CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ CHƯƠNG HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Câu 1: Huyết áp là áp lực máu cần thiết tác động lên thành động mạch nhằm đưa máu đi nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Nhờ lực co bóp của tim và sức cản của động mạch mà huyết áp được tạo ra. Giả sử huyết áp của một người thay đổi theo thời gian được cho bởi công thức:

$$p(t)=120+15\cos 150\pi t$$

Trong đó $p(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimét thuỷ ngân) và thời gian t tính theo đơn vị phút.

a) Chứng minh $p(t)$ là một hàm số tuần hoàn.

b) Huyết áp cao nhất và huyết áp thấp nhất lần lượt được gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương. Tìm chỉ số huyết áp của người đó, biết rằng chỉ số huyết áp được viết là huyết áp tâm thu/huyết áp tâm trương.

Lời giải

a) Hàm số $p(t)$ có tập xác định là R. Với mọi $t\in\mathrm{R}$, ta có $t\pm\frac{1}{75}\in\mathrm{R}$ và

$$p\left(t+\frac{1}{75}\right)=120+15\cos\left(150\pi t+2\pi\right)=120+15\cos 150\pi t=p(t).$$

Do đó $p(t)$ là một hàm số tuần hoàn.

b) Vì $-1\le\cos 150\pi t\le 1$ với mọi $t\in\mathrm{R}$ nên $105\le p(t)\le 135$ với mọi $t\in\mathrm{R}$.

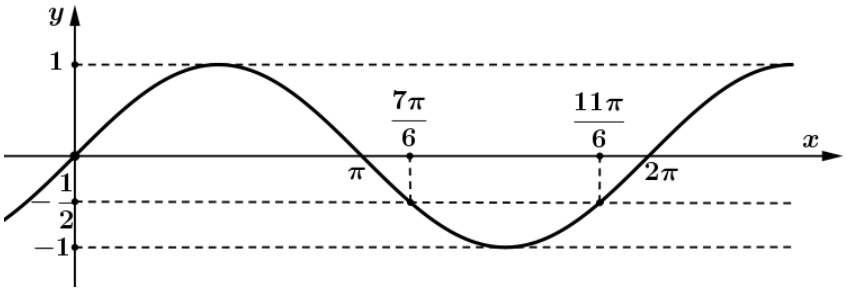
Vậy chỉ số huyết áp của người đó là 135/105.

Câu 2: Một chất điểm dao động điều hoà theo phương trình $s=3\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$ với s tính bằng cm và t tính bằng giây. Dựa vào đồ thị của hàm số sin, hãy xác định ở các thời điểm t nào trong 4 giây đầu thì $s\le-\frac{3}{2}$.

Lời giải

Trong 4 giây đầu, ta có $0\le t\le 4$, suy ra $0\le\frac{\pi}{2}t\le 2\pi$.

Đặt $x=\frac{\pi}{2}t$, khi đó $x\in[0;2\pi]$. Đồ thị của hàm số $y=\sin x$ trên đoạn $[0;2\pi]$ như sau:



Dựa vào đồ thị trên đoạn $[0;2\pi]$ ta có: $s \le -\frac{3}{2}$ khi $3\sin x \le -\frac{3}{2}$ hay $\sin x \le -\frac{1}{2}$

$\frac{7\pi}{6} \le x \le \frac{11\pi}{6}$ $\frac{7}{3} \le t \le \frac{11}{3}$

Suy ra nên do đó .

Câu 3: Hằng ngày, Mặt Trời chiếu sáng, bóng của một toà chung cư cao 40 m in trên mặt đất, độ dài bóng của toà nhà này được tính bằng công thức $S(t) = 40\left|\cot\frac{\pi}{12}t\right|$, ở đó S được tính bằng mét, còn t là số giờ tính từ 6 giờ sáng.

a) Tìm độ dài bóng của toà nhà tại các thời điểm 8 giờ sáng, 12 giờ trưa, 2 giờ chiều và 5 giờ 45 phút chiều.

b) Tại thời điểm nào thì độ dài bóng của toà nhà bằng chiều cao toà nhà?

c) Bóng toà nhà sẽ như thế nào khi thời gian tiến dần đến 6 giờ tối?

Lời giải

a) Tại thời điểm 8 giờ sáng ta có $t = 8 - 6 = 2$.

$$S(2) = 40\left|\cot\left(\frac{\pi}{12}.2\right)\right| = 40\sqrt{3}\,(\text{m}).$$

Vậy độ dài bóng của toà nhà tại thời điểm 8 giờ sáng là:

Tại thời điểm 12 giờ trưa ta có $t = 12 - 6 = 6$.

$$S(6) = 40\left|\cot\left(\frac{\pi}{12}.6\right)\right| = 0(\text{m}).$$

Vậy độ dài bóng của toà nhà tại thời điểm 12 giờ trưa là:

Tại thời điểm 12 giờ trưa, Mặt Trời chiếu thẳng đứng từ trên đầu xuống nên toàn bộ toà nhà được chiếu xuống móng của toà nhà.

Tại thời điểm 2 giờ chiều ta có $t = 14 - 6 = 8$.

$$S(8) = 40\left|\cot\left(\frac{\pi}{12}.8\right)\right| = \frac{40\sqrt{3}}{3}(\text{m}).$$

Vậy độ dài bóng của toà nhà tại thời điểm 2 giờ chiều là

Tại thời điểm 5 giờ 45 chiều tối, ta có $t=\left(17+\frac{3}{4}\right)-6=\frac{39}{4}$.

Vậy độ dài bóng của toà nhà tại thời điểm 5 giờ 45 chiều tối là:

$$S\left(\frac{39}{4}\right)=40\left|\cot\left(\frac{\pi}{12}\cdot\frac{39}{4}\right)\right|\approx 59,86(\text{ m})$$

b) Độ dài bóng của toà nhà bằng chiếu cao toà nhà khi

$$S(t)=40\Leftrightarrow 40\left|\cot\frac{\pi}{12}t\right|=40\Leftrightarrow\cot\frac{\pi}{12}t=\pm 1\Leftrightarrow\frac{\pi}{12}t=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi\Leftrightarrow t=\pm 3+12k\,(k\in Z)$$

Vì $0\le t\le 12$ nên $t=3$ hoặc $t=9$, tức là tại thời điểm 9 giờ sáng hoặc 3 giờ chiều thì bóng của toà nhà dài bằng chiều cao của toà nhà.

c) Khi thời gian tiến dần đến 6 giờ tối thì $t\to 12$, vì vậy $\frac{\pi}{12}t\to\pi$, do đó $\cot\frac{\pi}{12}t\to-\infty$. Như vậy, bóng của toà nhà sẽ tiến ra vô cùng.

Câu 4: Độ sâu $h(\text{ m})$ của mực nước ở một cảng biển vào thời điểm t (giờ) sau khi thuỷ triều lên lần đầu tiên trong ngày được tính xấp xỉ bởi công thức $h(t)=0,8\cos 0,5t+4$.

a) Độ sâu của nước vào thời điểm $t=2$ là bao nhiêu mét?

b) Một con tàu cần mực nước sâu tối thiểu 3,6 m để có thể đi chuyển ra vào cảng an toàn. Dựa vào đồ thị của hàm số côsin, hãy cho biết trong vòng 12 tiếng sau khi thuỷ triều lên lần đầu tiên, ở những thời điểm t nào tàu có thể hạ thuỷ. Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

Lời giải

a) Tại thời điểm t = 2 độ sâu của nước là: $h(2)=0,8\cos 0,5.2+4\approx 4,43$ m.

Vậy độ sâu của nước ở thời điểm $t=2$ là khoảng 4,43 m.

b) Các thời điểm để mực nước sâu là $3,6$ m tương ứng với phương trình $0,8\cos 0,5t+4=3,6$

Với $t=\frac{4\pi}{3}+k2\pi,k\in Z$, trong 12 tiếng ta có các thời điểm

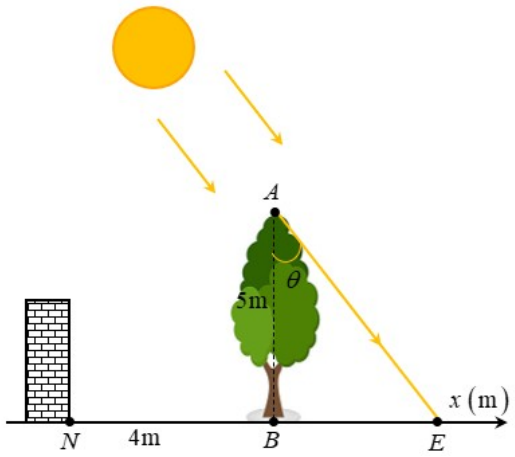
$$0\le\frac{4\pi}{3}+k2\pi\le 12\Leftrightarrow-\frac{2}{3}\le k\le 1,24$$ mà $k\in Z$ nên $k\in\{0;1\}$.

Với $t=-\frac{4\pi}{3}+k2\pi,k\in Z$, trong 12 tiếng ta có các thời điểm

$$0\le-\frac{4\pi}{3}+k2\pi\le 12\Leftrightarrow\frac{2}{3}\le k\le 1,24$$ mà $k\in Z$ nên $k=1$.

Vậy tại các thời điểm $t=\frac{4\pi}{3}, t=\frac{10\pi}{3}, t=\frac{2\pi}{3}$ giờ thì tàu có thể hạ thủy.

Câu 5: Trong hình minh hoạ dưới đây, cây xanh AB nằm trên đường xích đạo được trồng vuông góc với mặt đất và có chiều cao 5 m. Bóng của cây là BE. Vào ngày xuân phân và hạ phân, điểm E di chuyển trên đường thẳng Bx. Góc thiên đỉnh $\theta_s=(AB,AE)$ phụ thuộc vào vị trí của Mặt Trời và thay đổi theo thời gian trong ngày theo công thức: $\theta_s(t)=\frac{\pi}{12}(t-12)\text{rad}$, với t là thời gian trong ngày (theo đơn vị giờ, $6<t<18$).



a) Viết hàm số biểu diễn toạ độ của điểm E trên trục Bx theo t.

b) Dựa vào đồ thị hàm số tang, hãy xác định các thời điểm mà tại đó bóng cây phủ qua vị trí tường rào N biết N nằm trên trục Bx với toạ độ là $x_N=-4(\text{ m})$. Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

Lời giải

a) Xét tam giác ABE vuông tại B ta có: $\tan\theta_s(t)=\frac{BE}{AB}\Leftrightarrow BE=5\tan\left(\frac{\pi}{12}(t-12)\right)$.

b) Đồ thị của hàm số $\theta_s=5\tan\left(\frac{\pi}{12}(t-12)\right)$

Dựa vào đồ thị hàm số để $\theta_s=5\tan\left(\frac{\pi}{12}(t-12)\right)<-4$ và $6<t<18$ suy ra các thời điểm để bóng cây phủ qua hàng rào N là $6<t<9,4$.

Câu 6: Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40° Bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số

$$d(t)=3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right]+12$$

với $t\in\mathbb{N}$ và $0<t\le 365$

a) Thành phố A có đúng 12 giờ có ánh sáng mặt trời vào ngày nào trong năm?

b) Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có đúng 9 giờ có ánh sáng mặt trời?

c) Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có đúng 15 giờ có ánh sáng mặt trời?

Lời giải

a) Để thành phố A có đúng 12 giờ có ánh sáng mặt trời thì: $3\sin\left(\frac{\pi}{182}(t-80)\right)+12=12$

$$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{182}(t-80)\right)=0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182}(t-80)=k\pi \Leftrightarrow t-80=182k \Leftrightarrow t=80+182k\,(k\in\mathbb{Z}).$$

Do $t\in\mathbb{Z}$ và $0<t\le 365$ nên ta có: $\begin{cases}k\in Z\\ 0<80+182k\le 365\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k\in Z\\ -80<182k\le 285\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}k\in Z\\ -\frac{40}{91}<k\le\frac{285}{182}\end{cases}\Leftrightarrow k\in\{0;1\}$$

Với $k=0$ thì $t=80+182.0=80$;

Với $k=1$ thì $t=80+182.1=262$.

Vậy thành phố A có đúng 12 giờ có ánh sáng mặt trời vào ngày thứ 80 và ngày thứ 262 trong năm.

b) Để thành phố A có đúng 9 giờ có ánh sáng mặt trời thì:

$$3\sin\left(\frac{\pi}{182}(t-80)\right)+12=9 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{182}(t-80)\right)=-1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{182}(t-80)=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z}) \Leftrightarrow t-80=-91+364k\,(k\in\mathbb{Z}) \Leftrightarrow t=-11+364k\,(k\in\mathbb{Z})$$

Do $t\in\mathbb{Z}$ và $0<t\le 365$ nên ta có $\begin{cases}k\in Z\\ 0<-11+364k\le 365\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k\in Z\\ 11<364k\le 376\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}k\in Z\\ \frac{11}{364}<k\le\frac{94}{91}\end{cases}\Leftrightarrow k=1$$

Với $k=1$ thì $t=-11+364.1=353$.

Vậy thành phố A có đúng 9 giờ có ánh sáng mặt trời vào ngày thứ 353 trong năm.

c) Để thành phố A có đúng 15 giờ có ánh sáng mặt trời thì $3\sin\left(\frac{\pi}{182}(t-80)\right)+12=15$

$$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{182}(t-80)\right)=1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182}(t-80)=\frac{\pi}{2}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow t-80=91+364k\,(k\in\mathbb{Z}) \Leftrightarrow t=171+364k\,(k\in\mathbb{Z})$$

Do $t\in\mathbb{Z}$ và $0<t\le 365$ nên ta có $\begin{cases}k\in Z\\ 0<171+364k\le 365\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k\in Z\\ -171<364k\le 194\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k \in \mathbb{Z} \\ -\dfrac{171}{364} < k \le \dfrac{97}{182} \end{cases} \Leftrightarrow k = 0$$

Với $k = 0$ thì $t = 171 + 364.0 = 171$.

Vậy thành phố A có đúng 15 giờ có ánh sáng mặt trời vào ngày thứ 171 trong năm.

Câu 7: Hội Lim (tỉnh Bắc Ninh) được tổ chức vào mùa xuân thường có trò chơi đánh đu. Khi người chơi đu nhún đều, cây đu sẽ đưa người chơi đu dao động quanh vị trí cân bằng (Hình 39). Nghiên cứu trò chơi này, người ta thấy khoảng cách $h(\text{m})$ từ vị trí người chơi đu đến vị trí cân bằng được biểu diễn qua thời gian $t(\text{s})$ (với $t \ge 0$) bởi hệ thức $h = |d|$ với $d = 3\cos\left[\dfrac{\pi}{3}(2t-1)\right]$, trong đó ta quy ước $d > 0$ khi vị trí cân bằng ở phía sau lưng người chơi đu và $d < 0$ trong trường hợp ngược lại. Vào thời gian t nào thì khoảng cách h là $3\text{ m}; 0\text{ m}$?

Hình 39

Lời giải

Để khoảng cách $h(\text{m})$ từ vị trí người chơi đu đến vị trí cân bằng là 3 m thì:

$$3\cos\left[\frac{\pi}{3}(2t-1)\right] = 3 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 3\cos\left[\dfrac{\pi}{3}(2t-1)\right] = 3 \\ 3\cos\left[\dfrac{\pi}{3}(2t-1)\right] = -3 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \cos\left[\dfrac{\pi}{3}(2t-1)\right] = 1 \\ \cos\left[\dfrac{\pi}{3}(2t-1)\right] = -1 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \dfrac{\pi}{3}(2t-1) = \text{k}2\pi \\ \dfrac{\pi}{3}(2t-1) = \pi + \text{k}2\pi \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2t-1 = 6k \\ 2t-1 = 3+6k \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2t = 6k+1 \\ 2t = 6k+4 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} t = 3k + \dfrac{1}{2} (k \in \mathbb{Z}) \\ t = 3k+2 \end{bmatrix}$$

Do $t \ge 0, k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0;1;2;\ldots\}$ khi đó $\begin{bmatrix} t \in \left\{\dfrac{1}{2};\dfrac{7}{2};\dfrac{13}{2};\ldots\right\} \\ t \in \{2;5;8;\ldots\} \end{bmatrix} \Leftrightarrow t \in \left\{\dfrac{1}{2};2;\dfrac{7}{2};5;\dfrac{13}{2};8;\ldots\right\}$.

Vậy $t \in \left(\dfrac{1}{2};2;\dfrac{7}{2};5;\dfrac{13}{2};8;\ldots\right)$ (giây) thì khoảng cách h là 3 m.

Để khoảng cách $h(m)$ từ vị trí người chơi đu đến vị trí cân bằng là 0 m thì:

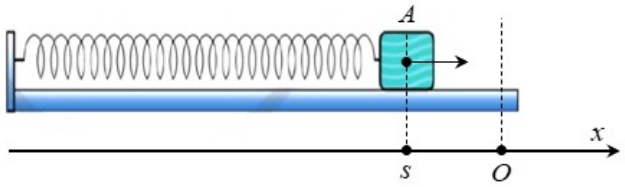
$$\left|3\cos\left[\frac{\pi}{3}(2t-1)\right]\right|=0\Leftrightarrow 3\cos\left[\frac{\pi}{3}(2t-1)\right]=0\Leftrightarrow\cos\left[\frac{\pi}{3}(2t-1)\right]=0\Leftrightarrow\frac{\pi}{3}(2t-1)=\frac{\pi}{2}+k\pi$$

$$\Leftrightarrow\frac{\pi}{3}(2t-1)=\frac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow 2t-1=\frac{3}{2}+3k\Leftrightarrow 2t=\frac{5}{2}+3k\Leftrightarrow t=\frac{5}{4}+\frac{3}{2}k$$

Do $t\geq 0, k\in Z$ nên $k\in\{0;1;2;\ldots\}$, khi đó $t\in\left\{\frac{5}{4};\frac{11}{4};\frac{17}{4};\ldots\right\}$

Vậy $t\in\left\{\frac{5}{4};\frac{11}{4};\frac{17}{4};\ldots\right\}$ (giây) thì khoảng cách h là 0m

Câu 8: Trong hình minh hoạ dưới đây, khi được kéo ra khơi vị trí cân bằng ờ điểm O và buông tay, lực đàn hồi của lò xo khiến vật A gắn ở đầu của lò xo dao động quanh O. Toạ độ $s(\text{cm})$ của A trên trục Ox vào thời điểm t (giây) sau khi buông tay được xác định bởi công thức $s=10\sin\left(10t+\frac{\pi}{2}\right)$. Vào các thời điểm nào thì $s=-5\sqrt{3}$ cm?



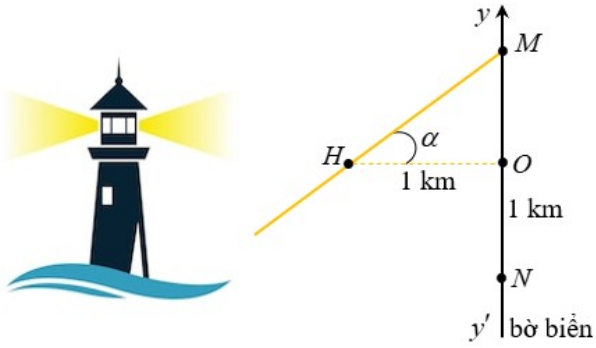
Lời giải

Xét phương trình: $10\sin\left(10t+\frac{\pi}{2}\right)=-5\sqrt{3}\Leftrightarrow\sin\left(10t+\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Leftrightarrow\sin\left(10t+\frac{\pi}{2}\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}10t+\frac{\pi}{2}=-\frac{\pi}{3}+k2\pi\\10t+\frac{\pi}{2}=\frac{4\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.,k\in Z\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{5}\\t=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{5}\end{array}\right.,k\in Z$$

Vậy vào các thời điểm $t=-\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{5}(k\geq 1,k\in Z)$ và $t=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{5}(k\geq 0,k\in Z)$ thì ta thấy được $s=-5\sqrt{3}$ cm.

Câu 9: Trong hình minh hoạ dưới đây, một ngọn đèn trên hải đăng H cách bờ biển yy' một khoảng $HO=1$ km. Đèn xoay ngược chiều kim đồng hồ với tốc độ $\frac{\pi}{10}$ rad/s và chiếu hai luồng ánh sáng về hai phía đối diện nhau. Khi đèn xoay, điểm M mà luồng ánh sáng của hải đăng rọi vào bờ biển chuyển động dọc theo bờ.



a) Ban đầu luồng sáng trùng với đường thẳng HO. Viết hàm số biểu thị toạ độ y_M của điểm M trên trục Oy theo thời gian t.

b) Ngôi nhà N nằm trên bờ biển với toạ độ $y_N = -1(\text{ km})$. Xác định các thời điểm t mà đèn hải đăng chiếu vào ngôi nhà.

Lời giải

a) Sau t giây điểm M quét được một góc lượng giác có số đo là: $\alpha = \frac{\pi}{10}t$ rad.

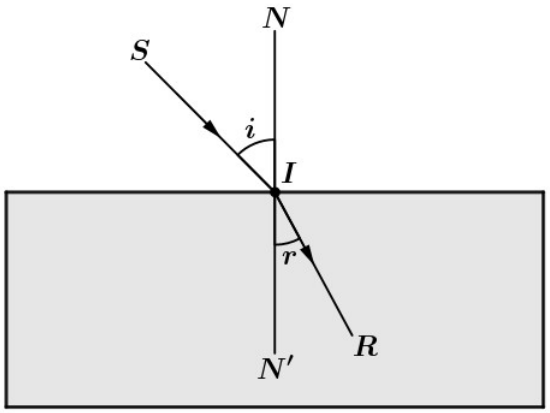
Xét tam giác HOM vuông tại O có: $MO = \tan\alpha.1 = \tan\left(\frac{\pi}{10}t\right)$. Vậy tọa độ $y_M = \tan\left(\frac{\pi}{10}t\right)$.

b) Xét $\tan\left(\frac{\pi}{10}t\right) = -1 \Leftrightarrow \tan\left(\frac{\pi}{10}t\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \frac{\pi}{10}t = -\frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow t = -2,5 + 10k, k \in \mathbb{Z}$

Vì t ≥ 0 nên tại các thời điểm $t = -2,5 + 10k, k \in \mathbb{Z}, k \geq 1$ thì đèn hải đăng chiếu vào ngôi nhà.

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là $x = -\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ và $x = -\frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 10: Theo Định luật khúc xạ ánh sáng, khi một tia sáng được chiếu tới mặt phân cách giữa hai môi trường trong suốt không đồng chất thì tỉ số $\frac{\sin i}{\sin r}$, với i là góc tới và r là góc khúc xạ, là một hằng số phụ thuộc vào chiết suất của hai môi trường. Biết rằng khi góc tới là 45° thì góc khúc xạ bằng 30°. Khi góc tới là 60° thì góc khúc xạ là bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.



Lời giải

Vì $\frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin r}$ nên $\sin r = \frac{\sin 60^\circ \sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{4}$. Suy ra $r = 37,76^\circ$.

Câu 11: Một quả bóng được ném xiên một góc $\alpha\left(0^\circ \le \alpha \le 90^\circ\right)$ từ mặt đất với tốc độ $v_0\left(\text{m/s}\right)$. Khoảng cách theo phương ngang từ vị trí ban đầu của quả bóng đến vị trí bóng chạm đất được tính bởi công thức $d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{10}$.

a) Tính khoảng cách d khi bóng được ném đi với tốc độ ban đầu $10\ \text{m/s}$ và góc ném là 30° so với phương ngang.

b) Nếu tốc độ ban đầu của bóng là $10\ \text{m/s}$ thì cần ném bóng với góc bao nhiêu độ để khoảng cách d là $5\ \text{m}$?

Lời giải

a) $d = 5\sqrt{3} \approx 8,66$ (m);

b) $d = 5 \Leftrightarrow \frac{10^2 \cdot \sin 2\alpha}{10} = 5 \Leftrightarrow 10\sin 2\alpha = 5 \Leftrightarrow \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2\alpha = 30^\circ$ hoặc $2\alpha = 150^\circ \Leftrightarrow \alpha = 15^\circ$ hoặc $\alpha = 75^\circ$.

Câu 12: Chiều cao $h\left(\text{m}\right)$ của một cabin trên vòng quay vào thời điểm t giây sau khi bắt đầu chuyển động được cho bởi công thức $h(t) = 30 + 20\sin\left(\frac{\pi}{25}t + \frac{\pi}{3}\right)$.

a) Cabin đạt độ cao tối đa là bao nhiêu?

b) Sau bao nhiêu giây thì cabin đạt độ cao $40\ \text{m}$ lần đầu tiên?

Lời giải

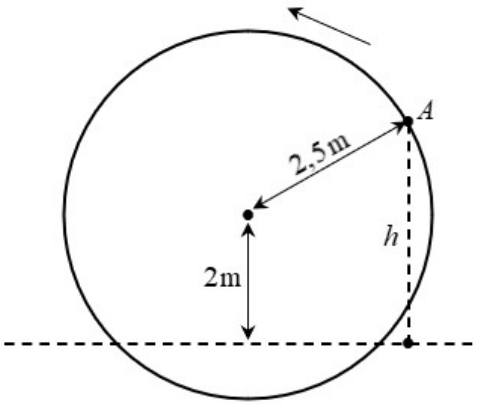
a) $50\ \text{m}$; b) 12,5 giây.

Câu 13: Một chiếc guồng nước có dạng hình tròn bán kính 2,5 m; trục của nó đặt cách mặt nước $2\ \text{m}$ (hình bên). Khi guồng quay đều, khoảng cách h (mét) tính từ một chiếc gầu gắn tại điểm A

trên guồng đến mặt nước là $h = |y|$ trong đó $y = 2 + 2,5\sin 2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right)$ với x là thời gian quay của guồng $(x \ge 0)$, tính bằng phút; ta quy ước rằng $y > 0$ khi gầu ở trên mặt nước và $y < 0$ khi gầu ở dưới mặt nước.

a) Khi nào chiếc gầu ở vị trí cao nhất? Thấp nhất?

b) Chiếc gầu cách mặt nước 2 mét lần đầu tiên khi nào?



Mô phỏng guồng nước

Lời giải

$-1 \le \sin 2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right) \le 1 \qquad -2,5 \le 2,5\sin 2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right) \le 2,5$

a) Vì nên và do đó ta có

$$-0,5 = 2 - 2,5 \le 2 + 2,5\sin 2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right) \le 2 + 2,5 = 4,5 \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\sin 2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow 2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} + k\,(k \in \mathbb{Z}).$$

Suy ra, gầu ở vị tri cao nhất:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \ldots$$

Vậy gầu ở vị trí cao nhất tại các thời điểm phút.

$$\sin 2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right) = -1 \Leftrightarrow 2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right) = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = k\,(k \in \mathbb{Z}).$$

Tương tự, gầu ở vị trí thấp:

$$0,1,2,3,\ldots$$

Vậy gầu ở vị trí thấp nhất tại các thời điểm phút.

2 m

b) Gầu cách mặt nước khi

$$2 + 2,5\sin 2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right) = 2 \Leftrightarrow \sin 2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow 2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right) = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} + \frac{k}{2}(k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy chiếc gầu cách mặt nước 2 m lần đầu tiên tại thời điểm $x=\frac{1}{4}$ phút.

Câu 14: Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ t (ở đây t là số ngày tính từ ngày 1 tháng giêng) của một năm không nhuận được mô hình hoá bởi hàm số

$$L(t)=12+2,83\sin\left(\frac{2\pi}{365}(t-80)\right),(t\in\mathbb{Z}\text{ và }0<t\le 365).$$

a) Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có ít giờ ánh sáng mặt trời nhất?

b) Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ ánh sáng mặt trời nhất?

c) Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có khoảng 10 giờ ánh sáng mặt trời?

Lời giải

Vì $-1\le\sin\left(\frac{2\pi}{365}(t-80)\right)\le 1$ nên $-2,83\le 2,83\sin\left(\frac{2\pi}{365}(t-80)\right)\le 2,83$.

Do đó $9,17=12-2,83\le 12+2,83\sin\left(\frac{2\pi}{365}(t-80)\right)\le 12+2,83=14,83\,\forall t\in\mathbb{R}.$

a) Ngày thành phố A có ít giờ ánh sáng mặt trời nhất ứng với

$$\sin\left[\frac{2\pi}{365}(t-80)\right]=-1\Leftrightarrow\frac{2\pi}{365}(t-80)=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow t=-\frac{45}{4}+365k\,(k\in\mathbb{Z}).$$

Vì $0<t\le 365$ nên $k=1$ suy ra $t=-\frac{45}{4}+365=353,75$.

Như vậy, vào ngày thứ 353 của năm, tức là khoảng ngày 20 tháng 12 thì thành phố A sẽ có ít giờ ánh sáng mặt trời nhất.

b) Ngày thành phố A có nhiều giờ ánh sáng mặt trời nhất ứng với

$$\sin\left[\frac{2\pi}{365}(t-80)\right]=1\Leftrightarrow\frac{2\pi}{365}(t-80)=\frac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow t=171,25+365k\,(k\in\mathbb{Z})$$

.

Vì $0<t\le 365$ nên $k=0$ suy ra $t=171,25$.

Như vậy, vào ngày thứ 171 của năm, tức là khoảng ngày 20 tháng 6 thì thành phố A sẽ có nhiều giờ ánh sáng mặt trời nhất.

c) Thành phố A có khoảng 10 giờ ánh sáng mặt trời trong ngày nếu

$$12+2,83\sin\left[\frac{2\pi}{365}(t-80)\right]=10 \Leftrightarrow \sin\left[\frac{2\pi}{365}(t-80)\right]=-\frac{200}{283} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{2\pi}{365}(t-80)\approx -0,78+k2\pi\\ \frac{2\pi}{365}(t-80)\approx 3,93+k2\pi\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}t\approx 34,69+365k,\\ t\approx 308,30+365k\end{array}\right.(k\in Z)$$

Từ đó ta được .

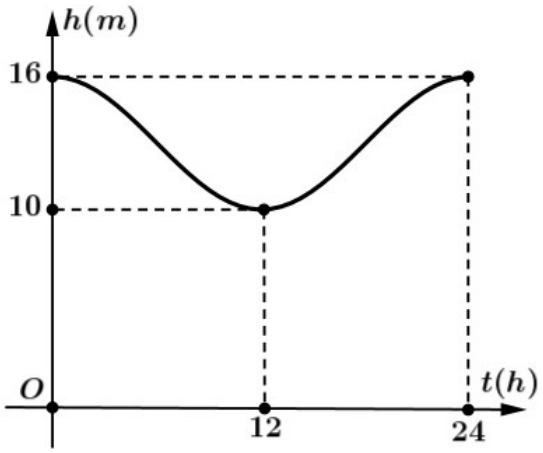
Vì $0<t\le 365$ nên $k=0$ suy ra $t\approx 34,69$ hoặc $t\approx 308,30$.

Như vậy, vào khoảng ngày thứ 34 của năm, tức là ngày 3 tháng 2 và ngày thứ 308 của năm, tức là ngày 4 tháng 11 thành phố A sẽ có 10 giờ ánh sáng mặt trời.

Câu 15: Mực nước cao nhất tại một cảng biển là 16 m khi thủy triều lên cao và sau 12 giờ khi thủy triều xuống thấp thì mực nước thấp nhất là 10 m. Đồ thị ở hình dưới đây mô tả sự thay đổi chiều cao của mực nước tại cảng trong vòng 24 giờ tính từ lúc nửa đêm. Biết chiều cao của mực nước $h(\text{ m})$ theo thời gian $t(\text{ h})(0\le t\le 24)$ được cho bởi công thức $h=m+a\cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)$ với m,a là các số thực dương cho trước.

a) Tìm m,a.

b) Tìm thời điểm trong ngày khi chiều cao của mực nước là $11,5$ m.



Lời giải

a) Chiều cao của mực nước cao nhất là $m+a$ khi $\cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)=1$ và thấp nhất bằng $m-a$ khi $\cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)=-1$. Theo giả thiết, ta có: $\begin{cases}m+a=16\\m-a=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=13\\a=3.\end{cases}$

b) Từ câu a ta có công thức: $h=13+3\cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)$. Do chiều cao của mực nước là 11,5 m nên

$$13+3\cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)=11,5\Leftrightarrow\cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)=-\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{\pi}{12}t=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\\\frac{\pi}{12}t=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=8+24k\\t=-8+24k\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z}).$$

Ứng với hai thời điểm trong ngày ta có $t=8(\text{ h})$ và $t=16$ (h).

Câu 16: Hằng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) trong một ngày $(0\le t<24)$ cho bởi công thức $h=3\cos\left(\frac{\pi t}{6}+1\right)+12$. Tìm t để độ sâu của mực nước là

a) $15\,\text{m}$

b) $9\,\text{m}$

c) 10,5 m

Lời giải

Độ sâu của mực nước là $15\,\text{m}$ thì h = 15.

Khi đó: $$15=3\cos\left(\frac{\pi t}{6}+1\right)+12n\Leftrightarrow\cos\left(\frac{\pi t}{6}+1\right)=1$$

$$\Leftrightarrow\cos\left(\frac{\pi t}{6}+1\right)=\cos 0\Leftrightarrow\frac{\pi t}{6}+1=k2\pi\Leftrightarrow t=\frac{6(k2\pi-1)}{\pi};k\in\mathbb{Z}$$

Vì $0\le t<24$ nên $0\le\frac{6(k2\pi-1)}{\pi}\le 24\Leftrightarrow 0<k\le 2$

Lại do $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k\in\{1;2\}\Rightarrow t\in\left\{\frac{6(2\pi-1)}{\pi};\frac{6(4\pi-1)}{\pi}\right\}$

Độ sâu của mực nước là 9m thì $h=9$.

Khi đó: $$9=3\cos\left(\frac{\pi t}{6}+1\right)+12\Leftrightarrow\cos\left(\frac{\pi t}{6}+1\right)=-1\Leftrightarrow\cos\left(\frac{\pi t}{6}+1\right)=\cos\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi t}{6}+1=\pi+k2\pi \Leftrightarrow t=\frac{6\left(k2\pi+\pi-1\right)}{\pi}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

Vì $0\le t<24$ nên $0\le\frac{6(k2\pi+\pi-1)}{\pi}\le 24\Leftrightarrow 0<k\le 1$

Lại do $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k=1\Rightarrow t=\frac{6\left(3\pi-1\right)}{\pi}$

Độ sâu của mực nước là 10,5m thì $h=10,5.$

Khi đó: $10,5=3\cos\left(\frac{\pi t}{6}+1\right)+12\Leftrightarrow\cos\left(\frac{\pi t}{6}+1\right)=-\frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow\cos\left(\frac{\pi t}{6}+1\right)=\cos\frac{2\pi}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{\pi t}{6}+1=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\\ \frac{\pi t}{6}+1=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{6\left(\frac{2\pi}{3}+k2\pi-1\right)}{\pi};k\in\mathbb{Z}\\ t=\frac{6\left(-\frac{2\pi}{3}+k2\pi-1\right)}{\pi};k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$$

Vì $t=\frac{6\left(\frac{2\pi}{3}+k2\pi-1\right)}{\pi};k\in\mathbb{Z}$ nên $0\le\frac{6\left(\frac{2\pi}{3}+k2\pi-1\right)}{\pi}\le 24\Leftrightarrow 0\le k\le 2$

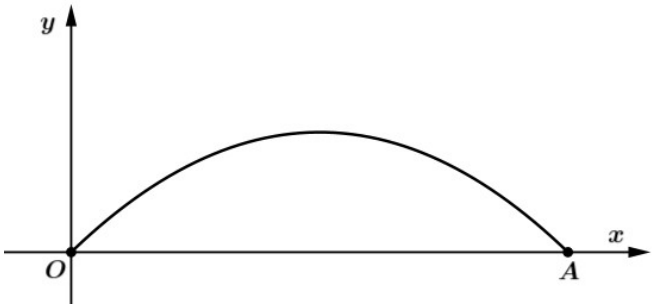
Lại do $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k\in\{0;1;2\}\Rightarrow t\in\left\{\frac{6\left(\frac{2\pi}{3}-1\right)}{\pi};\frac{6\left(\frac{8\pi}{3}-1\right)}{\pi};\frac{6\left(\frac{14\pi}{3}-1\right)}{\pi}\right\}$

Với $t=\frac{6\left(-\frac{2\pi}{3}+k2\pi-1\right)}{\pi};k\in\mathbb{Z}$

Vì $0\le t<24$ nên $0\le\frac{6\left(-\frac{2\pi}{3}+k2\pi-1\right)}{\pi}\le 24\Leftrightarrow 0<k\le 2$

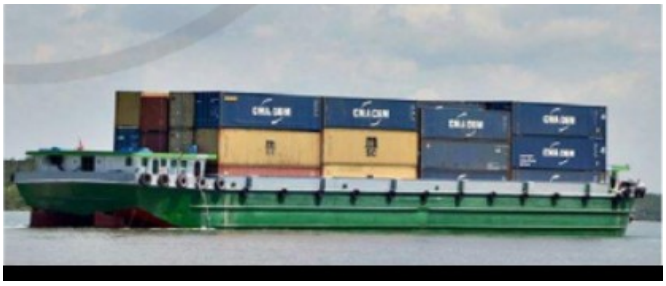
Lại do $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k\in\{1;2\}\Rightarrow t\in\left\{\frac{6\left(-\frac{2\pi}{3}-1\right)}{\pi};\frac{6\left(\frac{4\pi}{3}-1\right)}{\pi};\frac{6\left(\frac{10\pi}{3}-1\right)}{\pi}\right\}$

Câu 17: Một cây cầu có dạng cung OA của đồ thị hàm số $y=4,8\sin\frac{x}{9}$ và được mô tả trong hệ trục tọa độ với đơn vị trục là mét như ở hình dưới đây:



a) Giả sử chiều rộng của con sông là độ dài đoạn thẳng OA. Tìm chiều rộng đó (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

b) Một sà lan chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với độ cao 3,6m so với mực nước sông sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Chứng minh rằng chiều rộng của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn 13,1m.



c) Một sà lan khác cũng chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với chiều rộng của khối hàng hóa đó là $9\,\text{m}$ sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Chứng minh rằng chiều cao của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn 4,3m

Lời giải

a) Giải phương trình $y = 0 \Leftrightarrow 4,8\sin\frac{x}{9} = 0 \Leftrightarrow \sin\frac{x}{9} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{9} = k\pi \Leftrightarrow x = k9\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right).$

Do đó đồ thị cắt trục Ox tại các điểm có hoành độ $0; 9\pi; 18\pi; \ldots$

Vì thế $A(9\pi; 0)$ nên chiều rộng của con sông là $OA = 9\pi \approx 28,3m$

b) Xét đường thẳng $y = 3,6$

Ta có $y = 4,8\sin\frac{x}{9} \le 4,8$, nên đường thẳng $y = 3,6$ cắt một phần đồ thị của hàm số $y = 4,8\sin\frac{x}{9}$ tại hai điểm $M\left(x_1; 3,6\right), N\left(x_2; 36\right).$

Giải phương trình $4,8\sin\frac{x}{9} = 3,6 \Leftrightarrow \sin\frac{x}{9} = \frac{3}{4}$ $(1), x_1, x_2$ là hai nghiệm dương nhỏ nhất của (1)

$-1 \le \frac{3}{4} \le 1$ nên tồn tại một số $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ sao cho $\sin\alpha = \frac{3}{4}$.

Ta có $\sin\frac{x}{9}=\sin\alpha\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{x}{9}=\alpha+k2\pi\\\frac{x}{9}=\pi-\alpha+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=9\alpha+k18\pi\\x=9\pi-9\alpha+k18\pi\end{array}\right.$

Do $x_1;x_2\in(0;9\pi)$ nên $x_1\approx 9\alpha\approx 7,6325;\ x_1\approx 9\pi-9\alpha\approx 20,6418$ nên $x_2-x_1<13,1.$

Vậy chiều rộng của khối hàng hoá bé hơn $13,1m$

c) Cho $0<m<4,8$ đường thẳng $y=m$ cắt (C) tại hai điểm $P(x_3;m),Q(x_4;m),x_3,x_4$ là hai nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $4,8\sin\frac{x}{9}=m\ (2);x_4-x_3=9.$

$\Leftrightarrow\sin\frac{x}{9}=\frac{m}{4,8},$ vì $0<\frac{m}{4,8}<1$ nên $\exists\beta\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ sao cho $\sin\beta=\frac{m}{4,8}\ (*)$

Khi đó (2) trở thành $\Leftrightarrow\sin\frac{x}{9}=\sin\beta\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=9\beta+k18\pi\\x=9(\pi-\beta)+k18\pi\end{array}\right.k\in$

Hai nghiệm dương nhỏ nhất của (2) là $x_3=9\beta,x_4=9(\pi-\beta)$

Ta có $x_4-x_3=9(\pi-\beta)-9\beta=0.$

Do vậy $m=4,8\sin\beta$ hay $m=4,8\sin\frac{\pi-1}{2}\approx 4,2124<4,3.$

Vậy chiều cao của mỗi khối hàng hoá bé hơn $4,3m.$

Câu 18: Vận tốc $v_1(\text{cm/s})$ của con lắc đơn thứ nhất và vận tốc $v_2(\text{cm/s})$ của con lắc đơn thứ hai theo thời gian t (giây) được cho bởi các công thức:

$$v_1(t)=-4\cos\left(\frac{2t}{3}+\frac{\pi}{4}\right)\text{ và }v_2(t)=2\sin\left(2t+\frac{\pi}{6}\right).$$

Xác định các thời điểm t mà tại đó:

a) Vận tốc của con lắc đơn thứ nhất bằng $2\ \text{cm/s}$;

b) Vận tốc của con lắc đơn thứ nhất gấp hai lần vận tốc của con lắc đơn thứ hai.

Lời giải

a) $t=\frac{5\pi}{8}+k3\pi,k\in\mathbb{N}$ và $t=\frac{13\pi}{8}+k3\pi,k\in\mathbb{N}$;

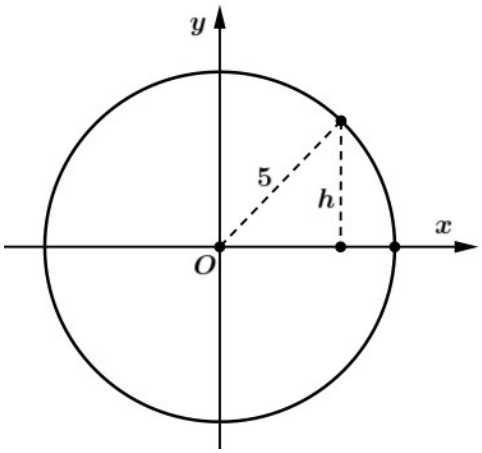
b) $t=\frac{19\pi}{16}+k\frac{3\pi}{2},k\in\mathbb{N}$ và $t=\frac{13\pi}{32}+k\frac{3\pi}{4},k\in\mathbb{N}$.

Câu 19: Một chất điểm chuyển động đều theo chiều ngược chiều kim đồng hồ trên đường tròn bán kính 5 cm. Khoảng cách $h(\text{ cm})$ từ chất điểm đến trục hoành được tính theo công thức $h=|y|$, trong đó $y=a\sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)$ với t là thời gian chuyển động của chất điểm tính bằng giây $(t\geq 0)$ và chất điểm bắt đầu chuyển động từ vị trí A (Hình 16).

a) Chất điểm chuyển động một vòng hết bao nhiêu giây?

b) Tìm giá trị của a.

c) Tìm thời điểm sao cho chất điểm ở vị trí có $h=2,5\text{ cm}$ và nằm phía dưới trục hoành trong một vòng quay đầu tiên.



Lời giải

a) Xét $h=0$ hay $a\sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)=0\Leftrightarrow t=5k$ với $k\in\mathbb{Z}$ và $k\geq 0$.

Ta nhận thấy, từ thời điểm ban đầu, cứ sau 5 giây, khoảng cách từ chất điểm đến trục hoành lại bằng 0. Suy ra sau mỗi 5 giây, chất điểm chuyển động được nửa vòng. Vậy chất điểm chuyển động một vòng hết 10 giây.

b) Do chất điểm chuyển động một vòng hết 10 giây nên khi $t=2,5$ giây thì chất điểm chuyển động được một phần tư vòng theo chiều dương, suy ra tại $t=2,5$ ta có

$$y=|y|=h=5\Leftrightarrow a\sin\left(\frac{\pi}{5}.\frac{5}{2}\right)=5\Leftrightarrow a=5$$

.

Câu 20: Huyết áp là áp lực cần thiết tác động lên thành của động mạch để đưa máu từ tim đến nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Huyết áp được tạo ra do lực co bóp của cơ tim và sức cản của thành động mạch. Mỗi lần tim đập, huyết áp của chúng ta tăng rồi giảm giữa các nhịp. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu gọi là huyết áp tâm thu và tâm trương, tương ứng. Chỉ số huyết áp của chúng ta được viết là tâm thu/tâm trương. Chỉ số huyết áp $120/80$ là bình thường. Giả sử một người nào đó có nhịp tim là 70 lần trên phút và huyết áp của người đó được mô hình hoá bởi hàm số $P(t)=100+20\sin\left(\frac{7\pi}{3}t\right)$ ở đó $P(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị $mmHg$ (milimét thuỷ ngân) và thời gian t tính theo giây.

a) Trong khoảng từ 0 đến 1 giây, hãy xác định số lần huyết áp là 100 $mmHg$.

b) Trong khoảng từ 0 đến 1 giây, hãy xác định số lần huyết áp là 120 $mmHg$.

Lời giải

a) Huyết áp là 100 $mmHg$ khi

$$P(t)=100 \Leftrightarrow 100+20\sin\left(\frac{7\pi}{3}t\right)=100 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{7\pi}{3}t\right)=0 \Leftrightarrow \frac{7\pi}{3}t=k\pi \Leftrightarrow t=\frac{3k}{7}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

Xét $0<t<1 \Leftrightarrow 0<\frac{3k}{7}<1 \Leftrightarrow 0<k<\frac{7}{3} \Leftrightarrow k\in\{1;2\}$ vì $k\in\mathbb{Z}$.

Vậy trong khoảng từ 0 đến 1 giây, có 2 lần huyết áp là 100 $mmHg$.

b) Huyết áp là 120 $mmHg$ khi

$$P(t)=120 \Leftrightarrow 100+20\sin\left(\frac{7\pi}{3}t\right)=120 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{7\pi}{3}t\right)=1 \Leftrightarrow \frac{7\pi}{3}t=\frac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow t=\frac{3}{14}+\frac{6k}{7}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

Xét $0<t<1 \Leftrightarrow 0<\frac{3}{14}+\frac{6k}{7}<1 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}<k<\frac{11}{12} \Leftrightarrow k=0$ vì $k\in\mathbb{Z}$.

Vậy trong khoảng từ 0 đến 1 giây, có 1 lần huyết áp là 120 $mmHg$.

Câu 21: Trong môn cầu lông, khi phát cầu, người chơi cần đánh cầu qua khỏi lưới sang phía sân đối phương và không được để cho cầu rơi ngoài biên. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, chọn điểm có tọa độ $(O;y_0)$ là điểm xuất phát thì phương trình quỹ đạo của cầu lông khi rời khỏi mặt vợt là:

$$y=\frac{-g.x^2}{2.v_0^2.\cos^2\alpha}+\tan\alpha.x+y_0$$; trong đó:

g là gia tốc trọng trường (thường được chọn là $9,8\,m/s^2$)

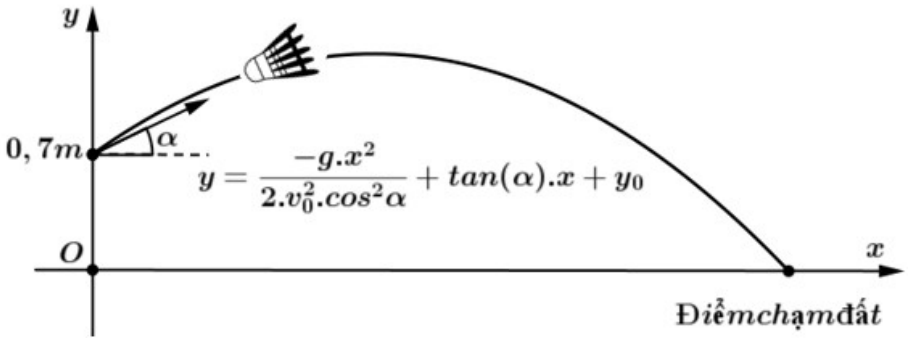
α là góc phát cầu (so với phương ngang của mặt đất)

v_0 là vận tốc ban đầu của cầu

y_0 là khoảng cách từ vị trí phát cầu đến mặt đất.

Đây là một hàm số bậc hai nên quỹ đạo chuyển động của cầu lông là một parabol.

Một người chơi cầu lông đang đứng khoảng cách từ vị trí người này đến vị trí cầu rơi chạm đất (tầm bay xa) là $6,68$ m. Quan sát hình bên dưới, hỏi người chơi đã phát cầu góc khoảng bao nhiêu độ so với mặt đất? (biết cầu rời mặt vợt ở độ cao $0,7$ m so với mặt đất và vận tốc xuất phát của cầu là 8 m/s, bỏ qua sức cản của gió và xem quỹ đạo của cầu luôn nằm trong mặt phẳng phẳng đứng).



Lời giải

Với $g = 9,8 m/s^2$, vận tốc ban đầu $v_0 = 8 m/s$ thì phương trình quỹ đạo của cầu:

$$y = \frac{-g.x^2}{2.v_0^2.\cos^2\alpha} + \tan\alpha.x + y_0$$

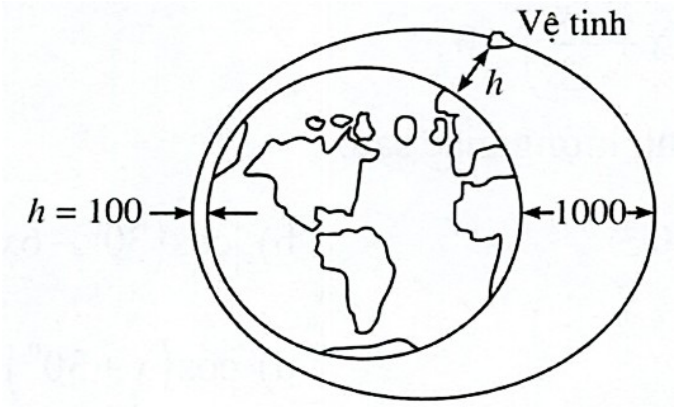
Khoảng cách từ vị trí người này đến vị trí cầu rơi chạm đất (tầm bay xa) là $6,68$ m nghĩa là $x = 6,68$ m.

Ta có: $\frac{-9,8.(6,68)^2}{128.\cos^2\alpha} + \tan(\alpha).(6,68) + 0,7 = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{-9,8.(6,68)^2}{128}\left(1+\tan^2\alpha\right) + \tan(\alpha).(6,68) + 0,7 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan\alpha \approx 1,378\\ \tan\alpha \approx 0,576\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\alpha \approx 54,04^\circ\\ \alpha \approx 29,97^\circ\end{array}\right.$$

Vậy người chơi đã phát cầu một góc gần 54^0 hoặc gần 30° so với mặt đất.

Câu 22: Một vệ tinh bay quanh Trái Đất theo một quỹ đạo hình Elip (như hình vẽ):



Độ cao h (tính bằng kilômet) của vệ tinh so với bề mặt Trái Đất được xác định bởi công thức $h = 550 + 450 \cdot \cos\frac{\pi}{50}t$. Trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo. Người ta cần thực hiện một thí nghiệm khoa học khi vệ tinh cách mặt đất $250 km$. Trong khoảng 60 phút đầu tiên kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo, hãy tìm thời điểm để có thể thực hiện thí nghiệm đó?

Lời giải

Ta có phương trình: $550+450\cdot\cos\frac{\pi}{50}t=250\Leftrightarrow\cos\frac{\pi}{50}t=-\frac{2}{3}$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{\pi}{50}t\approx 2,3+k2\pi\\ \frac{\pi}{50}t\approx -2,3+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t\approx 36,61+k100\\ t\approx -36,61+k100\end{array}\right.,k\in\square.$$

Vậy trong khoảng 60 phút đầu tiên kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo, tại thời điểm $t\approx 36,61$ (phút) thì ta có thể thực hiện thí nghiệm đó.