BÀI TẬP LÔGARIT

Câu 1. Cho các mệnh đề sau:

(I). Cơ số của logarit phải là số nguyên dương.

(II). Chỉ số thực dương mới có logarit.

(III). $\ln(A+B)=\ln A+\ln B$ với mọi $A>0,\ B>0$.

(IV) $\log_a b.\log_b c.\log_c a=1$, với mọi $a,\ b,\ c\in$ □.

Số mệnh đề đúng là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 2. Cho $a,\ A,\ B,\ M,\ N$ là các số thực với $a,\ M,\ N$ dương và khác 1. Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu dưới đây?

(I). Nếu $C=\sqrt{AB}$ với $AB>0$ thì $2\ln C=\ln A+\ln B$.

(II). $(a-1)\log_a x\ge 0\Leftrightarrow x\ge 1$.

(III). $M^{\log_a N}=N^{\log_a M}$.

(IV). $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\log_{\frac{1}{2}}x\right)=-\infty$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 3. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_a\left(a.\sqrt[3]{a\sqrt{a}}\right)$ với $0<a\ne 1$.

A. $P=\dfrac{1}{3}$. **B.** $P=\dfrac{3}{2}$. **C.** $P=\dfrac{2}{3}$. **D.** $P=3$.

Câu 4. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho a là số thực dương và khác 1. Tính giá trị biểu thức $P=\log_{\sqrt{a}}a$.

A. $P=-2$. **B.** $P=0$. **C.** $P=\dfrac{1}{2}$. **D.** $P=2$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)=\left(x^{1+\frac{1}{2\log_4 x}}+8^{\frac{1}{3\log_{x^2}2}}+1\right)^{\frac{1}{2}}-1$ với $0<x\ne 1$. Tính giá trị biểu thức $P=f\left(f(2017)\right)$.

A. $P=2016$. **B.** $P=1009$. **C.** $P=2017$. **D.** $P=1008$.

Câu 6. Cho $a,\ b$ là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn $ab\ne 1$. Rút gọn biểu thức $P=(\log_a b+\log_b a+2)(\log_a b-\log_{ab} b)\log_b a-1$.

A. $P=\log_b a$. **B.** $P=1$. **C.** $P=0$. **D.** $P=\log_a b$.

Câu 7. Cho ba điểm $A(b;\log_a b),\ B(c;2\log_a c),\ C(b;3\log_a b)$ với $0<a\ne 1, b>0,\ c>0$. Biết B là trọng tâm của tam giác OAC với O là gốc tọa độ. Tính $S=2b+c$.

A. $S=9$. **B.** $S=7$. **C.** $S=11$. **D.** $S=5$.

Câu 8. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 = bc.$ Tính $S = 2\ln a - \ln b - \ln c$.

A. $S = 2\ln\left(\frac{a}{bc}\right).$ **B.** $S = 1.$ **C.** $S = -2\ln\left(\frac{a}{bc}\right).$ **D.** $S = 0.$

Câu 9. Cho $M = \log_{12} x = \log_3 y$ với $x > 0,\ y > 0.$ Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $M = \log_4\left(\frac{x}{y}\right).$ **B.** $M = \log_{36}\left(\frac{x}{y}\right).$ **C.** $M = \log_9(x - y).$ **D.** $M = \log_{15}(x + y).$

Câu 10. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1 và thỏa $\log_a b^2 = x,\ \log_{b^2}\sqrt{c} = y$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_c a.$

A. $P = \frac{2}{xy}.$ **B.** $P = 2xy.$ **C.** $P = \frac{1}{2xy}.$ **D.** $P = \frac{xy}{2}.$

Câu 11. Cho x là số thực dương thỏa $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$. Tính $P = (\log_2 x)^2.$

A. $P = 3.$ **B.** $P = 3\sqrt{3}.$ **C.** $P = 27.$ **D.** $P = \frac{1}{3}.$

Câu 12. Cho x là số thực lớn hơn 1 và thỏa mãn $\log_2(\log_4 x) = \log_4(\log_2 x) + a$, với $a \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của $P = \log_2 x$ theo a.

A. $P = 4^{a+1}.$ **B.** $P = a^2.$ **C.** $P = 2^a.$ **D.** $P = 2^{a+1}.$

Câu 13. Cho p, q là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 p = \log_{12} q = \log_{16}(p + q)$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{p}{q}.$

A. $A = \frac{1-\sqrt{5}}{2}.$ **B.** $A = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}.$ **C.** $A = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$ **D.** $A = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$

Câu 14. Cho a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn $4^a = 25^b = 10^c$. Tính $T = \frac{c}{a} + \frac{c}{b}$.

A. $T = \frac{1}{2}.$ **B.** $T = \sqrt{10}.$ **C.** $T = 2.$ **D.** $T = \frac{1}{10}.$

Câu 15. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^{\log_3 7}=27,\ b^{\log_7 11}=49,\ c^{\log_{11} 25}=\sqrt{11}$. Tính giá trị của biểu thức $T=a^{\log_3^2 7}+b^{\log_7^2 11}+c^{\log_{11}^2 25}$.

A. $T=76+\sqrt{11}$. **B.** $T=31141$. **C.** $T=2017$. **D.** $T=469$.

Câu 16. Cho $a,\ b$ là các số thực dương khác 1 và $n\in\mathbb{N}^*$.

Một học sinh tính $P=\dfrac{1}{\log_a b}+\dfrac{1}{\log_{a^2} b}+\ldots+\dfrac{1}{\log_{a^n} b}$ theo các bước sau:

I) $P=\log_b a+\log_b a^2+\ldots+\log_b a^n$.

II) $P=\log_b\left(a^1a^2a^3\ldots a^n\right)$.

III) $P=\log_b a^{1+2+3+\ldots+n}$.

IV) $P=n(n+1)\log_b a$.

Trong các bước trình bày, học sinh đã trình bày sai ở bước nào?

A. I. **B.** II. **C.** III. **D.** IV.

Câu 17. Cho $M=\dfrac{1}{\log_a x}+\dfrac{1}{\log_{a^2} x}+\ldots+\dfrac{1}{\log_{a^k} x}$ với $0<a\neq 1$ và $0<x\neq 1$.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $M=\dfrac{k(k+1)}{\log_a x}$. **B.** $M=\dfrac{4k(k+1)}{\log_a x}$. **C.** $M=\dfrac{k(k+1)}{2\log_a x}$.

D. $M=\dfrac{k(k+1)}{3\log_a x}$.

Câu 18. Tính $P=\dfrac{1}{\log_2 2017!}+\dfrac{1}{\log_3 2017!}+\dfrac{1}{\log_4 2017!}+\ldots+\dfrac{1}{\log_{2017} 2017!}$.

A. $P=2017$. **B.** $P=1$. **C.** $P=0$. **D.** $P=2017!$.

Câu 19. Đặt $a=\ln 3,\ b=\ln 5$. Tính $I=\ln\dfrac{3}{4}+\ln\dfrac{4}{5}+\ln\dfrac{5}{6}+\ldots+\ln\dfrac{124}{125}$ theo a và b.

A. $I=a-2b$. **B.** $I=a+3b$. **C.** $I=a+2b$. **D.** $I=a-3b$.

Câu 20. Tính $P=\ln\left(2\cos 1^0\right).\ln\left(2\cos 2^0\right).\ln\left(2\cos 3^0\right)\ldots\ln\left(2\cos 89^0\right)$, biết rằng trong tích đã cho có 89 thừa số có dạng $\ln\left(2\cos a^0\right)$ với $1\le a\le 89$ và $a\in\mathbb{N}$.

A. $P=1$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=\dfrac{2^{89}}{89!}$. **D.** $P=0$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2}\log_2\left(\dfrac{2x}{1-x}\right)$. Tính tổng

$$S=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+f\left(\frac{3}{2017}\right)+...+f\left(\frac{2015}{2017}\right)+f\left(\frac{2016}{2017}\right).$$

A. $S=2016.$ **B.** $S=1008.$ **C.** $S=2017.$ **D.** $S=4032.$

Câu 22. Cho $\log_2 x=\sqrt{2}$. Tính giá trị biểu thức $P=\log_2 x^2+\log_{\frac{1}{2}} x^3+\log_4 x.$

A. $P=\frac{11\sqrt{2}}{2}.$ **B.** $P=\sqrt{2}.$ **C.** $P=-\frac{\sqrt{2}}{2}.$ **D.** $P=3\sqrt{2}.$

Câu 23. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P=\log_a b^3+\log_{a^2} b^6.$ Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $P=27\log_a b.$ **B.** $P=15\log_a b.$ **C.** $P=9\log_a b.$ **D.** $P=6\log_a b.$

Câu 24. Cho $a=\log_2 m$ và $A=\log_m 8m$, với $0<m\neq 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $A=(3-a)a.$ **B.** $A=(3+a)a.$ **C.** $A=\frac{3-a}{a}.$ **D.** $A=\frac{3+a}{a}.$

Câu 25. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Với các số thực dương x, y tùy ý, đặt $\log_3 x=a$ và $\log_3 y=b$. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\frac{a}{2}+b.$ **B.** $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\frac{a}{2}-b.$

C. $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=9\left(\frac{a}{2}+b\right).$ **D.** $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=9\left(\frac{a}{2}-b\right).$

Câu 26. Cho $\log_2 5=a,\ \log_3 5=b$. Tính giá trị biểu thức $A=\frac{\log_5 120}{2^{\log_4\sqrt{2}}}$ theo a và b.

A. $A=\frac{2b+ab+a}{\sqrt[4]{2}ab}.$ **B.** $A=\frac{3b+ab+a}{ab}.$

C. $A=\frac{3b+ab+a}{\sqrt[4]{2}ab}.$ **D.** $A=\frac{b+ab+3a}{\sqrt[4]{2}ab}.$

Câu 27. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Đặt $a=\log_2 3$ và $b=\log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b.

A. $\log_6 45=\frac{a+2ab}{ab}.$ **B.** $\log_6 45=\frac{2a^2-2ab}{ab}.$

C. $\log_6 45 = \dfrac{a+2ab}{ab+b}$. **D.** $\log_6 45 = \dfrac{2a^2-2ab}{ab+b}$.

Câu 28. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Với mọi $a,\ b,\ x$ là các số thực dương thoả mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $x = 3a+5b$. **B.** $x = 5a+3b$. **C.** $x = a^5+b^3$. **D.** $x = a^5b^3$.

Câu 29. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \dfrac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $I = 2\log_3\left[\log_3(3a)\right] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

A. $I = \dfrac{5}{4}$. **B.** $I = 4$. **C.** $I = 0$. **D.** $I = \dfrac{3}{2}$.

Câu 30. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\log_2 a = \log_a 2.$ **B.** $\log_2 a = \dfrac{1}{\log_2 a}.$ **C.** $\log_2 a = \dfrac{1}{\log_a 2}.$ **D.** $\log_2 a = -\log_a 2.$

Câu 31. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2+b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(a+b) = \dfrac{1}{2}(\log a + \log b).$ **B.** $\log(a+b) = 1+\log a+\log b.$

C. $\log(a+b) = \dfrac{1}{2}(1+\log a+\log b).$ **D.** $\log(a+b) = \dfrac{1}{2}+\log a+\log b.$

Câu 32. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho $x,\ y$ là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2+9y^2 = 6xy$. Tính $M = \dfrac{1+\log_{12} x+\log_{12} y}{2\log_{12}(x+3y)}$.

A. $M = \dfrac{1}{2}.$ **B.** $M = \dfrac{1}{3}.$ **C.** $M = \dfrac{1}{4}.$ **D.** $M = 1.$

Câu 33. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Cho các số thực dương $a,\ b$ với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $\log_{a^2}(ab) = \dfrac{1}{2}\log_a b$. **B.** $\log_{a^2}(ab) = 2+2\log_a b$.

C. $\log_{a^2}(ab) = \dfrac{1}{4}\log_a b$. **D.** $\log_{a^2}(ab) = \dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\log_a b$.

Câu 34. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây là đúng với mọi số thực dương $x, y.$

A. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$ **B.** $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$ **D.** $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Câu 35. Cho a, b, x, y là các số thực dương và khác 1. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

A. $\log_a (x + y) = \log_a x + \log_a y$. **B.** $\log_b a.\log_a x = \log_b x$.

C. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$. **D.** $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

Câu 36. Cho a, b là các số thực dương và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_{\sqrt{a}} (a^2 + ab) = 4 + 2\log_a b.$ **B.** $\log_{\sqrt{a}} (a^2 + ab) = 4\log_a (a + b).$

C. $\log_{\sqrt{a}} (a^2 + ab) = 2 + 2\log_a (a + b).$ **D.** $\log_{\sqrt{a}} (a^2 + ab) = 1 + 4\log_a b.$

Câu 37. Cho các số thực $a < b < 0$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\ln (ab) = \ln a + \ln b.$ **B.** $\ln (a^2 - b)^3 = 3\ln (a^2 - b).$

C. $\ln \left(\frac{a}{b}\right) = \ln |a| - \ln |b|.$ **D.** $\ln \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \ln a^2 - \ln b^2.$

Câu 38. Cho a, b là hai số số thực dương và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_{a^3} \left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right) = \frac{1}{3}\left(1 + \frac{1}{2}\log_a b\right).$ **B.** $\log_{a^3} \left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right) = \frac{1}{3}(1 - 2\log_a b).$

C. $\log_{a^3} \left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right) = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{2}\log_a b\right).$ **D.** $\log_{a^3} \left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right) = 3\left(1 - \frac{1}{2}\log_a b\right).$

Câu 39. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Cho hai số thực a và b, với $1 < a < b$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng ?

A. $\log_a b < 1 < \log_b a$. **B.** $1 < \log_a b < \log_b a$.

C. $\log_b a < \log_a b < 1$. **D.** $\log_b a < 1 < \log_a b$.

Câu 40. Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$ và $\log_a b > 0.$ Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a;b\in(0;1)$ hoặc $\begin{cases}a\in(0;1)\\ b\in(1;+\infty)\end{cases}$. **B.** $a;b\in(0;1)$ hoặc $a;b\in(1;+\infty)$.

C. $\begin{cases}a\in(1;+\infty)\\ b\in(0;1)\end{cases}$ hoặc $a;b\in(1;+\infty)$. **D.** $a;b\in(0;1)$ hoặc $b\in(1;+\infty)$.

Câu 41. Cho bốn số thực dương $a,\ b,\ x,\ y$ thỏa mãn $a\neq 1,\ b\neq 1$ và $x^2+y^2=1$. Biết rằng $\log_a(x+y)>0$ và $\log_b(xy)<0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\begin{cases}a>1\\ 0<b<1\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a>1\\ b>1\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}0<a<1\\ b>1\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}0<a<1\\ 0<b<1\end{cases}$.

Câu 42. Cho a,b,c là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn $\log_a\left(b^{\log_c a}\right)=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a^2=bc$. **B.** $a^2=\log_b c$. **C.** $b=c$. **D.** $a=c$.

Câu 43. Cho $x,\ y$ là các số thực dương thỏa mãn $9\log^2 x+4(\log y)^2=12\log x.\log y$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x^3=y^2$. **B.** $x^2=y^3$. **C.** $2x=3y$. **D.** $3x=2y$.

Câu 44. Tìm x để ba số $\ln 2,\ \ln\left(2^x-1\right),\ \ln\left(2^x+3\right)$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng.

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\log_2 5$. **D.** $x=\log_2 3$.

Câu 45. Trong các giá trị của a được cho trong bốn phương án A, B, C, D dưới đây, giá trị nào của a thỏa mãn $\log_{0,5}a>\log_{0,5}a^2$?

A. $a=-\dfrac{5}{4}$. **B.** $a=\dfrac{5}{4}$. **C.** $a=\dfrac{4}{5}$. **D.** $a=\dfrac{2}{3}$.

Câu 46. Điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$ và nằm hoàn toàn phía dưới đường thẳng $y=\dfrac{1}{9}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_0<2$. **B.** $x_0<-2$. **C.** $x_0>-2$. **D.** $x_0>2$.

Câu 47. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $6\%/$ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi? Giả sử trong suốt thời gian gửi lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra

A. 13 năm. **B.** 12 năm. **C.** 14 năm. **D.** 11 năm.

Câu 48. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Đầu năm 2016, ông A thành lập một công ty. Tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2016 là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm đó tăng thêm 15% so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm lớn hơn 2 tỷ đồng?

A. Năm 2022. **B.** Năm 2021. **C.** Năm 2020. **D.** Năm 2023.

Câu 49. Anh Nam mong muốn rằng sau 6 năm sẽ có 2 tỷ để mua nhà. Hỏi anh Nam phải gửi vào ngân hàng một khoản tiền tiền tiết kiệm như nhau hàng năm gần nhất với giá trị nào sau đây, biết rằng lãi suất của ngân hàng là 8% /năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn.

A. $253,5$ triệu. **B.** 251 triệu. **C.** 253 triệu. **D.** $252,5$ triệu.

Câu 50. Ông A muốn sau 5 năm có 1.000.000.000 đồng để mua ô tô **Camry**. Hỏi rằng ông A phải gửi ngân hàng mỗi tháng (số tiền như nhau) là bao nhiêu? Biết lãi suất hằng tháng là 0.5% và tiền lãi sinh ra hằng tháng được nhập vào tiền vốn.

A. $a=14.261.000$ (đồng). **B.** $a=14.260.000$ (đồng).

C. $a=14.261.500$ (đồng). **D.** $a=14.260.500$ (đồng).

Câu 51. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Ông Việt vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông Việt sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông Việt hoàn nợ.

A. $m=\dfrac{100.(1,01)^3}{3}$ (triệu đồng). **B.** $m=\dfrac{(1,01)^3}{(1,01)^3-1}$ (triệu đồng).

C. $m=\dfrac{100\times 1,03}{3}$ (triệu đồng). **D.** $m=\dfrac{120.(1,12)^3}{(1,12)^3-1}$ (triệu đồng).

Câu 52. Một người đàn ông vay vốn ngân hàng với số tiền $100\,000\,000$ đồng. Người đó dự định sau đúng 5 năm thì trả hết nợ; Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau. Hỏi, theo cách đó, số tiền a mà ông sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết lãi suất hàng tháng là $1,2\%$ và không thay đổi trong thời gian ông hoàn nợ.

A. $a=\dfrac{12.10^5\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{59}}{\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{60}-1}$ (đồng). **B.** $a=\dfrac{12.10^5\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{60}}{\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{60}-1}$ (đồng).

C. $a=\dfrac{12.10^6\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{60}}{\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{60}-1}$ (đồng). **D.** $a=\dfrac{12.10^6\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{59}}{\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{60}-1}$ (đồng).

Câu 53. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78685800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là $1,7\%$. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S=A.e^{N.r}$ (trong đó A: là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người?

A. 2020. **B.** 2022. **C.** 2025. **D.** 2026.

Câu 54. Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm trái đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức hợp tác và phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ trái đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng khi nhiệt độ trái đất tăng thêm $2^\circ C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%, còn khi nhiệt độ trái đất tăng thêm $5^\circ C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng nếu nhiệt độ trái đất tăng thêm $t^\circ C$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t)=k.a^t$ (trong đó $a,\ k$ là các hằng số dương). Nhiệt độ trái đất tăng thêm bao nhiêu độ C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 20%?

A. $9,3^\circ C$. **B.** $7,6^\circ C$. **C.** $6,7^\circ C$. **D.** $8,4^\circ C$.

Câu 55. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần lượng đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Sau bao nhiêu ngày, lượng bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

A. $7\times\log_3 25$. **B.** $3^{\frac{25}{7}}$. **C.** $7\times\dfrac{24}{3}$. **D.** $\log_3 25$.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

Câu 1. Cho các mệnh đề sau:

(I). Cơ số của logarit phải là số nguyên dương.

(II). Chỉ số thực dương mới có logarit.

(III). $\ln(A+B)=\ln A+\ln B$ với mọi $A>0,\ B>0$.

(IV) $\log_a b.\log_b c.\log_c a=1$, với mọi $a,\ b,\ c\in\square$.

Số mệnh đề đúng là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải. Cơ số của lôgarit phải là số dương khác 1. Do đó (I) sai.

Rõ ràng (II) đúng theo lý thuyết SGK.

Ta có $\ln A+\ln B=\ln(A.B)$ với mọi $A>0,\ B>0$. Do đó (III) sai.

Ta có $\log_a b.\log_b c.\log_c a=1$ với mọi $0<a,\ b,\ c\neq 1$. Do đó (IV) sai.

Vậy chỉ có mệnh đề (II) đúng. **Chọn A.**

Câu 2. Cho a, A, B, M, N là các số thực với a, M, N dương và khác 1. Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu dưới đây?

(I). Nếu $C=\sqrt{AB}$ với $AB>0$ thì $2\ln C=\ln A+\ln B$.

(II). $(a-1)\log_a x\ge 0\Leftrightarrow x\ge 1$.

(III). $M^{\log_a N}=N^{\log_a M}$.

(IV). $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)=-\infty$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải. Nếu $C=\sqrt{AB}$ với $AB>0$ thì $2\ln C=\ln|A|+\ln|B|$. Do đó (I) sai.

● Với $a>1$ thì $(a-1)\log_a x\ge 0\Leftrightarrow \log_a x\ge 0\Leftrightarrow x\ge 1$.

● Với $0<a<1$ thì $(a-1)\log_a x\ge 0\Leftrightarrow \log_a x\le 0\Leftrightarrow x\ge 1$. Do đó (II) đúng.

Lấy lôgarit cơ số a hai vế của $M^{\log_a N}=N^{\log_a M}$, ta có

$$\log_a\left(M^{\log_a N}\right)=\log_a\left(N^{\log_a M}\right)\Leftrightarrow \log_a N.\log_a M=\log_a M.\log_a N.$$

Do đó (III) đúng.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-\log_2 x\right]=-\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\log_2 x\right)=-\infty$. Do đó (IV) đúng.

Vậy ta có các mệnh đề (II), (III) và (IV) đúng. **Chọn C.**

Câu 3. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_a\left(a.\sqrt[3]{a\sqrt{a}}\right)$ với $0<a\ne 1$.

A. $P=\frac{1}{3}$. **B.** $P=\frac{3}{2}$. **C.** $P=\frac{2}{3}$. **D.** $P=3$.

Lời giải. Ta có $P=\log_a\left[a.\left(a.a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right]=\log_a\left(a^{\frac{3}{2}}\right)=\frac{3}{2}\log_a a=\frac{3}{2}$. **Chọn B.**

Cách trắc nghiệm: Chọn $a=2$ và bấm máy.

Câu 4. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho a là số thực dương và khác 1. Tính giá trị biểu thức $P=\log_{\sqrt{a}} a$.

A. $P=-2$. **B.** $P=0$. **C.** $P=\frac{1}{2}$. **D.** $P=2$.

Lời giải. Với $0<a\ne 1$, ta có $P=\log_{\sqrt{a}} a=\log_{a^{\frac{1}{2}}} a=2\log_a a=2.1=2.$

Chọn D.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)=\left(x^{1+\frac{1}{2\log_4 x}}+8^{\frac{1}{3\log_{x^2}2}}+1\right)^{\frac{1}{2}}-1$ với $0<x\neq 1$. Tính giá trị biểu thức $P=f\left(f(2017)\right)$.

A. $P=2016$. **B.** $P=1009$. **C.** $P=2017$. **D.** $P=1008$.

Lời giải. Ta có $\begin{cases} x^{1+\frac{1}{2\log_4 x}}=x^{1+\frac{1}{\log_2 x}}=x^{1+\log_x 2}=x^{\log_x(2x)}=2x \\ 8^{\frac{1}{3\log_{x^2}2}}=2^{3.\frac{1}{3.\log_{x^2}2}}=2^{\frac{1}{\log_{x^2}2}}=2^{\log_2 x^2}=x^2 \end{cases}$.

Khi đó $f(x)=\left(x^2+2x+1\right)^{\frac{1}{2}}-1=\left[(x+1)^2\right]^{\frac{1}{2}}-1=x.$

Suy ra $f(2017)=2017\longrightarrow f\left(f(2017)\right)=f(2017)=2017.$ **Chọn C.**

Câu 6. Cho $a,\ b$ là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn $ab\neq 1$. Rút gọn biểu thức $P=(\log_a b+\log_b a+2)(\log_a b-\log_{ab} b)\log_b a-1$.

A. $P=\log_b a$. **B.** $P=1$. **C.** $P=0$. **D.** $P=\log_a b$.

Lời giải. Từ giả thiết, ta có

$$P=(\log_a b+\log_b a+2).\left(\log_a b-\frac{1}{1+\log_b a}\right).\log_b a-1$$

$$\xrightarrow{t=\log_b a}\left(t+\frac{1}{t}+2\right)\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{t+1}\right)t-1=\frac{(t+1)^2}{t}.\frac{1}{t(t+1)}t-1=\frac{t+1}{t}-1=\frac{1}{t}=\log_a b.$$

Chọn D.

Câu 7. Cho ba điểm $A(b;\log_a b),\ B(c;2\log_a c),\ C(b;3\log_a b)$ với $0<a\neq 1, b>0,\ c>0$. Biết B là trọng tâm của tam giác OAC với O là gốc tọa độ. Tính $S=2b+c$.

A. $S=9$. **B.** $S=7$. **C.** $S=11$. **D.** $S=5$.

Lời giải. Vì B là trọng tâm của tam giác OAC nên

$$\begin{cases} \frac{0+b+b}{3}=c \\ \frac{0+\log_a b+3\log_a b}{3}=2\log_a c \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} b+b=3c \\ 4\log_a b=6\log_a c \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 2b=3c \\ 2\log_a b=3\log_a c \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 2b=3c \\ \log_a b^2=\log_a c^3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} 2b=3c \\ b^2=c^3 \end{cases}\xrightarrow{c>0}\begin{cases} b=\frac{27}{8} \\ c=\frac{9}{4} \end{cases}\longrightarrow S=2b+c=9.$$

Chọn A.

Câu 8. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 = bc$. Tính $S = 2\ln a - \ln b - \ln c$.

A. $S = 2\ln\left(\frac{a}{bc}\right)$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = -2\ln\left(\frac{a}{bc}\right)$. **D.** $S = 0$.

Lời giải. Ta có $S = 2\ln a - (\ln b + \ln c) = \ln a^2 - \ln(bc) = \ln(bc) - \ln(bc) = 0$. **Chọn D.**

Câu 9. Cho $M = \log_{12} x = \log_3 y$ với $x > 0,\ y > 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $M = \log_4\left(\frac{x}{y}\right)$. **B.** $M = \log_{36}\left(\frac{x}{y}\right)$. **C.** $M = \log_9(x - y)$. **D.** $M = \log_{15}(x + y)$.

Lời giải. Từ $M = \log_{12} x = \log_3 y \to \begin{cases} x = 12^M \\ y = 3^M \end{cases} \to \frac{x}{y} = 4^M \longrightarrow M = \log_4\left(\frac{x}{y}\right)$. **Chọn A.**

Cách trắc nghiệm.

● Cho $x = 12 \longrightarrow y = 3$. Khi đó $M = 1$.

Thử $x = 12;\ y = 3$ vào các đáp án thì có các đáp án A, C, D đều thỏa. Ta chưa kết luận được.

● Cho $x = 12^2 \longrightarrow y = 3^2$. Khi đó $M = 2$.

Thử $x = 144;\ y = 9$ vào các đáp án thì có các đáp án A thỏa.

Câu 10. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1 và thỏa $\log_a b^2 = x,\ \log_{b^2}\sqrt{c} = y$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_c a$.

A. $P = \frac{2}{xy}$. **B.** $P = 2xy$. **C.** $P = \frac{1}{2xy}$. **D.** $P = \frac{xy}{2}$.

Lời giải. Nhận thấy các đáp án đều có tích xy nên ta sẽ tính tích này.

Ta có $xy = \log_a b^2 . \log_{b^2}\sqrt{c} = \log_a \sqrt{c} = \frac{1}{2}\log_a c = \frac{1}{2\log_c a} \longrightarrow \log_c a = \frac{1}{2xy}$.

Chọn C.

Câu 11. Cho x là số thực dương thỏa $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$. Tính $P = (\log_2 x)^2$.

A. $P = 3$. **B.** $P = 3\sqrt{3}$. **C.** $P = 27$. **D.** $P = \frac{1}{3}$.

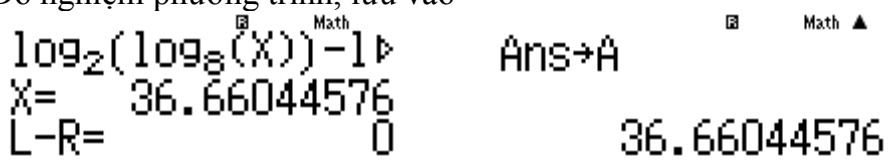
Lời giải. Ta có $\log_2 x = \sqrt{P}$ thay vào giả thiết, ta có

$$\log_2\left(\frac{\sqrt{P}}{3}\right)=\frac{1}{3}\log_2\sqrt{P}=\log_2\sqrt[6]{P}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{P}}{3}=\sqrt[6]{P}\Leftrightarrow P=27.$$

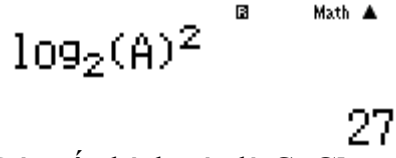
Chọn C.

Cách CASIO. Phương trình $\Leftrightarrow \log_2(\log_8 x)-\log_8(\log_2 x)=0.$

Dò nghiệm phương trình, lưu vào A



Thế $x=A$ để tính $(\log_2 x)^2$



Đáp số chính xác là C. **Chọn C.**

Câu 12. Cho x là số thực lớn hơn 1 và thỏa mãn $\log_2(\log_4 x)=\log_4(\log_2 x)+a$, với $a\in\mathbb{R}$. Tính giá trị của $P=\log_2 x$ theo a.

A. $P=4^{a+1}$. **B.** $P=a^2$. **C.** $P=2^a$. **D.** $P=2^{a+1}$.

Lời giải. Ta có

$$\log_2(\log_4 x)=\log_4(\log_2 x)+a\longleftrightarrow\log_2\left(\frac{\log_2 x}{2}\right)=\frac{1}{2}\log_2(\log_2 x)+a$$

$$\longleftrightarrow\log_2(\log_2 x)-1=\frac{1}{2}\log_2(\log_2 x)+a\longleftrightarrow\log_2(\log_2 x)=2a+2$$

$$\longleftrightarrow\log_2 x=2^{2a+2}\longleftrightarrow\log_2 x=4^{a+1}.$$

Chọn A.

Câu 13. Cho p, q là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 p=\log_{12} q=\log_{16}(p+q)$. Tính giá trị của biểu thức $A=\frac{p}{q}$.

A. $A=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$. **B.** $A=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$. **C.** $A=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $A=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

$$t=\log_9 p=\log_{12} q=\log_{16}(p+q)\longrightarrow\begin{cases}p=9^t\\q=12^t\\p+q=16^t\end{cases}$$

Lời giải. Đặt

$$\longrightarrow 9^t+12^t=p+q=16^t.\ (*)$$

Chia hai vế của $(*)$ cho 16^t, ta được $\left(\frac{9}{16}\right)^t+\left(\frac{12}{16}\right)^t=1\leftrightarrow\left(\frac{3}{4}\right)^{2t}+\left(\frac{3}{4}\right)^t=1$

$$\leftrightarrow\left(\frac{3}{4}\right)^{2t}+\left(\frac{3}{4}\right)^t-1=0\leftrightarrow\left(\frac{3}{4}\right)^t=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$$ (loại) hoặc $\left(\frac{3}{4}\right)^t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Giá trị cần tính $A=\frac{p}{q}=\left(\frac{3}{4}\right)^t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. **Chọn C.**

Câu 14. Cho $a,\ b,\ c$ là các số thực khác 0 thỏa mãn $4^a=25^b=10^c$. Tính $T=\frac{c}{a}+\frac{c}{b}$.

A. $T=\frac{1}{2}$. **B.** $T=\sqrt{10}$. **C.** $T=2$. **D.** $T=\frac{1}{10}$.

Lời giải. Giả sử $4^a=25^b=10^c=t\longrightarrow\begin{cases}a=\log_4 t\\ b=\log_{25} t.\\ c=\log_{10} t\end{cases}$

Ta có $T=\frac{c}{a}+\frac{c}{b}=\frac{\log_{10} t}{\log_4 t}+\frac{\log_{10} t}{\log_{25} t}=\frac{\log_t 4}{\log_t 10}+\frac{\log_t 25}{\log_t 10}=\log_{10} 4+\log_{10} 25$

$=\log_{10}(4.25)=\log_{10} 100=2.$ **Chọn C.**

Câu 15. Cho $a,\ b,\ c$ là các số thực dương thỏa mãn $a^{\log_3 7}=27,\ b^{\log_7 11}=49,\ c^{\log_{11} 25}=\sqrt{11}$. Tính giá trị của biểu thức $T=a^{\log_3^2 7}+b^{\log_7^2 11}+c^{\log_{11}^2 25}$.

A. $T=76+\sqrt{11}$. **B.** $T=31141$. **C.** $T=2017$. **D.** $T=469$.

Lời giải. Ta có $T=\left(a^{\log_3 7}\right)^{\log_3 7}+\left(b^{\log_7 11}\right)^{\log_7 11}+\left(c^{\log_{11} 25}\right)^{\log_{11} 25}$

$=(27)^{\log_3 7}+(49)^{\log_7 11}+\left(\sqrt{11}\right)^{\log_{11} 25}$.

Áp dụng $a^{\log_a b}=b$, ta được

$$\begin{cases}(27)^{\log_3 7}=\left(3^3\right)^{\log_3 7}=\left(3^{\log_3 7}\right)^3=7^3=343\\ (49)^{\log_7 11}=\left(7^2\right)^{\log_7 11}=\left(7^{\log_7 11}\right)^2=11^2=121\\ \left(\sqrt{11}\right)^{\log_{11} 25}=\left(11^{\frac{1}{2}}\right)^{\log_{11} 25}=\left(11^{\log_{11} 25}\right)^{\frac{1}{2}}=25^{\frac{1}{2}}=\sqrt{25}=5\end{cases}.$$

Vậy $T=343+121+5=469.$ **Chọn D.**

Câu 16. Cho $a,\ b$ là các số thực dương khác 1 và $n\in\mathbb{N}^*$.

Một học sinh tính $P=\frac{1}{\log_a b}+\frac{1}{\log_{a^2} b}+\ldots+\frac{1}{\log_{a^n} b}$ theo các bước sau:

I) $P=\log_b a+\log_b a^2+\ldots+\log_b a^n$.

II) $P=\log_b\left(a^1a^2a^3\ldots a^n\right)$.

III) $P=\log_b a^{1+2+3+...+n}$.

IV) $P=n(n+1)\log_b a$.

Trong các bước trình bày, học sinh đã trình bày sai ở bước nào?

A. I. **B**. II. **C**. III. **D**. IV.

Lời giải. Chọn D. Vì $P=\log_b a^{1+2+3+...+n}=(1+2+3+...+n).\log_b a=\frac{n(n+1)}{2}.\log_b a$.

Câu 17. Cho $M=\frac{1}{\log_a x}+\frac{1}{\log_{a^2} x}+...+\frac{1}{\log_{a^k} x}$ với $0<a\neq 1$ và $0<x\neq 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $M=\frac{k(k+1)}{\log_a x}$. **B**. $M=\frac{4k(k+1)}{\log_a x}$. **C**. $M=\frac{k(k+1)}{2\log_a x}$.

D. $M=\frac{k(k+1)}{3\log_a x}$.

Lời giải. Ta có $M=\frac{1}{\log_a x}+\frac{1}{\frac{1}{2}\log_a x}+\frac{1}{\frac{1}{3}\log_a x}+...+\frac{1}{\frac{1}{k}\log_a x}$

$=\frac{1}{\log_a x}+\frac{2}{\log_a x}+\frac{3}{\log_a x}+...+\frac{k}{\log_a x}=\frac{1}{\log_a x}.(1+2+3+...+k)=\frac{1}{\log_a x}.\frac{k(k+1)}{2}$.

Chọn C

Câu 18. Tính $P=\frac{1}{\log_2 2017!}+\frac{1}{\log_3 2017!}+\frac{1}{\log_4 2017!}+...+\frac{1}{\log_{2017} 2017!}$.

A. $P=2017$. **B**. $P=1$. **C**. $P=0$. **D**. $P=2017!$.

Lời giải. Áp dụng công thức $\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$, ta được

$P=\log_{2017!} 2+\log_{2017!} 3+...+\log_{2017!} 2017=\log_{2017!}(2.3.4....2017)=\log_{2017!} 2017!=1$.

Chọn B.

Câu 19. Đặt $a=\ln 3,\ b=\ln 5$. Tính $I=\ln\frac{3}{4}+\ln\frac{4}{5}+\ln\frac{5}{6}+...+\ln\frac{124}{125}$ theo a và b.

A. $I=a-2b$. **B**. $I=a+3b$. **C**. $I=a+2b$. **D**. $I=a-3b$.

Lời giải. Ta có $I=\ln\left(\frac{3}{4}.\frac{4}{5}.\frac{5}{6}...\frac{124}{125}\right)=\ln\frac{3}{125}=\ln 3-\ln 125=\ln 3-3\ln 5=a-3b$.

Chọn D.

Câu 20. Tính $P=\ln(2\cos 1^0).\ln(2\cos 2^0).\ln(2\cos 3^0)...\ln(2\cos 89^0)$, biết rằng trong tích đã cho có 89 thừa số có dạng $\ln(2\cos a^0)$ với $1\le a\le 89$ và $a\in\mathbb{Z}$.

A. $P=1$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=\dfrac{2^{89}}{89!}$. **D.** $P=0$.

Lời giải. Trong tích trên có $\ln\left(2\cos 60^0\right)=\ln\left(2.\dfrac{1}{2}\right)=\ln 1=0$. Vậy $P=0$.
Chọn D.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2}\log_2\left(\dfrac{2x}{1-x}\right)$. Tính tổng

$$S=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+f\left(\frac{3}{2017}\right)+\ldots+f\left(\frac{2015}{2017}\right)+f\left(\frac{2016}{2017}\right).$$

A. $S=2016$. **B.** $S=1008$. **C.** $S=2017$. **D.** $S=4032$.

Lời giải. Xét $f(x)+f(1-x)=\dfrac{1}{2}\log_2\left(\dfrac{2x}{1-x}\right)+\dfrac{1}{2}\log_2\left[\dfrac{2(1-x)}{1-(1-x)}\right]$

$=\dfrac{1}{2}\log_2\left(\dfrac{2x}{1-x}\right)+\dfrac{1}{2}\log_2\left[\dfrac{2(1-x)}{x}\right]=\dfrac{1}{2}\log_2\left[\dfrac{2x}{1-x}.\dfrac{2(1-x)}{x}\right]=\dfrac{1}{2}\log_2 4=1$.

Áp dụng tính chất trên, ta được

$$S=\left[f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2016}{2017}\right)\right]+\left[f\left(\frac{2}{2017}\right)+f\left(\frac{2015}{2017}\right)\right]+\ldots+\left[f\left(\frac{1008}{2017}\right)+f\left(\frac{1009}{2017}\right)\right]$$

$=1+1+\ldots+1=1008$. **Chọn B.**

Câu 22. Cho $\log_2 x=\sqrt{2}$. Tính giá trị biểu thức $P=\log_2 x^2+\log_{\frac{1}{2}} x^3+\log_4 x$.

A. $P=\dfrac{11\sqrt{2}}{2}$. **B.** $P=\sqrt{2}$. **C.** $P=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $P=3\sqrt{2}$.

Lời giải. Ta có $P=2\log_2 x-3\log_2 x+\dfrac{1}{2}\log_2 x=-\dfrac{1}{2}\log_2 x=-\dfrac{1}{2}.\sqrt{2}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **Chọn C.**

Câu 23. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P=\log_a b^3+\log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $P=27\log_a b$. **B.** $P=15\log_a b$. **C.** $P=9\log_a b$. **D.** $P=6\log_a b$.

Lời giải. Ta có $P=\log_a b^3+\log_{a^2} b^6=3\log_a b+\dfrac{6}{2}\log_a b=6\log_a b$. **Chọn D.**

Câu 24. Cho $a=\log_2 m$ và $A=\log_m 8m$, với $0<m\neq 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $A=(3-a)a.$ **B.** $A=(3+a)a.$ **C.** $A=\dfrac{3-a}{a}.$ **D.** $A=\dfrac{3+a}{a}.$

Lời giải. Ta có

$$A=\log_m 8m=\log_m 8+\log_m m=3\log_m 2+1=\frac{3}{\log_2 m}+1=\frac{3}{a}+1=\frac{3+a}{a}.$$

Chọn D.

Câu 25. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Với các số thực dương x, y tùy ý, đặt $\log_3 x=a$ và $\log_3 y=b$. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\dfrac{a}{2}+b.$ **B.** $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\dfrac{a}{2}-b.$

C. $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=9\left(\dfrac{a}{2}+b\right).$ **D.** $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=9\left(\dfrac{a}{2}-b\right).$

Lời giải. Ta có

$$\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\frac{3}{3}\log_3\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)=\log_3\sqrt{x}-\log_3 y=\frac{1}{2}\log_3 x-\log_3 y=\frac{a}{2}-b.$$

Chọn B.

Câu 26. Cho $\log_2 5=a,\ \log_3 5=b$. Tính giá trị biểu thức $A=\dfrac{\log_5 120}{2^{\log_4\sqrt{2}}}$ theo a và b.

A. $A=\dfrac{2b+ab+a}{\sqrt[4]{2}ab}$. **B.** $A=\dfrac{3b+ab+a}{ab}$.

C. $A=\dfrac{3b+ab+a}{\sqrt[4]{2}ab}$. **D.** $A=\dfrac{b+ab+3a}{\sqrt[4]{2}ab}$.

Lời giải. Ta có

$$A=\frac{\log_5 120}{2^{\log_4\sqrt{2}}}=\frac{\log_5\left(2^3.5.3\right)}{2^{\frac{1}{4}}}=\frac{3\log_5 2+1+\log_5 3}{\sqrt[4]{2}}$$

$$=\frac{\dfrac{3}{a}+1+\dfrac{1}{b}}{\sqrt[4]{2}}=\frac{3b+ab+a}{\sqrt[4]{2}ab}.$$ **Chọn C.**

Cách 2. Dùng CASIO:

Bấm máy $\log_2 5$ và lưu vào biến A; Bấm máy $\log_3 5$ và lưu vào biến B.

Giả sử với đáp án A, nếu đúng thì hiệu $\dfrac{\log_5 120}{2^{\log_4\sqrt{2}}}-\dfrac{2b+ab+a}{\sqrt[4]{2}ab}$ phải bằng 0.

Nhập vào màn hình $\dfrac{\log_5 120}{2^{\log_4\sqrt{2}}}-\dfrac{2B+AB+A}{\sqrt[4]{2}AB}$ với A, B là các biến đã lưu và nhấn dấu =.

Màn hình xuất hiện số khác 0. Do đó đáp án A không thỏa mãn.
Thử lần lượt và ta chọn được đáp án đúng là C.

Câu 27. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Đặt $a=\log_2 3$ và $b=\log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b.

A. $\log_6 45=\dfrac{a+2ab}{ab}$. **B.** $\log_6 45=\dfrac{2a^2-2ab}{ab}$.

C. $\log_6 45=\dfrac{a+2ab}{ab+b}$. **D.** $\log_6 45=\dfrac{2a^2-2ab}{ab+b}$.

Lời giải. Ta có $\log_6 45=\log_6 9+\log_6 5.$

- $\log_6 9=2\log_6 3=\dfrac{2}{\log_3 6}=\dfrac{2}{1+\log_3 2}=\dfrac{2}{1+\dfrac{1}{a}}=\dfrac{2a}{a+1}.$
- $\log_6 5=\dfrac{1}{\log_5 6}=\dfrac{1}{\log_5 3+\log_5 2}=\dfrac{a}{b(a+1)}$ vì $\log_5 2=\dfrac{b}{a}$.

Vậy $\log_6 45=\dfrac{2a}{a+1}+\dfrac{a}{b(a+1)}=\dfrac{a+2ab}{ab+b}.$ **Chọn C.**

Câu 28. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Với mọi $a,\ b,\ x$ là các số thực dương thoả mãn $\log_2 x=5\log_2 a+3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $x=3a+5b$. **B.** $x=5a+3b$. **C.** $x=a^5+b^3$. **D.** $x=a^5b^3$.

Lời giải. Ta có $\log_2 x=5\log_2 a+3\log_2 b=\log_2 a^5+\log_2 b^3=\log_2 a^5b^3\Leftrightarrow x=a^5b^3$.

Chọn D.

Câu 29. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho $\log_3 a=2$ và $\log_2 b=\dfrac{1}{2}$.

Tính giá trị biểu thức $I=2\log_3\left[\log_3(3a)\right]+\log_{\frac{1}{4}} b^2$.

A. $I=\dfrac{5}{4}$. **B.** $I=4$. **C.** $I=0$. **D.** $I=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải. Ta có $\log_3 a=2\longrightarrow a=3^2=9$ và $\log_2 b=\dfrac{1}{2}\longrightarrow b=2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}.$

$I=2\log_3\left[\log_3(3.9)\right]+\log_{\frac{1}{4}}\left(\sqrt{2}\right)^2\overset{\text{CASIO}}{=}2-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}.$

Vậy **Chọn D.**

Câu 30. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\log_2 a = \log_a 2.$ **B.** $\log_2 a = \dfrac{1}{\log_2 a}.$ **C.** $\log_2 a = \dfrac{1}{\log_a 2}.$ **D.** $\log_2 a = -\log_a 2.$

Lời giải. **Chọn C.**

Câu 31. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(a+b) = \dfrac{1}{2}(\log a + \log b).$ **B.** $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b.$

C. $\log(a+b) = \dfrac{1}{2}(1 + \log a + \log b).$ **D.** $\log(a+b) = \dfrac{1}{2} + \log a + \log b.$

Lời giải. Ta có $a^2 + b^2 = 8ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 10ab$

$\Leftrightarrow \log(a+b)^2 = \log(10ab) \Leftrightarrow 2\log(a+b) = \log 10 + \log a + \log b$

$\Leftrightarrow \log(a+b) = \dfrac{1}{2}(1 + \log a + \log b).$

Chọn C.

Câu 32. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho $x,\ y$ là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính $M = \dfrac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x+3y)}.$

A. $M = \dfrac{1}{2}.$ **B.** $M = \dfrac{1}{3}.$ **C.** $M = \dfrac{1}{4}.$ **D.** $M = 1.$

Lời giải. Ta có $x^2 + 9y^2 = 6xy \Leftrightarrow (x-3y)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3y$.

Suy ra

$$M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x+3y)} = \frac{1 + \log_{12}(3y) + \log_{12} y}{2\log_{12}(3y+3y)} = \frac{1 + \log_{12}(3y^2)}{2\log_{12}(6y)} = \frac{\log_{12}(36y^2)}{2\log_{12}(6y)}$$

$$\frac{\log_{12}(36y^2)}{\log_{12}(36y^2)} = 1$$

. **Chọn D.**

Câu 33. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Cho các số thực dương $a,\ b$ với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $\log_{a^2}(ab) = \dfrac{1}{2}\log_a b.$ **B.** $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2\log_a b.$

C. $\log_{a^2}(ab) = \dfrac{1}{4}\log_a b.$ **D.** $\log_{a^2}(ab) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\log_a b.$

Lời giải. Ta có $\log_{a^2}(ab)=\frac{1}{2}(\log_a ab)=\frac{1}{2}(\log_a a+\log_a b)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_a b$.

Chọn D.

Câu 34. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây là đúng với mọi số thực dương x, y.

A. $\log_a \frac{x}{y}=\frac{\log_a x}{\log_a y}$ **B.** $\log_a \frac{x}{y}=\log_a (x-y)$

C. $\log_a \frac{x}{y}=\log_a x+\log_a y$ **D.** $\log_a \frac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$.

Lời giải. Chọn D.

Câu 35. Cho a, b, x, y là các số thực dương và khác 1. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

A. $\log_a (x+y)=\log_a x+\log_a y$. **B.** $\log_b a.\log_a x=\log_b x$.

C. $\log_a \frac{1}{x}=\frac{1}{\log_a x}$. **D.** $\log_a \frac{x}{y}=\frac{\log_a x}{\log_a y}$.

Lời giải. Ta có $\log_a x+\log_a y=\log_a xy \longrightarrow$ A sai.

$\log_a x-\log_a y=\log_a \frac{x}{y}\longrightarrow$ D sai.

$\log_a \frac{1}{x}=-\log_a x\longrightarrow$ C sai.

$\log_b a.\log_a x=\log_b x\longrightarrow$ B đúng. **Chọn B.**

Câu 36. Cho a, b là các số thực dương và $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_{\sqrt{a}}(a^2+ab)=4+2\log_a b.$ **B.** $\log_{\sqrt{a}}(a^2+ab)=4\log_a (a+b).$

C. $\log_{\sqrt{a}}(a^2+ab)=2+2\log_a (a+b).$ **D.** $\log_{\sqrt{a}}(a^2+ab)=1+4\log_a b.$

Lời giải. Ta có $\log_{\sqrt{a}}(a^2+ab)=\log_{\frac{1}{a^2}}\left[a(a+b)\right]=2\log_a\left[a(a+b)\right]=2\left[\log_a a+\log_a (a+b)\right]$

$=2\log_a a+2\log_a (a+b)=2+2\log_a (a+b)$. **Chọn C.**

Câu 37. Cho các số thực $a<b<0$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\ln(ab)=\ln a+\ln b.$ **B.** $\ln(a^2-b)^3=3\ln(a^2-b).$

C. $\ln\left(\frac{a}{b}\right)=\ln|a|-\ln|b|.$ **D.** $\ln\left(\frac{a}{b}\right)^2=\ln a^2-\ln b^2.$

Lời giải. Vì $a<b<0$ nên $\ln a$ và $\ln b$ không có nghĩa. **Chọn A.**

Câu 38. Cho $a,\ b$ là hai số số thực dương và $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_{a^3}\left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right)=\frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{2}\log_a b\right)$. **B.** $\log_{a^3}\left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right)=\frac{1}{3}\left(1-2\log_a b\right)$.

C. $\log_{a^3}\left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right)=\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{2}\log_a b\right)$. **D.** $\log_{a^3}\left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right)=3\left(1-\frac{1}{2}\log_a b\right)$.

Lời giải. Ta có $\log_{a^3}\left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right)=\frac{\log_a\left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right)}{\log_a a^3}=\frac{\log_a a-\log_a\sqrt{b}}{3\log_a a}=\frac{1-\frac{1}{2}\log_a b}{3}$.

Chọn C.

Câu 39. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Cho hai số thực a và b, với $1<a<b$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng ?

A. $\log_a b<1<\log_b a$. **B.** $1<\log_a b<\log_b a$.

C. $\log_b a<\log_a b<1$. **D.** $\log_b a<1<\log_a b$.

Lời giải. Ta có $b>a>1\Leftrightarrow\begin{cases}\log_a b>\log_a a\Leftrightarrow\log_a b>1\\ \log_b b>\log_b a\Leftrightarrow 1>\log_b a\end{cases}\Leftrightarrow\log_b a<1<\log_a b.$

Chọn D.

Câu 40. Cho các số thực dương $a,\ b$ với $a\neq 1$ và $\log_a b>0.$ Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a;b\in(0;1)$ hoặc $\begin{cases}a\in(0;1)\\ b\in(1;+\infty)\end{cases}$. **B.** $a;b\in(0;1)$ hoặc $a;b\in(1;+\infty)$.

C. $\begin{cases}a\in(1;+\infty)\\ b\in(0;1)\end{cases}$ hoặc $a;b\in(1;+\infty)$. **D.** $a;b\in(0;1)$ hoặc $b\in(1;+\infty)$.

Lời giải. Với điều kiện $a,\ b>0$ và $a\neq 1$, ta xét các trường hợp sau:

TH1: $0<a<1$, ta có $\log_a b>0\longleftrightarrow\log_a b>\log_a 1\xrightarrow{0<a<1}b<1$.

TH2: $a>1$, ta có $\log_a b>0\longleftrightarrow\log_a b>\log_a 1\xrightarrow{a>1}b>1$.

Từ hai trường hợp trên, ta được $\left[\begin{array}{l}0<a,\ b<1\\ a>1,\ b>1\end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 41. Cho bốn số thực dương $a,\ b,\ x,\ y$ thỏa mãn $a\neq 1,\ b\neq 1$ và $x^2+y^2=1$. Biết rằng $\log_a(x+y)>0$ và $\log_b(xy)<0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\begin{cases} a>1 \\ 0<b<1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a>1 \\ b>1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} 0<a<1 \\ b>1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} 0<a<1 \\ 0<b<1 \end{cases}$.

Lời giải. ● Ta có $\begin{cases} 1=x^2+y^2=(x+y)^2-2xy \\ x,y>0 \end{cases} \longrightarrow (x+y)^2>1 \longrightarrow x+y>1$.

Kết hợp với $\log_a(x+y)>0 \longrightarrow a>1$.

● Ta có $\begin{cases} x,y>0 \\ x^2+y^2=1 \end{cases} \longrightarrow x,y\in(0;1) \longrightarrow 0<xy<1$.

Kết hợp với $\log_b(xy)<0 \longrightarrow b>1$. **Chọn B.**

Cách giải trắc nghiệm: Chọn $x=\frac{1}{2} \longrightarrow y=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Khi đó $\begin{cases} x+y=\frac{1+\sqrt{3}}{2}>1 \\ 0<xy=\frac{\sqrt{3}}{4}<1 \end{cases}$, kết hợp với $\begin{cases} \log_a(x+y)>0 \\ \log_b(xy)<0 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} a>1 \\ b>1 \end{cases}$.

Câu 42. Cho a,b,c là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn $\log_a\left(b^{\log_c a}\right)=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a^2=bc$. **B.** $a^2=\log_b c$. **C.** $b=c$. **D.** $a=c$.

Lời giải. Áp dụng $\log_m x^n=n.\log_m x$ với $x>0$, ta được

$$\log_a\left(b^{\log_c a}\right)=\log_c a.\log_a b=\log_c b.$$

Suy ra $\log_c b=1\Leftrightarrow b=c$. **Chọn C.**

Câu 43. Cho x,y là các số thực dương thỏa mãn $9\log^2 x+4(\log y)^2=12\log x.\log y$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x^3=y^2$. **B.** $x^2=y^3$. **C.** $2x=3y$. **D.** $3x=2y$.

Lời giải. Ta có $9\log^2 x+4(\log y)^2=12\log x.\log y$

$\Leftrightarrow (3\log x)^2-2.3\log x.2\log y+(2\log y)^2=0$

$\Leftrightarrow (3\log x-2\log y)^2=0\Leftrightarrow 3\log x=2\log y\Leftrightarrow \log x^3=\log y^2\Leftrightarrow x^3=y^2$.

Chọn A.

Câu 44. Tìm x để ba số $\ln 2,\ \ln\left(2^x-1\right),\ \ln\left(2^x+3\right)$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng.

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\log_2 5$. **D.** $x=\log_2 3$.

Lời giải. Điều kiện: $x>0$.

Vì $\ln 2,\ \ln\left(2^x-1\right),\ln\left(2^x+3\right)$ theo thứ tự đó lập thành CSC nên ta có

$\Leftrightarrow \ln 2+\ln\left(2^x+3\right)=2\ln\left(2^x-1\right)\Leftrightarrow \ln\left[2\left(2^x+3\right)\right]=\ln\left(2^x-1\right)^2\Leftrightarrow 2\left(2^x+3\right)=\left(2^x-1\right)^2$

$\Leftrightarrow 2^{2x}-4.2^x-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x=-1(\text{loại})\\2^x=5\end{array}\right. \Leftrightarrow 2^x=5\Leftrightarrow x=\log_2 5.$

Chọn C.

Câu 45. Trong các giá trị của a được cho trong bốn phương án A, B, C, D dưới đây, giá trị nào của a thỏa mãn $\log_{0,5} a>\log_{0,5} a^2$?

A. $a=-\dfrac{5}{4}$. **B.** $a=\dfrac{5}{4}$. **C.** $a=\dfrac{4}{5}$. **D.** $a=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải. Điều kiện: $a>0$. Loại A.

Vì cơ số $0,5<1$ nên $\log_{0,5} a>\log_{0,5} a^2\Leftrightarrow a<a^2\Leftrightarrow a(a-1)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a>1\\a<0\end{array}\right.$.

Đối chiếu với điều kiện ta được: $a>1$.

Do đó trong các số đã cho chỉ có $\dfrac{5}{4}$ là thỏa mãn. **Chọn B.**

Cách trắc nghiệm: Thay lần lượt bốn đáp án và bấm máy tính.

Câu 46. Điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$ và nằm hoàn toàn phía dưới đường thẳng $y=\dfrac{1}{9}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_0<2$. **B.** $x_0<-2$. **C.** $x_0>-2$. **D.** $x_0>2$.

Lời giải. Hoành độ các điểm trên đồ thị hàm số $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$ và nằm hoàn toàn phía dưới đường thẳng $y=\dfrac{1}{9}$ thỏa mãn $\left(\dfrac{1}{3}\right)^x<\dfrac{1}{9}\leftrightarrow\left(\dfrac{1}{3}\right)^x<\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\Leftrightarrow x>2$.

Chọn D.

Câu 47. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi? Giả sử trong suốt thời gian gửi lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra

A. 13 năm. **B.** 12 năm. **C.** 14 năm. **D.** 11 năm.

Lời giải. Gọi M là số tiền gửi ban đầu, $r=6\%$/năm là lãi suất, n là số năm gửi.

Ta có công thức lãi kép: $T=M\left(1+r\right)^n$ là số tiền nhận được sau n năm.

Theo đề bài, ta có $T>100\Leftrightarrow 50.\left(1+6\%\right)^n>100\Leftrightarrow 1,06^n>2\longrightarrow n>11$.

Do kỳ hạn là 1 năm nên phải đúng hạn mới được nhận.

Vậy người này cần ít nhất 12 năm. **Chọn B.**

Câu 48. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Đầu năm 2016, ông A thành lập một công ty. Tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2016 là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm đó tăng thêm 15% so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm lớn hơn 2 tỷ đồng?

A. Năm 2022. **B.** Năm 2021. **C.** Năm 2020. **D.** Năm 2023.

Lời giải. Ta xem đây như bài toán lãi suất gởi ngân hàng được phát biểu ngắn gọn như sau: "Đầu năm 2016, ông A gởi vào ngân hàng 1 tỷ đồng với lãi suất hàng năm là 15%. Hỏi đến năm nào là năm đầu tiên ông A nhận được số tiền lớn hơn 2 tỷ đồng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo".

Gọi M là số tiền gửi ban đầu, $r=15\%$/năm là lãi suất, n là số năm gửi.

Ta có công thức lãi kép: $T=M\left(1+r\right)^n$ là số tiền nhận được sau n năm.

Theo đề bài, ta có $T>2\Leftrightarrow 1.\left(1+15\%\right)^n>2\Leftrightarrow 1,15^n>2\longrightarrow n>4.$

Do kỳ hạn là 1 năm nên phải đúng 5 năm sau mới nhận được. Lúc đấy là năm $2016+5=2021$. **Chọn B.**

Câu 49. Anh Nam mong muốn rằng sau 6 năm sẽ có 2 tỷ để mua nhà. Hỏi anh Nam phải gửi vào ngân hàng một khoản tiền tiền tiết kiệm như nhau hàng năm gần nhất với giá trị nào sau đây, biết rằng lãi suất của ngân hàng là 8% /năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn.

A. $253,5$ triệu. **B.** 251 triệu. **C.** 253 triệu. **D.** $252,5$ triệu.

Lời giải. Giả sử anh Nam bắt đầu gửi M đồng từ đầu kì 1 với lãi suất là r.

● Cuối kì 1 có số tiền là: $T_1^+=M\left(1+r\right)$.

● Đầu kì 2 có số tiền là: $T_2=M\left(1+r\right)+M$

$$=M\left[\left(1+r\right)+1\right]=\frac{M}{\left(1+r\right)-1}.\left[\left(1+r\right)^2-1\right]=\frac{M}{r}\left[\left(1+r\right)^2-1\right].$$

● Cuối kì 2 có số tiền là: $T_2^+=\frac{M}{r}\left[\left(1+r\right)^2-1\right]\left(1+r\right)$.

● Đầu kì 3 có số tiền là: $T_3=\frac{M}{r}\left[\left(1+r\right)^2-1\right]\left(1+r\right)+M$

$$=\frac{M}{r}\left[\left(1+r\right)^3-\left(1+r\right)+r\right]=\frac{M}{r}\left[\left(1+r\right)^3-1\right].$$

● Cuối kì 3 có số tiền là: $T_3^+=\frac{M}{r}\left[\left(1+r\right)^3-1\right]\left(1+r\right)=\frac{M}{r}\left[\left(1+r\right)^4-\left(1+r\right)\right]$.

……

Tổng quát, ta có cuối kì n có số tiền là: $T_n^+ = \frac{M}{r}\left[(1+r)^{n+1} - (1+r)\right]$.

Suy ra $M = \frac{T_n^+ .r}{(1+r)^{n+1} - (1+r)}$.

Áp dụng công thức với $\begin{cases} T_n^+ = 2000000000 \\ n = 6 \\ r = 8\% = 0,08 \end{cases}$, ta được $M = 252435900$.

Chọn D.

Câu 50. Ông A muốn sau 5 năm có 1.000.000.000 đồng để mua ô tô **Camry**. Hỏi rằng ông A phải gửi ngân hàng mỗi tháng (số tiền như nhau) là bao nhiêu? Biết lãi suất hằng tháng là 0.5% và tiền lãi sinh ra hằng tháng được nhập vào tiền vốn.

A. $a = 14.261.000$ (đồng). **B.** $a = 14.260.000$ (đồng).

C. $a = 14.261.500$ (đồng). **D.** $a = 14.260.500$ (đồng).

Lời giải. Gọi r, T, a lần lượt là lãi suất hàng tháng, tổng số tiền sau mỗi tháng, số tiền gởi đều đặn mỗi tháng .

● Cuối tháng thứ nhất, người đó có số tiền là: $T_1 = a + a.r = a(1+r).$

● Đầu tháng thứ hai, người đó có số tiền là: $a(1+r) + a = a\left[(1+r)+1\right]$

$= \frac{a}{\left[(1+r)-1\right]}\left[(1+r)^2 - 1\right] = \frac{a}{r}\left[(1+r)^2 - 1\right].$

● Cuối tháng thứ hai, người đó có số tiền là: $T_2 = \frac{a}{r}\left[(1+r)^2 - 1\right] + \frac{a}{r}\left[(1+r)^2 - 1\right]r$

$= \frac{a}{r}\left[(1+r)^2 - 1\right](1+r).$

⋮

● Cuối tháng thứ n, người đó có số tiền cả gốc lẫn lãi là: $T_n = \frac{a}{r}\left[(1+r)^n - 1\right](1+r)$.

Suy ra $a = \frac{T_n .r}{\left[(1+r)^n - 1\right](1+r)}$.

Áp dụng, ta có $a = \frac{1.000.000.000 \times 0,5\%}{(1+0,5\%)\left[(1+0,5\%)^{60} - 1\right]} = 14.261.494,06$.

Vậy mỗi tháng ông A phải gửi tiết kiệm 14 triệu 261 ngàn 500 đồng vào ngân hàng, liên tục trong 5 năm. **Chọn C.**

Câu 51. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Ông Việt vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần

hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông Việt sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông Việt hoàn nợ.

A. $m=\dfrac{100.(1,01)^3}{3}$ (triệu đồng). **B.** $m=\dfrac{(1,01)^3}{(1,01)^3-1}$ (triệu đồng).

C. $m=\dfrac{100\times 1,03}{3}$ (triệu đồng). **D.** $m=\dfrac{120.(1,12)^3}{(1,12)^3-1}$ (triệu đồng).

Lời giải. Ở đây, ta phải quy ước số tiền lãi thay đổi theo từng tháng. Nếu không, học sinh sẽ tính tổng số tiền vay là 100 triệu đồng, lãi cần trả là $\dfrac{0,12}{12}\times 3=0,03$ (do chỉ trả trong 3 tháng).

Khi đó, số tiền cần trả là $\dfrac{100\times(1+0,03)}{3}=\dfrac{100\times 1,03}{3}$, là đáp án C.

Tuy nhiên nếu lãi suất thay đổi theo tháng thì vấn đề phức tạp hơn (và có lẽ đây cũng là cách hiểu mà đề đang hướng đến, vì cách hiểu này phù hợp với thực tế).

Lãi hàng tháng mà ông phải trả là $\dfrac{0,12}{12}=0,01$ nhân với số tiền đang nợ, tức là tổng **số nợ tháng sau** sẽ bằng **số nợ tháng trước** nhân với $1,01$.

Tháng	Tiền trả	Số tiền còn nợ	Tiền lãi trong tháng
0	0	100	$100\times 0,01$
1	m	$100\times 1,01-m$	$(100\times 1,01-m)\times 0,01$
2	m	$(100\times 1,01-m)\times 1,01-m$	$\left[(100\times 1,01-m)\times 1,01-m\right]\times$
3	m	$\left[(100\times 1,01-m)\times 1,01-m\right]\times 1,($	0 (theo giả thiết thì đến đây hết nợ)

Do ta có phương trình:

$$\left[(100\times 1,01-m)\times 1,01-m\right]\times 1,01-m=0\longleftrightarrow 100\times 1,01^3=m\left[1+1,01+(1,01)^2\right]$$

$$\longrightarrow m=\frac{100\times(1,01)^3}{1+1,01+(1,01)^2}=\frac{100\times(1,01)^3\times(1,01-1)}{(1,01-1)\left(1+1,01+1,01^2\right)}=\frac{(1,01)^3}{(1,01)^3-1}$$ (triệu đồng).**Chọn B.**

Câu 52. Một người đàn ông vay vốn ngân hàng với số tiền $100\,000\,000$ đồng. Người đó dự định sau đúng 5 năm thì trả hết nợ; Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau. Hỏi, theo cách đó, số tiền a mà ông sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết lãi suất hàng tháng là $1,2\%$ và không thay đổi trong thời gian ông hoàn nợ.

A. $a=\dfrac{12.10^5\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{59}}{\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{60}-1}$ (đồng). **B.** $a=\dfrac{12.10^5\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{60}}{\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{60}-1}$ (đồng).

C. $a=\dfrac{12.10^6\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{60}}{\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{60}-1}$ (đồng). **D.** $a=\dfrac{12.10^6\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{59}}{\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{60}-1}$ (đồng).

Lời giải. Gọi $m,\ r,\ T,\ a$ lần lượt là số tiền vay ngân hàng, lãi suất hàng tháng, tổng số tiền vay còn lại sau mỗi tháng, số tiền trả đều đặn mỗi tháng .

● Sau khi hết tháng thứ nhất $(n=1)$ thì còn lại: $T_1=m(r+1)-a.$

● Sau khi hết tháng thứ hai $(n=2)$ thì còn lại: $T_2=\left[m(r+1)-a\right](r+1)-a$

$=m(r+1)^2-a(r+1)-a=m(r+1)^2-a(r+2)=m(r+1)^2-\dfrac{a}{r}\left[(r+1)^2-1\right].$

● Sau khi hết tháng thứ ba $(n=3)$ thì còn: $T_3=\left[m(r+1)^2-\dfrac{a}{r}\left[(r+1)^2-1\right]\right](r+1)-a$

$=m(r+1)^3-\dfrac{a}{r}\left[(r+1)^3-1\right].$

$\vdots$

● Sau khi hết tháng thứ n thì còn lại: $T_n=m(r+1)^n-\dfrac{a}{r}\left[(r+1)^n-1\right].$

Áp dụng công thức trên, ta có $T_n = 0 \Leftrightarrow a = \dfrac{m(r+1)^n r}{(r+1)^n - 1} = \dfrac{12.10^5\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{60}}{\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{60}-1}$ (đồng). **Chọn B.**

Câu 53. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78685800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là $1,7\%$. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A.e^{N.r}$ (trong đó A: là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người?

A. 2020. **B.** 2022. **C.** 2025. **D.** 2026.

Lời giải. Ta có $S = A.e^{N.r} \longrightarrow N = \dfrac{1}{r}.\ln\dfrac{S}{A}.$

Để dân số nước ta ở mức 120 triệu người thì cần số năm $N = \dfrac{100}{1,7}.\ln\dfrac{120.10^6}{78685800} \approx 25.$

Lúc đấy là năm $2001 + 25 = 2026.$ **Chọn D.**

Câu 54. Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm trái đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức hợp tác và phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ trái đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng khi nhiệt độ trái đất tăng thêm $2°C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%, còn khi nhiệt độ trái đất tăng thêm $5°C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng nếu nhiệt độ trái đất tăng thêm $t°C$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k.a^t$ (trong đó a, k là các hằng số dương). Nhiệt độ trái đất tăng thêm bao nhiêu độ C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 20%?

A. $9,3°C$. **B.** $7,6°C$. **C.** $6,7°C$. **D.** $8,4°C$.

Lời giải. Theo đề bài, ta có $\begin{cases} k.a^2 = 3\% \\ k.a^5 = 10\% \end{cases} (1)$. Cần tìm t thỏa mãn $k.a^t = 20\%$.

Từ $(1) \Rightarrow k = \dfrac{3\%}{a^2}$ và $a = \sqrt[3]{\dfrac{10}{3}}$.

Khi đó $k.a^t = 20\% \longrightarrow \dfrac{3\%}{a^2}.a^t = 20\% \Leftrightarrow a^{t-2} = \dfrac{20}{3} \longrightarrow t = 2 + \log_{\sqrt{\frac{10}{3}}}\dfrac{20}{3} \approx 6,7.$

Chọn C.

Câu 55. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần lượng đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Sau bao nhiêu ngày, lượng bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

A. $7\times\log_3 25.$ **B.** $3^{\frac{25}{7}}.$ **C.** $7\times\frac{24}{3}.$ **D.** $\log_3 25.$

Lời giải. Gọi A là lượng bèo ban đầu, để phủ kín mặt hồ thì lượng bèo là $\frac{100}{4}A.$

Sau một tuần số lượng bèo là $3A\longrightarrow$ sau n tuần lượng bèo là $3^n A.$

Để lượng bèo phủ kín mặt hồ thì $3^n.A=\frac{100}{4}.A$

$\longrightarrow n=\log_3\frac{100}{4}=\log_3 25\longrightarrow$ thời gian để bèo phủ kín mặt hồ là $t=7\log_3 25$.

Chọn A.