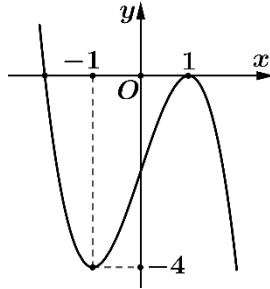


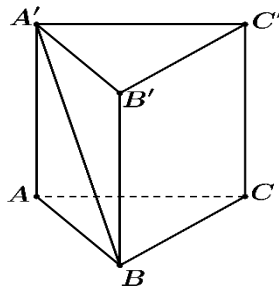
Họ và tên:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 3, u_3 = 5$. Công sai d của cấp số cộng là:

- A. 1. B. 2. C. 8. D. 4.

Câu 2: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A.
- $(-\infty; -1)$
- . B.
- $(-1; 1)$
- . C.
- $(-2; 1)$
- . D.
- $(1; +\infty)$
- .

Câu 3: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B với $AB = a$ và $A'B = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A.
- $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$
- . B.
- $\frac{a^3}{6}$
- . C.
- $\frac{a^3}{2}$
- . D.
- $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$
- .

Câu 4: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.
- $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$
- . B.
- $S = \int_0^2 e^x dx$
- . C.
- $S = \pi \int_0^2 e^x dx$
- . D.
- $S = \pi \int_0^2 e^x dx$
- .

Câu 5: Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;0;2)$, $B(1;0;0)$ và $C(0;3;0)$ có phương trình là

- A.
- $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$
- . B.
- $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = -1$
- . C.
- $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$
- . D.
- $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = -1$
- .

Câu 6: Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = 5$ thì $\int_{-1}^2 4f(x) dx$ bằng:

- A. 20. B. 10. C.
- $\frac{5}{2}$
- . D.
- $\frac{5}{4}$
- .

Câu 7: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$ và đường kính bằng 6 có phương trình là

- A.
- $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 36$
- . B.
- $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$
- .
-
- C.
- $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$
- . D.
- $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 36$
- .

Câu 8: Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của một lớp (đơn vị là centimét) có phương sai bằng $6,25$. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng:

- A. $2,5$ (cm). B. $12,5$ (cm). C. $3,125$ (cm). D. $42,25$ (cm).

Câu 9: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $M = 5$. B. $M = -5$. C. $M = \frac{1}{3}$. D. $M = -\frac{1}{3}$.

Câu 10: Cho hai biến cố A, B với $0 < P(B) < 1$. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

- A. $P(A) = P(\overline{B}) \cdot P(A|B) + P(B) \cdot P(A|\overline{B})$. B. $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) - P(\overline{B}) \cdot P(A|\overline{B})$.
C. $P(A) = P(\overline{B}) \cdot P(A|\overline{B}) - P(B) \cdot P(A|B)$. D. $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\overline{B}) \cdot P(A|\overline{B})$.

Câu 11: Một thư viện ghi lại số giờ đọc sách của 50 sinh viên trong một ngày và thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Nhóm giờ	$[0; 1)$	$[1; 2)$	$[2; 3)$	$[3; 4)$	$[4; 5)$
Số sinh viên	8	11	15	9	7

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. $1,69$. B. $1,85$. C. $2,02$. D. $1,98$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(2x-1) < \log_5(x+2)$ là

- A. $S = (3; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 3)$. C. $S = \left(\frac{1}{2}; 3\right)$. D. $S = (-2; 3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

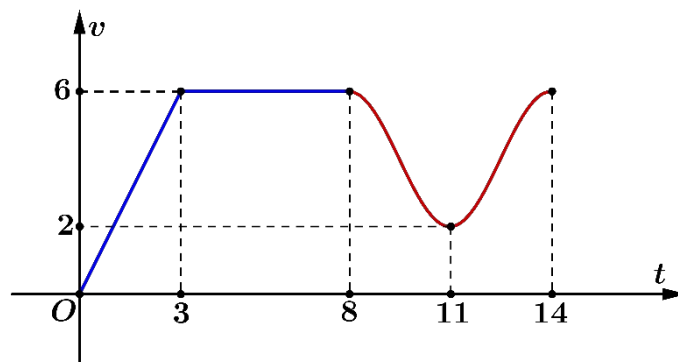
Câu 1: Một hệ thống siêu thị nhập khẩu cam từ hai nông trại X và Y. Nông trại X cung cấp 60% tổng lượng cam và có tỉ lệ quả hỏng là 4%. Nông trại Y cung cấp phần còn lại và có tỉ lệ quả hỏng là 2%. Để kiểm tra chất lượng, nhân viên dùng một con xúc xắc cân đối đồng chất để gieo ngẫu nhiên. Nếu số chấm xuất hiện là chia hết cho 3 thì nhân viên sẽ chọn một quả cam từ lô hàng của nông trại Y và nếu số chấm xuất hiện không chia hết cho 3 thì nhân viên sẽ chọn ngẫu nhiên một quả cam từ kho chung (đã trộn lẫn cam của cả hai nông trại). Gọi A là biến cố chọn được quả cam bị hỏng và B là biến cố chọn được quả cam có nguồn gốc từ nông trại Y

- a) $P(B|A) = 0,02$
b) $P(B) = 0,4$
c) $P(A) = 0,028$
d) $P(A|B) = \frac{3}{7}$

Câu 2: Một vật bắt đầu chuyển động trên trục Ox với đồ thị vận tốc theo thời gian $v(t)$ được mô tả như hình vẽ dưới đây. Biết rằng từ giây thứ 11 đến giây thứ 14 thì đồ thị có dạng hình sin và vận tốc của vật được biểu

diễn bởi phương trình

$$v(t) = a + b \cos \left[\frac{\pi}{3}(t-8) \right]$$



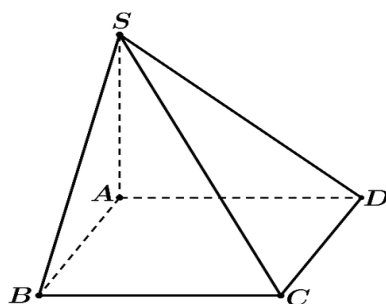
a) Quãng đường vật đi được trong 3 giây đầu tiên là 9 m

b) Biểu thức vận tốc của vật trong khoảng thời gian $t \in [8; 14]$ là $v(t) = 4 + 2 \cos \left[\frac{\pi}{3}(t-8) \right]$

c) Tổng quãng đường vật đi được trong 14 giây là 63 m

d) Quãng đường vật đi được trong 10 giây đầu tiên là $48,7$ m (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ)



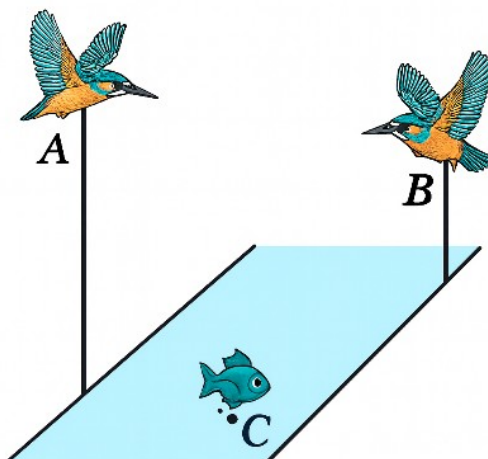
a) Gọi I và K lần lượt là trung điểm của hai cạnh bên SB và SC thì $IK \parallel (SAD)$

b) Đường chéo BD của mặt đáy vuông góc với mặt phẳng (SAC)

c) Khi $SA = AB$ thì góc nhị diện giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy bằng 60°

d) Gọi M là một điểm di động trên cạnh AB . Biết rằng độ dài đoạn thẳng SM luôn bằng 2. Khi đó, thể tích của khối chóp $S.AMC$ đạt giá trị lớn nhất khi độ dài đoạn AM bằng $\sqrt{3}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho trước với mặt nước phẳng lặn trùng với mặt phẳng (Oxy) , đơn vị trên mỗi trục là mét; có hai con chim bói cá ở các vị trí $A(90; 0; 25)$ và $B(80; 30; 15)$ trên các cành cây đang cùng ngắm mục tiêu là một chú cá đang bơi trên mặt hồ. Khi cá nằm im ở vị trí $C(20; 10; 0)$ thì hai con chim quyết định tấn công mục tiêu của mình. Chim bói cá ở vị trí A xuất phát trước con còn lại 1 giây và bay về phía con cá với vận tốc 12 (m/s); chim bói cá còn lại cũng tấn công mục tiêu với vận tốc 15 (m/s)

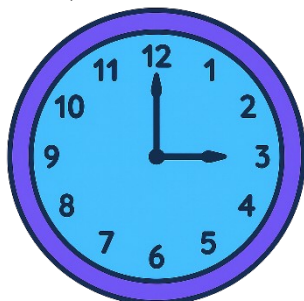


a) Góc tấn công của chim B (góc tạo bởi đường bay và mặt nước) lớn hơn 15°

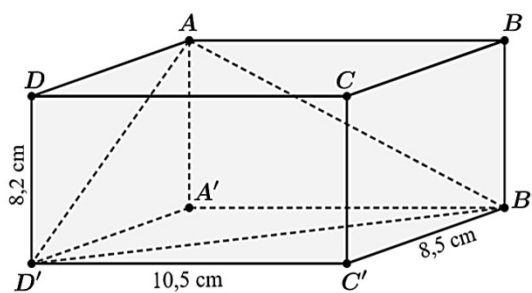
- b) Tại thời điểm chim B bắt đầu lao xuống, khoảng cách giữa hai chim là 29 m (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)
- c) Tốc độ của chim A theo phương thẳng đứng (Oz) bằng 4 (m/s)
- d) Giả sử mặt trời chiếu xuống con chim B thì bóng con chim B trên mặt nước di chuyển với tốc độ lớn hơn $14,5\text{ (m/s)}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trên đồng hồ, tại thời điểm buổi sáng đang xét, kim giờ chỉ số 3 , kim phút chỉ số 12 . Đến khi kim phút và kim giờ gặp nhau lần cuối cùng trước 9 giờ thì kim phút quay được một góc lượng giác bằng bao nhiêu radian? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

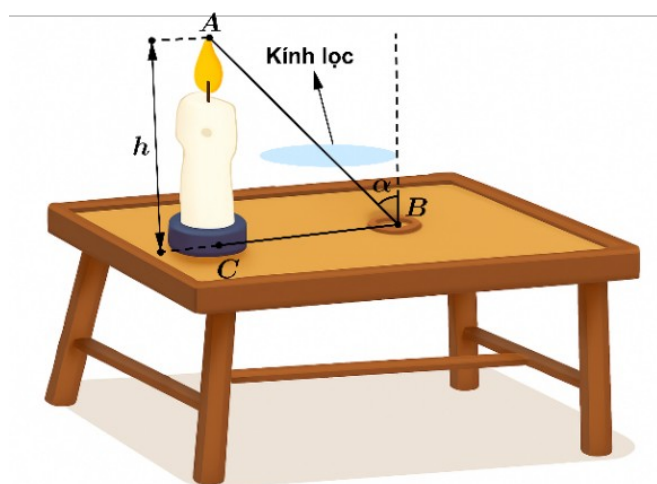


Câu 2: Một hộp phấn không bụi có dạng hình hộp chữ nhật, chiều cao hộp phấn bằng $8,2\text{ cm}$ và đáy của nó có hai kích thước là $8,5\text{ cm}$; $10,5\text{ cm}$ (xem hình vẽ). Tìm số đo góc phẳng nhị diện $[A, B'D', A']$ (Tính theo đơn vị độ và làm tròn kết quả đến hàng phần chục)



Câu 3: Trong quang học, chúng ta đã biết đến định luật quang học về độ chiếu sáng. Nó được phát biểu như sau: Khi một nguồn sáng chiếu lên một mặt phẳng, độ chiếu sáng từ nguồn sáng đến một điểm cho bởi công

thức $T = I \cdot \frac{\cos \alpha}{AB^2}$, trong đó I là độ phát sáng của nguồn; α là góc hợp bởi tia sáng và phương thẳng đứng (minh họa như hình vẽ). Một đồng xu được đặt cách ngọn nến một khoảng $BC = 20\text{ cm}$. Để tạo hiệu ứng, người ta đặt một tấm kính lọc phía trên đồng xu với hệ số truyền sáng của kính là $k = \sin^2 \alpha$. Hỏi ngọn lửa của cây nến nên đặt ở độ cao bằng bao nhiêu cm để độ sáng thực tế chiếu lên đồng xu là lớn nhất, biết độ sáng thực tế $T' = kT$?

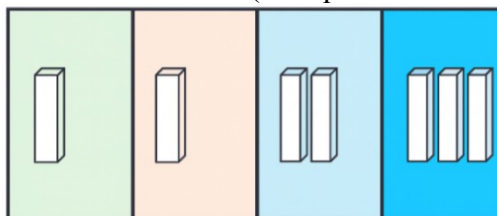


Câu 4: Cho hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm I , bán kính $R = 40\sqrt{2}$ (cm). Gọi (H) là miền chứa tất cả các điểm M nằm bên trong hình vuông sao cho độ dài $MI \geq d(M, AB)$. Khi đó diện tích hình phẳng (H) bằng bao nhiêu centimet vuông? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 5: Giả sử Trái Đất là một hình cầu có bán kính thực tế là 6400 km. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục tương ứng với tỉ lệ mô hình), bề mặt Trái Đất có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 64$, đường xích đạo nằm trên mặt phẳng (Oxy) . Một vệ tinh viễn thông được phóng từ bệ phóng tại điểm $A(4; 4\sqrt{2}; 4)$ nằm trên bề mặt Trái Đất. Vệ tinh bay theo phương tiếp tuyến với đường tròn vĩ tuyến tại điểm A (trong mặt phẳng song song với Oxy) với quỹ đạo thẳng và vận tốc không đổi là 8 km/s. Sau đúng 10 phút bay thì vệ tinh đạt đến độ cao bao nhiêu kilomet so với bề mặt Trái Đất?



Câu 6: Xếp ngẫu nhiên 7 cuốn sách khác nhau có tính thứ tự, trong đó có một cuốn là sách Toán vào một giá sách có 4 ngăn. Biết rằng sau khi xếp, mỗi ngăn đều có ít nhất một cuốn sách. Gọi A là biến cố trong 4 ngăn sách, có đúng một ngăn chứa số lượng sách nhiều hơn hẳn các ngăn còn lại” và B là biến cố cuốn sách Toán học nằm ở ngăn có nhiều sách nhất đó. Tính $P(B|A)$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



----- HẾT -----
ĐÁP ÁN

Phần I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	B	D	B	A	A	B	A	C	D	D	C

Phần II.

Câu	a	b	c	d
1	S	S	Đ	S
2	Đ	Đ	Đ	Đ
3	Đ	Đ	S	S
4	S	Đ	Đ	Đ

Phần III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	36	51,1	10	2133	1600	0,46

Câu 7: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; -1)$ và đường kính bằng 6 có phương trình là

- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 36$ B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$
 C. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$ D. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 36$

Câu 8: Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của một lớp (đơn vị là centimét) có phương sai bằng $6,25$. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng:

- A. $2,5$ (cm). B. $12,5$ (cm). C. $3,125$ (cm). D. $42,25$ (cm).

Câu 9: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $M = 5$. B. $M = -5$. C. $M = \frac{1}{3}$. D. $M = -\frac{1}{3}$.

Câu 10: Cho hai biến cố A, B với $0 < P(B) < 1$. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

- A. $P(A) = P(\bar{B}) \cdot P(A|B) + P(B) \cdot P(A|\bar{B})$. B. $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) - P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.
 C. $P(A) = P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) - P(B) \cdot P(A|B)$. D. $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có: $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$

Câu 11: Một thư viện ghi lại số giờ đọc sách của 50 sinh viên trong một ngày và thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Nhóm giờ	$[0; 1)$	$[1; 2)$	$[2; 3)$	$[3; 4)$	$[4; 5)$
Số sinh viên	8	11	15	9	7

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. $1,69$. B. $1,85$. C. $2,02$. D. $1,98$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(2x-1) < \log_5(x+2)$ là

- A. $S = (3; +\infty)$ B. $S = (-\infty; 3)$ C. $S = \left(\frac{1}{2}; 3\right)$ D. $S = (-2; 3)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

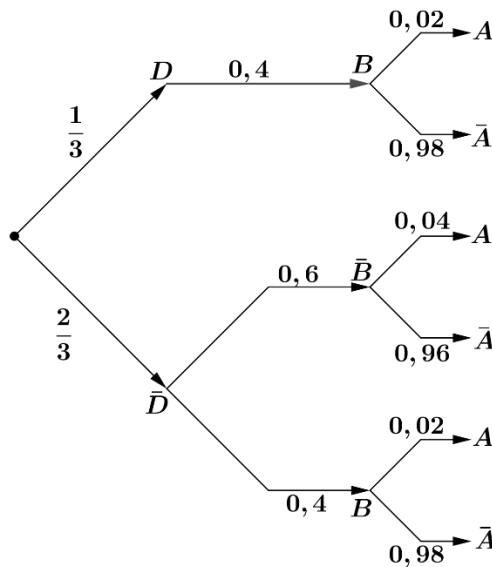
Câu 1: Một hệ thống siêu thị nhập khẩu cam từ hai nông trại X và Y. Nông trại X cung cấp 60% tổng lượng cam và có tỉ lệ quả hỏng là 4%. Nông trại Y cung cấp phần còn lại và có tỉ lệ quả hỏng là 2%. Để kiểm tra chất lượng, nhân viên dùng một con xúc xắc cân đối đồng chất để gieo ngẫu nhiên. Nếu số chấm xuất hiện là chia hết cho 3 thì nhân viên sẽ chọn một quả cam từ lô hàng của nông trại Y và nếu số chấm xuất hiện không chia hết cho 3 thì nhân viên sẽ chọn ngẫu nhiên một quả cam từ kho chung (đã trộn lẫn cam của cả hai nông trại). Gọi A là biến cố chọn được quả cam bị hỏng và B là biến cố chọn được quả cam có nguồn gốc từ nông trại Y

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$P(B A) = 0,02$	☐	☐
b)	$P(B) = 0,4$	☐	☐
c)	$P(A) = 0,028$	☐	☐
d)	$P(A B) = \frac{3}{7}$	☐	☐

Lời giải

Gieo ba con xúc xắc nên số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 6^3 = 216$ cách

Gọi D là biến cố “Số chấm chia hết cho 3” nên $P(D) = \frac{1}{3}$ và có sơ đồ cây như sau:



Xét mệnh đề a)

Ta có:
$$\begin{cases} P(B \cap A) = \frac{1}{3} \cdot 0,2 + \frac{2}{3} \cdot 0,4 \cdot 0,02 = 0,012 \\ P(A) = \frac{1}{3} \cdot 0,02 + \frac{2}{3} (0,6 \cdot 0,04 + 0,4 \cdot 0,02) = 0,028 \end{cases}$$
 suy ra $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{3}{7}$ nên **mệnh đề a) sai**

Xét mệnh đề b)

Ta có: $P(B) = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{2}{3} \cdot 0,4 = \frac{3}{5} = 0,6$ nên **mệnh đề b) sai**

Xét mệnh đề c)

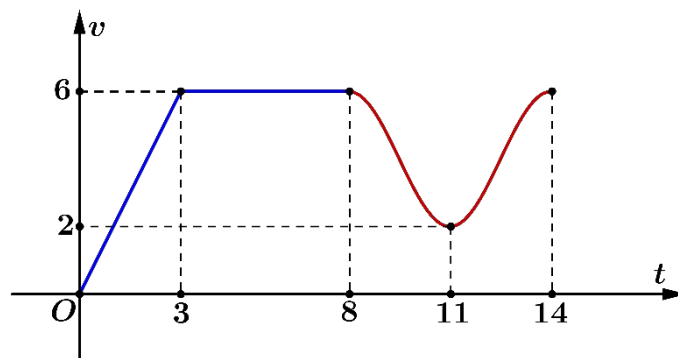
Ta có: $P(A) = \frac{1}{3} \cdot 0,02 + \frac{2}{3} (0,6 \cdot 0,04 + 0,4 \cdot 0,02) = 0,028$ nên **mệnh đề c) đúng**

Xét mệnh đề d)

Ta có: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,012}{0,6} = 0,02$ nên **mệnh đề d) sai**

Câu 2: Một vật bắt đầu chuyển động trên trục Ox với đồ thị vận tốc theo thời gian $v(t)$ được mô tả như hình vẽ dưới đây. Biết rằng từ giây thứ 11 đến giây thứ 14 thì đồ thị có dạng hình sin và vận tốc của vật được biểu

diễn bởi phương trình $v(t) = a + b \cos \left[\frac{\pi}{3}(t-8) \right]$



hằng định		Đúng	Sai
a)	Quãng đường vật đi được trong 3 giây đầu tiên là 9m	☐	☐
b)	Biểu thức vận tốc của vật trong khoảng thời gian $t \in [8; 14]$ là	☐	☐

	$v(t) = 4 + 2 \cos \left[\frac{\pi}{3}(t-8) \right]$		
c)	Tổng quãng đường vật đi được trong 14 giây là 63 m	☐	☐
d)	Quãng đường vật đi được trong 10 giây đầu tiên là 48,7 m (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)	☐	☐

Lời giải**Xét mệnh đề a)**

Quãng đường đi được trong 3 giây đầu: $S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 9$ m nên **mệnh đề a) đúng**

Xét mệnh đề b)

Ta có $\begin{cases} v(8) = 6 \\ v(11) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b \cos 0 = 6 \\ a + b \cos \pi = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 6 \\ a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases}$ nên $v(t) = 4 + 2 \cos \left[\frac{\pi}{3}(t-8) \right]$ nên **mệnh đề b) đúng**

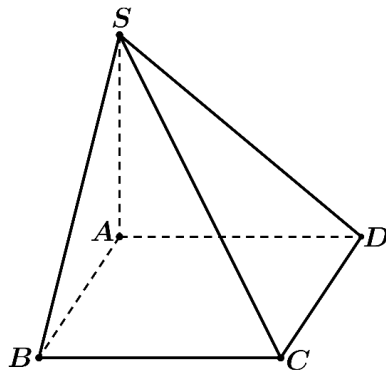
Xét mệnh đề c)

Tổng quãng đường đi được trong 14 giây là: $S = 9 + 6.5 + \int_8^{14} 4 + 2 \cos \left[\frac{\pi}{3}(t-8) \right] dt = 63$ (m) nên **mệnh đề c) đúng**

Xét mệnh đề d)

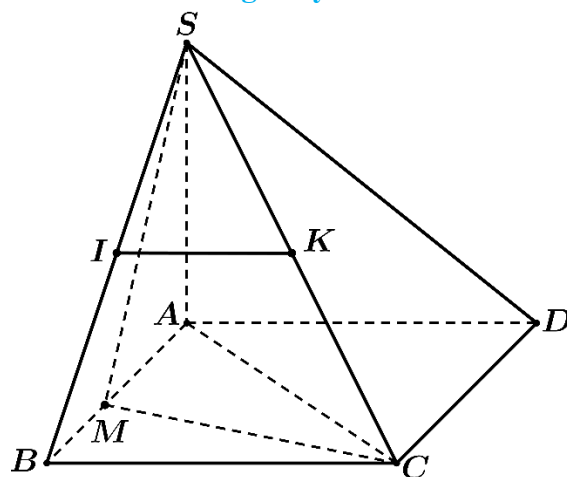
Quãng đường đi được trong 10 giây đầu tiên là: $S = 9 + 6.5 + \int_8^{10} 4 + 2 \cos \left[\frac{\pi}{3}(t-8) \right] dt \approx 48,7$ (m) nên **mệnh đề d) đúng**

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ)



	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Gọi I và K lần lượt là trung điểm của hai cạnh bên SB và SC thì $IK \parallel (SAD)$	☐	☐
b)	Đường chéo BD của mặt đáy vuông góc với mặt phẳng (SAC)	☐	☐
c)	Khi $SA = AB$ thì góc nhị diện giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy bằng 60°	☐	☐
d)	Gọi M là một điểm di động trên cạnh AB . Biết rằng độ dài đoạn thẳng SM luôn bằng 2. Khi đó, thể tích của khối chóp $S.AMC$ đạt giá trị lớn nhất khi độ dài đoạn AM bằng $\sqrt{3}$.	☐	☐

Lời giải

**Xét mệnh đề a)**

Ta có I là trung điểm của SB và K là trung điểm của SC nên IK là đường trung bình của $\triangle SBC \Rightarrow IK \parallel BC$

Mặt khác $ABCD$ là hình vuông nên $BC \parallel AD \Rightarrow IK \parallel AD$ mà $AD \subset (SAD) \Rightarrow IK \parallel (SAD)$ nên **mệnh đề a) đúng**

Xét mệnh đề b)

Do $ABCD$ là hình vuông nên $BD \perp AC$ mà $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ BD \subset ABCD \end{cases} \Rightarrow SA \perp BD$

Mặt khác $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$ nên **mệnh đề b) đúng**

Xét mệnh đề c)

Góc nhị diện giữa (SCD) và $(ABCD)$ là góc giữa hai đường thẳng lần lượt nằm trong hai mặt phẳng và cùng vuông góc với giao tuyến CD

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, ta có $AD \perp CD$ (vì $ABCD$ là hình vuông).

Ta có: $CD \perp AD$ và $CD \perp SA$ (vì $SA \perp (ABCD)$) nên suy ra $CD \perp (SAD)$

Vì $CD \perp (SAD)$ nên $CD \perp SD$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ chính là góc $\widehat{SDA}$

Khi $SA = x = 2$ ta có $SA = 2$. Xét tam giác vuông SAD , có $SA = 2$ và $AD = 2$.

Tam giác SAD vuông cân tại A suy ra $\widehat{SDA} = 45^\circ$ nên **mệnh đề c) sai**

Xét mệnh đề d)

Đặt $AM = y$ thì $0 < y < 2$ và $\triangle SAM$ vuông nên $SM^2 = SA^2 + AM^2 \Rightarrow x = \sqrt{4 - y^2}$

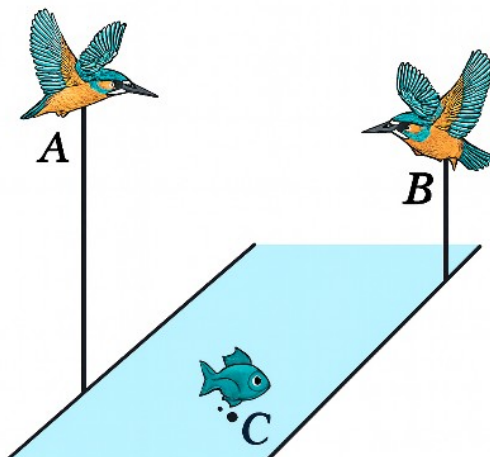
Thể tích khối chóp $V_{S.AMC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle AMC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot (S_{\triangle ABC} - S_{\triangle MBC}) = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot (S_{\triangle ABC} - S_{\triangle MBC})$

Ta có: $S_{\triangle ABC} - S_{\triangle MBC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC - \frac{1}{2} MB \cdot BC = y \Rightarrow V_{S.AMC} = \frac{1}{3} \cdot x \cdot y = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{4 - y^2} \cdot y = f(y)$

Khảo sát hàm số $f(y)$ trên $(0; 2)$ đạt max tại $y = \sqrt{2}$ **mệnh đề d) sai**

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho trước với mặt nước phẳng lặn trùng với mặt phẳng (Oxy) , đơn vị trên mỗi trục là mét; có hai con chim bói cá ở các vị trí $A(90; 0; 25)$ và $B(80; 30; 15)$ trên các cành cây đang cùng ngắm mục tiêu là một chú cá đang bơi trên mặt hồ. Khi cá nằm im ở vị trí $C(20; 10; 0)$ thì hai con chim

quyết định tấn công mục tiêu của mình. Chim bói cá ở vị trí A xuất phát trước con còn lại 1 giây và bay về phía con cá với vận tốc 12 (m/s); chim bói cá còn lại cũng tấn công mục tiêu với vận tốc 15 (m/s)



	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Góc tấn công của chim B (góc tạo bởi đường bay và mặt nước) lớn hơn 15°	☐	☐
b)	Tại thời điểm chim B bắt đầu lao xuống, khoảng cách giữa hai chim là 29 m (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)	☐	☐
c)	Tốc độ của chim A theo phương thẳng đứng (Oz) bằng 4 (m/s)	☐	☐
d)	Giả sử mặt trời chiếu xuống con chim B thì bóng con chim B trên mặt nước di chuyển với tốc độ lớn hơn $14,5$ (m/s)	☐	☐

Lời giải

Xét mệnh đề a)

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z = 0$ và $\overrightarrow{BC} = (-60; -20; -15)$

$$\sin \alpha = \frac{|-15|}{\sqrt{(-60)^2 + (-20)^2 + (-15)^2}} = \frac{3}{13} \Rightarrow \alpha \approx 13,34^\circ < 15^\circ$$

Khi đó:

nên **mệnh đề a) sai**

Xét mệnh đề b)

Ta có: $\overrightarrow{AC} = (-70; 10; -25)$ nên $\overrightarrow{v_A} = k \cdot \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow k = \frac{12}{75} = \frac{4}{25} \Rightarrow \overrightarrow{v_A} = \left(-\frac{56}{5}; \frac{8}{5}; -4\right)$

Vị trí của con chim A tại thời điểm t là: $A' \left(90 - \frac{56t}{5}; \frac{8t}{5}; 25 - 4t\right)$

Ta có: $\overrightarrow{v_B} = m \cdot \overrightarrow{BC} \Rightarrow m = \frac{3}{13}$ nên $\overrightarrow{v_B} = \left(-\frac{180}{13}; -\frac{60}{13}; -\frac{45}{13}\right)$

Do chim A xuất phát trước 1 giây nên tọa độ của chim bói cá B là:

$$B \left(80 - \frac{180}{13}(t-1); 30 - \frac{60}{13}(t-1); 15 - \frac{45}{13}(t-1)\right)$$

Tại $t = 1$ thì khoảng cách $A'B = 29,0516 \approx 29$ m nên **mệnh đề b) đúng**

Xét mệnh đề c)

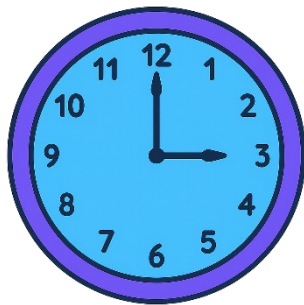
Ta có $v_{z_A} = |-4| = 4$ (m/s) nên **mệnh đề c) đúng**

Xét mệnh đề d)

Do bóng dưới nước thuộc (Oxy) nên $\overrightarrow{v_{bong}} = \left(-\frac{180}{13}; -\frac{60}{13}; 0\right) \Rightarrow |v_{bong}| = \frac{60\sqrt{10}}{13} \approx 14,59 > 14,5$ (m/s) nên **mệnh đề d) đúng**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trên đồng hồ, tại thời điểm buổi sáng đang xét, kim giờ chỉ số ^{3} , kim phút chỉ số ^{12} . Đến khi kim phút và kim giờ gặp nhau lần cuối cùng trước ^{9} giờ thì kim phút quay được một góc lượng giác bằng bao nhiêu radian? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Trả lời:

3	6		
---	---	--	--

Lời giải

Xét lần đầu tiên kim giờ và kim phút gặp nhau, khi đó gọi α là góc lượng giác mà kim giờ đi được, khi đó kim phút quay được một góc bằng $-\frac{\pi}{2} + \alpha$. Vì kim phút quay nhanh gấp 12 lần kim giờ nên ta có:

$$-\frac{\pi}{2} + \alpha = 12\alpha \Leftrightarrow \alpha = -\frac{\pi}{22}$$

Xét lần thứ hai kim giờ và kim phút gặp nhau, gọi β là góc lượng giác mà kim giờ đi được, khi đó kim phút quay được một góc bằng $-2\pi + \beta$

Vì kim phút quay nhanh gấp 12 lần kim giờ nên ta có

$$-2\pi + \beta = 12\beta \Leftrightarrow \beta = -\frac{2\pi}{11}$$

Kể tại thời điểm đang xét đến các lần gặp nhau thì kim giờ tạo thành các góc lập thành cấp số cộng (u_n) với

$$u_1 = -\frac{\pi}{22} \text{ và công sai } d = -\frac{2\pi}{11}$$

Các góc của kim phút cũng lập thành cấp số cộng (v_n) với

$$v_1 = -\frac{\pi}{2} + \left(-\frac{\pi}{22}\right) = -\frac{6\pi}{11} \text{ và công sai}$$

$$d' = -2\pi + \left(-\frac{2\pi}{11}\right) = -\frac{24\pi}{11}$$

Theo giả thiết, lần gặp nhau của hai kim lần cuối cùng trước 9h nên ta có

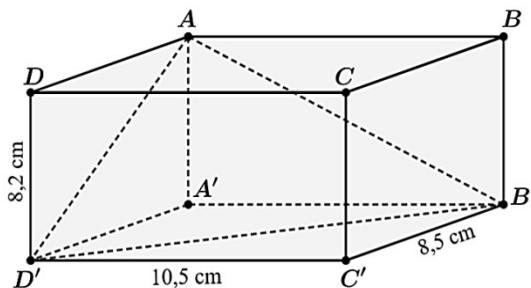
$$u_n > -\pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{22} + (n-1)\left(-\frac{2\pi}{11}\right) > -\pi \Leftrightarrow 4(n-1) < 21 \Leftrightarrow n < \frac{25}{4}$$

Khi đó lần gặp nhau cuối cùng trước 9h là lần thứ 6, lúc đó kim phút quay được một góc lượng giác bằng

$$v_6 = v_1 + (6-1)d' = -\frac{6\pi}{11} + 5 \cdot \left(-\frac{24\pi}{11}\right) = -\frac{126\pi}{11} \approx -36$$

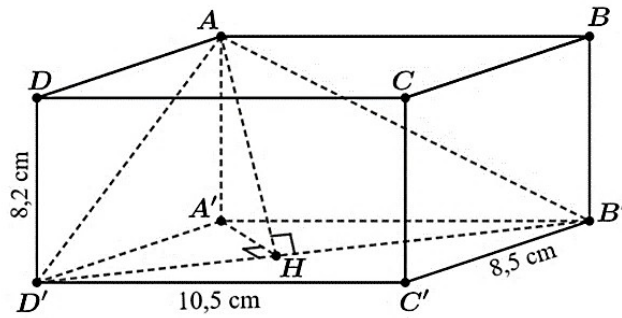
nên quay được góc lượng giác bằng ^{36} radian.

Câu 2: Một hộp phấn không bụi có dạng hình hộp chữ nhật, chiều cao hộp phấn bằng 8,2 cm và đáy của nó có hai kích thước là 8,5 cm; 10,5 cm (xem hình vẽ). Tìm số đo góc phẳng nhị diện $[A, B'D', A']$ (Tính theo đơn vị độ và làm tròn kết quả đến hàng phần chục)



Trả lời:

5	1	,	1
---	---	---	---



$$S = \left(\frac{1}{2}; 3 \right).$$

Vậy tập nghiệm phương trình

Trong mặt phẳng $(A'B'C'D')$, kẻ $A'H \perp B'D'$ tại H .

Ta có: $\begin{cases} B'D' \perp A'H \\ B'D' \perp AA' \text{ (do } AA' \perp (A'B'C'D')) \end{cases} \Rightarrow B'D' \perp (AA'H) \Rightarrow B'D' \perp AH$

Do đó $\angle AHA'$ là góc phẳng nhị diện $[A, B'D', A']$.

Tam giác $A'B'C'$ vuông tại A' có đường cao $A'H$ nên ta có:

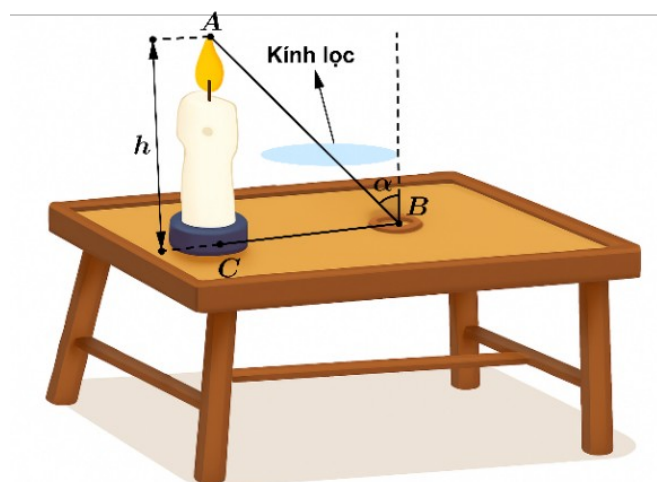
$$\frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{A'B'^2} + \frac{1}{A'D'^2} \Rightarrow A'H = \frac{A'B' \cdot A'D'}{\sqrt{A'B'^2 + A'D'^2}} = \frac{357}{2\sqrt{730}}$$

$$\tan \angle AHA' = \frac{AA'}{A'H} = \frac{8,2}{\frac{357}{2\sqrt{730}}} \Rightarrow \angle AHA' \approx 51,1^\circ$$

Tam giác AHA' vuông tại A' có

Câu 3: Trong quang học, chúng ta đã biết đến định luật quang học về độ chiếu sáng. Nó được phát biểu như sau: Khi một nguồn sáng chiếu lên một mặt phẳng, độ chiếu sáng từ nguồn sáng đến một điểm cho bởi công

thức $T = I \cdot \frac{\cos \alpha}{AB^2}$, trong đó I là độ phát sáng của nguồn; α là góc hợp bởi tia sáng và phương thẳng đứng (minh họa như hình vẽ). Một đồng xu được đặt cách ngọn nến một khoảng $BC = 20$ cm. Để tạo hiệu ứng, người ta đặt một tấm kính lọc phía trên đồng xu với hệ số truyền sáng của kính là $k = \sin^2 \alpha$. Hỏi ngọn lửa của cây nến nên đặt ở độ cao bằng bao nhiêu cm để độ sáng thực tế chiếu lên đồng xu là lớn nhất, biết độ sáng thực tế $T' = kT$?



Trả lời:

1	0		
---	---	--	--

Lời giải

Ta có: $\cos \alpha = \frac{AC}{AB}$ nên suy ra $T = I \cdot \frac{AC}{AB^3}$ mà $\sin \alpha = \frac{20}{AB} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{400}{AB^2}$

$$T' = k.T = \frac{400.I.h}{\left(\sqrt{h^2 + 400}\right)^5}$$

Xét tam giác ABC vuông tại C nên ta có $AB = \sqrt{h^2 + 20^2}$ mà

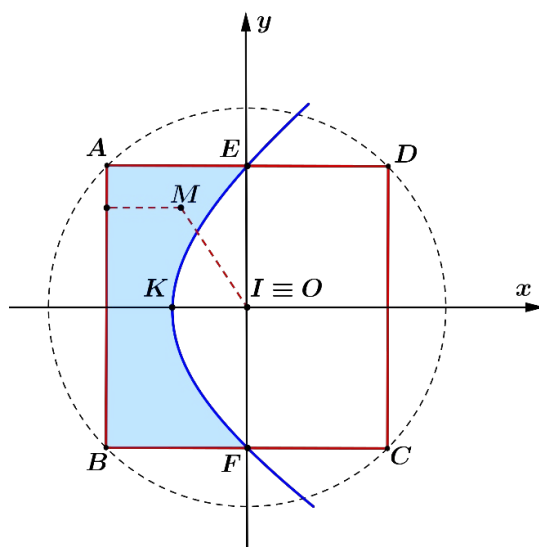
Dùng chức năng $\frac{d}{dX}$ suy ra được $x = h = 10$ nên ngọn lửa của cây nến đặt ở độ cao bằng 10 cm thì độ sáng thức tế chiếu lên đồng xu là lớn nhất.

Câu 4: Cho hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm I , bán kính $R = 40\sqrt{2}$ (cm). Gọi (H) là miền chứa tất cả các điểm M nằm bên trong hình vuông sao cho độ dài $MI \geq d(M, AB)$. Khi đó diện tích hình phẳng (H) bằng bao nhiêu centimet vuông? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Trả lời:

2	1	3	3
---	---	---	---

Lời giải



Bán kính đường tròn $R = 40\sqrt{2}$ nên suy ra đường chéo của hình vuông bằng $80\sqrt{2}$ nên cạnh hình vuông bằng 80 cm.

Các điểm M thỏa mãn $MI = d(M, AB)$ nằm trên một đường cong có phương trình $y = f(x)$ và đây chính là một parabol có tiêu điểm I và đường chuẩn AB . Khi đó hình phẳng (H) chính là miền được tô màu như hình vẽ

$$M(x; y) \Rightarrow \begin{cases} MI = \sqrt{x^2 + y^2} \\ d(M, AB) = |x + 40| \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = |x + 40| \Leftrightarrow y = \pm \sqrt{80x + 1600}$$

Gọi

$$\begin{cases} y = \pm \sqrt{80x + 1600} \\ y = \pm 40 \end{cases} \text{ nên suy ra } E(0; 40); F(0; -40)$$

Diện tích hình phẳng (H) cần tính có thể dùng tích phân hoặc công thức tính nhanh diện tích cổng parabol:

$$S_{(H)} = 2 \left(\int_{-40}^{-20} |40| dx + \int_{-20}^0 |40 - \sqrt{80x + 1600}| dx \right) = 2133 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Khi thành thạo rồi thì ta có thể tư duy nhanh về dữ kiện đề bài cho. Ta thấy hình phẳng (H) nằm bên trong hình vuông, đồng thời thỏa mãn điều kiện $MI \geq d(M, AB)$ thì đây là miền hình phẳng nằm bên trong hình vuông, giới hạn bởi một đường parabol có tiêu điểm là I , đường chuẩn AB và miền cần tính chứa đường chuẩn AB , bao gồm cả đường parabol.

Tính diện tích dựa trên công thức tính nhanh:

$$S_{(H)} = \frac{1}{2} S_{ABCD} - \frac{4}{3} \cdot EI \cdot KI = \frac{1}{2} \cdot 80^2 - \frac{4}{3} \cdot 40 \cdot 20 = 2133 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Câu 5: Giả sử Trái Đất là một hình cầu có bán kính thực tế là 6400 km. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục tương ứng với tỉ lệ mô hình), bề mặt Trái Đất có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 64$, đường xích đạo nằm trên mặt phẳng (Oxy) . Một vệ tinh viễn thông được phóng từ bệ phóng tại điểm $A(4; 4\sqrt{2}; 4)$ nằm trên bề mặt Trái Đất. Vệ tinh bay theo phương tiếp tuyến với đường tròn vĩ tuyến tại điểm A (trong mặt phẳng song song với Oxy) với quỹ đạo thẳng và vận tốc không đổi là 8 km/s. Sau đúng 10 phút bay thì vệ tinh đạt đến độ cao bao nhiêu kilomet so với bề mặt Trái Đất?



Trả lời:

1	6	0	0
---	---	---	---

Lời giải

Trên mô hình, bán kính trái đất $R_{mô\ hình} = \sqrt{64} = 8$ đơn vị và trong thực tế thì $R_{thực\ tế} = 6400$ km

$$k = \frac{R_{thực\ tế}}{R_{mô\ hình}} = \frac{6400}{8} = 800$$

Suy ra tỷ lệ quy đổi là: (km/đơn vị), nghĩa là 1 đơn vị độ dài trong hệ trục tọa độ tương ứng với 800 km ngoài thực tế

Quãng đường vệ tinh bay được là: $S = v \cdot t = 8 \cdot 600 = 4800$ (km)

Gọi O là tâm trái đất và A là điểm phóng vệ tinh

Do A nằm trên bề mặt trái đất nên độ dài đoạn OA chính là bán kính thực tế $OA = 6400$ km

Gọi B là vị trí của vệ tinh sau 10 phút bay thì đoạn đường AB chính là quãng đường bay nên suy ra $AB = S = 4800$ (km)

Theo giả thiết, vệ tinh bay theo phương tiếp tuyến với đường tròn vĩ tuyến tại điểm A (trong mặt phẳng song song với Oxy) nên $AB \perp Oz$

Mặt khác, vectơ $\overrightarrow{AB}$ vuông góc với mặt phẳng chứa trục Oz và điểm A nên $AB \perp OA$

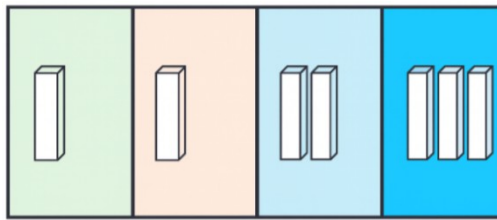
Vậy tam giác OAB là tam giác vuông tại A

Khi đó độ cao của vệ tinh chính là hiệu số giữa khoảng cách từ tâm trái đất đến vị tinh

Áp dụng định lý Pytago trong $\triangle OAB$: $OB^2 = OA^2 + AB^2 \Rightarrow OB = \sqrt{6400^2 + 4800^2} = 8000$ (km)

Vậy sau 10 phút bay, vệ tinh đạt đến độ cao $h = 8000 - 6400 = 1600$ (km) so với mặt đất

Câu 6: Xếp ngẫu nhiên 7 cuốn sách khác nhau có tính thứ tự, trong đó có một cuốn là sách Toán vào một giá sách có 4 ngăn. Biết rằng sau khi xếp, mỗi ngăn đều có ít nhất một cuốn sách. Gọi A là biến cố trong 4 ngăn sách, có đúng một ngăn chứa số lượng sách nhiều hơn hẳn các ngăn còn lại" và B là biến cố cuốn sách Toán học nằm ở ngăn có nhiều sách nhất đó. Tính $P(B|A)$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Trả lời:

0	,	4	6
---	---	---	---

Gọi số sách trong 4 ngăn lần lượt là n_1, n_2, n_3, n_4 . Khi đó, tổng số sách bằng 7 và mỗi ngăn nhiều hơn một cuốn sách. Để có duy nhất một ngăn nhiều sách nhất thì ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Ngăn nhiều nhất có 4 cuốn, ba ngăn còn lại mỗi ngăn 1 cuốn và 4 là số lớn nhất duy nhất, chọn 1 ngăn (trong 4 ngăn) để chứa 4 cuốn có $C_4^1 = 4$ cách.

Xếp 7 cuốn sách vào có $7!$ cách nên số cách xếp trong trường hợp này là $n(A_1) = 4 \cdot 7!$ cách.

Trường hợp 2: Ngăn nhiều nhất có 3 cuốn, ngăn nhiều thứ hai có 2 cuốn, hai ngăn còn lại mỗi ngăn 1 cuốn, chọn 1 ngăn (trong 4 ngăn) để chứa 3 cuốn có $C_4^1 = 4$ cách.

Chọn 1 ngăn (trong 3 ngăn còn lại) để chứa 2 cuốn có $C_3^1 = 3$ cách. Hai ngăn còn lại mỗi ngăn chứa 1 cuốn.

Xếp 7 cuốn sách vào có $7!$ cách nên số cách xếp là $n(A_2) = 4 \cdot 3 \cdot 7! = 12 \cdot 7!$ cách

Vậy số cách xếp thỏa mãn là: $n(A) = n(A_1) + n(A_2) = 4 \cdot 7! + 12 \cdot 7! = 16 \cdot 7!$

Biến cố B yêu cầu sách Toán phải nằm trong ngăn nhiều sách nhất.

Vì vai trò của các cuốn sách là như nhau nên xác suất để cuốn sách Toán rơi vào một nhóm k vị trí trong tổng số 7 vị trí là $\frac{k}{7}$.

Trong trường hợp 1: Ngăn nhiều nhất có 4 cuốn nên xác suất sách Toán nằm ở ngăn này là: $\frac{4}{7}$

Vậy số cách thuận lợi cho trường hợp này là: $\frac{4}{7} \cdot n(A_1) = \frac{4}{7} \cdot 4 \cdot 7! = \frac{16}{7} \cdot 7!$

Trong trường hợp 2: Ngăn nhiều nhất có 3 cuốn nên xác suất sách Toán nằm ở ngăn này là: $\frac{3}{7}$

Vậy số cách thuận lợi cho trường hợp này là: $\frac{3}{7} \cdot n(A_2) = \frac{3}{7} \cdot 12 \cdot 7! = \frac{36}{7} \cdot 7!$

Tổng số cách thuận lợi: $n(A \cap B) = \left(\frac{16}{7} + \frac{36}{7} \right) \cdot 7! = \frac{52}{7} \cdot 7!$

Tổng số cách thuận lợi:

$$P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{\frac{52}{7} \cdot 7!}{16 \cdot 7!} = \frac{13}{28} \approx 0,46$$

Vậy xác suất cần tính là: