

ĐỀ 4

☞ **Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Trong các phát biểu sau phát biểu nào là mệnh đề?

A. Hà Nội là thủ đô của Việt Nam.

B. Một quá! C. Thật là tuyệt. D. Bạn có khỏe không?

Câu 2: Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid x(2x+1)(x-3)(x-2) = 0\}$. Tập hợp A viết dưới dạng liệt kê là

A. $A = \left\{0; 2; 3; -\frac{1}{2}\right\}$.

B. $A = \{0; 2; 3\}$.

C. $A = \{2; 3\}$.

D. $A = \left\{-\frac{1}{2}; 2; 3\right\}$.

Câu 3: Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 2\}$, $B = (-1; 3)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $A \cap B = (-1; 2]$.

B. $A \setminus B = (-3; -1)$.

C. $C_{\mathbb{R}} B = (-\infty; -1) \cup [3; +\infty)$.

D.

$A \cup B = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Câu 4: Lớp 10A có 25 bạn thích môn Văn, 20 bạn thích môn Toán. Trong số các bạn thích Văn hoặc Toán có 8 bạn thích cả 2 môn. Trong lớp vẫn còn 5 bạn không thích môn nào trong 2 môn Văn và Toán. Hỏi lớp 10A có bao nhiêu học sinh?

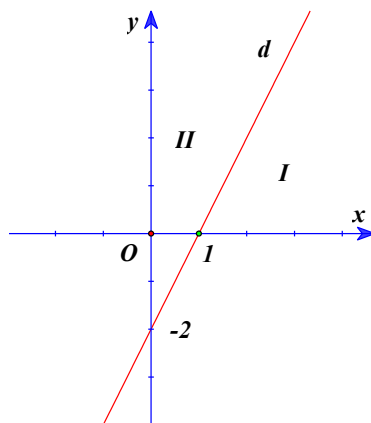
A. 32.

B. 37.

C. 45.

D. 42.

Câu 5: Đường thẳng $d: 2x - y - 2 = 0$ chia mặt phẳng tọa độ thành hai miền I, II là hai nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng d .



Xác định miền nghiệm của bất phương trình $2x - y - 2 \geq 0$.

A. Nửa mặt phẳng I bỏ đi đường thẳng d .

B. Nửa mặt phẳng I kể cả bờ d .

C. Nửa mặt phẳng II kể cả bờ d .

D. Nửa mặt phẳng II bỏ đi đường thẳng d .

Câu 6: Trong các hệ bất phương trình sau, hệ nào là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

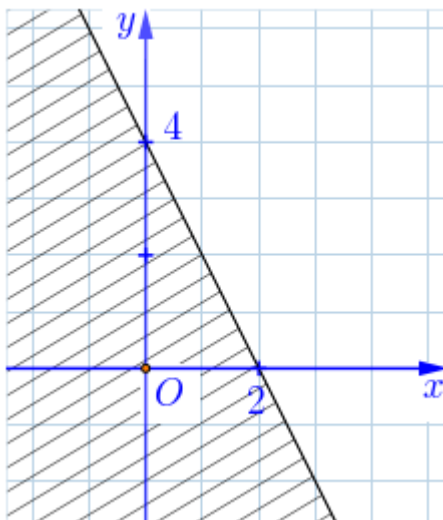
A. $\begin{cases} x^2 - y \geq 0 \\ x + 3y < 2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} 2x - 3y \geq 4 \\ x + y < 5 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} 2x^2 + y^2 \geq 1 \\ x - y < 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x^3 - y \leq 2 \\ x + 2y > 1 \end{cases}$.

Câu 7: Miền không bị gạch, kể cả bờ sau đây là miền nghiệm của bất phương trình nào trong bốn bất phương trình dưới đây?



A. $2x + y \leq 4$

B. $2x + y \geq 4$

C. $3x + 2y \leq 6$

D. $3x + 2y > 6$

Câu 8: Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}$?

A. $(-1; 4)$

B. $(-2; 4)$

C. $(0; 0)$

D. $(-3; 4)$

Câu 9: Cho $\triangle ABC$ có $b = 6, c = 8, \angle A = 120^\circ$. Tính độ dài cạnh a .

A. $2\sqrt{37}$

B. $3\sqrt{12}$

C. $2\sqrt{13}$

D. $\sqrt{20}$

Câu 10: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $\sin(180^\circ - x) = -\sin x$

B. $\cos(180^\circ - x) = -\sin x$

C. $\tan(180^\circ - x) = \cot x$

D. $\cos(180^\circ - x) = -\cos x$

Câu 11: Cho góc $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin \alpha$ và $\cot \alpha$ cùng dấu.

B. Tích $\sin \alpha \cdot \cot \alpha$ mang dấu âm.

C. Tích $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ mang dấu dương.

D. $\sin \alpha$ và $\tan \alpha$ cùng dấu.

Câu 12: Cho tam giác ABC thỏa mãn: $b^2 + c^2 - a^2 = \sqrt{3}bc$. Khi đó:

A. $A = 30^\circ$

B. $A = 45^\circ$

C. $A = 60^\circ$

D. $A = 90^\circ$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hai tập hợp $A = (-3; 4)$, $B = [1; +\infty)$.

a) Tập hợp A được biểu diễn trên trục số là.



b) $A \cup B = (-3; +\infty)$

c) $A \cap B^c = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$

d) $C_{\mathbb{R}}(A \cap B) = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$.

$$\begin{cases} 2x + y \geq 10 \\ x \geq 3 \\ y \geq 8 \end{cases} \quad (1)$$

Câu 14: Cho hệ bất phương trình (1) . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình (1) .

b) Hệ (1) là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

c) Cặp số $(-1; 1)$ **không phải** là nghiệm của bất phương trình $2x + y \geq 10$.

d) Miền nghiệm của hệ bất phương trình (1) là một tam giác.

Câu 15: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

a) $\cos \alpha > 0$.

Giá trị $\cos \alpha = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$.

b)

c) Giá trị $\tan \alpha = \frac{-1}{2\sqrt{2}}$.

d) Giá trị biểu thức $M = \frac{2 \tan \alpha + \cot \alpha}{\tan \alpha - 3 \cot \alpha}$ bằng $-\frac{10}{23}$.

Câu 16: Tam giác ABC có $AB = 2$, $AC = 1$ và $\angle A = 60^\circ$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

a) $BC = \sqrt{2}$.

b) $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

c) Độ dài đường cao $h_a = 1$.

d) Độ dài đường trung tuyến hạ từ đỉnh A là $m_a \approx 2,1$.

☞ **Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Trong số 40 học sinh của lớp 10A có 20 học sinh biết đánh cầu lông, 30 học sinh biết đá bóng. Biết rằng có 6 học sinh không biết chơi môn nào trong cả hai môn cầu lông và đá bóng. Hỏi lớp 10A có bao nhiêu học sinh biết đánh cầu lông và biết đá bóng.

Câu 18: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $a \in [-2024; 2024]$ để $(-\infty; 6a] \cup \left(\frac{a}{5} - 4; +\infty\right) = \mathbb{R}$.

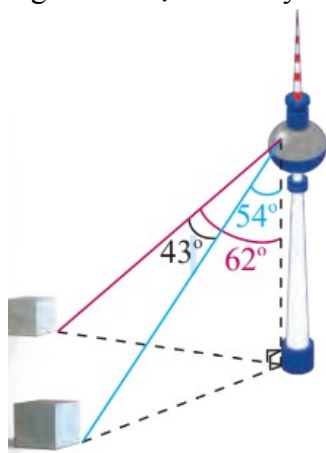
Câu 19: Trong một cuộc thi pha chế đồ uống gồm hai loại là A và B, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 cốc nước lọc và 210g đường. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại A cần 1 cốc nước lọc, 30g đường và 1g hương liệu. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại B cần 1 cốc nước lọc, 10g đường và 4g hương liệu. Mỗi cốc đồ uống loại A nhận được 6 điểm thưởng, mỗi cốc đồ uống loại B nhận

được 8 điểm thưởng. Để đạt được số điểm thưởng cao nhất, đội chơi cần pha chế x cốc đồ uống loại A và y cốc đồ uống loại B . Tính giá trị của biểu thức $P = 2x^2 + 3y^2$.

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 12 \\ 2x + 3y \geq 26 \\ 3x + y \geq 18 \end{cases}$$

Câu 20: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 12 \\ 2x + 3y \geq 26 \\ 3x + y \geq 18 \end{cases}$. Miền biểu diễn tập hợp nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là một đa giác có diện tích bằng S . Tính S^2 .

Câu 21: Một người đứng ở trên một tháp truyền hình cao 352 m so với mặt đất, muốn xác định khoảng cách giữa hai cột mốc trên mặt đất bên dưới. Người đó quan sát thấy góc được tạo bởi hai đường ngắm tới hai mốc này là 43° , góc giữa phương thẳng đứng và đường ngắm tới một điểm mốc trên mặt đất là 62° và đến điểm mốc khác là 54° . Khoảng cách giữa hai cột mốc này là bao nhiêu mét.



Câu 22: Cột cờ Lũng Cú là một cột cờ quốc gia nằm ở đỉnh Lũng Cú hay còn gọi là đỉnh núi Rồng có độ cao khoảng 1.700m so với mực nước biển, thuộc xã Lũng Cú, huyện Đồng Văn, tỉnh Hà Giang, nơi điểm cực Bắc của Việt Nam. Gọi h là chiều cao của thân tháp cột cờ trên núi Lũng Cú. Gọi điểm O là đỉnh của thân tháp; C là điểm đáy của thân tháp; hai điểm A, B là hai điểm ở thung lũng dưới núi là hai vị trí được chọn để xây dựng các tam giác ABC, ABO sao cho bốn điểm A, B, C, O đồng phẳng. Gọi H là hình chiếu của O trên đường thẳng AB . Sử dụng thước đo chiều dài để đo khoảng cách giữa hai điểm A và B ta được:

$AB=15m$. Sử dụng thước đo góc để đo các góc: $\angle CAH = 25.1^\circ, \angle OAH = 28.5^\circ, \angle CBH = 26.5^\circ, \angle OBH = 30^\circ$. Chiều cao h bằng bao nhiêu mét làm tròn kết quả đến hàng phần mười.



ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Trong các phát biểu sau phát biểu nào là mệnh đề?

A. Hà Nội là thủ đô của Việt Nam.

B. Một quá! **C.** Thật là tuyệt. **D.** Bạn có khỏe không?

Lời giải

Hà Nội là thủ đô của Việt Nam là một mệnh đề.

Câu 2: Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid x(2x+1)(x-3)(x-2) = 0\}$. Tập hợp A viết dưới dạng liệt kê là

A. $A = \left\{0; 2; 3; -\frac{1}{2}\right\}$.

B. $A = \{0; 2; 3\}$.

C. $A = \{2; 3\}$.

D. $A = \left\{-\frac{1}{2}; 2; 3\right\}$.

Lời giải

$$x(2x+1)(x-3)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in \mathbb{Q} \\ x = -\frac{1}{2} \notin \mathbb{Q} \\ x = 2 \in \mathbb{Q} \\ x = 3 \in \mathbb{Q} \end{cases} \text{ nên } A = \{0; 2; 3\}.$$

Câu 3: Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 2\}$, $B = (-1; 3)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $A \cap B = (-1; 2]$

B. $A \setminus B = (-3; -1)$

C. $C_{\mathbb{R}} B = (-\infty; -1) \cup [3; +\infty)$

D.

$$A \cup B = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 2\} = (-3; 2]$$

$$\text{Suy ra: } A \cap B = (-3; 2] \cap (-1; 3) = (-1; 2]$$

$$+) A \cup B = (-3; 2] \cup (-1; 3) = (-3; 3)$$

$$+) A \setminus B = (-3; 2] \setminus (-1; 3) = (-3; -1]$$

$$+) C_{\mathbb{R}} B = \mathbb{R} \setminus B = \mathbb{R} \setminus (-1; 3) = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

Câu 4: Lớp 10A có 25 bạn thích môn Văn, 20 bạn thích môn Toán. Trong số các bạn thích Văn hoặc Toán có 8 bạn thích cả 2 môn. Trong lớp vẫn còn 5 bạn không thích môn nào trong 2 môn Văn và Toán. Hỏi lớp 10A có bao nhiêu học sinh?

A. 32.

B. 37.

C. 45.

D. 42.

Lời giải

Gọi A là tập hợp học sinh thích môn Văn.

B là tập hợp học sinh thích môn Toán.

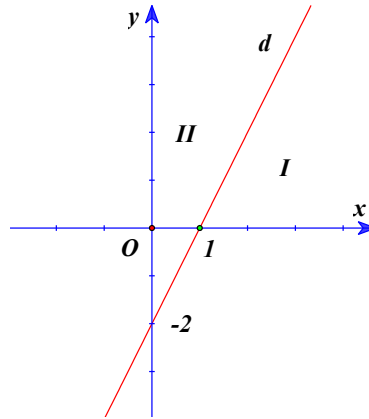
Học sinh thích Văn hoặc Toán là $A \cup B$.

Học sinh thích cả Văn và Toán là $A \cap B$.

$$\text{Khi đó: } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 25 + 20 - 8 = 37.$$

Vậy số học sinh của lớp đó là $37 + 5 = 42$.

Câu 5: Đường thẳng $d: 2x - y - 2 = 0$ chia mặt phẳng tọa độ thành hai miền I, II là hai nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng d .



Xác định miền nghiệm của bất phương trình $2x - y - 2 \geq 0$.

- A.** Nửa mặt phẳng I bỏ đi đường thẳng d .
B. Nửa mặt phẳng I kể cả bờ d . **C.** Nửa mặt phẳng II kể cả bờ d .
D. Nửa mặt phẳng II bỏ đi đường thẳng d .

Lời giải

Ta thấy $O(0; 0) \notin d$ và $2 \cdot 0 - 0 - 2 = -2 < 0$ nên $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình $2x - y - 2 \geq 0$.

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $2x - y - 2 \geq 0$ là miền không chứa điểm O kể cả đường thẳng d .

Vậy miền nghiệm của bất phương trình $2x - y - 2 \geq 0$ là nửa mặt phẳng I kể cả bờ d .

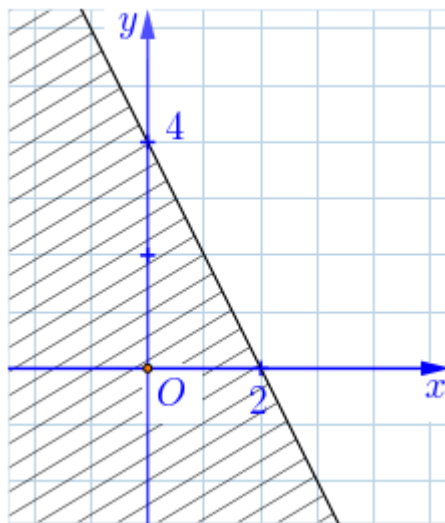
Câu 6: Trong các hệ bất phương trình sau, hệ nào là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A.** $\begin{cases} x^2 - y \geq 0 \\ x + 3y < 2 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} 2x - 3y \geq 4 \\ x + y < 5 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} 2x^2 + y^2 \geq 1 \\ x - y < 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x^3 - y \leq 2 \\ x + 2y > 1 \end{cases}$

Lời giải

Theo định nghĩa, hệ $\begin{cases} 2x - 3y \geq 4 \\ x + y < 5 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu 7: Miền không bị gạch, kể cả bờ sau đây là miền nghiệm của bất phương trình nào trong bốn bất phương trình dưới đây?



A. $2x + y \leq 4$

B. $2x + y \geq 4$

C. $3x + 2y \leq 6$

D. $3x + 2y > 6$

Lời giải

Lấy điểm $(2; 3)$ thuộc miền không bị gạch thay lần lượt vào từng đáp án ta được **B** đúng.

Câu 8: Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}$?

A. $(-1; 4)$

B. $(-2; 4)$

C. $(0; 0)$

D. $(-3; 4)$

Lời giải

Nhận xét: chỉ có điểm $(0; 0)$ không thỏa mãn hệ.

Câu 9: Cho $\triangle ABC$ có $b = 6, c = 8, A = 120^\circ$. Tính độ dài cạnh a .

A. $2\sqrt{37}$

B. $3\sqrt{12}$

C. $2\sqrt{13}$

D. $\sqrt{20}$

Lời giải

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 120^\circ = 148 \Rightarrow a = 2\sqrt{37}$$

Câu 10: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $\sin(180^\circ - x) = -\sin x$

B.

C. $\cos(180^\circ - x) = -\sin x$

D. $\tan(180^\circ - x) = \cot x$

D. $\cos(180^\circ - x) = -\cos x$

Lời giải

Ta có: $\cos(180^\circ - x) = -\cos x$

Câu 11: Cho góc $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin \alpha$ và $\cot \alpha$ cùng dấu.

B. Tích $\sin \alpha \cdot \cot \alpha$ mang dấu âm.

C. Tích $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ mang dấu dương.

D. $\sin \alpha$ và $\tan \alpha$ cùng dấu.

Lời giải

Với $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$, ta có $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$ suy ra: $\tan \alpha < 0, \cot \alpha < 0$

Vậy $\sin \alpha \cdot \cot \alpha < 0$

Câu 12: Cho tam giác ABC thỏa mãn: $b^2 + c^2 - a^2 = \sqrt{3}bc$. Khi đó:

A. $A = 30^\circ$.

B. $A = 45^\circ$.

C. $A = 60^\circ$.

D. $A = 90^\circ$.

Lời giải

Ta có: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{\sqrt{3}bc}{2bc} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = 30^\circ$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hai tập hợp $A = (-3; 4)$, $B = [1; +\infty)$.

a) Tập hợp A được biểu diễn trên trục số là.



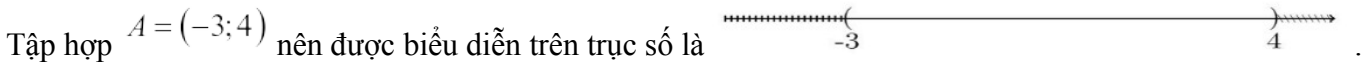
b) $A \cup B = (-3; +\infty)$.

c) $A \cap B^* = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

d) $C_B(A \cap B) = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải

a) Đúng vì:



b) Đúng vì: $A = (-3; 4)$, $B = [1; +\infty)$ nên $A \cup B = (-3; +\infty)$.

c) Sai vì: $A \cap B^* = \{1; 2; 3\}$.

d) Sai vì: $A \cap B = [1; 4)$ nên $C_B(A \cap B) = B \setminus [1; 4) = (-\infty; 1) \cup [4; +\infty)$

$$\begin{cases} 2x + y \geq 10 \\ x \geq 3 \\ y \geq 8 \end{cases} \quad (1)$$

Câu 14: Cho hệ bất phương trình (1) . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình (1) .

b) Hệ (1) là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

c) Cặp số $(-1; 1)$ **không phải** là nghiệm của bất phương trình $2x + y \geq 10$.

d) Miền nghiệm của hệ bất phương trình (1) là một tam giác.

Lời giải

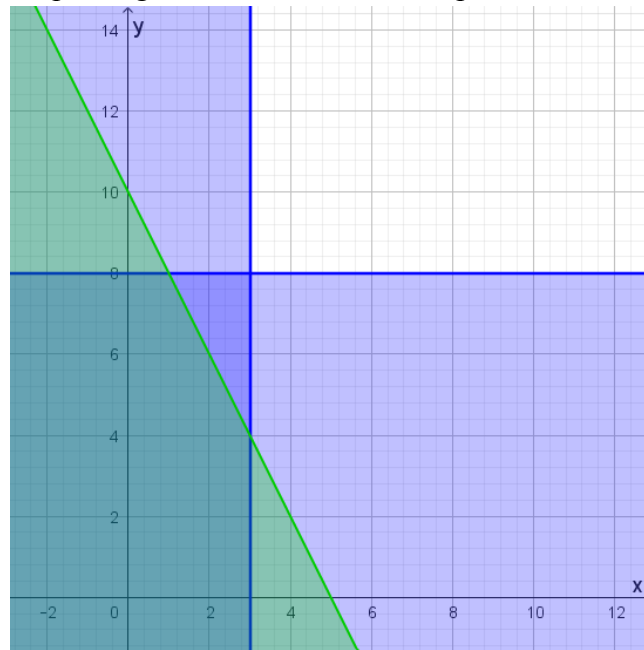
Sai vì: Thay $(0; 0)$ vào hệ BPT (1) ta có $\begin{cases} 0 \geq 10 \\ 0 \geq 3 \\ 0 \geq 8 \end{cases}$ là một mệnh đề sai nên điểm $O(0; 0)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình (1) .

Đúng vì: Theo định nghĩa hệ ⁽¹⁾ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Đúng vì: Thay $(-1; 1)$ vào bất phương trình $2x + y \geq 10$ ta có $-1 \geq 10$ là mệnh đề sai nên cặp số $(-1; 1)$

không phải là nghiệm của bất phương trình $2x + y \geq 10$.

Sai vì: Miền nghiệm của hệ bất phương trình được biểu diễn là phần k bị tô màu trong hình vẽ sau.



Câu 15: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

a) $\cos \alpha > 0$.

Giá trị $\cos \alpha = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$.

b)

c) Giá trị $\tan \alpha = \frac{-1}{2\sqrt{2}}$.

d) Giá trị biểu thức $M = \frac{2 \tan \alpha + \cot \alpha}{\tan \alpha - 3 \cot \alpha}$ bằng $-\frac{10}{23}$.

Lời giải

a) S

$$90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha < 0.$$

b) Đ

$$\begin{cases} \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \\ \cos \alpha < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 \alpha = \frac{8}{9} \\ \cos \alpha < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

c) Đ

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

d) Đ

$$\tan \alpha = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -2\sqrt{2}$$

$$\text{Thay vào } M = \frac{2 \tan \alpha + \cot \alpha}{\tan \alpha - 3 \cot \alpha} = -\frac{10}{23}$$

Câu 16: Tam giác ABC có $AB = 2$, $AC = 1$ và $\angle A = 60^\circ$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

a) $BC = \sqrt{2}$.

b) $S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

c) Độ dài đường cao $h_a = 1$.

d) Độ dài đường trung tuyến hạ từ đỉnh A là $m_a \approx 2,1$.

Lời giải

a) S

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A = 3 \Rightarrow BC = \sqrt{3}$$

b) Đ

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin A = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

c) Đ

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} BC \cdot h_a \Rightarrow h_a = \frac{2 \cdot S_{\Delta ABC}}{BC} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}} = 1$$

d) S

Gọi K là trung điểm của BC $\Rightarrow m_a = AK$

Trong ΔACK ta có: $AK^2 = AC^2 + CK^2 - 2AC \cdot CK \cos C$

$$\text{Trong } \Delta ABC \text{ ta có: } \cos C = \frac{AC^2 + CB^2 - AB^2}{2 \cdot AC \cdot BC} = 0$$

$$\Rightarrow AK^2 = AC^2 + CK^2 = 1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{7}{4} \Rightarrow AK = \sqrt{\frac{7}{4}} \approx 1,3$$

☞ **Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Trong số 40 học sinh của lớp 10A có 20 học sinh biết đánh cầu lông, 30 học sinh biết đá bóng. Biết rằng có 6 học sinh không biết chơi môn nào trong cả hai môn cầu lông và đá bóng. Hỏi lớp 10A có bao nhiêu học sinh biết đánh cầu lông và biết đá bóng.

Lời giải

Đáp án: 16

Gọi A, B lần lượt là tập hợp các học sinh biết đánh cầu lông, biết đá bóng của lớp 10A.

Ta có: $n(A) = 20, n(B) = 30, n(A \cup B) = 40 - 6 = 34$.

Số học sinh biết chơi cầu lông và đá bóng là

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 20 + 30 - 34 = 16$$

Câu 18: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $a \in [-2024; 2024]$ để $(-\infty; 6a] \cup \left(\frac{a}{5} - 4; +\infty\right) = \mathbb{R}$

Lời giải**Đáp án:** 2024

$$(-\infty; 6a] \cup \left(\frac{a}{5} - 4; +\infty\right) = \mathbb{R} \Leftrightarrow 4 - \frac{a}{5} \leq 6a$$

$$\Leftrightarrow 20 - a \leq 30a \Leftrightarrow 31a \geq 20 \Leftrightarrow a \geq \frac{20}{31}$$

Vì $a \in [-2024; 2024]$ và $a \in \mathbb{Z}$ nên $a = 1; 2; \dots; 2024$. Vậy có 2024 giá trị nguyên của a .

Câu 19: Trong một cuộc thi pha chế đồ uống gồm hai loại là A và B , mỗi đội chơi được sử dụng tối đa $24g$ hương liệu, 9 cốc nước lọc và $210g$ đường. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại A cần 1 cốc nước lọc, $30g$ đường và $1g$ hương liệu. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại B cần 1 cốc nước lọc, $10g$ đường và $4g$ hương liệu. Mỗi cốc đồ uống loại A nhận được 6 điểm thưởng, mỗi cốc đồ uống loại B nhận được 8 điểm thưởng. Để đạt được số điểm thưởng cao nhất, đội chơi cần pha chế x cốc đồ uống loại A và y cốc đồ uống loại B . Tính giá trị của biểu thức $P = 2x^2 + 3y^2$.

Lời giải**Đáp án:** 107

Gọi x, y lần lượt là số cốc đồ uống loại A , loại B mà đội chơi cần pha chế với $x \geq 0, y \geq 0$.

Số cốc nước cần dùng là: $x + y$.

Lượng đường cần dùng là: $30x + 10y (g)$.

Lượng hương liệu cần dùng là: $x + 4y (g)$.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 9 \\ 30x + 10y \leq 210 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 9 \\ 3x + y \leq 21 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \quad (III)$$

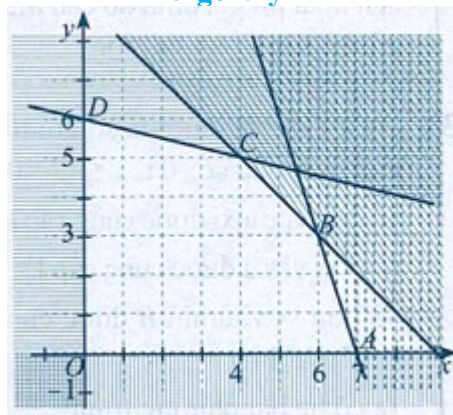
Theo giả thiết, ta có:

Số điểm thưởng nhận được là: $F = 6x + 8y$.

Ta tìm giá trị lớn nhất trên miền nghiệm của hệ bất phương trình.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền ngũ giác $OABCD$ với

$$O(0; 0), A(7; 0), B(6; 3), C(4; 5), D(0; 6)$$



Tính giá trị của $F = 6x + 8y$ tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ của các đỉnh ngũ giác $OABCD$ rồi so sánh các giá trị đó, ta được F đạt giá trị lớn nhất bằng 64 tại $x = 4; y = 5$.

Vậy để đạt được số điểm thưởng cao nhất, đội chơi cần pha chế 4 cốc đồ uống loại A, 5 cốc đồ uống loại B.

Nên $P = 2x^2 + 3y^2 = 2.4^2 + 3.5^2 = 107$

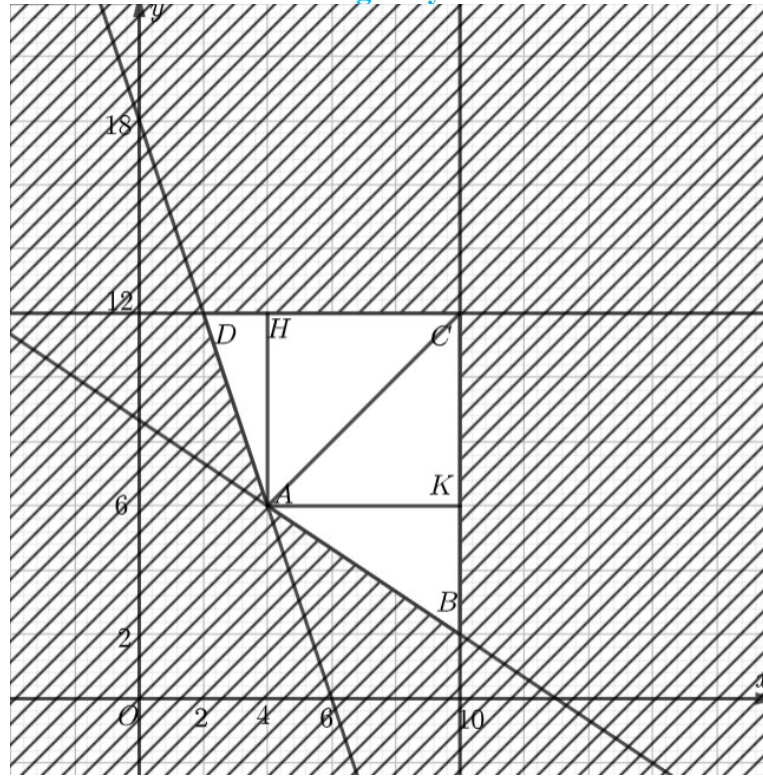
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 12 \\ 2x + 3y \geq 26 \\ 3x + y \geq 18 \end{cases}$$

Câu 20: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 12 \\ 2x + 3y \geq 26 \\ 3x + y \geq 18 \end{cases}$. Miền biểu diễn tập hợp nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là một đa giác có diện tích bằng S . Tính S^2 .

Lời giải

Đáp án: 2916.

Biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình trên mặt phẳng tọa độ. Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $ABCD$ với $A(4; 6); B(10; 2); C(10; 12); D(2; 12)$

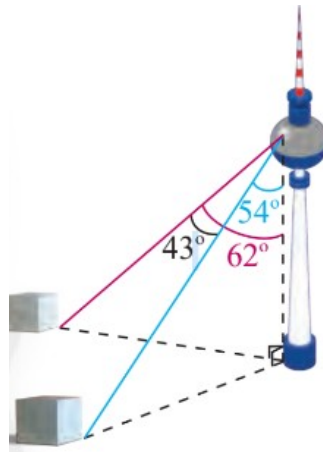


Xét tam giác ADC có $DC = 8$ và đường cao $AH = 6$. Diện tích tam giác ADC là $S_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot DC = 24$.

Xét tam giác ABC có $BC = 10$ và đường cao $AK = 6$. Diện tích tam giác ADC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AK \cdot BC = 30$.

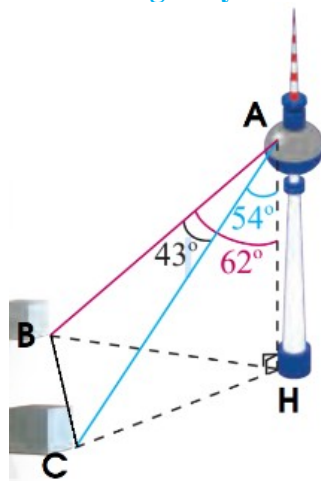
Ta có $S = S_{ADC} + S_{ABC} = 24 + 30 = 54 \Rightarrow S^2 = 2916$.

Câu 21: Một người đứng ở trên một tháp truyền hình cao 352 m so với mặt đất, muốn xác định khoảng cách giữa hai cột mốc trên mặt đất bên dưới. Người đó quan sát thấy góc được tạo bởi hai đường ngắm tới hai mốc này là 43° , góc giữa phương thẳng đứng và đường ngắm tới một điểm mốc trên mặt đất là 62° và đến điểm mốc khác là 54° . Khoảng cách giữa hai cột mốc này là bao nhiêu mét.



Lời giải

Đáp án: 142



Gọi các điểm A, B, C, H như hình trên.

Xét tam giác ABH ta có:

$$AH = 352, \angle BAH = 62^\circ$$

$$\cos \angle BAH = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AB = 352 \cdot \cos 62^\circ \approx 165,25$$

Mà

Tương tự, ta có:

$$\cos \angle CAH = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AC = 352 \cdot \cos 54^\circ \approx 206,9$$

Áp dụng định lý cosin cho tam giác ABC, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$\Leftrightarrow BC^2 = 165,25^2 + 206,9^2 - 2 \cdot 165,25 \cdot 206,9 \cdot \cos 43^\circ$$

$$\Rightarrow BC \approx 141,8$$

Vậy khoảng cách giữa hai cột mốc này khoảng là 142 m

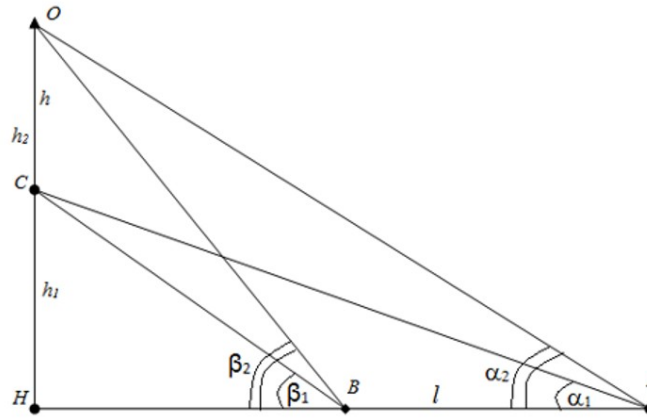
Câu 22: Cột cờ Lũng Cú là một cột cờ quốc gia nằm ở đỉnh Lũng Cú hay còn gọi là đỉnh núi Rồng có độ cao khoảng 1.700m so với mực nước biển, thuộc xã Lũng Cú, huyện Đồng Văn, tỉnh Hà Giang, nơi điểm cực Bắc của Việt Nam. Gọi h là chiều cao của thân tháp cột cờ trên núi Lũng Cú. Gọi điểm O là đỉnh của thân tháp; C là điểm đáy của thân tháp; hai điểm A, B là hai điểm ở thung lũng dưới núi là hai vị trí được chọn để xây dựng các tam giác ABC, ABO sao cho bốn điểm A, B, C, O đồng phẳng. Gọi H là hình chiếu của O trên đường thẳng AB . Sử dụng thước đo chiều dài để đo khoảng cách giữa hai điểm A và B ta được:

$AB=15m$. Sử dụng thước đo góc để đo các góc: $\angle CAH = 25.1^\circ, \angle OAH = 28.5^\circ, \angle CBH = 26.5^\circ, \angle OBH = 30^\circ$. Chiều cao h bằng bao nhiêu mét làm tròn kết quả đến hàng phần mười.



Lời giải

Đáp án: 20,5 .



(Hình 2)

+ Xét tam giác ABC , có $AB=15m$, $\angle CAH = 25.1^\circ$, $\angle CBH = 26.5^\circ \Rightarrow \angle CBA = 153.5^\circ$. Do đó ta có: $\angle ACB = 1.4^\circ$.

Áp dụng định lí sin vào tam giác ABC , ta có: $\frac{BC}{\sin \alpha_1} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow BC = \frac{15 \sin 25.1^\circ}{\sin(1.4^\circ)} \approx 260.43m$.

-Xét tam giác HBC vuông tại H , có $BC \approx 260.43m$, $\angle CBH = 26.5^\circ$, ta có: $h_1 = 260.43 \sin 26.5^\circ$ hay $h_1 \approx 116.20m$

+ Xét tam giác ABO , có $AB=15m$, $\angle OAH = 28.5^\circ$, $\angle OBH = 30^\circ \Rightarrow \angle OBA = 150^\circ$. Do đó ta có: $\angle AOB = 1.5^\circ$.

Áp dụng định lí sin vào tam giác ABO , ta có: $\frac{BO}{\sin \alpha_2} = \frac{AB}{\sin O} \Rightarrow BO = \frac{15 \sin 28.5^\circ}{\sin(1.5^\circ)} \approx 273.42m$.

-Xét tam giác HBO vuông tại H , có $BO \approx 273.42m$, $\angle OBH = 30^\circ$, ta có: $h_1 = 273.42 \sin 30^\circ$ hay $h_2 \approx 136.7m$

+ Từ và, ta có: $h = h_2 - h_1 = 20.51m$

Vậy chiều cao của thân tháp cột cờ trên đỉnh núi Lũng Cú là khoảng: 20.5 m