10 ĐỀ THI HỌC KỲ 2 TOÁN 10-PHẦN 1 CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

ĐỀ SỐ 1 - HK2 – TOÁN 10 – SGD KONTUM

Lời giải

Câu 1: [DS10.C4.2.D02.a] Trong các cặp bất phương trình dưới đây, cặp bất phương trình nào tương đương?

A. $\sqrt{1-x} \le x$ và $1-x \le x^2$.

B. $\frac{1}{x} \le 1$ và $x \ge 1$.

C. $2x-3-\frac{1}{x} < x-4-\frac{1}{x}$ và $2x-3 < x-4$.

D. $x^2 \ge x$ và $x \ge 1$.

Lời giải

Chọn C

+ $2x-3-\frac{1}{x} < x-4-\frac{1}{x} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ne 0 \\ x < -1 \end{cases} \Rightarrow S_1 = (-\infty;-1)$.

+ $2x-3 < x-4 \Leftrightarrow x < -1 \Rightarrow S_2 = (-\infty;-1)$.

Nên cặp bất phương trình này tương đương.

Câu 2: [DS10.C4.2.D03.a] Bất phương trình $\sqrt{3-x}+\sqrt{x+5} \ge -10$ có bao nhiêu nghiệm?

A. Hai nghiệm. **B.** Vô số nghiệm. **C.** Vô nghiệm. **D.** Có một nghiệm.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases} 3-x \ge 0 \\ x+5 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 3 \\ x \ge -5 \end{cases} \Leftrightarrow -5 \le x \le 3$.

Ta có $\sqrt{3-x}+\sqrt{x+5} \ge 0$ với $\forall x \in [-5;3] \Rightarrow \sqrt{3-x}+\sqrt{x+5} \ge -10$, $\forall x \in [-5;3]$.

Vậy bất phương trình có vô số nghiệm.

Câu 3: [DS10.C4.2.D03.a] Tập nghiệm của bất phương trình $5x-1 < \frac{2x}{5}+3$ là

A. $\left(-\infty;\frac{20}{23}\right)$.

B. $\left(\frac{20}{3};+\infty\right)$.

C. $(-3;+\infty)$.

D. $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $5x-1 < \frac{2x}{5}+3 \Leftrightarrow 5x-\frac{2x}{5} < 4 \Leftrightarrow \frac{23x}{5} < 4 \Leftrightarrow x < \frac{20}{23}$.

Câu 4: [DS10.C4.2.D04.a] Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x+2 < 0 \\ x+5 \ge 0 \end{cases}$ là

A. $(-\infty;-2)$.

B. $[-5;+\infty)$.

C. $[-5;-2)$.

D. $(-5;-2)$.

Lời giải

Chọn C

$\begin{cases} x+2 < 0 \\ x+5 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x \ge -5 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của hệ bất phương trình là $S = [-5;-2)$.

Câu 5: [DS10.C4.3.D02.a] Nhị thức bậc nhất $f(x)=x-1$ dương trên khoảng

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x)>0 \Leftrightarrow x-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

Câu 6: [DS10.C4.3.D04.b] Tập nghiệm của bất phương trình $|2x-1|<3$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(2;\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$|2x-1|<3 \Leftrightarrow -3<2x-1<3 \Leftrightarrow -1<x<2$.

Câu 7: [DS10.C4.5.D01.b] Cho tam thức bậc hai $f(x)=2x^2+3x+1$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $f(x)<0, \forall x \in \left(-1;-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $f(x)<0, \forall x \in (-\infty;-1)$.

C. $f(x)>0, \forall x \in \left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$. **D.** $f(x)>0, \forall x \in (-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2x^2+3x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{1}{2} \\ x=-1 \end{array}\right.$

Trục xét dấu:

Vậy $f(x)<0, \forall x \in \left(-1;-\frac{1}{2}\right)$

$f(x)>0, \forall x \in (-\infty;-1)\cup\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 8: [DS10.C4.5.D02.b] Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-3x+2>0$ là

A. $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $x^2-3x+2=0$, có nghiệm $x=1;\ x=2$.

Dùng qui tắc xét dấu tam thức bậc 2, ta được tập nghiệm của bất phương trình là: $S=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 9: [DS10.C4.5.D02.b] Bất phương trình $mx^2+(2m-1)x+m+1<0$ (m là tham số) có nghiệm khi

A. $m=3$. **B.** $m=\frac{1}{4}$. **C.** $m=0$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn C

Với $m=0$, bất phương trình trở thành $-x+1<0\Leftrightarrow x>1$.

Vậy bất phương trình có tập nghiệm $S=(1;+\infty)$.

Câu 10: **[[DS10.C4.5.D03.b]** Số -2 thuộc tập nghiệm của bất phương trình nào trong bốn bất phương trình dưới đây.

A. $(2-x)(x+2)^2<0$. **B.** $(2x+1)(1-x)<x^2$. **C.** $2x+1>1-x$. **D.** $\frac{1}{1-x}+2\le 0$.

Lời giải

Chọn D

$(2-x)(x+2)^2<0\Leftrightarrow x>2$ $\Rightarrow$ bất phương trình có tập nghiệm là $S_1=(2;+\infty)$.

$(2x+1)(1-x)<x^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<\frac{1-\sqrt{13}}{6}\\x>\frac{1+\sqrt{13}}{6}\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ bất phương trình có tập nghiệm là $S_2=\left(-\infty;\frac{1-\sqrt{13}}{6}\right)\cup\left(\frac{1+\sqrt{13}}{6};+\infty\right)$.

$2x+1>1-x\Leftrightarrow x>0$ $\Rightarrow$ bất phương trình có tập nghiệm là $S_3=(0;+\infty)$.

$\frac{1}{1-x}+2\le 0\Leftrightarrow 1<x\le\frac{3}{2}$ $\Rightarrow$ bất phương trình có tập nghiệm là $S_4=\left(1;\frac{3}{2}\right]$.

Vậy $-2\in S_2$.

Câu 11: **[DS10.C6.1.D02.a]** Một đường tròn có bán kính $6cm$. Tìm độ dài của cung trên đường tròn đó có số đo $\frac{15\pi}{36}$.

A. $450\ cm$. **B.** $\frac{5\pi}{2}\ cm$. **C.** $\frac{25}{2}\ cm$. **D.** $\frac{5\pi}{12}\ cm$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $l=\alpha R$, tính được $l=\frac{5\pi}{2}\ cm$.

Câu 12: **[DS10.C6.2.D02.a]** $\sin\frac{61\pi}{6}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$\sin\frac{61\pi}{6}=\frac{1}{2}$.

Câu 13: [DS10.C6.2.D02.b] Cho $\sin\alpha=\frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$. Tính $\cos\alpha$.

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Do $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi \Rightarrow \cos\alpha<0$

Ta có: $\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\sqrt{1-\frac{1}{9}}=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 14: [DS10.C6.2.D05.b] Rút gọn biểu thức $\mathrm{P}=\sin(x+8\pi)-2\sin(x-6\pi)$.

A. $P=\sin x$. **B.** $P=-2\sin x$. **C.** $P=-3\sin x$ **D.** $P=-\sin x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $P=\sin(x+4.2\pi)-2\sin(x-3.2\pi)=\sin x-2\sin x=-\sin x$.

Câu 15: [DS10.C6.2.D05.b] Cho $\tan a=-3$. Giá trị của biểu thức $Q=\frac{\sin a-3\cos a}{\cos a+2\sin a}$ là

A. $Q=\frac{5}{6}$. **B.** $Q=-\frac{5}{6}$. **C.** $Q=-\frac{6}{5}$. **D.** $Q=\frac{6}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$Q=\frac{\sin a-3\cos a}{\cos a+2\sin a}=\frac{\tan a-3}{1+2\tan a}=\frac{-3-3}{1+2(-3)}=\frac{6}{5}$.

Câu 16: [DS10.C6.3.D01.a] Giá trị của biểu thức $A=\cos 37^\circ\cos 23^\circ-\sin 37^\circ\sin 23^\circ$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$A=\cos 37^\circ\cos 23^\circ-\sin 37^\circ\sin 23^\circ=\cos\left(37^\circ+23^\circ\right)=\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$.

Câu 17: [DS10.C6.3.D02.b] Cho $\cos\alpha=\frac{1}{3}$. Tính $\cos 2\alpha$.

A. $\cos 2\alpha=\frac{2}{3}$. **B.** $\cos 2\alpha=\frac{1}{3}$. **C.** $\cos 2\alpha=-\frac{7}{9}$. **D.** $\cos 2\alpha=\frac{7}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 2\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 1 = -\frac{7}{9}$.

Câu 18: [DS10.C6.3.D08.a] Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

A. $\sin(a+b) = \sin a.\cos b - \cos a.\sin b$. **B.** $\cos(a-b) = \cos a.\cos b + \sin a.\sin b$.

C. $\sin u - \sin v = 2\sin\frac{u+v}{2}.\cos\frac{u-v}{2}$. **D.** $\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 - \tan a.\tan b}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 19: [HH10.C2.3.D01.a] Cho tam giác ABC có $AB = 2cm$, $AC = 1cm$, $\hat{A} = 60^\circ$. Tính độ dài cạnh BC.

A. $BC = \sqrt{5}cm$. **B.** $BC = 1cm$. **C.** $BC = 2cm$. **D.** $BC = \sqrt{3}cm$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng định lí $\cos$ ta có:

$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos\hat{A}} = \sqrt{2^2 + 1^2 - 2.2.1.\cos 60^\circ} = \sqrt{3}$.

Câu 20: [HH10.C2.3.D04.a] Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 30^0$, cạnh $AB = 5$ cm, $AC = 8$ cm. Tính diện tích S của tam giác đó.

A. 20. **B.** $20\sqrt{3}$. **C.** 10. **D.** $10\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin A = \frac{1}{2}.5.8.\sin 30^0 = 10.$

Câu 21: [HH10.C3.1.D02.a] Đường thẳng $d: 2x + y + 1 = 0$ có vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (-1;2)$. **B.** $\vec{n} = (2;1)$. **C.** $\vec{n} = (1;-2)$. **D.** $\vec{n} = (2;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Vecto pháp tuyến của đường thẳng d là: $\vec{n} = (2;1)$.

Câu 22: [HH10.C3.1.D02.a] Cho đường thẳng d có phương trình tổng quát $3x + 5y + 2018 = 0$. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào sai?

A. d song song với đường thẳng $3x + 5y = 0$. **B.** d có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;5)$.

C. d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (5;-3)$. **D.** d có hệ số góc $k = \frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 23: [HH10.C3.2.D01.a] Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 10y + 1 = 0$ đi qua điểm nào trong bốn điểm dưới đây?

A. $A(4;-1)$. **B.** $B(3;-2)$. **C.** $C(-1;3)$. **D.** $D(2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Kiểm tra thấy điểm $A(4;-1)$ thỏa mãn phương trình đường tròn.

Câu 24: **[HH10.C3.2.D03.a]** Phương trình đường tròn tâm $I(2;-3)$ bán kính $R=5$ là

A. $x^2+y^2-4x+6y-38=0$. **B.** $(x-2)^2+(y+3)^2=5$.

C. $(x+2)^2+(y-3)^2=25$. **D.** $(x-2)^2+(y+3)^2=25$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường tròn: $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2\Rightarrow(x-2)^2+(y+3)^2=25$.

Câu 25: **[HH10.C3.3.D04.a]** Một elip (E) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. Gọi $2c$ là tiêu cự của (E). Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

A. $b^2=a^2-c^2$. **B.** $c=a+b$. **C.** $b^2=a^2+c^2$. **D.** $c^2=a^2+b^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a^2=b^2+c^2\Rightarrow b^2=a^2-c^2$.

ĐỀ SỐ 2 – GIỮA KÌ 2 – LƯƠNG THẾ VINH, HÀ NỘI

Lời giải

Câu 1: **[DS10.C4.1.D01.a]** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

A. $\begin{cases}a<b\\c>0\end{cases}\Rightarrow ac<bc$. **B.** $c<a<b\Rightarrow ac<bc$.

C. $a<b\Rightarrow ac<bc$. **D.** $a<b\Rightarrow ac>bc$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng tính chất của bất đẳng thức ta có đáp án A đúng.

Câu 2: **[DS10.C4.1.D03.b]** Cho hai số thực x và y thỏa điều kiện $x^2+y^2=x+y+xy$. Đặt $S=x+y$. Khẳng định nào là đúng?

A. $S>4$. **B.** $S<0$. **C.** $S^2>16$. **D.** $0\le S\le 4$.

Lời giải

Chọn D

$x^2+y^2=x+y+xy$

$\Leftrightarrow (x+y)^2-2xy=x+y+xy$

$\Leftrightarrow (x+y)^2-(x+y)=3xy$

Ta có $xy\le\frac{(x+y)^2}{4};\ \forall x,y\in\mathbb{R}$

Suy ra $(x+y)^2-(x+y)\le\frac{3}{4}(x+y)^2\Leftrightarrow\frac{1}{4}S^2-S\le 0\Leftrightarrow 0\le S\le 4$.

Câu 3: **[DS10.C4.1.D04.c]** Cho hai số thực dương x,y thỏa mãn $x+y=1$. Giá trị nhỏ nhất của $S=\frac{1}{x}+\frac{4}{y}$ là

A. 5. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

$$\left(\sqrt{x}\frac{1}{\sqrt{x}}+\sqrt{y}\frac{2}{\sqrt{y}}\right)^2\le(x+y)\left(\frac{1}{x}+\frac{4}{y}\right)$$

Theo bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có:

$$x+y=1\Rightarrow S=\frac{1}{x}+\frac{4}{y}\ge 9.$$

Mà

Suy ra giá trị nhỏ nhất của $S=9$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}x=\frac{y}{2}\\x+y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{3}\\y=\frac{2}{3}\end{cases}$

Câu 4: **[DS10.C4.2.D01.b]** Tập xác định của bất phương trình $\sqrt{\frac{x+1}{(x-2)^2}}<x+1$ là

A. $D=(-1;+\infty)\setminus\{2\}$. **B.** $D=(-1;+\infty)$. **C.** $D=[-1;+\infty)$ **D.** $D=[-1;+\infty)\setminus\{2\}$

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình được xác định $\Leftrightarrow\frac{x+1}{(x-2)^2}\ge 0\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -1\\x\ne 2\end{cases}$.

Vậy tập xác định bất phương trình là $D=[-1;+\infty)\setminus\{2\}$.

Câu 5: **[DS10.C4.2.D02.b]** Cặp bất phương trình nào sau đây tương đương với nhau?

A. $x-2\le 0$ và $x^2(x-2)\le 0$. **B.** $x-2\ge 0$ và $x^2(x-2)\ge 0$.

C. $x-2<0$ và $x^2(x-2)>0$. **D.** $x-2<0$ và $x^2(x-2)<0$.

Lời giải

Chọn A

+) Xét A: $x-2\le 0\Leftrightarrow x\le 2$

$x^2(x-2)\le 0\Leftrightarrow x\le 2$.

Vậy hai bất phương trình tương đương.

+) Xét B: $x-2\ge 0\Leftrightarrow x\ge 2$

$x^2(x-2)\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x\ge 2 \end{array}\right.$.

Vậy hai bất phương trình không tương đương.

+) Xét C: $x-2<0 \Leftrightarrow x<2$

$x^2(x-2)>0 \Leftrightarrow x>2$.

Vậy hai bất phương trình không tương đương.

+) Xét D: $x-2<0 \Leftrightarrow x<2$

$x^2(x-2)<0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\ne 0 \\ x-2<0 \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} x\ne 0 \\ x<2 \end{array}\right.$.

Vậy hai bất phương trình không tương đương.

Câu 6: **[DS10.C4.2.D04.b]** Hệ bất phương trình $\begin{cases} 2-x>0 \\ 2x+1>x-2 \end{cases}$ có tập nghiệm là

A. $S=(2;+\infty)$. **B.** $S=(-3;+\infty)$. **C.** $S=(-\infty;3)$. **D.** $S=(-3;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} 2-x>0 \\ 2x+1>x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<2 \\ x>-3 \end{cases} \Leftrightarrow -3<x<2$. Vậy tập hợp nghiệm của hệ bất phương trình là $S=(-3;2)$.

Câu 7: **[DS10.C4.2.D05.b]** Số giá trị nguyên của m nhỏ hơn 2019 để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2+3x\ge (x+1)^2 \\ x-m<0 \end{cases}$ có nghiệm là

A. 2019. **B.** 2017. **C.** 2018. **D.** 2016.

Lời giải

Chọn B

Bpt $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+3x\ge x^2+2x+1 \\ x-m<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ x<m \end{cases}$

Để hệ bất phương trình có nghiệm thì $m>1$.

Theo bài ra ta có $\begin{cases} 1<m<2019 \\ m\in Z \end{cases} \Rightarrow m\in\{2;3;4;....2018\}$ nên có 2017 giá trị m thoả mãn.

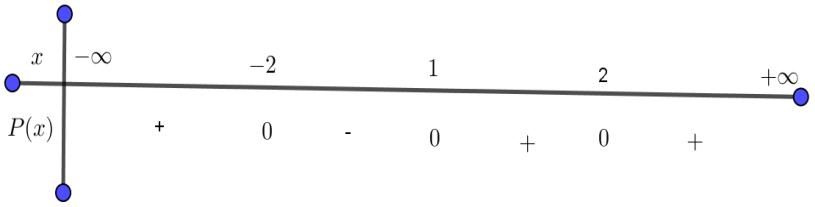
Câu 8: **[DS10.C4.3.D03.b]** Tích của nghiệm nguyên âm lớn nhất và nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của bất phương trình $(3x-6)(x-2)(x+2)(x-1)>0$ là

A. 8. **B.** -6. **C.** -4. **D.** -9.

Lời giải

Chọn D

Xét dấu biểu thức $P(x)=(3x-6)(x-2)(x+2)(x-1)$.



Dựa vào bảng xét dấu ta thấy:

Tập nghiệm của bất phương trình là $T=(-\infty;-2)\cup(1;2)\cup(2;+\infty)$, vậy nghiệm nguyên âm lớn nhất của bất phương trình là $x=-3$ và nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của bất phương trình là $x=3$. Vậy tích của hai nghiệm đó bằng -9

Câu 9: **[DS10.C4.3.D03.b]** Bất phương trình $\frac{3}{2-x}<1$ có tập nghiệm là

A. $S=(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$. **B.** $S=(-1;2)$.

C. $S=(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $S=[-1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{3}{2-x}<1\Leftrightarrow\frac{3}{2-x}-1<0\Leftrightarrow\frac{x+1}{2-x}<0$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
VT		$-$	0	$+$	‖	$-$	

Từ bảng xét dấu ta có tập nghiệm $S=(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 10: **[DS10.C4.3.D03.b]** Tập nghiệm của bất phương trình $(2x+8)(1-x)>0$ có dạng $(a;b)$. Khi đó $b-a$ bằng:

A. 6. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(2x+8)(1-x)>0\Leftrightarrow -4<x<1$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình $S=(-4;1)\Rightarrow a=-4$ và $b=1$. Do đó $b-a=5$.

Câu 11: **[DS10.C4.3.D04.b]** Tổng bình phương các nghiệm nguyên của bất phương trình $|2x-3|\le 1$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $|2x-3|\le 1\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3\ge -1\\2x-3\le 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\x\le 2\end{cases}\Leftrightarrow 1\le x\le 2.$

.

Với $\begin{cases}x\in\mathbb{Z}\\1\le x\le 2\end{cases}\Rightarrow x\in\{1;\,2\}.$

Vậy $1^2+2^2=5.$

Câu 12: [DS10.C4.3.D04.c] Tập nghiệm của bất phương trình $|x+1|-|x-2|\geq 3$ là

A. $S=[2;+\infty)$. **B.** $S=(-2;1)$. **C.** $S=[-1;2]$. **D.** $S=(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn A

$|x+1|-|x-2|\geq 3$ (1)

Ta xét các trường hợp:

Trường hợp 1: $x\leq -1$ (2). Khi đó

$(1)\Leftrightarrow -x-1+x-2\geq 3\Leftrightarrow 0\geq 6$ (vô lý).

Trường hợp 2: $-1<x<2$ (3). Khi đó

$(1)\Leftrightarrow x+1+x-2\geq 3\Leftrightarrow 2x\geq 4\Leftrightarrow x\geq 2$ không thỏa mãn (3) nên loại.

Trường hợp 3: $x\geq 2$ (4). Khi đó

$(1)\Leftrightarrow x+1-x+2\geq 3\Leftrightarrow 0\geq 0$ (luôn đúng), kết hợp với (4) suy ra $x\geq 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=[2;+\infty)$.

Câu 13: [DS10.C4.3.D05.b] Bất phương trình $mx>3$ vô nghiệm khi

A. $m<0$. **B.** $m>0$. **C.** $m=0$. **D.** $m\neq 0$.

Lời giải

Chọn C

Nếu $m<0$ ta có $mx>3\Leftrightarrow x<\dfrac{3}{m}$

Nếu $m>0$ ta có $mx>3\Leftrightarrow x>\dfrac{3}{m}$

Nếu $m=0$ bất phương trình trở thành $0x>3$. Bất phương trình vô nghiệm.

Câu 14: [DS10.C4.3.D05.c] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $mx+4>0$ nghiệm đúng với mọi x thỏa mãn $|x|<8$.

A. $m\in\left[\dfrac{-1}{2};0\right)\cup\left(0;\dfrac{1}{2}\right]$. **B.** $m\in\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right]$. **C.** $m\in\left[\dfrac{-1}{2};+\infty\right)$. **D.** $m\in\left[\dfrac{-1}{2};\dfrac{1}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|x|<8\Leftrightarrow -8<x<8$.

Đặt $f(x)=mx+4$.

Bất phương trình $mx+4>0$ nghiệm đúng với mọi x thỏa mãn $|x|<8$

$\Leftrightarrow f(x)>0,\forall x\in(-8;8)$.

+) Với $m=0\Rightarrow f(x)=4>0,\forall x\Rightarrow f(x)>0,\forall x\in(-8;8)$.

+) Với $m>0 \Rightarrow f(x)>0, \forall x \in (-8;8) \Leftrightarrow \frac{-4}{m} \le -8 \Leftrightarrow \frac{4}{m} \ge 8 \Leftrightarrow 0 < m \le \frac{1}{2}$.

+) Với $m<0 \Rightarrow f(x)>0, \forall x \in (-8;8) \Leftrightarrow \frac{-4}{m} \ge 8 \Leftrightarrow \frac{-1}{2} \le m < 0$.

Kết hợp ba trường hợp trên ta được $m \in \left[\frac{-1}{2};\frac{1}{2}\right]$.

Câu 15: **[DS10.C4.4.D02.b]** Miền nghiệm của bất phương trình $-x+2+2(y-2)<2(1-x)$ là nửa mặt phẳng **không** chứa điểm nào trong các điểm sau?

A. $(1;1)$. **B.** $(4;2)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(1;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $-x+2+2(y-2)<2(1-x) \Leftrightarrow x+2y-4<0$.

Thay các tọa độ của từng phương án vào ta được:

$1+2-4=-1<0$ nên $(1;1)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

$4+2.2-4=4>0$ nên $(4;2)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

$0+2.0-4=-4<0$ nên $(0;0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

$1+2(-1)-4=5<0$ nên $(1;-1)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

Câu 16: **[DS10.C4.4.D03.b]** Tập nghiệm S của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-3x+2\le 0 \\ x^2-1\le 0 \end{cases}$ là

A. $S=\{1\}$. **B.** $S=[1;2]$. **C.** $S=1$. **D.** $S=[-1;1]$.

Lời giải

Chọn A

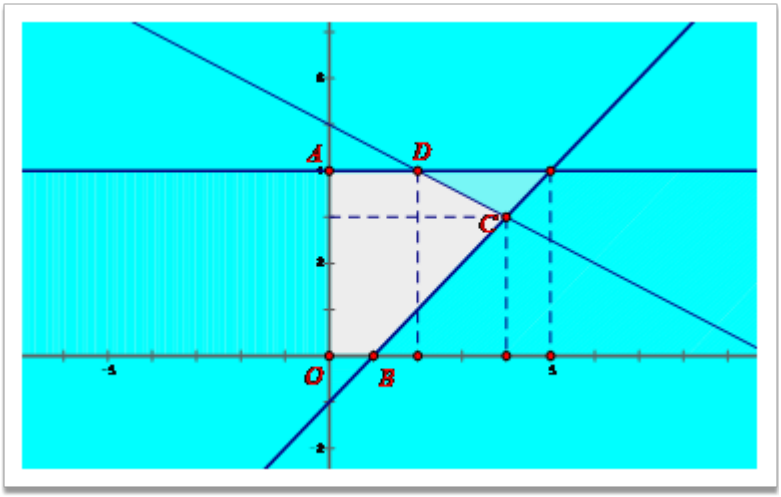
Ta có: $\begin{cases} x^2-3x+2\le 0 \\ x^2-1\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1\le x\le 2 \\ -1\le x\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$. Vậy tập nghiệm S={1}

Câu 17: **[DS10.C4.4.D03.c]** Giá trị lớn nhất M của biểu thức $F(x;y)=x+2y$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} 0\le y\le 4 \\ x\ge 0 \\ x-y-1\le 0 \\ x+2y-10\le 0 \end{cases}$ là

A. $M=10$. **B.** $M=6$. **C.** $M=12$. **D.** $M=8$.

Lời giải

Chọn A



Vẽ các đường thẳng

$d_1: y=4$; $d_2: x-y-1=0$; $d_3: x+2y-10=0$; $Ox: y=0$; $Oy: x=0$.

Các đường thẳng trên đôi một cắt nhau tại $A(0;4), O(0;0), B(1;0), C(4;3), D(2;4)$

Vì điểm $M_0(1;1)$ có toạ độ thoả mãn tất cả các bất pt trong hệ nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ d_1, d_2, d_3, Ox, Oy không chứa điểm M_0. Miền không bị tô đậm là đa giác $OADCB$ kể cả các cạnh (hình bên) là miền nghiệm của hệ pt đã cho.

Kí hiệu $F(A)=F(x_A;y_A)=x_A+2y_A$, ta có

$F(A)=8,\ F(O)=0,\ F(B)=1,\ F(C)=10;\ F(D)=10$, $0<1<8<10$.

Giá trị lớn nhất cần tìm là 10.

Câu 18: [DS10.C4.5.D01.a] Cho $f(x)=ax^2+bx+c,(a\neq 0)$. Điều kiện để $f(x)>0$ đúng $\forall x\in\mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases}a<0\\ \Delta>0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta\le 0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta<0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta\ge 0\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng định lí về dấu của tam thức bậc hai, ta có $f(x)>0;\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases}a>0\\ \Delta<0\end{cases}$.

Câu 19: [DS10.C4.5.D02.b] Cho các tam thức bậc hai $f(x)=x^2-bx+3$. Với giá trị nào của b thì $f(x)=0$ có nghiệm?

A. $b\in(-\infty;-2\sqrt{3}]\cup[2\sqrt{3};+\infty)$. **B.** $b\in[-2\sqrt{3};2\sqrt{3}]$.

C. $b\in(-\infty;-2\sqrt{3})\cup(2\sqrt{3};+\infty)$. **D.** $b\in(-2\sqrt{3};2\sqrt{3})$.

Lời giải

Chọn A

$f(x)=0$ có nghiệm $\Leftrightarrow b^2-4.3\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b\le -2\sqrt{3} \\ b\ge 2\sqrt{3} \end{array}\right.$. Vậy $b\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right]\cup\left[2\sqrt{3};+\infty\right)$.

Câu 20: [DS10.C4.5.D02.b] Số nghiệm nguyên của bất phương trình $x^2-x-12\le 0$ là

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A

$x^2-x-12\le 0\Leftrightarrow -3\le x\le 4$.

Suy ra tập nghiệm nguyên của bất phương trình là $\{-3;-2;-1;0;1;2;3;4\}$.

Số nghiệm nguyên của bất phương trình là $4-(-3)+1=8$.

Câu 21: [DS10.C4.5.D02.b] Gọi $D=[a;b]$ là tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)x^2+\left(15-7\sqrt{5}\right)x+25-10\sqrt{5}}$. Khi đó $M=a+b^2$ bằng

A. $M=-5$. **B.** $M=5$. **C.** $M=1$. **D.** $M=0$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số là $\left(2-\sqrt{5}\right)x^2+\left(15-7\sqrt{5}\right)x+25-10\sqrt{5}\ge 0$.

$\Leftrightarrow -5\le x\le\sqrt{5}$. Vậy $D=\left[-5;\sqrt{5}\right]$, nên $M=a+b^2=-5+5=0$.

Câu 22: [DS10.C4.5.D10.c] Bất phương trình $\sqrt{x-1}>\sqrt{x-2}+\sqrt{x-3}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Bất phương trình $\sqrt{x-1}>\sqrt{x-2}+\sqrt{x-3}\Leftrightarrow\begin{cases} x\ge 3 \\ x-1>2x-5+2\sqrt{(x-2)(x-3)} \end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases} x\ge 3 \\ x-1>2x-5+2\sqrt{(x-2)(x-3)} \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x\ge 3 \\ 4-x>2\sqrt{(x-2)(x-3)} \end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases} 4>x\ge 3 \\ (4-x)^2>4(x-2)(x-3) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 4>x\ge 3 \\ 3x^2-12x+8<0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 4>x\ge 3 \\ \dfrac{6-2\sqrt{3}}{3}<x<\dfrac{6+2\sqrt{3}}{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow 3\le x<\dfrac{6+2\sqrt{3}}{3}$.

$x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x=3$.

Vậy bất phương trình $\sqrt{x-1}>\sqrt{x-2}+\sqrt{x-3}$ có đúng một nghiệm nguyên dương.

Câu 23: [DS10.C4.5.D11.c] Giải bất phương trình $2x(x-1)+1>\sqrt{x^2-x+1}$ được tập nghiệm $S=(-\infty;a)\cup(b;+\infty),\ (a<b)$. Tích $P=a.b$ bằng

A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** -1

Lời giải

Chọn A

$2x(x-1)+1>\sqrt{x^2-x+1}$ (*)

$\Leftrightarrow 2(x^2-x+1)-1>\sqrt{x^2-x+1}$

Đặt $t=\sqrt{x^2-x+1}$ $(t\ge 0)$

Khi đó (*) trở thành:

$2t^2-1>t\Leftrightarrow 2t^2-t-1>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t>1 \\ t<\dfrac{-1}{2} \end{array}\right.$

$t>1\Leftrightarrow \sqrt{x^2-x+1}>1\Leftrightarrow x^2-x+1>1\Leftrightarrow x^2-x>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<0 \end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện thì

Vậy tập nghiệm của (*) là $S=(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$ khi đó $a=0;b=1\Rightarrow P=a.b=0.$

Câu 24: **[DS10.C4.5.D11.c]** Bất phương trình $\sqrt{x}+\sqrt{4-x}+2\sqrt{4x-x^2}\ge 2$ có tập nghiệm $S=[a,b]$, $a<b$. Tính $P=a^{2019}+b^{2019}$.

A. 1. **B.** 2^{4038}. **C.** 2^{2019}. **D.** 4^{4038}.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{x}+\sqrt{4-x}$ $(t>0)$

Ta có $t^2=4+2\sqrt{x(4-x)}$

Bất phương trình $\sqrt{x}+\sqrt{4-x}+2\sqrt{4x-x^2}\ge 2$ trở thành $t^2+t-6\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\ge 2 \\ t\le -3 \end{array}\right.$.

Kết hợp với đk $t>0$ ta được $t\ge 2$.

Suy ra $4+2\sqrt{x(4-x)}\ge 4\Leftrightarrow x(4-x)\ge 0\Leftrightarrow 0\le x\le 4$.

Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x}+\sqrt{4-x}+2\sqrt{4x-x^2}\ge 2$ là $S=[0,4]$

$\Rightarrow a=0,b=4\Rightarrow S=a^{2019}+b^{2019}=4^{2019}=2^{4038}$.

Câu 25: **[DS10.C4.5.D12.c]** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $x^4-1>x^2+2x$ thoả mãn điều kiện $|x|\le 2019$ là

A. 2019. **B.** 4038. **C.** 4037. **D.** 4036.

Lời giải

Chọn C

$x^4-1>x^2+2x\Leftrightarrow x^4>x^2+2x+1\Leftrightarrow x^4-(x+1)^2>0$

$\Leftrightarrow (x^2-x-1).(x^2+x+1)>0\Leftrightarrow x^2-x-1>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\approx 1,61 \\ x<\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\approx -0,61 \end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện $|x| \le 2019$ ta có $\left[\begin{array}{l} 2 \le x \le 2019 \\ -2019 \le x \le -1 \end{array}\right. \Rightarrow$ có 4037 nghiệm nguyên.

Câu 26: **[DS10.C6.1.D03.a]** Trên đường tròn lượng giác với điểm gốc là A. Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác $\overset{\frown}{AM}$ có số đo $75°$. Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua gốc toạ độ O, mọi cung lượng giác có điểm đầu A và điểm cuối N có số đo bằng

A. $-105°$. **B.** $-105° + k360°, k \in \mathbb{Z}$

C. $-105°$ hoặc $255°$ **D.** $255°$

Lời giải

Chọn B

+) N là điểm đối xứng với điểm M qua gốc toạ độ O nênta tính trong 1 chu kì, số đo cung lượng giác $\overset{\frown}{AN}$ hơn số đo cung lượng giác $\overset{\frown}{AM}$ là $180°$. Khi đó, số đo cung lượng giác $\overset{\frown}{AN}$ là $255°$ tính theo chiều dương hoặc $-105°$ tính theo chiều âm.

+) Vậy, trênđường tròn lượng giác thì số đo cung lượng giác $\overset{\frown}{AN}$ là $-105° + k360°, k \in \mathbb{Z}$

Câu 27: **[DS10.C6.1.D03.b]** Trên đường tròn lượng giác với điểm gốc A, cung lượng giác nào có các điểm biểu diễn tạo thành tam giác đều.

A. $\dfrac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{¢}$. **B.** $k\pi$, $k \in \mathbb{¢}$. **C.** $\dfrac{k\pi}{3}$, $k \in \mathbb{¢}$. **D.** $\dfrac{k2\pi}{3}$, $k \in \mathbb{¢}$.

Lời giải

Chọn D

Điểm biểu diễn cung lượng giác tạo thành tam giác đều khi hai điểm biểu diễn cung lượng giác tạo với tâm đường tròn lượng giác góc $\dfrac{2\pi}{3}$ (hoặc $120°$). Do vậy điểm biểu diễn cung $\dfrac{k2\pi}{3}$, $k \in \mathbb{¢}$ sẽ tạo thành tam giác đều.

Câu 28: **[DS10.C6.2.D01.a]** Xét góc lượng giác $(OA;OM) = \alpha$, trong đó M là điểm không thuộc các trục tọa độ Ox, Oy và thuộc góc phần tư thứ hai của hệ trục tọa độ Oxy. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau?

A. $\sin\alpha < 0,\ \cos\alpha > 0$. **B.** $\sin\alpha > 0, \cos\alpha > 0$.

C. $\sin\alpha < 0, \cos\alpha < 0$. **D.** $\sin\alpha > 0, \cos\alpha < 0$.

Lời giải

Chọn D

Theo giả thiết $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \alpha$ nên ta có $\sin\alpha > 0, \cos\alpha < 0$.

Câu 29: **[DS10.C6.2.D02.b]** Cho biết $\tan\alpha = 2$. Tính giá trị $P = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$.

A. $P = \dfrac{3}{5}$. **B.** $P = -\dfrac{4}{5}$. **C.** $P = -\dfrac{3}{5}$. **D.** $P = \dfrac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn C

$1+\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}\Rightarrow\cos^2\alpha=\dfrac{1}{1+\tan^2\alpha}=\dfrac{1}{5}$

$\Rightarrow\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha=\dfrac{4}{5}\Rightarrow P=\dfrac{1}{5}-\dfrac{4}{5}=-\dfrac{3}{5}$

Câu 30: **[DS10.C6.2.D02.b]** Cho góc α thỏa mãn $\sin\alpha=\dfrac{12}{13}$ và $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$. Tính $\cos\alpha$.

A. $\cos\alpha=\dfrac{5}{13}$. **B.** $\cos\alpha=-\dfrac{1}{13}$. **C.** $\cos\alpha=-\dfrac{5}{13}$. **D.** $\cos\alpha=\dfrac{1}{13}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\Leftrightarrow\left(\dfrac{12}{13}\right)^2+\cos^2\alpha=1\Leftrightarrow\cos^2\alpha=\dfrac{25}{169}\Leftrightarrow\cos\alpha=\pm\dfrac{5}{13}$.

Vì $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ nên $\cos\alpha<0\Rightarrow\cos\alpha=-\dfrac{5}{13}$.

Câu 31: **[DS10.C6.2.D03.a]** Cho góc lượng giác α thỏa mãn $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây là **sai?**

A. $\cos(\alpha-\pi)<0$. **B.** $\tan(\alpha+\pi)>0$. **C.** $\cos(\alpha+\pi)>0$. **D.** $\sin(\alpha+\pi)<0$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1. Ta có: $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\Leftrightarrow\pi<\alpha+\pi<\dfrac{3\pi}{2}$. Do đó, $\cos(\alpha+\pi)<0$.

Cách 2. Ta có: $\cos(\alpha+\pi)=-\cos\alpha$. Mà $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ nên $\cos\alpha>0$. Vậy $\cos(\alpha+\pi)<0$.

Câu 32: **[DS10.C6.2.D03.b]** Đơn giản biểu thức $P=\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{2}\right)+\sin(\alpha-\pi),\alpha\in\mathbb{R}$ ta được

A. $P=\sin\alpha-\cos\alpha$. **B.** $P=2\sin\alpha$. **C.** $P=\cos\alpha+\sin\alpha$. **D.** $P=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$P=\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{2}\right)+\sin(\alpha-\pi)=\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)-\sin(\pi-\alpha)$

$=\sin\alpha-\sin\alpha=0.$

Câu 33: **[DS10.C6.3.D05.c]** Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\sin^6\alpha+\cos^6\alpha+m\sin 2\alpha,\ |m|<\dfrac{3}{2}$ bằng

A. $\dfrac{3+m^2}{3}$. **B.** $\dfrac{1-4m}{4}$. **C.** $\dfrac{1-3m^2}{9}$. **D.** $\dfrac{1+4m}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$P=\sin^6\alpha+\cos^6\alpha+3\sin^2\alpha.\cos^2\alpha\left(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha\right)+m\sin 2\alpha-3\sin^2\alpha.\cos^2\alpha\left(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha\right)$

$=\left(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha\right)^3-3\sin^2\alpha.\cos^2\alpha+m\sin 2\alpha=1-\frac{3}{4}\sin^2 2\alpha+m\sin 2\alpha$

$=-\frac{3}{4}\left(\sin^2 2\alpha-\frac{4}{3}m\sin 2\alpha+\frac{4}{9}m^2-\frac{4}{9}m^2\right)+1=-\frac{3}{4}\left(\sin 2\alpha-\frac{2}{3}m\right)^2+1+\frac{1}{3}m^2$.

Vì $|m|<\frac{3}{2}\Rightarrow-\frac{3}{2}<m<\frac{3}{2}\Rightarrow-1<\frac{2}{3}m<1$.

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\frac{3+m^2}{3}$ khi $\sin 2\alpha=\frac{2}{3}m$.

Câu 34: **[HH10.C3.1.D01.a]** Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-4+t\end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng Δ?

A. $N(1;-3)$. **B.** $Q(3;1)$. **C.** $M(-3;1)$. **D.** $P(1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Thay toạ độ N vào phương trình đường thẳng Δ ta có hệ $\begin{cases}1=-1+2t\\-3=-4+t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow t=1$. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất nên điểm N thuộc đường thẳng Δ.

Câu 35: **[HH10.C3.1.D02.a]** Trong các vec-tơ sau, vect-tơ nào **không** là vec-tơ pháp tuyến của đường thẳng có phương trình $3x-3y+4=0$?

A. $(1;1)$. **B.** $(3;-3)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(6;-6)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $3x-3y+4=0$ có VTPT là $\vec{n}=(3;-3)$.

Vec-tơ $\vec{n}=(3;-3)$ không cùng phương với vec-tơ $(1;1)$ nên chọn đáp án **A.**

Câu 36: **[HH10.C3.1.D02.b]** Cho đường thẳng $d_1:5x-3y+5=0$ và $d_2:3x+5y-2=0$. Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau

A. d_1 song song d_2. **B.** d_1 vuông góc d_2.

C. d_1 không vuông góc với d_2. **D.** d_1 trùng d_2.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d_1:5x-3y+5=0$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{a}=(5;-3)$.

Đường thẳng $d_2:3x+5y-2=0$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{b}=(3;5)$.

Ta có $\vec{a}.\vec{b}=5.3+5.(-3)=0\Rightarrow d_1$ vuông góc d_2.

Câu 37: **[HH10.C3.1.D02.b]** Cho hai đường thẳng $\Delta_1:a_1x+b_1y+c_1=0$ và $\Delta_2:a_2x+b_2y+c_2=0$ trong đó $a_1^2+a_2^2\neq 0;a_2^2+b_2^2\neq 0$. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. Vecto pháp tuyến của Δ_1 và Δ_2 không cùng phương với nhau thì Δ_1 và Δ_2 cắt nhau.

B. Tích vô hướng của hai vecto pháp tuyến của Δ_1 và Δ_2 bằng 0 thì Δ_1 và Δ_2 vuông góc

C. Vecto pháp tuyến của Δ_1 và Δ_2 cùng phương với nhau thì Δ_1 song song Δ_2.

D. Δ_1 và Δ_2 trùng nhau khi vecto pháp tuyến của chúng cùng phương với nhau và $M \in \Delta_1 \Rightarrow M \in \Delta_2$.

Lời giải

Chọn C

Vì Δ_1 và Δ_2 cùng phương thì Δ_1 và Δ_2 có thể song song hoặc trùng nhau.

Câu 38: **[HH10.C3.1.D03.b]** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(3;-2)$ có hệ số góc $k=-2$.

A. $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-2+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=-2-2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=-2+2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta biết một đường thẳng d có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(u_1;u_2)$ với $u_1 \neq 0$ thì d có hệ số góc $k=\dfrac{u_2}{u_1} \Rightarrow u_2 = ku_1 = -2u_1$.

Do đó $\vec{u}=(u_1;-2u_1)$

Khi đó đường thẳng d có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2)$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=3+t \\ y=-2-2t \end{cases}$.

Câu 39: **[HH10.C3.1.D03.c]** Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(-4;-1)$, hai đường cao BH và CK có phương trình lần lượt là $2x-y+3=0$ và $3x+2y-6=0$. Viết phương trình đường thẳng BC.

A. $BC: x-y-1=0$. **B.** $BC: x-y=0$. **C.** $BC: x+y-1=0$. **D.** $BC: x+y=0$.

Lời giải

Chọn D

$AC \perp BH$ và đi qua $A(-4;-1)$ nên phương trình AC: $1(x+4)+2(y+1)=0$ hay $x+2y+6=0$.

$C = AC \cap CK$ nên tọa độ của C là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+2y+6=0 \\ 3x+2y-6=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=-6 \end{cases}$ hay $C(6;-6)$.

$AB \perp CK$ và đi qua $A(-4;-1)$ nên phương trình AB: $2(x+4)-3(y+1)=0$ hay $2x-3y+5=0$.

$B = AB \cap BH$ nên tọa độ của B là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x-3y+5=0 \\ 2x-y+3=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$ hay $B(-1;1)$.

Phương trình BC: $\dfrac{x-x_c}{x_B-x_c}=\dfrac{y-y_C}{y_B-y_C} \Leftrightarrow \dfrac{x-6}{-7}=\dfrac{y+6}{7} \Leftrightarrow x+y=0$.

Vậy phương trình BC: $x+y=0$.

Câu 40: **[HH10.C3.1.D04.b]** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là $A(2;1)$, $B(-1;2)$, $C(3;-4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường trung tuyến của tam giác ABC vẽ từ A ?

A. $x-2y=0$. **B.** $x-2y-2=0$. **C.** $2x-y-1=0$. **D.** $2x-y-3=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M là trung điểm của cạnh $BC \Rightarrow M(1;-1)$

Ta có: $\overrightarrow{AM}=(-1;-2)$

Đường trung tuyến d của tam giác ABC vẽ từ A sẽ nhận vec-tơ $\overrightarrow{AM}=(-1;-2)$ là VTCP

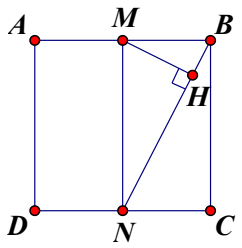
$\Rightarrow d$ đi qua $A(2;1)$ và có VTPT $\vec{n}=(2;-1)$, có phương trình là : $2x-y-3=0$.

Câu 41: **[HH10.C3.1.D06.c]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD.Biết rằng $M\left(\dfrac{-1}{2};2\right)$ và đường thẳng BN có phương trình $2x+9y-34=0$. Khi đó tọa độ điểm $B(a;b),(a<0)$. Tính a^2+b^2 ?

A. 25 **B.** 13 **C.** 17 **D.** 5

Lời giải

Chọn C



Cách 1. Gọi độ dài cạnh của hình vuông là $x(x>0)$

$\Rightarrow \frac{1}{MH^2}=\frac{1}{MN^2}+\frac{1}{MB^2}=\frac{1}{x^2}+\frac{4}{x^2}=\frac{5}{x^2}$

$\Rightarrow MH=\frac{x\sqrt{5}}{5}$

Lại có $MH=d(M;BN)=\frac{\left|2.\frac{-1}{2}+9.2-34\right|}{\sqrt{2^2+9^2}}=\frac{\sqrt{17}\sqrt{5}}{5}\Rightarrow\frac{x\sqrt{5}}{5}=\frac{\sqrt{17}\sqrt{5}}{5}\Rightarrow x=\sqrt{17}$

Vì $B\in BN\Rightarrow B\left(t;\frac{34-2t}{9}\right)$

Mà $MB=\frac{AB}{2}=\frac{x}{2}=\frac{\sqrt{17}}{2}\Rightarrow\overrightarrow{MB}=\left(t+\frac{1}{2};\frac{34-2t}{9}-2\right)$

$\Leftrightarrow\left(t+\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{34-2t}{9}-2\right)^2=\frac{17}{4}$

$\Rightarrow\begin{cases}t=-1(Thoả\ mãn)\Rightarrow B(-1;4)\\ t=\frac{4}{5}(Loại)\end{cases}\Rightarrow a=-1;b=4\Rightarrow a^2+b^2=(-1)^2+4^2=17$

Vậy đáp án đúng là đáp án **C.**

Cách 2.

Ta có $\sin\widehat{MBN}=\frac{MN}{\sqrt{MN^2+BM^2}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{MH}{MB}$

Mà $MH=d(M;BN)=\frac{\left|2.\frac{-1}{2}+9.2-34\right|}{\sqrt{2^2+9^2}}=\frac{\sqrt{17}\sqrt{5}}{5}$

Suy ra $MB=\frac{\sqrt{5}}{2}MH=\frac{\sqrt{5}}{2}.\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{17}}{2}$

Đến đây làm tương tự cách 1.

Ghi nhớ:

+ Nếu đường thẳng d có phương trình $Ax+By+C=0$ và $A(x_A;y_A)$ thì:

$d(A;d)=\frac{|A.x_A+B.y_A+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

+ Nếu $A(x_A;y_A);B(x_B;y_B)\in(\Delta)\Rightarrow AB^2=(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2$

Câu 42: **[HH10.C3.1.D08.a]** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: 3x+4y+10=0$ và điểm $M(3;-1)$. Tính khoảng cách d từ điểm M đến đường thẳng Δ.

A. $d=\frac{15}{\sqrt{5}}$. **B.** $d=2$. **C.** $d=3$. **D.** $d=\frac{13}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Khoảng cách d từ điểm M đến đường thẳng Δ là: $d(M,\Delta)=\frac{|3.3+4.(-1)+10|}{\sqrt{3^2+4^2}}=3$.

Câu 43: **[HH10.C3.1.D08.b]** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho các đường thẳng song song $\Delta_1: 3x+2y-3=0$ và $\Delta_2: 3x+2y+2=0$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng đó.

A. 1. **B.** 5. **C.** $\frac{1}{\sqrt{13}}$. **D.** $\frac{5\sqrt{13}}{13}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta_1 // \Delta_2$ nên $d=d(\Delta_1;\Delta_2)=d(M;\Delta_2)$ với $M(1;0)\in\Delta_1$.

Vậy $d=\frac{|3.1+2.0+2|}{\sqrt{3^2+2^2}}=\frac{5\sqrt{13}}{13}$.

Câu 44: **[HH10.C3.1.D08.c]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng $d_1: 3x-y-1=0$ và $d_2: x+y-2=0$. Đường tròn có tâm $I(-a;b)$ với $a>0$ thuộc đường thẳng d_1 tiếp xúc với đường thẳng d_2 và đi qua $A(2;-1)$. Khi đó a thuộc khoảng

A. $(-5;-4)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Vì tâm I thuộc đường thẳng $d_1: 3x-y-1=0$ nên giả sử $I(-a;-3a-1)$. Đường tròn tâm I tiếp xúc với đường thẳng $d_2: x+y-2=0$ và đi qua $A(2;-1)$ suy ra có

$$d(I,d_2)=IA \Leftrightarrow \frac{|-a-3a-1-2|}{\sqrt{2}}=\sqrt{(2+a)^2+(-1+3a+1)^2}$$

$$\Leftrightarrow |-4a-3|=\sqrt{2(10a^2+4a+4)} \Leftrightarrow 16a^2+24a+9=20a^2+8a+8$$

$$\Leftrightarrow 4a^2-16a-1=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=\frac{4+\sqrt{17}}{2} \\ a=\frac{4-\sqrt{17}}{2} \end{array}\right.$$. Vì $a>0$ nên chọn $a=\frac{4+\sqrt{17}}{2}$

Vậy $a\in(4;5)$

Câu 45: **[HH10.C3.1.D09.a]** Trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ Oxy, cho các đường thẳng $\Delta_1: 2x-5y+15=0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=5-2t \\ y=1+5t \end{cases}$. Tính góc φ giữa Δ_1 và Δ_2.

A. $\varphi = 30°$. **B.** $\varphi = 90°$. **C.** $\varphi = 60°$. **D.** $\varphi = 45°$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng Δ_1 và Δ_2 lần lượt có VTPT là
$\overrightarrow{n_1}(2;-5); \overrightarrow{n_2}(5;2) \Rightarrow \overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2} = 0 \Rightarrow \varphi = 90°$.

Câu 46: **[HH10.C3.1.D09.c]** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, đường thẳng đi qua $A(0;1)$ tạo với đường thẳng $d: 3x-2y-5=0$ một góc bằng $45°$ có hệ số góc k là

A. $k=-\frac{1}{5}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} k=-5 \\ k=\frac{1}{5} \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} k=5 \\ k=-\frac{1}{5} \end{array}\right.$. **D.** $k=5$.

Lời giải

Chọn B

Gọi Δ là đường thẳng đi qua $A(0;1)$ tạo với đường thẳng $d: 3x-2y-5=0$ một góc bằng $45°$

Và Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b)$ với $a^2+b^2 \neq 0$.
Theo giả thiết ta có phương trình

$$\frac{|3a-2b|}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 5a^2-24ab-5b^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=5b \\ a=-\frac{1}{5}b \end{array}\right.$$

Với $a=5b$ chọn $\vec{n}=(5;1)$ suy ra vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;5) \Rightarrow k=-5$

Với $a=-\frac{1}{5}b$ chọn $\vec{n}=(-1;5)$ suy ra vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;1) \Rightarrow k=\frac{1}{5}$

Câu 47: **[HH10.C3.2.D01.a]** Trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ Oxy, phương trình nào sau đây không phải là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2+y^2-2x-2y+2=0$. **B.** $x^2+y^2-6y+4=0$.

C. $2x^2+2y^2-8=0$. **D.** $2x^2+2y^2-8x-2y+2=0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ là phương trình của một đường tròn nếu thoả mãn điều kiện $a^2+b^2-c>0$ (1).

Xét phương án **A.** Ta có $a=1, b=1, c=2 \Rightarrow a^2+b^2-c=0$, không thoả điều kiện (1) nên đây không phải phương trình đường tròn.

Xét phương án **B.** Ta có $a=0,b=3,c=4\Rightarrow a^2+b^2-c=5>0$, thoả điều kiện (1) nên đây là phương trình đường tròn tâm $I(0;3)$, bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}=\sqrt{5}$.

Xét phương án **C.** Ta có $2x^2+2y^2-8=0\Leftrightarrow x^2+y^2=4$. Đây là phương trình đường tròn tâm là gốc O, bán kính $R=2$.

Xét phương án **D.** Nhận thấy $2x^2+2y^2-8x-2y+2=0\Leftrightarrow x^2+y^2-4x-y+1=0$. Ta có $a=2,b=\frac{1}{2},c=1\Rightarrow a^2+b^2-c=\frac{13}{4}>0$ nên đây là phương trình đường tròn tâm $I\left(2;\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R=\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Câu 48: **[HH10.C3.2.D02.b]** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C):x^2+y^2-4x-5=0$. Mệnh đề nào sau đây **sai?**

A. (C) cắt trục Oy tại đúng một điểm.

B. (C) có tâm $I(2;0)$.

C. (C) có bán kính $R=3$.

D. (C) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt.

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình đường tròn $(C):(x-2)^2+y^2=9\Rightarrow I(2;0);R=3$

Giao với $Oy\Rightarrow x=0\Rightarrow y^2=5\Rightarrow y=\pm\sqrt{5}$

$\Rightarrow (C)$ cắt Oy tại hai điểm phân biệt

Câu 49: **[HH10.C3.2.D04.b]** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(-1;-1)$, $B(1;1)$, $C(5;-3)$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $(x-2)^2+(y+2)^2=100$.

B. $(x-2)^2+(y-2)^2=10$.

C. $(x-2)^2+(y+2)^2=10$.

D. $(x+2)^2+(y+2)^2=\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử đường tròn cần viết có phương trình $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ $\left(a^2+b^2-c>0\right)$.

Đường tròn đi qua ba điểm $A(-1;-1)$, $B(1;1)$, $C(5;-3)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2a+2b+c=-2 \\ 2a+2b-c=2 \\ 10a-6b-c=34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-2 \\ c=-2 \end{cases}.$$

Đường tròn cần viết có tâm $I(2;-2)$, bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}=\sqrt{10}$ nên có phương trình

$(x-2)^2+(y+2)^2=10$.

Câu 50: [HH10.C3.2.D13.b] Cho đường tròn $(C):(x+1)^2+(y-2)^2=4$ và đường thẳng $d:3x-y+2=0$. Viết phương trình đường thẳng d' song song với đường thẳng d và chắn trên (C) một dây cung có độ dài lớn nhất.

A. $3x-y+5=0$. **B.** $3x-y+20=0$. **C.** $3x-y+13=0$. **D.** $3x-y-5=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$

Đường thẳng d' song song với đường thẳng d nên có dạng $3x-y+m=0$ với $m\neq 2$

Để d' chắn trên (C) một dây cung có độ dài lớn nhất thì

$I\in d' \Rightarrow m=5 \Rightarrow d':3x-y+5=0$

ĐỀ SỐ 3 – GIỮA KÌ 2 – THPT NGÔ QUYỀN

Lời giải

Câu 1: [DS10.C3.2.D02.b] Tam thức bậc hai $f(x)=x^2-mx+3$. Với giá trị nào của m thì $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m\in(-\infty;-2\sqrt{3})\cup(2\sqrt{3};+\infty)$. **B.** $m\in(2\sqrt{3};+\infty)$.

C. $m\in(-2\sqrt{3};2\sqrt{3})$. **D.** $m\in(-\infty;-2\sqrt{3}]\cup[2\sqrt{3};+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Để $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta>0\Leftrightarrow m^2-12>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-2\sqrt{3} \\ m>2\sqrt{3} \end{array}\right.$

Câu 2: [DS10.C4.2.D01.a] Tìm tất cả các giá trị x thỏa mãn điều kiện của bất phương trình $\sqrt[3]{2x+1}+|x|>\dfrac{x}{\sqrt{2-x}}$.

A. $x\in\left[\dfrac{-1}{2};2\right)$ **B.** $x\in(0;2)$ **C.** $x\in(-\infty;2]$ **D.** $x\in(-\infty;2)$

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $2-x>0\Leftrightarrow x<2$

Vậy $x\in(-\infty;2)$

Câu 3: **[DS10.C4.2.D02.b]** Cặp bất phương trình nào sau đây là tương đương?

A. $2x-1>0$ và $2x-1+\dfrac{1}{x-2}>\dfrac{1}{x-2}$.

B. $2x-1>0$ và $2x-1+\dfrac{1}{x+2}>\dfrac{1}{x+2}$.

C. $2x-1>0$ và $(2x-1)(x-3)^2>0$.

D. $2x-1>0$ và $(2x-1)^2>0$.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $2x-1>0\Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$.

Bất phương trình $2x-1+\dfrac{1}{x-2}>\dfrac{1}{x-2}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\ x>\dfrac{1}{2}\end{cases}$. Đáp án A sai.

Bất phương trình $2x-1+\dfrac{1}{x+2}>\dfrac{1}{x+2}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -2\\ x>\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$. Đáp án B đúng.

Bất phương trình $(2x-1)(x-3)^2>0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 3\\ x>\dfrac{1}{2}\end{cases}$. Đáp án C sai.

Bất phương trình $(2x-1)^2>0\Leftrightarrow\begin{cases}x<\dfrac{1}{2}\\ x>\dfrac{1}{2}\end{cases}$. Đáp án D sai.

Ghi nhớ: Hai bất phương trình (cùng ẩn) được gọi là tương đương nếu chúng có cùng tập nghiệm.

Câu 4: **[DS10.C4.2.D04.a]** Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

A. $3x+x^2-6>0$.

B. $x-\dfrac{1}{x}>0$.

C. $x<0$.

D. $(x-1)(3x+1)<0$.

Lời giải

Chọn C

Ghi nhớ: Bất phương trình bậc nhất một ẩn x có dạng tổng quát là: $ax+b>0$; $ax+b\le 0$; $ax+b\ge 0$; $ax+b<0$. Trong đó, a,b là các hằng số, $a\neq 0$ và x là ẩn số.

Câu 5: **[DS10.C4.2.D04.b]** Hệ bất phương trình sau $\begin{cases}3(x-3)\le 2x-1\\ \dfrac{1-x}{2}<x-10\\ x-3\ge 4\end{cases}$ có tập nghiệm là

A. $\varnothing$. **B.** $[7;+\infty)$. **C.** $(7;8]$. **D.** $[7;8]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} 3(x-3)\le 2x-1 \\ \dfrac{1-x}{2}<x-10 \\ x-3\ge 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-9\le 2x-1 \\ 1-x<2x-20 \\ x\ge 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 8 \\ x>7 \\ x\ge 7 \end{cases} \Leftrightarrow 7<x\le 8.$

Vậy tập nghiệm của hệ bất phương trình $S=[7;8]$.

Câu 6: **[DS10.C4.3.D02.a]** Bảng xét dấu sau là của biểu thức nào?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

A. $f(x)=-x-2$. **B.** $f(x)=x-2$. **C.** $f(x)=16-8x$. **D.** $f(x)=2-4x$.

Lời giải

Chọn C

* Ta có:

$\left[\begin{array}{l} f(x)=16-8x=0\Leftrightarrow x=2 \\ f(x)=16-8x>0\Leftrightarrow x<2 \\ f(x)=16-8x<0\Leftrightarrow x>2 \end{array}\right.$

* Hoặc nhận dạng bảng xét dấu của nhị thức bậc nhất " phải cùng trái khác với a".

Câu 7: **[DS10.C4.3.D02.a]** Tập nghiệm của bất phương trình $-3x-6>0$ là:

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$-3x-6>0\Leftrightarrow x<-2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty;-2)$.

Câu 8: **[DS10.C4.3.D05.a]** $f(x)=ax+b\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

A. $\begin{cases} a\ne 0 \\ b\ge 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} a<0 \\ b\ge 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} a=0 \\ b\ge 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} a>0 \\ b=0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

* Với $a>0$ ta có: $ax+b\ge 0\Leftrightarrow x\ge\dfrac{-b}{a}$ (không thỏa mãn yêu cầu bài toán là $f(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$)

* Với $a<0$ ta có: $ax+b\ge 0\Leftrightarrow x\le\dfrac{-b}{a}$ (không thỏa mãn yêu cầu bài toán là $f(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$)

* Với $a=0$ ta có $f(x)=b$ khi đó $f(x)\ge 0 \Leftrightarrow b\ge 0, \forall x\in \square$

Vậy $f(x)=ax+b\ge 0, \forall x\in \square \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b\ge 0 \end{cases}$

Câu 9: **[DS10.C4.3.D05.d]** Tìm số các giá trị nguyên của m để mọi x thuộc đoạn $[-1;2]$ đều là nghiệm của bất phương trình $(2m+1)x-3m+2\ge 0(1)$

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3

Lời giải

*) Nếu $m=\dfrac{-1}{2}$ ta được bất phương trình (1) trở thành $0x+\dfrac{7}{2}\ge 0$, bất phương trình này đúng với mọi x thuộc $\square$

*) Nếu $m>\dfrac{-1}{2}$ ta được bất phương trình (1) có tập nghiệm $x\in\left[\dfrac{3m-2}{2m+1};+\infty\right)$ khi đó yêu cầu bài toán xảy ra khi $\dfrac{3m-2}{2m+1}\le -1 \Leftrightarrow 3m-2\le -2m-1 \left(do: m>-\dfrac{1}{2}\right) \Leftrightarrow m\le \dfrac{1}{5}$.

Kết hợp với $m>\dfrac{-1}{2}$ nên $\dfrac{-1}{2}<m\le \dfrac{1}{5}$

*) Nếu $m<\dfrac{-1}{2}$ ta được bất phương trình (1) có tập nghiệm $x\in\left(-\infty;\dfrac{3m-2}{2m+1}\right]$ khi đó yêu cầu bài toán xảy ra khi $\dfrac{3m-2}{2m+1}\ge 2 \Leftrightarrow 3m-2\le 4m+2 \left(do: m<-\dfrac{1}{2}\right) \Leftrightarrow m\ge -4$.

Kết hợp với $m<\dfrac{-1}{2}$ nên $-4\le m<\dfrac{-1}{2}$

Kết hợp cả 3 trường hợp ta có: m thuộc đoạn $\left[-4;\dfrac{1}{5}\right]$ sẽ thỏa mãn. Do m nguyên nên $m\in\{-4;-3;-2;-1;0\}$

Có 5 giá rị nguyên của m thỏa mãn. Chọn đáp án **C.**

Câu 10: **[DS10.C4.4.D02.a]** Miền nghiệm của bất phương trình $2(x+3)-7<5-x-2y$ không chứa điểm nào trong các điểm sau?

A. $M(2;3)$. **B.** $N(2;-1)$. **C.** $P(0;0)$. **D.** $Q(-2;1)$.

Lời giải

Chọn D

$2(x+3)-7<5-x-2y \Leftrightarrow 2x+6-7<5-x-2y \Leftrightarrow 3x+2y<6$.

Ta có $3.2+2.3=12<6$, vô lý.

Vậy miền nghiệm của bất phương trình $2(x+3)-7<5-x-2y$ không chứa điểm $M(2;3)$.

Câu 11: **[DS10.C4.4.D03.b]** Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x-\dfrac{3}{2}y\ge 1(1) \\ 4x-3y\le 2\ (2) \end{cases}$ có tập nghiệm là S. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ kể cả bờ d, với d là đường thẳng $4x-3y=2$.

B. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ kể cả bờ d, với d là đường thẳng $4x-3y=2$.

C. $S=\{(x;y)\,|\,4x-3y=2\}$.

D. $\left(-\frac{1}{4};-1\right)\notin S$.

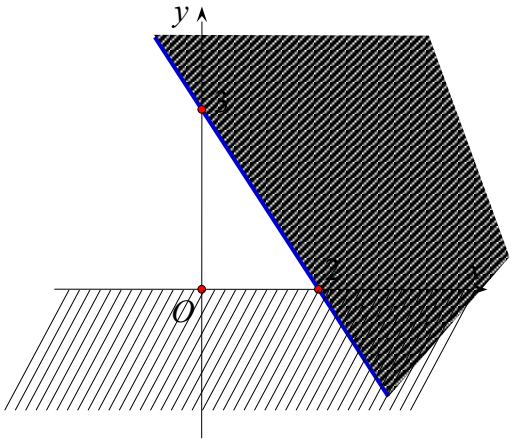
Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases}2x-\frac{3}{2}y\ge 1\\ 4x-3y\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x-3y\ge 2\\ 4x-3y\le 2\end{cases}\Leftrightarrow 4x-3y=2$.

Vậy tập nghiệm của hệ bất phương trình là $S=\{(x;y)\,|\,4x-3y=2\}$.

Câu 12: **[DS10.C4.4.D03.c]** Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ sau?



A. $\begin{cases}x>0\\ 3x+2y<6\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}y>0\\ 3x+2y<6\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x>0\\ 3x+2y>-6\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}y>0\\ 3x+2y<-6\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị gồm hai đường thẳng $(d_1):y=0$ và đường thẳng $(d_2):3x+2y=6.$

Miền nghiệm gồm phần phía trên trục hoành nên y nhận giá trị dương.

Lại có $(0\,;\,0)$ thỏa mãn bất phương trình $3x+2y<6.$

Câu 13: **[DS10.C4.4.D04.d]** Một người nông dân dự định trồng mía và ngô trên diện tích 8 sào đất (1 sào bằng $360m^2$). Nếu trồng mía thì trên mỗi sào cần 10 công và thu lãi 1500000 đồng, nếu trồng ngô thì trên mỗi sào cần 15 công và thu lãi 2000000 đồng. Biết tổng số công cần dùng không vượt quá 90 công. Tính tổng số tiền lãi cao nhất mà người nông dân có thể thu được.

A. 14 (triệu đồng) **B.** 12 (triệu đồng) **C.** 16 (triệu đồng) **D.** 13 (triệu đồng)

Lời giải

Chọn D

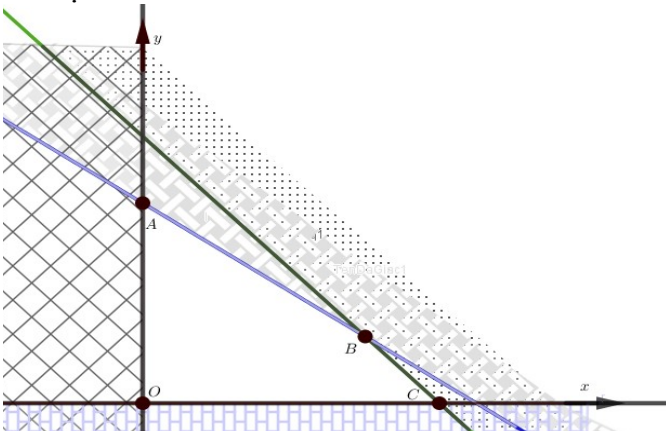
Gọi diện tích trồng mía là x, (đơn vị: sào, đk: $0 \le x \le 8$)

Gọi diện tích trồng ngô là y, (đơn vị: sào, đk: $0 \le y \le 8$)

Diện tích trồng mía và ngô dự định là 8 sào nên ta có bpt: $x + y \le 8$

Tổng số công cần dùng cho cả hai loại không vượt quá 90 nên ta có bpt: $10x + 15y \le 90$

Tổng số tiền lãi thu được là: $F = \frac{3}{2}x + 2y$ (đơn vị: triệu đồng)



Khi đó, ta đưa về bài toán tìm $(x; y)$ thỏa mãn hbpt: $\begin{cases} x + y \le 8 \\ 10x + 15y \le 90 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$ để $F = \frac{3}{2}x + 2y$ đạt giá trị lớn nhất.

Biểu diễn hình học tập nghiệm hbpt ta được miền nghiệm cuả hbpt là tứ giác $OABC$ kể cả biên,

với $\begin{cases} O(0;0) \\ A(0;6) \\ B(6;2) \\ C(8;0) \end{cases}$

$\Rightarrow Max\ F = \ F(6;2) = 13$

Câu 14: **[DS10.C4.5.D02.b]** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - x - 6 < 0$ là:

A. $(-2;3)$. **B.** $(-3;2)$ **C.** $(-\infty;-2) \cup (3;+\infty)$ **D.** $(-\infty;-3) \cup (2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$ -2 3 $+\infty$
x^2-x-6	$+$ 0 $-$ 0 $+$

Dựa vào bảng xét dấu ta có: $x^2-x-6<0\Leftrightarrow -2<x<3$.

Câu 15: **[DS10.C4.5.D02.b]** Tam thức bậc hai $y=x^2-2x-3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x<-2$ hoặc $x>6$. **B.** $-1<x<3$. **C.** $x<-1$ hoặc $x>3$. **D.** $x<-3$ hoặc $x>-1$.

Lời giải

Chọn C

$$x^2-2x-3>0\Leftrightarrow (x+1)(x-3)>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+1>0\\x-3>0\end{cases}\\\begin{cases}x+1<0\\x-3<0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>-1\\x>3\end{cases}\\\begin{cases}x<-1\\x<3\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>3\\x<-1\end{array}\right.$$

Vậy $x<-1$ hoặc $x>3$.

Câu 16: **[DS10.C4.5.D03.b]** Tập nghiệm của bất phương trình: $\dfrac{x^2+2x-8}{(x+1)^2}<0$ là:

A. $(-4;-1)\cup(-1;2)$. **B.** $(-4;-1)\cup(2;+\infty)$. **C.** $(-4;2)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn A

ĐKXĐ: $x\neq -1$ khi đó $(x+1)^2>0,\forall x\neq -1$ nên bất phương trình đã cho tương đương với BPT: $x^2+2x-8<0\Leftrightarrow -4<x<2$. Kết hợp đk ta được tập nghiệm: $S=(-4;-1)\cup(-1;2)$.

Câu 17: **[DS10.C4.5.D03.c]** Gọi M,m lần lượt là nghiệm nguyên lớn nhất và nhỏ nhất của bất phương trình $\dfrac{x^2-x-10}{x^2+2x-3}\geq 2$. Tính $M+m$.

A. -4. **B.** -3. **C.** -5. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

$$\frac{x^2-x-10}{x^2+2x-3}\geq 2\Leftrightarrow \frac{x^2-x-10}{x^2+2x-3}-2\geq 0\Leftrightarrow \frac{-x^2-5x-4}{x^2+2x-3}\geq 0$$

BXD:

x	$-\infty$		-4		-3		-1		1		$+\infty$
$VT(*)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	‖	$-$	

Tập nghiệm của bất phương trình: $S=[-4;-3)\cup[-1;1)$

Nghiệm nguyên nhỏ nhất: $m=-4$; nghiệm nguyên lớn nhất: $M=0$

$M+m=-4+0=-4$.

Câu 18: **[DS10.C4.5.D04.b]** Hệ bất phương trình $\begin{cases}x^2+6x+8\leq 0\\x^2+4x+3\leq 0\end{cases}$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} x^2+6x+8\le 0 \\ x^2+4x+3\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4\le x\le -2 \\ -3\le x\le -1 \end{cases} \Leftrightarrow -3\le x\le -2$. Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{-3;-2\}$.

Vậy hệ bất phương trình có hai nghiệm nguyên thoả mãn.

Ghi nhớ: nắm kĩ qui tắc xét dấu nhị thức bậc nhất và tam thức bậc hai đồng thời nhớ cách tìm giao- hợp- hiệu của các tập hợp số.

Câu 19: **[DS10.C4.5.D04.b]** Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x-m\le 0 \\ x^2-x-24\le 1-x \end{cases}$. Hệ đã cho có nghiệm khi và chỉ khi

A. $-5<m<5$. **B.** $m>-5$. **C.** $m>5$. **D.** $m\ge -5$.

Lời giải

Chọn D

Hệ tương đương: $\begin{cases} x\le m \\ -5\le x\le 5 \end{cases}$. Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow m\ge -5$.

Câu 20: **[DS10.C4.5.D05.c]** Bất phương trình $|x^2-4|\ge 4-x^2$ có tập nghiệm là:

A. $S=(-\infty;+\infty)$ ***B.*** $S=\{\pm 2\}$

C. $S=(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. ***D.*** $S=[-2;2]$

Lời giải

Chọn A

$$|x^2-4|\ge 4-x^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-4\ge 4-x^2 \\ x^2-4\le x^2-4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty) \\ x\in(-\infty;+\infty) \end{array}\right.$$

Ta có

$\Leftrightarrow x\in(-\infty;+\infty)$

Ghi nhớ :

$$|f(x)|\ge g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)\ge g(x) \\ f(x)\le -g(x) \end{array}\right.$$

Câu 21: **[DS10.C4.5.D07.a]** Cho tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c,(a\ne 0)$. Điều kiện cần và đủ để $f(x)\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$ là:

A. $\begin{cases} a<0 \\ \Delta\le 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a<0 \\ \Delta<0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a<0 \\ \Delta\ge 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a\le 0 \\ \Delta\le 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 22: **[DS10.C4.5.D07.b]** Cho tam thức bậc hai $f(x)=-2x^2+(m+2)x+m-4$. Tìm m để $f(x)$ luôn âm với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $-14\le m\le 2$. **B.** $-14<m<2$. **C.** $-2<m<14$. **D.** $m<-14$ hoặc $m>2$

Lời giải

Chọn B

$f(x)<0,\ \forall x\in\square \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2<0 \\ \Delta<0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2+12m-28<0 \Leftrightarrow -14<m<2$.

Câu 23: **[DS10.C4.5.D07.d]** Bất phương trình $\sqrt{x^2+x-2}\left(x^2-2mx+m^2-1\right)<0$ có nghiệm khi và chỉ khi $m\in(-\infty;a)\cup(b;+\infty)$. Tính a^2+b.

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

$\sqrt{x^2+x-2}\left(x^2-2mx+m^2-1\right)<0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x-2>0 \\ x^2-2mx+m^2-1<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;-2)\cup(1;+\infty) \\ x\in(m-1;m+1) \end{cases}$

Bất phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \left((-\infty;-2)\cup(1;+\infty)\right)\cap(m-1;m+1)\neq\varnothing$ (*)

Ta có $\left((-\infty;-2)\cup(1;+\infty)\right)\cap(m-1;m+1)=\varnothing \Leftrightarrow \begin{cases} -2\le m-1 \\ m+1\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1\le m\le 0$

Do đó $(*)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>0 \end{array}\right. \Rightarrow a=-1;b=0\Rightarrow a^2+b=1$.

Câu 24: **[DS10.C4.5.D10.c]** Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x+1}<2x-1$ là :

A. $[-1;0)\cup\left(\frac{5}{4};+\infty\right)$. **B.** $(-1;0)\cup\left(\frac{5}{4};+\infty\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{5}{4}\right)$. **D.** $\left(\frac{5}{4};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $\sqrt{x+1}<2x-1\Leftrightarrow \begin{cases} x+1\ge 0 \\ 2x-1>0 \\ x+1<(2x-1)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ x>\frac{1}{2} \\ x+1<4x^2-4x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ x>\frac{1}{2} \\ 4x^2-5x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ x>\frac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x<0 \\ x>\frac{5}{4} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x>\frac{5}{4}$ hay $x\in\left(\frac{5}{4};+\infty\right)$

Ghi nhớ: Công thức được sử dụng:

1) $\sqrt{A}<B\Leftrightarrow \begin{cases} A\ge 0 \\ B>0 \\ A<B^2 \end{cases}$ 2) $\sqrt{A}\le B\Leftrightarrow \begin{cases} A\ge 0 \\ B\ge 0 \\ A\le B^2 \end{cases}$

3) $\sqrt{A} > B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}B<0\\A\ge 0\end{cases}\\\begin{cases}B\ge 0\\A>B^2\end{cases}\end{array}\right.$ 4) $\sqrt{A} \ge B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}B<0\\A\ge 0\end{cases}\\\begin{cases}B\ge 0\\A\ge B^2\end{cases}\end{array}\right.$

Câu 25: **[HH10.C2.3.D01.b]** Tam giác ABC có $BC=a, AC=b, AB=c$, góc $A=120^\circ$. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. $a^2=b^2+c^2-3bc$. **B.** $a^2=b^2+c^2-bc$. **C.** $a^2=b^2+c^2+3bc$. **D.** $a^2=b^2+c^2+bc$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lý cosin trong tam giác, ta có

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2-2bc\cos 120^\circ=b^2+c^2+bc$.

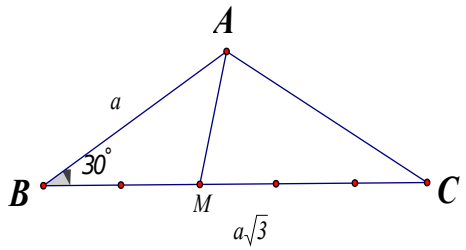
Câu 26: **[HH10.C2.3.D01.c]** Cho ΔABC có $B=30^\circ, AB=a, BC=a\sqrt{3}$, trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $5BM=2BC$.

Tính độ dài đoạn AM.

A. $\frac{a\sqrt{17}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{7}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



$BM=\frac{2}{5}BC=\frac{2a\sqrt{3}}{5}$.

Áp dụng định lí cô sin cho tam giác ABM ta có:

$AM^2=AB^2+BM^2-2AB.BM.\cos ABM=a^2+\left(\frac{2a\sqrt{3}}{5}\right)^2-2a.\frac{2a\sqrt{3}}{5}.\cos 30^\circ=\frac{7a^2}{25}$.

$AM=\frac{a\sqrt{7}}{5}$.

Câu 27: **[HH10.C2.3.D02.a]** Cho tam giác ABC có $AB=c, AC=b, BC=a$. Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\sin A = \dfrac{a}{2R}$. **B.** $a = R\sin A$. **C.** $R = \dfrac{a}{\sin A}$. **D.** $a = 2R\cos A$.

Lời giải

Chọn A

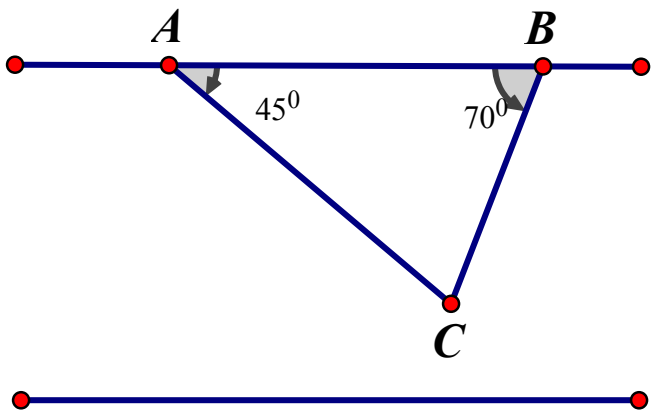
Theo định lí hàm số sin ta có $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \sin A = \dfrac{a}{2R}$.

Câu 28: **[HH10.C2.3.D02.b]** Muốn đo khoảng cách từ người A trên bờ đến chiếc thuyền C neo đậu trên sông, người ta chọn một điểm B trên bờ và đo được $AB = 160(m)$, $\widehat{CAB} = 45^\circ$, $\widehat{CBA} = 70^\circ$. Tính độ dài đoạn AC (xấp xỉ đến hàng phần trăm)

A. $74,87\ (m)$ **B.** $74,88\ (m)$ **C.** $165,93\ (m)$ **D.** $165,89\ (m)$

Lời giải

Chọn D



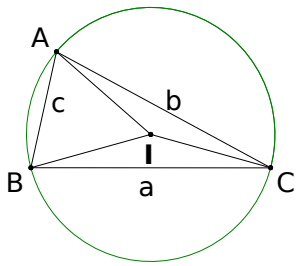
Ta có:

$\widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} - \widehat{B} = 180^\circ - 45^\circ - 70^\circ$

Áp dụng định lí hàm sin trong ΔABC ta có:

$\dfrac{AB}{\sin C} = \dfrac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \dfrac{AB}{\sin C}\sin B = \dfrac{160}{\sin 65^\circ}.\sin 70^\circ \approx 165,89$.

Ghi nhớ: Cho tam giác ABC có $BC = a,\ AC = b$, $AB = c$ và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp.



Ta có $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$.

Câu 29: **[HH10.C2.3.D03.a]** Cho tam giác ABC có $AB = c,\ BC = a,\ AC = b$. Gọi M là trung điểm của BC. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $AM=\dfrac{b^2+c^2}{2}-\dfrac{a^2}{4}$. **B.** $AM=\dfrac{b^2+c^2-2a^2}{4}$.

C. $AM=\dfrac{a}{2}$. **D.** $AM=\sqrt{\dfrac{b^2+c^2}{2}-\dfrac{a^2}{4}}$.

Lời giải

Chọn D

Theo công thức tính độ dài đường trung tuyến ta có:

$$AM^2=\frac{b^2+c^2}{2}-\frac{a^2}{4}\Rightarrow AM=\sqrt{\frac{b^2+c^2}{2}-\frac{a^2}{4}}$$

Câu 30: **[HH10.C2.3.D04.b]** Cho một tam giác có độ dài ba cạnh lần lượt là $13,14,15$. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó.

A. 2. **B.** 4. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$p=\frac{a+b+c}{2}=\frac{13+14+15}{2}=21.$$

$$S_{\Delta}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}=84.$$

Lại có: $S_{\Delta}=p.r\Rightarrow r=\dfrac{S_{\Delta}}{p}=\dfrac{84}{21}=4$.

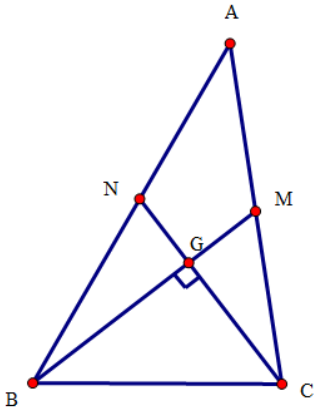
Vậy bán kính đường tròn nội tiếp tam giác $r=4$.

Câu 31: **[HH10.C2.3.D04.d]** Cho tam giác ABC có $BC=a$, góc A bằng α và hai đường trung tuyến BM,CN vuông góc với nhau. Diện tích $\mathrm{V}ABC$ là

A. $2a^2\sin\alpha$. **B.** $a^2\sin\alpha$. **C.** $2a^2\tan\alpha$. **D.** $a^2\tan\alpha$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right)$, $\overrightarrow{CN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}\right)$.

Do các đường trung tuyến BM,CN vuông góc với nhau nên

$$\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{CN}=0\Leftrightarrow\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right).\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}\right)=0\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}\left(\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{BA}\right)-\overrightarrow{BC}^2=0$$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{BC}^2 = 2a^2 \Leftrightarrow AB.AC.\cos\alpha = 2a^2 \Leftrightarrow AB.AC = \dfrac{2a^2}{\cos\alpha}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC.\sin\alpha = \dfrac{1}{2}.\dfrac{2a^2}{\cos\alpha}.\sin\alpha = a^2\tan\alpha$.

Câu 32: **[HH10.C2.3.D05.d]** Cho tam giác ABC có $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$. Nhận dạng tam giác ABC biết $\dfrac{1+\cos B}{\sin B} = \dfrac{2a+c}{\sqrt{4a^2-c^2}}$.

A. Tam giác cân. **B.** Tam giác vuông.

C. Tam giác đều. **D.** Tam giác có góc $60°$.

Lời giải

Chọn A

$$\frac{1+\cos B}{\sin B} = \frac{2a+c}{\sqrt{4a^2-c^2}} \Rightarrow \frac{(1+\cos B)^2}{\sin^2 B} = \frac{(2a+c)^2}{4a^2-c^2}$$

$$\Rightarrow \frac{(1+\cos B)^2}{1-\cos^2 B} = \frac{2a+c}{2a-c} \Rightarrow \frac{1+\cos B}{1-\cos B} = \frac{2a+c}{2a-c}$$

$$\Rightarrow 1+\frac{2\cos B}{1-\cos B} = 1+\frac{2c}{2a-c} \Rightarrow \frac{\cos B}{1-\cos B} = \frac{c}{2a-c}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos B} - 1 = \frac{2a}{c} - 1 \Rightarrow \cos B = \frac{c}{2a}.$$

Mặt khác theo định lý cosin: $\cos B = \dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$, do vậy ta có:

$$\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac} = \frac{c}{2a} \Rightarrow a^2+c^2-b^2 = c^2 \Rightarrow a^2-b^2 = 0 \Rightarrow a = b.$$

Vậy tam giác ABC cân tại C.

Câu 33: **[HH10.C2.3.D09.d]** Tam giác ABC có $\sin^2 A = \sin B.\sin C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\cos A = \dfrac{1}{2}$. **B.** $\cos A > \dfrac{1}{2}$. **C.** $\cos A < \dfrac{1}{2}$. **D.** $\cos A \ge \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng định lí sin: $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$. Suy ra

$\sin A = \dfrac{a}{2R}, \sin B = \dfrac{b}{2R}, \sin C = \dfrac{c}{2R}$.

Thay vào biểu thức $\sin^2 A = \sin B.\sin C$ ta được: $\left(\dfrac{a}{2R}\right)^2 = \dfrac{b}{2R}\cdot\dfrac{c}{2R} \Leftrightarrow a^2 = bc$.

Do đó $\cos A = \dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \dfrac{b^2+c^2-bc}{2bc} \ge \dfrac{2bc-bc}{2bc} = \dfrac{1}{2}$ (vì $b^2+c^2 \ge 2bc$).

Câu 34. **[DS10.C4.5.E03.b]** Giải bất phương trình $\dfrac{3x-1}{x+1} \ge 2$.

.

Lời giải

$$\frac{3x-1}{x+1}\ge 2\Leftrightarrow \frac{3x-1}{x+1}-\frac{2(x+1)}{x+1}\ge 0\Leftrightarrow \frac{3x-1-2x-2}{x+1}\ge 0\Leftrightarrow \frac{x-3}{x+1}\ge 0\Leftrightarrow x<-1\vee x\ge 3.$$

Câu 35. **[DS10.C4.5.E08.b]** Tìm m để $f(x)=mx^2-2mx+3>0\ \forall x\in R$.

Lời giải

Với $m=0$ thì bất phương trình trở thành $3>0$ luôn đúng với mọi $x\in R$ nên $m=0$ thỏa mãn.

Với $m\ne 0$ thì bất phương trình nghiệm đúng với $\forall x\in R$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m>0 \\ \Delta'<0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m^2-3m<0 \end{cases}\Leftrightarrow 0<m<3.$$

Kết luận: $0\le m<3$ là điều kiện cần tìm.

Câu 36. **[HH10.C2.3.E03.c]** Cho tam giác ABC có $AB=2, AC=3, \widehat{BAC}=60^\circ$. Tính độ dài BC và $\sin B$.

Lời giải

Áp dụng định lý cosin ta có

$$BC^2=AB^2+AC^2-2AB.AC.\cos A=4+9-2.2.3.\frac{1}{2}=7$$

$$\Rightarrow BC=\sqrt{7}.$$

Áp dụng định lý sin ta có $\frac{AC}{\sin B}=\frac{BC}{\sin A}\Rightarrow \sin B=\frac{AC}{BC}\sin A$

$$\Rightarrow \sin B=\frac{3}{\sqrt{7}}\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{21}}{14}.$$

ĐỀ SỐ 4 – GIỮA HK2 – VIỆT NAM BA LAN

Lời giải

Câu 1: **[DS10.C2.1.D02.b]** Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\frac{x^2+1}{1-x}}$ là

A. $D=(1;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $D=(-\infty;1)$. **D.** $D=(-\infty;1]$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} \frac{x^2+1}{1-x}\ge 0 \\ x\ne 1 \end{cases}\Leftrightarrow x<1$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=(-\infty;1)$.

Câu 2: **[DS10.C3.2.D01.c]** Phương trình $\frac{x-m}{x+1}=\frac{x-2}{x-1}$ có nghiệm duy nhất khi:

A. $m\ne 0$ và $m\ne -1$. **B.** $m\ne -1$. **C.** $m\ne 0$. **D.** Không có m.

Lời giải

Chọn A

Phương trình xác định khi $\begin{cases} x-1\neq 0 \\ x+1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\neq \pm 1$.

Phương trình $\dfrac{x-m}{x+1}=\dfrac{x-2}{x-1}\Leftrightarrow (x-m)(x-1)=(x+1)(x-2)$

$\Leftrightarrow x^2-x-mx+m=x^2-2x+x-2$

$\Leftrightarrow mx=m+2$.

Để phương trình có nghiệm duy nhất thì

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ \dfrac{m+2}{m}\neq -1 \\ \dfrac{m+2}{m}\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m+2\neq -m \\ m+2\neq m \quad (tm) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq -1 \end{cases}.$$

Câu 3: [DS10.C3.2.D05.c] Với giá trị nào của m thì phương trình $(m-1)x^2-2(m-2)x+m-3=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 và $x_1+x_2+x_1x_2<1$?

A. $1<m<3$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m>2$. **D.** $m>3$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 khi $\begin{cases} m-1\neq 0 \\ (m-2)^2-(m-1)(m-3)\geq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 1 \\ 1\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\neq 1$.

Khi đó $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{2(m-2)}{m-1} \\ x_1x_2=\dfrac{m-3}{m-1} \end{cases}$.

Theo đề, ta có $x_1+x_2+x_1x_2<1\Rightarrow \dfrac{2(m-2)}{m-1}+\dfrac{m-3}{m-1}<1\Leftrightarrow \dfrac{3m-7}{m-1}-1>0$

$\Leftrightarrow \dfrac{2m-6}{m-1}<0\Leftrightarrow 1<m<3$.

So với điều kiện, ta có $1<m<3$.

Câu 4: [DS10.C3.2.D13.a] Phương trình $x+\dfrac{1}{x-1}=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định $x\neq 1$.

Với điều kiện đó, phương trình đã cho tương đương

$x(x-1)+1=2x-1$

$\Leftrightarrow x^2-3x+2=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Đối chiếu điều kiện ta có $x=2$ là nghiệm duy nhất của phương trình.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 5: **[DS10.C3.2.D13.b]** Tập nghiệm của phương trình: $\frac{x^2}{3-x}+\frac{3x}{x-3}=0$ là

A. $S=\{3\}$. **B.** $S=\varnothing$. **C.** $S=\{0\}$. **D.** $S=\{0;3\}$.

Lời giải

Chọn C

PT $\Leftrightarrow \frac{-x^2}{x-3}+\frac{3x}{x-3}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 3 \\ -x^2+3x=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=0.$

Vậy tập nghiệm phương trình là $S=\{0\}$.

Câu 6: **[DS10.C3.2.D14.b]** Phương trình $|2x-8|+|x-6|=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

$|2x-8|+|x-6|=0\ (1)$

Vì $\begin{cases} |2x-8|\geq 0 \\ |x-6|\geq 0 \end{cases}, \forall x\in\mathbb{R}$ nên phương trình $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-8=0 \\ x-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=6 \end{cases} \Leftrightarrow x\in\varnothing$.

Vậy phương trình (1) vô nghiệm.

Câu 7: **[DS10.C3.2.D15.b]** Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-4x-4}=\sqrt{2x+5}$

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{3x^2-4x-4}=\sqrt{2x+5} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+5\geq 0 \\ 3x^2-4x-4=2x+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -\frac{5}{2} \\ 3x^2-6x-9=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -\frac{5}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho là: $-1+3=2$.

Câu 8: **[DS10.C3.2.D16.d]** Tích các nghiệm của phương trình $x^2+2x\sqrt{x-\frac{1}{x}}=3x+1$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D.

Xét phương trình: $x^2+2x\sqrt{x-\frac{1}{x}}=3x+1\ (1)$

Điều kiện: $\begin{cases}x\neq 0\\ x-\frac{1}{x}\geq 0\end{cases}$

Chia hai vế phương trình cho $x\neq 0$ ta được:

$$(1)\Leftrightarrow x-\frac{1}{x}+2\sqrt{x-\frac{1}{x}}-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x-\frac{1}{x}}=1\\ \sqrt{x-\frac{1}{x}}=-3(loai)\end{array}\right.$$

Với $\sqrt{x-\frac{1}{x}}=1 \Leftrightarrow x-\frac{1}{x}=1 \Leftrightarrow x^2-x-1=0$. Vì $ac=-1<0$ nên phương trình này có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn điều kiện và có tích là $x_1x_2=-1$.

Câu 9: **[DS10.C4.1.D01.b]** Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau

A. $|x|-|y|\leq|x-y|$. **B.** $|x|\geq x$.

C. $|x|\geq -x$. **D.** $|x|<2\Leftrightarrow x<-2$ hoặc $x>2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|x|<2\Leftrightarrow -2<x<2$, suy ra khẳng định D sai.

Câu 10: **[DS10.C4.2.D01.a]** Tìm điều kiện của bất phương trình $\sqrt{x+2}>\frac{12x}{x-2}$.

A. $\begin{cases}x+2>0\\ x-2\neq 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x+2\geq 0\\ x-2\neq 0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x+2\neq 0\\ x-2\geq 0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x+2\neq 0\\ x-2>0\end{cases}$.

.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định của BPT: $\begin{cases}x+2\geq 0\\ x-2\neq 0\end{cases}$.

Câu 11: **[DS10.C4.2.D05.c]** Hệ bất phương trình $\begin{cases}mx\leq m-3\\ (m+3)x\geq m-9\end{cases}$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

A. $m=1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn A

Hệ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $\begin{cases}m(m+3)>0\\ \frac{m-3}{m}=\frac{m-9}{m+3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\in(-\infty;-3)\cup(0;+\infty)\\ m=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow m=1$.

Câu 12: **[DS10.C4.3.D01.a]** Số -2 thuộc tập nghiệm của bất phương trình nào?

A. $3x+2>0$. **B.** $-2x-1<0$. **C.** $4x-5<0$. **D.** $3x-1>0$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Thay $x=-2$ lần lượt vào phương án A, B, C, D thì phương án C là đúng.

Cách 2:

+ $3x+2>0 \Leftrightarrow x>-\frac{2}{3}$ và $-2>-\frac{2}{3}$

+ $-2x-1<0 \Leftrightarrow x>-\frac{1}{2}$ và $-2>-\frac{1}{2}$

+ $4x-5<0 \Leftrightarrow x<\frac{5}{4}$ và $-2<\frac{5}{4}$

+ $3x-1>0 \Leftrightarrow x>\frac{1}{3}$ và $-2>\frac{1}{3}$

Câu 13: **[DS10.C4.3.D02.a]** Cho nhị thức bậc nhất $f(x)=2-3x$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. $f(x)<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $f(x)<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\frac{2}{3}\right)$.

C. $f(x)>0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $f(x)>0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Nhị thức bậc nhất $f(x)=2-3x$ có nghiệm $x=\frac{2}{3}$ và hệ số $a=-3<0$, suy ra $f(x)>0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\frac{2}{3}\right)$ và $f(x)<0 \Leftrightarrow x\in\left(\frac{2}{3};+\infty\right)$.

Câu 14: **[DS10.C4.3.D04.b]** Tập nghiệm của bất phương trình $|5x-4|\ge 6$ có dạng $S=(-\infty;a]\cup[b;+\infty)$. Tính tổng $P=5a+b$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

$$|5x-4|\ge 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}5x-4\ge 6\\5x-4\le -6\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\ge 2\\x\le -\frac{2}{5}\end{array}\right. \Rightarrow S=\left(-\infty;\frac{-2}{5}\right]\cup[2;+\infty)$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l}a=-\frac{2}{5}\\b=2\end{array}\right. \Rightarrow P=5a+b=0$$

Câu 15: **[DS10.C4.3.D04.c]** Tập nghiệm của bất phương trình $|2x-3|\le x+12$

A. $S=[-3;15]$. **B.** $S=(-\infty;-3]$.

C. $S=(-\infty;15]$. **D.** $S=(-\infty;-3]\cup[15;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$|2x-3| \le x+12 \Leftrightarrow -x-12 \le 2x-3 \le x+12 \Leftrightarrow -3 \le x \le 15$.

Vậy $S=[-3;15]$.

Câu 16: **[DS10.C4.3.D05.b]** Bất phương trình $ax+b>0$ có tập nghiệm là R khi và chỉ khi

A. $\begin{cases} a>0 \\ b>0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a=0 \\ b>0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a=0 \\ b\neq 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a=0 \\ b\le 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

+ Với $\begin{cases} a>0 \\ b>0 \end{cases}$ thì $ax+b>0$ có tập nghiệm $T=\left(-\frac{b}{a};+\infty\right)$, đáp án A sai.

+ Với $\begin{cases} a=0 \\ b>0 \end{cases}$ thì $b>0$ có tập nghiệm $T=R$, đáp án B đúng.

+ Với $\begin{cases} a=0 \\ b\neq 0 \end{cases}$ thì $ax>0$ có tập nghiệm $T=(0;+\infty)$, đáp án C sai.

+ Với $\begin{cases} a=0 \\ b\le 0 \end{cases}$ thì $b>0$ vô nghiệm, đáp án D sai.

Câu 17: **[DS10.C4.3.D06.b]** Bất phương trình $\frac{2-x}{2x+1}>0$ có tập nghiệm là

A. $S=\left[-\frac{1}{2};2\right]$. **B.** $S=\left(-\frac{1}{2};2\right)$. **C.** $S=\left(\frac{1}{2};2\right)$. **D.** $S=\left(-\frac{1}{2};2\right]$.

Lời giải

Chọn B

Ta có dấu của bất phương trình $\frac{2-x}{2x+1}>0$ cũng là dấu của bất phương trình $(2-x)(2x+1)>0$

$(2-x)(2x+1)>0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}<x<2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(-\frac{1}{2};2\right)$.

Câu 18: **[DS10.C4.5.D01.a]** Cho tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ có $\Delta=b^2-4ac>0$. Gọi $x_1;x_2\ (x_1<x_2)$ là hai nghiệm phân biệt của $f(x)$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a khi $x_1<x<x_2$.

B. $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a khi $x<x_1$ hoặc $x>x_2$.

C. $f(x)$ luôn âm với mọi $x\in$ □.

D. $f(x)$ luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Theo định lí về dấu của tam thức bậc hai.

Câu 19: [DS10.C4.5.D01.a] Bảng xét dấu sau là của biểu thức nào?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

A. $f(x)=x^2+3x+2$. **B.** $f(x)=(x-1)(-x+2)$.

C. $f(x)=-x^2-3x+2$. **D.** $f(x)=x^2-3x+2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 20: [DS10.C4.5.D01.a] Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $f(x)=3x^2+2x-5$ là tam thức bậc hai. **B.** $f(x)=3x^3+2x-5$ là tam thức bậc hai.

C. $f(x)=x^4-x^2+1$ là tam thức bậc hai. **D.** $f(x)=2x-4$ là tam thức bậc hai.

Lời giải

Chọn A

Câu 21: [DS10.C4.5.D01.b] Cho các mệnh đề

(I) với mọi $x \in [1;4]$ thì $-x^2+4x+5 \geq 0$.

(II) với mọi $x \in (-\infty;4) \cup (5;10)$ thì $x^2+9x-10>0$.

(III) với mọi $x \in [2;3]$ thì $x^2-5x+6 \leq 0$.

A. Mệnh đề (I), (III) đúng. **B.** Chỉ mệnh đề (I) đúng.

C. Chỉ mệnh đề (III) đúng. **D.** Cả ba mệnh đề đều sai.

Lời giải

Chọn A

Ta có $-x^2+4x+5 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 5$. Vậy (I) đúng.

$x^2+9x-10>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-10 \\ x>1 \end{array}\right.$. Vậy (II) sai.

$x^2-5x+6 \leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3$. Vậy (III) đúng.

Câu 22: [DS10.C4.5.D02.b] Bất phương trình có tập nghiệm $S=(2;10)$ là

A. $(x-2)^2\sqrt{10-x}>0$. **B.** $x^2-12x+20>0$.

C. $x^2-3x+2>0$. **D.** $x^2-12x+20<0$.

Lời giải

Chọn D

• Xét đáp án A: $(x-2)^2\sqrt{10-x}>0$

Ta thấy $(x-2)^2>0$, $\forall x \neq 2$ và $\sqrt{10-x}>0$ với mọi $x<10$.

$\Rightarrow$ Tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;10)\setminus\{2\}$.

$x^2-12x+20>0\Leftrightarrow(x-2)(x-10)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<2\\x>10\end{array}\right.$

• Xét đáp án B:

$\Rightarrow$ Tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;2)\cup(10;+\infty)$.

$x^2-3x+2>0\Leftrightarrow(x-1)(x-2)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<1\\x>2\end{array}\right.$

• Xét đáp án C:

$\Rightarrow$ Tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

• Xét đáp án D: $x^2-12x+20<0\Leftrightarrow(x-2)(x-10)<0\Leftrightarrow 2<x<10$.

$\Rightarrow$ Tập nghiệm của bất phương trình là $S=(2;10)$

Câu 23: [DS10.C4.5.D02.b] Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2-8x+7\geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S?

A. $(-\infty;0]$. **B.** $(-\infty;-1]$. **C.** $[8;+\infty)$. **D.** $[6;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$x^2-8x+7\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\leq 1\\x\geq 7\end{array}\right.$.

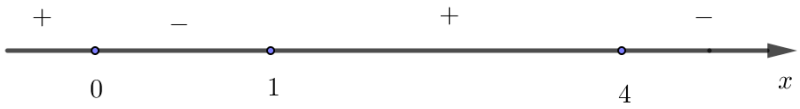
Suy ra $S=(-\infty;1]\cup[7;+\infty)$. Do đó $[6;+\infty)\not\subset S$.

Câu 24: [DS10.C4.5.D03.b] Với x thuộc tập nào dưới đây thì $f(x)=x(5x+2)-x(x^2+6)$ không dương

A. $(1;4)$. **B.** $[1;4]$. **C.** $[0;1]\cup[4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C.



$f(x)\leq 0\Leftrightarrow x(5x+2-x^2-6)\leq 0\Leftrightarrow x(-x^2+5x-4)\leq 0\ (2)$

Có $x(-x^2+5x-4)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=4\end{array}\right.$

$(2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0\leq x\leq 1\\x\geq 4\end{array}\right.$.

Vậy $f(x)\leq 0\Leftrightarrow x\in[0;1]\cup[4;+\infty)$.

Câu 25: [DS10.C4.5.D03.c] Tổng bình phương các nghiệm nguyên của bất phương trình $\dfrac{(x^2-1)(2x^2+3x-5)}{4-x^2}\geq 0$ là

A. 5. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

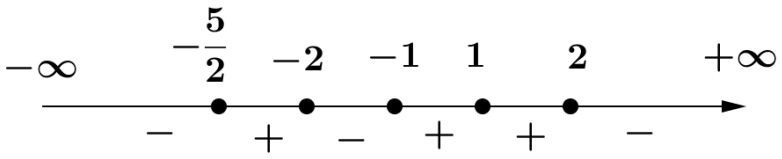
Ta có:

$x^2-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

$2x^2+3x-5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-\dfrac{5}{2}\end{array}\right.$.

$4-x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\end{array}\right.$.

Trục xét dấu:



Tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left[-\dfrac{5}{2};-2\right)\cup[-1;2)$

Tổng bình phương các nghiệm nguyên bất phương trình là: $(-1)^2+(0)^2+(1)^2=2$.

Câu 26: **[DS10.C4.5.D04.b]** Tập nghiệm của hệ $\begin{cases}x^2-7x+6\le 0\\x^2-8x+15\le 0\end{cases}$

A. $S=[5;6]$. **B.** $S=[1;6]$. **C.** $S=[1;3]$. **D.** $S=[3;5]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases}x^2-7x+6\le 0\\x^2-8x+15\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1\le x\le 6\\3\le x\le 5\end{cases}\Leftrightarrow 3\le x\le 5$.

Câu 27: **[DS10.C4.5.D05.c]** Bất phương trình $\left|x^4-2x^2-3\right|\le x^2-5$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 0. **B.** 1.

C. 2. **D.** Nhiều hơn 2 nhưng hữu hạn

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=x^2\,(t\ge 0)$.

Khi đó bất phương trình trở thành $\left|t^2-2t-3\right|\le t-5$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}t^2-2t-3\ge 0\\ t^2-2t-3\le t-5\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}t^2-2t-3<0\\ -t^2+2t+3\le t-5\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}t^2-2t-3\ge 0\\ t^2-3t+2\le 0\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}t^2-2t-3<0\\ -t^2+t+8\le 0\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}t\le -1\\ t\ge 3\end{array}\right.\\ 1\le t\le 2\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}-1<t<3\\ \left[\begin{array}{l}t\le \dfrac{1-\sqrt{33}}{2}\\ t\ge \dfrac{1+\sqrt{33}}{2}\end{array}\right.\end{array}\right.\end{array}\right. \Rightarrow$$ Vô nghiệm.

Vậy bất phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 28: **[DS10.C4.5.D06.d]** Tìm m để mọi $x\in[0;+\infty)$ đều là nghiệm của bất phương trình $(m^2-1)x^2-8mx+9-m^2\ge 0$

A. $m\in\varnothing$. **B.** $m\in[-3;-1]$. **C.** $m\in(-3;-1)$. **D.** $m\in\{-3;-1\}$.

Lời giải

Chọn C

$(m^2-1)x^2-8mx+9-m^2\ge 0\ (1)$

+) $m^2-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-1\end{array}\right.$

Với $m=1$ bất phương trình có dạng $-8x+8\ge 0\Leftrightarrow x\le 1$. Do đó $m=1$ không thoả mãn.

Với $m=-1$ bất phương trình có dạng $8x+8\ge 0\Leftrightarrow x\ge -1$. Do đó $m=-1$ là một giá trị cần tìm.

+) $m^2-1\ne 0\Leftrightarrow m\ne\pm 1$. Khi đó vế trái là tam thức bậc hai có $\Delta'=m^4+6m^2+9>0\ \forall m$ nên

tam thức luôn có 2 nghiệm $x_1<x_2$.

Suy ra mọi $x\in[0;+\infty)$ đều là nghiệm của bất phương trình $(m^2-1)x^2-8mx+9-m^2\ge 0$ khi và chỉ khi

$$\left\{\begin{array}{l}m^2-1>0\\ x_1<x_2\le 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m^2-1>0\\ x_1+x_2=\dfrac{8m}{m^2-1}<0\\ x_1x_2=\dfrac{9-m^2}{m^2-1}\ge 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}m>1\\ m<-1\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l}0<m<1\\ m<-1\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l}-3\le m<-1\\ 1<m\le 3\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow -3\le m<-1.$$

Từ đó suy ra $m\in[-3;-1]$.

Câu 29: **[DS10.C4.5.D07.c]** Tìm m để $f(x)=(m^2+2)x^2-2(m+1)x+1$ luôn dương với mọi x.

A. $m<\frac{1}{2}$. **B.** $m\ge\frac{1}{2}$. **C.** $m>\frac{1}{2}$. **D.** $m\le\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Nhận thấy $m^2+2>0$ với mọi m nên $f(x)$ là một tam thức bậc 2.

Để $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a=m^2+2>0\\ \Delta=\left[-2(m+1)\right]^2-4(m^2+2)<0\end{cases}$.

$\Leftrightarrow 8m-4<0\Leftrightarrow m<\frac{1}{2}$.

Câu 30: **[DS10.C4.5.D10.a]** Tập nghiệm của bất phương trình $x+\sqrt{x-2}\le 2+\sqrt{x-2}$ là

A. $S=[2;+\infty)$. **B.** $S=\{2\}$. **C.** $S=(-\infty;2)$. **D.** $S=\varnothing$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x+\sqrt{x-2}\le 2+\sqrt{x-2}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x-2\ge 0\\ x\le 2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\ x\le 2\end{cases}$

$\Leftrightarrow x=2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S=\{2\}$.

Câu 31: **[DS10.C4.5.D10.b]** Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-2019}>\sqrt{2019-x}$ là:

A. $\mathrm{S}=(-\infty;2018)$. **B.** $\mathrm{S}=(2018;+\infty)$. **C.** $\mathrm{S}=\varnothing$. **D.** $\mathrm{S}=\{2018\}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases}x-2019\ge 0\\ x-2019\le 0\end{cases}\Leftrightarrow x=2019.$

$\sqrt{x-2019}>\sqrt{2019-x}\Leftrightarrow x-2019>2019-x\Leftrightarrow x>2019$ không thỏa điều kiện.

Vậy $\mathrm{S}=\varnothing$.

Câu 32: **[DS10.C4.5.D10.c]** Tính tổng các nghiệm nguyên thuộc $[-5;5]$ của bất phương trình $\sqrt{x^2-9}\left(\frac{3x-1}{x+5}\right)\le x\sqrt{x^2-9}(*)$

A. 2. **B.** 12. **C.** 0. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

$\sqrt{x^2-9}\left(\frac{3x-1}{x+5}\right)\le x\sqrt{x^2-9}(*)$

Điều kiện: $\begin{cases} x^2-9\ge 0 \\ x+5\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\ge 3 \\ x\le -3 \end{array}\right. \\ x\ne -5 \end{cases}$.

- Nếu $\sqrt{x^2-9}=0\Leftrightarrow x=\pm 3$, bất phương trình đúng.

- Nếu $\sqrt{x^2-9}>0$, $\Leftrightarrow \dfrac{3x-1}{x+5}\le x \Leftrightarrow \dfrac{-x^2-2x-1}{x+5}\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ \dfrac{-1}{x+5}\le 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x>-5 \end{array}\right.$

Mà $x\in[-5;5]$.

Nên $x\in(-5;-3]\cup[3;5)$.

Do đó tổng tất cả các nghiệm nguyên thuộc $[-5;5]$ của bất phương trình là:
$-4+(-3)+3+4=0$.

Câu 33: **[DS10.C4.5.D12.d]** Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{2x+4}-2\sqrt{2-x}>\dfrac{12x-8}{\sqrt{9x^2+16}}$ là

A. $S=\left(-\infty;\dfrac{2}{3}\right)\cup\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3};+\infty\right)$.

B. $S=[-2;1)\cup\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3};3\right]$.

C. $S=\left[-2;\dfrac{2}{3}\right)\cup\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3};2\right]$.

D. $S=\left(-2;\dfrac{2}{3}\right)\cup\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3};2\right)$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình: $\sqrt{2x+4}-2\sqrt{2-x}>\dfrac{12x-8}{\sqrt{9x^2+16}}$.

Điều kiện: $-2\le x\le 2$.

Bất phương trình tương đương: $\dfrac{6x-4}{\sqrt{2x+4}+2\sqrt{2-x}}>\dfrac{12x-8}{\sqrt{9x^2+16}}$. (*)

+ Với $x=\dfrac{2}{3}$ không thỏa mãn.

+ Với $x\in\left(\dfrac{2}{3};2\right]$, ta có:

$(*)\Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{2x+4}+2\sqrt{2-x}}>\dfrac{2}{\sqrt{9x^2+16}}\Leftrightarrow \sqrt{9x^2+16}>2\left(\sqrt{2x+4}+2\sqrt{2-x}\right)$

$\Leftrightarrow 9x^2+16>4\left(2x+4+8-4x+4\sqrt{(2x+4)(2-x)}\right)\Leftrightarrow 9x^2-32>8\left(2\sqrt{8-2x^2}-x\right)$

$\Leftrightarrow 9x^2-32>8\dfrac{32-9x^2}{2\sqrt{8-2x^2}+x}\Leftrightarrow \left(9x^2-32\right)\left(1+\dfrac{8}{2\sqrt{8-2x^2}+x}\right)>0 \Leftrightarrow 9x^2-32>0$

$\Leftrightarrow x<-\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$ hoặc $x>\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

Suy ra $S_1 = \left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; 2 \right]$.

+ Với $x \in \left[-2; \frac{2}{3} \right)$, ta có: $(*) \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2x+4}+2\sqrt{2-x}} < \frac{2}{\sqrt{9x^2+16}}$

$\Leftrightarrow \sqrt{9x^2+16} < 2\left(\sqrt{2x+4}+2\sqrt{2-x} \right)$, đúng với $\forall x \in \left[-2; \frac{2}{3} \right)$

$\Leftrightarrow 9x^2+16 < 4\left(2x+4+8-4x+4\sqrt{(2x+4)(2-x)} \right) \Leftrightarrow 9x^2-32 < 8\left(2\sqrt{8-2x^2}-x \right)$

$\Leftrightarrow 9x^2-32 < 8\frac{32-9x^2}{2\sqrt{8-2x^2}+x} \Leftrightarrow \left(9x^2-32 \right)\left(1+\frac{8}{2\sqrt{8-2x^2}+x} \right) < 0 \Leftrightarrow 9x^2-32 < 0$

$\Leftrightarrow -\frac{4\sqrt{2}}{3} < x < \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Suy ra $S_2 = \left[-2; \frac{2}{3} \right)$.

Vậy bất phương trình có tập nghiệm $S = S_1 \cup S_2 = \left[-2; \frac{2}{3} \right) \cup \left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; 2 \right]$.

Câu 34: **[HH10.C2.3.D01.a]** Cho tam giác ABC có $AB = 4,\ AC = 6,\ \widehat{BAC} = 60°$. Cạnh BC bằng

A. $\sqrt{24}$. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** 28. **D.** $\sqrt{52}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng định lý cosin cho tam giác ABC, ta có:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos \widehat{BAC}$

$= 4^2 + 6^2 - 2.4.6.\cos 60°$

$= 28$

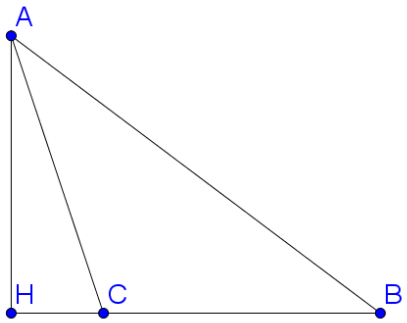
$\Rightarrow BC = 2\sqrt{7}.$

Câu 35: **[HH10.C2.3.D01.c]** Cho tam giác ABC có $BC = 5, AB = 9, \cos \widehat{C} = -\frac{1}{10}$. Tính độ dài đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC.

A. $\frac{21\sqrt{11}}{40}$. **B.** $\frac{21\sqrt{11}}{10}$. **C.** $\frac{\sqrt{462}}{40}$. **D.** $\frac{\sqrt{462}}{10}$.

Lời giải

Chọn B



Do $\cos \widehat{ACB} = -\frac{1}{10} \Rightarrow \widehat{ACB} > 90^o$.

$\Rightarrow \Delta ABC$ như hình vẽ.

Áp dụng hệ quả ĐL cosin cho tam giác ABC ta có:

$\cos \widehat{ACB} = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC.BC} \Leftrightarrow -\frac{1}{10} = \frac{AC^2 + 5^2 - 9^2}{2AC.5} \Rightarrow AC = 7$.

Khi đó: $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB.BC} = \frac{9^2 + 5^2 - 7^2}{2.9.5} = \frac{19}{30}$.

Mà $\sin^2 \widehat{ABC} + \cos^2 \widehat{ABC} = 1 \Rightarrow \sin \widehat{ABC} = \frac{7\sqrt{11}}{30}$.

Xét ΔAHB vuông tại H, ta có: $\sin \widehat{ABH} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{7\sqrt{11}}{30} = \frac{AH}{9} \Rightarrow AH = \frac{21\sqrt{11}}{10}$.

Câu 36: **[HH10.C2.3.D01.d]** Cho tam giác ABC có $BC = a$; $\widehat{A} = \alpha$ và hai đường trung tuyến BM, CN vuông góc với nhau. Diện tích tam giác ABC là:.

A. $a^2 \cos\alpha$. **B.** $a^2 \cos\alpha$.

C. $a^2 \sin\alpha$. **D.** $a^2 \tan\alpha$.

Lời giải

Chọn D

Trong tam giác ABC với $BC = a$; $AC = b$, $AB = c$.

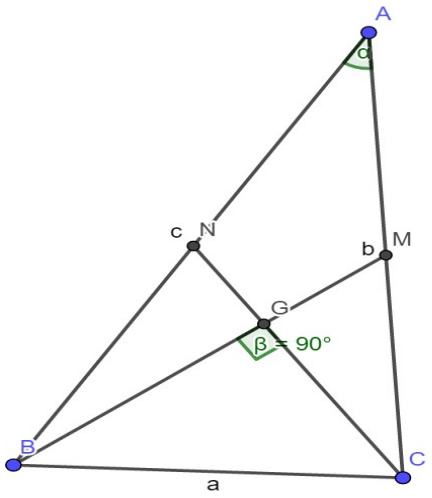
Tam giác ABC có hai đường trung tuyến BM, CN vuông góc với nhau khi và chỉ khi $b^2 + c^2 = 5a^2$ (1).

Mặt khác theo định lí cô sin trong tam giác, ta có $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $a^2 = 5a^2 - 2bc\cos A \Leftrightarrow bc = \frac{2a^2}{\cos A}$.

Diện tích tam giác $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}.bc.\sin A = \frac{1}{2}.\frac{2a^2}{\cos A}.\sin A = a^2.\tan A = a^2 \tan\alpha$.

Chứng minh bài toán: Tam giác ABC có hai đường trung tuyến BM, CN vuông góc với nhau khi và chỉ khi $b^2 + c^2 = 5a^2$ (1).



Ta có: $CG^2 = \frac{4}{9}CN^2 = \frac{4}{9}\left(\frac{a^2+b^2}{2} - \frac{c^2}{4}\right) = \frac{2a^2+2b^2-c^2}{9}$.

Tương tự, ta có $BG^2 = \frac{2a^2+2c^2-b^2}{9}$.

Do $BM \perp CN \Leftrightarrow BG^2 + CG^2 = BC^2 \Rightarrow \frac{2a^2+2b^2-c^2}{9} + \frac{2a^2+2c^2-b^2}{9} = a^2$

$\Leftrightarrow b^2 + c^2 = 5a^2$.

Câu 37: **[HH10.C2.3.D02.a]** Cho ΔABC có $AB = c, BC = a, CA = b$, bán kính đường tròn ngoại tiếp là R. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $b = 2R\sin A$. **B.** $c = 2R\sin C$. **C.** $\frac{a}{\sin A} = 2R$. **D.** $b = \frac{a.\sin B}{\sin A}$.

Lời giải

Chọn A

Theo định lý sin ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \ (1)$.

Từ công thức $(1) \Rightarrow b = 2R\sin B$ nên phương án A sai.

Từ công thức $(1) \Rightarrow c = 2R\sin C$ nên phương án B đúng.

Từ công thức $(1) \Rightarrow \frac{a}{\sin A} = 2R$ nên phương án C đúng.

Từ công thức $(1) \Rightarrow b = \frac{a.\sin B}{\sin A}$ nên phương án D đúng.

Câu 38: **[HH10.C2.3.D03.b]** Cho tam giác ABC có $AB = 8, BC = 10, CA = 6$, M là trung điểm của BC. Độ dài trung tuyến AM bằng:

A. 5. **B.** $\sqrt{24}$. **C.** 25. **D.** $\sqrt{26}$.

Lời giải

Chọn A

Trong tam giác ABC ta có,

$$AM^2=\frac{AB^2+AC^2}{2}-\frac{BC^2}{4}=\frac{8^2+6^2}{2}-\frac{10^2}{4}=25\Rightarrow AM=5$$

Câu 39: **[HH10.C2.3.D04.b]** Cho tam giác ABC có $AB=8$, $AC=18$ và diện tích bằng 64. Tính $\sin A$?

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{8}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức tính diện tích ΔABC:

$$S=\frac{1}{2}AB.AC.\sin A\Rightarrow \sin A=\frac{2S}{AB.AC}=\frac{2.64}{8.18}=\frac{8}{9}.$$

Câu 40: **[HH10.C2.3.D04.c]** Cho tam giác ABC có $AB=5$, $BC=7$, $CA=8$. Bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

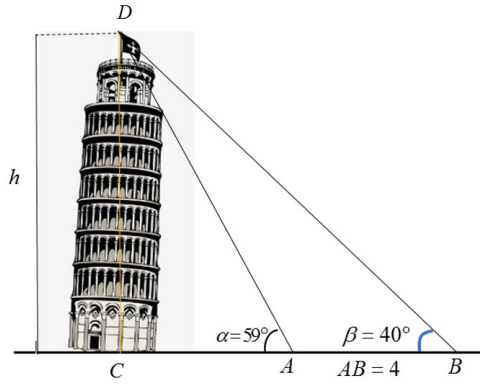
Chọn C

Đặt $c=AB$, $a=BC$, $b=CA$, $p=\frac{a+b+c}{2}=10$.

Diện tích tam giác ABC bằng $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=10\sqrt{3}$.

Bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC $r=\frac{S}{p}=\sqrt{3}$.

Câu 41: **[HH10.C2.3.D07.c]** Với các số đo trên hình vẽ sau, chiều cao h của tháp nghiêng Pisa gần với giá trị nào nhất?



A. 8. **B.** 7.5. **C.** 6.5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Xét tam giác ABD ta có: $\widehat{BAD}=121°\Rightarrow \widehat{ADB}=19°$.

Lại có: $\frac{AD}{\sin 40°}=\frac{AB}{\sin 19°}\Rightarrow AD=\frac{4.\sin 40°}{\sin 19°}\approx 7,9$.

Xét tam giác CAD vuông tại C có: $h=CD=AD.\sin 59°\approx 6.8$.

Câu 42: **[HH10.C3.1.D01.a]** Cho đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases} x = 5t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$. Trong các điểm sau đây điểm nào không thuộc Δ

A. $M(-5;6)$. **B.** $M(5;3)$. **C.** $M(0;3)$. **D.** $M(5;0)$.

Lời giải

Chọn B

Với $M(-5;6)$ thay $x = -5, y = 6$ vào phương trình $\begin{cases} x = 5t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$ ta có:

$\begin{cases} -5 = 5t \\ 6 = 3 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \end{cases} \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow M \in d.$

Với $M(5;3)$ thay $x = 5, y = 3$ vào phương trình $\begin{cases} x = 5t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$ ta có:

$\begin{cases} 5 = 5t \\ 3 = 3 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 0 \end{cases} (VN) \Rightarrow M \notin d.$

Với $M(0;3)$ thay $x = 0, y = 3$ vào phương trình $\begin{cases} x = 5t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$ ta có:

$\begin{cases} 0 = 5t \\ 3 = 3 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow M \in d.$

Với $M(5;0)$ thay $x = 0, y = 5$ vào phương trình $\begin{cases} x = 5t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$ ta có:

$\begin{cases} 5 = 5t \\ 0 = 3 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 1 \end{cases} \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow M \in d.$

Câu 43: **[HH10.C3.1.D02.a]** Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-3}{-1}$ có môt véc tơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_4} = (1;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_1} = (1;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (2;-1)$. **D.** $\overrightarrow{u_2} = (-1;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-3}{-1}$ có một véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_3} = (2;-1)$.

Câu 44: **[HH10.C3.1.D02.b]** Cho đường thẳng $\Delta : x - 3y + 2 = 0$. Vectơ nào sau đây **không** phải vectơ pháp tuyến của Δ?

A. $\overrightarrow{n_2} = (-2;6)$. **B.** $\overrightarrow{n_1} = (1;-3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3} = \left(\dfrac{1}{3};-1\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (3;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có, vectơ pháp tuyến của Δ có dạng $k\vec{n} = (k;-3k)$ với $k \neq 0$.
Đối chiếu các đáp án suy ra D sai.

Câu 45: **[HH10.C3.1.D03.b]** Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1)$ và $B(-6;2)$ là

A. $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-6-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1-t \end{cases}$.

.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng AB đi qua hai điểm $A(3;-1)$ và $B(-6;2)$ nên đường thẳng AB nhận $\overrightarrow{AB}=(-9;3)$ làm véc tơ chỉ phương hay nhận $u=(3;-1)$ làm véc tơ chỉ phương.

Vậy đường thẳng AB đi qua $A(3;-1)$ và nhận $u=(3;-1)$ làm véc tơ chỉ phương có phương trình tham số là $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1-t \end{cases}$.

Câu 46: **[HH10.C3.1.D04.b]** Đường thẳng đi qua $M(2;0)$, song song với đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=-4+5t \\ y=1-t \end{cases}$ có phương trình tổng quát là

A. $x+5y-2=0$. **B.** $5x-y-10=0$. **C.** $x+5y+1=0$. **D.** $2x+10y-13=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi d là đường thẳng đi qua $M(2;0)$ và song song với đường thẳng Δ.

Đường thẳng Δ có VTCP $\vec{u}=(5;-1)$, thì đường thẳng d có VTCP $\vec{u}=(5;-1)$.

Suy ra đường thẳng d có VTPT $\vec{n}=(1;5)$.

Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua $M(2;0)$, VTPT $\vec{n}=(1;5)$ có dạng:

$$(x-2)+5(y-0)=0 \Leftrightarrow x+5y-2=0.$$

Câu 47: **[HH10.C3.1.D04.b]** Cho tam giác ABC có $A(1;1), B(0;-2), C(4;2)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác là

A. $2x+y-3=0$. **B.** $x+y-2=0$. **C.** $x+2y-3=0$. **D.** $x+y=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi M là trung điểm của cạnh $BC \Rightarrow M(2;0)$.

$\overrightarrow{AM}=(1;-1)$.

Đường thẳng AM đi qua điểm $A(1;1)$ nhận $\vec{n}=(1;1)$ làm một vectơ pháp tuyến có phương trình là:

$1.(x-1)+1.(y-1)=0 \Leftrightarrow x+y-2=0$.

Câu 48: **[HH10.C3.1.D04.c]** Cho tam giác ABC có trực tâm $H(1;1)$, phương trình cạnh $AB: 5x-2y+6=0$, phương trình cạnh $AC: 4x+7y-21=0$ thì phương trình cạnh BC là

A. $x-2y-14=0$. **B.** $x-2y+14=0$.

C. $x+2y-14=0$. **D.** $4x+2y+1=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A=AB\cap AC$ nên tọa độ của A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}5x-2y+6=0\\4x+7y-21=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=3\end{cases}\Rightarrow A(0;3)\Rightarrow\overrightarrow{AH}=(1;-2).$$

Ta có đường thẳng $BH\perp AC$ nên phương trình đường thẳng $BH: 7x-4y+a=0$.

$H\in BH\Leftrightarrow 7-4+a=0\Leftrightarrow a=-3\Rightarrow BH: 7x-4y-3=0$.

Ta có $B=AB\cap BH$ nên tọa độ của A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}5x-2y+6=0\\7x-4y-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-5\\y=-\dfrac{19}{2}\end{cases}\Rightarrow B\left(-5;-\dfrac{19}{2}\right).$$

Đường thẳng BC đi qua điểm B nhận $\overrightarrow{AH}$ là VTPT có phương trình

$$x+5-2\left(y+\frac{19}{2}\right)=0\Leftrightarrow x-2y-14=0.$$

Câu 49: **[HH10.C3.1.D06.a]** Cho đường thẳng d_1 có phương trình $\begin{cases}x=2+t\\y=-3t\end{cases}$ và d_2 có phương trình $2x+y-5=0$. Biết $d_1\cap d_2=M$ thì tọa độ điểm M là:

A. $M(-1;-3)$. **B.** $M(3;1)$. **C.** $M(3;-3)$. **D.** $M(1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Do $d_1\cap d_2=M$ nên tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}x=2+t\\y=-3t\\2x+y-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2+t\\y=-3t\\2(2+t)-3t-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-1\\x=1\\y=3\end{cases}\Rightarrow M(1;3).$$

Câu 50: **[HH10.C3.1.D08.c]** Cho $A(-1;2), B(-3;2)$ và đường thẳng $\Delta: 2x-y+3=0$, điểm $C\in\Delta$ sao cho tam giác ABC cân ở C. Tọa độ của điểm C là

A. $C(0;3)$. **B.** $C(-2;5)$. **C.** $C(-2;-1)$. **D.** $C(1;1)$.

Lời giải

Chọn C

$C\in\Delta\Rightarrow C(t;2t+3)$.

Do tam giác ABC cân ở C nên

$$CA=CB\Leftrightarrow CA^2=CB^2\Leftrightarrow(-1-t)^2+(-1-2t)^2=(-3-t)^2+(-1-2t)^2$$

$$\Leftrightarrow t^2+2t+1=t^2+6t+9\Leftrightarrow 4t=-8\Leftrightarrow t=-2.$$

Suy ra $C(-2;-1)$.

ĐỀ SỐ 5 – GIỮA HK2 – CHUYÊN VĨNH PHÚC

Lời giải

Câu 1: **[DS10.C2.2.D01.b]** Tìm m để đồ thị hàm số $y=5x-m$ đi qua điểm $A(1;-2)$?

A. $m=7$. **B.** $m=-7$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-3$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y=5x-m$ đi qua điểm $A(1;-2) \Rightarrow -2=5.1-m \Leftrightarrow m=7$.

Vậy $m=7$.

Câu 2: **[DS10.C2.3.D02.b]** Cho a, b là các số thực sao cho parabol $y=ax^2+bx+2$ có đỉnh là $I(2;-2)$. Khi đó tổng $S=a+b$ là

A. $S=-3$. **B.** $S=-4$. **C.** $S=-5$. **D.** $S=-2$.

Lời giải

Chọn A

Parabol $y=ax^2+bx+2$ có đỉnh là $I(2;-2)$ nên ta có

$$\begin{cases} a\neq 0 \\ -\dfrac{b}{2a}=2 \\ 4a+2b+2=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ b=-4a \\ 4a+2b+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-4 \end{cases}.$$

Vậy tổng $S=a+b=1-4=-3$.

Câu 3: **[DS10.C2.3.D03.b]** Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$

A. $y=\sqrt{2}x^2+1$ **B.** $y=-\sqrt{2}x^2+1$ **C.** $y=\sqrt{2}(x+1)^2$ **D.** $y=-\sqrt{2}(x+1)^2$

Lời giải

Chọn C

Ta có bảng biến thiên của các hàm số:

*) $y=\sqrt{2}x^2+1$

x	$-\infty$ 0 $+\infty$
y	$+\infty$ 1 $+\infty$

*) $y=-\sqrt{2}x^2+1$

x	$-\infty$ 0 $+\infty$

y		1		
	$-\infty$			$-\infty$

*) $y=\sqrt{2}(x+1)^2$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y	$+\infty$		$+\infty$
		0	

*) $y=-\sqrt{2}(x+1)^2$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y		0	
	$-\infty$		$-\infty$

Từ bảng biến thiên của 4 hàm số ta có hàm số $y=\sqrt{2}(x+1)^2$ đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$

Câu 4: **[DS10.C2.3.D07.c]** Tìm tất cả các giá trị của a dương sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=4x^2-4ax+(a^2-2a+2)$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3.

A. $a=1+\sqrt{2}$. **B.** $a=5+\sqrt{3}$. **C.** $a=2$. **D.** $a=5+\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

$(P)\ y=f(x)=4x^2-4ax+(a^2-2a+2)$

+ Xét

$$I\left(\frac{a}{2};2-2a\right) \text{ và } \begin{cases} f\left(\frac{a}{2}\right)=2-2a \\ f(0)=a^2-2a+2 \\ f(2)=a^2-10a+18 \end{cases}$$

Ta có toạ độ đỉnh
và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	$\frac{a}{2}$	$+\infty$

y	$+\infty$ $+\infty$ $2-2a$

Do $a>0$ nên ta có các trường hợp sau:

TH1: $\begin{cases} 0<2<\dfrac{a}{2} \\ Min\, f(x)=f(2)=a^2-10a+18=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>4 \\ a=5\pm\sqrt{10} \end{cases} \Leftrightarrow a=5+\sqrt{10}$

TH2: $\begin{cases} \dfrac{a}{2}=2 \\ Min\, f(x)=f(\dfrac{a}{2})=2-2a=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ a=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$ (Loại)

TH3: $\begin{cases} 0<\dfrac{a}{2}<2 \\ Min\, f(x)=f(\dfrac{a}{2})=2-2a=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0<a<4 \\ a=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$ (Loại)

Câu 5: **[DS10.C2.3.D14.b]** Tung độ đỉnh I của parabol $(P): y=-2x^2-4x+3$ là :

A. -1. **B.** 5. **C.** 1. **D.** -5.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ đỉnh của parabol là : $I\begin{cases} x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{-4}{2.(-2)}=-1 \\ y=y(-1)=5 \end{cases}$

Vậy tung độ đỉnh của parabol là 5.

Câu 6: **[DS10.C3.1.D01.b]** Điều kiện xác định của phương trình $5x^2+2x+\sqrt{x-2}=\sqrt{2-x}$ là

A. $x\ge 2$. **B.** $x\le 2$. **C.** $x\ge -2$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x-2\ge 0 \\ 2-x\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ x\le 2 \end{cases} \Leftrightarrow x=2$.

Câu 7: **[DS10.C3.2.D05.c]** Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+2m^2-3m+1=0$, với m là tham số. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình, giá trị lớn nhất của biểu thức $|x_1+x_2+x_1x_2|$ là:

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{9}{8}$. **D.** $\dfrac{16}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $x^2-2(m-1)x+2m^2-3m+1=0$ (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'\ge 0$

$\Leftrightarrow (m-1)^2-(2m^2-3m+1)\ge 0 \Leftrightarrow -m^2+m\ge 0 \Leftrightarrow 0\le m\le 1$.

Khi đó, (1) có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 . x_2 = 2m^2 - 3m + 1 \end{cases}$

$|x_1 + x_2 + x_1 x_2| = |2m - 2 + 2m^2 - 3m + 1| = |2m^2 - m - 1|$

Xét hàm số $y = f(m) = 2m^2 - m - 1$ trên đoạn $[0;1]$: Đỉnh $I\left(\frac{1}{4}; -\frac{9}{8}\right)$

m	0		$\frac{1}{4}$		1
$f(m)$	-1	$\searrow$	$-\frac{9}{8}$	$\nearrow$	0
$\lvert f(m)\rvert$	1	$\nearrow$	$\frac{9}{8}$	$\searrow$	0

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $|x_1 + x_2 + x_1 x_2|$ là $\frac{9}{8}$.

Câu 8: **[DS10.C3.2.D05.c]** Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hai phương trình sau tương đương $mx^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$ (1) và $(m-2)x^2 - 3x + m^2 - 15 = 0$ (2).

A. Không tồn tại m. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét khi $m = 0$ hoặc $m = 2$ thì hai phương trình không tương đương.

Khi $m \neq 0$ và $m \neq 2$.

Dựa vào phương trình (1) ta có $m - 2(m-1) + m - 2 = 0$ nên phương trình (1) có một nghiệm bằng 1 và một nghiệm bằng $\frac{m-2}{m}$.

Để hai phương trình tương đương thì phương trình (2) phải có nghiệm bằng 1 khi đó ta có:

$(m-2) - 3 + m^2 - 15 = 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 20 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = -5 \end{array}\right.$.

Thử lại:

Khi $m = 4$:

Phương trình (1) trở thành $4x^2 - 6x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Phương trình (2) trở thành $2x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Suy ra hai phương trình tương đương nên nhận $m = 4$.

Khi $m = -5$:

Phương trình (1) trở thành $-5x^2+12x-7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{7}{5} \end{array}\right.$.

Phương trình (2) trở thành $-7x^2-3x+10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\dfrac{10}{7} \end{array}\right.$.

Suy ra hai phương trình không tương đương nên loại $m=-5$.

Vậy có 1 giá trị m thỏa mãn.

Ghi nhớ:

Phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$ có $a+b+c=0$ thì phương trình có nghiệm $x=1; x=\dfrac{c}{a}$.

Phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$ có $a-b+c=0$ thì phương trình có nghiệm $x=-1; x=-\dfrac{c}{a}$.

Hai phương trình được gọi là tương đương nếu chúng có cùng tập hợp nghiệm.

Câu 9: **[DS10.C3.2.D09.b]** Một xe hơi khởi hành từ tỉnh A đi đến tỉnh B cách nhau $150\,\text{km}$. Lúc về xe tăng vận tốc hơn vận tốc lúc đi là $25\,\text{km/h}$. Biết rằng thời gian để xe đi và về hết 5 giờ. Vận tốc của xe lúc đi là:

A. $40\,\text{km/h}$. **B.** $50\,\text{km/h}$. **C.** $20\,\text{km/h}$. **D.** $30\,\text{km/h}$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử vận tốc lúc đi từ tỉnh A đi đến tỉnh B của xe là $x\,\text{km/h}$, $(x>0)$.

Thời gian để đi từ tỉnh A đi đến tỉnh B là $\dfrac{150}{x}$ giờ.

Vận tốc lúc đi từ tỉnh B về tỉnh A của xe là $(x+25)\,\text{km/h}$.

Thời gian để đi từ tỉnh B về tỉnh A là $\dfrac{150}{x+25}$ giờ.

Theo đề bài ta có $\dfrac{150}{x}+\dfrac{150}{x+25}=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=50 \quad (\text{Nhận}) \\ x=-15 \ (\text{Loại}) \end{array}\right.$.

Vận tốc của xe lúc đi là $50\,\text{km/h}$.

Câu 10: **[DS10.C3.2.D13.b]** Giá trị của tham số m để phương trình $x+m+\dfrac{3x}{x+1}=2x+\dfrac{3x}{x+1}$ vô nghiệm là:

A. $m=4$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của phương trình là $x\neq -1$

$$x+m+\frac{3x}{x+1}=2x+\frac{3x}{x+1} \Rightarrow x=m$$

Ta có

Để phương trình vô nghiệm thì $x=-1\Rightarrow m=-1$.

Câu 11: [DS10.C3.2.D21.b] Số nghiệm của phương trình $\left(x^2-2x\right)^2+5\left(x^2-2x\right)+4=0$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn C

$\left(x^2-2x\right)^2+5\left(x^2-2x\right)+4=0$

Đặt $t=x^2-2x$. Ta có phương trình $t^2+5t+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=-4\end{array}\right.$

Với $t=-1$ ta có $x^2-2x=-1\Leftrightarrow x^2-2x+1=0\Leftrightarrow x=1$.

Với $t=-4$ ta có $x^2-2x=-4\Leftrightarrow x^2-2x+4=0\Leftrightarrow x\in\varnothing$.

Vậy số nghiệm của phương trình là 1.

Câu 12: [DS10.C3.3.D02.a] Điều kiện cần và đủ để hệ phương trình bậc nhất hai ẩn $(x;y)$: $\left\{\begin{array}{l}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{array}\right.$ có nghiệm duy nhất là

A. $cb'-c'b\neq 0$. **B.** $ab'-a'b=0$. **C.** $ab'-a'b\neq 0$. **D.** $ac'-a'c\neq 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $D=\left|\begin{array}{cc}a & b\\a' & b'\end{array}\right|=ab'-a'b$.

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow D\neq 0\Leftrightarrow ab'-a'b\neq 0$.

Câu 13: [DS10.C3.3.D03.b] Cho các số thực thoả mãn hệ $\left\{\begin{array}{l}3x+y-3z=1\\x-y+2z=2\\-x+2y+2z=3\end{array}\right.$. Giá trị của biểu thức $P=x^4-y^3+z^2$ là:

A. 0. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\left\{\begin{array}{l}3x+y-3z=1\\x-y+2z=2\\-x+2y+2z=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x=1\\y=1\\z=1\end{array}\right.$.

Vậy $P=1$.

Câu 14: [DS10.C3.3.D15.c] Có bao nhiêu giá trị nguyên của m trong đoạn $[-2018;2018]$ để hệ phương trình $\left\{\begin{array}{l}m\sqrt{x+1}+\sqrt{y}=m+1\\\sqrt{x+1}+m\sqrt{y}=2\end{array}\right.$ vô nghiệm?

A. 2019. **B.** 2020 **C.** 2018. **D.** 4036

Lời giải

Chọn C

Đặt $\sqrt{x+1}=a$, $\sqrt{y}=b$, $a\ge 0, b\ge 0$. Hệ đã cho trở thành $\begin{cases} ma+b=m+1 \\ a+mb=2 \end{cases}$ (I).

Đặt $D=\begin{vmatrix} m & 1 \\ 1 & m \end{vmatrix}=m^2-1$, $D_x=\begin{vmatrix} m+1 & 1 \\ 2 & m \end{vmatrix}=m^2+m-2$, $D_y=\begin{vmatrix} m & m+1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}=m-1$.

Để hệ đã cho vô nghiệm, ta xét các trường hợp sau:

TH1: $\begin{cases} D=0 \\ \left[\begin{array}{l} D_x\neq 0 \\ D_y\neq 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1=0 \\ \left[\begin{array}{l} m^2+m-2\neq 0 \\ m-1\neq 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m=-1$.

TH2: $D\neq 0; \left[\begin{array}{l} \dfrac{D_x}{D}<0 \\ \dfrac{D_y}{D}<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{(m-1)(m+2)}{(m-1)(m+1)}<0 \\ \dfrac{m-1}{(m-1)(m+1)}<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2<m<-1 \\ m<-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow m<-1$.

Vậy, hệ đã cho vô nghiệm nếu và chỉ nếu $m\le -1$.

Suy ra trên đoạn $[-2018;2018]$ có 2018 giá trị nguyên của m để hệ vô nghiệm.

Câu 15: **[DS10.C4.1.D02.b]** Giả sử $a>b>c>0$, xét các bất đẳng thức sau:

I. $\dfrac{a-c}{b-a}>\dfrac{b-c}{b-a}$ II. $ab>ac$ III. $\dfrac{b}{a}>\dfrac{b}{c}$

Phát biểu nào là đúng?

A. Chỉ II. **B.** I, II. **C.** Chỉ I. **D.** II, III.

Lời giải

Chọn A

Ta có

+) $\dfrac{a-c}{b-a}>\dfrac{b-c}{b-a} \Leftrightarrow a-c<b-c\,(Do\ \text{b-a<0}) \Leftrightarrow a<b$ nên I sai.

+) $ab>ac \Leftrightarrow b>c\,(Do\ \text{a>0})$ nên II đúng.

+) $\dfrac{b}{a}>\dfrac{b}{c} \Leftrightarrow \dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{c}\,(Do\ \text{b>0}) \Leftrightarrow c>a\,(Do\ \text{a,c>0})$ nên III sai.

Câu 16: **[DS10.C4.1.D08.c]** Giả sử x, y, z là các số thực thoả mãn hệ thức $\begin{cases} x^2+xy+y^2=3 \\ y^2+yz+z^2=16 \end{cases}$.

Giá trị lớn nhất của biểu thức $S=xy+yz+zx$ là

A. 8. **B.** 16. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x^2+xy+y^2=3 \\ y^2+yz+z^2=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{3}\left(y+\dfrac{x}{2}\right)^2+\dfrac{x^2}{4}=1 & (1) \\ \dfrac{3}{64}z^2+\dfrac{1}{16}\left(y+\dfrac{z}{2}\right)^2=1 & (2) \end{cases}$$

Ta có

Cộng hai vế (1) và (2) ta được:

$$2=\frac{1}{3}\left(y+\frac{x}{2}\right)^2+\frac{x^2}{4}+\frac{3}{64}z^2+\frac{1}{16}\left(y+\frac{z}{2}\right)^2=M \qquad (1)$$

Sử dụng $\forall a,b\in R: a^2+b^2\geq 2ab$ khi đó

$$M\geq 2\frac{1}{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{8}\left(y+\frac{x}{2}\right)z+2\frac{1}{2}\frac{1}{4}\left(y+\frac{z}{2}\right)x=\frac{1}{4}(xy+yz+zx)\ (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $2\geq\frac{1}{4}(xy+yz+zx)\Rightarrow P=(xy+yz+zx)\leq 8$

Đẳng thức xảy ra khi $x=\frac{7}{\sqrt{31}},y=\frac{4}{\sqrt{31}},z=\frac{20}{\sqrt{31}}$

Vậy giá trị lớn nhất của P là $8.$

Câu 17: **[DS10.C4.1.D08.c]** Cho $x>0;y>0$ và $x+y=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\left(1-\frac{1}{y^2}\right)$

A. -9. **B.** 1. **C.** 9. **D.** $\frac{9}{4}$

Lời giải

Chọn C

$$T=\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\left(1-\frac{1}{y^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow T=\frac{\left(x^2-1\right)\left(y^2-1\right)}{\left(xy\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow T=\frac{\left(xy\right)^2-\left(x^2+y^2\right)+1}{\left(xy\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow T=\frac{\left(xy\right)^2-\left(x+y\right)^2+2xy+1}{\left(xy\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow T=\frac{\left(xy\right)^2-1+2xy+1}{\left(xy\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow T=1+\frac{2}{xy}$$

Mặt khác

$$xy\leq\frac{\left(x+y\right)^2}{4}=\frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{xy}\geq 4$$

Suy ra $T\geq 1+2.4=9$

Dấu bằng xảy ra khi $x=y=\frac{1}{2}$

Câu 18: [DS10.C4.1.D08.c] Cho $x>0;y>0$ và $x+y=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\left(1-\frac{1}{y^2}\right)$

A. -9. **B.** 1. **C.** 9. **D.** $\frac{9}{4}$

Lời giải

Chọn C

$T=\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\left(1-\frac{1}{y^2}\right)$

$\Leftrightarrow T=\frac{\left(x^2-1\right)\left(y^2-1\right)}{\left(xy\right)^2}$

$\Leftrightarrow T=\frac{\left(xy\right)^2-\left(x^2+y^2\right)+1}{\left(xy\right)^2}$

$\Leftrightarrow T=\frac{\left(xy\right)^2-\left(x+y\right)^2+2xy+1}{\left(xy\right)^2}$

$\Leftrightarrow T=\frac{\left(xy\right)^2-1+2xy+1}{\left(xy\right)^2}$

$\Leftrightarrow T=1+\frac{2}{xy}$

Mặt khác

$xy\le\frac{\left(x+y\right)^2}{4}=\frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow\frac{1}{xy}\ge 4$

Suy ra $T\ge 1+2.4=9$

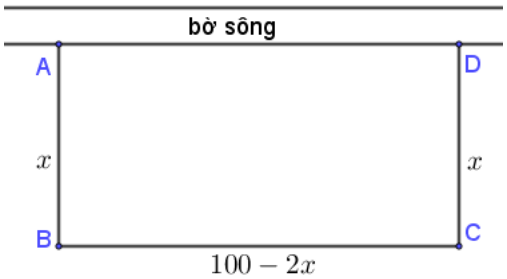
Dấu bằng xảy ra khi $x=y=\frac{1}{2}$

Câu 19: [DS10.C4.1.D11.c] Người ta dùng $100m$ rào để rào một miếng đất hình chữ nhật để thả gia súc. Biết một cạnh của miếng đất là bờ sông (không phải rào). Diện tích lớn nhất của miếng đất có thể rào được là :

A. $1250m^2$ **B.** $625m^2$ **C.** $1000m^2$ **D.** $900m^2$

Lời giải

Chọn A



Gọi độ dài cạnh của miếng đất hình chữ nhật không giáp bờ sông là $x\ (m)\ (0<x<100)$.

Khi đó độ dài cạnh còn lại song song với bờ sông của miếng đất là $100-2x\ (m)$ $\Rightarrow x<50$.

Diện tích của miếng đất là $S=x(100-2x)$

Áp dụng BĐT côsi cho 2 số dương $2x$ và $(100-2x)$ ta có:

$\sqrt{2x(100-2x)}\le\dfrac{2x+(100-2x)}{2}\Leftrightarrow 2x(100-2x)\le 2500\Leftrightarrow S\le 1250$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow 100-2x=2x\Leftrightarrow x=25m$

Vậy miếng đất có diện tích lớn nhất bằng $1250m^2$.

Câu 20: **[DS10.C4.2.D04.b]** Với x thỏa mãn điều kiện nào dưới đây thì biểu thức $f(x)=2x+\dfrac{3}{2x-4}-\left(3+\dfrac{3}{2x-4}\right)$ luôn dương?

A. $x>\dfrac{3}{2}$ và $x\ne 2$. **B.** $x>\dfrac{3}{2}$. **C.** $x<\dfrac{3}{2}$. **D.** $2x<3$.

Lời giải

Chọn A

$$f(x)=2x+\frac{3}{2x-4}-\left(3+\frac{3}{2x-4}\right)>0\Leftrightarrow\begin{cases}2x-4\ne 0\\2x-3>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne 2\\x>\dfrac{3}{2}\end{cases}.$$

Câu 21: **[DS10.C4.2.D04.b]** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3x-6}$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của x để $f(x)\le 0$ là:

A. $S=[2;+\infty)$. **B.** $S=(2;+\infty)$. **C.** $S=(-\infty;2]$. **D.** $S=(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $3x-6\ne 0\Leftrightarrow x\ne 2$

$f(x)\le 0\Leftrightarrow\dfrac{1}{3x-6}\le 0\Leftrightarrow 3x-6<0\Leftrightarrow x<2$

Vậy $S=(-\infty;2)$.

Câu 22: [DS10.C4.2.D05.b] Giá trị lớn nhất của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x-2 \geq -4x+5 \\ 3x+m+2 \leq 0 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. -1. **B.** -5. **C.** 3. **D.** -2.

Câu 23: [DS10.C4.3.D04.b] Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $|x-1| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$. **B.** $\frac{x+1}{x^2} \geq 0 \Leftrightarrow x+1 \geq 0$.

C. $\frac{1}{x} < 0 \Leftrightarrow x \leq 1$. **D.** $x+|x| \geq 0 \Leftrightarrow |x| \geq 0$.

Lời giải

Chọn D

Đáp án A sai vì: $|x-1|=1 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2$.

Đáp án B sai vì: $\frac{x+1}{x^2} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \neq 0 \end{cases}$.

Đáp án C sai vì: $\frac{1}{x} < 0 \Leftrightarrow x < 0$.

Đáp án D đúng vì:

$x+|x| \geq 0 \quad (1)$.

$\Leftrightarrow |x| \geq -x$.

Với $-x \leq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$ ta có: (1) luôn đúng.

Với $-x > 0 \Leftrightarrow x^2 \geq x^2 \Rightarrow (1)$ (luôn đúng).

Vậy (1) đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$|x| \geq 0 \quad (2) \Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy $(1);(2)$ tương đương.

Ghi nhớ:

Nếu $|x| > a \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > a \\ x < -a \end{array}\right.$.

Nếu $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$.

Câu 24: [DS10.C4.3.D04.b] Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $|x-1| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$. **B.** $\frac{x+1}{x^2} \geq 0 \Leftrightarrow x+1 \geq 0$.

C. $\frac{1}{x} < 0 \Leftrightarrow x \leq 1$. **D.** $x+|x| \geq 0 \Leftrightarrow |x| \geq 0$.

Lời giải

Chọn D

Đáp án A sai vì: $|x-1|=1 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2$.

Đáp án B sai vì: $\frac{x+1}{x^2} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \neq 0 \end{cases}$.

Đáp án C sai vì: $\frac{1}{x}<0\Leftrightarrow x<0$.

Đáp án D đúng vì:

$x+|x|\geq 0 \quad (1)$.

$\Leftrightarrow |x|\geq -x$.

Với $-x\leq 0\Leftrightarrow x\geq 0$ ta có: (1) luôn đúng.

Với $-x>0$ ta có $(1)\Leftrightarrow x^2\geq x^2\Rightarrow (1)$ (luôn đúng).

Vậy (1) đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

$|x|\geq 0 \quad (2)\Leftrightarrow \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy $(1);(2)$ tương đương.

Ghi nhớ:

Nếu $|x|>a\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>a \\ x<-a \end{array}\right.$.

Nếu $|x|<a\Leftrightarrow -a<x<a$.

Câu 25: **[DS10.C4.3.D05.c]** Tìm tất cả giá trị của m để hàm số $y=\sqrt{(m-3)x+2m-5}$ xác định với mọi $x\geq -3$

A. $3\leq m\leq 4$. **B.** $m\leq 4$. **C.** $3\leq m<4$. **D.** $3<m\leq 4$

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\sqrt{(m-3)x+2m-5}$ xác định $\Leftrightarrow (m-3)x\geq 5-2m$

Trường hợp 1: $m=3$ hàm số xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$ (1)

Trường hợp 2: $m>3$ (2)

Hàm số $y=\sqrt{(m-3)x+2m-5}$ xác định với mọi $x\geq -3$

$\Leftrightarrow x\geq \frac{5-2m}{m-3}=\frac{2(3-m)-1}{m-3}=-2-\frac{1}{m-3}$ với mọi $x\geq -3\Leftrightarrow -2-\frac{1}{m-3}\leq -3$

Giải bpt trên,ta thu được $m\leq 4$ suy ra với $3<m\leq 4$ hàm số xác định với mọi $x\geq -3$.

Trường hợp 3: $m<3$:Hàm số $y=\sqrt{(m-3)x+2m-5}$ xác định $\forall x\geq -3$

$\Leftrightarrow (m-3)x\geq 5-2m \quad \forall x\geq -3 \Leftrightarrow x\leq \frac{5-2m}{m-3}=-2-\frac{1}{m-3} \quad \forall x\geq -3$

Mà với $m<3$,ta có $-2-\frac{1}{m-3}>-2$.Rõ ràng $\forall m<3,\exists x\geq -3: x>-2-\frac{1}{m-3}$.

Vậy hàm số xác định với mọi $x\geq -3\Leftrightarrow 3\leq m\leq 4$.

Câu 26: **[DS10.C4.5.D02.b]** Tập nghiệm của bất phương trình $-3x^2+2x+1<0$ là

A. $S=\left(-\frac{1}{3};1\right)$. **B.** $S=(1;+\infty)$.

C. $S=\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $S=\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$-3x^2+2x+1<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$.

Ghi nhớ: Qui tắc xét dấu tam thức bậc hai là: "Trong trái - ngoài cùng".

Câu 27: **[DS10.C4.5.D03.b]** Bất phương trình $\frac{x+4}{x^2-9}-\frac{2}{x+3}<\frac{4x}{3x-x^2}$ có nghiệm nguyên lớn nhất là

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

$$\frac{x+4}{x^2-9}-\frac{2}{x+3}<\frac{4x}{3x-x^2}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\ x\neq\pm 3\\ \dfrac{x+4}{(x-3)(x+3)}-\dfrac{2}{x+3}-\dfrac{4}{3-x}<0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\ x\neq\pm 3\\ \dfrac{x+4-2(x-3)+4(x+3)}{x^2-9}<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\ x\neq\pm 3\\ \dfrac{3x+22}{x^2-9}<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\ x\neq\pm 3\\ \left[\begin{array}{l}x<\dfrac{-22}{3}\\ -3<x<3\end{array}\right.\end{cases}.$$

Vậy nghiệm nguyên lớn nhất là $x=2$.

Câu 28: **[DS10.C4.5.D03.b]** Bất phương trình $\frac{2-x}{2x+1}\geq 0$ có tập nghiệm là:

A. $S=\left(-\frac{1}{2};2\right]$. **B.** $S=\left[-\frac{1}{2};2\right]$. **C.** $S=\left(-\frac{1}{2};2\right)$. **D.** $S=\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $2x+1\neq 0\Leftrightarrow x\neq-\frac{1}{2}$.

Xét $2-x=0\Leftrightarrow x=2$ và $2x+1=0\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$.

Đặt $f(x)=\frac{2-x}{2x+1}$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$2-x$		$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$2x+1$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$f(x)$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(-\frac{1}{2};2\right]$.

Câu 29: **[DS10.C4.5.D06.b]** Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $(m-5)x^2-(m-1)x+m=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1<2<x_2$.

A. $m>6$. **B.** $m<6$. **C.** $5<m<6$. **D.** $5<m\le 6$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1<2<x_2$

$\Leftrightarrow a.f(2)<0$

$\Leftrightarrow (m-5)\left[4(m-5)-2(m-1)+m\right]<0$

$\Leftrightarrow (m-5)(3m-18)<0\Leftrightarrow 5<m<6$.

Ghi nhớ:Điều kiện để phương trình dạng $ax^2+bx+c=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1<\alpha<x_2$ là: $a.f(\alpha)<0$.

Câu 30: **[DS10.C4.5.D07.a]** Cho tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c,a\ne 0$. Tìm điều kiện của a và $\Delta=b^2-4ac$ để $f(x)\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$

A. $a<0,\Delta<0$. **B.** $a<0,\Delta\le 0$. **C.** $a<0,\Delta\ge 0$. **D.** $a\le 0,\Delta<0$.

Lời giải

Chọn B

Câu 31: **[DS10.C4.5.D07.b]** Giá trị của m để hàm số $y=\sqrt{(m+1)x^2-2(m-1)x+3m-3}$ xác định $\forall x\in\mathbb{R}$ là:

A. $m<1$. **B.** $m<-1$. **C.** $m\le -1$. **D.** $m\ge 1$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định $(m+1)x^2-2(m-1)x+3m-3\ge 0$

Đặt $f(x)=(m+1)x^2-2(m-1)x+3m-3$

Với $m=-1$ thì $f(x)=4x-6$, lấy cả giá trị âm (chẳng hạn $f(0)=-6$) nên $m=-1$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Với $m\ne -1$ thì $f(x)=(m+1)x^2-2(m-1)x+3m-3$ là tam thức bậc hai. Do đó

$f(x)\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a=m+1>0\\ \Delta'=-2m^2-2m+4\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-1\\ m\le -2\vee m\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow m\ge 1$

Vậy với $m\ge 1$ thì hàm số xác định $\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 32: **[DS10.C4.5.D07.c]** Giá trị của tham số m để mọi $x\in[-1;1]$ đều là nghiệm của bất phương trinh $3x^2-2(m+5)x-m^2+2m+8\le 0$ là

A. $m\ge 7$. **B.** $m>-\dfrac{1}{2}$.

C. $m\le -3$. **D.** $m\in(-\infty;-3]\cup[7;+\infty)$.

Lời giải

Đặt $f(x)=3x^2-2(m+5)x-m^2+2m+8$.

Ta có $\Delta'=(m+5)^2-3(-m^2+2m+8)=4m^2+4m+1=(2m+1)^2$.

* TH 1: Nếu $\Delta'=0\Leftrightarrow m=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow f(x)>0,\forall x\ne\dfrac{3}{2}\Rightarrow$ Bất phương trình có một nghiệm $x=\dfrac{3}{2}$.

* TH 2: Nếu $\Delta'>0\Leftrightarrow m\ne-\dfrac{1}{2}\Rightarrow f(x)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1=\dfrac{m+5-2m-1}{3}=\dfrac{4-m}{3}$ và $x_2=\dfrac{m+5+2m+1}{3}=m+2$.

+) Nếu $x_1<x_2\Leftrightarrow\dfrac{4-m}{3}<m+2\Leftrightarrow m>-\dfrac{1}{2}$.

Để bất phương trình $f(x)\le 0$ nghiệm đúng với $\forall x\in[-1;1]$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x_1\le -1\\ x_2\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{4-m}{3}\le -1\\ m+2\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge 7\\ m\ge -1\end{cases}\Leftrightarrow m\ge 7$$

(thỏa mãn điều kiện $m>-\dfrac{1}{2}$).

+) Nếu $x_1>x_2\Leftrightarrow\dfrac{4-m}{3}>m+2\Leftrightarrow m<-\dfrac{1}{2}$.

Để bất phương trình $f(x)\le 0$ nghiệm đúng với $\forall x\in[-1;1]$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x_1\ge 1\\ x_2\le -1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{4-m}{3}\ge 1\\ m+2\le -1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 1\\ m\le -3\end{cases}\Leftrightarrow m\le -3$$

(thỏa mãn điều kiện $m<-\dfrac{1}{2}$).

Vậy với $m\in(-\infty;-3]\cup[7;+\infty)$ thì bất phương trình $f(x)\le 0$ nghiệm đúng với $\forall x\in[-1;1]$.

Câu 33: **[DS10.C4.5.D10.b]** Bất phương trình $(x+1)\sqrt{x(x+2)^3}\ 0$ tương đương với bất phương trình:

A. $\dfrac{(x-1)\sqrt{x(x+2)}}{(x-2)^2}\ge 0$. **B.** $\sqrt{(x+1)^2x(x+2)}\ge 0$.

C. $\dfrac{(x+1)\sqrt{x(x+2)}}{(x+3)^2}\ge 0$. **D.** $\sqrt{x}.\sqrt{x+2}\ge 0$.

Lời giải

Chọn C

$(x+1)\sqrt{x(x+2)}\ge 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x(x+2)=0 \\ x(x+2)>0 \\ x+1\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x\ge 0 \end{cases}$

Ta có

Do đó tập nghiệm của bất phương trình đã cho là

$$S=[0;+\infty)\cup\{-2\}.$$

Với $x=2\in S$ thay vào đáp án A ta nhận thấy không thỏa mãn (biểu thức không xác định) cho nên hai bất phương trình không cùng tập nghiệm.

Với $x=-3\notin S$ thay vào đáp án B ta nhận thấy thỏa mãn cho nên hai bất phương trình không cùng tập nghiệm.

Với $x=-2\in S$ thay vào đáp án D ta nhận thấy không thỏa mãn (biểu thức không xác định) cho nên hai bất phương trình không cùng tập nghiệm.

Vì $(x+3)^2>0,\forall x\in S$ nên $(x+1)\sqrt{x(x+2)}\ge 0 \Leftrightarrow \dfrac{(x+1)\sqrt{x(x+2)}}{(x+3)^2}\ge 0$

Ghi nhớ: Hai bất phương trình có cùng tập nghiệm (có thể rỗng) là hai bất phương trình tương đương.

Khi nhân (chia) hai vế của bất phương trình với cùng một biểu thức luôn nhận giá trị dương ta được một bất phương trình tương đương.

Câu 34: **[DS10.C4.5.D10.c]** Tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^3+1}}{x^2+x}\le 0$.

A. $T=[1;+\infty)$. **B.** $T=(-1;0)$

C. $T=(0;1)$. **D.** $T=(-1;0)\cup[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$\frac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^3+1}}{x^2+x}\le 0 \quad (*)$$

ĐKXĐ: $\begin{cases} x^3+1\ge 0 \\ x^2+x\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ x\ne 0 \\ x\ne -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x\ne 0 \end{cases}$.

Với điều kiện trên thì:

$$(*)\Leftrightarrow \frac{\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^3+1}\right)\left(\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^3+1}\right)}{\left(x^2+x\right)\left(\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^3+1}\right)}\le 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2+1-(x^3+1)}{\left(x^2+x\right)\left(\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^3+1}\right)}\le 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2-x^3}{\left(x^2+x\right)\left(\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^3+1}\right)} \le 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2-x^3}{x^2+x} \le 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2(1-x)}{x(x+1)} \le 0$$

$\Leftrightarrow x(1-x) \le 0$ (vì $x \ne 0$ và $x > -1$)

$\Leftrightarrow x \in (-\infty;0] \cup [1;+\infty)$

Kết hợp điều kiện thì tập nghiệm của bất phương trình là: $T = (-1;0) \cup [1;+\infty)$.

Câu 35: **[DS10.C4.5.D11.c]** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(x^2-3x\right)\sqrt{2x^2-3x-2} \ge 0$ trên đoạn $[-10;10]$ là

A. 17. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 18.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $2x^2-3x-2 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \ge 2 \\ x \le -\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

+ Ta thấy $x = 2$, $x = -\frac{1}{2}$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.

+ Khi $\left[\begin{array}{l} x > 2 \\ x < -\frac{1}{2} \end{array}\right.$ thì $2x^2-3x-2 > 0$, suy ra $\sqrt{2x^2-3x-2} > 0$ nên:

$\left(x^2-3x\right)\sqrt{2x^2-3x-2} \ge 0 \Leftrightarrow x^2-3x \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \le 0 \\ x \ge 3 \end{array}\right.$.

Kết hợp với khoảng đang xét ta có tập nghiệm trong trường hợp này là $S_1 = \left(-\infty;-\frac{1}{2}\right) \cup [3;+\infty)$.

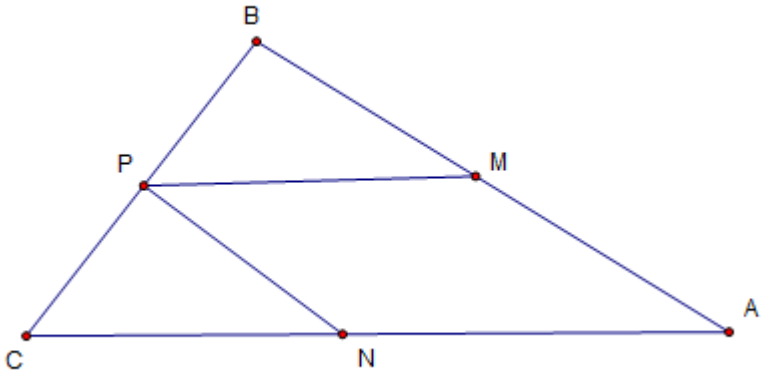
Do đó bất phương trình có tập nghiệm là $S = \left(-\infty;-\frac{1}{2}\right] \cup [3;+\infty) \cup \{2\}$. Vậy số nghiệm nguyên của phương trình trên đoạn $[-10;10]$ là 19.

Câu 36: **[HH10.C1.2.D01.b]** Cho tam giác ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC, BC. Hỏi $\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{NP}$ bằng véc tơ nào?

A. $\overrightarrow{AP}$. **B.** $\overrightarrow{MN}$. **C.** $\overrightarrow{PB}$. **D.** $\overrightarrow{AM}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $PMAN$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{MP}+\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{AP}$.

Ghi nhớ: Quy tắc hình hình hành.

Câu 37: **[HH10.C1.3.D04.b]** Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

A. $\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$ và $\vec{a}-2\vec{b}$. **B.** $-\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$ và $2\vec{a}+\vec{b}$.

C. $\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$. **D.** $-3\vec{a}+\vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a}+6\vec{b}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $-\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}=-\left(\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}\right)$ nên $\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$ cùng phương.

Câu 38: **[HH10.C1.3.D05.b]** Cho tam giác ABC, D là trung điểm cạnh AC. Gọi I là điểm thoả mãn $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}$. Câu nào sau đây đúng?

A. I là trọng tâm ΔABC. **B.** I là trọng tâm ΔBCD.

C. I là trực tâm ΔBCD. **D.** I là trung điểm đoạn AD.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC}\right)+2\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{ID}+2\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{ID}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

Vậy I là trọng tâm tam giác BCD.

Ghi nhớ:

Khi biến đổi các đẳng thức vectơ cần chú ý đến các tính chất quan trọng:

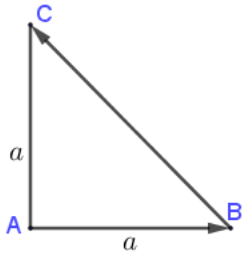
- I là trung điểm đoạn $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}, \forall M$.
- G là trọng tâm $\Delta ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.
- G là trọng tâm $\Delta ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}, \forall M$

Câu 39: **[HH10.C2.2.D02.b]** Cho tam giác ABC vuông cân tại A và có $AB=AC=a$. Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=-a^2$ **B.** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=a^2$ **C.** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=-\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn C



$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=-BA.BC.\cos\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right)=-BA.BC.\cos\widehat{ABC}=-a.a.\cos 45°=-\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$

Ghi nhớ: $\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\cos\left(\vec{a};\vec{b}\right)$

Câu 40: **[HH10.C2.2.D05.b]** Cho hình vuông $ABCD$. Tính cosin góc giữa hai vecto $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{CD}$.

A. 0. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\dfrac{-\sqrt{2}}{2}$ **D.** -1

Lời giải

Chọn C

+) Gọi cạnh của hình vuông $ABCD$ là a

+) Ta có:

$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}.\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}^2=\left|\overrightarrow{AC}\right|.\left|\overrightarrow{AD}\right|.\cos\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)-\overrightarrow{AC}^2$

$=\left|\overrightarrow{AC}\right|.\left|\overrightarrow{AD}\right|.\cos 45^0-AC^2=a\sqrt{2}.a.\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\left(a\sqrt{2}\right)^2=-a^2$

$\cos\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{CD}\right)=\dfrac{\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}=\dfrac{-a^2}{a\sqrt{2}.a}=\dfrac{-1}{\sqrt{2}}=\dfrac{-\sqrt{2}}{2}$

nên chọn C

Câu 41: **[HH10.C2.2.D06.b]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy,cho $\vec{u}=(3,-4),\vec{v}=(-8,-6)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\left|\vec{u}\right|=\left|\vec{v}\right|$ **B.** $\vec{u}.\vec{v}=1$

C. $\vec{u},\vec{v}$ vuông góc với nhau **D.** $\vec{u},\vec{v}$ cùng phương

Lời giải

Chọn C

$\vec{u}.\vec{v}=3.(-8)-4(-6)=0$.Suy ra $\vec{u},\vec{v}$ vuông góc với nhau.

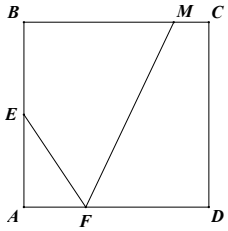
Ta có

Câu 42: **[HH10.C2.2.D06.c]** Cho hình vuông $ABCD$. Gọi E là trung điểm AB, F là điểm sao cho $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$, M là điểm trên đường thẳng BC sao cho $\overrightarrow{MC}=k\overrightarrow{BC}$. Giá trị của k để hai đường thẳng EF và FM vuông góc với nhau là:

A. -1. **B.** $-\frac{3}{4}$. **C.** $-\frac{5}{6}$. **D.** $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Cách 1:

$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{MF}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DF}=k\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{DA}=k\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$.

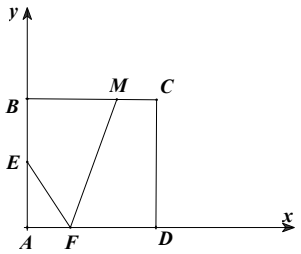
$\overrightarrow{EF}.\overrightarrow{MF}=\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right).\left(\left(k-\frac{2}{3}\right)\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\right)=\frac{1}{3}.\left(k-\frac{2}{3}\right)AD^2+\frac{1}{2}AB^2$

Do đó

$EF\perp MF\Leftrightarrow\overrightarrow{EF}.\overrightarrow{MF}=0\Leftrightarrow\frac{1}{2}AB^2+\frac{1}{3}.\left(k-\frac{2}{3}\right)AD^2=0\Leftrightarrow\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\left(k-\frac{2}{3}\right)=0\Leftrightarrow k=-\frac{5}{6}$

Cách 2: Chọn hệ trục tọa độ như sau:

Gốc tọa độ A; $\overrightarrow{AB}=\vec{j};\overrightarrow{AD}=\vec{i}$



Ta có: $A(0;0)$, $B(0;1)$, $C(1;1)$, $D(1;0)$, $E\left(0;\frac{1}{2}\right)$, $F\left(\frac{1}{3};0\right)$.

Giả sử $M(x;y)$, khi đó:

$\overrightarrow{MC}=(1-x;1-y),\overrightarrow{BC}=(1;0)$.

$\overrightarrow{MC}=k\overrightarrow{BC}\Rightarrow\begin{cases}1-x=k\\1-y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1-k\\y=1\end{cases}$.

$\overrightarrow{MF}=\left(k-\frac{2}{3};-1\right)$, $\overrightarrow{EF}=\left(\frac{1}{3};-\frac{1}{2}\right)$.

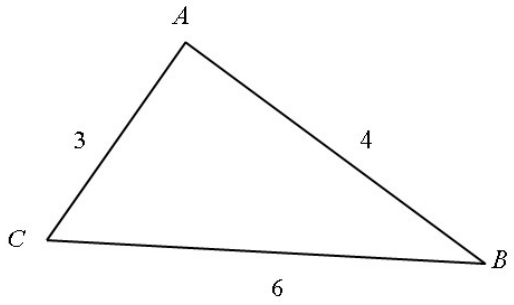
Do đó: $EF\perp FM\Leftrightarrow\overrightarrow{EF}.\overrightarrow{MF}=0\Leftrightarrow\frac{1}{3}\left(k-\frac{2}{3}\right)+\frac{1}{2}=0\Rightarrow k=-\frac{5}{6}$.

Câu 43: **[HH10.C2.3.D01.b]** Một tam giác có độ dài ba cạnh lần lượt là 3cm, 4cm, 6cm. Góc lớn nhất của tam giác đó xấp xỉ bằng góc nào sau đây:

A. $100°$. **B.** $117°$. **C.** $120°$. **D.** $118°$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử tam giác ABC có $AC=3\text{cm}$, $AB=4\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$.

Góc lớn nhất của tam giác là $\widehat{BAC}$.

Trong tam giác ABC ta có $\cos A=\dfrac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AC.AB}=\dfrac{3^2+4^2-6^2}{2.3.4}=-\dfrac{11}{24}$

$\Rightarrow A\approx 117°$.

Câu 44: **[HH10.C2.3.D03.a]** Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là a,b,c. Giả sử m_a là độ dài đường trung tuyến tương ứng với cạnh có độ dài a, khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m_a^2=\dfrac{b^2+c^2}{4}-\dfrac{a^2}{2}$. **B.** $m_a=\dfrac{b^2+c^2}{2}-\dfrac{a^2}{4}$.

C. $m_a^2=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{b^2+c^2}{2}-\dfrac{a^2}{4}\right)$. **D.** $m_a^2=\dfrac{b^2+c^2}{2}-\dfrac{a^2}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Theo công thức tính độ dài đường trung tuyến trong tam giác ta có $m_a^2=\dfrac{b^2+c^2}{2}-\dfrac{a^2}{4}$.

Câu 45: **[HH10.C2.3.D03.b]** Cho tam giác ABC có độ dài 3 đường trung tuyến bằng 15; 18; 27. Diện tích của tam giác đó là:

A. 120. **B.** $120\sqrt{2}$. **C.** $60\sqrt{2}$. **D.** $20\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức đường trung tuyến trong tam giác ta có:

$$\begin{cases} m_a^2=\dfrac{b^2+c^2}{2}-\dfrac{a^2}{4} \\ m_b^2=\dfrac{a^2+c^2}{2}-\dfrac{b^2}{4} \\ m_c^2=\dfrac{b^2+a^2}{2}-\dfrac{c^2}{4} \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} \dfrac{b^2+c^2}{2}-\dfrac{a^2}{4}=15^2 \\ \dfrac{a^2+c^2}{2}-\dfrac{b^2}{4}=18^2 \\ \dfrac{b^2+a^2}{2}-\dfrac{c^2}{4}=27^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} 2b^2+2c^2-a^2=900 \\ 2a^2+2c^2-b^2=1296 \\ 2b^2+2a^2-c^2=2916 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} -a^2+2b^2+2c^2=900 \\ 2a^2-b^2+2c^2=1296 \\ 2a^2+2b^2-c^2=2916 \end{cases}$$

Giải hệ ta được $\begin{cases} a^2=836 \\ b^2=704 \\ c^2=164 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a^2=2\sqrt{209} \\ b^2=8\sqrt{11} \\ c^2=2\sqrt{41} \end{cases}$

$S_{ABC}=\sqrt{p(\text{p}-a)(\text{p}-\text{b})(\text{p}-\text{c})}=120\sqrt{2}$ ở đó $p=\dfrac{a+b+c}{2}$

Câu 46: **[HH10.C2.3.D04.b]** Cho một tam giác vuông. Nếu tăng cạnh góc vuông lên $2\ cm$ và $3\ cm$ thì diện tích tam giác tăng lên $50\ cm^2$, nếu giảm cả hai cạnh đi $2\ cm$ thì diện tích tam giác giảm đi $32\ cm^2$. Diện tích tam giác là

A. $104\ cm^2$. **B.** $52\ cm^2$. **C.** $208\ cm^2$. **D.** $48\ cm^2$.

Lời giải

Chọn A

Gọi a,b là độ dài các cạnh góc vuông của tam giác $(a>0,b>0)$

Sau khi tăng cạnh góc vuông lên $2\ cm$ và $3\ cm$ diện tích tam giác tăng lên $50\ cm^2$ ta có phương trình

$$\frac{1}{2}(a+2)(b+3)=\frac{1}{2}ab+50\Leftrightarrow 3a+2b=94 \quad (1)$$

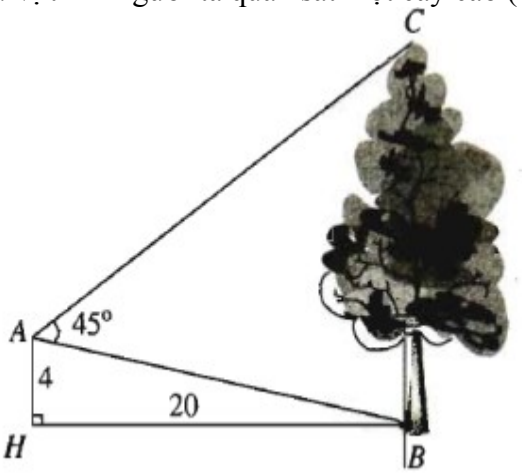
Sau khi giảm các cạnh góc vuông đi $2\ cm$ diện tích tam giác giảm $32\ cm^2$ nên ta có phương trình

$$\frac{1}{2}(a-2)(b-2)=\frac{1}{2}ab-32\Leftrightarrow a+b=34 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ $\begin{cases}3a+2b=94\\a+b=34\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=26\\b=8\end{cases}$.

Vậy diện tích của tam giác là: $S=\dfrac{1}{2}26.8=104\ cm^2$.

Câu 47: **[HH10.C2.3.D08.c]** Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao (hình vẽ).



Biết $AH=4(\text{m}),\ HB=20(\text{m}),\ \widehat{BAC}=45^\circ$.

Chiều cao của cây gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $17,5$ (m). **B.** $16,5$ (m). **C.** 17 (m). **D.** 16 (m).

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lí Py ta go trong $\Delta AHB\ (\widehat{AHB}=90^\circ)$ ta có:

$AB=\sqrt{AH^2+HB^2}=\sqrt{4^2+20^2}=\sqrt{416}=4\sqrt{26}$ (m)

Ta có:

$\tan \widehat{HAB} = \dfrac{HB}{HA} = \dfrac{20}{4} = 5 \Rightarrow \widehat{HAB} \approx 78,69^\circ \Rightarrow \widehat{HAC} \approx 78,69^\circ + 45^\circ = 123,69^\circ$

Trong tứ giác $ACBH$ ta có:

$\widehat{H} + \widehat{CAH} + \widehat{HBC} + \widehat{ACB} = 360^\circ$

$\Leftrightarrow 90^\circ + 123,69^\circ + 90^\circ + \widehat{ACB} = 360^\circ$

$\Leftrightarrow \widehat{ACB} = 360^\circ - 90^\circ - 123,69^\circ - 90^\circ$

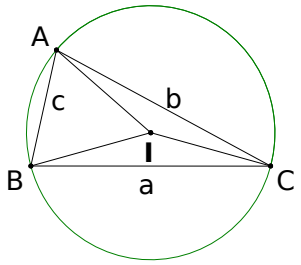
$\Leftrightarrow \widehat{ACB} = 56,31^\circ$

Áp dụng định lí hàm sin trong ΔABC ta có:

$\dfrac{AB}{\sin \widehat{ACB}} = \dfrac{BC}{\sin \widehat{BAC}} \Rightarrow BC = \dfrac{AB}{\sin \widehat{ACB}}.\sin \widehat{BAC} = \dfrac{4\sqrt{26}}{\sin 56,31^\circ}.\sin 45^\circ \approx 17,33(\text{m})$.

Ghi nhớ:

Cho tam giác ABC có $BC = a,\ AC = b$, $AB = c$ và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp.



Ta có $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$.

Câu 48: **[HH10.C2.3.D10.c]** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu là u_1 và công bội là q. Khi đó điều kiện của u_1, q để tồn tại ba số hạng liên tiếp của cấp số nhân đã cho là độ dài ba cạnh của một tam giác là:

A. $u_1 > 0, q \in \left(\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right)$.

B. $u_1 > 0, q \in \left(0; \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

C. $u_1 > 0, q \in \left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}; \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$.

D. $u_1 > 0, q \in \left(\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}; \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

Lời giải

Chọn

Giả sử ba số hạng liên tiếp đó là u_k, $u_k q$, $u_k q^2$ ($k \in \mathbb{N}^*$).

Do $u_k > 0$ nên $q > 0$, suy ra $u_1 = \dfrac{u_k}{q^{k-1}} > 0$

Ta có điều kiện cần là

$$\begin{cases} u_k > 0, u_{k+1} > 0, u_{k+2} > 0 \\ u_k + u_{k+1} - u_{k+2} > 0 \\ u_k + u_{k+1} - u_{k+2} > 0 \\ u_k + u_{k+1} - u_{k+2} > 0 \end{cases}$$

Câu 49: **[HH10.C3.1.D06.b]** Tìm m để hai đường thẳng $y=2x+4$ và $y=-x+m+2$ cắt nhau tại một điểm trên trục hoành.

A. $m=-2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-4$.

Lời giải

Chọn D

Theo giả thiết: hai đường thẳng $y=2x+4$ và $y=-x+m+2$ cắt nhau tại một điểm trên trục hoành, tức là

$$\begin{cases} 2x+4=0 \\ -x+m+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=m+2 \end{cases} (*).$$

Thay $x=-2$ vào (*) ta được $m=-4$.

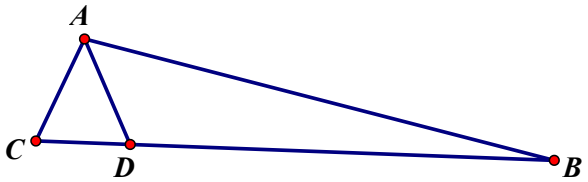
Vậy $m=-4$ thì hai đường thẳng $y=2x+4$ và $y=-x+m+2$ cắt nhau tại một điểm trên trục hoành.

Câu 50: **[HH10.C3.1.D06.c]** Cho tam giác ABC với $AB=5$ và $AC=1$. Tìm tọa độ điểm D là chân đường phân giác trong của góc A, biết $B(7;-2), C(1;4)$.

A. $D\left(-\frac{1}{2};\frac{11}{2}\right)$. **B.** $D(2;3)$. **C.** $D\left(\frac{11}{2};\frac{1}{2}\right)$. **D.** $D(2;0)$.

Lời giải

Chọn B



Áp dụng tính chất của đường phân giác ta có: $\frac{DB}{DC}=\frac{AB}{AC}=5 \Rightarrow DB=5DC$

Vì AD **là phân giác trong nên ta có:** $\overrightarrow{DB}=-5\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{DB}=5\overrightarrow{CD}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_B-x_D=5(x_D-x_C) \\ y_B-y_D=5(y_D-y_C) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=\frac{x_B+5x_C}{6}=2 \\ y_D=\frac{y_B+5y_C}{6}=3 \end{cases} \Rightarrow D(2;3)$$

Ghi nhớ: ***Cho tam giác*** ABC ***có phân giác trong*** AD**, ta có:** $\frac{AB}{AC}=\frac{DB}{DC}$.

ĐỀ SỐ 6 – HK2 – KIM LIÊN

Lời giải

Câu 1: **[DS10.C4.1.D02.c]** Cho $x\ge 1$, $y\ge 1$. Trong các bất đẳng thức dưới đây, bất đẳng thức nào **sai**?

A. $xy\ge 2x\sqrt{y-1}$. **B.** $x\ge 2\sqrt{x-1}$. **C.** $xy<2y\sqrt{x-1}$. **D.** $2\sqrt{y-1}\le y$.

Lời giải

Chọn C

* $\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2 \ge 0 \Leftrightarrow (x-1)-2\sqrt{x-1}+1 \ge 0 \Leftrightarrow x-2\sqrt{x-1} \ge 0 \Leftrightarrow x \ge 2\sqrt{x-1}$.

Tương tự $2\sqrt{y-1} \le y$ cũng đúng.

* $x\left(\sqrt{y-1}-1\right)^2 \ge 0 \Leftrightarrow x\left[(y-1)-2\sqrt{y-1}+1\right] \ge 0 \Leftrightarrow x\left(y-2\sqrt{y-1}\right) \ge 0$

$\Leftrightarrow xy-2x\sqrt{y-1} \ge 0 \Leftrightarrow xy \ge 2x\sqrt{y-1}$ đúng.

Vì vai trò của x và y như nhau nên $xy \ge 2y\sqrt{x-1}$ đúng, do đó $xy < 2y\sqrt{x-1}$ sai.

Hoặc kiểm tra bằng phản ví dụ: với $x=1$, $y=1$ thì $xy=1<0=2y\sqrt{x-1}$: sai.

Câu 2: **[DS10.C4.2.D04.b]** Tập nghiệm S của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x+2 \ge x \\ 4x+1 < x+7 \end{cases}$ là

A. $S=(-1;2]$. **B.** $S=[-1;2)$. **C.** $S=[-1;2]$. **D.** $S=(-1;2)$.

.

Lời giải

Chọn B

$\begin{cases} 3x+2 \ge x \\ 4x+1 < x+7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2 \ge 0 \\ 3x-6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -1 \\ x < 2 \end{cases}$

Câu 3: **[DS10.C4.5.D02.a]** Bất phương trình $x^2-\sqrt{5}x-1 \le 0$ có tập nghiệm là $S=[a;b]$.

Tính $T=b-a$.

A. $T=2\sqrt{5}$. **B.** $T=\sqrt{5}$. **C.** $T=3$. **D.** $T=2$.

Lời giải

Chọn C

$x^2-\sqrt{5}x-1 \le 0 \Leftrightarrow \dfrac{-3+\sqrt{5}}{2} \le x \le \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Suy ra $a=\dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}$; $b=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$ nên $T=b-a=3$.

Câu 4: **[DS10.C4.5.D03.b]** Tập nghiệm S của bất phương trình $\dfrac{x^2+x-3}{x^2-4} \ge 1$ là

A. $S=(-2;-1]\cup(2;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-2)\cup(-1;2)$.

C. $S=[-2;-1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $S=[-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$\dfrac{x^2+x-3}{x^2-4} \ge 1 \Leftrightarrow \dfrac{x+1}{x^2-4} \ge 0$.

Xét $A=\dfrac{x+1}{x^2-4}$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		-1		2		$+\infty$
$x+1$		-		-	0	+		+	
x^2-4		+	0	-		-	0	+	
A		-		+	0	-		+	

Từ bảng xét dấu suy ra $S=(-2;-1]\cup(2;+\infty)$.

Câu 5: **[DS10.C4.5.D06.b]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m^2-4)x^2+(m-2)x+1=0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $m>2$ hoặc $m<-2$. **B.** $-2<m<2$.

C. $m\le -\dfrac{10}{3}$ hoặc $m>2$. **D.** $m<-\dfrac{10}{3}$ hoặc $m\ge 2$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow (m^2-4).1<0\Leftrightarrow -2<m<2$.

Câu 6: **[DS10.C4.5.D06.c]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $mx^2+2(m-1)x+m+2<0$ vô nghiệm.

A. $m\le 0$. **B.** $m\ge \dfrac{1}{4}$. **C.** $m>0$. **D.** $m\le \dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $mx^2+2(m-1)x+m+2<0$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow mx^2+2(m-1)x+m+2\ge 0$ (1), có nghiệm đúng $\forall x\in\mathbb{R}$.

TH1: $m=0$.

Bất phương trình (1) trở thành: $-2x+2<0\Leftrightarrow x>1$

$\Rightarrow m=0$ không thỏa mãn.

TH2: $m\ne 0$.

Bất phương trình (1) có nghiệm đúng $\forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ \Delta'=(m-1)^2-m(m+2)\le 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ 1-4m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ m\ge\dfrac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow m\ge\frac{1}{4}.$$

Vậy $mx^2+2(m-1)x+m+2<0$ vô nghiệm khi $m\ge\dfrac{1}{4}$.

Câu 7: **[DS10.C4.5.D10.c]** Bất phương trình $(x^2-9)\sqrt{x-1}\le 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 3. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(x^2-9)\sqrt{x-1}\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=0\\ \begin{cases}x-1>0\\ x^2-9\le 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ \begin{cases}x>1\\ -3\le x\le 3\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ 1<x\le 3\end{array}\right.\Leftrightarrow 1\le x\le 3.$

Suy ra số nghiệm nguyên của bất phương trình là 3.

Câu 8: **[DS10.C6.1.D02.a]** Trên đường tròn có độ dài đường kính bằng 2018, cung có số đo 1 rad có độ dài bằng

A. 4036. **B.** 1009. **C.** 1. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa SGK cung có độ dài bằng bán kính là cung có số đo 1 rad.

Đường tròn có độ dài đường kính bằng 2018 thì bán kính bằng 1009 suy ra độ dài cung có số đo 1 rad bằng 1009.

Câu 9: **[DS10.C6.2.D03.b]** Rút gọn biểu thức

$$P=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+\sin\left(\pi+\alpha\right)+\sin\left(2018\pi+\alpha\right).$$

A. $P=\sin\alpha$. **B.** $P=-2\sin\alpha$. **C.** $P=2\sin\alpha$. **D.** $P=3\sin\alpha$.

Lời giải

Chọn A

$$P=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+\sin\left(\pi+\alpha\right)+\sin\left(2018\pi+\alpha\right)=\sin\alpha-\sin\alpha+\sin\alpha=\sin\alpha$$

Câu 10: **[DS10.C6.2.D05.b]** Cho $\cot\alpha=3$. Tính giá trị của biểu thức

$$Q=\frac{\sin^2\alpha+3\sin\alpha\cos\alpha+2\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha+2018\sin^2\alpha}.$$

A. $Q=\frac{18}{2019}$. **B.** $Q=\frac{6}{2019}$. **C.** $Q=\frac{28}{2027}$. **D.** $Q=\frac{2018}{2019}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=3$ nên $\sin\alpha\neq 0$.

Ta chia cả tử và mẫu của Q cho $\sin^2\alpha$:

$$Q=\frac{\frac{\sin^2\alpha+3\sin\alpha\cos\alpha+2\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}}{\frac{\cos^2\alpha+2018\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha}}=\frac{1+3\cot\alpha+2\cot^2\alpha}{\cot^2\alpha+2018}=\frac{1+3.3+2.3^2}{3^2+2018}=\frac{28}{2027}.$$

Câu 11: **[DS10.C6.3.D05.c]** Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3\cos 2x+2\cos^2 x$. Tính $T=19M+5m$.

A. $T=80$. **B.** $T=45$. **C.** $T=95$. **D.** $T=14$.

Lời giải

Chọn A

$P=3\cos 2x+2\cos^2 x=3\left(2\cos^2 x-1\right)+2\cos^2 x=8\cos^2 x-3$.

Mà $0\le\cos^2 x\le 1$ nên $-3\le P\le 5$.

Suy ra $M=5$ khi $\cos^2 x=1$ và $m=-3$ khi $\cos^2 x=0$.

Vậy $T=19M+5m=80$.

Câu 12: **[HH10.C3.1.D01.b]** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-2;4)$, $B(1;3)$ và $C(-1;5)$. Đường thẳng $\Delta:2x-3y+6=0$ cắt cạnh nào của tam giác đã cho?

A. Không cạnh nào. **B.** Cạnh BC. **C.** Cạnh AB. **D.** Cạnh CA.

Lời giải

Chọn A

Xét $t_A = 2.(-2) - 3.4 + 6 = -10$

$t_B = 2.1 - 3.3 + 6 = -1$

$t_C = 2.(-1) - 3.5 + 6 = -11$

Nhận thấy $t_A.t_B > 0$, $t_B.t_C > 0$ và $t_C.t_A > 0$ nên đường thẳng Δ không cắt cạnh nào của tam giác ABC.

Hoặc: có thể sử dụng đồ thị để kiểm tra.

Câu 13: **[HH10.C3.1.D02.a]** Tìm một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$.

A. $\overrightarrow{n_1} = (-1;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2} = (1;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3} = (1;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;1)$ nên suy ra Δ nhận $\overrightarrow{n_1} = (-1;2)$ làm một vectơ pháp tuyến.

Câu 14: **[HH10.C3.1.D04.b]** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy có $A(2;-1)$, $B(4;5)$, $C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ B.

A. $5x + 3y - 35 = 0$. **B.** $3x + 5y + 1 = 0$. **C.** $-5x + 3y + 5 = 0$. **D.** $5x + 3y - 11 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Đường cao BH $(H \in AC)$ đi qua điểm $B(4;5)$ và VTPT $\overrightarrow{AC} = (-5;3)$ có phương trình là:

BH: $-5(x-4) + 3(y-5) = 0 \Leftrightarrow -5x + 3y + 5 = 0$.

Câu 15: **[HH10.C3.1.D08.a]** Gọi d là khoảng cách từ điểm $M(2;3)$ đến đường thẳng $\Delta: x + y - 1 = 0$. Tính d.

A. $d = 2\sqrt{2}$. **B.** $d = 4$. **C.** $d = \dfrac{4}{\sqrt{13}}$. **D.** $d = 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $d(M, \Delta) = \dfrac{|2 + 3 - 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 2\sqrt{2}$.

Câu 16: **[HH10.C3.1.D09.b]** Cho hai đường thẳng $d_1: x + 2y - 2 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = t \end{cases}$. Tính cosin của góc tạo bởi hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. $\dfrac{3}{\sqrt{10}}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{10}}$. **C.** $\dfrac{3}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $\vec{n}_1$ và $\vec{u}_1$ lần lượt là vectơ pháp tuyến và vectơ chỉ phương của đường thẳng d_1. Gọi $\vec{u}_2$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng d_2. Theo giả thiết, chọn $\vec{n}_1=(1;2)$ nên ta có thể chọn $\vec{u}_1=(-2;1)$ và $\vec{u}_2=(1;1)$. Khi đó

$$\cos(d_1,d_2)=\left|\cos(\vec{u}_1,\vec{u}_2)\right|=\frac{|\vec{u}_1.\vec{u}_2|}{|\vec{u}_1|.|\vec{u}_2|}=\frac{|(-2).1+1.1|}{\sqrt{(-2)^2+1^2}.\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Câu 17: **[HH10.C3.2.D02.a]** Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+1)^2=20$.

A. $I(-1;1)$, $R=2\sqrt{5}$. **B.** $I(1;-1)$, $R=20$.

C. $I(1;-1)$, $R=2\sqrt{5}$. **D.** $I(1;1)$, $R=20$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ tâm $I(1;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$.

Câu 18: **[HH10.C3.2.D06.c]** Cho đường tròn (C) có phương trình $(x-3)^2+(y+2)^2=25$ và điểm $M(m;3)$. Tìm tất cả các giá trị của m để từ M kẻ được hai tiếp tuyến tới (C) sao cho hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

A. $m\in\{-2;-8\}$. **B.** $m\in\{-2;8\}$.

C. $m\in\{2;8\}$. **D.** $m\in\{2;-8\}$.

Lời giải

Chọn B

$(C):(x-3)^2+(y+2)^2=25\Rightarrow(C)$ có tâm $I(3;-2)$ và bán kính $R=5$.

Gọi B và C lần lượt là hai tiếp điểm của hai tiếp tuyến thỏa yêu cầu đề bài $\Rightarrow MB\perp MC$

$\Rightarrow \widehat{BMC}=90°$.

Xét tứ giác $IBMC$ có $\widehat{IBM}=\widehat{ICM}=\widehat{BMC}=90°\Rightarrow$ Tứ giác $IBMC$ là hình chữ nhật.

Mà $MB=MC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).

$\Rightarrow IBMC$ là hình vuông $\Rightarrow MI=IB\sqrt{2}=R\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow MI^2=50\Leftrightarrow(3-m)^2+(-2-3)^2=50\Leftrightarrow m^2-6m-16=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=8\\m=-2\end{array}\right.$$

Vậy $m\in\{-2;8\}$.

Câu 19: **[HH10.C3.2.D13.d]** Cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=4$ và hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1:mx+y-m-1=0$ và $d_2:x-my+m-1=0$, m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m để d_1, d_2 cắt (C) tại bốn điểm phân biệt sao cho bốn điểm đó tạo thành tứ giác có diện tích lớn nhất. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B

Hai đường thẳng luôn vuông góc và cắt nhau tại $M(1;1)$ nằm trong đường tròn. Đặt $d = IM$, trong đó $I(1;2)$ là tâm đường tròn (C). Gọi x, y lần lượt là khoảng cách từ tâm I đến hai đường thẳng d_1 và d_2. Khi đó ta có $x^2 + y^2 = d^2$.

Lại có

$$S_{ABCD} = \frac{AC.BD}{2} = \frac{2.\sqrt{r^2 - x^2}.2.\sqrt{r^2 - y^2}}{2} = 2\sqrt{\left(r^2 - x^2\right)\left(r^2 - y^2\right)} \le r^2 - x^2 + r^2 - y^2 = 2r^2 - d^2.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = y = \frac{d}{\sqrt{2}}$. Khi đó

$$d(I,d_1) = d(I,d_2) \Leftrightarrow \frac{|m+2-m-1|}{\sqrt{m^2+1}} = \frac{|1-2m+m-1|}{\sqrt{m^2+1}} \Leftrightarrow |m| = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1 \Rightarrow S = 0.$$

Câu 20: **[HH10.C3.3.D03.c]** Viết phương trình chính tắc của elip đi qua điểm $A\left(2;\sqrt{3}\right)$ và tỉ số của độ dài trục lớn với tiêu cự bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

A. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ điểm $A\left(2;\sqrt{3}\right)$ vào thấy chỉ thỏa mãn phương trình $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Cách 2: Elip có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a > b > 0$ và $c > 0$, $a^2 = b^2 + c^2$.

* Elip đi qua điểm $A\left(2;\sqrt{3}\right)$ nên $\frac{4}{a^2} + \frac{3}{b^2} = 1$ (1).

* Tỉ số của độ dài trục lớn và tiêu cự bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$ nên

$$\frac{2a}{2c} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 3.a^2 = 4.c^2 \Leftrightarrow 3.a^2 = 4.\left(a^2 - b^2\right) \Leftrightarrow a^2 = 4.b^2.$$

* Thay $a^2 = 4.b^2$ vào (1) ta được $\frac{4}{4.b^2} + \frac{3}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 4 \Rightarrow a^2 = 16$.

Vậy phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 21: **[DS10.C4.5.E06.b]** Giải bất phương trình: $\sqrt{2x^2 - 5x - 2} + x \le 2$.

Lời giải

Bpt $\Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - 5x - 2} \le 2 - x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-5x-2\ge 0 \\ 2-x\ge \\ 2x^2-5x-2\le (2-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le \dfrac{5-\sqrt{41}}{4}\vee x\ge \dfrac{5+\sqrt{41}}{4} \\ x\le 2 \\ x^2-x-6\le 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -2\le x\le \frac{5-\sqrt{41}}{4}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình: $S=\left[-2;\dfrac{5-\sqrt{41}}{4}\right]$

Câu 22: **[DS10.C6.3.E04.b]** Rút gọn biểu thức: $A=\dfrac{\sin 4x+2\sin 2x}{\sin 4x-2\sin 2x}.\cot\left(\dfrac{3\pi}{2}-x\right)$, (khi biểu thức có nghĩa)

Lời giải

$$A=\frac{2\sin 2x.\cos 2x+2\sin 2x}{2\sin 2x.\cos 2x-2\sin 2x}.\cot\left(\pi+\frac{\pi}{2}-x\right)$$

$$=\frac{2\sin 2x(\cos 2x+1)}{2\sin 2x(\cos 2x-1)}\cot\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\frac{2\cos^2 x}{-2\sin^2 x}.\tan x=-\cot x$$

Câu 23: **[DS10.C6.3.E04.b]** Cho $\cot\alpha=\dfrac{4}{3}$, $3\pi<\alpha<\dfrac{7\pi}{2}$. Tính $\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}-\alpha\right)$.

Lời giải

Vì $3\pi<\alpha<\dfrac{7\pi}{2}$ nên $\sin\alpha<0$

$$1+\cot^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}\Rightarrow \sin^2\alpha=\frac{1}{1+\cot^2\alpha}=\frac{1}{1+\left(\frac{4}{3}\right)^2}=\frac{9}{25}\Rightarrow \sin\alpha=-\frac{3}{5}$$

Ta có (Vì $\sin\alpha<0$)

$$\cos\alpha=\sin\alpha\cot\alpha=-\frac{3}{5}.\frac{4}{3}=\frac{-4}{5}$$

Ta có $\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}-\alpha\right)=\cos\dfrac{2\pi}{3}\cos\alpha+\sin\dfrac{2\pi}{3}\sin\alpha$

$$=-\frac{1}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha=-\frac{1}{2}.\frac{-4}{5}+\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{-3}{5}=\frac{4-3\sqrt{3}}{10}.$$

Câu 24: **[HH10.C3.3.E03.b]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(4;0);B(0;3)$. Viết phương trình chính tắc của elip đi qua hai điểm $A;B$

Lời giải

Gọi (E) có dạng $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$

Vì (E) đi qua $A;B$ ta có $\dfrac{16}{a^2}=1\Leftrightarrow a^2=16$ và $\dfrac{9}{b^2}=1\Leftrightarrow b^2=9$

Vậy hương trình của (E) là $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$

Câu 25: **[HH10.C3.2.E05.b]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(4;0);B(0;3);C(1;-1)$. Viết phương trình đường tròn tâm C và tiếp xúc với đường thẳng AB

Lời giải

Ta có phương trình đường thẳng AB là $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1\Leftrightarrow 3x+4y-12=0$

Bán kính đường tròn $R=d(C;AB)=\frac{|3.1+4.(-1)-12|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{13}{5}$

Phương trình đường tròn là $(x-1)^2+(y+1)^2=\frac{169}{25}$

Câu 26: **[DS10.C3.2.E06.d]** Tìm m để phương trình $3\sqrt{x}-4x=2\sqrt{x+3x^2}-3\sqrt{3x+1}=m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0;1]$, với m là tham số

Lời giải

Phương trình đã cho tương đương với

$3\left(\sqrt{x}+\sqrt{3x+1}\right)-\left(4x+2\sqrt{x+3x^2}\right)=m$

Đặt $t=\sqrt{x}+\sqrt{3x+1}$ **với** $x\in[0;1]$ **thì** $t\in[1;3]$

Ta được phương trình $3t-t^2=m-1$ **có nghiệm** $t\in[1;3]$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(t)=3t-t^2$ **trên** $[1;3]$ **ta có**

Phương trình có nghiệm khi $1\le m\le\frac{13}{4}$

ĐỀ SỐ 7 – HK2 – BÙI THỊ XUÂN

Lời giải

Câu 1: **[DS10.C2.1.D03.d]** Tìm tất cả các giá trị của m để tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x-2m}-\sqrt{4-2x}$ là $[1;2]$.

A. $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-\frac{1}{2}$. **D.** $m>\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $\begin{cases}x-2m\ge 0\\4-2x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2m\\x\le 2\end{cases}$.

Để tập xác định của hàm số là $[1;2]\Leftrightarrow 2m=1\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$.

Câu 2: **[DS10.C4.3.D01.a]** Biểu thức nào sau đây **không phải** là nhị thức bậc nhất:

A. $f(x)=x-5x^2$ **B.** $f(x)=x-3$ **C.** $f(x)=2-5x$ **D.** $f(x)=2x+1$

Lời giải:

Chọn A

Câu 3: **[DS10.C4.3.D02.a]** Nhị thức $f(x)=12-3x$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi:

A. $x\in(-\infty;1)$. **B.** $x\in(-\infty;3)$. **C.** $x\in(4;+\infty)$. **D.** $x\in(-\infty;2)$

Lời giải:

Chọn C

Ta có: $f(x)<0\Leftrightarrow 12-3x<0\Leftrightarrow x>4$.

Vậy $x\in(4;+\infty)$.

Câu 4: **[DS10.C4.3.D06.b]** Tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{x+12}{x-2}<0$.

A. $S=(-\infty;-12)\cup(2;+\infty)$. **B.** $S=(-12;2)$.

C. $S=(-\infty;-12)$. **D.** $S=[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\dfrac{x+12}{x-2}<0\Leftrightarrow x\in(-12;2)$.

Câu 5: **[DS10.C4.4.D01.a]** Cho bất phương trình $2x-y+9>0$. Chọn điểm thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

A. $B(-1;2)$. **B.** $C(5;21)$. **C.** $A(-2;16)$. **D.** $D(7;23)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm B vào ta được: $2(-1)-2+9=5>0\Rightarrow B(-1;2)$ là điểm thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu 6: **[DS10.C4.4.D02.b]** Tìm miền nghiệm của bất phương trình sau: $3x-y-12<0$.

A. Là nữa mặt phẳng chứa gốc tọa độ, bờ là đường thẳng $d:y=3x-12$ (không bao gồm đường thẳng d).

B. Là nữa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ, bờ là đường thẳng $d:y=3x-12$ (bao gồm đường thẳng d).

C. Là nữa mặt phẳng chứa gốc tọa độ, bờ là đường thẳng $d:y=3x-12$ (bao gồm đường thẳng d).

D. Là nữa mặt phẳng Không chứa gốc tọa độ, bờ là đường thẳng $d:y=3x-12$ (không bao gồm đường thẳng d).

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm $O(0;0)$ vào bất phương trình $3x-y-12<0\Rightarrow -12<0$ .Thấy thỏa mãn nên điểm $O(0;0)$ nằm trong miền nghiệm của bất phương trình.

Vậy Miền nghiệm của bất phương trình Là nữa mặt phẳng chứa gốc tọa độ, bờ là đường thẳng $d:y=3x-12$ (không bao gồm đường thẳng d).

Câu 7: **[DS10.C4.5.D02.a]** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+4x+3\ge 0$

A. $S=(-\infty;-1]\cup[-3;+\infty)$. **B.** $S=\{-3;-1\}$.

C. $S=(-\infty;-3]\cup[-1;+\infty)$. **D.** $S=\{-3;-1\}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $x^2+4x+3\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\leq -3\\m\geq -1\end{array}\right.$ nên tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;-3]\cup[-1;+\infty)$.

Câu 8: **[DS10.C4.5.D02.a]** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+6x+9>0$ là

A. $S=(-3;+\infty)$. **B.** $S=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$. **C.** $S=(-\infty;-3)$. **D.** $S=\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2+6x+9>0\Leftrightarrow(x+3)^2>0\Leftrightarrow x\neq -3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$

Câu 9: **[DS10.C4.5.D02.a]** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-x+7>0$ là:

A. $S=(-1;7)$. **B.** $S=\mathbb{R}$.

C. $S=(-\infty;-1)\cap(7;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;-1)\cup(7;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $f(x)=x^2-x+7$ có $\Delta=(-1)^2-4.7=-27<0$ nên $f(x)$ cùng dấu với hệ số $a=1>0\Rightarrow f(x)>0\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 10: **[DS10.C4.5.D02.b]** Tam thức bậc hai nào sau đây luôn dương với mọi giá trị của x?

A. $f(x)=x^2-2x-10$. **B.** $f(x)=x^2-10x+2$.

C. $f(x)=x^2-2x+10$. **D.** $f(x)=-x^2+2x-10$.

Lời giải

Chọn C

$f(x)=x^2-2x+10$

Vì $\left\{\begin{array}{l}a=1>0\\\Delta=-36<0\end{array}\right.\Rightarrow f(x)>0;\forall x\in R$

Câu 11: **[DS10.C4.5.D03.b]** Tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{x^2-5x+4}{x+5}\geq 0$ là:

A. $S=(-5;1]\cup[4;+\infty)$. **B.** $S=[-5;1]\cup[4;+\infty)$.

C. $S=(-\infty;-5)\cup[1;4]$. **D.** $S=(-\infty;-5)\cup(1;4)$.

Lời giải

Chọn A

Nghiệm thành phần: $-5;1;4$.

Bảng xét dấu vế trái

Dựa vào bảng xét dấu, tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-5;1]\cup[4;+\infty)$.

Câu 12: **[DS10.C4.5.D03.b]** Tập nghiệm của bất phương trình: $\dfrac{(x^2+3x-4)(x+5)}{7-x}\geq 0$ (1) là

A. $(-5;-4)\cup[1;7)$. **B.** $(-\infty;-5)\cup(-4;1)$. **C.** $(-\infty;-5]\cup[-4;1)$. **D.** $[-5;-4]\cup[1;7)$

Lời giải

Chọn B

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$ -5 -4 1 7 $+\infty$				
x^2+3x-4	$+$	$-$ 0 $-$ 0 $+$			$+$
$x+5$	$-$ 0 $-$		$+$	$+$	$+$
$7-x$	$+$	$+$	$+$	$+$ 0 $-$	
$VT(1)$	$-$	$+$	$-$	$+$	$-$

Dựa vào bảng xét dấu ta có: $(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-5\leq x\leq -4\\ 1\leq x<7\end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của (1) là: $[-5;-4]\cup[1;7)$

Câu 13: **[DS10.C4.5.D07.b]** Tam thức $f(x)=(m^2+2)x^2-2(m-2)x+2$ luôn nhận giá trị dương khi

A. $m\leq -4$ hoặc $m\geq 0$. **B.** $-4<m<0$. **C.** $m<-4$ hoặc $m>0$. **D.** $m<0$ hoặc $m>4$.

Lời giải

Chọn C

Dễ thấy $m^2+2>0$ với mọi $m\in\mathbb{R}$.

Do đó $f(x)$ luôn nhận giá trị dương khi $\Delta'=(m-2)^2-(m^2+2).2<0$

$\Leftrightarrow -m^2-4m<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-4\\ m>0\end{array}\right.$

Câu 14: **[DS10.C4.5.D10.b]** Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2+x-12}<8-x$ là

A. $S=(8;+\infty)$. **B.** $S=(-3;-1]\cup(1;2)$.

C. $S=(-4;3)$. **D.** $S=(-\infty;-4]\cup\left[3;\dfrac{76}{17}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\sqrt{x^2+x-12}<8-x \Leftrightarrow \begin{cases} 8-x>0 \\ x^2+x-12\ge 0 \\ x^2+x-12<(8-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<8 \\ \left[\begin{array}{l} x\ge 3 \\ x\le -4 \end{array}\right. \\ x<\dfrac{76}{17} \end{cases} \Leftrightarrow x\in(-\infty;-4]\cup\left[3;\dfrac{76}{17}\right).$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình: $S=(-\infty;-4]\cup\left[3;\dfrac{76}{17}\right).$

Câu 15: **[DS10.C5.3.D01.a]** Cho dãy số liệu thống kê $21,23,24,25,22,20$. Số trung bình cộng của số liệu thống kê đã cho là

A. 22. **B.** $22,5$. **C.** $23,5$. **D.** 14.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Số trung bình cộng của số liệu thống kê đã cho là

$$\frac{21+23+24+25+22+20}{6}=22,5.$$

Câu 16: **[DS10.C5.4.D01.a]** Cho dãy số liệu thống kê 1,2,3,4,5,6,7. Phương sai của các số liệu thống kê là:

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 3

Lời giải

Chọn C

Trung bình cộng: $\overline{x}=\dfrac{1+2+3+4+5+6+7}{7}=4$

Phương sai:

$$\delta=\frac{(1-4)^2+(2-4)^2+(3-4)^2+(4-4)^2+(5-4)^2+(6-4)^2+(7-4)^2}{7}=4$$

.

Câu 17: **[DS10.C5.4.D02.a]** Điều tra về khối lượng của 2 nhóm cá được nuôi ở 2 khu vực khác nhau, người ta thu được kết quả sau: Nhóm thứ nhất có khối lượng trung bình là $\overline{x}=1,6kg$ và có phương sai $S_x^2=1,87$. Nhóm cá thứ hai có khối lượng trung bình là $\overline{y}=1,61kg$ và có phương sai $S_y^2=3,25$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Nhóm cá thứ 2 có độ lệch chuẩn lớn hơn nhóm cá thứ nhất

B. Nhóm cá thứ hai có khối lượng đồng đều hơn nhóm cá thứ nhất

C. Nhóm cá thứ nhất có khối lượng đồng đều hơn nhóm cá thứ hai

D. Hai nhóm có khối lượng trung bình xấp xỉ nhau.

Lời giải

Chọn B

Khi hai nhóm có giá trị trung bình cộng xấp xĩ nhau, nhóm hai có phương sai lớn hơn nên có dữ liệu biến thiên nhiều hơn $\Rightarrow$ nhóm cá thứ nhất có khối lượng đồng đều hơn

Câu 18: **[DS10.C6.1.D01.a]** Một cung có số đo $\alpha = \frac{3\pi}{4} rad$ thì có số đo tương ứng với đơn vị độ là.

A. 75^o **B.** 150^o **C.** 45^o **D.** 135^o

Lời giải

Chọn D

$1\ rad = \left(\frac{180}{\pi}\right)^o \Rightarrow \frac{3\pi}{4} rad = \left(\frac{3\pi}{4}.\frac{180}{\pi}\right)^o = 135^o$

Câu 19: **[DS10.C6.1.D03.b]** Trên đường tròn lượng giác gốc A, có bao nhiêu điểm M khác nhau biểu diễn cung có số đo $\alpha = k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\alpha = k\frac{\pi}{3} = k\frac{2\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$ do đó có sáu điểm biểu diễn bởi góc có số đo dạng $\alpha = k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Với

$k = 0 \Rightarrow \alpha = 0$ được biểu diễn bởi điểm A_1.

$k = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$ được biểu diễn bởi điểm A_2.

$k = 2 \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3}$ được biểu diễn bởi điểm A_3.

$k = 3 \Rightarrow \alpha = \pi$ được biểu diễn bởi điểm A_4.

$k = 4 \Rightarrow \alpha = \frac{4\pi}{3}$ được biểu diễn bởi điểm A_5.

$k = 5 \Rightarrow \alpha = \frac{5\pi}{3}$ được biểu diễn bởi điểm A_6.

Câu 20: **[DS10.C6.2.D01.a]** Cho cung có số đo α với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\sin\alpha > 0$. **B.** $\cos\alpha > 0$. **C.** $\tan\alpha > 0$. **D.** $\cot\alpha < 0$.

Lời giải

Chọn D

Cung có số đo α với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ có điểm biểu diễn thuộc cung phần tư thứ (I) nên $\cot\alpha > 0$

Câu 21: [DS10.C6.2.D02.b] Nếu $\tan\alpha=\dfrac{2ts}{t^2-s^2}$ với α là góc nhọn và $r>s>0$ thì $cos\alpha$ bằng.

A. $\dfrac{r}{s}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{r^2-s^2}}{2r}$. **C.** $\dfrac{rs}{r^2+s^2}$. **D.** $\dfrac{r^2-s^2}{r^2+s^2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có :

$$\frac{1}{cos^2\alpha}=1+\tan^2\alpha=1+\left(\frac{2rs}{r^2-s^2}\right)^2=\left(\frac{r^2+s^2}{r^2-s^2}\right)^2\Rightarrow cos^2\alpha=\left(\frac{r^2-s^2}{r^2+s^2}\right)^2\Rightarrow cos\alpha=\frac{r^2-s^2}{r^2+s^2}$$

.

Câu 22: [DS10.C6.2.D03.a] Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$ $\sin(\pi-\alpha)=-\sin\alpha$. **B.** $\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$ **D.** $\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$

C.

Lời giải

Chọn C

Câu 23: [DS10.C6.2.D05.b] Rút gọn biểu thức sau : $G=(1-\sin^2 x)\cot^2 x+1-\cot^2 x$

A. $G=\dfrac{1}{\sin x}$ **B.** $G=\dfrac{1}{\cos x}$ **C.** $G=\cos x$ **D.** $G=\sin^2 x$

Lời giải

Chọn D

$$G=(1-\sin^2 x)\cot^2 x+1-\cot^2 x=\cos^2 x\cot^2 x+1-\cot^2 x=\cot^2 x(\cos^2 x-1)+1$$

$$=-\sin^2 x\cot^2 x+1=1-\cos^2 x=\sin^2 x$$

Câu 24: [DS10.C6.2.D05.b] Biểu thức

$A=\sin(6\pi+x)-\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)+\cot(5\pi-x)+\tan\left(\dfrac{3\pi}{2}-x\right)$ có biểu thức rút gọn bằng?

A. $A=2\sin x.$ **B.** $A=0.$ **C.** $A=-2\sin x.$ **D.** $A=-2\cot x.$

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$\sin(6\pi+x)=\sin(6\pi)\,c\cos x+\cos(6\pi)\sin x=\sin x$

$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$

$\cot(5\pi-x)=\dfrac{1+\tan(5\pi).\tan x}{\tan 5\pi-\tan x}=\dfrac{-1}{\tan x}=-\cot x$

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)}=\frac{\sin\frac{3\pi}{2}\cos x-\cos\frac{3\pi}{2}\sin x}{\cos\frac{3\pi}{2}\cos x+\sin\frac{3\pi}{2}\sin x}=\frac{\cos x}{\sin x}=\cot x$$

Thay vào biểu thức trên ta được:

$$A=\sin x-\sin x-\cot x+\cot x=0.$$

Câu 25: **[DS10.C6.2.D08.b]** Cho $\tan x=2$. Tính $A=\dfrac{2\sin^2 x-5\sin x\cos x+\cos^2 x}{2\sin^2 x+\sin x\cos x+\cos^2 x}$.

A. $A=-11$ **B.** $A=\dfrac{1}{11}$ **C.** $A=-\dfrac{1}{11}$ **D.** $A=11$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\tan x=2\Rightarrow\dfrac{\sin x}{\cos x}=2\Rightarrow\sin x=2\cos x$

Thay vào A ta được: $A=\dfrac{2(2\cos x)^2-5(2\cos x)\cos x+\cos^2 x}{2(2\cos x)^2+(2\cos x)\cos x+\cos^2 x}=\dfrac{-\cos^2 x}{11\cos^2 x}=-\dfrac{1}{11}$.

Câu 26: **[HH10.C3.1.D02.a]** Tìm tọa độ vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;2)$ và $B(1;-4)$.

A. $\vec{u}=(2;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;6)$. **C.** $\vec{u}=(-2;1)$. **D.** $\vec{u}=(1;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{BA}=(2;6)//\vec{u}=(1;3)$.

Do đó, một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;2)$ và $B(1;-4)$ là $\vec{u}(1;3)$.

Câu 27: **[HH10.C3.1.D03.b]** Cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(-1;1),B(4;7),C(3;-2)$, M là trung điểm đoạn thẳng AB. Phương trình tham số của đường trung tuyến CM là

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-4t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3-t\\y=4+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=-2+4t\end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Vì M là trung điểm AB nên $M\left(\dfrac{3}{2};4\right)$.

Đường trung tuyến AM có VTCP là $\overrightarrow{CM}=\left(-\dfrac{3}{2};6\right)=-\dfrac{3}{2}(1;-4)$.

Phương trình tham số của đường trung tuyến CM là $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \end{cases}$.

Câu 28: **[HH10.C3.1.D03.b]** Cho tam giác ABC có $A(-2;3), B(1;-2), C(-5;4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường trung tuyến AM của tam giác ABC.

A. $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -2t \\ y = -2 + 3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 - 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Vì M là trung điểm của $BC \Rightarrow M(-2;1)$ và $\overrightarrow{AM}(0;-2)$

Phương trình tham số đường thẳng AM đi qua A và nhận $\overrightarrow{AM}(0;-2)$ làm véc tơ chỉ phương là: $AM: \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 - 2t \end{cases}$

Câu 29: **[HH10.C3.1.D04.b]** Cho đường thẳng $(d): x - 2y + 1 = 0.$ Phương trình tổng quát đường thẳng (Δ) đi qua $M(1;-1)$ và song song với đường thẳng (d) có dạng $Ax + By + 6 = 0.$ Khi đó tính $T = 2A + 3B.$.

A. $T = 8.$ **B.** $T = -8.$ **C.** $T = 4.$ **D.** $T = -4.$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Đường thẳng (Δ) song song với đường thẳng (d) có dạng $x - 2y + c = 0, c \neq 1.$

(Δ) đi qua $M(1;-1)$ nên $1 - 2(-1) + c = 0 \Leftrightarrow c = -3.$

$\rightarrow (\Delta): x - 2y - 3 = 0 \Leftrightarrow -2x + 4y + 6 = 0.$

Vậy $T = 2A + 3B = 8.$

Câu 30: **[HH10.C3.1.D04.b]** Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-2;4)$; $B(-6;1)$ có dạng $Ax + By + 22 = 0$. Khi đó tính $T = 5A - 3B$

A. $T = 11$. **B.** $T = -27$. **C.** $T = 27$. **D.** $T = -11$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ của hai điểm $A(-2;4)$; $B(-6;1)$ vào đường thẳng $Ax + By + 22 = 0$ ta được

$\begin{cases} -2A + 4B + 22 = 0 \\ -6A + B + 22 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 3 \\ B = -4 \end{cases}$. Vậy $T = 5A - 3B = 27$

Câu 31: **[HH10.C3.1.D11.a]** Cho đường thẳng d có phương trình $(d): 3x + 5y + 2018 = 0$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau?

A. (d) song song với đường thẳng $3x + 5y + 2017 = 0$.

B. (d) có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (5;-3)$.

C. (d) có hệ số góc $k=\frac{5}{3}$.

D. (d) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;5)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có phương trình $(d):\ 3x+5y+2018=0$

Suy ra: (d) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;5)\Rightarrow$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;-3)$ hoặc $\vec{u}=(-5;3)\Rightarrow$ Hệ số góc của (d) là $k=-\frac{3}{5}$.

Câu 32: **[HH10.C3.1.D11.b]** Cho hai đường thẳng $(d_1):2x+y+4-m=0$ và $(d_2):(m+3)x+y-2m-1=0$. (d_1) song song với (d_2) khi

A. $m=-1.$ **B.** $m=1.$ **C.** $m=2.$ **D.** $m=3.$

Lời giải

Chọn A

Để (d_1) song song với (d_2) thì $\frac{m+3}{2}=1\Leftrightarrow m=-1$

Và $-2m-1\neq 4-m\Leftrightarrow m\neq -5$

Vậy $m=-1.$

Câu 33: **[HH10.C3.2.D01.a]** Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

A. $x^2+2y^2-2x+4y-1=0$. **B.** $x^2+y^2-2x+4y-7=0$.

C. $2x^2+y^2-2x+4y-1=0$. **D.** $x^2+y^2-2xy+4y-1=0$.

Lời giải

Chọn B

Theo công thức tổng quát phương trình đường tròn là

$x^2+y^2+2ax+2by+c=0,\ a^2+b^2-c>0$

Vậy đáp án cần chọn là $x^2+y^2-2x+4y-7=0$.

Câu 34: **[HH10.C3.2.D01.a]** Cho đường tròn (C): $(x-1)^2+(y+3)^2=9$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

A. Đường tròn (C) đi qua điểm $M(1;6)$. **B.** Đường tròn (C) đi qua điểm $A(1;0)$.

C. Đường tròn (C) có bán kính $R=3$. **D.** Đường tròn (C) có tâm $I(1;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Thay toạ độ điểm M vào phương trình đường tròn (C) ta được $(1-1)^2+(6+3)^2=9$ là mệnh đề sai. Suy ra đường tròn (C) không qua M.

Câu 35: **[HH10.C3.2.D01.c]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $x^2+y^2+2x+2my-15+2m^2=0$ là phương trình của một đường tròn.

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đường tròn có dạng $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$.

Ta có $\begin{cases}-2a=2\\-2b=2m\\c=-15+2m^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=-m\\c=-15+2m^2\end{cases}$

Phương trình $x^2+y^2+2x+2my-15+2m^2=0$ là phương trình của một đường tròn

$\Leftrightarrow(-1)^2+(-m)^2-(-15+2m^2)>0\Leftrightarrow -m^2+16>0\Leftrightarrow -4<m<4$.

Do $m\in\square$ nên $m\in\{-3;-2;-1;0;1;2;3\}$.

Câu 36: **[HH10.C3.2.D05.b]** Lập phương trình đường tròn có tâm $I(-2;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $(d):2x-y-5=0.$

A. $(x+2)^2+(y-1)^2=10.$ **B.** $(x+2)^2+(y-1)^2=20.$

C. $(x+2)^2+(y-1)^2=30.$ **D.** $(x+2)^2+(y-1)^2=40.$

Lời giải

Chọn B

Bán kính R của đường tròn tâm $I(-2;1)$ tiếp xúc với đường thẳng $(d):2x-y-5=0$ là:

$$R=d(\mathrm{I},d)=\frac{|2.(-2)-1-5|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=2\sqrt{5}.$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $(x+2)^2+(y-1)^2=20.$

Câu 37: **[HH10.C3.2.D06.b]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $\Delta:4x+3y+m=0$ tiếp xúc với đường tròn $(C):x^2+y^2-9=0$.

A. $m\in\{-3;3\}$. **B.** $m\in\{-3\}$. **C.** $m\in\{3\}$. **D.** $m\in\{-15;15\}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: đường tròn (C) có tâm $I(0;0)$ và bán kính $R=3$

Theo giả thiết, ta có: $d(I;\Delta)=R\Leftrightarrow\frac{|4.0+3.0+m|}{\sqrt{4^2+3^2}}=3\Leftrightarrow|m|=15\Leftrightarrow m=\pm15$.

Câu 38: **[HH10.C3.2.D06.b]** Cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=8$. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $M(3;4)$ thuộc đường tròn là:

A. $x+y-7=0$. **B.** $x+y+3=0$. **C.** $x-y-3=0$. **D.** $-x+y+7=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=8$ có tâm $I(1;2)$.

Tiếp tuyến của đường tròn qua $M(3;4)$ và nhận $\overrightarrow{IM}=(2;2)$ làm véctơ pháp tuyến.

Phương trình tiếp tuyến của (C) dạng: $2(x-3)+2(y-4)=0 \Leftrightarrow x+y-7=0$.

Câu 39: **[HH10.C3.3.D02.b]** Elip $(E):\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$. Tính tỉ số tiêu cự với độ dài trục lớn bằng:

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Elíp có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1, c^2=a^2-b^2$ với $a=\sqrt{5};b=2;c=1$ nên có độ dài trục lớn $A_1A_2=2a=2\sqrt{5}$

Và tiêu cự: $F_1F_2=2c=2$

Vậy: Tỉ số tiêu cự với độ dài trục lớn bằng: $\frac{\sqrt{5}}{5}$

Câu 40: **[HH10.C3.3.D03.b]** Viết phương trình chính tắc của Elíp có trục lớn gấp đôi trục bé và có tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$

A. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{24}=1$. **C.** $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{6}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

.

Lời giải

Chọn D

Gọi phương trình chính tắc của Elip là: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

Theo giả thiết $A_1A_2=2a$, $B_1B_2=2b$, $C_1C_2=2c=4\sqrt{3}\Rightarrow c=2\sqrt{3}$, $a=2b$.

Ta có $a^2=b^2+c^2 \Leftrightarrow 4b^2=b^2+c^2 \Leftrightarrow 3b^2=c^2 \Leftrightarrow 3b^2=12 \Leftrightarrow b^2=4 \Rightarrow a^2=4b^2=16$.

Câu 41: **[DS10.C4.5.E02.b]** Giải bất phương trình sau $3x^2+5x-8\ge 0$ (1)

Lời giải

Ta có: $3x^2+5x-8=0 \Leftrightarrow x=1 \vee x=-\frac{8}{3}$

Bảng xét dấu

Vậy tập nghiệm của bất phương trình (1) là $S=\left(-\infty;-\frac{8}{3}\right]\cup[1;+\infty)$.

Câu 42: **[HH10.C3.1.E04.b]** Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;3)$ và $B(3;1)$

Lời giải

VTCP của đường thẳng AB là $\overrightarrow{AB}=(1;-2)$

Phương trình tổng quát của AB là:

$$\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{-2}\Leftrightarrow -2x+4=y-3\Leftrightarrow 2x+y-7=0$$

ĐỀ SỐ 8 – HK2 – NGUYỄN TRƯỜNG TỘ

Lời giải

Câu 1: **[DS10.C4.5.D02.c]** Tìm các giá trị của m để bất phương trình sau có tập nghiệm là $\square$

$(m-4)x^2-(m-6)x+m-5\le 0$ (1)

Lời giải

Với $m=4$ thì (1): $2x-1\le 0\Leftrightarrow x\le\frac{1}{2}$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán

Với $m\neq 4$ thì $g(x)=(m-4)x^2-(m-6)x+m-5$ là tam thức bậc hai dó đó

$$g(x)\le 0,\ \forall x\in R\Leftrightarrow\begin{cases}a=m-4<0\\ \Delta=(m-6)^2-4(m-4)(m-5)\le 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m<4\\ -3m^2+24m-44\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<4\\ \left[\begin{array}{l}m\ge\frac{12+2\sqrt{3}}{3}\\ m\le\frac{12-2\sqrt{3}}{3}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m\le\frac{12-2\sqrt{3}}{3}$$

Vậy với $m\le\frac{12-2\sqrt{3}}{3}$ thì bất phương trình sau có tập nghiệm là $\square$.

Câu 2: **[DS10.C4.5.D03.b]** Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\frac{2x+3}{x^2-3x+2}}$

Lời giải

Hàm số $y=\sqrt{\frac{2x+3}{x^2-3x+2}}$ xác định

$$\Leftrightarrow\frac{2x+3}{x^2-3x+2}\ge 0$$

Ta có:

$$2x+3=0\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}$$

$$x^2-3x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=2\end{array}\right.$$

Bảng xét dấu:

Dựa vào bảng xét dấu ta co tập xác định của hàm số là: $D=\left[-\frac{3}{2};1\right)\cup(2;+\infty)$

Câu 3: **[DS10.C4.5.D05.b]** Giải bất phương trình: $|x-4|\ge x^2-7x+12$

Lời giải

Ta có

$|x-4| \ge x^2-7x+12$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-4 \ge x^2-7x+12 \\ x-4 \le -\left(x^2-7x+12\right) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-8x+16 \le 0 \\ x^2-6x+8 \le 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ 2 \le x \le 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow 2 \le x \le 4$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S=[2;4]$

Câu 4: **[DS10.C6.2.D05.b]** Chứng minh đẳng thức $\dfrac{\cos^2 x+2\sin^2 x-1}{\tan^2 x}=\cos^2 x$

Lời giải

Ta có: $\dfrac{\cos^2 x+2\sin^2 x-1}{\tan^2 x}=\dfrac{1-\sin^2 x+2\sin^2 x-1}{\dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}=\dfrac{\sin^2 x}{\dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}=\cos^2 x$ (đpcm)

Câu 5: **[DS10.C6.3.D02.b]** Tính các giá trị lượng giác của góc α biết $\cos 2\alpha=\dfrac{2}{5}\ (\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi)$

Lời giải

a) Ta có: $\cos^2 x=\dfrac{1+\cos 2\alpha}{2}=\dfrac{1+\dfrac{2}{5}}{2}=\dfrac{7}{10} \Rightarrow \cos\alpha=\sqrt{\dfrac{7}{10}}$ vì $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$

$\sin^2 x=\dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}=\dfrac{1-\dfrac{2}{5}}{2}=\dfrac{3}{10} \Rightarrow \sin\alpha=\sqrt{\dfrac{3}{10}}$ vì $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$

$\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\sqrt{\dfrac{3}{7}}$

$\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\sqrt{\dfrac{7}{3}}$

Câu 6: **[DS10.C6.3.D06.c]** Tam giác ABC có đặc điểm gì nếu biết $\sin 6A+\sin 6B+\sin 6C=0$.

Lời giải

Ta có:

$\sin 6C=\sin\left(6\left(\pi-A-B\right)\right)=\sin\left(6\pi-6A-6B\right)=\sin\left(-6A-6B\right)=-\sin\left(6A+6B\right)$

Khi đó:

$\sin 6A+\sin 6B+\sin 6C=0$

$\Leftrightarrow \sin 6A+\sin 6B-\sin\left(6A+6B\right)=0$

$\Leftrightarrow 2\sin\left(3A+3B\right)\cos\left(3A-3B\right)-\sin 2\left(3A+3B\right)=0$

$\Leftrightarrow 2\sin\left(3A+3B\right)\cos\left(3A-3B\right)-2\sin\left(3A+3B\right)\cos\left(3A+3B\right)=0$

$\Leftrightarrow 2\sin\left(3A+3B\right)\left(\cos\left(3A-3B\right)-\cos\left(3A+3B\right)\right)=0$

$\Leftrightarrow 2\sin\left(3A+3B\right)\left(-2\right)\sin 3A.\sin\left(-3B\right)=0$

$\Leftrightarrow 4\sin\left(3A+3B\right)\sin 3A.\sin 3B=0$

$\Leftrightarrow 4\sin\left(\pi-\left(3A+3B\right)+2\pi\right)\sin 3A.\sin 3B=0$

$\Leftrightarrow 4\sin 3C.\sin 3A.\sin 3B=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 3C=0\\ \sin 3A=0\\ \sin 3B=0\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\hat{C}=\dfrac{\pi}{3}\\ \hat{A}=\dfrac{\pi}{3}\\ \hat{B}=\dfrac{\pi}{3}\end{array}\right.$$

Vậy ΔABC có ít nhất một góc bằng $\dfrac{\pi}{3}$.

Câu 7: **[HH10.C3.1.D06.c]** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A\left(-1;2\right),B\left(3;1\right)$ và đường thẳng $\Delta:\left\{\begin{array}{l}x=1+t\\ y=2+t\end{array}\right.\left(t\in\mathbb{R}\right).$ Tìm điểm M trên Δ sao cho ΔABM cân tại B.

Lời giải

M trên Δ nên $M\left(1+t;2+t\right)$.

ΔABM cân tại B nên $BA=BM\Leftrightarrow\sqrt{\left(3+1\right)^2+\left(1-2\right)^2}=\sqrt{\left(1+t-3\right)^2+\left(2+t-1\right)^2}$

$\Leftrightarrow 17=\left(t-2\right)^2+\left(t+1\right)^2$

$$\Leftrightarrow 2t^2-2t-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-2\\ t=3\end{array}\right.$$

Với $t=-2$ thì $M\left(-1;0\right)$.

Với $t=3$ thì $M\left(4;5\right)$.

Vậy $M\left(-1;0\right)$ hoặc $M\left(4;5\right)$.

Câu 8: **[HH10.C3.1.D06.c]** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A\left(-1;2\right),B\left(3;1\right)$ và đường thẳng $\Delta:\left\{\begin{array}{l}x=1+t\\ y=2+t\end{array}\right.\left(t\in\mathbb{R}\right).$ Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ. Từ đó suy ra diện tích của hình tròn tâm A tiếp xúc Δ.

Lời giải.

Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ. Từ đó suy ra diện tích của hình tròn tâm A tiếp xúc Δ.

Ta có $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$ đi qua điểm $D(1;2)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1)$.

Khi đó véc tơ pháp tuyến của Δ là $\vec{n}=(1;-1)$.

Phương trình tổng quát của Δ là $1(x-1)-1(y-2)=0\Leftrightarrow x-y+1=0.$

Khoảng cách từ A tới đường thẳng Δ là: $d(A;\Delta)=\dfrac{|-1-2+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}.$

Bán kính đường tròn (C) có tâm A tiếp xúc với Δ chính là khoảng cách từ A tới đường thẳng Δ nên $R=d(A;\Delta)=\sqrt{2}.$

Vậy diện tích của hình tròn $S=\pi R^2=\pi\left(\sqrt{2}\right)^2=2\pi\ (dvdt).$

Câu 9: **[HH10.C3.3.D03.c]** Lập phương trình chính tắc của Elíp (E), biết (E) đi qua $A(-1;2)$ và có độ dài trục lớn là $2\sqrt{6}.$

Lời giải

Phương trình chính tắc của (E) có dạng $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ với $a>b>0.$

(E) đi qua A nên $\dfrac{(-1)^2}{a^2}+\dfrac{2^2}{b^2}=1\Leftrightarrow b^2+4a^2=a^2.b^2\quad(1)$

(E) có độ dài trục lớn là $2\sqrt{6}$ nên $2a=2\sqrt{6}\Leftrightarrow a=\sqrt{6}.$

Thay $a=\sqrt{6}$ vào (1) ta được $b^2+4\left(\sqrt{6}\right)^2=\left(\sqrt{6}\right)^2.b^2\Leftrightarrow b^2+24=6b^2$

$\Leftrightarrow 24=5b^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=\dfrac{2\sqrt{30}}{5}\\b=-\dfrac{2\sqrt{30}}{5}\ (ktm)\end{array}\right.$

$\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{\frac{24}{5}}=1.$

Vậy

ĐỀ SỐ 9 – HK2 – TÂY HỒ

Lời giải

Câu 1: **[DS10.C4.3.D03.c]** Giải các bất phương trình $\dfrac{1-5x}{2x^2-3x+1}<\dfrac{2}{x+2}.$

Lời giải

Điều kiện: $x\neq\dfrac{1}{2},\ x\neq 1,\ x\neq -2$

$\dfrac{1-5x}{2x^2-3x+1}<\dfrac{2}{x+2}$ $\Leftrightarrow \dfrac{-5x^2-9x+2-2\left(2x^2-3x+1\right)}{\left(2x^2-3x+1\right)(x+2)}<0$

$\Leftrightarrow \dfrac{-9x^2-3x}{\left(2x^2-3x+1\right)(x+2)}<0$

Xét $f(x)=\dfrac{-9x^2-3x}{\left(2x^2-3x+1\right)(x+2)}$

Ta có: $-9x^2-3x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{-1}{3}\end{array}\right.$ $\left(2x^2-3x+1\right)(x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{2}\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu

$f(x)<0\Leftrightarrow x\in\left(-2;-\dfrac{1}{3}\right)\cup\left(0;\dfrac{1}{2}\right)\cup(1;+\infty)$

Kết hợp điều kiện ta được $x\in\left(-2;-\dfrac{1}{3}\right)\cup\left(0;\dfrac{1}{2}\right)\cup(1;+\infty)$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-2;-\dfrac{1}{3}\right)\cup\left(0;\dfrac{1}{2}\right)\cup(1;+\infty)$.

Câu 2: **[DS10.C4.3.D05.b]** Giải các bất phương trình $|3-5x|-1+2x>0$.

Lời giải

$|3-5x|-1+2x>0\Leftrightarrow|3-5x|>1-2x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3-5x>1-2x\\3-5x<2x-1\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x<2\\-7x<-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<\dfrac{2}{3}\\x>\dfrac{4}{7}\end{array}\right.\Leftrightarrow x\in R.$

Vậy bất phương trình luôn đúng với mọi $x\in R$.

Câu 3: **[DS10.C4.5.D02.c]** Cho biểu thức $f(x)=(m-7)x^2+2(m+1)x+m-2$ (với m là tham số thực). Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $f(x)>0$ nghiệm đúng với mọi giá trị thực của x.

Lời giải

Với $m=7$, ta có $f(x)=16x+5$ nên $f(x)>0\Leftrightarrow x>-\dfrac{5}{16}$ không thỏa mãn.

Với $m\neq 7$, ta có: $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\\Delta'<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m-7>0\\(m+1)^2-(m-7)(m-2)<0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m>7\\11m-13<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>7\\m<\dfrac{13}{11}\end{cases}$ vô nghiệm.

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu Câu toán.

Câu 4: **[DS10.C4.5.D04.c]** Cho biểu thức $f(x)=(m-7)x^2+2(m+1)x+m-2$ (với m là tham số thực). Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=0$ có hai nghiệm âm phân biệt.

Lời giải

Ta có: $f(x)=0 \Leftrightarrow (m-7)x^2+2(m+1)x+m-2=0$. (1)

Yêu cầu bài toán tương đương với tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm âm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta'>0 \\ S<0 \\ P>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 7 \\ 11m-13>0 \\ \dfrac{-2(m+1)}{m-7}<0 \\ \dfrac{m-2}{m-7}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 7 \\ m>\dfrac{13}{11} \\ m\in(-\infty;-1)\cup(7;+\infty) \\ m\in(-\infty;2)\cup(7;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m>7$.

Câu 5: **[DS10.C6.2.D05.b]** Chứng minh rằng: $\dfrac{\sin x+\sin 3x+\sin 4x}{1+\cos x+\cos 3x+\cos 4x}=\tan 2x$ (với điều kiện biểu thức có nghĩa)

Lời giải

$VT=\dfrac{2\sin 2x\cos x+2\sin 2x\cos 2x}{2\cos^2 2x+2\cos 2x\cos x}$

$=\dfrac{2\sin 2x(\cos x+\cos 2x)}{2\cos 2x(\cos 2x+\cos x)}=\tan 2x=VP$ (Điều phải chứng minh).

Câu 6: **[DS10.C6.3.D02.b]** Cho $\cos x=-\dfrac{1}{5}$ và $\pi<x<\dfrac{3\pi}{2}$. Tính $\cos 2x;\sin 4x;\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$.

Lời giải

Vì $\pi<x<\dfrac{3\pi}{2}$ nên $\sin x<0$.

Vì $\cos^2 x+\sin^2 x=1$ và $\cos x=-\dfrac{1}{5}$ nên $\sin^2 x=1-\left(-\dfrac{1}{5}\right)^2=\dfrac{24}{25}$.

Suy ra $\sin x=-\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$.

$\cos 2x=2\cos^2 x-1=2\left(-\dfrac{1}{5}\right)^2-1=-\dfrac{23}{25}$.

$\sin 4x=2\sin 2x.\cos 2x=4\sin x.\cos x.\cos 2x=4.\left(-\dfrac{2\sqrt{6}}{5}\right).\left(-\dfrac{1}{5}\right).\left(-\dfrac{23}{25}\right)=-\dfrac{184\sqrt{6}}{625}$.

$\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\sin 2x.\cos\dfrac{\pi}{3}-\cos 2x.\sin\dfrac{\pi}{3}=2.\sin x.\cos x.\cos\dfrac{\pi}{3}-\cos 2x.\sin\dfrac{\pi}{3}$

$=2\left(-\dfrac{2\sqrt{6}}{5}\right)\left(-\dfrac{1}{5}\right).\dfrac{1}{2}-\left(-\dfrac{184\sqrt{6}}{625}\right).\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{50\sqrt{6}+276\sqrt{2}}{625}$.

Câu 7: **[HH10.C2.3.D02.d]** Cho tam giác ABC thỏa mãn hệ thức: $\sqrt{3}h_a+\frac{a}{2}=b+c$, ở đó a,b,c lần lượt là độ dài cạnh $BC,CA,AB;h_a$ là độ dài đường cao của tam giác ABC xuất phát từ A. Chứng minh rằng: Tam giác ABC là tam giác đều.

Lời giải

Cách 1:

Ta có $S=\frac{1}{2}ah_a\Rightarrow h_a=\frac{2S}{a}=\frac{4R^2\sin A.\sin B.\sin C}{2R\sin A}=2R\sin B\sin C$

Do đó $\sqrt{3}h_a+\frac{a}{2}=b+c\Leftrightarrow 2\sqrt{3}\sin B.\sin C+\sin A=2\sin B+2\sin C$

$\Leftrightarrow\sqrt{3}\sin B.\sin C+\frac{1}{2}\sin(B+C)=\sin B+2\sin C$

$\Leftrightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}\sin B.\sin C+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin B.\sin C+\frac{1}{2}\sin B\cos C+\frac{1}{2}\sin C\cos B=\sin B+2\sin C$

$\Leftrightarrow\sin B\left[1-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin C+\frac{1}{2}\cos C\right)\right]+\sin C\left[1-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin B+\frac{1}{2}\cos B\right)\right]=0$

$\Leftrightarrow\sin B\left[1-\sin\left(C+\frac{\pi}{6}\right)\right]+\sin C\left[1-\sin\left(B+\frac{\pi}{6}\right)\right]=0$ (*)

Do $1-\sin\left(C+\frac{\pi}{6}\right)\ge 0,1-\sin\left(B+\frac{\pi}{6}\right)\ge 0,\sin B>0,\sin C>0$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\sin\left(C+\frac{\pi}{6}\right)=1\\ \sin\left(B+\frac{\pi}{6}\right)=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}C=\frac{\pi}{3}\\ B=\frac{\pi}{3}\end{cases}\Rightarrow\Delta ABC$

Nên (*) đều.

Cách 2:

Gọi d là đường thẳng qua A và song song với BC, M là điểm đối xứng với C qua d.

Khi đó ta có $b+c=AB+AM\ge\sqrt{a^2+4h_a^2}$

$\Rightarrow\left(\frac{a}{2}+\sqrt{3}h_a\right)^2\ge 4h_a^2+a^2\Rightarrow\frac{a^2}{4}+3h_a^2+\sqrt{3}ah_a\ge 4h_a^2+a^2$

$\Rightarrow\sqrt{3}h_a\ge h_a^2+\frac{3a^2}{4}\Rightarrow\left(h_a-\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2\le 0\Rightarrow h_a=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ (đpcm).

Câu 8: **[HH10.C3.1.D06.c]** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(-1;0),B(1;6),C(3;2)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox sao cho chu vi tam giác MBC đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

$M\in Ox\Rightarrow M(a;0)$. Ta thấy $B(1;6);C(3;2)$ nằm cùng phía so với trục Ox

Chu vi tam giác $chuviMBC=MB+MC+BC=MB+MC+\sqrt{20}$

Vậy $chuviMBC$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MB+MC$ nhỏ nhất

Û $M = B'C \cap Ox$

Với $B'(1;-6)$ đối xứng $B(1;6)$ qua trục Ox

$B'C: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -6+5t \end{cases}$

$M \in B'C \Rightarrow M(1+t;-6+5t)$

$M = B'C \cap Ox \Rightarrow M\left(\frac{1}{5};0\right)$

Câu 9: **[HH10.C3.1.D08.b]** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(-1;0), B(1;6), C(3;2)$. Viết phương trình tổng quát của đường cao AH của tam giác ABC (H thuộc đường thẳng BC). Xác định tọa độ điểm H.

Lời giải

Đường cao AH đi qua $A(-1;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{BC} = (2;-4)$.

$\Rightarrow$ Phương trình tổng quát của AH: $2(x+1)-4y=0 \Leftrightarrow x-2y+1=0$.

Đường thẳng BC đi qua $B(1;6)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{BC} = (2;-4)$

$\Rightarrow$ BC vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2,1)$

$\Rightarrow$ Phương trình BC: $2(x-1)+1(y-6)=0 \Leftrightarrow 2x+y-8=0$

Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x-2y+1=0 \\ 2x+y-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow H(3;2)$.

Vậy phương trình tổng quát của AH: $x-2y+1=0$, tọa độ điểm $H(3;2)$

Câu 10: **[HH10.C3.2.D05.b]** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(-1;0), B(1;6), C(3;2)$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm là điểm A và tiếp xúc với đường thẳng BC.

Lời giải

Đường thẳng BC đi qua $B(1;6)$ và nhận vectơ chỉ phương $\overrightarrow{BC} = (2;-4)$

$\Rightarrow$ **BC có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;1)$**

$\Rightarrow$ **Phương trình BC: $2(x-1)+1(y-6)=0 \Leftrightarrow 2x+y-8=0$.**

Đường tròn tâm $A(-1;0)$ và tiếp xúc với BC

$\Rightarrow R = d(A;BC) = \frac{|2.(-1)+0-8|}{\sqrt{2^2+1^2}} = 2\sqrt{5}$.

Vậy phương trình đường tròn $(C):(x+1)^2+y^2=20$.

ĐỀ SỐ 10 – CHƯƠNG 2,3 HH HAI BÀ TRƯNG

Lời giải

Câu 1: **[HH10.C2.3.D01.a]** Trong tam giác ABC, câu nào sau đây **đúng**?

A. $a^2 = b^2+c^2+2bc.\cos A$.

B. $a^2 = b^2+c^2-2bc.\cos A$.

C. $a^2 = b^2+c^2+bc.\cos A$.

D. $a^2 = b^2+c^2-bc.\cos A$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng định lí hàm số cos tại đỉnh A ta có: $a^2=b^2+c^2-2bc.\cos A$.

Câu 2: **[HH10.C2.3.D01.b]** Tam giác ABC có $BC=5\sqrt{5}$, $AC=5\sqrt{2}$, $AB=5$. Tính $\widehat{A}$

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $120°$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\cos A=\dfrac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB.AC}=\dfrac{(5\sqrt{2})^2+5^2-(5\sqrt{5})^2}{2.5\sqrt{2}.5}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow \widehat{A}=135°$.

Câu 3: **[HH10.C2.3.D01.c]** Tính góc C của tam giác ABC biết $a\neq b$ và $a\left(a^2-c^2\right)=b\left(b^2-c^2\right)$.

A. $C=150°$. **B.** $C=120°$. **C.** $C=60°$. **D.** $C=30°$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $a\left(a^2-c^2\right)=b\left(b^2-c^2\right)\Leftrightarrow a^3-b^3-c^2\left(a-b\right)=0$

$\Leftrightarrow (a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)-c^2\left(a-b\right)=0$

$\Leftrightarrow a^2+ab+b^2-c^2=0\Rightarrow \cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=-\dfrac{1}{2}$. Do đó: $C=120°$.

Câu 4: **[HH10.C2.3.D02.b]** Tam giác ABC có tổng hai góc B và C bằng 135^0 và độ dài cạnh BC bằng a. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác.

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A=180°-135°=45°$.

$\dfrac{BC}{\sin A}=2R\Rightarrow R=\dfrac{BC}{2\sin A}=\dfrac{a}{2\sin 45°}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 5: **[HH10.C2.3.D02.b]** Tam giác ABC có các góc $\widehat{A}=75°,\widehat{B}=45°$. Tính tỉ số $\dfrac{AB}{AC}$.

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $1,2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}\Rightarrow \dfrac{AB}{AC}=\dfrac{c}{b}=\dfrac{\sin C}{\sin B}=\dfrac{\sin(180°-75°-45°)}{\sin 45°}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 6: **[HH10.C2.3.D03.a]** Cho tam giác ABC. Trung tuyến AM có độ dài :

A. $\sqrt{b^2+c^2-a^2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$.

C. $\sqrt{3a^2-2b^2-2c^2}$. **D.** $\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$.

Lời giải

Chọn B

Theo công thức tính độ dài đường trung tuyến $AM^2=\dfrac{2\left(b^2+c^2\right)-a^2}{4}$.

Câu 7: Tam giác ABC có $AB=12$, $AC=13$, $\widehat{A}=30°$. Tính diện tích tam giác ABC.

A. 39. **B.** 78. **C.** $39\sqrt{3}$. **D.** $78\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích ΔABC là: $S=\dfrac{1}{2}.AB.AC.\sin A=\dfrac{1}{2}.12.13.\sin 30°=39$.

Câu 8: **[HH10.C2.3.D04.b]** Tính diện tích tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 12, 13.

A. 60. **B.** 30. **C.** 34. **D.** $7\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Nửa chu vi của tam giác là: $p=\dfrac{5+12+13}{2}=15$

Diện tích của tam giác là:

$S=\sqrt{p(p-5)(p-12)(p-13)}=\sqrt{15(15-5)(15-12)(15-13)}=30$.

Câu 9: **[HH10.C3.1.D02.a]** Tìm tọa độ vectơ chỉ phương của đường thẳng song song với trục Oy.

A. $(0;1)$. **B.** $(1;1)$ **C.** $(1;-1)$. **D.** $(1;0)$.

Lời giải:

Chọn A

Hai đường thẳng song song có cùng vectơ chỉ phương hay hai vectơ chỉ phương cùng phương.

Trục Oy có vectơ chỉ phương $(0;1)$ nên chọn **A.**

Câu 10: **[HH10.C3.1.D02.a]** Tìm tọa độ vectơ pháp tuyến của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(-3\ ;\ 2)$ và $B(1\ ;\ 4)$

A. $(4\ ;\ 2)$. **B.** $(1\ ;\ 2)$. **C.** $(-1\ ;\ 2)$. **D.** $(2\ ;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng đi qua 2 điểm $A(-3\ ;\ 2)$ và $B(1\ ;\ 4)$ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(4;2)$ suy ra tọa độ vectơ pháp tuyến là $(-1\ ;\ 2)$.

Câu 11: **[HH10.C3.1.D04.a]** Đường thẳng đi qua $A(-1;\ 2)$, nhận $\vec{n}=(2;-4)$ làm véctơ pháp tuyến có phương trình là:

A. $x-2y-4=0$. **B.** $x+y+4=0$.

C. $-x+2y-4=0$. **D.** $x-2y+5=0$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua $A(-1;\ 2)$, nhận $\vec{n}=(2;-4)$ làm véctơ pháp tuyến có phương trình là:

$2(x+1)-4(y-2)=0 \Leftrightarrow x-2y+5=0$.

Câu 12: **[HH10.C3.1.D04.b]** Cho ba đường thẳng: $d_1: 2x-5y+3=0,\ d_2: x-3y-7=0, \Delta: 4x+y-1=0.$ Phương trình đường thẳng d qua giao điểm của d_1 và d_2 và vuông góc với Δ là:

A. $x-4y+24=0$. **B.** $x+4y-24=0$. **C.** $x+4y+24=0$. **D.** $x-4y-24=0$.

Lời giải

Chọn D

Giao điểm của d_1 và d_2 là nghiệm của hệ $\begin{cases}2x-5y+3=0\\x-3y-7=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-44\\y=-17\end{cases}$.

Vì $d\perp\Delta$ nên $\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_\Delta}=(4;1)\Rightarrow\overrightarrow{n_d}=(1;-4).$

Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $A(-44;-17)$ nhận $\overrightarrow{n_d}=(1;-4)$ làm véc tơ pháp tuyến có dạng: $1(x+44)-4(y+17)=0$

$\Leftrightarrow x-4y-24=0.$

Câu 13: **[HH10.C3.1.D04.b]** Cho tam giác ABC có $A(2;6), B(0;3), C(4;0)$. Phương trình đường cao AH của ΔABC là:

A. $4x-3y+10=0$. **B.** $3x+4y-30=0$. **C.** $4x-3y-10=0$. **D.** $3x-4y+18=0$.

Lời giải

Chọn A

Viết phương trình đường thẳng đường cao AH : điểm đi qua $A(2;6)\Rightarrow$ vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;-3)$ $AH: 4(x-2)-3(y-6)=0\Leftrightarrow 4x-3y+10=0$.

Câu 14: **[HH10.C3.1.D04.b]** Cho tam giác ABC với $A(1;1), B(0;-2), C(4;2)$. Phương trình tổng quát của đường trung tuyến qua A của tam giác ABC là

A. $2x+y-3=0$. **B.** $x+y-2=0$. **C.** $x+2y-3=0$. **D.** $x-y+2=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $M(2;0)$ là trung điểm đoạn BC. Do $\overrightarrow{AM}=(1;-1)$ nên phương trình đường thẳng AM là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}\Leftrightarrow x+y-2=0$.

Câu 15: **[HH10.C3.1.D04.b]** Cho tam giác ABC có $A(2;0), B(0;3), C(-3;1)$. Đường thẳng qua B và song song với AC có phương trình là

A. $5x-y+3=0$. **B.** $5x+y-3=0$. **C.** $x+5y-15=0$. **D.** $x-5y+15=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AC}=(-5;1)$, vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x-0}{-5}=\frac{y-3}{1}\Leftrightarrow x+5y-15=0$.

Câu 16: **[HH10.C3.1.D06.b]** Tam giác ABC có đỉnh $A(-1;-3)$. Phương trình đường cao $BB':5x+3y-25=0$, phương trình đường cao $CC':3x+8y-12=0$. Toạ độ đỉnh B là

A. $B(5;2)$. **B.** $B(2;5)$. **C.** $B(5;-2)$. **D.** $B(2;-5)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng AB có phương trình $8(x+1)-3(y+3)=0\Leftrightarrow 8x-3y-1=0$ nên tọa độ điểm $B(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}8x-3y=1\\5x+3y=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=5\end{cases}$.

Câu 17: **[HH10.C3.1.D06.c]** Cho $A(2;2),B(5;1)$ và đường thẳng $\Delta:x-2y+8=0.$ Điểm $C\in\Delta$. C có hoành độ dương sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17. Tọa độ của C là

A. $(10;12).$ **B.** $(12;\ 10).$ **C.** $(8;\ 8).$ **D.** $(10;\ 8).$

Lời giải

Chọn B.

Phương trình đường thẳng $AB:x+3y-8=0$. Điểm $C\in\Delta\Rightarrow C(2t-8;t)$

Diện tích tam giác ABC:

$$\frac{1}{2}AB.d(C;AB)=17\Rightarrow\frac{1}{2}\sqrt{10}.\frac{|5t-16|}{\sqrt{10}}=17\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=10\\t=-\frac{18}{5}\end{array}\right.\Rightarrow C(12;10)$$

Câu 18: Giao điểm của hai đường thẳng $d_1:2x-y+8=0$ và $d_2:\begin{cases}x=1-2t\\y=4-t\end{cases}$ là:

A. $M(3;-2)$. **B.** $M(-3;2)$. **C.** $M(3;2)$. **D.** $M(-3;-2)$

Lời giải.

Chọn B

Thay x, y từ phương trình d_2 vào d_1 ta được: $2(1-2t)-(4-t)+8=0$
$\Leftrightarrow 3t=6\Leftrightarrow t=2$.

Vậy d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(-3;2)$.

Câu 19: **[HH10.C3.2.D01.a]** Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

A. $x^2+y^2-x-y+9=0$. **B.** $x^2+y^2-x=0$.

C. $x^2+y^2-2xy-1=0$. **D.** $x^2-y^2-2x+3y-1=0$.

Lời giải

Chọn B

$PT: x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ là phương trình đường tròn $\Leftrightarrow a^2+b^2-c>0$.

Câu 20: **[HH10.C3.2.D02.a]** Đường tròn $x^2+y^2-6x-8y=0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. 10. **B.** 25. **C.** 5. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn C

$R=\sqrt{a^2+b^2-c}=\sqrt{9+16-0}=5$

Câu 21: **[HH10.C3.2.D03.b]** Đường tròn tâm $I(-1;2)$ và đi qua điểm $M(2;1)$ có phương trình là

A. $x^2+y^2+2x-4y-5=0$. **B.** $x^2+y^2+2x-4y-3=0$.

C. $x^2+y^2-2x-4y-5=0$. **D.** $x^2+y^2+2x+4y-5=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn có tâm $I(-1;2)$ và đi qua $M(2;1)$ thì có bán kính là:

$R=IM=\sqrt{3^2+(-1)^2}=\sqrt{10}$

Khi đó có phương trình là: $(x+1)^2+(y-2)^2=10\Leftrightarrow x^2+y^2+2x-4y-5=0$

Câu 22: **[HH10.C3.2.D04.b]** Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;3)$, $B(3;1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $d: 2x-y+7=0$ có phương trình là

A. $(x-7)^2+(y-7)^2=102$. **B.** $(x+7)^2+(y+7)^2=164$.

C. $(x-3)^2+(y-5)^2=25$. **C.** $(x+3)^2+(y+5)^2=25$.

Lời giải

Chọn B

$I(a;b)$ là tâm của đường tròn (C), do đó:

$AI^2=BI^2\Rightarrow(a-1)^2+(b-3)^2=(a-3)^2+(b-1)^2$

Hay: $a=b$ (1). Mà $I(a;b)\in d: 2x-y+7=0$ nên $2a-b+7=0$ (2).

Thay (1) vào (2) ta có: $a=-7\Rightarrow b=-7\Rightarrow R^2=AI^2=164$.

Vậy $(C):(x+7)^2+(y+7)^2=164$.

Câu 23: Đường tròn (C) tâm $I(-4;3)$ và tiếp xúc với trục tung có phương trình là

A. $x^2+y^2-4x+3y+9=0$. **B.** $(x+4)^2+(y-3)^2=16$.

C. $(x-4)^2+(y+3)^2=16$. **D.** $x^2+y^2+8x-6y-12=0$. **Lời giải**

Chọn B

(C) tiếp xúc với $y'Oy$ và có tâm $I(-4;3)$ nên: $a=-4, b=3, R=|a|=4$.

Do đó, (C) có phương trình $(x+4)^2+(y-3)^2=16$.