0$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng



- A. 45° B. 60° C. 30° D. 90°

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_2(3x) = 3$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = \frac{8}{3}$. D. $x = \frac{1}{2}$.

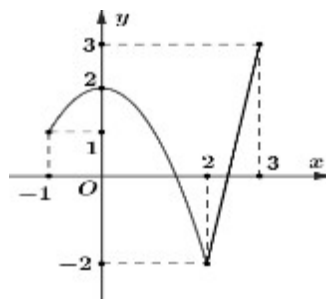
Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. -6 . B. $\frac{1}{3}$. C. 3 . D. 6 .

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 2; -1)$, $B(0; 3; 2)$, $C(1; 4; 2)$. Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là

- A. $(3; 9; 3)$. B. $(1; 3; 1)$. C. $(-3; -9; -3)$. D. $(-1; -3; -1)$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$ bằng



A. 3.

B. 2.

C. -2.

D. 1.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x^2+4}$

a) Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $[a; b]$ thì $3a+4b=5$.

b) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

c) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ nhận trục tung làm tiệm cận ngang.

d) $f(0) = -\frac{3}{4}$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{khi } x \leq 1 \\ 3x^2-2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

a) $F(x) = \begin{cases} x^2-x+C_1 & \text{khi } x \leq 1 \\ x^3-2x+C_2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

b) $\int_{-1}^1 f(x)dx = -2$.

c) $\int_1^3 f(x)dx = 20$

d) $\int_{-1}^3 f(x)dx = 22$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): -x+2y+z-3=0$.

a) Điểm $A(1; -1; -2)$ nằm trên đường thẳng d .

b) Mặt phẳng (Q) song song với đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $(1; 1; -1)$.

c) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng 30° .

d) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-3; 1; 2)$, song song với mặt phẳng (P) và cắt đường thẳng d tại điểm $N(a; b; c)$. Giá trị $a+b+c$ bằng 3.

Câu 4: Một phân xưởng có 80% công nhân là nữ. Tỷ lệ công nhân nữ có tay nghề cao là 40%, tỷ lệ công nhân nam có tay nghề cao là 55%. Chọn ngẫu nhiên 1 công nhân của phân xưởng. Gọi A là biến cố "Công nhân được chọn là nữ" và B là biến cố "Công nhân được chọn có tay nghề cao".

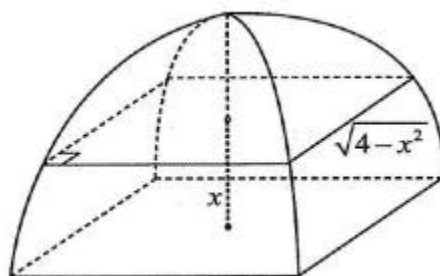
- a) Xác suất của biến cố $\bar{A}$ là 0,8.
- b) Xác suất của biến cố B là 0,43.
- c) A và B là hai biến cố độc lập.

- d) Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{11}{43}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB=1, AD=\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA=\frac{\sqrt{3}}{2}$ và vuông góc với đáy. Số đo góc phẳng nhị diện $[S, BD, C]$ là a° . Tìm giá trị của a .

Câu 2: Một cái màn chụp có dạng như hình vẽ bên. Biết rằng mặt cắt của cái màn theo mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy và cách mặt đáy một khoảng $x(m)$, $0 \leq x \leq 2$, là một hình vuông cạnh bằng $\sqrt{4-x^2}$ (m). Thể tích của cái màn là bao nhiêu mét khối? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

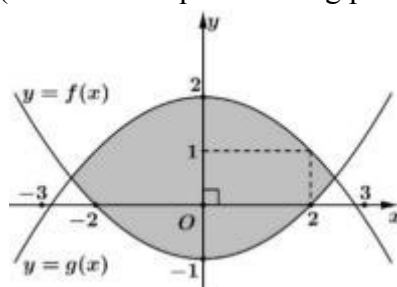


Hình 3

Câu 3: Người ta thiết kế một dây cáp chạy thẳng từ điểm X ở trên mặt đất tới đỉnh T của một tòa tháp.

Giả sử tọa độ của các điểm là $T(40; 60; 150)$ và $X(100; -40; 0)$ trong hệ tọa độ không gian $Oxyz$, với O là gốc tọa độ đặt tại mặt đất. Người ta muốn nối điểm $A(40; 30; -20)$ nằm dưới một cái hồ tới một điểm $M(a; b; c)$ nằm trên dây cáp sao cho khoảng cách MA này là nhỏ nhất. Tính $a+b+c$.

Câu 4: Bạn Hải nhận thiết kế logo hình con mắt (phần được tô đậm) cho một cơ sở y tế: Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y=f(x)$ và $y=g(x)$ như Hình 7 (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét). Bạn Hải cần tính diện tích của logo để báo giá cho cơ sở y tế đó trước khi kí hợp đồng. Diện tích của logo là bao nhiêu decimét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Câu 5: Một người quản lí của một khu du lịch có 60 căn hộ cho thuê, nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 5 triệu đồng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất (kết quả tính theo đơn vị là triệu đồng)?

Câu 6: Một hộp chứa 5 viên bi màu xanh được đánh số lần lượt từ 1 đến 5 và 6 viên bi màu trắng được đánh số lần lượt từ 1 đến 6. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên đồng thời hai viên bi từ hộp. Biết rằng hai viên bi lấy ra cùng màu, tính xác suất của biến cố tích các số ghi trên hai viên bi chia hết cho 5.

ĐỀ 8**ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP NĂM 2026****MÔN: TOÁN***Thời gian làm bài: 90 phút*

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$

Lời giải

Ta có $\int \left(x^2 + \frac{2}{x^2} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$

Câu 2: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, liên tục trên $[a; b]$ trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) cho bởi công thức:

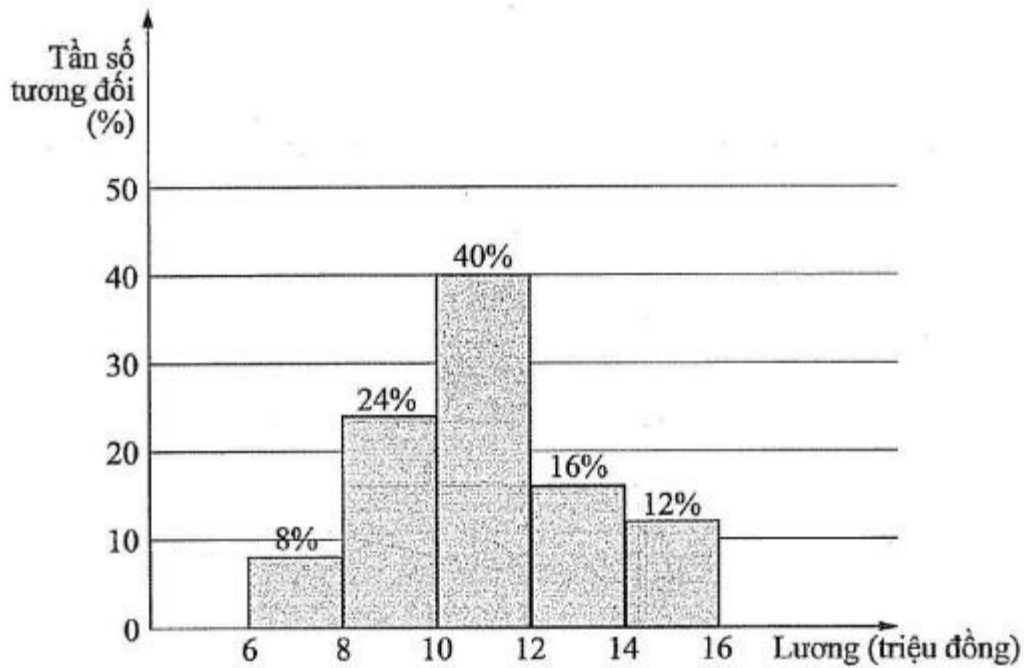
A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$

B. $S = \int_a^b f(x) dx$

C. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$

D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

Câu 3: Lương tháng của 50 nhân viên một công ty được biểu diễn ở biểu đồ sau:



Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. $\frac{109}{10}$.

B. $\frac{71}{24}$.

C. $\frac{75}{24}$.

D. $\frac{89}{60}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Câu 5: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x = \frac{1}{2}$.

B. $x = -2$.

C. $x = 3$.

D. $x = 2$.

Câu 6: Với b, c là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $\left(\frac{1}{2}\right)^b \geq \left(\frac{1}{2}\right)^c$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $b \geq c$.

B. $b > c$.

C. $b < c$.

D. $b \leq c$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1; -2; 1)$?

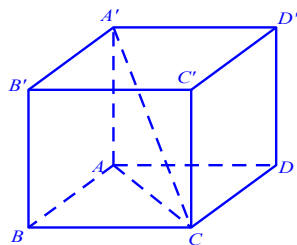
A. $(P_1): x + y + z = 0$.

B. $(P_2): x + y + z - 1 = 0$.

C. $(P_3): x - 2y + z = 0$.

D. $(P_4): x + 2y + z - 1 = 0$.

Câu 8: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = a, AA' = \sqrt{6}a$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:



A. 60° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 45° .

Câu 9: Nghiệm của phương trình $5^x = 3$ là:

A. $x = \sqrt[3]{5}$.

B. $x = \frac{3}{5}$.

C. $x = \log_3 5$.

D. $x = \log_5 3$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 9.

B. -9.

C. $\frac{1}{4}$.

D. 4.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a}(2;1;0)$, $\vec{b}(-1;0;-2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$.

B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$.

C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$.

D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	3

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; +\infty)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x\sqrt{9-x^2}$.

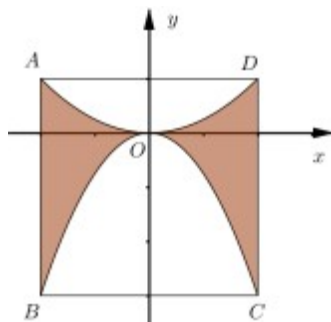
a) Tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-3; 3)$.

b) Hàm số đã cho có đạo hàm $f'(x) = \frac{9-2x^2}{\sqrt{9-x^2}}, (-3 < x < 3)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là $\frac{9}{2}$.

d) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$ có ba nghiệm phân biệt.

Câu 2: Một công ty thiết kế mẫu huy hiệu để tặng cho khách hàng thân thiết của mình (xem hình bên). Trong đó $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng 4 cm, các đường cong AOD và BOC là một phần của các parabol đỉnh O . Với hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimet) thì điểm A có tung độ bằng 1. Biết phần tô đậm trong hình vẽ được phủ vàng với chi phí 1 triệu đồng/ 1 cm^2 , phần còn lại được phủ bạc với chi phí 300 nghìn đồng/ cm^2 , các chi phí còn lại là 500 nghìn đồng.



- a) Parabol chứa đường cong AOD có phương trình là $y = \frac{1}{16}x^2$.
- b) Parabol chứa đường cong BOC có phương trình là $y = -\frac{3}{4}x^2$.
- c) Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ lớn hơn $5,5 \text{ cm}^2$.
- d) Chi phí sản xuất một chiếc huy hiệu như trên nhỏ hơn 9 triệu đồng.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-3}$ và điểm $A(2; -5; -6)$.

- a) Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -3)$.
- b) Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d có phương trình là $2x + y - 3z + 17 = 0$.
- c) Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên d . Tọa độ của H là $(3; -1; -4)$.
- d) Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất. Khi đó, phương trình của mặt phẳng (P) là $x + 4y + 2z + 7 = 0$.

Câu 4: Bạn Ninh có 4 tấm thẻ được đánh số lần lượt là $3; 6; 8; 9$. Ninh lấy ra 2 tấm thẻ trong 4 tấm thẻ đó và xếp chúng thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên để tạo thành một số có hai chữ số. Gọi A là biến cố "Số tạo thành chia hết cho 2" và B là biến cố "Số tạo thành chia hết cho 3".

- a) Xác suất của biến cố A là 0,5.
- b) Xác suất của biến cố AB là 0,25.
- c) Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{1}{3}$.
- d) Xác suất của biến cố A với điều kiện $\overline{B}$ là $\frac{2}{3}$.

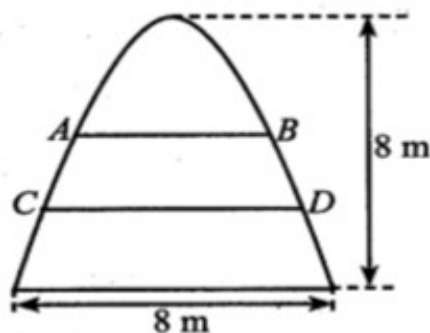
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1 mét. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2: Cho khối chóp cắt tứ giác đều $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 3 cm, diện tích hai đáy lần lượt là 72 cm^2 và 18 cm^2 . Số đo góc (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) giữa hai mặt bên của khối chóp cắt đều đã cho là a° . Tính giá trị của a .

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; -5)$, $B(-4; 2; 1)$. Xét M là điểm thay đổi thỏa mãn điều kiện $|\vec{MA} + 2\vec{MB}| = 9$. Độ dài đoạn thẳng OM lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 4: Một cổng có dạng hình parabol với chiều cao $8m$, chiều rộng chân đế $8m$, (Tham khảo hình vẽ).



Người ta căng hai sợi dây trang trí AB , CD nằm ngang, đồng thời chia cổng thành ba phần

sao cho hai phần ở phía trên có diện tích bằng nhau. Tỉ số $\frac{CD}{AB}$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 5: Một Bác nông dân có 24.000.000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (Tham khảo hình vẽ). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 40.000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 80.000 đồng/mét, mặt giáp với bờ sông không phải rào. Để diện tích của hai khu đất lớn nhất thì chiều dài hàng rào song song với bờ sông bao nhiêu mét?



Câu 6: Một nhà máy có hai phân xưởng I và II tương ứng làm ra 40% và 60% sản phẩm của nhà máy. Biết rằng tỉ lệ phế phẩm của hai phân xưởng I và II tương ứng là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy thì thấy nó là phế phẩm. Tính xác suất để sản phẩm đó thuộc phân xưởng I.

ĐỀ 9

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP NĂM 2026

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x}$ là:

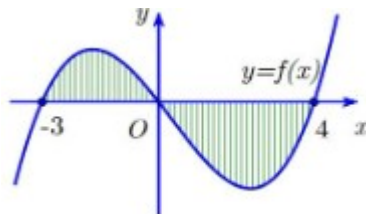
A. $\int \frac{2}{\cos^2 x} dx = -\tan x + C$

B. $\int \frac{2}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$

C. $\int \frac{2}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$

D. $\int \frac{2}{\cos^2 x} dx = 2 \tan x + C$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích của hình phẳng gạch chéo trong hình được tính theo công thức nào?



A. $S = \int_0^{-3} f(x) dx - \int_0^4 f(x) dx$

B. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx$

C. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^4 f(x) dx$

D. $S = \left| \int_{-3}^4 f(x) dx \right|$

Câu 3: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

A. $[40; 60)$

B. $[20; 40)$

C. $[60; 80)$

D. $[80; 100)$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

A. $M(-1; -2; -1)$

B. $N(2; -1; -3)$

C. $P(5; -2; -1)$

D. $Q(-1; 0; -5)$

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x = -2$.

B. $x = 1$.

C. $y = 1$.

D. $y = -2$.

Câu 6: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$

A. $S = (2; +\infty)$

B. $S = (-\infty; 2)$

C. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$

D. $S = (-1; 2)$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3; -1; -2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α) ?

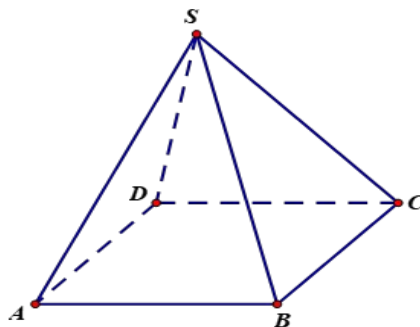
A. $(\alpha): 3x + y - 2z - 14 = 0$

B. $(\alpha): 3x - y + 2z + 6 = 0$

C. $(\alpha): 3x - y + 2z - 6 = 0$

D. $(\alpha): 3x - y - 2z + 6 = 0$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau.



Góc giữa đường thẳng SB và CD bằng

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 30° .

Câu 9: Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là

- A. $x = \frac{1}{3}$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng tổng quát u_n ($n \geq 2$) bằng

- A. $3 \cdot 2^{n-1}$. B. $3 \cdot 2^{n+2}$. C. $3 \cdot 2^n$. D. $3 \cdot 2^{n+1}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(2; -3; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(-3; 2; -1)$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 5.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.

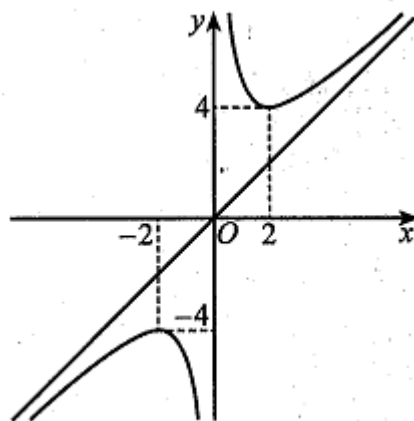
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 + \frac{4}{x^2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

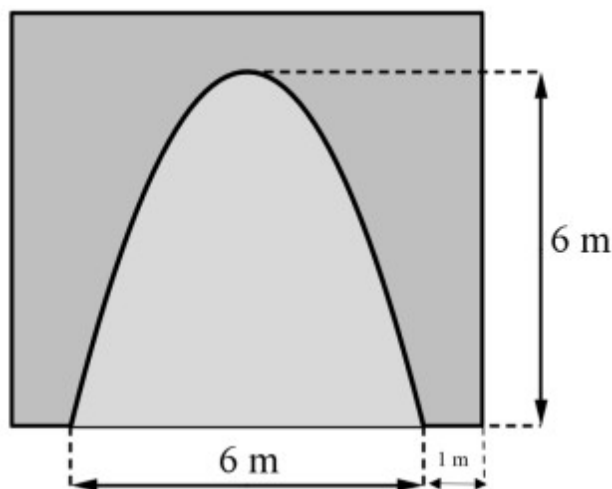
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	$-\infty$	$+\infty$	-4	$+\infty$

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở hình 4:



Hình 4

Câu 2: Mặt cắt của một cửa hầm có dạng là hình phẳng giới hạn bởi một parabol và đường thẳng nằm ngang, khung bên ngoài của hầm là hình vuông (tham khảo hình vẽ).



a) Khi đó mặt cắt của cửa hầm có dạng là hình phẳng giới hạn bởi parabol có một phương trình

là: $y = -\frac{2}{3}x^2 + 6$.

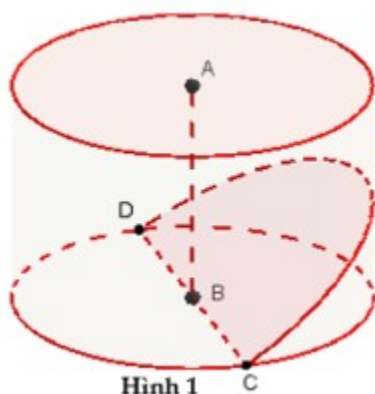
b) Khi đó, diện tích của cửa hầm bằng $48(m^2)$.

c) Khi đó diện tích phần khung ngoài của cửa hầm là $41(m^2)$.

d) Với độ dài của hầm là $2,2(km)$. Một nhà thầu X dự toán tham gia gói thầu đổ bê tông cho phần khung ngoài của cửa hầm với độ hao hụt 20% khi đổ bê tông. Khi đó nhà thầu X cần bỏ ra 138 tỷ đồng để tham gia gói thầu trên. Biết bảng giá bê tông tươi là $1.260.000$ đồng $/m^3$.

Câu 3: Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian O_{xyz} (xem hình vẽ), trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.

Câu 4: Từ một khúc gỗ hình trụ có đường kính 30cm , người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua đường kính đáy và nghiêng với đáy một góc 45° để lấy một hình nêm



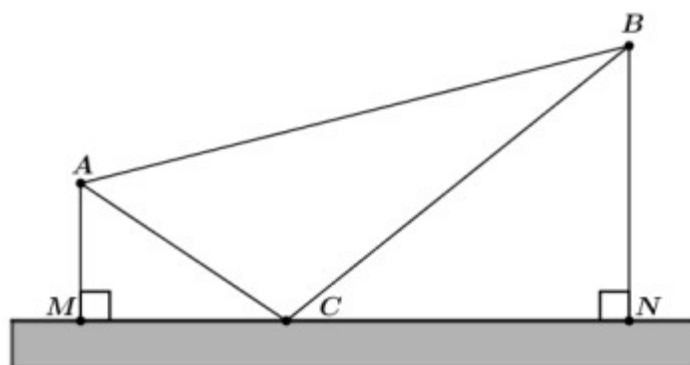
Hình 1



Hình 2

Kí hiệu V là thể tích của hình nêm. Tính V .

Câu 5: Một thành phố dự định xây dựng một trạm nước sạch để cung cấp cho hai khu dân cư A và B . Trạm nước sạch đặt tại vị trí C trên bờ sông. Biết $AB = 13\text{km}$, khoảng cách từ A và B đến bờ sông lần lượt là $AM = 5\text{km}$, $BN = 10\text{km}$ (hình vẽ). Gọi T là tổng độ dài đường ống từ trạm nước đến A và B . Khi T đạt giá trị nhỏ nhất, hãy tính khoảng cách AC (kết quả được tính theo Kilômét và làm tròn đến hàng phần mười).



Câu 6: Chạy Marathon là môn thể thao chạy bộ đường dài, mà tại đó, người chơi sẽ hoàn thành quãng đường $42,195\text{ km}$ trong khoảng thời gian nhất định. “FM sub 4” là một thuật ngữ phổ biến trong cộng đồng những người tham gia chạy Marathon, nó dùng để chỉ thành tích hoàn thành quãng đường $42,195\text{ km}$ dưới 4 giờ. Trong câu lạc bộ Marathon, tỉ lệ thành viên nam là 72% , tỉ lệ thành viên nữ là 28% . Đối với nam, tỉ lệ người hoàn thành FM sub 4 là 32% ; đối với nữ, tỉ lệ hoàn thành FM sub 4 là 3% . Chọn ngẫu nhiên một thành viên từ câu lạc bộ đó. Xác suất để người được chọn là nam bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm), biết rằng người được chọn đã hoàn thành FM sub 4?

ĐỀ 10

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP NĂM 2026

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x - \frac{1}{\sin^2 x}$ là.

- A. $\sin x - \cot x + C$ B. $-\sin x - \cot x + C$ C. $\sin x + \cot x + C$ D. $-\sin x + \cot x + C$

Câu 2: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ cho bởi công thức

- A. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ B. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$
 C. $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ D. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$

Câu 3: Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 50 học sinh lớp 11A.

Khoảng chiều cao (cm)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

Tính một của mẫu số liệu ghép nhóm này (làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 153,18. B. 153,81. C. 154,18. D. 153,28.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, trục Oz có phương trình là

- A. $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{-x^2 + 2x + 3}{x + 2}$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $y = -x - 4$ B. $y = x - 4$ C. $y = -x + 4$ D. $y = x + 4$

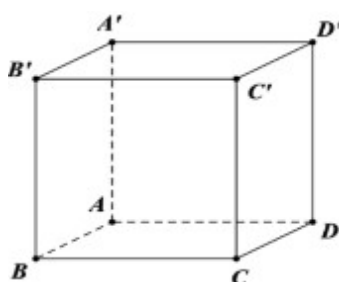
Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

- A. $(-\infty; -1)$ B. $(3; +\infty)$ C. $(-1; 3)$ D. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 0)$ và $B(5; 1; -2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $2x - y - z + 5 = 0$ B. $2x - y - z - 5 = 0$
 C. $x + y + 2z - 3 = 0$ D. $3x + 2y - z - 14 = 0$

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng



- A. $\sqrt{2}a$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. C. $\sqrt{3}a$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Câu 9: Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1} = 4$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 10: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 4. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng của $A(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây

- A. $Q(-1;2;3)$. B. $N(1;-2;3)$. C. $P(1;2;-3)$. D. $M(1;-2;-3)$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

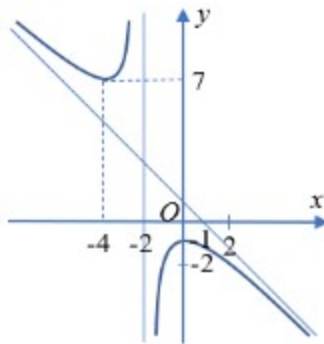
x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-3	1	$-\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = -3$.

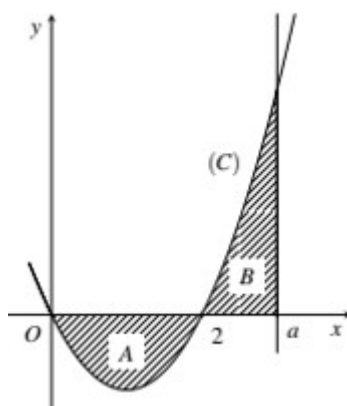
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}, (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây, biết đường tiệm xiên của đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(0;1)$ và $(1;0)$.



- a) Khoảng cách từ $M(1; -8)$ đến đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng $\sqrt{5}$.
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4; 0)$.
- c) Ta có $a + b + c + d = -2$.
- d) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = x^2 - 2x$ có đồ thị (C) . Kí hiệu A là hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$; B là hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành và hai đường thẳng $x = 2, x = a (a > 2)$. Gọi S_A, S_B lần lượt là diện tích của hình phẳng A, B .



- a) Hàm số $y = x^2 - 2x$ có một nguyên hàm là $F(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 5$.
- b) $\int_0^2 (x^2 - 2x) dx = \frac{-4}{3}$.
- c) $S_A = \frac{16\pi}{15}$.
- d) Khi $S_B = 5S_A$ thì $a \in (3; 5)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(-2; 1; 1)$.

- a) Điểm $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 2\right)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB .
- b) $AB = 4$.
- c) Phương trình mặt cầu đường kính AB là $(S): \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + (z - 2)^2 = 14$.
- d) Xét các điểm M thuộc mặt phẳng (Oxz) thỏa mãn $\angle AMB = 90^\circ$. Giá trị nhỏ nhất của đoạn OM không vượt quá 1.

Câu 4: Kết quả khảo sát những bệnh nhân bị đột quỵ của một bệnh viện cho thấy tỉ lệ bệnh nhân hồi phục sau đột quỵ là 35%; tỉ lệ bệnh nhân được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ là 40%; tỉ lệ bệnh nhân được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ và hồi phục là 30%. Chọn ngẫu nhiên một bệnh nhân bị đột quỵ được điều trị tại bệnh viện.

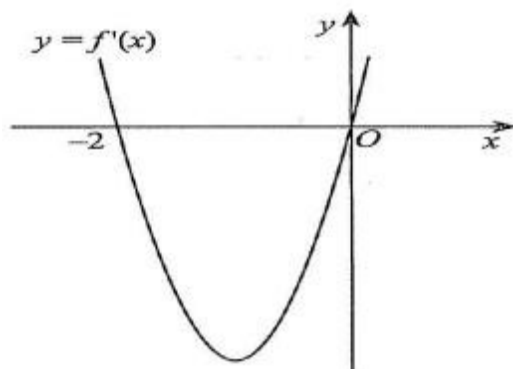
- a) Xác suất người đó được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ, biết rằng người đó hồi phục là 0,6.
- b) Xác suất người đó không hồi phục, biết rằng người đó được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ là 0,4.
- c) Xác suất người đó hồi phục, biết rằng người đó không được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ là $\frac{1}{25}$.

- d) Việc đưa bệnh nhân vào bệnh viện để điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ làm tăng tỉ lệ hồi phục lên $\frac{10}{3}$ lần.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

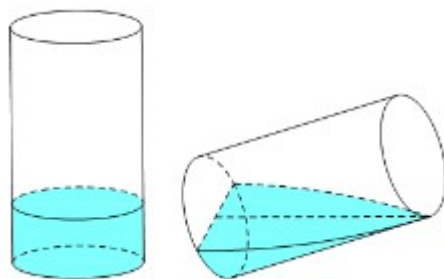
Câu 1: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1$, $BC=2$, $AA'=2$ (tham khảo như hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 2: Đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x)$ là một hàm số bậc hai và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như Hình vẽ. Biết rằng hàm số $f(x)$ có giá trị cực đại là 2 và giá trị cực tiểu là -2. Tìm giá trị của $f(2)$.

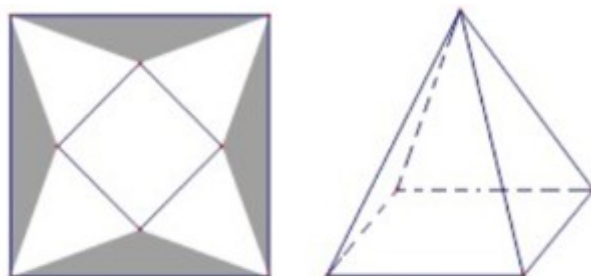


Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 2; 0)$, $B(2; 0; -2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 1 = 0$. Xét điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA = MB$ và số đo góc $\widehat{AMB}$ lớn nhất. Khi đó giá trị $a + b + c$ (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng bao nhiêu?

Câu 4: Bạn A có một cốc thủy tinh hình trụ, đường kính trong lòng đáy cốc là 6cm , chiều cao trong lòng cốc là 10cm đang đựng một lượng nước. Bạn A nghiêng cốc nước, vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy. Tính thể tích lượng nước trong cốc.



Câu 5: Một tấm bạt hình vuông có độ dài đường chéo bằng 15 m như hình vẽ dưới đây. Người ta dự tính cắt phần tô đậm của tấm bạt rồi gấp và may lại (các đường may không đáng kể), nhằm mục đích phủ lên tháp đền trang trí (tháp dạng hình chóp tứ giác đều) để tránh hư hại tháp khi trời mưa.



Biết khối chóp hình thành sau khi gập và may lại cần thể tích lớn nhất thì mới phủ kín tháp đèn.
Hỏi phần diện tích tấm bạt bị cắt là bao nhiêu để đảm bảo yêu cầu trên.

Câu 6: Một nhà máy có hai phân xưởng I và II tương ứng làm ra 40% và 60% sản phẩm của nhà máy. Biết rằng tỷ lệ phế phẩm của hai phân xưởng I và II tương ứng là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy thì thấy nó là phế phẩm. Tính xác suất để sản phẩm đó thuộc phân xưởng I.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI ĐỀ SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$.

A. $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$

B. $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$

C. $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$

D. $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$

Lời giải

Ta có $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^2 f(x) dx = 9$, $\int_2^4 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.

A. $\frac{9}{4}$

B. 13

C. 5

D. 36

Lời giải

$$I = \int_0^4 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx = 9 + 4 = 13$$

Ta có

Câu 3: Cho hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1 :

Nhóm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Tần số	1	2	10	15	2

M_2 :

Nhóm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Tần số	0	1	15	13	1

Gọi s_1^2, s_2^2 lần lượt là phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 . Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $s_1^2 = 2s_2^2$

B. $s_1^2 = \frac{15}{8}s_2^2$

C. $s_1^2 = \frac{9}{5}s_2^2$

D. $3s_1^2 = s_2^2$

Lời giải

M_1 :

$$\bar{x} = \frac{1.1 + 2.3 + 10.5 + 15.7 + 2.9}{30} = 6$$

Cỡ mẫu: $n = 1 + 2 + 10 + 15 + 2 = 30$;

$$s_1^2 = \frac{1.(1-6)^2 + 2.(3-6)^2 + 10.(5-6)^2 + 15.(7-6)^2 + 2.(9-6)^2}{30} = \frac{43}{15}$$

M_2 :

$$\bar{x} = \frac{0.1 + 1.3 + 15.5 + 13.7 + 1.9}{30} = \frac{89}{15}$$

Cỡ mẫu: $n = 0 + 1 + 15 + 13 + 1 = 30$;

$$s_2^2 = \frac{0.\left(1 - \frac{89}{15}\right)^2 + 1.\left(3 - \frac{89}{15}\right)^2 + 15.\left(5 - \frac{89}{15}\right)^2 + 13.\left(7 - \frac{89}{15}\right)^2 + 1.\left(9 - \frac{89}{15}\right)^2}{30} = \frac{344}{225}$$

Suy ra $s_1^2 = \frac{15}{8} s_2^2$

$$d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t; \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 5 - t \end{cases}$$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng . Véc tơ nào dưới đây là véc tơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_1 = (0; 3; -1)$

B. $\vec{u}_2 = (1; 3; -1)$

C. $\vec{u}_3 = (1; -3; -1)$

D. $\vec{u}_4 = (1; 2; 5)$

Lời giải

$$d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t; \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 5 - t \end{cases}$$

$$\vec{u} = (0; 3; -1)$$

Đường thẳng

nhận véc tơ

làm VTCP

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, có $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

Lời giải

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận đứng, đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

Câu 6: Giải bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$.

A. $x > 3$

B. $\frac{1}{3} < x < 3$

C. $x < 3$

D. $x > \frac{10}{3}$

Lời giải

Đkxđ: $3x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$. Bất phương trình $\Leftrightarrow 3x - 1 > 2^3 \Leftrightarrow 3x > 9 \Leftrightarrow x > 3$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$ B. $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$ C. $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$ D. $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$

Lời giải

Vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$ là $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$?

- A. (SAB) B. (SBC) C. (SCD) D. (SBD)

Lời giải

Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SAB) \perp (ABCD)$.

Câu 9: Giải phương trình $\log_4(x-1) = 3$.

- A. $x = 63$ B. $x = 65$ C. $x = 80$ D. $x = 82$

Lời giải

ĐK: $\Leftrightarrow x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. Phương trình $\log_4(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 4^3 \Leftrightarrow x = 65$.

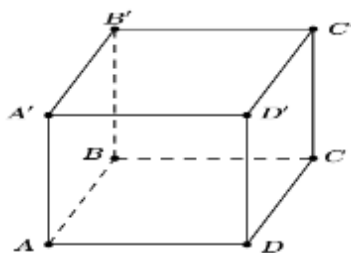
Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 22 B. 17 C. 12 D. 250

Lời giải

Ta có $u_n = u_1 + (n-1)d = 2 + 5(n-1) = 5n-3$. Khi đó $u_4 = 5 \cdot 4 - 3 = 17$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Số các véc tơ có điểm đầu, điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng véc tơ $\overrightarrow{AB}$ là



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Lời giải

Đó là các véc tơ: $\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{D'C'}, \overrightarrow{A'B'}$.

Câu 12: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-1		3		$-\infty$

A. $y = \frac{x+2}{x}$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$ C. $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x-1}$ D. $y = x^3 - 3x$

Lời giải

Hàm số bậc 3 hệ số $a < 0$. Suy ra chọn $y = -x^3 + 3x + 1$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2x - \sin 2x$.

- a) Trên đoạn $[0; 2\pi]$ hàm số có 2 cực trị.
 b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2\pi]$ là $f(2\pi)$.
 c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f'(x)$ là -1 .
 d) $f'(x) = 2 - 2\cos 2x$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 2 - 2\cos 2x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 - 2\cos 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 1 \Leftrightarrow x = k\pi$$

Trên đoạn $[0; 2\pi]$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{0; \pi; 2\pi\}$.

Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[0; 2\pi]$, do đó trên đoạn $[0; 2\pi]$ hàm số không có cực trị.

Ta có hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[0; 2\pi]$ nên giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2\pi]$ là $f(2\pi)$.

Ta có $f'(x) = 2 - 2\cos 2x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f'(x)$ là 0.

Ta có $f'(x) = 2 - 2\cos 2x$.

Câu 2: Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu $5m$. Một ô tô A đang chạy với vận tốc $16 m/s$ thì gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s , thời gian t tính bằng giây). Khi đó

- a) Thời điểm xe ô tô A dừng lại là $4s$.
 b) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị mét) mà ô tô A đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 4$) kể từ

$$S(t) = \int_0^t v(t) dt$$

khi hãm phanh được tính theo công thức

c) Từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại xe ô tô A đi được quãng đường $32m$.

d) Khoảng cách an toàn tối thiểu giữa xe ô tô A và ô tô B là $37m$.

Lời giải

Xe ô tô A $v_A(t) = 16 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 4$
 dừng lại khi

Quãng đường $S(t)$ (đơn vị mét) mà ô tô A đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 4$) kể từ khi

$$S(t) = \int_0^t v_A(t) dt$$

hãm phanh được tính theo công thức

Từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại xe ô tô A đi được quãng đường là:

$$S(t) = \int_0^4 (16 - 4t) dt = 32m$$

Khoảng cách an toàn tối thiểu giữa xe ô tô A và ô tô B là $32m + 5m = 37m$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7), B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$

- a) Mặt phẳng trung trực (Q) của đoạn thẳng AB có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; -3)$.
- b) Phương trình đường thẳng giao tuyến d của hai mặt phẳng (P) và (Q) là $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.
- c) Nếu điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA = MB$ thì $M \in d$.
- d) Điểm $C(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $CA = CB = \sqrt{35}$. Nếu a là số nguyên thì $OC = 2\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; 4; -6)$ là một véc tơ pháp tuyến của (Q) .

Vậy (Q) có một véc tơ pháp tuyến là: $\overrightarrow{AB} = (1; 2; -3)$

Gọi $I(4; 3; 4)$ là trung điểm của AB . Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là:

$$(Q): (x-4) + 2(y-3) - 3(z-4) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3z + 2 = 0$$

Gọi (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Đường thẳng (d) có véc tơ chỉ phương là: $\vec{u}_d = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (1; 1; 1)$.

Tìm Tọa độ của điểm (H) là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} 2x - y - z = -4 \\ x + 2y - 3z = -2 \end{cases}$$

Chọn $z = 0 \Rightarrow x = -2; y = 0 \Rightarrow H(-2; 0; 0)$

Vậy phương trình đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$

Từ $MA = MB$ suy ra M thuộc mặt phẳng trung trực (Q) của đoạn AB . Vậy M thuộc giao tuyến của của hai mặt phẳng (P) và (Q) nghĩa là $M \in d$

Điểm $C \in (P)$ và $CA = CB \Rightarrow C \in d$ nên $C(t-2; t; t)$

$$CA = \sqrt{35} \Leftrightarrow (5-t)^2 + (1-t)^2 + (7-t)^2 = 35 \Leftrightarrow 3t^2 - 26t + 40 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{20}{3} \\ t = 2 \end{cases}$$

Điểm C có hoành độ nguyên, suy ra $C(0; 2; 2)$. Vậy $OC = \sqrt{0+4+4} = 2\sqrt{2}$

Câu 4: Bạn An có 2 cuốn sách môn Toán, 3 cuốn sách môn Vật lí, 3 cuốn sách môn Hoá học, các cuốn sách đôi một khác nhau. Giá sách của bạn An chỉ có 1 hàng gồm 3 ngăn liền nhau. Bạn An xếp các cuốn sách trên vào giá sách sao cho mỗi ngăn chỉ có một môn.

- a) Số cách xếp 2 cuốn sách môn Toán trong một ngăn là $2!$.
- b) Số cách xếp 3 cuốn sách môn Vật lí trong một ngăn là 3 .
- c) Số cách xếp 3 cuốn sách môn Hoá học trong một ngăn là $3!$.
- d) Số cách xếp các cuốn sách sao cho mỗi ngăn chỉ có một môn là 432 .

Lời giải

Do số cách xếp 2 cuốn sách môn Toán trong một ngăn là $2!$. Suy ra đúng.

Do số cách xếp 3 cuốn sách môn Vật lí trong một ngăn là $3!$. Suy ra Sai.

Do số cách xếp 3 cuốn sách môn Hoá học trong một ngăn là $3!$. Suy ra đúng.

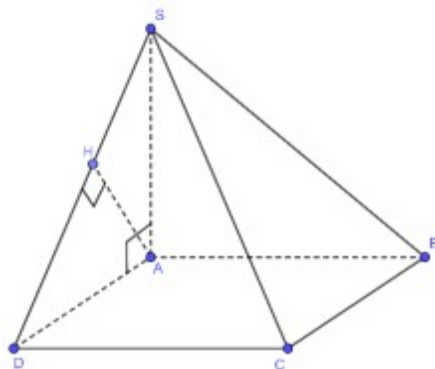
Do có 3 ngăn nên số cách xếp các cuốn sách sao cho mỗi ngăn chỉ có một môn là: $(2!.3!.3!). 3! = 432$. Suy ra đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp án: 0,5.



Dựng H là hình chiếu vuông góc của A lên SD , ta có $AH \perp SD$.

Mà $CD \perp AD$ ($ABCD$ là hình vuông), $CD \perp SA$ (do $SA \perp (ABCD)$) nên $CD \perp (SAD)$, từ đó suy ra $AH \perp CD$. Vậy $AH \perp (SCD)$, $H \in (SCD)$ nên $d(A, (SCD)) = AH$.

Xét tam giác SAD vuông tại A có đường cao AH :

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Leftrightarrow AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = 0,5$$

Câu 2: Thống kê thời gian tự học môn Toán của 400 học sinh lớp 12 trong một ngày ta được kết quả trong bảng ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	x	120	y	70	60

Biết rằng x, y là các số nguyên dương và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng $\frac{845}{21}$. Khi đó, thời gian tự học trung bình của 400 học sinh (tính theo mẫu số liệu ghép nhóm trên) là bao nhiêu phút?

Lời giải

Đáp án: 48,5

Vì tổng số học sinh là 400 nên $x + 120 + y + 70 + 60 = 400$ hay $x + y = 150$.

Ta có $\frac{3n}{4} = 300$ và $x_{300} \in [60; 80), x_{301} \in [60; 80)$ nên $Q_3 = 60 + \frac{300 - 270}{70}(80 - 60) = \frac{480}{7}$

Lại có $\Delta Q = Q_3 - Q_1$ nên $Q_1 = Q_3 - \Delta Q = \frac{85}{3}$.

Ta có $\frac{n}{4} = 100$ nên có thể xảy ra các trường hợp sau:

Trường hợp 1: $x_{100} \in [0; 20)$ nên $Q_1 = 0 + \frac{100 - 0}{x}(20 - 0) = \frac{2000}{x} = \frac{85}{3}$ hay $x = \frac{1200}{17}$ (loại vì $x \notin \mathbb{N}$).

Trường hợp 2: $x_{100} \in [20; 40)$ nên $Q_1 = 20 + \frac{100 - x}{120}(20 - 0) = 20 + \frac{100 - x}{6} = \frac{85}{3}$ hay $x = 50$.

Khi đó $y = 150 - x = 100$.

Ta có bảng số số liệu

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Giá trị đại diện	10	30	50	70	90
Số học sinh	50	120	100	70	60

Thời gian tự học trung bình là: $\bar{X} = \frac{10 \cdot 50 + 30 \cdot 120 + 50 \cdot 100 + 70 \cdot 70 + 90 \cdot 60}{400} = 48,5$

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một máy bay đang ở vị trí $A(-800; -40; 10)$ và

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases}, t \in \mathbf{R}$$

chuyển động theo đường thẳng d có phương trình $\frac{x}{100} = \frac{y + 200}{80} = \frac{z - 10}{0}$. Tìm giá trị của t ứng với vị trí A của máy bay.

Lời giải

2

Đáp án: .

$$A(-800; -40; 10)$$

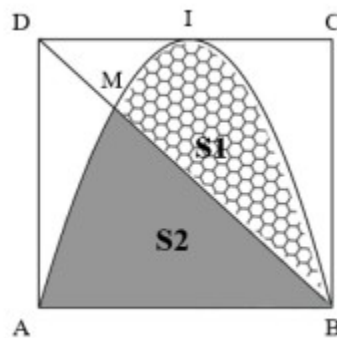
d

Thay tọa độ của điểm

vào phương trình tham số của đường thẳng

$$\begin{cases} -800 = -1000 + 100t \\ -40 = -200 + 80t \\ 10 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow t = 2$$

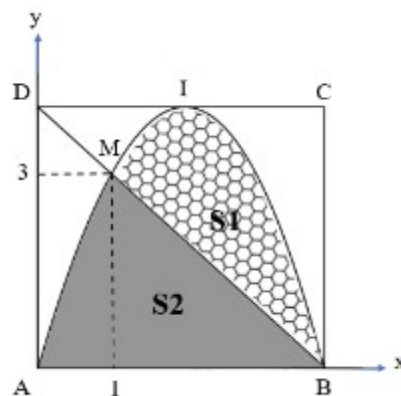
Câu 4: Một biển quảng cáo có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh bằng $4m$ và I là trung điểm của đoạn thẳng CD . Trên tấm biển đó có đường parabol đỉnh I đi qua A, B và cắt đường chéo BD tại M .



Chi phí sơn phần tô hình tổ ong là $200\,000$ đồng/ m^2 , chi phí sơn phần tô đậm là $150\,000$ đồng/ m^2 và phần còn lại là $120\,000$ đồng/ m^2 . Số tiền cần chi trả để sơn tấm biển quảng cáo là bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Đáp số: 2465



Gắn hệ tọa độ Oxy như hình vẽ, khi đó $I(2; 4)$

Vì (P) cắt trục hoành tại hai điểm $A(0; 0)$, $B(4; 0)$ nên ta có $(P): y = kx(x - 4)$,

Mà (P) qua $I(2; 4) \Rightarrow -4.k = 4 \Rightarrow k = -1$, khi đó $(P): y = -x^2 + 4x$

Gọi $d: y = ax + b$, d qua $D(0;4), B(4;0) \Rightarrow \begin{cases} 0a + b = 4 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases}$, khi đó $d: y = -x + 4$
 $(P) \cap d: \begin{cases} y = -x^2 + 4x \\ y = -x + 4 \end{cases} \Rightarrow B(4;0), M(1;3)$

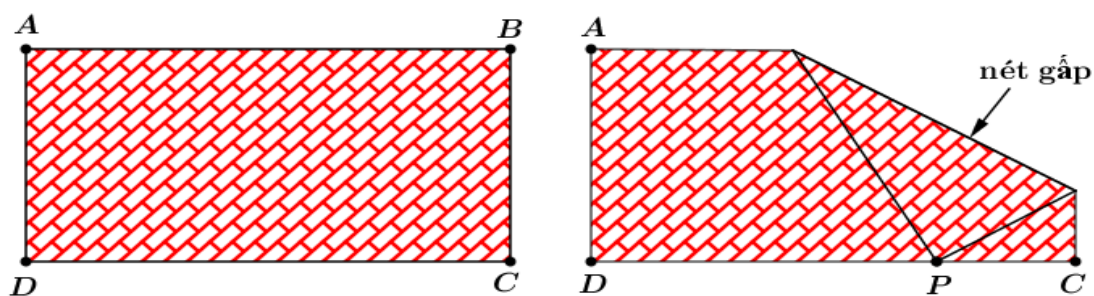
Ta có: $S_2 = \int_0^1 (-x^2 + 4x) dx + S_{\Delta MHB} = \frac{5}{3} + \frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{37}{6}$

Suy ra $S_1 = S_p - S_2 = \frac{2}{3} \cdot 4 \cdot 4 - \frac{37}{6} = \frac{9}{2}$

Khi đó S còn lại bằng $S_{\text{hư}} - S_1 - S_2 = 4 \cdot 4 - \frac{9}{2} - \frac{37}{6} = \frac{16}{3}$

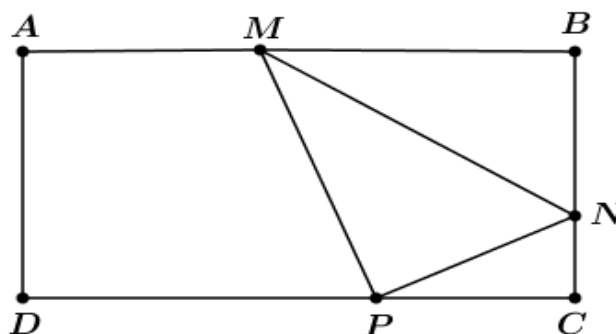
Vậy số tiền cần trả là: $200 \cdot \frac{9}{2} + 150 \cdot \frac{37}{6} + 120 \cdot \frac{16}{3} = 2465$

Câu 5: Một tấm vải polyester hình chữ nhật ABCD có chiều dài $AB = 7(m)$ và chiều rộng $BC = 4(m)$. Người ta muốn gấp một lần sao cho đỉnh B của mảnh vải trùng với điểm P trên cạnh CD (tham khảo hình vẽ). Khi đó nét gấp có độ dài ngắn nhất bằng bao nhiêu (đơn vị được tính theo mét và làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Lời giải

Đáp án: 5,2



Đặt $BN = x(m), 2 < x < 4 \Rightarrow CN = 4 - x; NP = x$

Ta có $\angle PNC = \angle PMB = 2\angle BMN \Rightarrow \cos \angle PNC = \cos(2\angle BMN) \Leftrightarrow \cos \angle PNC = 1 - 2\sin^2 \angle BMN$

$$\Leftrightarrow \frac{4-x}{x} = 1 - 2 \frac{x^2}{MN^2} \Leftrightarrow \frac{2x^2}{MN^2} = \frac{2x-4}{x} \Leftrightarrow MN^2 = \frac{x^3}{x-2} = f(x)$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^3}{x-2}$ trên khoảng $(2;4)$. Suy ra $f'(x) = \frac{2x^2(x-3)}{(x-2)^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{x-2}$

x	2	3	4
$f'(x)$		- 0 +	
$f(x)$	$+\infty$	27	32

Từ bảng biến thiên suy ra nét gấp MN nhỏ bằng $3\sqrt{3} \approx 5,2$

Câu 6: Có 40 tấm thẻ kích thước như nhau và đánh số thứ tự lần lượt từ 1 đến 40 (mỗi tấm thẻ chỉ ghi một số nguyên dương, hai thẻ khác nhau ghi hai số khác nhau). Một người lần lượt rút hai thẻ (rút không hoàn lại). Tính xác suất lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố.

Lời giải

Đáp án: 0,3

Xét các biến cố: A : “Lần thứ nhất rút ra được thẻ ghi số nguyên tố”;

B : “Lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố”.

Từ 1 đến 40 có 12 số nguyên tố nên $P(A) = \frac{12}{40} = 0,3$ và $P(\bar{A}) = 1 - 0,3 = 0,7$.

Vì rút không hoàn lại nên $P(B|A) = \frac{11}{39}$, $P(B|\bar{A}) = \frac{12}{39} = \frac{4}{13}$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,3 \cdot \frac{11}{39} + 0,7 \cdot \frac{4}{13} = 0,3$$

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI ĐỀ SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.

$$f(x) = 7^x$$

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số

A. $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$. B. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$. C. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$. D. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$.

Lời giải

Ta có $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$.

$$\int_0^1 f(x) dx = 6, \quad \int_0^1 g(x) dx = 12, \quad \int_0^1 [f(x) + g(x)] dx$$

Câu 2: Nếu , thì bằng

A. 6. B. 72. C. 18. D. 12.

Lời giải

$$\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 g(x) dx = 6 + 12 = 18$$

Ta có

Câu 3: Thời gian chờ khám của các bệnh nhân tại một phòng khám được cho trong bảng sau

Thời gian (phút)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)
Số bệnh nhân	3	12	15	8

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 7,71

B. 14,50

C. 6,70

D. 6,79

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 3 + 12 + 15 + 8 = 38$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{38}$ là thời gian chờ khám của 38 bệnh nhân tại một phòng khám và giả sử các dãy số liệu gốc này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất $Q_1 = x_{10} \in [5;10)$

Vậy $Q_1 = 5 + \frac{\frac{38}{4} - 3}{12} \cdot (10 - 5) \approx 7,71$

Oxyz,

Câu 4: Trong không gian tọa độ phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases} ?$$

thẳng

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$

Lời giải

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases}$$

Do đường thẳng đi qua điểm $M(1;0;-2)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(2;3;1)$ nên

có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$.

$$y = f(x)$$

□

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$$

Câu 5: Cho hàm số xác định trên , có và . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$.

Lời giải

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận đứng, đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

- A. $(10; +\infty)$ B. $(0; +\infty)$ C. $[10; +\infty)$ D. $(-\infty; 10)$

Lời giải

$\log x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 10$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[10; +\infty)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

- A. $d = \frac{5}{9}$ B. $d = \frac{5}{29}$ C. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$ D. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$

Lời giải

$$d = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}.$$

Khoảng cách từ điểm

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SAB) ?

- A. (SAB) B. (SBC) C. (SCD) D. (SBD)

Lời giải

Ta có: $BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$.

Câu 9: Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$

- A. $x = 9$ B. $x = 3$ C. $x = 4$ D. $x = 10$

Lời giải

Ta có $3^{x-1} = 3^3 \Leftrightarrow x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 4 B. -6 C. 10 D. 6

Lời giải

Gọi d là công sai của cấp số cộng (u_n)

Ta có: $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow d = u_2 - u_1 \Leftrightarrow d = 8 - 2 \Leftrightarrow d = 6$.

Câu 11: Trong không gian cho 3 điểm M, N, P phân biệt. Tính $\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MN}$.

A. $\overrightarrow{NM}$

B. $\overrightarrow{MN}$

C. $\overrightarrow{NP}$

D. $\overrightarrow{PN}$

Lời giải

Theo quy tắc ba điểm ta có $\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PN}$.

Câu 12: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	—		—
y	1	$+\infty$	1

A. $y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$

B. $y = \frac{x + 1}{x - 2}$

C. $y = x^3 + 3x^2$

D. $y = \frac{x - 1}{x + 2}$

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x + 1}{x - 2}$ có đường tiệm cận đứng $x = 2$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

$$y = f(x) = \ln(4ex - x^2).$$

Câu 1: Cho hàm số

a) $f(e) = 3$

b) Hàm số có tập xác định là $[0; 4e]$.

c) Phương trình $f'(x) = 0$ có một nghiệm $x = 2e$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1; 3e]$ có dạng $a \ln 2 + b$ thì $a + b = 4$.

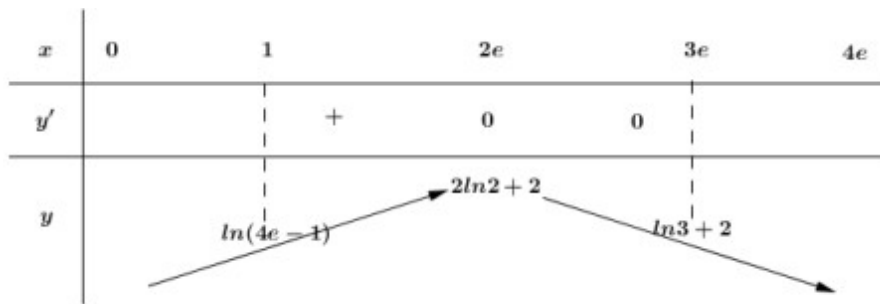
Lời giải

$$f(e) = \ln(4e \cdot e - e^2) = \ln(3e^2) = \ln 3 + 2$$

Điều kiện xác định: $4ex - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4e$. Vậy tập xác định là $(0; 4e)$.

Ta có $f'(x) = \frac{4e - 2x}{4ex - x^2}$ Suy ra $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4e - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 2e$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x) = \ln(4ex - x^2)$.



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1; 3e]$ là $2 \ln 2 + 2$.

Do đó: $\begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4$.

72

Câu 2: Một xe ô tô đang chạy với tốc độ 72 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 mét . Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm

này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10t + 20$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t kể từ lúc đạp phanh.

- a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.
 b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.
 c) Xe ô tô đó va vào chướng ngại vật ở trên đường.
 d) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.

Lời giải

Ta có $72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$.

Một giây sau khi phát hiện chướng ngại vật, ô tô chạy thêm được 20 m .

Kể từ lúc bắt đầu phanh, ô tô cách chướng ngại vật 30 m .

Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

Ta có $s(t) = \int v(t) dt = \int (-10t + 20) dt = -5t^2 + 20t + C$.

Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$, suy ra $s(t) = -5t^2 + 20t$.

Ta có $v(t) = 0 \Leftrightarrow -10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2s$.

Sau 2 giây, kể từ lúc đạp phanh, ô tô dừng hẳn.

Quãng đường ô tô đi được trong 2 giây kể từ lúc đạp phanh là $s(2) = 20$.

Khi đó ô tô còn cách chướng ngại vật 10 m nên ô tô chưa va vào chướng ngại vật.

Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+6)^2 + z^2 = 50$ có tâm I và điểm $K(1; -3; 0)$.

- a) Mặt cầu (S) có bán kính $R = 5\sqrt{2}$.

- b) Điểm K thuộc mặt cầu (S) .
- c) Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) đến điểm K bằng 10.
- d) Xét các điểm M thuộc (S) sao cho $\widehat{KMI}$ lớn nhất. Khi đó, giá trị của MK bằng $2\sqrt{10}$.

Lời giải

Bán kính $R = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

Thay tọa độ của điểm K vào phương trình mặt cầu (S) , ta có
 $(1-2)^2 + (-3+6)^2 + 0^2 = 10 \neq 50$.

Do đó, điểm K không thuộc mặt cầu (S)

Ta có $\overrightarrow{IK} = (1; -3; 0) \Rightarrow IK = \sqrt{10}$

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -6; 0)$, bán kính $R = 5\sqrt{2}$

Vì M thuộc (S) nên $MI = R = 5\sqrt{2}$

Ta có $\cos \widehat{KMI} = \frac{MK^2 + MI^2 - KI^2}{2 \cdot MK \cdot MI} = \frac{MK^2 + 50 - 10}{2 \cdot MK \cdot 5\sqrt{2}} = \frac{MK^2 + 40}{10\sqrt{2} \cdot MK}$. Vì $0^\circ < \widehat{KMI} < 90^\circ$ nên
 $0 < \cos \widehat{KMI} < 1$.

Đặt $x = MK, x > 0$. Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 40}{10\sqrt{2}x}$ với $x > 0$

Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $(0; +\infty)$ bằng $\frac{2}{\sqrt{5}}$ tại $x = 2\sqrt{10}$

Do đó $\cos \widehat{KMI}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $MK = 2\sqrt{10}$

Vậy $\widehat{KMI}$ lớn nhất khi giá trị của MK bằng $2\sqrt{10}$.

Câu 4: Một hộp chứa 18 quả cầu có kích thước và khối lượng như nhau, trong đó có 4 quả cầu màu xanh được đánh số từ 1 đến 4, có 6 quả cầu màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6, có 8 quả cầu màu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Lấy ngẫu nhiên 2 quả cầu từ hộp.

- a) Có 20 cách lấy 2 quả cầu khác số, trong đó có 1 quả cầu màu xanh và 1 quả cầu màu đỏ.
- b) Có 24 cách lấy 2 quả cầu khác số, trong đó có 1 quả cầu màu xanh và 1 quả cầu màu vàng.
- c) Có 42 cách lấy 2 quả cầu khác số, trong đó có 1 quả cầu màu đỏ và 1 quả cầu màu vàng.

d) Xác suất để 2 quả cầu được lấy vừa khác màu vừa khác số là $\frac{86}{153}$.

Lời giải

Do lấy 2 quả cầu khác số, trong đó có 1 quả cầu màu xanh và 1 quả cầu màu đỏ có $4 \cdot 5 = 20$ cách.

Suy ra đúng.

Do lấy 2 quả cầu khác số, trong đó có 1 quả cầu màu xanh và 1 quả cầu màu vàng có $4 \cdot 7 = 28$ cách.

Suy ra sai.

Do lấy 2 quả cầu khác số, trong đó có 1 quả cầu màu đỏ và 1 quả cầu màu vàng có $6 \cdot 7 = 42$ cách. Suy ra đúng.

Do không gian mẫu có số phần tử là $C_{18}^2 = 153$.

Xét biến cố A : “Lấy được 2 quả cầu vừa khác màu vừa khác số”.

Suy ra số cách lấy 2 quả cầu vừa khác màu vừa khác số là: $20 + 28 + 42 = 90$.

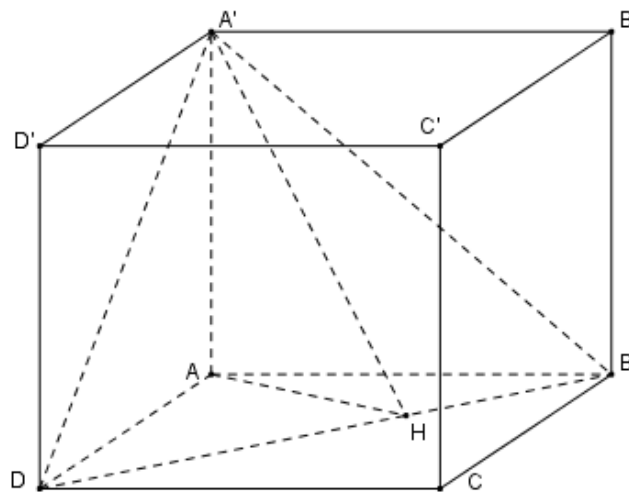
Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{90}{153} = \frac{10}{17}$. Suy ra sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một hộp bánh có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 10cm$, $AD = 20cm$, $AA' = 30cm$. Số đo góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$ bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Lời giải

Đáp án: 73,4



Dựng AH vuông góc với BD tại H .

Khi này, ta có: $\begin{cases} BD \perp AH \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (A'AH) \Rightarrow BD \perp A'H$.

Do đó góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$ là góc $\widehat{A'HA}$.

Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AH = \frac{AB \cdot AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = \frac{10 \cdot 20}{\sqrt{10^2 + 20^2}} = 4\sqrt{5}$.

Xét tam giác $A'AH$ vuông tại A , ta có $\tan \widehat{A'HA} = \frac{A'A}{AH} = \frac{30}{4\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$.

$\Rightarrow \widehat{A'HA} \approx 73,4^\circ$.

Vậy phẳng nhị diện $[A', BD, A]$ có số đo là $73,4^\circ$.

Câu 2: Người ta ghi chép lại trọng lượng (gam) một loại cá rô được nuôi trong ao theo một chế độ đặc biệt sau 6 tháng, họ có bảng tần số ghép nhóm sau:

Trọng lượng	$[60; 70)$	$[70; 80)$	$[80; 90)$	$[90; 100)$	$[100; 110)$	$[110; 120)$
Số cá	13	24	55	61	31	16

Tìm trung vị của mẫu số liệu (làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp án: 91,3

Tổng số cá là: $N = 12 + 24 + 55 + 61 + 31 + 16 = 200$

Vì tổng số cá là số chẵn ($N = 200$) nên trung vị sẽ là trung bình cộng của giá trị thứ $\frac{N}{2}$ và giá trị thứ $\frac{N}{2} + 1$ nên vị trí trung vị là 100 và 101.

Giá trị thứ 100 và 101 đều nằm trong lớp có trọng lượng $[90; 100)$ vì tần số tích lũy đến lớp trước là 92 và tần số tích lũy đến lớp này là 153. Vậy lớp trung vị là $[90; 100)$.
Trung vị của mẫu số liệu là

$$M_c = L + \frac{\left(\frac{N}{2} - CF\right)}{f} \cdot h = 90 + \frac{\left(\frac{200}{2} - 92\right)}{61} \cdot (100 - 90) = \frac{5570}{61} \approx 91,3$$

Vậy trung vị của mẫu số liệu là $M_c = 91,3$ (gam).

Câu 3: Khi đặt hệ tọa độ O_{xyz} vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

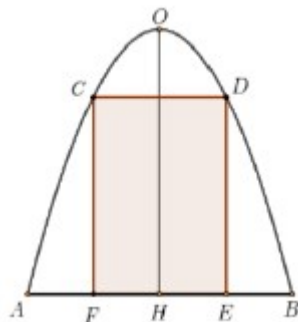
Lời giải

Đáp án: 6.

Ta có: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3^2$.

Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là đường kính của mặt cầu, tức là 6 km.

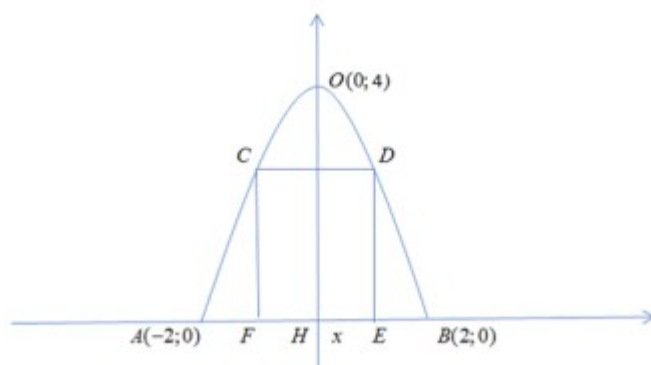
Câu 4: Một cái cổng được giới hạn bởi đoạn thẳng AB và một phần parabol đi qua hai điểm A, B có trục đối xứng là đường thẳng OH . Biết rằng $AB = OH = 4$ mét. Người ta dự kiến đặt một cánh cửa hình chữ nhật $CDEF$, trong đó C, D nằm trên parabol còn E, F nằm trên đoạn AB . Cánh cổng có chi phí là 200 nghìn đồng/mét vuông. Phần còn lại của cổng được trang trí hoa văn với chi phí 300 nghìn đồng/mét vuông. Tổng chi phí thấp nhất để đặt làm cánh cửa và trang trí là bao nhiêu nghìn đồng?



Lời giải

Đáp án: 2584

Lập hệ trục tọa độ Oxy sao cho $H(0;0)$, AB nằm trên trục Ox ; điểm O nằm trên Oy



Phương trình của parabol có dạng $y = ax^2 + c$. Đi qua điểm $B(2;0); O(0;4)$ thay tọa độ của hai

điểm vào phương trình (P) ta được hệ phương trình
$$\begin{cases} 4a + c = 0 \\ 0.a + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = 4 \end{cases}$$

Phương trình của (P) là $y = -x^2 + 4$

diện tích của (P) tạo với trục hoành là
$$S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \frac{32}{3}$$

Đặt $HE = x \Rightarrow DE = -x^2 + 4$. Diện tích hình chữ nhật là

$$S_1 = EF \cdot ED = 2x \cdot (-x^2 + 4) = -2x^3 + 8x$$

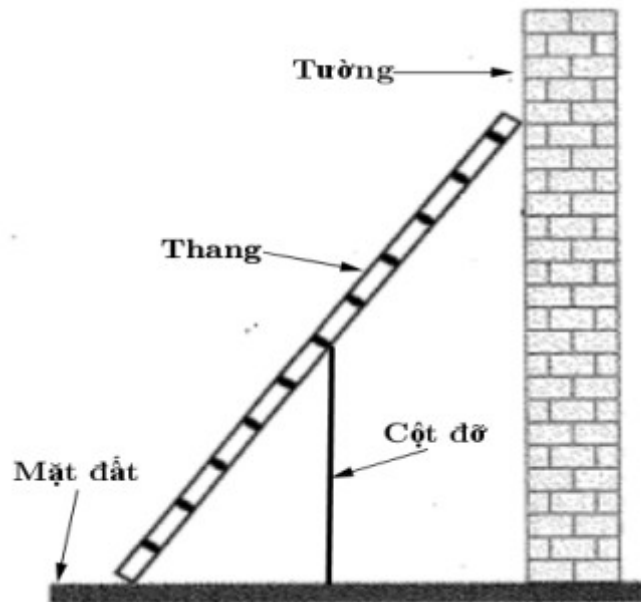
Diện tích trang trí hoa văn là $S_2 = S - S_1 = \frac{32}{3} - (-2x^3 + 8x) = 2x^3 - 8x + \frac{32}{3}$

Số tiền nhà trường phải trả là
$$T = 200 \cdot (-2x^3 + 8x) + 300 \cdot (2x^3 - 8x + \frac{32}{3}) = 200x^3 - 800x + 3200$$

$$T' = 600x^2 - 800 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ x = \frac{-2\sqrt{3}}{3} \end{cases} \quad T_{\min} = T(\frac{2\sqrt{3}}{3}) = 2584,159713$$

Câu 5: Ông An muốn dựa chiếc thang vào tường và mặt đất ngang qua cột đỡ. Biết cột đỡ

cao $2(m)$, song song với tường và cách tường $2(m)$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó chiều dài của chiếc thang có độ dài ngắn nhất bằng bao nhiêu (đơn vị được tính theo mét và làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



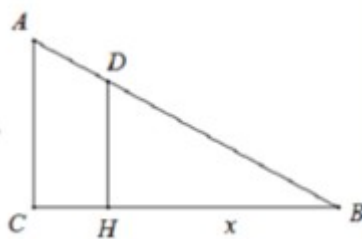
Lời giải

Đáp án: 5,6

Đặt $BH = x (x > 0)$. Ta có $BD = \sqrt{DH^2 + BH^2} = \sqrt{x^2 + 4}$.

Vì $DH \parallel AC$ nên $\frac{DA}{DB} = \frac{HC}{HB} \Rightarrow DA = \frac{DB \cdot HC}{HB} = \frac{2\sqrt{x^2 + 4}}{x}$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{x^2 + 4} + \frac{2\sqrt{x^2 + 4}}{x}$$



Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + 4} + \frac{2\sqrt{x^2 + 4}}{x}$ trên $(0; +\infty)$. Ta có $f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ và

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} + 2 \frac{\frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} \cdot x - \sqrt{x^2 + 4}}{x^2} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} - \frac{8}{x^2 \sqrt{x^2 + 4}} = \frac{x^3 - 8}{x^2 \sqrt{x^2 + 4}}$$

Suy ra $\min_{(0; +\infty)} AB = \min_{(0; +\infty)} f(x) = f(2) = 4\sqrt{2} \approx 5,7(\text{m})$

Câu 6: Tất cả các học sinh của trường Hạnh Phúc đều tham gia câu lạc bộ bóng chuyền hoặc bóng rổ, 60% mỗi học sinh chỉ tham gia đúng một câu lạc bộ. Có học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng 40% chuyền và học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng rổ. Số học sinh nữ chiếm 65% trong câu lạc bộ bóng chuyền và 25% trong câu lạc bộ bóng rổ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất chọn được học sinh nữ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 0,49Xét các biến cố: A : “Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ bóng chuyền”; B : “Chọn được học sinh nữ”.Theo giả thiết, ta có: $P(A) = 0,6; P(\bar{A}) = 0,4; P(B|A) = 0,65; P(B|\bar{A}) = 0,25$

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất chọn được học sinh nữ là:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,6 \cdot 0,65 + 0,4 \cdot 0,25 = 0,49$$

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI ĐỀ SỐ 03**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

A. $x^4 + x^2 + C$

B. $3x^2 + 1 + C$

C. $x^3 + x + C$

D. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$

Lời giải

Ta có $\int (x^3 + x) dx = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$

Câu 2: Tính $\int_0^1 4x^3 dx$

A. 0

B. 4

C. 3

D. 1

Lời giải

Ta có $\int_0^1 4x^3 dx = x^4 \Big|_0^1 = 1$

Câu 3: Mỗi ngày bác Hoa đều đi bộ để rèn sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Hoa trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 5; 3, 0)	[3, 0; 3, 5)	[3, 5; 4, 0)	[4, 0; 4, 5)	[4, 5; 5, 0)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 0,9

B. 0,96

C. 0,97

D. 0,8

Lời giải

Ta có bảng tần số tích lũy là

Quãng đường (km)	[2, 5; 3, 0)	[3, 0; 3, 5)	[3, 5; 4, 0)	[4, 0; 4, 5)	[4, 5; 5, 0)
Số ngày	3	6	5	4	2
Tần số tích lũy	3	9	14	18	20

Nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{n}{4} = \frac{20}{4} = 5$.

Nhóm 2 có đầu mút trái là 3, độ dài 0,5, tần số là 6, và nhóm 1 có tần số tích lũy là 3. Từ đó

$$Q_1 = 3 + \frac{5-3}{6} \cdot 0,5 = \frac{19}{6}$$

Nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 20}{4} = 15$.

Nhóm 4 có đầu mút trái là 4, độ dài $0,5$, tần số là 4. Nhóm 3 có tần số tích lũy là 14. Từ đó

$$Q_3 = 4 + \frac{15-14}{4} \cdot 0,5 = \frac{33}{8}$$

$$\Delta Q = Q_3 - Q_1 = \frac{33}{8} - \frac{19}{6} = 0,95833 \approx 0,96$$

Vậy khoảng tứ phân vị là

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{2}$ có một vector chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (3; -1; 5)$ **B.** $\vec{u}_4 = (1; -1; 2)$ **C.** $\vec{u}_2 = (-3; 1; 5)$ **D.** $\vec{u}_3 = (1; -1; -2)$

Lời giải

Đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{2}$ có một vector chỉ phương là $\vec{u}_4 = (1; -1; 2)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x] = 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận xiên.
B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận xiên.
C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận xiên là các đường thẳng $y = x$ và $y = -x$.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận xiên là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Lời giải

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận xiên, đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận xiên là các đường thẳng $y = x$ và $y = -x$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23} < 9$ là:

- A.** $(-5; 5)$ **B.** $(-\infty; 5)$ **C.** $(5; +\infty)$ **D.** $(0; 5)$

Lời giải

$$\text{Ta có: } 3^{x^2-23} < 9 \Leftrightarrow 3^{x^2-23} < 3^2 \Leftrightarrow x^2 - 23 < 2 \Leftrightarrow x^2 < 25 \Leftrightarrow -5 < x < 5$$

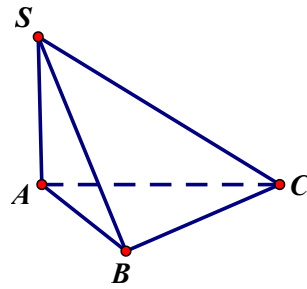
Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

- A.** $x + y + 2z - 3 = 0$ **B.** $x + y + 2z - 6 = 0$
C. $x + 3y + 4z - 7 = 0$ **D.** $x + 3y + 4z - 26 = 0$

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0; 1; 1)$ và nhận vectơ $\vec{AB} = (1; 1; 2)$ là vectơ pháp tuyến
 $(P): 1(x-0) + 1(y-1) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 3 = 0$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = \sqrt{2}a$.



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng
A. 60° . **B.** 45° . **C.** 30° . **D.** 90° .

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} SC \cap (ABC) = \{C\} \\ SA \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow (\overline{SC}, (ABC)) = (\overline{SC}, AC) = \widehat{SCA}$

Mà: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2a^2 + 2a^2} = 2a = SA$

Vì $\triangle SAC$ vuông cân tại A nên ta có $\widehat{SCA} = 45^\circ$.

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực.

A. $m \geq 1$. **B.** $m \geq 0$. **C.** $m > 0$. **D.** $m \neq 0$

Lời giải

Để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực thì $m > 0$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

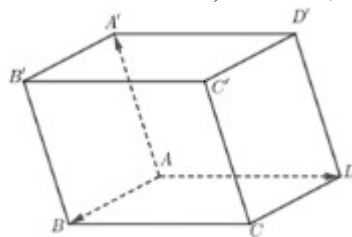
A. 3 . **B.** -4 . **C.** 4 . **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

$$q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$$

Công bội của cấp số nhân là

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó, $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ bằng



A. $\overrightarrow{AD'}$. **B.** $\overrightarrow{AB'}$. **C.** $\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD'}$ ($ADD'A'$ là hình bình hành).

Câu 12: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$-\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$

A. $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x - 2}$

B. $y = \frac{x + 1}{x - 2}$

C. $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$

D. $y = -x^3 + x^2 - 5x$

Lời giải

Bảng biến thiên của hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ có đường tiệm cận đứng $x = -2$.

Suy ra chọn $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 3}$.

$$f'(x) = \frac{2x^2 + 12x - 14}{(x + 3)^2}$$

a) Hàm số có đạo hàm

$$\Delta: y = 2x - 3$$

b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng

$$I(3; 3)$$

c) Đồ thị hàm số nhận điểm làm tâm đối xứng.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 3}$ cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại A, B . Khi đó diện tích của tam giác OAB lớn hơn 2.

Lời giải

Ta có $f'(x) = \frac{2x^2 + 12x + 14}{(x + 3)^2}$.

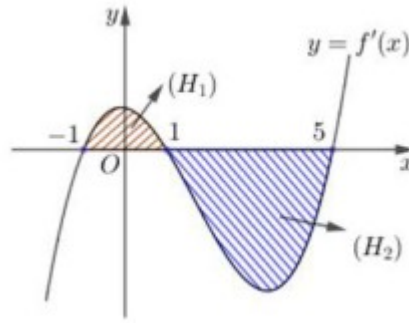
Ta có $f(x) = 2x - 3 + \frac{4}{x + 3} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (2x - 3)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4}{x + 3} = 0$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y = 2x - 3$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 3} = +\infty, \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 3} = -\infty \Rightarrow x = -3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y = 2x - 3$ nên tâm đối xứng của đồ thị là $I(-3; -9)$

Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $d: y = 2x - 3$. Gọi A, B lần lượt là giao của tiệm cận xiên với trục hoành, trục tung, suy ra $A\left(\frac{3}{2}; 0\right), B(0; -3) \Rightarrow OA = \frac{3}{2}, OB = 3$ nên diện tích tam giác OAB là $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{9}{4} > 2$.

Câu 2: Cho hàm số đa thức $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Biết $f(-1) = -\frac{43}{4}$, diện tích hình phẳng $(H_1), (H_2)$ lần lượt bằng 20 và 128.



a) Giá trị của $\int_{-1}^5 f'(x) dx$ bằng 148.

b) Giá trị của $f(5)$ bằng $-\frac{475}{4}$.

c) Giá trị của $f(2)$ bằng -4.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ và $y = -\frac{3}{2}x^2 + 15x$, trục tung và đường thẳng $x = 5$ bằng $\frac{625}{2}$.

Lời giải

Ta có $H_1 = \int_{-1}^1 f'(x) dx \Leftrightarrow 20 = f(1) - f(-1) \Leftrightarrow 20 = f(1) + \frac{43}{4} \Rightarrow f(1) = \frac{37}{4}$.

$H_2 = -\int_1^5 f'(x) dx \Leftrightarrow -128 = f(5) - f(1) \Leftrightarrow -128 = f(5) - \frac{37}{4} \Rightarrow f(5) = -\frac{475}{4}$.

$\int_{-1}^5 f'(x) dx = f(5) - f(-1) = -\frac{475}{4} + \frac{43}{4} = -108$.

$f'(x) = a(x+1)(x-1)(x-5)$

Ta có

$20 - 128 = \int_{-1}^1 f'(x) dx = \int_{-1}^1 a(x+1)(x-1)(x-5) dx \Leftrightarrow a = 3$

Suy ra

$f(x) = \int 3(x^3 - 5x^2 - x + 5) dx = 3\left(\frac{x^4}{4} - \frac{5}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5x\right) + c$. Vì $f(1) = \frac{37}{4} \Rightarrow c = 0$.

Suy ra

$$f(x) = 3\left(\frac{x^4}{4} - \frac{5}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5x\right) \Rightarrow f(2) = -4$$

Vậy

$$\int_0^5 3\left(\frac{x^4}{4} - \frac{5}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5x\right) - \left(-\frac{3}{2}x^2 + 15x\right) dx = \frac{625}{2}$$

Theo bài ra ta có

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;1;-1)$, $B(4;-1;2)$, $C(1;3;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 2y - z - 12 = 0$.

a) Đường thẳng BC không nằm trên mặt phẳng (α) .

b) Mặt cầu tâm $I(-4;4;-1)$, tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) có bán kính bằng $\frac{26}{\sqrt{5}}$.

c) Đường thẳng AC có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$$

d) Với điểm $M \in (\alpha)$ thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|\overline{MA} - 4\overline{MB} - 3\overline{MC}|$ bằng $\frac{3}{\sqrt{21}}$.

Lời giải

Mặt phẳng (α) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (4; 2; -1)$.

$$\overline{BC} = (-3; 4; -4)$$

$$\vec{n} \cdot \overline{BC} = -12 + 8 + 4 = 0$$

Thay tọa độ của B vào phương trình mặt phẳng (α) ta được: $16 - 2 - 2 - 12 = 0$ nên $B \in (\alpha)$.

Do đó đường thẳng BC nằm trên mặt phẳng (α) .

Ta có $\overline{AB} = (1; -2; 3)$; $\overline{AC} = (-2; 2; -1)$

$$[\overline{AB}, \overline{AC}] = (-4; -5; -2)$$

Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

$$4(x-3) + 5(y-1) + 2(z+1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 5y + 2z - 15 = 0$$

Mặt cầu tâm $I(-4;4;-1)$, tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) có bán kính bằng

$$R = d(I; (ABC)) = \frac{|-16 + 20 - 2 - 15|}{\sqrt{16 + 25 + 4}} = \frac{13}{3\sqrt{5}}$$

$$\overrightarrow{AC} = (-2; 2; -1)$$

Ta có không là véc tơ chỉ phương của đường thẳng có phương trình

$$\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases} \quad , \text{ do đó đường thẳng } AC \text{ không phải có phương trình tham số là } \begin{cases} x = 4 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}.$$

Gọi K là điểm sao cho $\overrightarrow{KA} - 4\overrightarrow{KB} - 3\overrightarrow{KC} = \vec{0}$.

$$\begin{cases} x_K = \frac{3 - 4 \cdot 4 - 3 \cdot 1}{1 - 4 - 3} \\ y_K = \frac{1 - 4 \cdot (-1) - 3 \cdot 3}{1 - 4 - 3} \\ z_K = \frac{-1 - 4 \cdot 2 - 3 \cdot (-2)}{1 - 4 - 3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_K = \frac{8}{3} \\ y_K = \frac{2}{3} \\ z_K = \frac{1}{2} \end{cases} \quad K\left(\frac{8}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{2}\right)$$

Khi đó ta có , suy ra

$$|\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KA} - 4(\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KB}) - 3(\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KC})|$$

$$= |-6\overrightarrow{MK} + (\overrightarrow{KA} - 4\overrightarrow{KB} - 3\overrightarrow{KC})| = |-6\overrightarrow{MK} + \vec{0}| = 6MK$$

Với điểm $M \in (\alpha)$ thì biểu thức $|\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của K lên mặt phẳng (α) .

Khoảng cách từ điểm K đến mặt phẳng (α) là

$$d(K, (\alpha)) = \frac{\left|4 \cdot \frac{8}{3} + 2 \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{2} - 12\right|}{\sqrt{16 + 4 + 1}} = \frac{\left|-\frac{1}{2}\right|}{\sqrt{21}} = \frac{1}{2\sqrt{21}}$$

Với điểm $M \in (\alpha)$ thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}|$ bằng $6 \cdot \frac{1}{2\sqrt{21}} = \frac{3}{\sqrt{21}}$

Câu 4: Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh”;

B: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán”.

a) $P(A) = 0,4$.

- b) $P(B) = 0,625$
 c) $P(A|B) = 0,75$
 d) $P(B|A) = 0,48$

Lời giải

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{25}{40} = 0,625$. Suy ra Sai.

Xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{16}{40} = 0,4$. Suy ra Sai.

Số học sinh ưa tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán là 12, số học sinh

tham gia câu lạc bộ Toán là 16 nên $P(A|B) = \frac{12}{16} = 0,75$. Suy ra đúng.

Số học sinh ưa tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán là 12, số học sinh

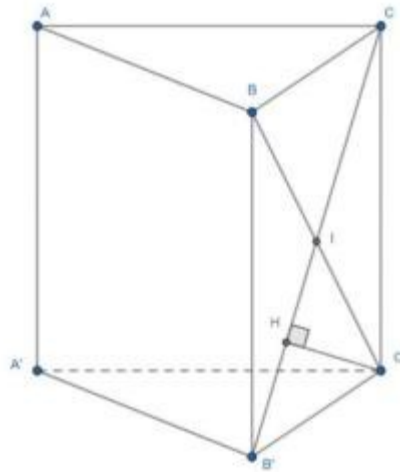
tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh là 25 nên $P(B|A) = \frac{12}{25} = 0,48$. Suy ra Đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 4$, $AC = 5$, $AA' = 6$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CB' bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp án: 2,7



Vì ABC là tam giác vuông tại B nên $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$. Suy ra $B'C' = 3$.

Vì $\begin{cases} AB \parallel A'B' \\ A'B' \subset (A'B'C) \\ AB \not\subset (A'B'C) \end{cases}$ nên $AB \parallel (A'B'C)$.

Mà $CB' \subset (A'B'C)$ nên $d(AB; CB') = d(AB; (A'B'C)) = d(B; (A'B'C))$

Mặt khác BC' cắt mặt phẳng $(A'B'C)$ tại trung điểm I của BC' nên $d(B; (A'B'C)) = d(C'; (A'B'C))$

$$\text{Hạ } C'H \perp CB', \text{ suy ra } d(C'; (A'B'C)) = C'H = \frac{C'C \cdot C'B}{\sqrt{C'C^2 + C'B^2}} = \frac{6.3}{\sqrt{6^2 + 3^2}} \approx 2,7.$$

Câu 2: Sự tăng trưởng dân số được ước tính theo công thức tăng trưởng mũ sau: $A = Pe^{rt}$
 trong đó P là dân số của năm lấy làm mốc, A là dân số sau t năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Biết rằng vào năm 2024, dân số toàn thành phố Đà Nẵng khoảng 1,27 triệu người và tỉ lệ tăng dân số là 2,47%. Nếu tỉ lệ tăng dân số này giữ nguyên thì dân số của thành phố Đà Nẵng vào năm 2030 khoảng bao nhiêu triệu người (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp án: 1,47

Lấy năm 2024 làm mốc thì ta có $P = 1,27$ triệu người; $r = 2,47\%$.
 Đến năm 2030 tức là sau $t = 6$ năm, dân số của thành phố Đà Nẵng là $A = 1,27 \cdot e^{2,47\% \cdot 6} \approx 1,47$ (triệu người).

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo trên các trục là kilomet, một ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1000; 600; 14)$ đến điểm N trong 30 phút. Nếu đến máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của $Q(1400; 800; 16)$ máy bay sau 10 phút tiếp theo là $E(100; 150; 9,5)$. Biết một khẩu pháo ở tọa độ vị trí điểm $E(100; 150; 9,5)$ được bắn ra với vận tốc không đổi gấp 5 lần vận tốc máy bay nhằm bắn trúng máy bay tại vị trí điểm N . Sau bao nhiêu phút khi máy bay bay từ M thì người điều khiển pháo phải bắn?

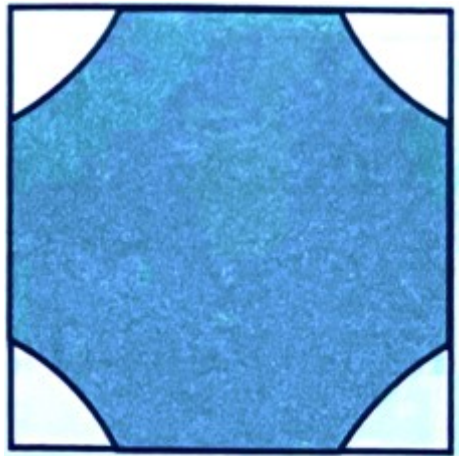
Lời giải

Đáp án: 6

Gọi $N(x, y, z)$. Ta có $\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{NQ} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1000 = 3(1400 - x) \\ y - 600 = 3(800 - y) \\ z - 14 = 3(16 - z) \end{cases} \Leftrightarrow N(1300; 750; 15,5)$.
 Vận tốc khẩu pháo bằng 5 lần vận tốc máy bay nên vận tốc khẩu pháo là $5 \cdot \frac{MN}{0,5} = 5\sqrt{450009} \text{ (km/h)}$

Thời gian kể từ khi bắn pháo từ điểm E đến vị trí điểm N là $\frac{EN}{5\sqrt{450009}} = 0,4 \text{ (h)} = 24$.
 Vậy sau $30 - 24 = 6$ phút khi máy bay bay từ M thì người điều khiển pháo phải bắn.

Câu 4: Người ta thiết kế một mẫu gạch lát nền nhà có dạng hình vuông cạnh 4 dm . Bốn góc viên gạch màu trắng, phần ở giữa màu xanh

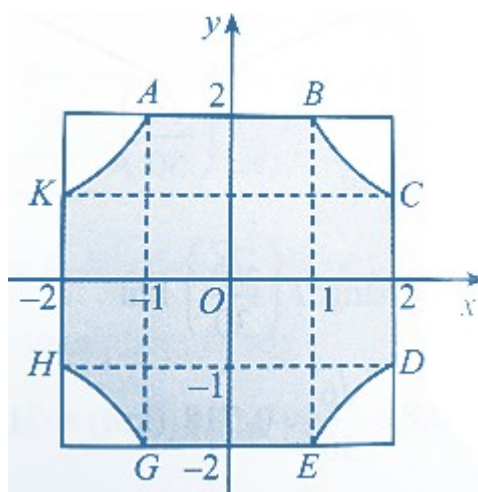


Đường viền của phần màu xanh bao gồm bốn đoạn thẳng nằm trên các cạnh hình vuông và bốn đường cong có tính chất: Tích khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường cong đó đến hai trục đối xứng của viên gạch bằng 2 dm . Hãy cho biết phần màu xanh có diện tích bằng bao nhiêu decimét vuông?

Lời giải

Đáp án: 13,5

Gắn trục tọa độ Oxy vào viên gạch sao cho hai trục trùng với hai đường đối xứng, gốc O ở tâm hình vuông như hình dưới.



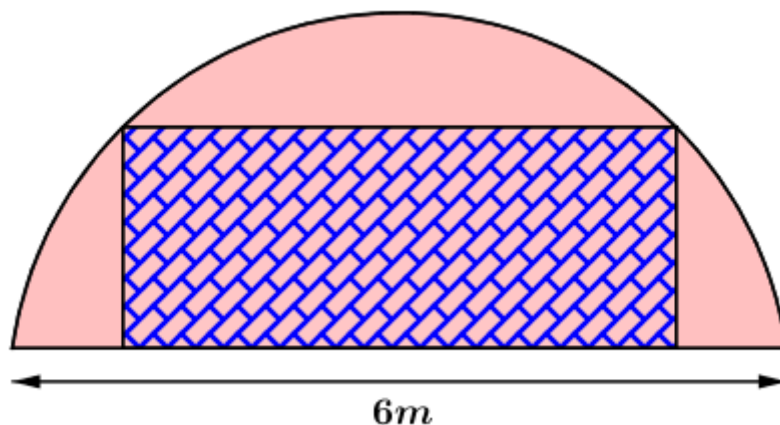
Giả sử tọa độ một điểm nằm trên đường viền cong là $(x; y)$. Theo giả thiết, ta có: $|xy| = 2$. Suy ra $y = \frac{2}{x}$ hoặc $y = -\frac{2}{x}$.

Ứng với hình bên, ta có các đường viền cong AK, DE là một phần của đồ thị hàm số $y = -\frac{2}{x}$; các đường viền cong BC, GH là một phần của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{x}$.

Khi đó diện tích phần màu xanh bằng

$$S = S_{AKHG} + S_{ABEG} + S_{BCDE} = \int_{-2}^{-1} \left(-\frac{2}{x} - \frac{2}{x} \right) dx + 8 + \int_1^2 \left(\frac{2}{x} - \frac{2}{x} \right) dx \approx 13,5 \text{ dm}^2$$

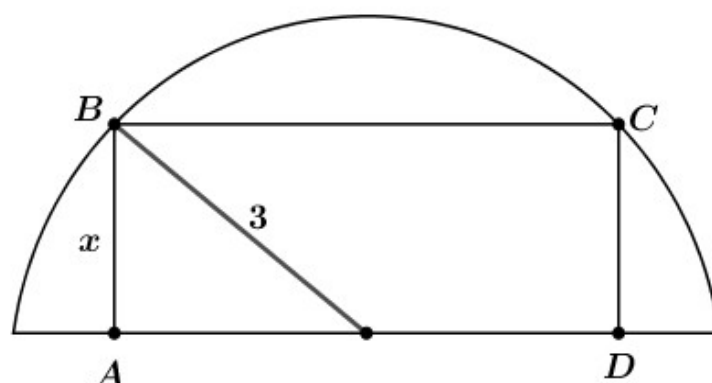
Câu 5: Từ một tấm tôn hình bán nguyệt có đường kính $6m$, người ra muốn cắt ra một tấm tôn hình chữ nhật có một cạnh nằm trên đường kính của hình bán nguyệt (tham khảo hình vẽ). Biết hình chữ nhật có diện tích lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất của hình chữ nhật đó.



Lời giải

Đáp án: 9 .

Kí hiệu hình chữ nhật $ABCD$ như hình vẽ.



Đặt $AB = x(m)$, $(0 < x < 3)$. Ta có $BC = 2\sqrt{3^2 - x^2} = 2\sqrt{9 - x^2} (m)$.

Diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ là: $S = 2x\sqrt{9 - x^2} = f(x)$.

Xét hàm số $f(x) = 2x\sqrt{9 - x^2}$ trên khoảng $(0; 3)$.

Ta có: $f(x) = \frac{18 - 4x^2}{\sqrt{9 - x^2}}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x) = 2x\sqrt{9 - x^2}$

x	0	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$	3
$f'(x)$		+ 0 -	
$f(x)$	0	9	0

Do đó hình chữ nhật được cắt ra có diện tích lớn nhất bằng 9 .

Câu 6: Một xí nghiệp mỗi ngày sản xuất ra 2000 sản phẩm trong đó có 39 sản phẩm lỗi. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai sản phẩm không hoàn lại để kiểm tra. Tính xác suất của biến cố: Sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,02

Xét các biến cố:

A_1 : Sản phẩm lấy ra lần thứ nhất bị lỗi. Khi đó, ta có: $P(A_1) = \frac{39}{2000}$; $P(\overline{A_1}) = \frac{1961}{2000}$.

A_2 : Sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi.

• Khi sản phẩm lấy ra lần thứ nhất bị lỗi thì còn 1999 sản phẩm và trong đó có 38 sản phẩm lỗi nên ta có: $P(A_2|A_1) = \frac{38}{1999}$, suy ra $P(\overline{A_2}|A_1) = \frac{1961}{1999}$.

• Khi sản phẩm lấy ra lần thứ nhất không bị lỗi thì còn 1999 sản phẩm trong đó có 39 sản phẩm lỗi nên ta có: $P(A_2|\overline{A_1}) = \frac{39}{1999}$, suy ra $P(\overline{A_2}|\overline{A_1}) = \frac{1960}{1999}$.

Khi đó, xác suất để sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi là:

$$P(A_2) = P(A_2|A_1) \cdot P(A_1) + P(A_2|\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_1}) = \frac{38}{1999} \cdot \frac{39}{2000} + \frac{39}{1999} \cdot \frac{1961}{2000} \approx 0,02$$

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI ĐỀ SỐ 04

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

- A. $e^x + x^2 + C$. B. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. C. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}e^x + C$. D. $e^x + 1 + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x) dx = \int (e^x + x) dx = e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$

Câu 2: Nếu $\int_1^4 f(x) dx = -2$ thì giá trị của $I = \int_1^4 \left[\frac{3}{2}f(x) + 1 \right] dx$ bằng

- A. -2. B. -6. C. 0. D. 3.

Lời giải

$$I = \int_1^4 \left[\frac{3}{2}f(x) + 1 \right] dx = \frac{3}{2} \int_1^4 f(x) dx + x \Big|_1^4 = \frac{3}{2} \cdot (-2) + 4 - 1 = 0$$

Câu 3: Thống kê điểm môn Toán của một số học sinh trong đợt khảo sát lần 1, ta được kết quả như bảng sau:

Điểm	[6, 5; 7)	[7; 7, 5)	[7, 5; 8)	[8; 8, 5)	[8, 5; 9)	[9; 9, 5)	[9, 5; 10)
Số học sinh	7	10	17	24	13	8	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên bằng

A. 3,5**B.** 16,5**C.** 3**D.** 2**Lời giải**Khoảng biến thiên $R = 10 - 6,5 = 3,5$ **Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?**A.** $Q(2; -1; 2)$ **B.** $M(-1; -2; -3)$ **C.** $P(1; 2; 3)$ **D.** $N(-2; 1; -2)$ **Lời giải**

Thay tọa độ của các điểm Q, M, N vào phương trình đường thẳng d ta được các mệnh đề sai. Thay tọa độ điểm P vào phương trình đường thẳng d ta được mệnh đề đúng.

Vậy điểm $P(1; 2; 3)$ thuộc đường thẳng d .

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	3	$+\infty$	3
		$-\infty$	

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1**B.** 2**C.** 4**D.** 3**Lời giải**

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 3; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3$. Suy ra $y = 3$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$. Suy ra $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

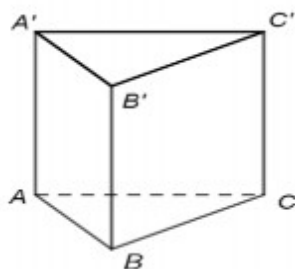
Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là**A.** $(-\infty; \log_3 2)$ **B.** $(\log_3 2; +\infty)$ **C.** $(-\infty; \log_2 3)$ **D.** $(\log_2 3; +\infty)$ **Lời giải**

Ta có $3^x < 2 \Leftrightarrow x < \log_3 2$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-\infty; \log_3 2)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0); B(0; -2; 0); C(0; 0; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (ABC) ?**A.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$ **B.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$ **C.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$ **D.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$ **Lời giải**

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua 3 điểm A, B, C là $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 8: Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 4$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng



A. $2\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $4\sqrt{2}$.

D. 4.

Lời giải

Ta có $\left. \begin{array}{l} CB \perp BB' \\ CB \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow CB \perp (ABB'A')$. Vậy $d[C, (ABB'A')] = CB = AB = 4$.

Câu 9: Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là

A. $x = \frac{5}{2}$

B. $x = 2$

C. $x = \frac{3}{2}$

D. $x = 3$

Lời giải

Ta có $2^{2x+1} = 32 \Leftrightarrow 2^{2x+1} = 2^5 \Leftrightarrow 2x+1 = 5 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 4$. Giá trị của u_2 bằng

A. 64.

B. 81.

C. 12.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = 3 \cdot 4 = 12$.

Câu 11: Cho hai vector $\vec{u}, \vec{v}$ có $|\vec{u}| = 3, |\vec{v}| = 4$ và góc giữa hai vector $\vec{u}, \vec{v}$ bằng 60° . Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

A. 12.

B. 6.

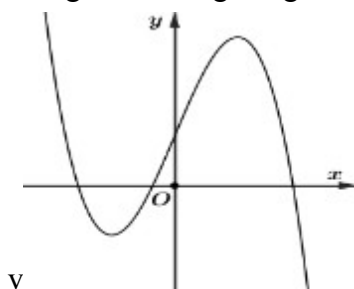
C. -12.

D. -6.

Lời giải

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}) = 3 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ = 6$.

Câu 12: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+4}$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

D. $y = \frac{x^2 + 3x - 5}{x - 1}$.

Lời giải

Đây là đồ thị hàm bậc 3 có hệ số $a < 0$. Suy ra chọn $y = -x^3 + 3x + 1$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) ($x \geq 0$). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng (*Nguồn: R. Larson anh B Edwards, Calculus 10e, Cangage*). Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 tỷ đồng.

$$T(x) = -10x^2 + 300x + 10000.$$

- a)** Doanh thu của tất cả các gian hàng được biểu diễn bởi hàm số
- b)** Doanh thu của tất cả các gian hàng khi người đó tăng giá thêm 12 triệu đồng là 12 tỷ 250 triệu đồng.
- c)** Doanh thu cao nhất của tất cả các gian hàng mà người đó có thể thu về là 12 tỷ 250 triệu đồng.
- d)** Để doanh thu của tất cả gian hàng cao nhất thì mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.

Lời giải

Ta có: $T(x) = \int (-20x + 300) dx = -10x^2 + 300x + C.$

Theo giả thiết nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 tỷ đồng nên ta có $T(10) = 12000.$

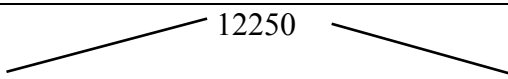
Suy ra: $-10 \cdot 10^2 + 300 \cdot 10 + C = 12000 \Leftrightarrow C = 10000.$

Vậy: $T(x) = -10x^2 + 300x + 10000.$

Doanh thu của tất cả các gian hàng khi người đó tăng giá thêm 12 triệu đồng là

$$T(12) = -10 \cdot 12^2 + 300 \cdot 12 + 10000 = 12160 \quad (\text{triệu đồng}).$$

Ta có bảng biến thiên

x	0	15	$+\infty$
$T'(x)$	+	0	-
$T(x)$			

Suy ra doanh thu cao nhất của tất cả các gian hàng mà người đó có thể thu về là 12 tỷ 250 triệu đồng.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để doanh thu của tất cả gian hàng cao nhất thì mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.

Câu 2: Vào năm 2014, dân số nước ta khoảng $90,7$ triệu người. Giả sử, dân số nước ta sau t năm được xác định bởi hàm số $S(t)$ (đơn vị: triệu người), trong đó tốc độ gia tăng dân số được cho bởi $S'(t) = 1,2698e^{0,014t}$, với t là số năm kể từ năm 2014, $S'(t)$ tính bằng triệu người / năm.

- a) $S(t)$ là một nguyên hàm của $S'(t)$.
- b) $S(t) = 90,7e^{0,014t} + 90,7$.
- c) Theo công thức trên, tốc độ tăng dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng phần mười của triệu người / năm) khoảng $1,7$ triệu người / năm.
- d) Theo công thức trên, dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu người) khoảng 120 triệu người.

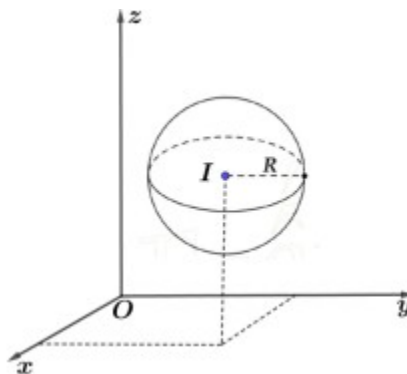
Lời giải

Ta có $S(t)$ là một nguyên hàm của $S'(t)$ và $\int S'(t) dt = \int 1,2698e^{0,014t} dt = 1,2698 \int (e^{0,014t})' dt$
 $= \frac{1,2698e^{0,014t}}{0,014} = 90,7e^{0,014t} + C$. Vì $S(0) = 90,7$ nên $C = 0$. Suy ra $S(t) = 90,7e^{0,014t}$.

Tốc độ tăng dân số ở nước ta năm 2034 là: $S'(20) = 1,2698e^{0,014 \cdot 20} \approx 1,7$ (triệu người/năm).

Dân số nước ta năm 2034 là: $S(20) = 90,7e^{0,014 \cdot 20} \approx 120$ (triệu người).

Câu 3: Hình vẽ dưới đây mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí $I(1; 2; 2)$ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) và được thiết kế với đường kính phủ sóng là 10000 m



- a) Bán kính vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại là 5 km .
- b) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới miền bên trong và bên ngoài vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 25$.
- c) Điểm $A(1; 2; 6)$ nằm trong vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại.
- d) Nhà bạn Dũng và bạn Nam có vị trí tọa độ lần lượt là $M(1; 2; 7)$ và $N(5; 5; 5)$. Nếu cả hai bạn Dũng và bạn Nam dùng điện thoại tại nhà thì đều có thể sử dụng dịch vụ của trạm phát sóng điện thoại này.

Lời giải

Đường kính phủ sóng là 10000 m nên bán kính phủ sóng là $R = 5000 \text{ m} = 5 \text{ km}$.

Phương trình mặt cầu: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 25$. $IA = 4 < R$. Vậy điểm $A(1; 2; 6)$ nằm trong vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại. $IM = 5 = R$ và $IN = \sqrt{34} > R$.
 Vậy nhà bạn Dũng nằm trong vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại. Vậy nhà bạn Nam không nằm trong vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại.

Câu 4: Trong một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng bàn có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn (lấy không hoàn lại) trong hộp.

- a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{10}$.
 b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là $\frac{1}{19}$.
 c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{190}$.
 d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là $\frac{189}{190}$.

Lời giải

Xét các biến cố:

A: “Lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II”;

B: “Lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II”.

Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là $P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$. Suy ra Sai.

Sau khi lấy quả bóng bàn loại II thì chỉ còn quả bóng bàn loại II trong hộp. Suy ra xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là

$$P(B/A) = \frac{1}{19}.$$

Suy ra Đúng.

Khi đó xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là:

$$P(C) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{190}. \text{ Suy ra Sai.}$$

Vậy để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là:

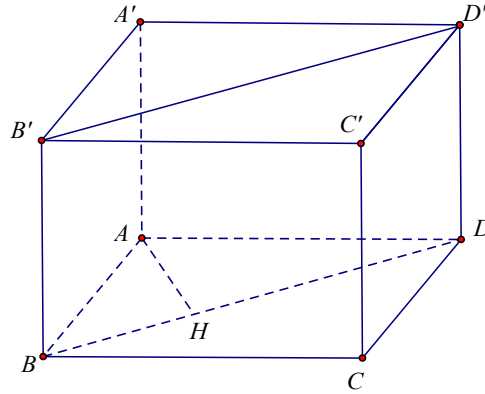
$$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{190} = \frac{189}{190} \text{ Suy ra Đúng.}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 10, AD = 20$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BD bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 8,94



Trong mặt phẳng $(ABCD)$ kẻ $AH \perp BD (H \in BD)$.

Ta có $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow AA' \perp AH \Rightarrow d(AA', BD) = AH$.

$$\text{Ta có: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{10^2} + \frac{1}{20^2} = \frac{5}{4 \cdot 10^2} \Rightarrow AH = 4\sqrt{5} \approx 8,94$$

Câu 2: Giả sử chi phí đặt hàng và vận chuyển C (đơn vị: triệu đồng) của một linh kiện được sử dụng

$$C = \frac{19200000}{x^2} + \frac{27x}{x+3000}, \quad x \geq 1$$

trong sản xuất một sản phẩm được xác định theo công thức

Trong đó x là số linh kiện được đặt hàng và vận chuyển. Tìm x để chi phí đặt hàng và vận chuyển cho mỗi linh kiện trên là nhỏ nhất.

Lời giải

Đáp án: 2400

Xét hàm số $C = \frac{19200000}{x^2} + \frac{27x}{x+3000}, (x \geq 1)$ là chi phí đặt hàng và vận chuyển một linh kiện

$$C' = -\frac{38400000}{x^3} + \frac{81000}{(x+3000)^2}$$

Ta có $C' = 0 \Leftrightarrow 12800(x+3000)^2 - 27x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 2400$

Lập BBT cho hàm số trên nửa khoảng $[1; +\infty)$ ta thu được $C_{\min}$ khi $x = 2400$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$. Xét đường thẳng Δ cắt d và (P) tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của MN . Biết véc tơ $\vec{u} = (1; a; b)$ là một véc tơ chỉ phương của Δ . Tính $a + b$.

Lời giải

Đáp án: 2,5

$$\text{Gọi } M(-1+2t; t; 2+t) = \Delta \cap d$$

$$\text{Vì } A \text{ là trung điểm của } MN \text{ nên } N(3-2t; -2-t; 2-t)$$

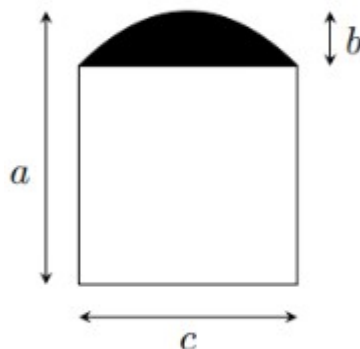
$$\text{Mặt khác } N = \Delta \cap (P) \text{ nên } N \in (P) \Rightarrow 3-2t-2-t-2(2-t)+5=0 \Leftrightarrow t=2$$

$$\text{Khi đó ta được } M(3; 2; 4) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (2; 3; 2) = 2\left(1; \frac{3}{2}; 1\right)$$

$$\vec{u} = \left(1; \frac{3}{2}; 2\right) \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = 1 \end{cases} \text{ . Vậy } a + b = \frac{5}{2} .$$

Suy ra đường thẳng Δ có VTCP là

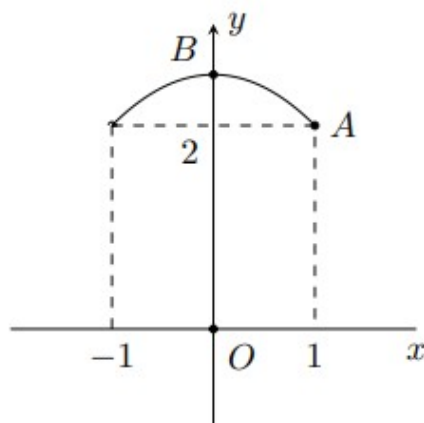
Câu 4: Nhà bạn Minh cần làm một cái cửa có dạng như hình vẽ, nửa dưới là hình vuông, phần phía trên (phần tô đen) là một Parabol. Biết các kích thước $a = 2.5m, b = 0.5m, c = 2m$. Biết số tiền để làm $1m^2$ cửa là 1 triệu đồng. Số tiền để cửa là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn 1 số thập phân sau dấu phẩy)?



Lời giải

Trả lời: 4,7

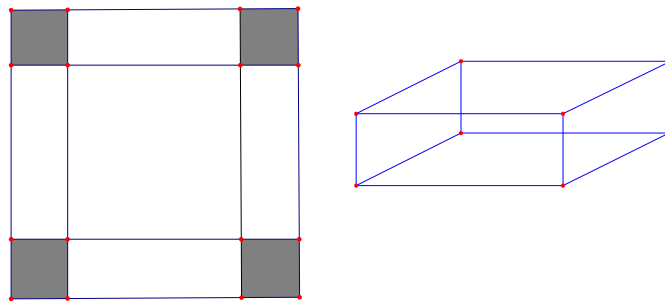
Gọi $(P): y = ax^2 + bx + c$ là Parabol đi qua $A(1; 2)$ và có đỉnh là $B(0; 2.5)$



Khi đó ta có:
$$\begin{cases} a + b + c = 2 \\ -\frac{b}{2a} = 0 \\ c = 2.5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -0.5 \\ b = 0 \\ c = 2.5 \end{cases} \Rightarrow (P): y = -0.5x^2 + 2.5 .$$

Diện tích cái cửa:
$$S = \int_{-1}^1 (-0.5x^2 + 2.5) dx = \frac{14}{3} m^2 .$$
 Do đó số tiền để làm cửa là $\frac{14}{3} \approx 4.7$ triệu đồng

Câu 5: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 24 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Thể tích của hộp đó lớn nhất bằng bao nhiêu ?

**Lời giải****Đáp án: 1024**

Ta có: $h = x$ (cm) là đường cao hình hộp. Vì tấm nhôm được gấp lại tạo thành hình hộp nên cạnh đáy của hình hộp là: $24 - 2x$, (cm). Vậy diện tích đáy hình hộp $S = (24 - 2x)^2$, (cm²).

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x > 0 \\ 24 - 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 12 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; 12)$$

Thể tích của hình hộp là: $V = S \cdot h = x \cdot (24 - 2x)^2 = f(x)$

Xét hàm số: $f(x) = x \cdot (24 - 2x)^2$, $\forall x \in (0; 12)$

$$\text{Ta có: } f'(x) = (24 - 2x)(24 - 6x) \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x) = x \cdot (24 - 2x)^2$

x	0	4	12	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	0	1024	0	

Vậy $x = 4$ thì thể tích hộp là lớn nhất và giá trị lớn nhất đó là $f(4) = 1024$.

Câu 6: Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỷ lệ nhân viên nữ có bằng đại học là 30% và tỷ lệ nhân viên nam có bằng đại học là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 nhân viên nam và 1 nhân viên nữ của doanh nghiệp. Biết rằng chỉ một trong hai nhân viên có bằng đại học, tính xác suất người đó là nhân viên nữ. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)

Lời giải**Đáp án:** 0,56.

Gọi A là biến cố "Nhân viên nam được chọn có bằng đại học"; B là biến cố "Nhân viên nữ được chọn có bằng đại học"; C là biến cố "Chỉ 1 trong 2 nhân viên có bằng đại học". Ta cần tính $P(B|C)$. Ta có

$$P(B|C) = \frac{P(BC)}{P(C)} = \frac{P(B\bar{A})}{P(\bar{B}A) + P(\bar{A}B)} = \frac{9}{16} = 0,5625 \approx 0,56$$

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI ĐỀ SỐ 05

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.

Câu 1: Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int (2 + f(x))dx$ bằng

A. $x + x^3 + C$. B. $x^2 + x^3 + C$. C. $2x + x^3 + C$! D. $2x + \frac{x^4}{4} + C$.

Lời giải

Ta có: $\int (2 + f(x))dx = 2\int dx + \int f(x)dx = 2x + x^3 + C$

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $[-1; 2]$, $f(-1) = 8; f(2) = -1$. Tích phân $\int_{-1}^2 f'(x)dx$ bằng

A. 7. B. 1. C. 9. D. -9. !

Lời giải

Ta có $\int_{-1}^2 f'(x)dx = f(x) \Big|_{-1}^2 = f(2) - f(-1) = -1 - 8 = -9.$

Câu 3: Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 5,98. B. 6. C. 2,44. ! D. 2,5.

Lời giải

Giá trị đại diện	9	11	13	15	17
Số lần	4	6	8	4	3

$$\bar{x} = \frac{4.9 + 6.11 + 8.13 + 4.15 + 3.17}{25} = 12,68$$

Số trung bình:

$$\text{Độ lệch chuẩn: } \sigma = \sqrt{\frac{4.9^2 + 6.11^2 + 8.13^2 + 4.15^2 + 3.17^2}{25} - 12,68^2} \approx 2,444913086$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$!

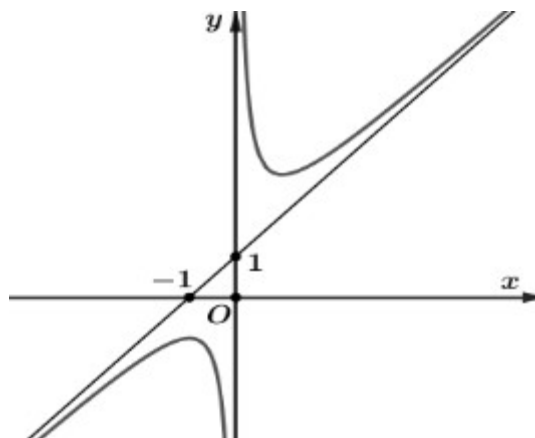
Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (2; 2; -2)$ nên chọn $\vec{u} = (1; 1; -1)$ là vectơ chỉ phương của MN

Đường thẳng MN có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 1; -1)$ và đi qua điểm $M(1; 0; 1)$

nên có phương trình tham số là:
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau.



Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $y = x - 1$. B. $y = x + 1$. C. $y = x$. D. $x = 0$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy đường tiệm cận ngang đi qua hai điểm $(-1; 0); (0; 1)$. Suy ra $y = x + 1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 5$ là

- A. $(-\infty; \log_2 5)$. B. $(\log_5 2; +\infty)$. C. $(-\infty; \log_5 2)$. D. $(\log_2 5; +\infty)$

Lời giải

Ta có: $2^x > 5 \Leftrightarrow x > \log_2 5$. Tập nghiệm của bất phương trình là: $(\log_2 5; +\infty)$

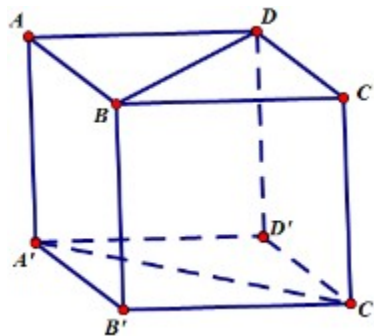
Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz) ?

- A. $y = 0$ B. $x = 0$ C. $y - z = 0$ D. $z = 0$

Lời giải

Mặt phẳng (Oyz) đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{i} = (1; 0; 0)$ nên ta có phương trình mặt phẳng (Oyz) là: $1(x - 0) + 0(y - 0) + 0(z - 0) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Câu 8: Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng



A. $\sqrt{3}a$

B. a

C. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$

D. $\sqrt{2}a$

Lời giải

Ta có khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau BD và $A'C'$ bằng khoảng cách giữa mặt phẳng song song $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ thứ tự chứa BD và $A'C'$. Do đó khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng a .

Câu 9: Nghiệm của phương trình $2^{2x-3} = 2^x$ là

A. $x = 8$.

B. $x = -8$.

C. $x = 3$.

D. $x = -3$.

Lời giải

Ta có $2^{2x-3} = 2^x \Leftrightarrow 2x-3 = x \Leftrightarrow x = 3$. Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x = 3$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 4$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_4 bằng

A. 54.

B. 135.

C. 108.

D. 27.

Lời giải

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 = 4 \cdot 27 = 108$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$ với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz . Tọa độ của vectơ $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ là

A. $(-1; -1; 1)$.

B. $(-1; 1; 1)$.

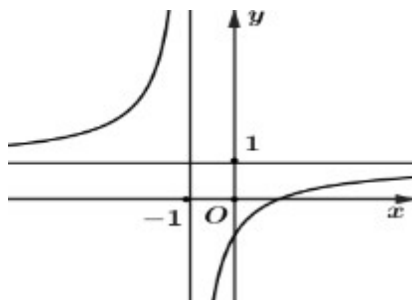
C. $(1; 1; -1)$.

D. $(1; -1; 1)$.

Lời giải

Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0), \vec{j} = (0; 1; 0), \vec{k} = (0; 0; 1)$. Do đó, $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; 1; -1)$.

Câu 12: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

C. $y = x^3 + 3x$.

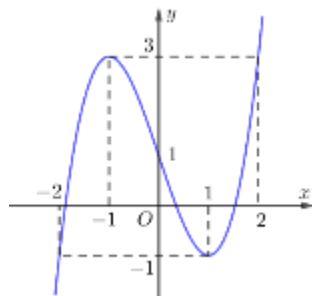
D. $y = \frac{x^2 + 5x - 2}{x-1}$.

Lời giải

Đây là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đường tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 1$. Suy ra
 chọn $y = \frac{x-1}{x+1}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



- a)** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.
b) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
c) Trên đoạn $[-2;2]$, hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 2
d) $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Trong khoảng $(-1;1)$ hàm số $f(x)$ nghịch biến.

Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 1$.

Trên đoạn $[-2;2]$, hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 3.

Hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba $\Rightarrow y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

Cách 1: Đồ thị hàm số đi qua 4 điểm $(-2;-1)$, $(-1;3)$, $(0;1)$ và $(1;-1)$

$$\begin{cases} (-2)^3 a + (-2)^2 b + (-2)c + d = -1 \\ (-1)^3 a + (-1)^2 b + (-1)c + d = 3 \\ 0^3 a + 0^2 b + 0c + d = 1 \\ 1^3 a + 1^2 b + 1c + d = -1 \end{cases}$$

Ta có hệ phương trình:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -8a + 4b - 2c + d = -1 \\ -a + b - c + d = 3 \\ d = 1 \\ a + b + c + d = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = 1 \end{cases} \Rightarrow y = f(x) = x^3 - 3x + 1$$

Cách 2: Hàm số có hai điểm cực trị $-1;1$ nên $f'(x) = 3a(x+1)(x-1) = a(3x^2 - 3)$

$$\Rightarrow f(x) = a(x^3 - 3x) + d$$

Do đồ thị hàm số $y = f(x)$ qua $(0;1), (1;-1)$ nên có $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\square$ và thỏa mãn $\int_1^3 f(x) dx = 2$.

- a) $\int_1^3 3f(x) dx = 6$
- b) Nếu $\int_2^3 f(x) dx = -1$ thì $\int_1^2 f(x) dx = 1$
- c) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ thỏa mãn $F(1) = 3$ thì $F(3) = 1$.
- d) $\int_1^3 \frac{xf'(x) + x^2 - 1}{x} dx = a + b \ln 3$, $(a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R})$. Ta có $a + b = 5$.

Lời giải

$$\int_1^3 3f(x) dx = 3 \int_1^3 f(x) dx = 3 \cdot 2 = 6$$

$$\int_1^2 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx - \int_2^3 f(x) dx = 2 - (-1) = 3$$

$$\int_1^3 f(x) dx = F(3) - F(1)$$

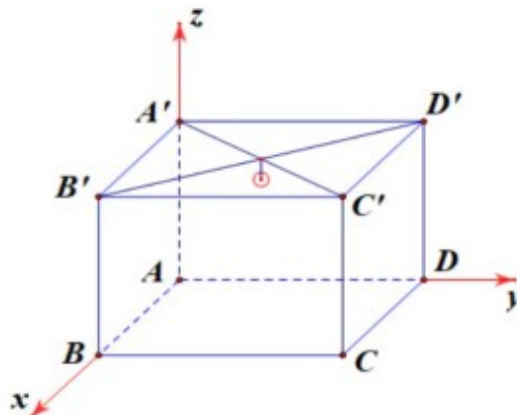
suy ra $F(3) - F(1) = 2 \Rightarrow F(3) = 3 + 2 = 5$

$$\int_1^3 \frac{xf'(x) + x^2 - 1}{x} dx = \int_1^3 \left[f'(x) + x - \frac{1}{x} \right] dx = \int_1^3 f'(x) dx + \int_1^3 x dx - \int_1^3 \frac{1}{x} dx$$

$$= 2 + \frac{x^2}{2} \Big|_1^3 - \ln|x| \Big|_1^3 = 2 + 4 - \ln 3 = 6 - \ln 3$$

Vậy $a = 6, b = -1 \Rightarrow a + b = 5$.

Câu 3: Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = 6m$, $AD = 7m$, $AA' = 3,5m$. Một bóng đèn được treo ở vị trí chính giữa trần nhà của phòng học và cách trần nhà $0,5m$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc O trùng với điểm A , các điểm B , D , A' lần lượt nằm trên các tia Ox , Oy , Oz .



- a) Điểm D có tọa độ là $(0; 7; 0)$.
- b) Các điểm C, D có tung độ bằng nhau.
- c) Vector $\overrightarrow{C'D'}$ có tọa độ $(6; 0; 0)$.

d) Bóng đèn nằm tại vị trí có tọa độ $(3; 3, 5; 3, 5)$.

Lời giải:

Trục Oy : Hướng theo $\overrightarrow{AD}$, do đó $D(0; 7; 0)$.

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật, nên C có tọa độ $(6; 7; 0)$ do đó các điểm C, D có tung độ bằng nhau.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $\overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{BA} = (-6; 0; 0)$

Bóng đèn có hoành độ và tung độ trùng với tâm của hình chữ nhật $A'B'C'D'$ và cao độ thấp hơn trần nhà $0,5m$ do đó tọa độ của bóng đèn là $(3; 3, 5; 3)$

Câu 4: Cho hai biến cố A và B có $P(\overline{AB}) = 0,2; P(AB) = P(A\overline{B}) = 0,3$.

a) Xác suất của biến cố A là $0,5$.

b) Xác suất của biến cố B là $0,5$.

c) A và B là hai biến cố độc lập.

d) Xác suất của biến cố $\overline{AB}$ là $0,25$.

Lời giải

$$P(A) = P(AB) + P(A\overline{B}) = 0,3 + 0,3 = 0,6$$

$$P(B) = P(AB) + P(\overline{A}B) = 0,3 + 0,2 = 0,5$$

Do $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ nên A, B là hai biến cố độc lập.

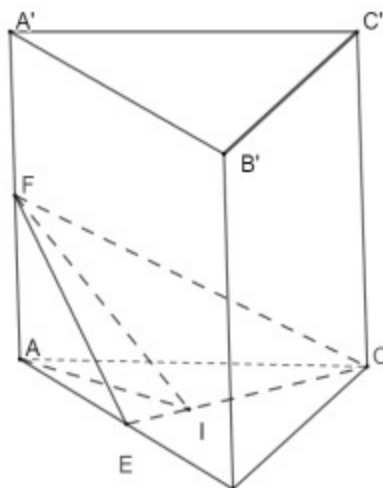
Ta có $P(\overline{AB}) + P(\overline{A}B) = P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,6 = 0,4$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và AA' . Cho biết $AB = 2, BC = \sqrt{13}, CC' = 4$. Tính số đo độ của góc nhị diện $[A, CE, F]$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Đáp án: 65°



Từ A dựng $AI \perp CE \Rightarrow FI \perp CE$ (theo định lý 3 đường vuông góc).

Suy ra $[A, CE, F] = \angle AIF$

Trong tam giác vuông ABC ta có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{13 - 4} = 3$

Trong tam giác vuông AEC ta có $AI = \frac{AE \cdot AC}{\sqrt{AE^2 + AC^2}} = \frac{1.3}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$

$$\tan \angle AIF = \frac{AF}{AI} = \frac{2}{\frac{3\sqrt{10}}{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{3}$$

Trong tam giác vuông AIF ta có

Suy ra $[A, CE, F] = 65^\circ$

Câu 2: Trong một môi trường giới hạn, số lượng một loài sinh vật được cho bởi công thức $P(t) = \frac{100\,000}{1 + 4e^{-t}}$ trong đó thời gian t tính theo đơn vị năm. Tính thời gian cần thiết (theo đơn vị năm) để số lượng loài sinh vật đó đạt 80 000 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 2,77

Yêu cầu bài toán tương đương với

$$\frac{100\,000}{1 + 4e^{-t}} = 80\,000 \Leftrightarrow 1 + 4e^{-t} = \frac{100\,000}{80\,000} \Leftrightarrow e^{-t} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow e^t = 16 \Leftrightarrow t = \ln 16 \approx 2,772$$

Vậy cần khoảng $2,78$ năm để số lượng loài sinh vật đó đạt 80 000.

Câu 3: Xét trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay đặt ở gốc tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục là ki-lô-mét. Một máy bay chuyển động theo đường thẳng, bay qua hai vị trí $A(-500;-300;500)$ và $B(-200;-200;450)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất, tọa độ của máy bay là $(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$.

Lời giải

Đáp án: 400

Khi máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất, máy bay ở vị trí điểm $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng AB .

Ta có $\overrightarrow{AH} = (a + 500; b + 300; c - 500)$ $\overrightarrow{AB} = (300; 100; -50)$

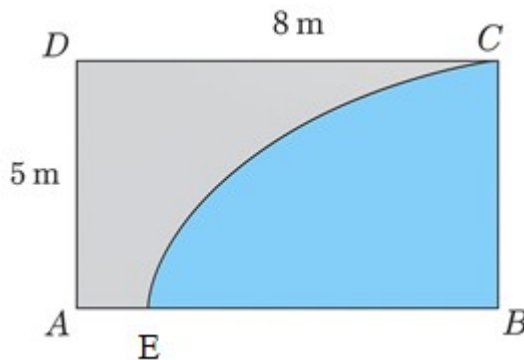
Từ $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương và $\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AB}$ ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{a+500}{300} = \frac{b+300}{100} = \frac{c-500}{-50} \\ 300a + 100b - 50c = 0 \end{cases} \quad . \text{Giải hệ trên tìm được } H(100; -100; 400)$$

Vậy $P = a + b + c = 400$.

Câu 4: Sân vườn sau nhà dạng hình chữ nhật $ABCD$ với các kích thước lần lượt là $5m$ và $8m$, anh Thắng muốn thiết kế thành một không gian thư giãn. Để tạo điểm nhấn cho ngôi nhà mới xây, anh dự định chia khoảng sân thành hai phần có diện tích bằng nhau phân chia bởi một phần đường cong parabol

đi qua điểm C và có đỉnh E nằm trên cạnh AB . Phần màu xanh làm bể bơi, phần màu nâu để trồng hoa và cây cảnh. Hỏi điểm E cách điểm A bao nhiêu mét?



Lời giải

Đáp số: 2

Chọn hệ trục tọa độ Oxy với: $O \equiv A; D \in Ox; B \in Oy$; 1 mét ứng với 1 đơn vị trong hệ trục.

Khi đó: $C(5;8); E(0;c) \quad (0 < c < 8)$

Phương trình đường thẳng BC : $y = 8$

Phương trình parabol (P) : $y = ax^2 + c$

Vì $C(5;8) \in (P)$ nên: $25a + c = 8 \Leftrightarrow a = \frac{8-c}{25} \quad (1)$

Ta có: $S_{ABCD} = 5 \cdot 8 = 40m^2$; do đó, diện tích phần làm bể bơi là $20m^2 \quad (2)$

Mặt khác, diện tích phần bể bơi được tính bằng công thức diện tích hình thang cong:

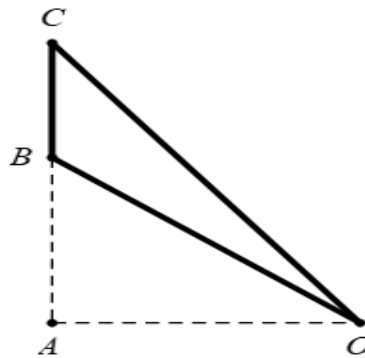
$$\int_0^5 [8 - (ax^2 + c)] dx = \int_0^5 [-ax^2 + 8 - c] dx = -\frac{125}{3}a + 5(8 - c) \quad (3)$$

$$-\frac{125}{3} \left(\frac{8-c}{25} \right) + 5(8-c) = 20$$

Từ (1), (2) và (3) ta được:

Giải phương trình trên ta được $c = 2$.

Câu 5: Một màn hình hình chữ nhật chiều cao $CD = 140(cm)$ được treo sao cho mép dưới của màn hình nằm ở độ cao $AB = 180(cm)$ với tầm mắt người xem (tham khảo hình vẽ). Để góc nhìn thấy màn hình là lớn nhất (nghĩa là nhìn rõ nhất), khi đó vị trí người đứng cách chân tường (nơi màn hình được gắn) bằng bao nhiêu mét?



Lời giải

Đáp án: 2,4

Với bài toán này, ta cần xác định OA để góc $\angle BOC$ lớn nhất. Hay ta cần tìm $\tan \angle BOC$ lớn nhất. Đặt $OA = x (cm)$ với $x > 0$.

$$\tan \angle BOC = \tan(\angle AOC - \angle AOB) = \frac{\tan \angle AOC - \tan \angle AOB}{1 + \tan \angle AOC \cdot \tan \angle AOB} = \frac{\frac{AC}{OA} - \frac{AB}{OA}}{1 + \frac{AC \cdot AB}{OA^2}} = \frac{140x}{x^2 + 57600}$$

Ta có:

Xét hàm số $f(x) = \frac{140x}{x^2 + 57600}$ trên $(0; +\infty)$.

$$f'(x) = \frac{140(x^2 - 57600)}{(x^2 + 57600)^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 = 57600 \end{cases} \Leftrightarrow x = 240 (cm)$$

Suy ra

$$\text{Tính các giá trị } f(0) = 0; f(240) = \frac{7}{24}; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \quad \text{suy ra } \text{Max}_{(0; +\infty)} f(x) = \frac{7}{24}.$$

Vậy vị trí người đứng cách chân tường bằng $2,4(m)$

Câu 6: Một hộp chứa 9 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 9 . Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp, xem số rồi bỏ ra ngoài. Nếu thẻ đó được đánh số chẵn, An cho thêm vào hộp thẻ số $10, 11$; ngược lại, An cho thêm vào hộp thẻ số $12, 13, 14$. Sau đó, Bạn Việt lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 3 thẻ từ hộp. Gọi X là tích các số trên thẻ Việt lấy ra. Tính xác suất của biến cố An lấy được thẻ ghi số chẵn biết rằng X chia hết cho 2 . (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)

Lời giải

Đáp án: 0,42.

Gọi A là biến cố "An lấy được thẻ ghi số chẵn", B là biến cố " X chia hết cho 2 ".

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}$$

Ta cần tính $P(A|B)$. Ta có

$$P(A) = \frac{4}{9}; P(\bar{A}) = \frac{5}{9}; P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{5}{6}$$

Với

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{22}{53} \approx 0,42$$

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI ĐỀ SỐ 06

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.

Câu 1: Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$ là:

A. $\int f(x)dx = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + C$

B. $\int f(x)dx = \frac{5}{2}x^{\frac{2}{5}} + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$

D. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}} + C$

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx = \int x^{\frac{3}{2}}dx = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$

Câu 2: Nếu $\int_{-1}^5 f(x)dx = -3$ và $\int_{-1}^5 g(x)dx = 5$ thì $\int_{-1}^5 [2f(x) - 3g(x)]dx$ bằng

A. -9

B. -21

C. 21

D. 9

Lời giải

Ta có $\int_{-1}^5 [2f(x) - 3g(x)]dx = 2\int_{-1}^5 f(x)dx - 3\int_{-1}^5 g(x)dx = 2 \cdot (-3) - 3 \cdot 5 = -21$

Câu 3: Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà ⁴⁴ khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong bảng dưới đây.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40 ; 45)	42,5	4
[45 ; 50)	47,5	14
[50 ; 55)	52,5	8
[55 ; 60)	57,5	10
[60 ; 75)	62,5	6
[65 ; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $53,2$

B. $46,1$

C. 30

D. 11

Lời giải

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 42,5 + 14 \cdot 47,5 + 8 \cdot 52,5 + 10 \cdot 57,5 + 6 \cdot 62,5 + 2 \cdot 67,5}{44} = \frac{585}{11}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{4\left(42,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 14\left(47,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + \dots + 6\left(62,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 2\left(67,5 - \frac{585}{11}\right)^2}{44} \approx 46,1$$

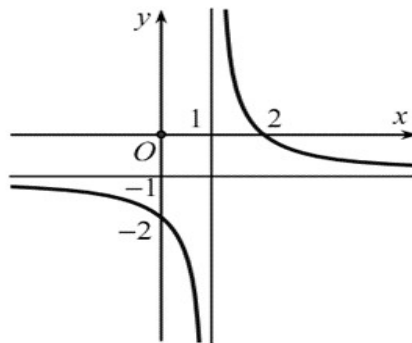
Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-5}{-1}$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 3t \\ z = 3 + 5t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$

Lời giải

Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-5}{-1}$ có vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; 3; -1)$.
Đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và song song với đường thẳng d có vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; 3; -1)$ nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, có bảng biến thiên như hình vẽ sau.



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1$. Suy ra $y = -1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$. Suy ra $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x) > 5$ là

- A. $\left(0; \frac{32}{3}\right)$ B. $\left(\frac{32}{3}; +\infty\right)$ C. $\left(0; \frac{25}{3}\right)$ D. $\left(\frac{25}{3}; +\infty\right)$

Lời giải

$$\log_2(3x) > 5 \Leftrightarrow 3x > 2^5 \Leftrightarrow x > \frac{32}{3}$$

Ta có

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $\left(\frac{32}{3}; +\infty\right)$.

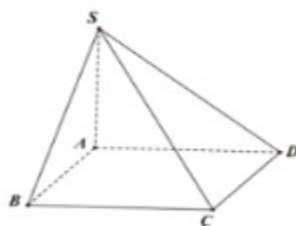
Câu 7: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây không thuộc (α) .

- A. $N(2; 2; 2)$ B. $M(3; 3; 0)$ C. $P(1; 2; 3)$ D. $M(1; -1; 1)$

Lời giải

Dễ thấy $1 - 1 + 1 - 6 = -5 \neq 0 \Rightarrow$ điểm M không thuộc (α) .

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng



- A. 60° B. 90° C. 30° D. 45°

Lời giải

Do $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng góc $\widehat{SBA}$.

$$\cos \widehat{SBA} = \frac{AB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$$

Ta có

Vậy góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng 60° .

Câu 9: Nghiệm của phương trình $5^{2x-4} = 25$ là:

- A. $x = 3$ B. $x = 2$ C. $x = 1$ D. $x = -1$

Lời giải

$$5^{2x-4} = 25 \Leftrightarrow 5^{2x-4} = 5^2 \Leftrightarrow 2x - 4 = 2 \Leftrightarrow x = 3$$

Ta có

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 6.

B. 9.

C. 4.

D. 5.**Lời giải**

Công sai $d = u_2 - u_1 = 2$ nên $u_3 = u_2 + d = 5$.

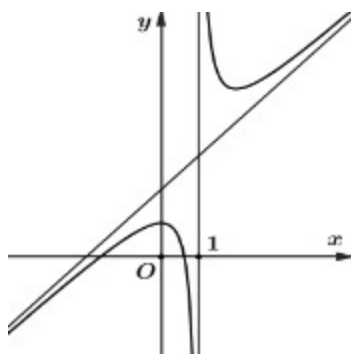
Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

A. $I(-2; 2; 1)$.**B. $I(1; 0; 4)$.**C. $I(2; 0; 8)$.D. $I(2; -2; -1)$.**Lời giải**

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB với $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$ được tính bởi

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 0 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow I(1; 0; 4)$$

Câu 12: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

A. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x + 1}$.B. $y = \frac{x - 5}{x - 1}$.C. $y = x^3 - 3x + 1$.**D. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$.****Lời giải**

Đây là đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ có đường tiệm cận đứng $x = 1$. Suy ra chọn $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

$$y = f(x) = (x^2 - 5x + 7)e^x$$

Câu 1: Cho hàm số

a) $f(0) = 7$ b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = (2x - 5)e^x$.c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

d) Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ lần lượt là 7 và $3e$.

Lời giải

Ta có $f(0) = (0^2 - 5 \cdot 0 + 7)e^0 = 7$.

Lại có $f'(x) = (2x - 5)e^x + (x^2 - 5x + 7)e^x = (x^2 - 3x + 2)e^x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 3x + 2)e^x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Suy ra hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$, đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$.

Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$:

Ta có: $f(0) = (0^2 - 5 \cdot 0 + 7)e^0 = 7$, $f(1) = (1^2 - 5 \cdot 1 + 7)e^1 = 3e$, $f(2) = (2^2 - 5 \cdot 2 + 7)e^2 = e^2$.

So sánh các giá trị ta có giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ là 7, giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ là $3e$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = e^x - 2x$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

a) $F'(2) = e^2 - 4$.

b) $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C$.

c) $\int_0^2 f(x) dx = e^2 - 4$.

d) Diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ bằng $e^2 - 5$.

Lời giải

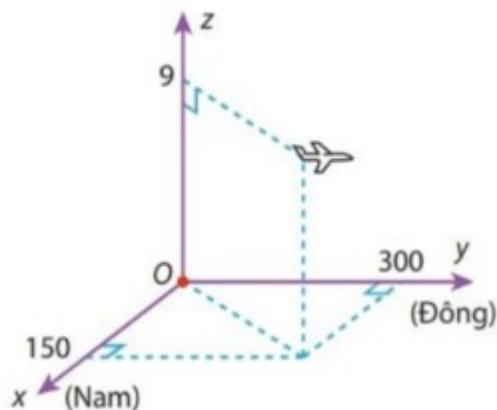
Ta có: $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow F'(2) = f(2) = e^2 - 4$

$$\int f(x) dx = \int (e^x - 2x) dx = e^x - x^2 + C. \text{ Ta có } \int_0^2 f(x) dx = (e^x - x^2) \Big|_0^2 = e^2 - 5$$

$$S = \int_0^2 |f(x)| dx = \int_0^2 |e^x - 2x| dx = e^2 - 5$$

Suy ra

Câu 3: Hình vẽ sau mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm 9 giờ 30 phút. Biết các đơn vị trên hình tính theo đơn vị km. Mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, O trùng với vị trí trung tâm điều khiển.



- a) Phi công để máy bay ở chế độ tự động bay thẳng theo hướng đông với vận tốc là 750 km/h , độ cao không đổi thì tại thời điểm 10 giờ 30 phút máy bay ở tọa độ $(150; 1050; 9)$.
- b) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, máy bay cách trung tâm điều khiển một khoảng (làm tròn đến hàng phần mười) là $335,6 \text{ km}$.
- c) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, tọa độ của máy bay là $(300; 150; 9)$.
- d) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, máy bay đang ở độ cao 9 km so với mặt đất.

Lời giải

Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, tọa độ của máy bay là $(150; 300; 9)$.

Tại thời điểm 10 giờ 30 phút, tọa độ của máy bay là $(150; 1050; 9)$.

Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, máy bay cách trung tâm điều khiển một khoảng là $\sqrt{150^2 + 300^2 + 9^2} \approx 335,5 \text{ km}$.

Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, tọa độ của máy bay là $(150; 300; 9)$.

Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, máy bay đang ở độ cao 9 km so với mặt đất.

Câu 4: Cho hai biến cố A và B có $P(B) = 0,5; P(A|B) = P(A|\bar{B}) = 0,4$.

- a) Xác suất của biến cố AB là $0,02$.
- b) Xác suất của biến cố $A\bar{B}$ là $0,2$.
- c) Xác suất của biến cố A là $0,8$.
- d) A và B là hai biến cố độc lập.

Lời giải

$$P(AB) = P(B) \cdot P(A|B) = 0,5 \cdot 0,4 = 0,2$$

$$\text{Có } P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,5 = 0,5$$

$$\text{Suy ra } P(A\bar{B}) = P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = 0,5 \cdot 0,4 = 0,2$$

$$P(A) = P(AB) + P(A\bar{B}) = 0,2 + 0,2 = 0,4$$

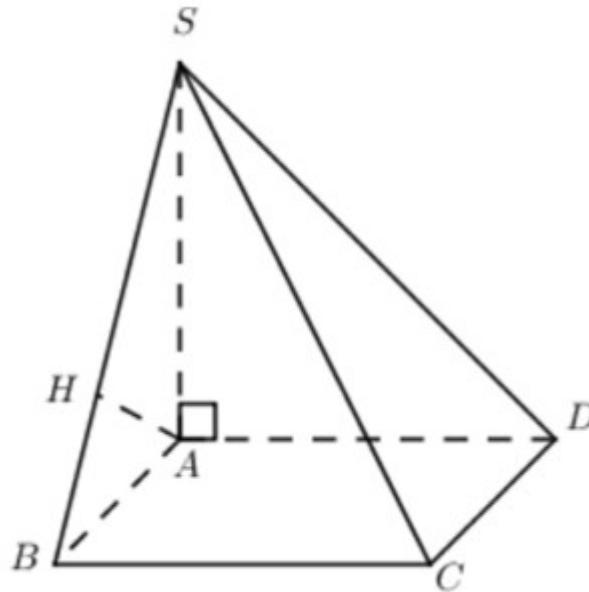
Vì $P(AB) = 0,2 = P(A) \cdot P(B)$ nên A, B là hai biến cố độc lập.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 1, SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Thể tích của khối chóp đã cho là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,33



Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

$\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{SA^2} \Rightarrow SA = 1$

$V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{3} \approx 0,33$

Câu 2: Chiều cao của 40 bé sơ sinh 12 ngày tuổi được chọn ngẫu nhiên ở viện nhi trung ương được nghiên cứu thống kê ở bảng dưới đây

Chiều cao(cm)	[44;46)	[46;48)	[48;50)	[52;54)	[54;56)	[56;58)
Giá trị đại diện	45	47	49	53	55	57
Số trẻ	3	3	10	15	7	2

Tìm phương sai của 40 bé sơ sinh ở bảng thống kê trên.

Lời giải

Đáp án: 10,8

Cỡ mẫu $n = 40$.

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 45 + 3 \cdot 47 + 10 \cdot 49 + 15 \cdot 53 + 7 \cdot 55 + 2 \cdot 57}{40} = 51,5.$$

Số trung bình của mẫu số liệu

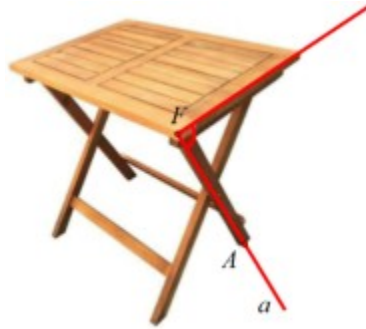
Phương sai mẫu số liệu

$$S^2 = \frac{1}{40} (3.45^2 + 3.47^2 + 10.49^2 + 15.53^2 + 7.55^2 + 2.57^2) - 51.5^2 = 10.75.$$

Làm tròn phương sai đến hàng phần chục ta được kết quả phương sai là 10,8.

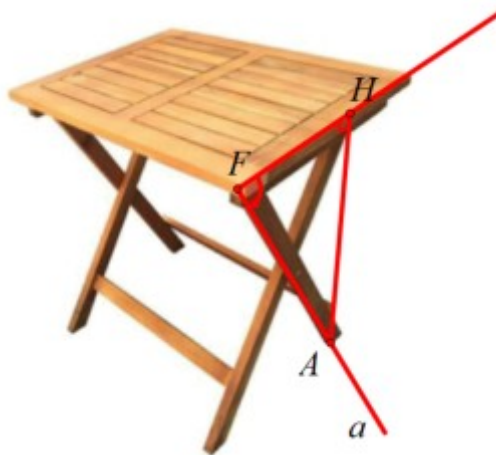
Câu 3: Một chiếc bàn gấp gọn đã được thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$. Điểm A là chân bàn tiếp xúc với mặt

đất thuộc đường thẳng $a: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2 + 4t \end{cases}$ cắt mặt bàn $(P): x + y - 2z + 6 = 0$ tại điểm F . Độ dài chân bàn $FA = 40\sqrt{3} \text{ cm}$, khi đó độ cao của mặt bàn tính từ mặt đất là bao nhiêu cm ?



Lời giải

Đáp án: 40



Đường thẳng $a: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2 + 4t \end{cases}$ có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; 4)$.

Mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 6 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; -2)$.

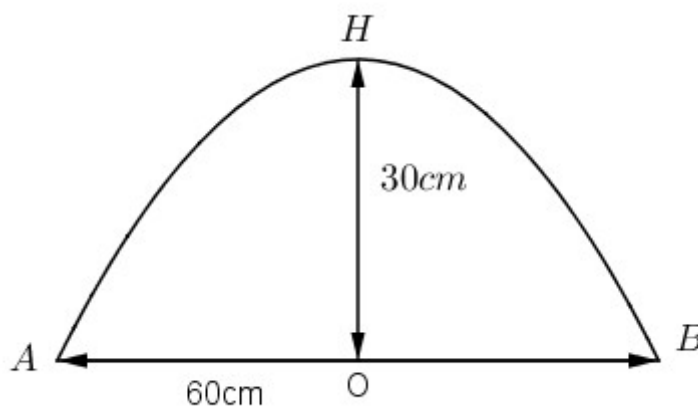
$$\sin(a, (P)) = \left| \cos(\vec{u}, \vec{n}) \right| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \sin \varphi$$

Độ cao của mặt bàn tính từ mặt đất là khoảng cách từ chân bàn A đến mặt phẳng (P)

$$d(A, (P)) = AH = FA \cdot \sin \varphi = 40\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = 40 \text{ cm}$$

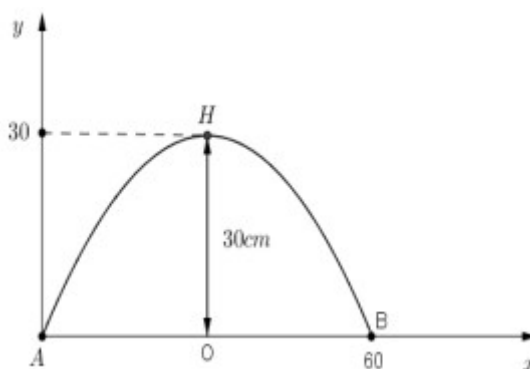
Suy ra

Câu 4: Bạn Linh cần mua một chiếc gương có hình dạng đường Parabol bậc 2 (Xem hình vẽ). Biết rằng khoảng cách đoạn $AB = 60\text{cm}$, $OH = 30\text{cm}$. Diện tích của chiếc gương bạn Linh mua là?



Lời giải

Đáp số: 1200



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Điểm $A(0;0)$, $H(30;30)$

$B(60;0)$. Đường Parabol bậc 2 $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) đi qua các điểm A, H, B nên ta có

$$\begin{cases} c = 0 \\ a \cdot 60^2 + 60b + c = 0 \\ a \cdot 30^2 + 30b + c = 30 \end{cases} \quad \hat{=} \quad \begin{cases} c = 0 \\ 60a + b = 0 \\ 30a + b = 1 \end{cases} \quad \hat{=} \quad \begin{cases} c = 0 \\ a = -\frac{1}{30} \\ b = 2 \end{cases}$$

hệ sau:

Suy ra phương trình đường Parabol bậc 2 là: $y = -\frac{1}{30}x^2 + 2x$

Do đó diện tích của chiếc gương là: $S = \int_0^{60} \left(-\frac{1}{30}x^2 + 2x\right) dx = 1200(\text{cm}^2)$ suy ra chọn B

Câu 5: Hai đội tuần tra số 1 và 2 được giao lần lượt $\frac{48}{108}$ lít, $\frac{108}{108}$ lít xăng cho một đợt đi công tác. Biết rằng trong một ngày tổng số xăng cả hai đội sử dụng là 10 lít. Tính số ngày ít nhất để tiêu thụ hết số xăng được giao (biết số lít xăng tiêu thụ trong các ngày là như nhau).

Lời giải

Đáp án: 30

Gọi x (lít) ($0 < x < 10$) là số xăng đội 1 sử dụng trong 1 ngày.

Khi đó: $10 - x$ (lít) là số xăng đội 2 sử dụng trong 1 ngày.

Suy ra $f(x) = \frac{48}{x} + \frac{108}{10-x}$, $x \in (0;10)$ là tổng số ngày đội 1 và đội 2 sử dụng hết số xăng được khoán.

Ta có: $f'(x) = -\frac{48}{x^2} + \frac{108}{(10-x)^2}$. Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{48}{x^2} + \frac{108}{(10-x)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -20 \notin (0;10) \end{cases}$

Lại có $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $f(4) = 30$

Do đó ta có ít nhất 30 ngày thì đội 1 và đội 2 sử dụng hết lượng xăng được khoán.

Câu 6: Xác suất bắn trúng đích của xạ thủ hạng I là 0,8 và của xạ thủ hạng II là 0,7. Chọn ngẫu nhiên 1 xạ thủ từ một nhóm gồm 4 xạ thủ hạng I và 6 xạ thủ hạng II. Xạ thủ này bắn một viên đạn và viên đạn đó trúng mục tiêu, tính xác suất để đó là xạ thủ hạng I (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,43.

Gọi A là biến cố "Xạ thủ được chọn thuộc hạng I", C là biến cố "Xạ thủ bắn trúng mục tiêu".

$$P(A|C)$$

Ta cần tính

$$\text{Ta có } P(A|C) = \frac{P(C|A)P(A)}{P(C|A)P(A) + P(C|\bar{A})P(\bar{A})} = \frac{0,8 \cdot 0,4}{0,8 \cdot 0,4 + 0,7 \cdot 0,6} = \frac{16}{37} \approx 0,43.$$

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI ĐỀ SỐ 07

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.

Câu 1: Cho $\int f(x)dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x) = -\sin x$ B. $f(x) = -\cos x$ C. $f(x) = \sin x$ D. $f(x) = \cos x$

Lời giải

$$\text{Ta có } \int \sin x dx = -\cos x + C.$$

Câu 2: Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

- A. $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$ B. $V = \int_a^b f^2(x)dx$ C. $V = \pi \int_a^b f(x)dx$ D. $V = \int_a^b |f(x)|dx$

Lời giải

$$\text{Ta có } V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$$

Câu 3: Một mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị là $Q_1 = 4, Q_2 = 6, Q_3 = 9$. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

A. 5.

B. 2.

C. 7.

D. 13.

Lời giải

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 9 - 4 = 5$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (-2; 4; 5)$. Phương trình của d là:

A.
$$\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$$

Lời giải

Vì đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (-2; 4; 5)$ nên

phương trình của đường thẳng d là:

$$\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Do $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty \Rightarrow$ TCD: $x = 1$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1 \Rightarrow$ đồ thị có 2 tiệm cận ngang là $y = \pm 1$

Vậy, đồ thị hàm số đã cho có tổng số TCD và TCN là 3.

Câu 6: Với b, c là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_5 b \geq \log_5 c$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $b \geq c$

B. $b > c$

C. $b < c$

D. $b \leq c$

Lời giải

Ta có $\log_5 b \geq \log_5 c \Leftrightarrow b \geq c$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$?

A. $x - 2y + 3z - 12 = 0$

B. $x - 2y - 3z + 6 = 0$

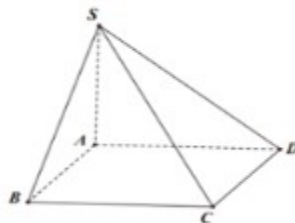
C. $x - 2y + 3z + 12 = 0$

D. $x - 2y - 3z - 6 = 0$

Lời giải

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$ là $1(x - 1) - 2(y - 2) + 3(z + 3) = 0$ hay $x - 2y + 3z + 12 = 0$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng



A. 45°

B. 60°

C. 30°

D. 90°

Lời giải

Do $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng góc $\angle SCA$.

Ta có $SA = \sqrt{2}a$, $AC = \sqrt{2}a \Rightarrow \tan \angle SCA = \frac{SA}{AC} = 1 \Rightarrow \angle SCA = 45^\circ$.

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 45° .

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_2(3x) = 3$ là:

A. $x = 3$.

B. $x = 2$.

C. $x = \frac{8}{3}$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\log_2(3x) = 3 \Leftrightarrow 3x = 2^3 \Leftrightarrow x = \frac{8}{3}.$$

Ta có

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -6 .

B. $\frac{1}{3}$.

C. 3 .

D. 6 .

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = 3$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 2; -1)$, $B(0; 3; 2)$, $C(1; 4; 2)$. Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là

A. $(3; 9; 3)$.

B. $(1; 3; 1)$.

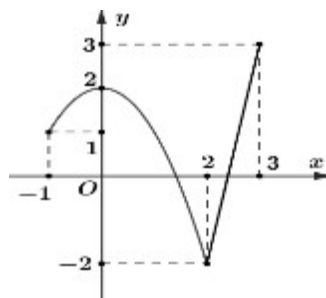
C. $(-3; -9; -3)$.

D. $(-1; -3; -1)$.

Lời giải

Tọa độ trọng tâm G tam giác ABC là $\begin{cases} x_G = \frac{2+0+1}{3} = 1 \\ y_G = \frac{2+3+4}{3} = 3 \\ z_G = \frac{-1+2+2}{3} = 1 \end{cases}$. Vậy $G(1;3;1)$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$ bằng



A. 3.

B. 2.

C. -2.

D. 1.

Lời giải

$$\max_{[-1;3]} y = f(3) = 3$$

Dựa và đồ thị suy ra

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x^2+4}$

a) Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $[a;b]$ thì $3a+4b=5$.

b) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận trục tung làm tiệm cận ngang.

d) $f(0) = -\frac{3}{4}$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = \frac{-2x^2+6x+8}{(x^2+4)^2}$. Suy ra $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	0	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	0
		-1	$\frac{1}{4}$		

Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $\left[-1; \frac{1}{4}\right]$ nên $a = -1; b = \frac{1}{4}$ và $3a + 4b = -2$.

Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang. Ta có $f(0) = -\frac{3}{4}$

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ 3x^2 - 2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

a) $F(x) = \begin{cases} x^2 - x + C_1 & \text{khi } x \leq 1 \\ x^3 - 2x + C_2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

b) $\int_{-1}^1 f(x) dx = -2.$

c) $\int_1^3 f(x) dx = 20$

d) $\int_{-1}^3 f(x) dx = 22$

Lời giải

Khi $x < 1$, ta có: $\int f(x) dx = \int (2x - 1) dx = x^2 - x + C_1.$

Khi $x > 1$, ta có: $\int f(x) dx = \int (3x^2 - 2) dx = x^3 - 2x + C_2.$

Vì $F(x)$ liên tục tại $x = 1$ nên $F(x) = \begin{cases} x^2 - x + C_1 & \text{khi } x \leq 1 \\ x^3 - 2x + C_2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 (2x - 1) dx = \left(x^2 - x \right) \Big|_{-1}^1 = -2$$

$$\int_1^3 f(x) dx = \int_1^3 (3x^2 - 2) dx = \left(x^3 - 2x \right) \Big|_1^3 = (3^3 - 2 \cdot 3) - (1^3 - 2 \cdot 1) = 22$$

$$\int_{-1}^3 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = -2 + 22 = 20$$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): -x + 2y + z - 3 = 0$

a) Điểm $A(1; -1; -2)$ nằm trên đường thẳng d .

b) Mặt phẳng (Q) song song với đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $(1; 1; -1)$.

c) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng 30° .

d) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-3; 1; 2)$, song song với mặt phẳng (P) và cắt đường thẳng d tại điểm $N(a; b; c)$. Giá trị $a + b + c$ bằng 3.

Lời giải

$$\frac{1-1}{2} = \frac{-1+1}{-1} \neq \frac{-2-2}{1} \Rightarrow A \notin d$$

Ta có

Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u} = (2; -1; 1)$; mặt phẳng (P) có một VTPT là $\vec{n}_P = (-1; 2; 1)$
 Vì mặt phẳng (Q) song song với đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P) nên (Q) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_Q = [\vec{u}, \vec{n}_P] = (-3; -3; 3)$ cùng phương với $\vec{a} = (1; 1; -1)$.

Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u} = (2; -1; 1)$; mặt phẳng (P) có một VTPT là $\vec{n}_P = (-1; 2; 1)$

Giả sử góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là α

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}_P|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}_P|} = \frac{|-3|}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

Suy ra

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Đường thẳng

$$N \in d \Rightarrow N(1 + 2t; -1 - t; 2 + t) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (2t + 4; -t - 2; t)$$

Vì

$$MN // (P) \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow -2t - 4 - 2t - 4 + t = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{8}{3}$$

Mà

$$a + b + c = 2t + 2 = -\frac{10}{3}$$

Suy ra

Câu 4: Một phân xưởng có 80% công nhân là nữ. Tỷ lệ công nhân nữ có tay nghề cao là 40%, tỷ lệ công nhân nam có tay nghề cao là 55%. Chọn ngẫu nhiên 1 công nhân của phân xưởng. Gọi A là biến cố "Công nhân được chọn là nữ" và B là biến cố "Công nhân được chọn có tay nghề cao".

a) Xác suất của biến cố $\overline{A}$ là 0,8.

b) Xác suất của biến cố B là 0,43.

c) A và B là hai biến cố độc lập.

d) Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{11}{43}$.

Lời giải

Vì $P(A) = 0,8$ nên $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,2$.

$$P(AB) = 0,4 \cdot 0,8 = 0,32, \quad P(\bar{A}B) = 0,11 \Rightarrow P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B) = 0,43$$

Vì $P(AB) = 0,32 \neq P(A) \cdot P(B)$ nên hai biến cố A, B không phải hai biến cố độc lập.

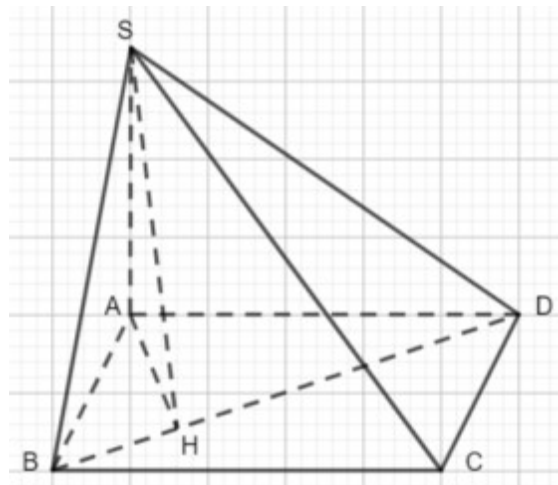
$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,4 \cdot 0,8}{0,43} = \frac{32}{43}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 1, AD = \sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và vuông góc với đáy. Số đo góc phẳng nhị diện $[S, BD, C]$ là a° . Tìm giá trị của a .

Lời giải

Đáp án: 135.



Ta có: $[S, BD, C] = [(SBD), BD, (CBD)] = 180^\circ - [(SBD), BD, (ABD)]$

Trong $(ABCD)$ kẻ $AH \perp BD$ (1)

Ta có: $SA \perp (ABCD), BD \subset (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$ (2)

Mà $SA, AH \subset (SAH), SA \cap AH = A$ (3). Từ (1), (2), (3) suy ra $BD \perp (SAH)$

Nên $BD \perp SH$. Khi đó $[(SBD), BD, (ABD)] = \angle SHA$

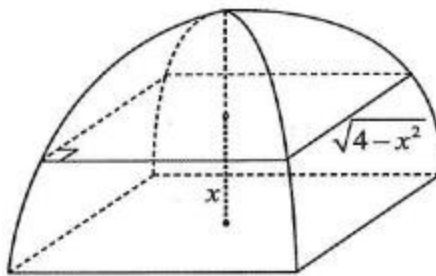
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{(\sqrt{3})^2} = \frac{4}{3} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Tam giác ABD vuông tại A , có:

Tam giác SAH vuông tại A , có: $SA = AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$ nên tam giác SAH vuông cân tại A .

$\Rightarrow \angle SHA = 45^\circ \Rightarrow a^\circ = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$. Vậy $a = 135$.

Câu 2: Một cái màn chụp có dạng như hình vẽ bên. Biết rằng mặt cắt của cái màn theo mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy và cách mặt đáy một khoảng $x(m)$, $0 \leq x \leq 2$, là một hình vuông cạnh bằng $\sqrt{4-x^2}$ (m). Thể tích của cái màn là bao nhiêu mét khối? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)



Hình 3

Lời giải

Đáp án: 5,3 .

Diện tích mặt cắt: $S(x) = \left(\sqrt{4-x^2}\right)^2 = 4-x^2$.

Thể tích cái mản: $V = \int_0^2 S(x)dx = \int_0^2 (4-x^2)dx = \left(4x - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^2 \approx 5,3 (m^3)$.

Câu 3: Người ta thiết kế một dây cáp chạy thẳng từ điểm X ở trên mặt đất tới đỉnh T của một tòa tháp. $T(40; 60; 150)$ và $X(100; -40; 0)$ trong hệ tọa độ không gian $Oxyz$, với O là gốc tọa độ đặt tại mặt đất. Người ta muốn nối điểm $A(40; 30; -20)$ nằm dưới một cái hồ tới một điểm $M(a; b; c)$ nằm trên dây cáp sao cho khoảng cách MA này là nhỏ nhất. Tính $a+b+c$.

Lời giải

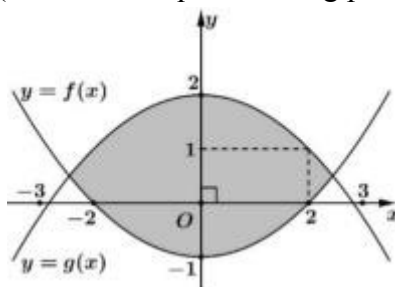
Đáp án: 100.

$$(TX) : \begin{cases} x = 100 + 6t \\ y = -40 - 10t \\ z = -15t \end{cases}$$

Ta có phương trình đường thẳng (TX) , $M(a; b; c)$ nằm trên dây cáp nên $M(100+6t, -40-10t, -15t)$, khoảng cách MA này là nhỏ nhất khi MA vuông góc với đường thẳng (TX) . Khi đó ta có:

Vậy $a+b+c = 100$

Câu 4: Bạn Hải nhận thiết kế logo hình con mắt (phần được tô đậm) cho một cơ sở y tế: Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = f(x)$ và $y = g(x)$ như Hình 7 (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét). Bạn Hải cần tính diện tích của logo để báo giá cho cơ sở y tế đó trước khi kí hợp đồng. Diện tích của logo là bao nhiêu decimét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Lời giải

Đáp án: 9,8

Gọi parabol $y = f(x)$ có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$. Parabol $y = f(x)$ nhận Oy làm trục đối

xứng nên ta có $\frac{-b}{2a} = 0 \Leftrightarrow b = 0$. Lại có đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $(0; -1)$ và điểm

$(2; 0)$ nên $a = \frac{1}{4}$ và $c = -1$. Vậy parabol $y = f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 1$.

Tương tự, ta cũng có parabol $y = g(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $f(x)$ và $g(x)$ là: $\frac{1}{4}x^2 - 1 = -\frac{1}{4}x^2 + 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{6}$.

Khi đó, diện tích của logo là: $S = \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \left[\left(-\frac{1}{4}x^2 + 2 \right) - \left(\frac{1}{4}x^2 - 1 \right) \right] dx$

$$= \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \left(3 - \frac{1}{2}x^2 \right) dx = \left(3x - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} = 4\sqrt{6} \approx 9,8 \text{ (dm}^2\text{)}$$

Câu 5: Một người quản lý của một khu du lịch có 60 căn hộ cho thuê, nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 5 triệu đồng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lý nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất (kết quả tính theo đơn vị là triệu đồng)?

Lời giải

Đáp án: 5,5

Gọi x là số căn hộ bị bỏ trống, với $x \in \mathbb{N}, x < 60$.

Giá thuê mỗi căn hộ là $5 + \frac{x}{10}$ triệu đồng. Số căn hộ được thuê sau khi tăng giá là $60 - x$

Doanh thu của $60 - x$ căn hộ cho thuê là: $(60 - x) \left(5 + \frac{x}{10} \right) = -\frac{1}{10}x^2 + x + 300$.

Xét hàm số $f(x) = -\frac{1}{10}x^2 + x + 300$, với $x \in \mathbb{N}, x < 60$.

Ta có $f'(x) = -\frac{1}{5}x + 1$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$

Bảng biến thiên

x	0	5	60
$f'(x)$		+	0
$f(x)$	300	$\frac{605}{2}$	0

Vậy phải bỏ trống 5 phòng thì sẽ đạt doanh thu cao lớn nhất. Hay giá của mỗi căn hộ là

$$5 + \frac{5}{10} = 5,5 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 6: Một hộp chứa 5 viên bi màu xanh được đánh số lần lượt từ 1 đến 5 và 6 viên bi màu trắng được đánh số lần lượt từ 1 đến 6. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên đồng thời hai viên bi từ hộp. Biết rằng hai viên bi lấy ra cùng màu, tính xác suất của biến cố tích các số ghi trên hai viên bi chia hết cho 5.

Lời giải

Đáp án: 0,36.

Gọi A là biến cố "Hai viên bi lấy ra cùng màu xanh"; B là biến cố "Hai viên bi lấy ra cùng màu trắng"; C là biến cố "Tích các số ghi trên hai viên bi chia hết cho 5". Ta cần tính $P(C|A \cup B)$.

$$P(A) = \frac{C_5^2}{C_{11}^2} = \frac{2}{11}; P(B) = \frac{C_6^2}{C_{11}^2} = \frac{3}{11}$$

Ta có: ;

$$P(C|A) = 1 - P(\bar{C}|A) = 1 - \frac{C_4^2}{C_5^2} = \frac{2}{5}; P(C|B) = 1 - P(\bar{C}|B) = 1 - \frac{C_5^2}{C_6^2} = \frac{1}{3}.$$

$$P(C|A \cup B) = \frac{P(CA) + P(CB)}{P(A) + P(B)} = \frac{P(C|A)P(A) + P(C|B)P(B)}{P(A) + P(B)} = 0,36$$

Do đó

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI ĐỀ SỐ 08

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$

Lời giải

Ta có $\int \left(x^2 + \frac{2}{x^2} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$

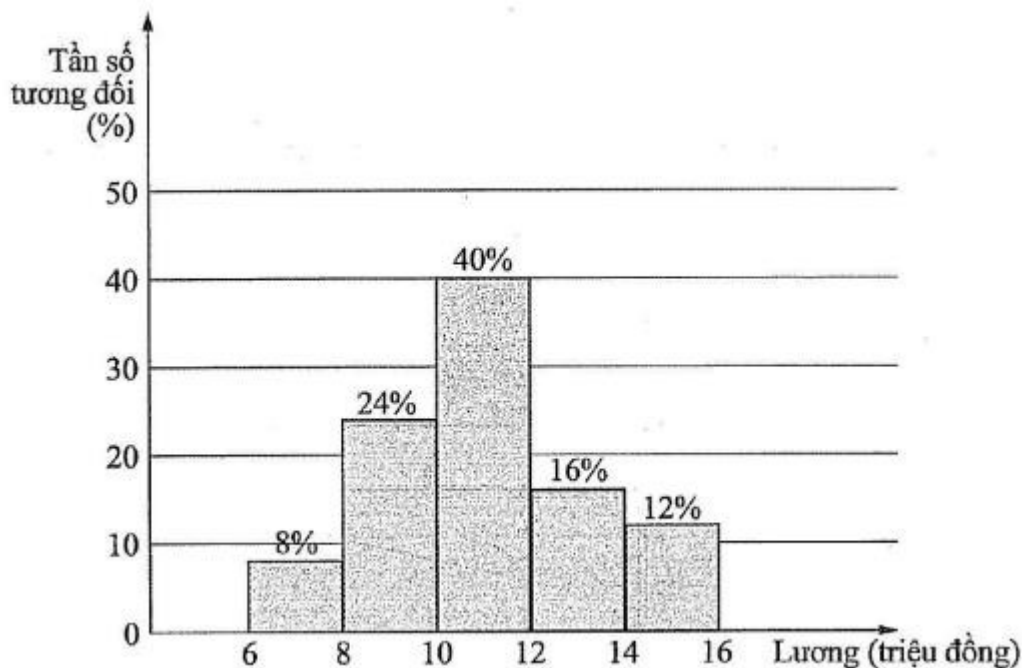
Câu 2: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, liên tục trên $[a; b]$ trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) cho bởi công thức:

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$ B. $S = \int_a^b f(x) dx$ C. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$ D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

Lời giải

Ta có $S = \int_a^b |f(x)| dx$

Câu 3: Lương tháng của 50 nhân viên một công ty được biểu diễn ở biểu đồ sau:



Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. $\frac{109}{10}$ B. $\frac{71}{24}$ C. $\frac{75}{24}$ D. $\frac{89}{60}$

Lời giải

Ta có bảng tần số ghép nhóm

Nhóm	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)
Tần số	4	12	20	8	6

Ta có $n = 50 \Rightarrow \frac{n}{2} = 25$

Từ đó, ta xác định được các nhóm chứa Q_2 lần lượt là $[10;12)$.

Tứ phân vị thứ hai $Q_2 = 10 + \left(\frac{50 - 32}{40} \right) \cdot 2 = \frac{109}{10}$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-2t \\ z = -1+t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = -1+t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 1+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 1-t \end{cases}$

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Đường thẳng Δ vuông góc mặt phẳng $(P) \Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = \vec{n}_P = (1; 2; 1)$

Phương trình đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = -1+t \end{cases}$

Câu 5: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x = \frac{1}{2}$ B. $x = -2$ C. $x = 3$ D. $x = 2$

Lời giải

Do $\lim_{x \rightarrow 2^{\pm}} \frac{3x-1}{x-2} = \pm\infty$ nên ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 2$.

Câu 6: Với b, c là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $\left(\frac{1}{2}\right)^b \geq \left(\frac{1}{2}\right)^c$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $b \geq c$ B. $b > c$ C. $b < c$ D. $b \leq c$

Lời giải

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^b \geq \left(\frac{1}{2}\right)^c \Leftrightarrow b \leq c$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1; -2; 1)$?

A. $(P_1): x + y + z = 0$ B. $(P_2): x + y + z - 1 = 0$
C. $(P_3): x - 2y + z = 0$ D. $(P_4): x + 2y + z - 1 = 0$

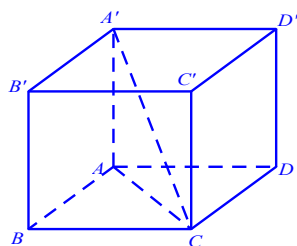
Lời giải

Thay tọa độ của điểm M trực tiếp vào các phương trình để kiểm tra.

Ta có: $1 + (-2) + 1 = 0 \Rightarrow M \in (P_1)$.

Câu 8: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = a, AA' = \sqrt{6}a$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:

A. 60° B. 90° C. 30° D. 45°



Lời giải

Ta có góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc giữa $A'C$ và AC và bằng góc $\angle A'CA$. Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác $\triangle A'CA$ có $\tan \angle A'CA = \frac{A'A}{AC} = \frac{\sqrt{6}a}{\sqrt{2}a} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle A'CA = 60^\circ$.

Vậy góc $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ và bằng 60° .

Câu 9: Nghiệm của phương trình $5^x = 3$ là:

- A. $x = \sqrt[3]{5}$ B. $x = \frac{3}{5}$ C. $x = \log_3 5$ **D. $x = \log_5 3$**

Lời giải

Ta có $5^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_5 3$.

Vậy nghiệm của phương trình $5^x = 3$ là $x = \log_5 3$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 9. B. -9. C. $\frac{1}{4}$. **D. 4**

Lời giải

Công bội của cấp số nhân đã cho là $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{12}{3} = 4$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a}(2;1;0)$, $\vec{b}(-1;0;-2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$

- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$ **B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$** C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$ D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$

Lời giải

Ta có $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot (-1) + 1 \cdot 0 + 0 \cdot (-2)}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + (-2)^2}} = -\frac{2}{5}$

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	3

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$** B. $(1; +\infty)$ C. $(-\infty; 3)$ D. $(-\infty; +\infty)$

Lời giải

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2); (2; +\infty)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x\sqrt{9-x^2}$.

a) Tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-3; 3)$.

b) Hàm số đã cho có đạo hàm $f'(x) = \frac{9-2x^2}{\sqrt{9-x^2}}, (-3 < x < 3)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là $\frac{9}{2}$.

d) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$ có ba nghiệm phân biệt.

Lời giải

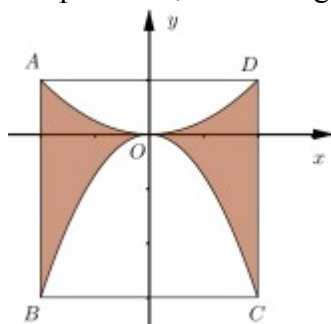
Tập xác định: $D = [-3; 3]$.

$$f'(x) = \sqrt{9-x^2} + x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{9-x^2}} = \frac{9-2x^2}{\sqrt{9-x^2}}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ x = -\frac{3\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	-3	$-\frac{3\sqrt{2}}{2}$	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$	3
$f'(x)$		$-$	$+$	$-$
$f(x)$	0	$-\frac{9}{2}$	$\frac{9}{2}$	0

Câu 2: Một công ty thiết kế mẫu huy hiệu để tặng cho khách hàng thân thiết của mình (xem hình bên). Trong đó $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng 4 cm, các đường cong AOD và BOC là một phần của các parabol đỉnh O . Với hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimét) thì điểm A có tung độ bằng 1. Biết phần tô đậm trong hình vẽ được phủ vàng với chi phí 1 triệu đồng/ cm^2 , phần còn lại được phủ bạc với chi phí 300 nghìn đồng/ cm^2 , các chi phí còn lại là 500 nghìn đồng.



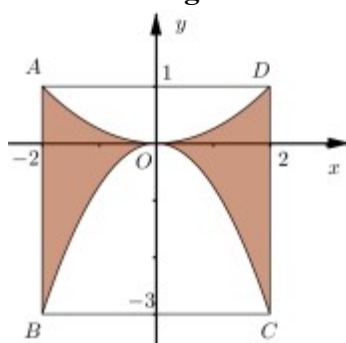
a) Parabol chứa đường cong AOD có phương trình là $y = \frac{1}{16}x^2$.

b) Parabol chứa đường cong BOC có phương trình là $y = -\frac{3}{4}x^2$.

c) Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ lớn hơn $5,5 \text{ cm}^2$.

d) Chi phí sản xuất một chiếc huy hiệu như trên nhỏ hơn 9 triệu đồng.

Lời giải



Theo giả thiết, Parabol chứa đường cong AOD có đỉnh O , nhận Oy làm trục đối xứng và đi qua điểm $A(-2;1)$ nên có phương trình $y = \frac{1}{4}x^2$.

Theo giả thiết, Parabol chứa đường cong BOC có đỉnh O , nhận Oy làm trục đối xứng và đi qua điểm $B(-2;-3)$ nên có phương trình $y = -\frac{3}{4}x^2$.

Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ là

$$S = 2 \int_0^2 \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x^2 \right) dx = 2 \int_0^2 x^2 dx = \frac{2}{3}x^3 \Big|_0^2 = \frac{16}{3} \text{ (cm}^2\text{)}. \text{ Ta thấy } \frac{16}{3} < 5,5.$$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là 16 cm^2 . Diện tích phần phủ vàng là $\frac{16}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$, diện tích phần

phủ bạc là $16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$. Vậy chi phí để làm chiếc huy hiệu là

$$500000 + \frac{16}{3} \cdot 1000000 + \frac{32}{3} \cdot 300000 = \frac{27100000}{3} \approx 9033333 \text{ (đồng)}.$$

Chi phí trên lớn hơn 9 triệu đồng.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-3}$ và điểm $A(2; -5; -6)$.

a) Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -3)$.

b) Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d có phương trình là $2x + y - 3z + 17 = 0$.

c) Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên d . Tọa độ của H là $(3; -1; -4)$.

d) Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất. Khi đó, phương trình của mặt phẳng (P) là $x + 4y + 2z + 7 = 0$

Lời giải

Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -3)$.

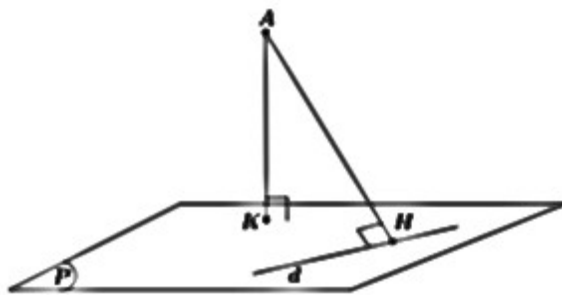
A và vuông góc với d nên nhận $\vec{u} = (2; 1; -3)$ làm VTPT nên có phương

Mặt phẳng đi qua

trình là: $2(x-2) + 1(y+5) - 3(z+6) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 3z - 17 = 0$.

Vì $H \in d \Rightarrow H(1+2t; -2+t; -1-3t) \Rightarrow \vec{AH} = (2t-1; t+3; 5-3t)$

Ta có: $\vec{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (2t-1) \cdot 2 + (t+3) \cdot 1 + (5-3t) \cdot (-3) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow H(3; -1; -4)$



Gọi K là hình chiếu vuông góc của A trên (P) .

Ta có: $AK \perp AH$ (không đổi) nên $d(A, (P)) = AK$ lớn nhất bằng AH khi và chỉ khi $H \in K$.

Khi đó, mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(3; -1; -4)$ và nhận $\vec{AH} = (1; 4; 2)$ làm VTPT nên có phương trình là: $1(x - 3) + 4(y + 1) + 2(z + 4) = 0 \Leftrightarrow x + 4y + 2z + 9 = 0$

Câu 4: Bạn Ninh có 4 tấm thẻ được đánh số lần lượt là $3; 6; 8; 9$. Ninh lấy ra 2 tấm thẻ trong 4 tấm thẻ đó và xếp chúng thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên để tạo thành một số có hai chữ số. Gọi A là biến cố "Số tạo thành chia hết cho 2" và B là biến cố "Số tạo thành chia hết cho 3".

a) Xác suất của biến cố A là 0,5.

b) Xác suất của biến cố AB là 0,25.

c) Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{1}{3}$.

d) Xác suất của biến cố A với điều kiện $\bar{B}$ là $\frac{2}{3}$.

Lời giải

$$P(A) = \frac{3 \cdot 2}{A_4^2} = 0,5$$

Xác suất của biến cố A là

$$P(AB) = \frac{2}{A_4^2} = \frac{1}{6}$$

AB là biến cố "Số tạo thành chia hết cho 2 và 3", có

$$P(B) = \frac{A_3^2}{A_4^2} = 0,5; \quad P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{0,5} = \frac{1}{3}$$

Có

$$P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB) = 0,5 - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}, \quad P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,5$$

Có

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{1}{3}}{0,5} = \frac{2}{3}$$

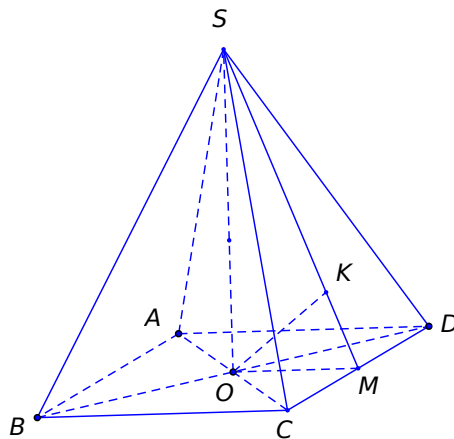
Suy ra

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1 mét. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,82



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Ta có : $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$

$$\Rightarrow d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$$

Gọi M là trung điểm của CD , kẻ $OK \perp SM$ tại K .

Ta có : $\begin{cases} CD \perp OM \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp OK$. Suy ra : $OK \perp (SCD) \Rightarrow OK = d(O, (SCD))$.

$$\text{Ta có : } SO^2 = SA^2 - OA^2 = 1^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{Suy ra : } \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{OS^2} = 6 \Rightarrow OK = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

Vậy khoảng cách giữa AB và SC bằng $\frac{\sqrt{6}}{3} \approx 0,82$.

Câu 2: Cho khối chóp cắt tứ giác đều $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 3 cm, diện tích hai đáy lần lượt là 72 cm^2 và 18 cm^2 . Số đo góc (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) giữa hai mặt bên của khối chóp cắt đều đã cho là a° . Tính giá trị của a .

Lời giải

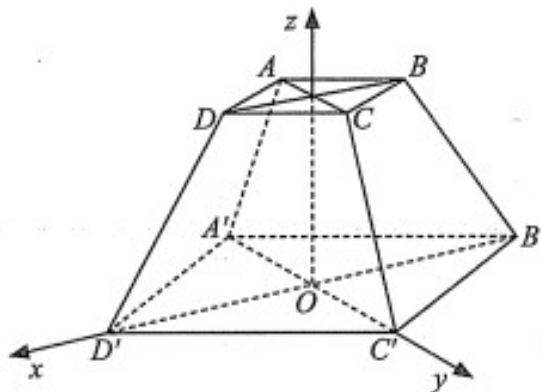
Đáp án: 71.

Giả sử đáy $ABCD$ có diện tích 18 cm^2 và đáy $A'B'C'D'$ có diện tích 72 cm^2 .

$$AB = 3\sqrt{2} \text{ cm}, A'B' = 6\sqrt{2} \text{ cm} \quad A'C' = 12 \text{ cm}, AC = 6 \text{ cm}$$

Khi đó . Suy ra .

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc O là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$ như hình vẽ. Khi đó $D'(6; 0; 0), C'(0; 6; 0), C(0; 3; 3), B'(-6; 0; 0)$



$$(DCC'D') \quad \vec{n} = (1; 1; 1)$$

Ta có: (có một vector pháp tuyến là ;

$$(BCC'B') \quad \vec{m} = (1; -1; -1)$$

có một vector pháp tuyến là .

$$\cos((DCC'D'), (BCC'B')) = \frac{|1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + 1 \cdot (-1)|}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{3}$$

Khi đó

$$((DCC'D'), (BCC'B')) \approx 71^\circ \quad a = 71$$

Suy ra . Vậy .

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; -5)$, $B(-4; 2; 1)$. Xét M là điểm thay đổi thoả mãn điều kiện $|\vec{MA} + 2\vec{MB}| = 9$. Độ dài đoạn thẳng OM lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp án: 5,45

Tìm tọa độ điểm I sao cho: $\vec{IA} + 2\vec{IB} = \vec{0}$

$$\vec{IA} + 2\vec{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OA} + 2\vec{OB} = 3\vec{OI} \Leftrightarrow \vec{OI} = \frac{1}{3}\vec{OA} + \frac{2}{3}\vec{OB}$$

Ta có:

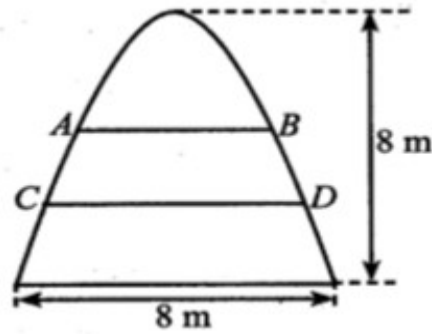
$$\text{Do đó } I(-2; 1; -1)$$

$$\text{Hơn nữa } \vec{MA} + 2\vec{MB} = 3\vec{MI} \text{ nên } |\vec{MA} + 2\vec{MB}| = 9 \Leftrightarrow 3|\vec{MI}| = 9 \Leftrightarrow MI = 3$$

Khi đó tập hợp điểm M là mặt cầu tâm $I(-2; 1; -1)$ bán kính $R = 3$

Suy ra độ dài lớn nhất của đoạn OM là: $OM = OI + R = \sqrt{6} + 3 \approx 5,45$.

Câu 4: Một công có dạng hình parabol với chiều cao $8m$, chiều rộng chân đế $8m$, (Tham khảo hình vẽ).

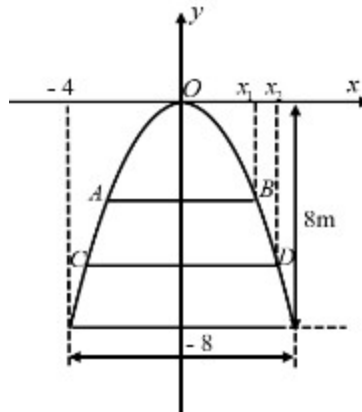


Người ta căng hai sợi dây trang trí AB , CD nằm ngang, đồng thời chia cổng thành ba phần sao cho hai phần ở phía trên có diện tích bằng nhau. Tỉ số $\frac{CD}{AB}$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp án: 1,26

Gắn hệ trục tọa độ Oxy vào cổng parabol như hình bên với trục Oy trùng với đường đối xứng của parabol. Gốc O nằm ở đỉnh của parabol, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét.



Khi đó, phương trình parabol có dạng $y = ax^2$. Vì parabol đi qua điểm có tọa độ $(-4; -8)$ nên $a = -\frac{1}{2}$. Suy ra phương trình parabol là $y = -\frac{1}{2}x^2$. Giả sử B có hoành độ x_1 , D có hoành độ

x_2 . Khi đó phương trình đường thẳng AB là $y = -\frac{1}{2}x_1^2$, phương trình đường thẳng CD là $y = -\frac{1}{2}x_2^2$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và đường thẳng AB là:

$$S_1 = 2 \int_0^{x_1} \left[-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x_1^2 \right) \right] dx = 2 \left(-\frac{x^3}{6} + \frac{x_1^2}{2}x \right) \Big|_0^{x_1} = \frac{2}{3}x_1^3 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và đường thẳng CD là:

$$S_2 = 2 \int_0^{x_2} \left[-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x_2^2 \right) \right] dx = 2 \left(-\frac{x^3}{6} + \frac{x_2^2}{2}x \right) \Big|_0^{x_2} = \frac{2}{3}x_2^3 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Theo giả thiết ta có $S_2 = 2S_1 \Leftrightarrow x_2^3 = 2x_1^3 \Leftrightarrow \frac{x_2}{x_1} = \sqrt[3]{2} \approx 1,26$. Khi đó, $\frac{CD}{AB} = \frac{2x_2}{2x_1} \approx 1,26$.

Câu 5: Một Bác nông dân có 24.000.000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (Tham khảo hình vẽ). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 40.000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 80.000 đồng/mét, mặt giáp với bờ sông không phải rào. Để diện tích của hai khu đất lớn nhất thì chiều dài hàng rào song song với bờ sông bao nhiêu mét?



Lời giải

Đáp án: 300

+ Giả sử chiều dài từng mặt của ba mặt song song nhau là: $x(m)$

+ Chi phí để làm ba mặt hàng rào song song là: $3x \cdot 80.000 = 240.000x$ (đồng)

+ Chi phí để làm mặt hàng rào song song với bờ sông là: $24.000.000 - 240.000x$ (đồng)

+ Chiều dài của mặt hàng rào song song với bờ sông là: $\frac{24.000.000 - 240.000x}{40.000} = 600 - 6x$

Điều kiện $600 - 6x > 0 \Leftrightarrow x < 100$

+ Diện tích hàng rào không đáng kể nên diện tích hai khu đất sau khi làm hàng rào là;

$$S(x) = x(600 - 6x), x \in (0; 100)$$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của hàm số $S(x) = x(600 - 6x), x \in (0; 100)$

$$S'(x) = 600 - 12x, x \in (0; 100); S'(x) = 0 \Leftrightarrow 600 - 12x = 0 \Leftrightarrow x = 50$$

Bảng biến thiên;

x	0	50	100	
S'		+	0	-
S			15000	
	0			0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy diện tích lớn nhất $S(x) = 15.000$ tại $x = 50$ khi đó chiều dài hàng rào song song với bờ sông là: $600 - 6 \cdot 50 = 300(m)$.

Câu 6: Một nhà máy có hai phân xưởng I và II tương ứng làm ra 40% và 60% sản phẩm của nhà máy. Biết rằng tỉ lệ phế phẩm của hai phân xưởng I và II tương ứng là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy thì thấy nó là phế phẩm. Tính xác suất để sản phẩm đó thuộc phân xưởng I.

Lời giải

Đáp án: 0,25

Gọi A_1 : sản phẩm thuộc phân xưởng I,

A_2 : sản phẩm thuộc phân xưởng II,

B : sản phẩm được chọn là phế phẩm.

Từ giả thiết ta có

$$P(A_1) = 0,4; P(A_2) = 0,6; P(B|A_1) = 0,01; P(B|A_2) = 0,02.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(B|A_1)P(A_1) + P(B|A_2)P(A_2) = 0,016.$$

Xác suất phế phẩm được chọn thuộc phân xưởng I là

$$P(A_1|B) = \frac{P(B|A_1)P(A_1)}{P(B)} = 0,25$$

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI ĐỀ SỐ 09

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x}$ là:

A. $\int \frac{2}{\cos^2 x} dx = -\tan x + C$

B. $\int \frac{2}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$

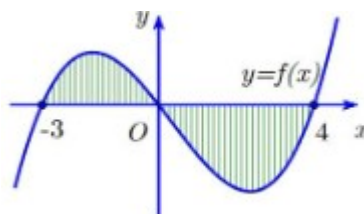
C. $\int \frac{2}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$

D. $\int \frac{2}{\cos^2 x} dx = 2 \tan x + C$

Lời giải

Ta có: $\int \frac{2}{\cos^2 x} dx = 2 \tan x + C$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích của hình phẳng gạch chéo trong hình được tính theo công thức nào?



A. $S = \int_0^{-3} f(x) dx - \int_0^4 f(x) dx$

B. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx$

C. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^4 f(x) dx$

D. $S = \left| \int_{-3}^4 f(x) dx \right|$

Lời giải

$$S = \int_{-3}^0 (f(x) - 0) dx + \int_0^4 (0 - f(x)) dx = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^4 f(x) dx$$

Câu 3: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

A. $[40; 60)$

B. $[20; 40)$

C. $[60; 80)$

D. $[80; 100)$

Lời giải

$$n = 42$$

$$Q_2 = \frac{x_{21} + x_{22}}{2}$$

Ta có: nên trung vị của mẫu số liệu trên là

$$x_{21}, x_{22} \in [40; 60)$$

Mà . Vậy nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là nhóm $[40; 60)$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

A. $M(-1; -2; -1)$

B. $N(2; -1; -3)$

C. $P(5; -2; -1)$

D. $Q(-1; 0; -5)$

Lời giải

Thay tọa độ các điểm M, N, P, Q vào phương trình đường thẳng d ta có:

$$\frac{-1-2}{3} \neq \frac{-2+1}{-1} = \frac{-1+3}{2} \Rightarrow M \text{ không thuộc đường thẳng } d.$$

$$\frac{2-2}{3} = \frac{-1+1}{-1} = \frac{-3+3}{2} \Rightarrow N \text{ thuộc đường thẳng } d.$$

$$\frac{5-2}{3} = \frac{-2+1}{-1} = \frac{-1+3}{2} \Rightarrow P \text{ thuộc đường thẳng } d.$$

$$\frac{-1-2}{3} = \frac{0+1}{-1} = \frac{-5+3}{2} \Rightarrow Q \text{ thuộc đường thẳng } d.$$

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x = -2$.

B. $x = 1$.

C. $y = 1$.

D. $y = -2$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình $y = 1$.

Câu 6: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$

A. $S = (2; +\infty)$

B. $S = (-\infty; 2)$

C. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$

D. $S = (-1; 2)$

Lời giải

$$\begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x > \frac{1}{2}$$

Điều kiện: (*)

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow x+1 > 2x-1 \Leftrightarrow x-2 < 0 \Leftrightarrow x < 2$$

$$\Rightarrow S = \left(\frac{1}{2}; 2 \right)$$

Kết hợp (*)

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3; -1; -2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α) ?

A. $(\alpha): 3x + y - 2z - 14 = 0$

B. $(\alpha): 3x - y + 2z + 6 = 0$

C. $(\alpha): 3x - y + 2z - 6 = 0$

D. $(\alpha): 3x - y - 2z + 6 = 0$

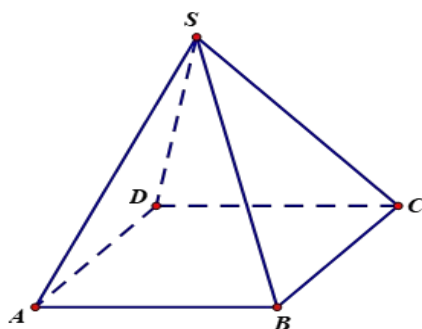
Lời giải

Ta có $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$ suy ra $\vec{n}(3; -1; 2)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

Vậy mặt phẳng đi qua điểm M và song song với (α) sẽ nhận $\vec{n}(3; -1; 2)$ là một vectơ pháp tuyến. Vậy phương trình của mặt phẳng đó là:

$$(\beta): 3(x-3) - 1(y+1) + 2(z+2) = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 2z - 6 = 0$$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau.



Góc giữa đường thẳng SB và CD bằng

A. 60°

B. 90°

C. 45°

D. 30°

Lời giải

Ta có $ABCD$ là hình thoi nên $AB \parallel CD$ nên $(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{CD}) = (\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{AB})$.

Lại có tam giác SAB đều nên $(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{AB}) = 60^\circ$. Vậy $(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{CD}) = 60^\circ$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là

A. $x = \frac{1}{3}$

B. $x = 0$

C. $x = -1$

D. $x = 1$

Lời giải

$$\text{Xét phương trình } 3^{2x+1} = 3^{2-x} \Leftrightarrow 2x+1 = 2-x \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng tổng quát u_n ($n \geq 2$) bằng

A. 3.2^{n-1}

B. 3.2^{n+2}

C. 3.2^n

D. 3.2^{n+1}

Lời giải

Số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) là: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ nên chọn đáp án **A**.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

A. $(-1; 2; -3)$

B. $(2; -3; -1)$

C. $(2; -1; -3)$

D. $(-3; 2; -1)$

Lời giải

Ta có $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a}(-1; 2; -3)$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	$-$
y	$+\infty$		1	5	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 1

B. 2

C. 0

D. 5

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 5 .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.

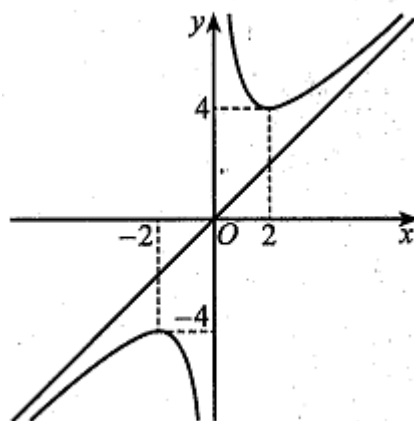
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 + \frac{4}{x^2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	4		-4	$+\infty$

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở hình 4:



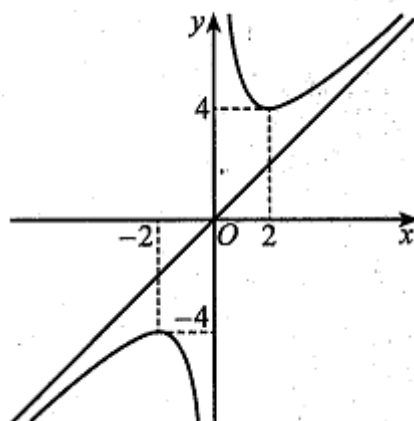
Hình 4

Lời giải

Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$. Suy ra $y' = 1 - \frac{4}{x^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}, x \neq 0$ nên đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

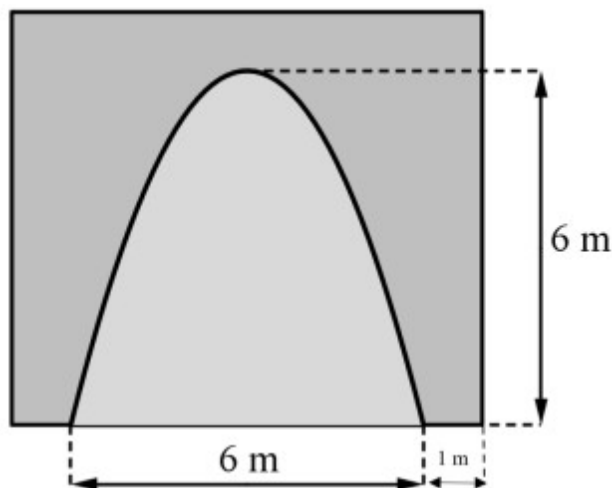
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow -\infty$	$+\infty \searrow -4 \nearrow$	$+\infty$	

Đồ thị hàm số đã cho như ở hình 4, mệnh đề đúng



Hình 4

Câu 2: Mặt cắt của một cửa hầm có dạng là hình phẳng giới hạn bởi một parabol và đường thẳng nằm ngang, khung bên ngoài của hầm là hình vuông (tham khảo hình vẽ).



a) Khi đó mặt cắt của cửa hầm có dạng là hình phẳng giới hạn bởi parabol có một phương trình

là: $y = -\frac{2}{3}x^2 + 6$.

b) Khi đó, diện tích của cửa hầm bằng $48(m^2)$.

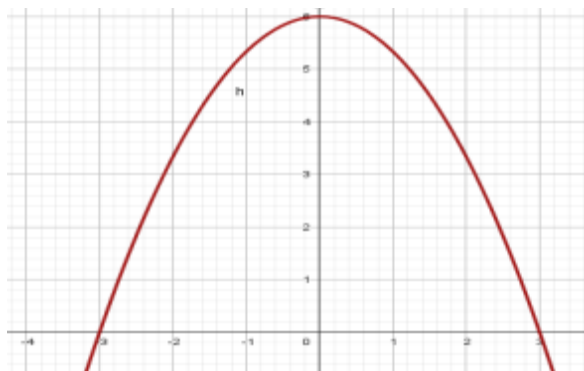
c) Khi đó diện tích phần khung ngoài của cửa hầm là $41(m^2)$.

d) Với độ dài của hầm là $2,2(km)$. Một nhà thầu X dự toán tham gia gói thầu đổ bê tông cho phần khung ngoài của cửa hầm với độ hao hụt 20% khi đổ bê tông. Khi đó nhà thầu X cần bỏ ra 138 tỷ đồng để tham gia gói thầu trên. Biết bảng giá bê tông tươi là $1.260.000$ đồng $/m^3$.

Lời giải

a) Đúng.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ



Khi đó mặt cắt của cửa hầm có dạng là hình phẳng giới hạn bởi một parabol có phương trình có dạng: $y = ax^2 + 6$.

Vì parabol đi qua điểm $(3; 0)$ nên $a = -\frac{2}{3}$.

Khi đó parabol có một phương trình là: $y = -\frac{2}{3}x^2 + 6$.

Ta có cửa hầm là hình phẳng giới hạn bởi parabol là $y = -\frac{2}{3}x^2 + 6$ và đường thẳng nằm ngang là $y = 0$

Phương trình hoành độ giao điểm là: $-\frac{2}{3}x^2 + 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$

Diện tích của cửa hầm là: $S = \int_{-3}^3 \left(-\frac{2}{3}x^2 + 6\right) dx = \left(-\frac{2}{9}x^3 + 6x\right) \Big|_{-3}^3 = 24 \text{ (m}^2\text{)}$

Khi đó cạnh của hình vuông là: 8 (m) . Suy ra diện tích phần còn lại của mặt cắt phần khung ngoài của cửa hầm là: $S = 8^2 - 24 = 40 \text{ (m}^2\text{)}$

Với độ dài của hầm là $2,2 \text{ (km)}$

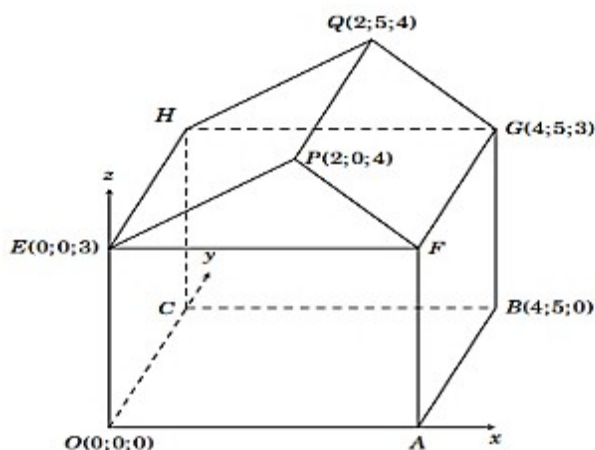
Khi đó thể tích phần cần đổ bê tông là: $V = \left(\int_0^{2200} S dx\right) \frac{100}{80} = 110000 \text{ (m}^3\text{)}$

Khi đó số tiền mà nhà thầu X tham gia gói thầu là:

$$110000 \cdot 1260000 = 138600000000 \text{ (đồng)}.$$

Vậy nhà thầu X cần bỏ ra $138,6$ tỷ đồng.

Câu 3: Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian O_{xyz} (xem hình vẽ), trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



a) Tọa độ của các điểm $F(4;0;3)$.

b) $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 3$.

c) Tọa độ vector $\overrightarrow{AH} = (4;5;3)$.

d) Góc dốc của hai mái, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt phẳng lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng $26,6^\circ$ (làm tròn đến chữ số hàng phần chục).

Lời giải

Vì nền nhà là hình chữ nhật nên tứ giác $OACB$ là hình chữ nhật, suy ra $x_A = x_B = 4, y_C = y_B = 5$. Do A nằm trên trục Ox nên $A = (4;0;0)$.

Tứ giác $OAFE$ là hình chữ nhật nên $x_F = x_A = 4, y_A = y_F = 0, z_F = z_E = 3$.

Vậy: Tọa độ của các điểm $F(4;0;3)$. Tương tự ta có: $H(0;5;3) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (-4;5;3)$; $\overrightarrow{AF} = (0;0;3)$. Suy ra $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 9$. Ta có: $A = (4;0;0), H(0;5;3) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (-4;5;3)$.

Để tính góc dốc của mái nhà, ta đi tính số đo góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt phẳng lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$. Do mặt phẳng (Ozx) vuông góc với hai mặt phẳng $(FGQP)$ và $(FGHE)$ nên góc PFE là góc phẳng nhị diện ứng với góc nhị diện đó.

Ta có $\overrightarrow{FP} = (-2; 0; 1), \overrightarrow{FE} = (-4; 0; 0)$.

$$\cos \widehat{PFE} = \cos(\overrightarrow{FP}, \overrightarrow{FE}) = \frac{\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FE}}{|\overrightarrow{FP}| \cdot |\overrightarrow{FE}|} = \frac{(-2) \cdot (-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Suy ra:

Vậy góc dốc của mái nhà khoảng $26,6^\circ$.

Câu 4: Một đội văn nghệ gồm 3 bạn nam và 7 bạn nữ. Chọn ra ngẫu nhiên 3 bạn để biểu diễn một tiết mục. Gọi A là biến cố "Có ít nhất một bạn nam trong 3 bạn được chọn", B là biến cố "Ba bạn được chọn có cùng giới tính".

a) Xác suất của biến cố B là 0,333.

b) Xác suất của biến cố AB là $\frac{1}{120}$.

c) Xác suất của biến cố A với điều kiện B là 0,024.

d) Xác suất của biến cố A với điều kiện $\bar{B}$ là $\frac{17}{42}$.

Lời giải

$$P(B) = \frac{C_7^3 + C_3^3}{C_{10}^3} = 0,3$$

Xác suất biến cố B là

AB là biến cố "Ba bạn được chọn đều là nam"

$$P(AB) = \frac{C_3^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{120}$$

Xác suất biến cố AB là

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{120}}{0,3} = \frac{1}{36}$$

$$\text{Có } P(A) = 1 - \frac{C_7^3}{C_{10}^3} = \frac{17}{24}, \quad P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB) = \frac{17}{24} - \frac{1}{120} = 0,7$$

$$\text{Vậy } P(A|\bar{B}) = \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(A\bar{B})}{1 - P(B)} = \frac{0,7}{1 - 0,3} = 1$$

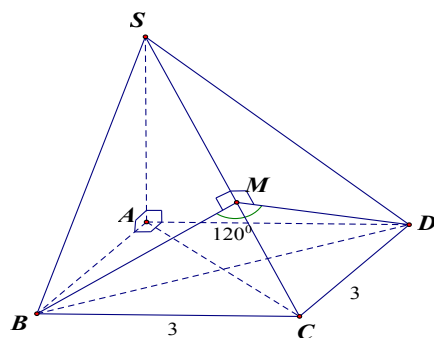
Cách 2 : Biến cố A với điều kiện B là biến cố chắc chắn nên $P(A|B) = 1$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 3 và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết góc nhị diện $[B, SC, D]$ bằng 120° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 9



$BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \triangle SBC$ vuông tại B $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD \Rightarrow \triangle SCD$ vuông tại D.

Ta có: $\triangle SBC = \triangle SDC$ (c - c - c).

Trong tam giác SBC kẻ đường cao $BM \perp SC$ tại M , lúc đó $DM \perp SC$ và $BM = DM$

Góc phẳng nhị diện $[B, SC, D]$ bằng góc $\angle BMD = 120^\circ$

$$BD^2 = BM^2 + DM^2 - 2BM \cdot DM \cdot \cos 120^\circ = 3BM^2 \Rightarrow BM = \frac{BD}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{6}$$

$$\frac{1}{BM^2} = \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{BC^2} \Rightarrow \frac{1}{SB^2} = \frac{1}{BM^2} - \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{6} - \frac{1}{9} = \frac{1}{18} \Rightarrow SB = 3\sqrt{2}$$

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 3. \text{ Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ bằng } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 3 = 9.$$

Câu 2: Bác Tuấn kiểm tra cân nặng của 40 quả trứng được lựa chọn ngẫu nhiên từ một trang trại và ghi kết quả vào bảng dữ liệu ghép nhóm sau:

Cân nặng (gam)	[75; 80)	[80; 85)	[85; 90)	[90; 95)	[95; 100)
Tần số tương đối	25%	35%	25%	10%	5%

Tính tỉ số của khoảng tứ phân vị và khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Đáp án: 0,32.

Bảng tần số ghép nhóm:

Nhóm	[75; 80)	[80; 85)	[85; 90)	[90; 95)	[95; 100)
Tần số	10	14	10	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $100 - 75 = 25$ (g).

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = 80$; tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 88$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $80 - 88 = 8$.

Tỉ số của khoảng tứ phân vị và khoảng biến thiên là $8 : 25 = 0,32$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 2)$, $B(3; 2; 2)$, $C(-1; 6; 0)$. Xét $M(a; b; 0)$ trên mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S = 2MA + |\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Lời giải

Đáp án: 3,3.

Trung điểm của BC là $I(1; 4; 1)$. Ta có $S = 2MA + |2\overline{MI}| = 2(MA + MI)$.

Do điểm A và điểm I nằm cùng phía so với mặt phẳng (Oxy) nên $MA + MI = MA' + MI$ với $A'(-1; 1; -2)$ là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oxy) .

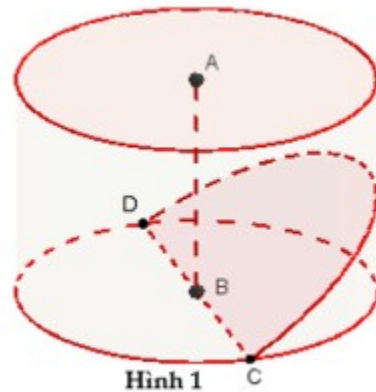
Ta lại có $S = 2(MA' + MI) \geq 2A'I$. Suy ra $M \in (Oxy)$ và M, A', I thẳng hàng.

Khi đó, hai vector $\overrightarrow{A'M} = (a+1; b-1; 2)$, $\overrightarrow{A'I} = (2; 3; 3)$ cùng phương.

$$\frac{a+1}{2} = \frac{b-1}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = 3 \end{cases}. \text{ Vậy } a+b = \frac{10}{3} \approx 3,3.$$

Suy ra

Câu 4: Từ một khúc gỗ hình trụ có đường kính $30cm$, người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua đường kính đáy và nghiêng với đáy một góc 45° để lấy một hình nêm



Hình 1

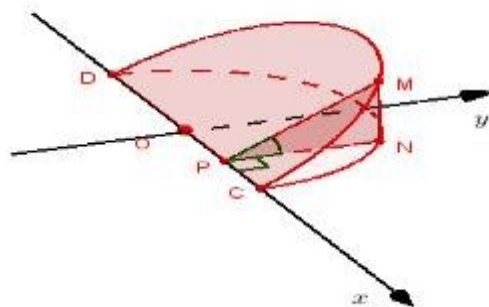


Hình 2

Kí hiệu V là thể tích của hình nêm. Tính V .

Lời giải

Đáp số: 2250



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó hình nêm có đáy là nửa hình tròn có phương trình:

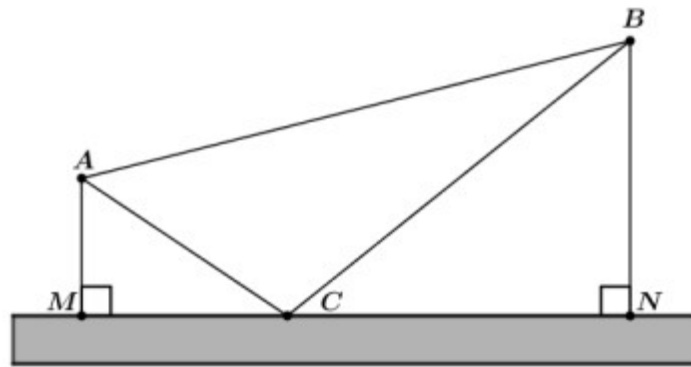
$$y = \sqrt{225 - x^2}, x \in [-15; 15]$$

Một mặt phẳng cắt vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , ($x \in [-15; 15]$) cắt hình nêm theo thiết diện có diện tích là $S(x)$.

Để thấy $NP = y$ và $MN = NP \tan 45^\circ = y = \sqrt{225 - x^2}$ khi đó $S(x) = \frac{1}{2} MN \cdot NP = \frac{1}{2} \cdot (225 - x^2)$

$$V = \int_{-15}^{15} S(x) dx = \frac{1}{2} \int_{-15}^{15} (225 - x^2) dx = 2250 \text{ (cm}^3\text{)}$$
suy ra thể tích hình nôm là:

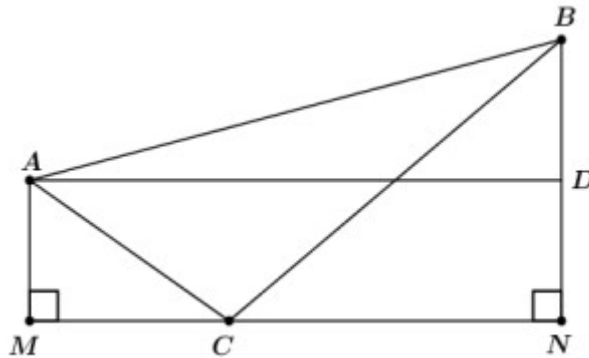
Câu 5: Một thành phố dự định xây dựng một trạm nước sạch để cung cấp cho hai khu dân cư A và B . Trạm nước sạch đặt tại vị trí C trên bờ sông. Biết $AB = 13 \text{ km}$, khoảng cách từ A và B đến bờ sông lần lượt là $AM = 5 \text{ km}$, $BN = 10 \text{ km}$ (hình vẽ). Gọi T là tổng độ dài đường ống từ trạm nước đến A và B . Khi T đạt giá trị nhỏ nhất, hãy tính khoảng cách AC (kết quả được tính theo Kilômét và làm tròn đến hàng phần mười).



Lời giải

Đáp án: 6,4

Ta có $AD^2 = AB^2 - BD^2 = 13^2 - 5^2 = 144 \Rightarrow AD = 12 \text{ (km)}$



Đặt $MC = x, (0 < x < 12)$ suy ra $CN = 12 - x; BC = \sqrt{(12 - x)^2 + 100}; AC = \sqrt{x^2 + 25}$.

Khi đó $T = CA + BC = \sqrt{(12 - x)^2 + 100} + \sqrt{x^2 + 25} = f(x)$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{(12 - x)^2 + 100} + \sqrt{x^2 + 25}$ trên khoảng $(0; 12)$

Ta có $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 25}} - \frac{12 - x}{\sqrt{(12 - x)^2 + 100}}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow (12 - x)\sqrt{x^2 + 25} = x\sqrt{(12 - x)^2 + 100}$

$\Leftrightarrow 25(12 - x)^2 = 100x^2 \Leftrightarrow x = 4$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x) = \sqrt{(12-x)^2 + 100} + \sqrt{x^2 + 25}$

x	0	4	12
$f'(x)$		- 0 +	
$f(x)$	$5 + 2\sqrt{61}$	$3\sqrt{41}$	23

Vậy giá trị nhỏ nhất của T bằng $3\sqrt{41}$ khi $x = 4$. Suy ra $AC = \sqrt{41} \approx 6,4$

Câu 6: Chạy Marathon là môn thể thao chạy bộ đường dài, mà tại đó, người chơi sẽ hoàn thành quãng đường 42,195 km trong khoảng thời gian nhất định. “FM sub 4” là một thuật ngữ phổ biến trong cộng đồng những người tham gia chạy Marathon, nó dùng để chỉ thành tích hoàn thành quãng đường 42,195 km dưới 4 giờ. Trong câu lạc bộ Marathon, tỉ lệ thành viên nam là 72%, tỉ lệ thành viên nữ là 28%. Đối với nam, tỉ lệ người hoàn thành FM sub 4 là 32%; đối với nữ, tỉ lệ hoàn thành FM sub 4 là 3%. Chọn ngẫu nhiên một thành viên từ câu lạc bộ đó. Xác suất để người được chọn là nam bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm), biết rằng người được chọn đã hoàn thành FM sub 4?

Lời giải

Đáp án: 0,96

Gọi A là biến cố: “Người được chọn là nam”.

B là biến cố: “Người được chọn đã hoàn thành FM sub 4”.

Ta có:

$$P(A) = 0,72 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,28$$

$$P(B|A) = 0,32; P(B|\bar{A}) = 0,03$$

Xác suất để người được chọn là nam, biết rằng người đó đã hoàn thành FM sub 4 là:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,72.0,32}{0,72.0,32 + 0,28.0,03} \approx 0,96.$$

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI ĐỀ SỐ 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Ở mỗi câu thí sinh chọn đúng một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x - \frac{1}{\sin^2 x}$ là.

A. $\sin x - \cot x + C$

B. $-\sin x - \cot x + C$

C. $\sin x + \cot x + C$

D. $-\sin x + \cot x + C$

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \int (\cos x - \frac{1}{\sin^2 x})dx = \sin x + \cot x + C$

Câu 2: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ cho bởi công thức

A. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$. B. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$.
C. $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$. D. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$.

Lời giải

Ta có $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$.

Câu 3: Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 50 học sinh lớp 11A.

Khoảng chiều cao (cm)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

Tính một của mẫu số liệu ghép nhóm này (làm tròn đến hàng phần trăm)

A. 153,18. B. 153,81. C. 154,18. D. 153,28.

Lời giải

Tần số lớn nhất là 14 nên nhóm chứa một là nhóm $[150;155)$.

Do đó $M_0 = 150 + \frac{14-7}{(14-7)+(14-10)} \cdot 5 \approx 153,18$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, trục Oz có phương trình là

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$.

Lời giải

Trong không gian $Oxyz$, trục Oz qua $O(0;0;0)$ và VTCP $\vec{k} = (0;0;1)$ nên phương trình tham

số là $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{-x^2 + 2x + 3}{x + 2}$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y = -x - 4$. B. $y = x - 4$. C. $y = -x + 4$. D. $y = x + 4$.

Lời giải

Ta có $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 + 2x + 3}{x(x+2)} = -1; b = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+3}{x+2} = 4$

Vậy đường thẳng $y = -x + 4$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

- A. $(-\infty; -1)$ B. $(3; +\infty)$ **C. $(-1; 3)$** D. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

Lời giải

$$3^{x^2-2x} < 27 \Leftrightarrow x^2 - 2x < 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-1; 3)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 0)$ và $B(5; 1; -2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $2x - y - z + 5 = 0$ **B. $2x - y - z - 5 = 0$**
C. $x + y + 2z - 3 = 0$ D. $3x + 2y - z - 14 = 0$

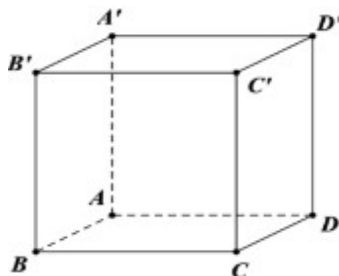
Lời giải

Ta có tọa độ trung điểm I của AB là $I(3; 2; -1)$ và $\overrightarrow{AB} = (4; -2; -2)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua I và có vector pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{AB}$ nên có phương trình là $4(x-3) - 2(y-2) - 2(z+1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - z - 5 = 0$.

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

- A. $\sqrt{2}a$ **B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$** C. $\sqrt{3}a$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$



Lời giải

Gọi $AC \cap BD = \{O\}$. Khi đó $AO \perp BD$, mặt khác $AO \perp BB'$. Suy ra $AO \perp (BDD'B')$ hay AO là khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BDD'B')$.

$$\text{Ta có: } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}, \quad AO = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 9: Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1} = 4$ là

- A. 1. **B. 2** C. 0. D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2^{x^2+1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2+1} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm thực.

Câu 10: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của u_3 bằng

A. 4. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $u_3 = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng của $A(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây

A. $Q(-1;2;3)$. B. $N(1;-2;3)$. C. $P(1;2;-3)$. D. $M(1;-2;-3)$.

Lời giải

Điểm đối xứng của $A(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oyz) là $Q(-1;2;3)$

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$						$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -3 1

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

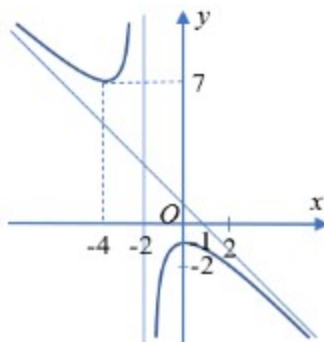
A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = -3$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = -1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}, (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây, biết đường tiệm xiên của đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(0;1)$ và $(1;0)$.



a) Khoảng cách từ $M(1; -8)$ đến đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng $\sqrt{5}$.

- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4; 0)$.
 c) Ta có $a + b + c + d = -2$.
 d) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải

Tìm được $y = f(x) = \frac{-x^2 - x - 2}{x + 2}$.

Đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số: $2x + y + 1 = 0$.

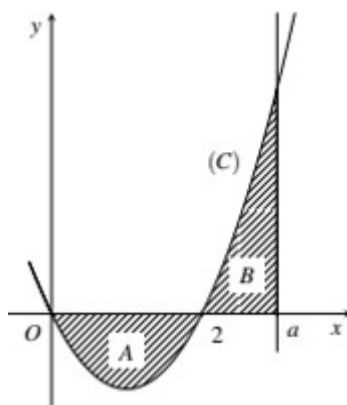
Khoảng cách từ $M(1; -8)$ đến đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng

$$\frac{|2 \cdot 1 - 8 + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

Hàm số không xác định tại $x = -2$ ($-4; 0$) nên đồ thị hàm số không thể đơn điệu trên $(-4; 0)$.
 $a + b + c + d = -1 - 1 - 2 + 2 = -2$.

Tập xác định của hàm số $y = f(x) = \frac{-x^2 - x - 2}{x + 2}$ là $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = x^2 - 2x$ có đồ thị (C) . Kí hiệu A là hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$; B là hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành và hai đường thẳng $x = 2, x = a$ ($a > 2$). Gọi S_A, S_B lần lượt là diện tích của hình phẳng A, B .



- a) Hàm số $y = x^2 - 2x$ có một nguyên hàm là $F(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 5$.
 b) $\int_0^2 (x^2 - 2x) dx = \frac{-4}{3}$.
 c) $S_A = \frac{16\pi}{15}$.
 d) Khi $S_B = 5S_A$ thì $a \in (3; 5)$

Lời giải

$$F'(x) = \left(\frac{x^3}{3} - x^2 + 5 \right)' = x^2 - 2x$$

Ta có

$$\int_0^2 (x^2 - 2x) dx = \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^2 = \frac{2^3}{3} - 2^2 = \frac{-4}{3}$$

$$S_A = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 (x^2 - 2x) dx = \left| \frac{-4}{3} \right| = \frac{4}{3}$$

Ta có

$$S_B = \int_2^a |x^2 - 2x| dx = \int_2^a (x^2 - 2x) dx = \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_2^a = \frac{a^3}{3} - a^2 - \frac{4}{3}$$

Ta có

$$\text{Để } S_B = 5S_A \Rightarrow \frac{a^3}{3} - a^2 - \frac{4}{3} = 5 \cdot \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{a^3}{3} - a^2 - \frac{16}{3} = 0 \Rightarrow a = 4 \in (3; 5)$$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(-2; 1; 1)$.

a) Điểm $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 2\right)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB .

b) $AB = 4$.

c) Phương trình mặt cầu đường kính AB là $(S): \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + (z - 2)^2 = 14$.

d) Xét các điểm M thuộc mặt phẳng (Oxz) thỏa mãn $\angle AMB = 90^\circ$. Giá trị nhỏ nhất của đoạn OM không vượt quá 1.

Lời giải

Trung điểm của đoạn thẳng AB là $I = \left(\frac{1-2}{2}; \frac{2+1}{2}; \frac{3+1}{2}\right)$ hay $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 2\right)$.

$$AB = \sqrt{(-2-1)^2 + (1-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{14}$$

Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm là $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 2\right)$, bán kính $R = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

Phương trình mặt cầu là $(S): \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + (z - 2)^2 = \frac{7}{2}$.

Vì $\angle AMB = 90^\circ$ nên điểm M thuộc mặt cầu $(S): \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + (z - 2)^2 = \frac{7}{2}$.

Mặt khác điểm M thuộc mặt phẳng (Oxz) nên điểm M thuộc đường tròn $(C) = (S) \cap (Oxz)$.

Gọi H và r lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn (C) .

Ta có H là hình chiếu của $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 2\right)$ trên mặt phẳng (Oxz) , suy ra $H\left(-\frac{1}{2}; 0; 2\right)$ và

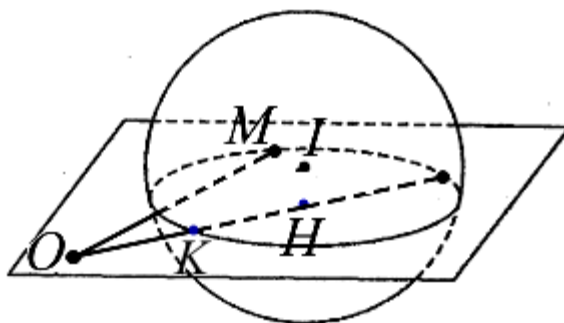
$$IH = \frac{3}{2} \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Ta có $OH = \frac{\sqrt{17}}{2} > r \Rightarrow$ điểm O nằm bên ngoài đường tròn (C) .

Gọi $K = OH \cap (C)$, K nằm giữa O và H .

Do đó $OM \geq OK = OH - r = \frac{\sqrt{17} - \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \min OM = \frac{\sqrt{17} - \sqrt{5}}{2}$.

Ta có $\frac{\sqrt{17} - \sqrt{5}}{2} < 1$ nên giá trị nhỏ nhất của đoạn OM không vượt quá 1.



Câu 4: Kết quả khảo sát những bệnh nhân bị đột quỵ của một bệnh viện cho thấy tỉ lệ bệnh nhân hồi phục sau đột quỵ là 35%; tỉ lệ bệnh nhân được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ là 40%; tỉ lệ bệnh nhân được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ và hồi phục là 30%. Chọn ngẫu nhiên một bệnh nhân bị đột quỵ được điều trị tại bệnh viện.

a) Xác suất người đó được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ, biết rằng người đó hồi phục là 0,6.

b) Xác suất người đó không hồi phục, biết rằng người đó được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ là 0,4.

c) Xác suất người đó hồi phục, biết rằng người đó không được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ là $\frac{1}{25}$.

d) Việc đưa bệnh nhân vào bệnh viện để điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ làm tăng tỉ lệ hồi phục lên $\frac{10}{3}$ lần.

Lời giải

Gọi A là biến cố "Bệnh nhân được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ" và B là biến cố "Bệnh nhân hồi phục".

Có $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,35$; $P(AB) = 0,3$. Có $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,35} = \frac{6}{7}$.

$P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB) = 0,4 - 0,3 = 0,1$ $P(\bar{B}|A) = \frac{P(A\bar{B})}{P(A)} = \frac{0,1}{0,4} = 0,25$

Có $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,6$; $P(B\bar{A}) = P(B) - P(AB) = 0,35 - 0,3 = 0,05$

Vậy $P(B|\bar{A}) = \frac{P(B\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{0,05}{0,6} = \frac{1}{12}$. Có $P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,35 \cdot \frac{6}{7}}{0,4} = 0,75$

$$\frac{P(B|A)}{P(B|\bar{A})} = \frac{0,75}{\frac{1}{12}} = 9$$

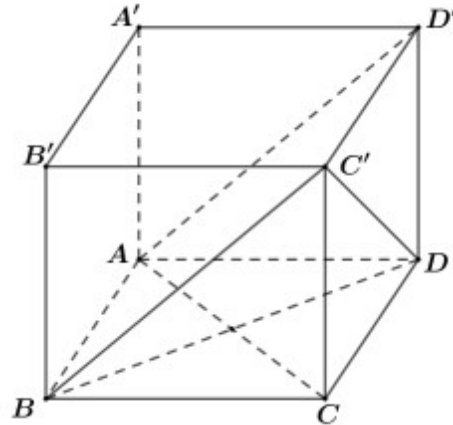
Suy ra

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1$, $BC=2$, $AA'=2$ (tham khảo như hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp án: 0,82



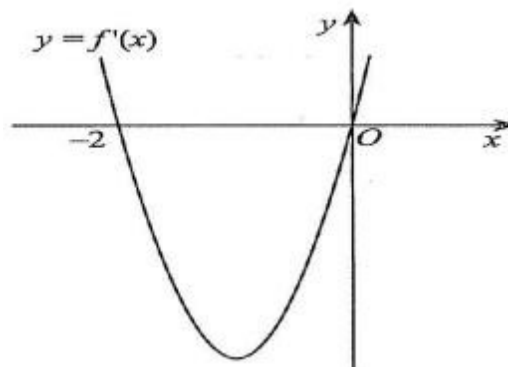
Ta có $AD' \parallel BC' \Rightarrow AD' \parallel (BDC')$

$$\Rightarrow d(AD', DC') = d(AD', (BDC')) = d(A, (BDC')) = d(C, (BDC'))$$

Mà
$$\frac{1}{d^2(C, (BDC'))} = \frac{1}{CD^2} + \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(C, (BDC')) = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Vậy
$$d(AD', DC') = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Câu 2: Đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x)$ là một hàm số bậc hai và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như Hình vẽ. Biết rằng hàm số $f(x)$ có giá trị cực đại là 2 và giá trị cực tiểu là -2. Tìm giá trị của $f(2)$.



Lời giải

Đáp án: 18.

Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(x)$ là hàm số bậc hai có hai nghiệm là 0 và -2 nên

$$f'(x) = ax(x+2) \quad (\text{với } a \text{ là số thực}). \quad \text{Từ đó} \quad f(x) = \int f'(x) dx = a \left(\frac{x^3}{3} + x^2 \right) + C$$

Từ dấu của $f'(x)$ suy ra $f(x)$ đạt cực đại $x = -2$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$.

$$\begin{cases} f(0) = -2 \\ f(-2) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = -2 \\ a \left(-\frac{8}{3} + 4 \right) + C = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = -2 \\ a = 3 \end{cases}$$

Ta có:

$$\text{Vậy: } f(x) = x^3 + 3x^2 - 2 \quad \text{suy ra } f(2) = 18$$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 2; 0)$, $B(2; 0; -2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 1 = 0$. Xét điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA = MB$ và số đo góc $\widehat{AMB}$ lớn nhất. Khi đó giá trị $a + b + c$ (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 1,27.

Do M thuộc mặt phẳng (P) và $MA = MB$ nên M thuộc giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) , trong đó (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

Tìm được $(Q): y + z = 0$.

$$\text{Khi đó } M \text{ thuộc đường thẳng } d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -t \\ z = t \end{cases} \quad \text{với } d = (P) \cap (Q) \Rightarrow M(1 + 3t; -t; t)$$

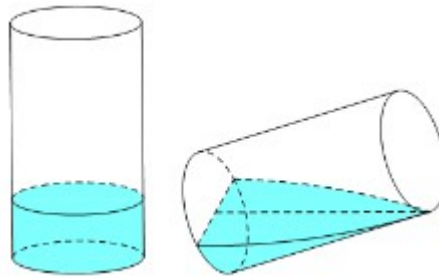
$$\text{Ta có } \overline{AM} = (3t - 1; -t - 2; t), \overline{BM} = (3t - 1; -t; t + 2)$$

$$\cos(\overline{AM}, \overline{BM}) = \frac{(3t - 1)^2 + 2(t^2 + 2t)}{(3t - 1)^2 + t^2 + (t + 2)^2} = \frac{11t^2 - 2t + 1}{11t^2 - 2t + 5} = 1 - \frac{4}{11t^2 - 2t + 5}$$

Suy ra $\widehat{AMB}$ lớn nhất khi và chỉ khi

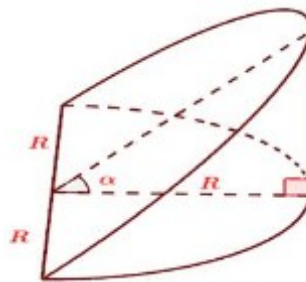
$$t = \frac{1}{11} \Rightarrow M\left(\frac{14}{11}; -\frac{1}{11}; \frac{1}{11}\right) \Rightarrow S = a + b + c = \frac{14}{11} \approx 1,27$$

Câu 4: Bạn A có một cốc thủy tinh hình trụ, đường kính trong lòng đáy cốc là 6 cm , chiều cao trong lòng cốc là 10 cm đang đựng một lượng nước. Bạn A nghiêng cốc nước, vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy. Tính thể tích lượng nước trong cốc.



Lời giải

Đáp án: 60



Xét thiết diện cắt dọc thủy tinh vuông góc với đường kính tại vị trí bất kỳ có:

$$S(x) = \frac{1}{2} \sqrt{R^2 - x^2} \cdot \sqrt{R^2 - x^2} \cdot \tan \alpha \Rightarrow S(x) = \frac{1}{2} (R^2 - x^2) \tan \alpha$$

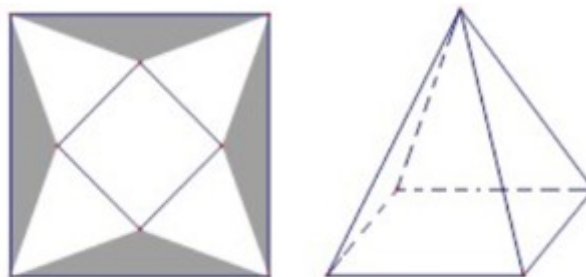
Thể tích hình cái nôm là:

$$V = \frac{1}{2} \tan \alpha \int_{-R}^R (R^2 - x^2) dx = \frac{2}{3} R^3 \tan \alpha$$

Thể tích khối nước tạo thành khi nguyên cốc có hình dạng cái nôm nên $V_{kn} = \frac{2}{3} R^3 \tan \alpha$

$$\Rightarrow V_{kn} = \frac{2}{3} R^3 \cdot \frac{h}{R} = 60 cm^3$$

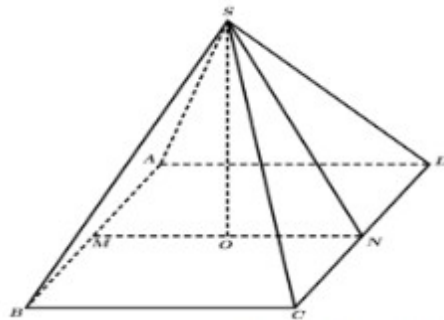
Câu 5: Một tấm bạt hình vuông có độ dài đường chéo bằng 15 m như hình vẽ dưới đây. Người ta dự tính cắt phần tô đậm của tấm bạt rồi gấp và may lại (các đường may không đáng kể), nhằm mục đích phủ lên tháp đèn trang trí (tháp dạng hình chóp tứ giác đều) để tránh hư hại tháp khi trời mưa.



Biết khối chóp hình thành sau khi gấp và may lại cần thể tích lớn nhất thì mới phủ kín tháp đèn. Hỏi phần diện tích tấm bạt bị cắt là bao nhiêu để đảm bảo yêu cầu trên.

Lời giải

Đáp án: 22,5



Gọi cạnh đáy hình vuông của tháp là $x(m)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD .

Khi đó $MN = x(m), SN = \frac{15-x}{2}(m)$ với $0 < x < \frac{7}{2}$.

$$SO = \sqrt{SN^2 - ON^2} = \sqrt{\left(\frac{15-x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{225-30x}$$

Ta có
$$V = \frac{1}{3}S_{ABCD}SO = \frac{1}{6}x^2\sqrt{225-30x} = f(x)$$

Suy ra
$$f'(x) = \frac{450x - 75x^2}{6\sqrt{225-30x}}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 6$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x) = \frac{1}{6}x^2\sqrt{225-30x}$

x	0	6	$\frac{7}{2}$	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	0	$18\sqrt{5}$	$\frac{49\sqrt{12}}{30}$	

Do đó thể tích lớn nhất bằng $V = 18\sqrt{5} (m^3)$.

Diện tích phần bị cắt là
$$S = S_{TB} - S_{ABCD} - 4 \cdot S_{\triangle SAB} = \frac{15^2}{2} - 6^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{2} \cdot 6 = 22,5 (m^2).$$

Câu 6: Một nhà máy có hai phân xưởng I và II tương ứng làm ra 40% và 60% sản phẩm của nhà máy. Biết rằng tỷ lệ phế phẩm của hai phân xưởng I và II tương ứng là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy thì thấy nó là phế phẩm. Tính xác suất để sản phẩm đó thuộc phân xưởng I.

Lời giải

Đáp án: 0.25

A B_1 B_2
: Sản phẩm là phế phẩm. : Sản phẩm từ phân xưởng I. : Sản phẩm từ phân xưởng II.

Xác suất để sản phẩm đến từ phân xưởng I với điều kiện nó là phế phẩm:

$$P(B_1 | A) = \frac{P(B_1) \cdot P(A | B_1)}{P(A)} = \frac{P(B_1) \cdot P(A | B_1)}{P(B_1) \cdot P(A | B_1) + P(B_2) \cdot P(A | B_2)}$$

$$P(A | B_1) = 1\% \quad P(A | B_2) = 2\%$$

Xác suất sản phẩm là phế phẩm từ mỗi phân xưởng: ;

$$P(B_1) = 40\% \quad P(B_2) = 60\%$$

Xác suất chọn sản phẩm từ mỗi phân xưởng là: ;

Vậy xác suất để sản phẩm đến từ phân xưởng I với điều kiện nó là phế phẩm:

$$P(B_1 | A) = \frac{0,01 \cdot 0,4}{0,01 \cdot 0,4 + 0,02 \cdot 0,6} = 0,25$$

-----HẾT-----