

**PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

**Câu 1.** Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của  $^{20}$  con mèo vừa chào đời.

| Cân nặng (gam) | [90;95) | [95;100) | [100;105) | [105;110) | [110;115) |
|----------------|---------|----------|-----------|-----------|-----------|
| Số lượng       | 3       | 4        | 5         | 6         | 2         |

Hãy cho biết có bao nhiêu con mèo có cân nặng nhỏ hơn  $^{95}$  gam trong mẫu số liệu trên?

- A. 4.                                      B. 5.                                      C. 7.                                      D. 3.

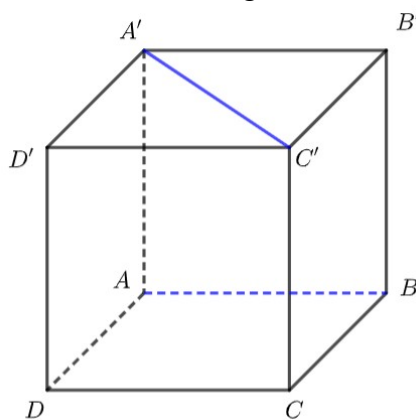
**Câu 2.** Cho  $a > 0, m, n \in \mathbb{Q}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $a^m + a^n = a^{m+n}$ .                      B.  $a^m \cdot a^n = a^{m-n}$ .                      C.  $(a^m)^n = (a^n)^m$ .                      D.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$ .

**Câu 3.** Cho  $a > 0$ . Giá trị của  $\log_2 \left( \frac{8}{a} \right)$  bằng

- A.  $3 - \log_2 a$ .                                      B.  $4 - \log_2 a$ .                                      C.  $\frac{3}{\log_2 a}$ .                                      D.  $8 - \log_2 a$ .

**Câu 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $A'C'$  bằng



- A.  $60^\circ$ .                                      B.  $45^\circ$ .                                      C.  $90^\circ$ .                                      D.  $30^\circ$ .

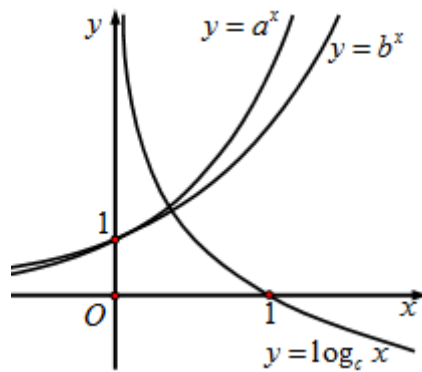
**Câu 5.** Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của  $^{20}$  con mèo vừa chào đời.

| Cân nặng(gam) | [90;95) | [95;100) | [100;105) | [105;110) | [110;115) |
|---------------|---------|----------|-----------|-----------|-----------|
| Số lượng      | 3       | 4        | 5         | 6         | 2         |

Cân nặng trung bình của các con mèo vừa chào đời là bao nhiêu gam?

- A. 103,5.                                      B. 102,5.                                      C. 104.                                      D. 101.

**Câu 6.** Cho đồ thị hàm số  $y = a^x$ ;  $y = b^x$ ;  $y = \log_c x$  như hình vẽ. Tìm mối liên hệ của  $a, b, c$ .



- A.  $c < b < a$  . B.  $b < a < c$  . C.  $a < b < c$  . D.  $c < a < b$  .

**Câu 7.** Đạo hàm của hàm số  $y = (2x+1)^{2025}$  là

- A.  $2025(2x+1)^{2024}$  . B.  $(4050x+1)^{2024}$  . C.  $(2x+1)^{2024}$  . D.  $4050(2x+1)^{2024}$  .

**Câu 8.** Cường độ một trận động đất được cho bởi công thức  $M = \log A - \log A_0$  độ Richter, với  $A$  là biên độ rung chấn tối đa và  $A_0$  là một biên độ chuẩn. Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ đo được 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ Richter. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ trận động đất ở Nhật Bản?

- A. 2 . B.  $\frac{4}{3}$  . C. 100 . D. 10 .

**Câu 9.** Cho tứ diện  $OABC$  có các cạnh  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau. Gọi  $M, N$  tương ứng là trọng tâm của các tam giác  $ABC, OBC$ . Đường thẳng  $MN$  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A.  $(OAB)$  . B.  $(OCA)$  . C.  $(OBC)$  . D.  $(ABC)$  .

**Câu 10.** Tổng bình phương các nghiệm của phương trình  $3^{x^2-4x+5} = 9$  là

- A. 12 . B. 10 . C. 11 . D. 9 .

**Câu 11.** Biết  $y$  là hàm số của  $x$  thỏa mãn phương trình  $xy = 2 + \ln y$ . Tính  $y'(0)$

- A.  $e^4$  . B. 1 . C.  $\frac{1}{e^4}$  . D.  $\frac{1}{e^2}$  .

**Câu 12.** Giá trị còn lại của một chiếc xe ô tô mua mới theo thời gian  $t$  được xác định bởi công thức:  $V(t) = 1,5e^{-0,15t}$ , trong đó  $V(t)$  được tính bằng tỷ đồng và  $t$  tính bằng năm. Sau ít nhất bao nhiêu năm kể từ thời điểm mua xe giá trị chiếc xe đó còn lại dưới 500 triệu đồng?

- A. 5 . B. 6 . C. 7 . D. 8 .

**PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.** Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

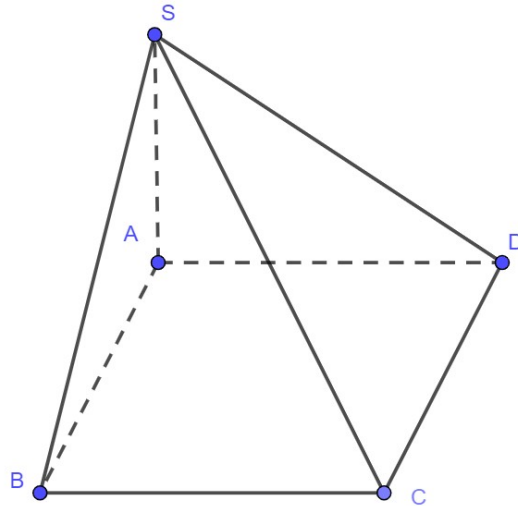
**Câu 1.** Cho  $\log_2 3 = a; \log_{25} 2 = b$ . Khi đó:

- a)  $\log_2 25 = \frac{1}{b}$   
b)  $\log_2 (3.9) = 9a$

c)  $\log_2 75 = a + \frac{1}{b}$

d) Nếu  $x, y$  là các số nguyên tố thỏa mã  $\log_{48600} 25 = \frac{1}{x+ab+yb+z}$  thì  $x+y+z=10$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $2a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = 2\sqrt{2}a$  (tham khảo hình vẽ dưới đây). Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a)  $BC \perp (SAB)$ .

b) Góc giữa đường thẳng  $SD$  và  $(ABCD)$  là  $\angle SDA$ .

c) Góc của  $(SBC)$  và  $(ABCD)$  bằng  $30^\circ$ .

d) Gọi  $H, K, I$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  trên các cạnh  $SB, SD$  và  $SC$ . Khi đó  $HK \perp AI$ .

**PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.** Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

**Câu 1.** Cho  $\log_a b = 2$  và  $\log_a c = 3$ . Tính  $Q = \log_a (b^2 c^3)$ .

**Câu 2.** Biết rằng một nghiệm phương trình  $(3+2\sqrt{2})^{x^2-x+2} = (3-2\sqrt{2})^{x^2-2}$  có dạng  $x = \frac{-1-\sqrt{a}}{b}$ ;  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Tính  $S = 5a + 7b$ .

**Câu 3.** Hai mái nhà trong Hình 7.72 là hai hình chữ nhật. Giả sử  $AB = 4,8$  m;  $OA = 2,8$  m;  $OB = 3,2$  m. Tính số đo của góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà (làm tròn đến đơn vị độ).



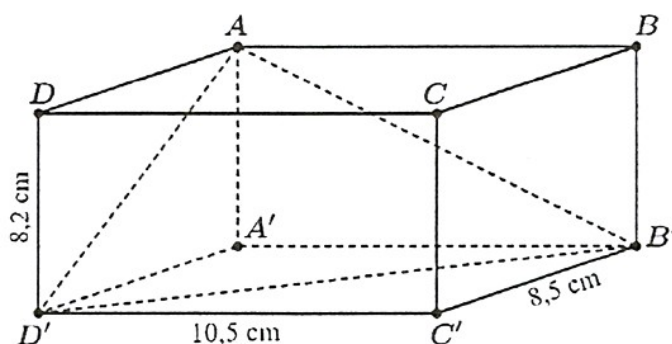
Hình 7.72

$$AB = 4,8 \text{ m}; OA = 2,8 \text{ m}; OB = 3,2 \text{ m}$$

- Câu 4.** Hai mái nhà trong Hình 7.72 là hai hình chữ nhật. Giả sử . Tính số đo của góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà (làm tròn đến đơn vị độ).



Hình 7.72



**Lời giải**

- Câu 4.** Trong một bản hợp ca, xem mọi ca sĩ đều hát với cùng cường độ âm và xem cùng tần số. Khi một ca sĩ hát thì mức cường độ âm là 68 dB. Khi cả ban hợp ca cùng hát thì đo được mức cường độ âm là 80 dB. Khi đó số ca sĩ có trong ban hợp ca đó là bao nhiêu? Biết mức cường độ âm  $L$

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

được tính theo công thức trong đó  $I$  là cường độ âm và  $I_0$  là cường độ âm chuẩn.

#### PHẦN IV. CÂU TỰ LUẬN. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3

- Câu 1.** Giải các phương trình sau

- $2^{x+1} = 8$ .
- $\log_2(x^2 - 1026x) = \log_2 x$ .

- Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ , cạnh  $AC = 2a$ , các tam giác  $\triangle SAB$  và  $\triangle SCB$  tương ứng vuông tại  $A$  và  $C$ .

- Gọi  $H$  là điểm đối xứng với  $B$  qua  $AC$ . Chứng minh rằng  $SH \perp (ABC)$ .
- Giả sử  $SH = a$ , hãy tính giá trị cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCB)$ .

$$x = 4 \sin \left( 2\pi t - \frac{5\pi}{6} \right)$$

- Câu 3.** Một vật dao động điều hòa theo phương trình , trong đó  $t$  tính bằng giây và  $x$  tính bằng đơn vị cm. Khi vận tốc bằng  $4\pi$  cm/s thì thời gian  $t$  bằng bao nhiêu?

----HẾT----

## BẢNG ĐÁP ÁN

## Phần 1: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| D | C | A | B | B | A | D | C | C | B  | C  | D  |

## Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai

| Câu | 1 | 2 |
|-----|---|---|
| a)  | Đ | Đ |
| b)  | S | Đ |
| c)  | Đ | S |
| d)  | S | Đ |

## Phần 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn

| Câu    | 1  | 2  | 3   | 4  |
|--------|----|----|-----|----|
| Đáp án | 13 | 39 | 106 | 16 |

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

## PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

**Câu 1.** Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của  $^{20}$  con mèo vừa chào đời.

| Cân nặng (gam) | [90;95) | [95;100) | [100;105) | [105;110) | [110;115) |
|----------------|---------|----------|-----------|-----------|-----------|
| Số lượng       | 3       | 4        | 5         | 6         | 2         |

Hãy cho biết có bao nhiêu con mèo có cân nặng nhỏ hơn  $^{95}$  gam trong mẫu số liệu trên?

A. 4.                      B. 5.                      C. 7.                      **D. 3.**

Lời giải

Có  $^3$  con mèo có cân nặng nhỏ hơn  $^{95}$  gam trong mẫu số liệu trên.

**Câu 2.** Cho  $a > 0, m, n \in \mathbb{Z}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $a^m + a^n = a^{m+n}$ .                      B.  $a^m \cdot a^n = a^{m-n}$ .                      **C.  $(a^m)^n = (a^n)^m$ .**                      D.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$ .

Lời giải

Chọn C

Tính chất lũy thừa

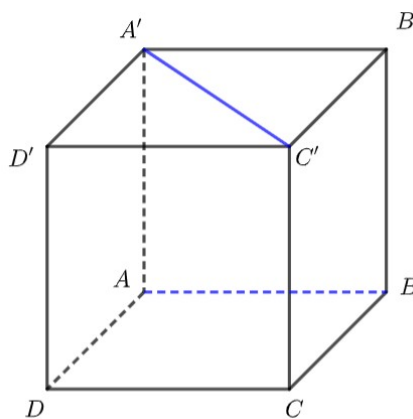
**Câu 3.** Cho  $a > 0$ . Giá trị của  $\log_2 \left( \frac{8}{a} \right)$  bằng

- A.**  $3 - \log_2 a$  **B.**  $4 - \log_2 a$  **C.**  $\frac{3}{\log_2 a}$  **D.**  $8 - \log_2 a$

**Lời giải**

$$\log_2 \left( \frac{8}{a} \right) = \log_2 8 - \log_2 a = 3 - \log_2 a.$$

**Câu 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $A'C'$  bằng



- A.**  $60^\circ$  **B.**  $45^\circ$  **C.**  $90^\circ$  **D.**  $30^\circ$

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì  $AB \parallel A'B'$  nên  $(\overline{AB}, A'C') = (\overline{A'B'}, A'C') = \overline{B'A'C'}$ .

**Câu 5.** Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của 20 con mèo vừa chào đời.

| Cân nặng (gam) | [90;95) | [95;100) | [100;105) | [105;110) | [110;115) |
|----------------|---------|----------|-----------|-----------|-----------|
| Số lượng       | 3       | 4        | 5         | 6         | 2         |

Cân nặng trung bình của các con mèo vừa chào đời là bao nhiêu gam?

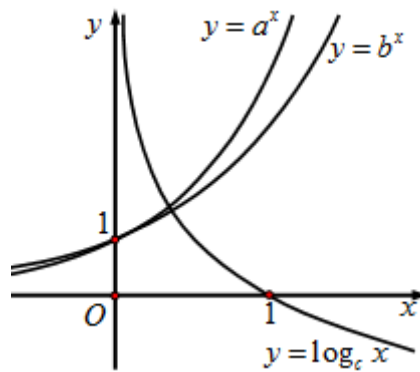
- A.** 103,5 **B.** 102,5 **C.** 104 **D.** 101

**Lời giải**

Cân nặng trung bình của các con mèo vừa chào đời là

$$\bar{x} = \frac{92,5.3 + 97,5.4 + 102,5.5 + 107,5.6 + 112,5.2}{20} = 102,5$$

**Câu 6.** Cho đồ thị hàm số  $y = a^x$ ;  $y = b^x$ ;  $y = \log_c x$  như hình vẽ. Tìm mối liên hệ của  $a, b, c$ .



- A.**  $c < b < a$       **B.**  $b < a < c$       **C.**  $a < b < c$       **D.**  $c < a < b$

**Lời giải**

**Chọn A**

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số  $y = a^x$  là hàm số đồng biến nên  $a > 1$ ;  $y = b^x$  là hàm số đồng biến

nên  $b > 1$ ;  $y = \log_c x$  là hàm số nghịch biến nên  $0 < c < 1$  do vậy ta có  $\begin{cases} 0 < c < a \\ 0 < c < b \end{cases}$

Khi thay  $x = 1$  vào hai hàm số  $y = a^x$ ;  $y = b^x$  ta thu được  $a > b$  vậy  $c < b < a$ .

**Câu 7.** Đạo hàm của hàm số  $y = (2x + 1)^{2025}$  là

- A.**  $2025(2x + 1)^{2024}$       **B.**  $(4050x + 1)^{2024}$       **C.**  $(2x + 1)^{2024}$       **D.**  $4050(2x + 1)^{2024}$

**Lời giải**

$$y = (2x + 1)^{2025} \Rightarrow y' = 2025(2x + 1)^{2024} \cdot (2x + 1)' = 4050(2x + 1)^{2024}$$

**Câu 8.** Cường độ một trận động đất được cho bởi công thức  $M = \log A - \log A_0$  độ Richter, với  $A$  là

biên độ rung chấn tối đa và  $A_0$  là một biên độ chuẩn. Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ đo được 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ Richer. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ trận động đất ở Nhật Bản?

- A.** 2      **B.**  $\frac{4}{3}$       **C.** 100      **D.** 10

**Lời giải**

**Chọn C**

$$M_1 = \log A_1 - \log A_0 = \log \frac{A_1}{A_0} = 8$$

Nhận thấy ở San Francisco trận động đất có cường độ là:

$$M_2 = \log \frac{A_2}{A_0} = 6$$

Ở Nhật Bản trận động đất có cường độ là:

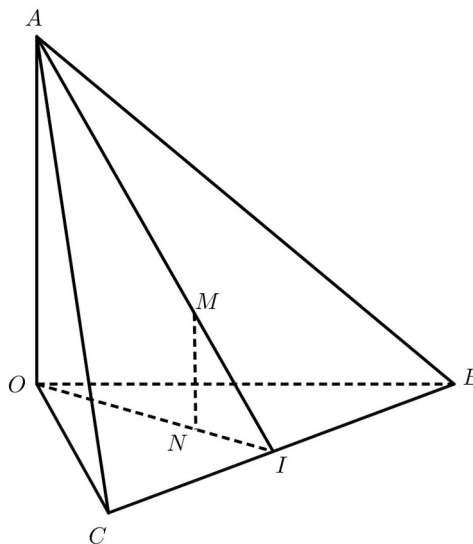
$$8 - 6 = \log \frac{A_1}{A_0} - \log \frac{A_2}{A_0} = \log \frac{A_1}{A_2} \Leftrightarrow 2 = \log \frac{A_1}{A_2} \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = 10^2 = 100.$$

Khi đó:

**Câu 9.** Cho tứ diện  $OABC$  có các cạnh  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau. Gọi  $M, N$  tương ứng là trọng tâm của các tam giác  $ABC, OBC$ . Đường thẳng  $MN$  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A.  $(OAB)$ .      B.  $(OCA)$ .      **C.  $(OBC)$ .**      D.  $(ABC)$ .

**Lời giải**



Vì  $OA$  vuông góc với các đường thẳng  $OB, OC$  nên  $OA \perp (OBC)$

Gọi  $I$  là trung điểm  $BC$ , khi đó  $\frac{MI}{IA} = \frac{NI}{IO} = \frac{1}{3}$  nên  $MN \parallel OA$

Mặt khác  $OA \perp (OBC)$  nên  $MN \perp (OBC)$

**Câu 10.** Tổng bình phương các nghiệm của phương trình  $3^{x^2-4x+5} = 9$  là

- A. 12.      **B. 10.**      C. 11.      D. 9.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $3^{x^2-4x+5} = 9$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 5 = \log_3 9 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases},$$

$\Rightarrow$  Tổng bình phương các nghiệm của phương trình là  $1^2 + 3^2 = 10$ .

**Câu 11.** Biết  $y$  là hàm số của  $x$  thỏa mãn phương trình  $xy = 2 + \ln y$ . Tính  $y'(0)$

- A.  $e^4$ .      B. 1.      **C.  $\frac{1}{e^4}$**       D.  $\frac{1}{e^2}$ .

**Lời giải**

Ta có  $xy = 2 + \ln y \Rightarrow (xy)' = (2 + \ln y)' \Rightarrow y + x \cdot y' = \frac{y'}{y}$

Với  $x = 0$  ta có  $0 \cdot y(0) = 2 + \ln[y(0)] \Leftrightarrow \ln[y(0)] = -2 \Leftrightarrow y(0) = e^{-2} \Leftrightarrow y(0) = \frac{1}{e^2}$

Và  $y(0) + 0 \cdot y'(0) = \frac{y'(0)}{y(0)} \Rightarrow y'(0) = \frac{1}{e^4}$ .

**Câu 12.** Giá trị còn lại của một chiếc xe ô tô mua mới theo thời gian  $t$  được xác định bởi công thức:  $V(t) = 1,5e^{-0,15t}$ , trong đó  $V(t)$  được tính bằng tỷ đồng và  $t$  tính bằng năm. Sau ít nhất bao nhiêu năm kể từ thời điểm mua xe giá trị chiếc xe đó còn lại dưới 500 triệu đồng?

- A. 5.      B. 6.      C. 7.      **D. 8.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $V(t) = 1,5e^{-0,15t}$

Nên khi giá xe còn lại dưới 500 triệu đồng thì ta có:

$$0,5 \geq 1,5e^{-0,15t} \Leftrightarrow t \geq 7,32$$

Vậy sau ít nhất 8 năm kể từ thời điểm mua xe giá trị chiếc xe đó sẽ còn lại dưới 500 triệu đồng.

**PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.** Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho  $\log_2 3 = a; \log_{25} 2 = b$ . Khi đó:

a)  $\log_2 25 = \frac{1}{b}$

b)  $\log_2 (3 \cdot 9) = 9a$

c)  $\log_2 75 = a + \frac{1}{b}$

d) Nếu  $x; y$  là các số nguyên tố thỏa mã  $\log_{48600} 25 = \frac{1}{xab + yb + z}$  thì  $x + y + z = 10$ .

## Lời giải

**a) Đúng**

$$\log_{25} 2 = b \Leftrightarrow \frac{1}{\log_2 25} = b \Leftrightarrow \log_2 25 = \frac{1}{b}$$

**b) Sai.**

$$\log_2 (3.9) = \log_2 3^3 = 3 \log_2 3 = 3a$$

**c) Đúng.**

$$\log_2 75 = \log_2 (25.3) = \log_2 3 + \log_2 25 = a + \frac{1}{b}$$

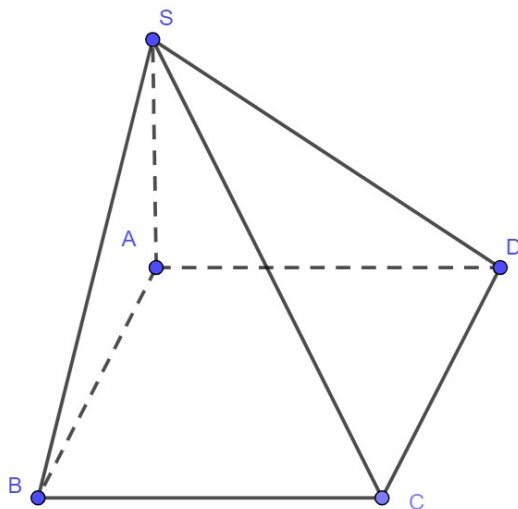
**d) Sai.**

$$\text{Ta có: } \log_{25} 2 = b \Rightarrow \log_5 2 = 2b, \log_5 3 = \log_5 2 \cdot \log_2 3 = 2ab$$

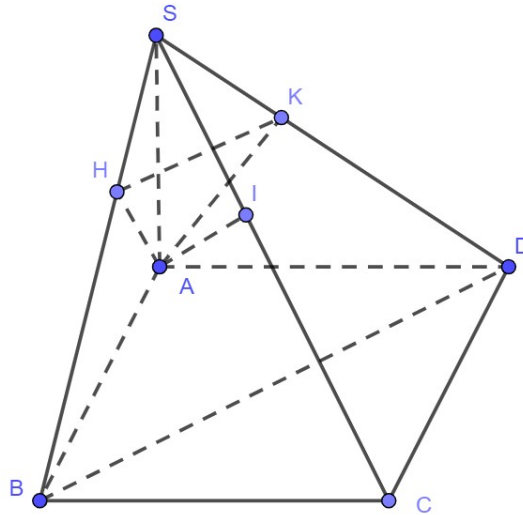
$$\begin{aligned} \Rightarrow \log_{48600} 25 &= 2 \log_{48600} 5 = \frac{2}{\log_5 48600} \\ &= \frac{2}{\log_5 (2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^2)} = \frac{2}{3 \log_5 2 + 5 \log_5 3 + 2} = \frac{1}{5ab + 3b + 1}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } x = 5; y = 3; z = 1 \Rightarrow x + y + z = 9.$$

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $2a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = 2\sqrt{2}a$  (tham khảo hình vẽ dưới đây). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**a)**  $BC \perp (SAB)$ .**b)** Góc giữa đường thẳng  $SD$  và  $(ABCD)$  là  $\angle SDA$ .**c)** Góc của  $(SBC)$  và  $(ABCD)$  bằng  $30^\circ$ .**d)** Gọi  $H, K, I$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  trên các cạnh  $SB, SD$  và  $SC$ . Khi đó  $HK \perp AI$ .

## Lời giải



a) Đúng  $BC \wedge AB$  và  $BC \wedge SA$  (do  $SA \wedge (ABCD)$  suy ra  $BC \wedge (SAB)$ ).

b) Đúng

Ta có:  $SA \wedge (ABCD)$  nên  $AD$  là hình chiếu vuông góc của  $SD$  lên  $(ABCD)$ .

Suy ra góc giữa đường thẳng  $SD$  và  $(ABCD)$  là  $\angle SDA$

c) Sai

Ta có:  $(SBC) \cap (ABCD) = BC$

Mà  $BC \wedge (SAB)$  nên  $((SBC), (ABCD)) = \angle SBA$

Xét tam giác  $SAB$  vuông tại A:  $\tan \angle SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{2a\sqrt{2}}{2a} = \sqrt{2} \Rightarrow \angle SBA \approx 55^\circ$

Vậy  $((SBC), (ABCD)) = \angle SBA \approx 55^\circ$

d) Đúng

$$SA \perp (ABCD) \Rightarrow \begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp AD \end{cases}$$

Hai tam giác vuông  $SAB$  và  $SAD$  bằng nhau (do có  $SA$  chung và  $AB = AD$ ) suy ra

$$SB = SD, SH = SK \Rightarrow \frac{SH}{SB} = \frac{SK}{SD} \Rightarrow HK \parallel BD$$

Mặt khác  $BD \perp AC \Rightarrow HK \perp AC$

$$\text{Vậy } \begin{cases} HK \perp SC \\ HK \perp AC \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SAC)$$

$$\begin{cases} AI \subset (SAC) \\ HK \perp (SAC) \end{cases} \Rightarrow HK \perp AI$$

### PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

Câu 1. Cho  $\log_a b = 2$  và  $\log_a c = 3$ . Tính  $Q = \log_a (b^2 c^3)$ .

Lời giải

Đáp án : 13

Ta có:  $Q = \log_a (b^2 c^3) = \log_a b^2 + \log_a c^3 = 2\log_a b + 3\log_a c = 2.2 + 3.3 = 13$

**Câu 2.** [Mức độ 2] Biết rằng một nghiệm phương trình  $(3+2\sqrt{2})^{x^2-x+2} = (3-2\sqrt{2})^{x^3-2}$  có dạng  $x = \frac{-1-\sqrt{a}}{b}$ ;  $a; b \in \mathbb{Q}$ . Tính  $S = 5a + 7b$

**Lời giải**

**Đáp án : 39**

Nhận xét:  $(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})=1 \Rightarrow 3-2\sqrt{2} = \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = (3+2\sqrt{2})^{-1}$  nên

$$(3+2\sqrt{2})^{x^2-x+2} = (3-2\sqrt{2})^{x^3-2}$$

$$\Leftrightarrow (3+2\sqrt{2})^{x^2-x+2} = (3+2\sqrt{2})^{2-x^3}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + 2 = 2 - x^3 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Suy ra  $x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} = \frac{-1-\sqrt{a}}{b} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 2 \end{cases}$ . Vậy  $S = 5.5 + 7.2 = 39$ .

$$AB = 4,8 \text{ m}; OA = 2,8 \text{ m}; OB = 3,2 \text{ m}$$

**Câu 3.** Hai mái nhà trong Hình 7.72 là hai hình chữ nhật. Giả sử tính số đo của góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà (làm tròn đến đơn vị độ).



Hình 7.72

**Lời giải**

**Đáp án:**  $106^\circ$ .

Vì hai mái nhà trong Hình 7.72 là hai hình chữ nhật nên góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà là góc giữa hai đường thẳng  $OA$  và  $OB$ .

Xét tam giác  $OAB$  có

$$\cos \angle AOB = \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2OA \cdot OB} = \frac{2,8^2 + 3,2^2 - 4,8^2}{2 \cdot 2,8 \cdot 3,2} = -\frac{31}{112} \Rightarrow \angle AOB \approx 106^\circ$$

Tính số đo của góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà (làm tròn đến đơn vị độ) bằng  $106^\circ$ .

**Câu 4.** [Mức độ 4] Trong một bản hợp ca, xem mọi ca sĩ đều hát với cùng cường độ âm và xem cùng tần số. Khi một ca sĩ hát thì mức cường độ âm là 68 dB. Khi cả ban hợp ca cùng hát thì đo được mức cường độ âm là 80 dB. Khi đó số ca sĩ có trong ban hợp ca đó là bao nhiêu? Biết mức

cường độ âm  $L$  được tính theo công thức  $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$  trong đó  $I$  là cường độ âm và  $I_0$  là cường độ âm chuẩn.

**Lời giải**

**Đáp án : 16**

Ta có:  $L = 10 \log \frac{I}{I_0} = 68$ ,  $L_n = 10 \log \frac{I_n}{I_0} = 80$  và  $I_n = nI_1 \Rightarrow n = \frac{I_n}{I_1}$  với  $n$  là số ca sĩ.

$$L_n - L_1 = 10 \log \frac{I_n}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \frac{I_n}{I_1} = 80 - 68$$

$$\Rightarrow n = \frac{I_n}{I_1} = 10^{\frac{L_n - L_1}{10}} = 10^{\frac{80 - 68}{10}} = \sqrt[5]{10^6} \approx 16$$

#### PHẦN IV. CÂU TỰ LUẬN. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3

**Câu 1.** Giải các phương trình sau

- a)  $2^{x+1} = 8$ .  
b)  $\log_2(x^2 - 1026x) = \log_2 x$ .

**Lời giải**

a)  $2^{x+1} = 8$ .

Ta có  $2^{x+1} = 8 \Leftrightarrow 2^{x+1} = 2^3 \Leftrightarrow x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$ . Vậy  $x = 2$ .

b)  $\log_2(x^2 - 1026x) = \log_2 x$ .

Điều kiện  $\begin{cases} x^2 - 1026x > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1026$ .

$$\log_2 x^2 - 1026x = \log_2 x \Leftrightarrow x^2 - 1026x = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1027 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1027$$

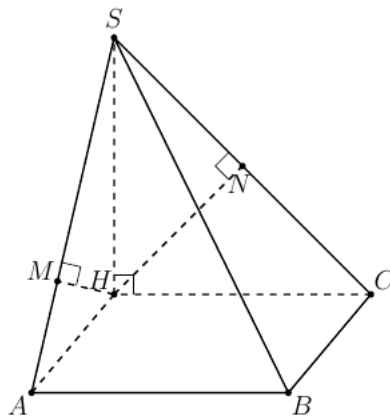
Khi đó phương trình

Vậy nghiệm của phương trình là  $x = 1027$ .

**Câu 2.** [Mức độ 2,3] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ , cạnh  $AC = 2a$ , các tam giác  $\triangle SAB$  và  $\triangle SCB$  tương ứng vuông tại  $A$  và  $C$ .

- a) Gọi  $H$  là điểm đối xứng với  $B$  qua  $AC$ . Chứng minh rằng  $SH \perp (ABC)$ .  
b) Giả sử  $SH = a$ , hãy tính giá trị cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCB)$ .

**Lời giải**



a) Dễ thấy tứ giác  $ABCH$  là hình vuông, suy ra :

$$\begin{cases} BC \perp (SHC) \\ AB \perp (SHA) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SH \perp BC \\ SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC)$$

b) Gọi  $M$  là hình chiếu vuông góc của  $H$  lên  $SA \Rightarrow HM \perp (SAB)$ . Gọi  $N$  là hình chiếu vuông góc của  $H$  lên  $SC \Rightarrow HN \perp (SCB)$ .

$$AC = 2a \Rightarrow AB = BC = HA = HC = \sqrt{2}a$$

Do đó góc giữa 2 mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCB)$  là góc giữa 2 đường thẳng  $HM, HN$ . Tam giác

$$SHM \text{ vuông tại } H: \frac{1}{HM^2} = \frac{1}{HA^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow HM = HN = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$\Delta SMH \sim \Delta SHA \Rightarrow \frac{SM}{SH} = \frac{SH}{SA} \Rightarrow \frac{SM}{SA} = \frac{(SH)^2}{(SA)^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN = \frac{1}{3} AC = \frac{2a}{3}$$

Hơn nữa

$$\cos \angle MHN = \frac{2HM^2 - MN^2}{2HM^2} = \frac{2}{3}$$

Suy ra  
Vậy cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCB)$  bằng  $\frac{2}{3}$ .

$$x = 4 \sin \left( 2\pi t - \frac{5\pi}{6} \right)$$

**Câu 3.** Một vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = 4 \sin \left( 2\pi t - \frac{5\pi}{6} \right)$ , trong đó  $t$  tính bằng giây và  $x$  tính bằng đơn vị cm. Khi vận tốc bằng  $4\pi$  cm/s thì thời gian  $t$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

Ta có  $v = x' = 8\pi \cos \left( 2\pi t - \frac{5\pi}{6} \right)$  cm/s.

Khi  $x = 4\pi$  suy ra  $4\pi = 8\pi \cos \left( 2\pi t - \frac{5\pi}{6} \right)$

$$\cos \left( 2\pi t - \frac{5\pi}{6} \right) = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\pi t - \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2\pi t - \frac{5\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{7}{12} + k \\ t = \frac{1}{4} + k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Do đó

----HẾT----

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

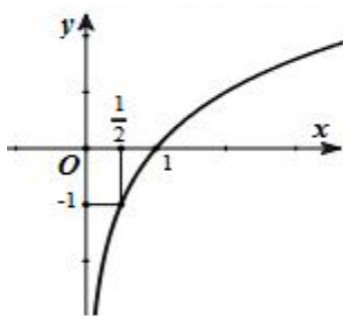
**Câu 1:** [1] Giá trị của  $125^{\frac{2}{3}}$  bằng

- A. 5. B. 125. C. 25. D. 10.

**Câu 2:** [1] Cho  $a > 0$  và  $a \neq 1$ , khi đó  $\log_{\sqrt{a^2}} a$  bằng

- A.  $\frac{2}{3}$ . B.  $\frac{3}{2}$ . C. 3. D. 2.

**Câu 3:** [1] Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau?



- A.  $y = \log_2 2x$ . B.  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ . C.  $y = \log_2 x$ . D.  $y = \log_2 x^2$ .

**Câu 4:** [1] Nghiệm của phương trình  $2^{x-2} = 64$  là

- A.  $x = 6$ . B.  $x = 7$ . C.  $x = 8$ . D.  $x = 9$ .

**Câu 5:** [1] Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.  
 B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.  
 C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.  
 D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.

**Câu 6:** [1] Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d \perp (\alpha)$ .  
 B. Nếu đường thẳng  $d \perp (\alpha)$  thì  $(d)$  vuông góc với mọi đường thẳng trong  $(\alpha)$ .  
 C. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong  $(\alpha)$ .

**D.** Nếu  $d \perp (\alpha)$  và đường thẳng  $a // (\alpha)$  thì  $d \perp a$ .

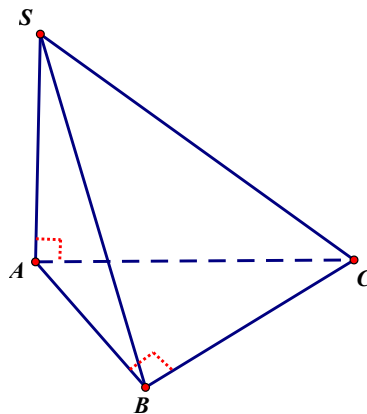
**Câu 7:** [1] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng  $SC$  lên mặt phẳng  $(SAB)$  là

- A.**  $SB$ . **B.**  $AD$ . **C.**  $SA$ . **D.**  $AB$ .

**Câu 8:** [1] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A.** Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.  
**B.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.  
**C.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.  
**D.** Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này mà vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

**Câu 9:** [2] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy.



Khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  là

- A.**  $SC$ . **B.**  $AC$ .  
**C.**  $BC$ . **D.**  $CH$  (với  $H$  là trung điểm  $AB$ ).

**Câu 10:** [1] Thể tích khối chóp có diện tích đáy  $S$  và chiều cao  $h$  là

- A.**  $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S$ . **B.**  $V = h \cdot S$ . **C.**  $V = 3 \cdot h \cdot S$ . **D.**  $V = \frac{1}{2} \cdot h \cdot S$ .

**Câu 11:** [2] Giá trị của biểu thức  $P = \log_a \left( a \sqrt[3]{a \sqrt{a}} \right)$  với  $a > 0, a \neq 1$  bằng

- A.**  $\frac{1}{3}$ . **B.**  $\frac{2}{3}$ . **C.**  $\frac{3}{2}$ . **D.**  $3$ .

**Câu 12:** [2] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc giữa hai đường thẳng  $IJ$  và  $CD$  bằng

A.  $30^\circ$ .

B.  $60^\circ$ .

C.  $45^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cô Minh lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Sau 6 tháng cô Minh có tổng số tiền là 104,04 triệu đồng.

b) Để số tiền nhận được là  $150$  triệu đồng thì cô Minh phải gửi ngân hàng 18 quý.

c) Sau đúng 6 tháng cô Minh gửi thêm  $100$  triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền cô Minh nhận được 1 năm sau khi gửi thêm tiền gần nhất là  $2^{16}$  triệu đồng.

d) Để nhận được số tiền  $200$  triệu đồng trong 30 tháng với lãi suất như trên thì ban đầu cô Minh phải gửi ít nhất  $164$  triệu đồng.

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA = a$  và vuông góc với đáy. Xác định tính đúng – sai của các mệnh đề sau:

a) Hai đường thẳng  $SA$  và  $CD$  vuông góc với nhau.

b) Góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt đáy  $ABCD$  bằng  $60^\circ$ .

c) Thể tích của khối chóp  $S.BCD$  bằng  $\frac{1}{6}a^3$ .

d) Khoảng cách từ điểm  $B$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1:** [2] Tập nghiệm của bất phương trình  $3^{x^2-2x} < 27$  là một khoảng  $(a; b)$ . Giá trị của biểu thức  $S = -10a + 13b$ .

**Câu 2:** [3] Anh An vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất  $0,7\%/1$  tháng theo phương thức trả góp, cứ mỗi tháng anh An sẽ trả cho ngân hàng 5 triệu đồng và trả hàng tháng như thế cho đến khi hết nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì anh An trả được hết nợ ngân hàng? (Biết lãi suất ngân hàng không thay đổi).

**Câu 3:** [3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AD = 2AB = 4$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$  và  $SA = 2\sqrt{2}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $DM$  bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

**Câu 4:** [3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $AB = 4$ . Hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAC)$  cùng vuông góc với đáy. Góc giữa  $(SBC)$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

#### PHẦN IV. Tự luận.

**Câu 1:** [2] Giải phương trình  $\log_{2025}(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{2025}}(2x + 3) = 0$

**Câu 2:** [2] Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , tâm  $O$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  trùng với  $O$ . Biết tam giác  $AA'C$  vuông cân tại  $A'$ . Tính khoảng cách  $h$  từ điểm  $D$  đến mặt phẳng  $(ABB'A')$ .

**Câu 3:** [3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông, mặt bên  $(SAB)$  là một tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$  và có diện tích bằng  $\frac{27\sqrt{3}}{4}$  (đvdt). Một mặt phẳng đi qua trọng tâm tam giác  $SAB$  và song song với mặt đáy  $(ABCD)$  chia khối chóp  $S.ABCD$  thành hai phần, tính thể tích  $V$  của phần chứa điểm  $S$ .

#### ĐÁP ÁN ĐỀ 1

##### BẢNG ĐÁP ÁN

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |      |      |      |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|
| 1.C | 2.B | 3.C | 4.C | 5.A | 6.A | 7.A | 8.D | 9.C | 10.A | 11.C | 12.B |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** [1] Giá trị của  $125^{\frac{2}{3}}$  bằng

- A. 5. B. 125. **C. 25.** D. 10.

**Lời giải**

$$125^{\frac{2}{3}} = \left(5^3\right)^{\frac{2}{3}} = 5^2 = 25.$$

Ta có

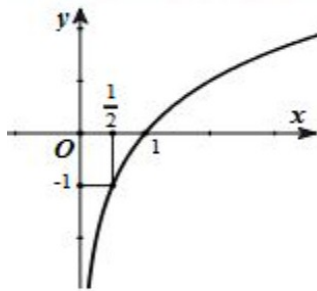
**Câu 2:** [1] Cho  $a > 0$  và  $a \neq 1$ , khi đó  $\log_{\sqrt{a^3}} a$  bằng

- A.  $\frac{2}{3}$ . **B.  $\frac{3}{2}$ .** C. 3. D. 2.

**Lời giải**

$$\log_{\sqrt{a^3}} a = \log_{a^{\frac{3}{2}}} a = \frac{3}{2}.$$

**Câu 3:** [1] Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau?



A.  $y = \log_2 2x$

B.  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

C.  $y = \log_2 x$

D.  $y = \log_2 x^2$

Lời giải

Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm  $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$ , ta thấy chỉ có đáp án C thỏa mãn.

Vì  $y = \log_2 \frac{1}{2} = \log_2 2^{-1} = -1$

**Câu 4:** [1] Nghiệm của phương trình  $2^{x-2} = 64$  là

A.  $x = 6$

B.  $x = 7$

C.  $x = 8$

D.  $x = 9$

Lời giải

Ta có  $2^{x-2} = 64 \Leftrightarrow 2^{x-2} = 2^6 \Leftrightarrow x-2 = 6 \Leftrightarrow x = 8$ .

**Câu 5:** [1] Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.

Lời giải

**Câu 6:** [1] Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d \perp (\alpha)$ .

B. Nếu đường thẳng  $d \perp (\alpha)$  thì  $(d)$  vuông góc với mọi đường thẳng trong  $(\alpha)$ .

C. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong  $(\alpha)$ .

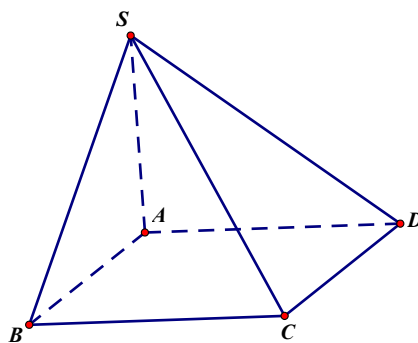
D. Nếu  $d \perp (\alpha)$  và đường thẳng  $a // (\alpha)$  thì  $d \perp a$ .

Lời giải

**Câu 7:** [1] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng  $SC$  lên mặt phẳng  $(SAB)$  là

A.  $SB$  B.  $AD$ .C.  $SA$ .D.  $AB$ .

## Lời giải



Do  $S$  là một điểm nằm trên mặt phẳng  $(SAB)$  nên hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(SAB)$  là chính  $S$ .

Ta có:  $\left. \begin{array}{l} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow CB \perp (SAB)$  nên  $B$  là hình chiếu vuông góc của  $C$  lên mặt phẳng  $(SAB)$ .

Vậy  $SB$  là hình chiếu của  $SC$  lên mặt phẳng  $(SAB)$ .

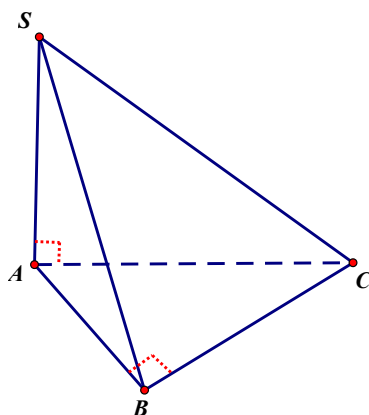
**Câu 8:** [1] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.
- B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.
- C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- D. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này mà vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.**

## Lời giải

Đáp án D đúng theo tính chất của hai mặt phẳng vuông góc.

**Câu 9:** [2] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy.



Khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  là

A.  $SC$ .B.  $AC$ .**C.  $BC$** D.  $CH$  (với  $H$  là trung điểm  $AB$ ).

## Lời giải

Ta có:  $\left. \begin{array}{l} CB \perp AB \left( \text{do } \angle ABC = 90^\circ \right) \\ CB \perp SA \left( \text{do } SA \perp (ABC) \right) \end{array} \right\} \Rightarrow CB \perp (SAB)$ . Vậy  $d(C, (SAB)) = CB$ .

**Câu 10:** [1] Thể tích khối chóp có diện tích đáy  $S$  và chiều cao  $h$  là

- A.**  $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S$  **B.**  $V = h \cdot S$  **C.**  $V = 3 \cdot h \cdot S$  **D.**  $V = \frac{1}{2} \cdot h \cdot S$

## Lời giải

Thể tích khối chóp có diện tích đáy  $S$  và chiều cao  $h$  là  $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S$ .

**Câu 11:** [2] Giá trị của biểu thức  $P = \log_a \left( a \cdot \sqrt[3]{a \cdot \sqrt{a}} \right)$  với  $a > 0, a \neq 1$  bằng

- A.**  $\frac{1}{3}$  **B.**  $\frac{2}{3}$  **C.**  $\frac{3}{2}$  **D.**  $3$

## Lời giải

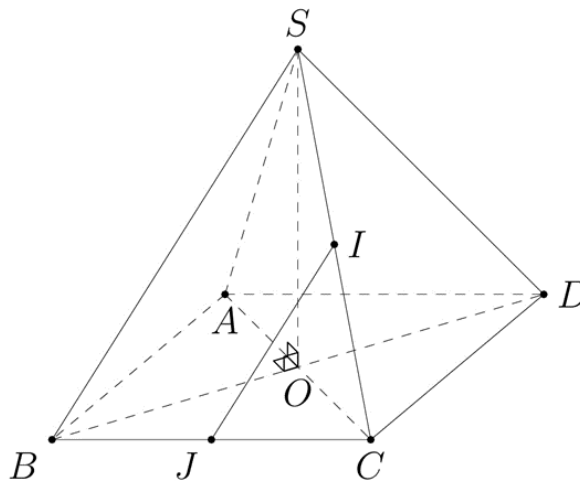
$$P = \log_a \left[ a \cdot \left( a \cdot a^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} \right] = \log_a \left( a^{\frac{3}{2}} \right) = \frac{3}{2} \cdot \log_a a = \frac{3}{2}$$

Ta có

**Câu 12:** [2] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc giữa hai đường thẳng  $IJ$  và  $CD$  bằng

- A.**  $30^\circ$  **B.**  $60^\circ$  **C.**  $45^\circ$  **D.**  $90^\circ$

## Lời giải



Ta có vì  $IJ \parallel SB, CD \parallel AB$  nên  $(IJ, CD) = (SB, AB)$ .

Vì tam giác  $SAB$  đều nên góc giữa đường thẳng  $IJ$  và  $CD$  bằng  $60^\circ$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cô Minh lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Sau 6 tháng cô Minh có tổng số tiền là 104,04 triệu đồng.
- b) Để số tiền nhận được là  $150$  triệu đồng thì cô Minh phải gửi ngân hàng 18 quý.
- c) Sau đúng 6 tháng cô Minh gửi thêm  $100$  triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền cô Minh nhận được 1 năm sau khi gửi thêm tiền gần nhất là  $216$  triệu đồng.
- d) Để nhận được số tiền  $200$  triệu đồng trong 30 tháng với lãi suất như trên thì ban đầu cô Minh phải gửi ít nhất  $164$  triệu đồng.

**Lời giải**

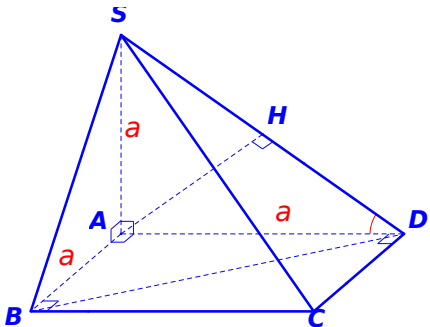
| 1    | Giải chi tiết( giải thích)                                                                                                                                                                    |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a) Đ | 3 tháng = 1 quý nên 6 tháng = 2 quý.<br>Sau 6 tháng cô Minh có tổng số tiền là $100(1+2\%)^2 = 104,04$ triệu đồng.                                                                            |
| b) S | Ta có: $100(1+2\%)^n = 150 \Leftrightarrow n = \log_{(1+2\%)} 1,5 \approx 20,475$ .                                                                                                           |
| c) S | Cô Minh gửi thêm $100$ triệu đồng nên tổng số tiền gửi là $204,04$ triệu đồng.<br>Số tiền sau 1 năm nữa là $204,04(1+2\%)^4 \approx 220$ triệu đồng.                                          |
| d) S | Để nhận được số tiền $200$ triệu đồng trong 30 tháng với lãi suất như trên thì ban đầu cô Minh phải gửi ít nhất số tiền $x(1+2\%)^{10} = 200 \Leftrightarrow x \approx 164,06966$ triệu đồng. |

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA = a$  và vuông góc với đáy. Xác định tính đúng – sai của các mệnh đề sau:

- a) Hai đường thẳng  $SA$  và  $CD$  vuông góc với nhau.
- b) Góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt đáy  $ABCD$  bằng  $60^\circ$ .
- c) Thể tích của khối chóp  $S.BCD$  bằng  $\frac{1}{6}a^3$ .
- d) Khoảng cách từ điểm  $B$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Lời giải**

|   |                            |
|---|----------------------------|
| 2 | Giải chi tiết (giải thích) |
|---|----------------------------|

|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a) Đ |  <p>Ta có <math>SA \perp (ABCD)</math> và <math>CD \parallel (ABCD)</math> nên <math>SA \perp CD</math>.</p>                                                                                                                                                                                           |
| b) S | <p>Ta có <math>AD</math> là hình chiếu vuông góc của <math>SD</math> lên <math>(ABCD)</math> nên <math>(\vec{SD}, (ABCD)) = (\vec{SD}, AD) = \angle SDA</math></p> <p>Lại có tam giác <math>SAD</math> vuông cân tại <math>A</math> nên <math>\angle SDA = 45^\circ</math>.</p> <p>Vậy góc giữa đường thẳng <math>SD</math> và mặt đáy <math>ABCD</math> bằng <math>45^\circ</math>.</p> |
| c) Đ | <p>Thể tích khối chóp <math>S.BCD</math> là <math>V_{S.BCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle BCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{1}{6} a^3</math>.</p>                                                                                                                                                                                                       |

### PHẦN III. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

**Câu 1:** [1] Tập nghiệm của bất phương trình  $3^{x^2-2x} < 27$  là một khoảng  $(a; b)$ . Giá trị của biểu thức  $S = -10a + 13b$ .

**Lời giải**

**Đáp số** 49.

Bất phương trình tương đương với  $3^{x^2-2x} < 3^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x < 3$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$ .

Tập hợp nghiệm của bất phương trình là 1 khoảng  $(-1; 3)$ .

Như vậy  $a = -1; b = 3$  nên  $S = -10a + 13b = 49$ .

**Câu 2:** [2] Anh An vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất  $0,7\%/1$  tháng theo phương thức trả góp, cứ mỗi tháng anh An sẽ trả cho ngân hàng 5 triệu đồng và trả hàng tháng như thế cho đến khi hết nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì anh An trả được hết nợ ngân hàng? (Biết lãi suất ngân hàng không thay đổi).

**Lời giải**

**Đáp số** 22.

Gọi  $N$  (triệu) là số tiền vay ngân hàng ban đầu,  $r$  là lãi suất mỗi tháng,  $A$  (triệu) là số tiền phải trả mỗi tháng để sau  $n$  tháng thì hết nợ.

Sau 1 tháng thì số tiền gốc và lãi là  $N + Nr$ , người đó trả  $A$  đồng nên số tiền còn nợ là:

$$N + Nr - A = N(1+r) - A$$

Sau 2 tháng, số tiền còn nợ là:

$$[N(1+r) - A] + [N(1+r) - A]r - A = N(1+r)^2 - A[(1+r) + 1] = N(1+r)^2 - \frac{A}{r}[(1+r)^2 - 1] \quad \text{Sau 3}$$

$$\text{tháng, số tiền còn nợ là } N(1+r)^3 - \frac{A}{r}[(1+r)^3 - 1]$$

$$\text{Sau } n \text{ tháng, số tiền còn nợ là } N(1+r)^n - \frac{A}{r}[(1+r)^n - 1]$$

Để trả hết nợ sau  $n$  tháng thì số tiền này phải bằng 0.

$$\Rightarrow N(1+r)^n - \frac{A}{r}[(1+r)^n - 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow (1+r)^n \left( N - \frac{A}{r} \right) = \frac{-A}{r} \Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{A}{A - Nr} \Leftrightarrow n = \log_{1+r} \left( \frac{A}{A - Nr} \right)$$

Áp dụng với  $N = 100$  (triệu đồng),  $r = 0,7\% = 0,007$ ,  $A = 5$  (triệu đồng).

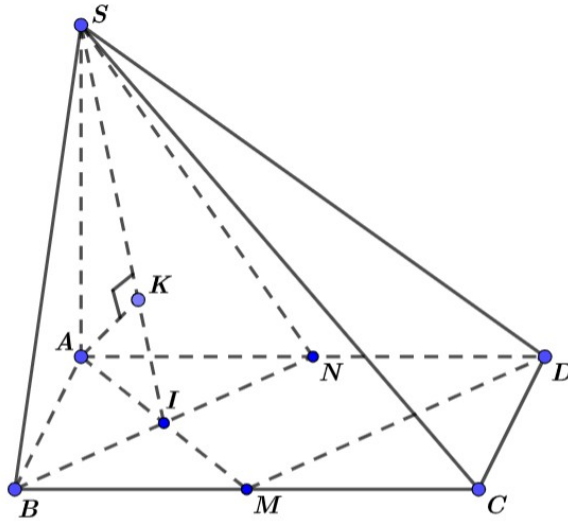
$$\Rightarrow n = \log_{1,007} \left( \frac{5}{5 - 100 \cdot 0,007} \right) \approx 21,62$$

Vậy sau 22 tháng thì anh An trả hết nợ.

**Câu 3:** [3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AD = 2AB = 4$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$  và  $SA = 2\sqrt{2}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $DM$  bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

**Lời giải**

**Đáp số:** 1,3



Gọi  $N$  là trung điểm của cạnh  $AD$ .

$$DM \parallel BN \Rightarrow DM \parallel (SBN). \text{ Do đó } d(DM, SB) = d(DM, (SBN)) = d(M, (SBN))$$

Ta có

Gọi  $I$  là giao điểm của  $BN$  và  $AM$ . Khi đó  $I$  là trung điểm của  $AM$ .

$$\Rightarrow d(M, (SBN)) = d(A, (SBN)).$$

Tứ giác  $ABMN$  là hình vuông nên  $AI \perp BN$ , kẻ  $AK \perp SI$  tại  $K$ . Khi đó  $d(A, (SBN)) = AK$ .

$$AI = \frac{1}{2} AM = \frac{1}{2} AB\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

Ta có

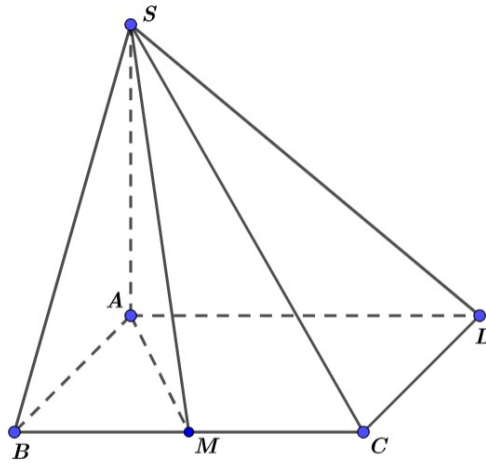
$$\Rightarrow \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \Rightarrow AK^2 = \frac{8}{5} \Rightarrow AK \approx 1,3$$

$$\text{Vậy } d(DM, SB) = 1,3$$

**Câu 4:** [3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $AB = 4$ . Hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAC)$  cùng vuông góc với đáy. Góc giữa  $(SBC)$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

**Lời giải**

**Đáp số:** 27,7



Ta có hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAC)$  cùng vuông góc với đáy. Suy ra  $SA \perp (ABCD)$ .

Lại có  $AB = BC$ ,  $\angle ABC = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$  đều. Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC \Rightarrow AM \perp BC$

Ta có:  $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM$

Suy ra  $((SBC), (ABCD)) = (SM, AM) = \angle SMA = 60^\circ$

$\triangle ABC$  đều cạnh 4  $\Rightarrow AM = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

Ta có  $SA = AM \cdot \tan \angle SMA = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6$

Vậy  $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot 2S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 2 \cdot \frac{4^2 \sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3} \approx 27,7$

#### PHẦN IV. Tự luận.

$$\log_{2025}(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{2025}}(2x + 3) = 0$$

**Câu 1:** [2] Giải phương trình

**Lời giải**

$$\begin{cases} x^2 + 4x > 0 \\ 2x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -4 \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > 0$$

Điều kiện

$$\Leftrightarrow \log_{2025}(x^2 + 4x) - \log_{2025}(2x + 3) = 0$$

Phương trình đã cho

$$\Leftrightarrow \log_{2025}(x^2 + 4x) = \log_{2025}(2x + 3)$$

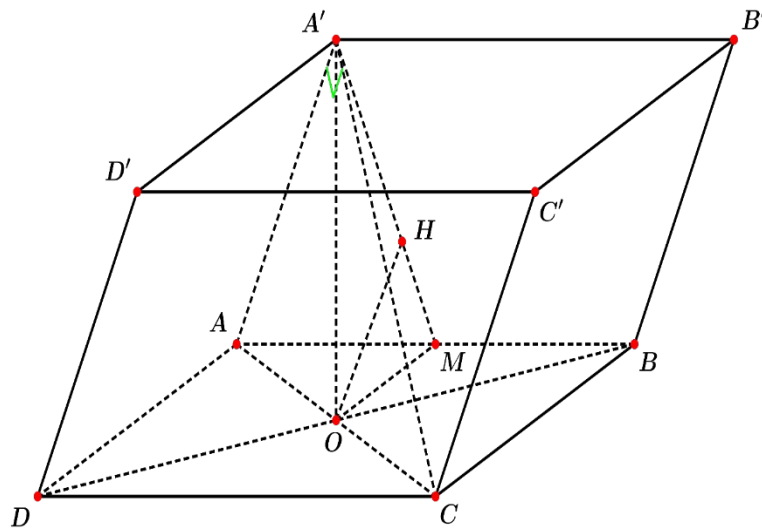
$$\Leftrightarrow x^2 + 4x = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta được  $x = 1$ .

**Câu 2:** [2] Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , tâm  $O$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  trùng với  $O$ . Biết tam giác  $AA'C$  vuông cân tại  $A'$ . Tính khoảng cách  $h$  từ điểm  $D$  đến mặt phẳng  $(ABB'A')$ .

**Lời giải**



Ta có:  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$ .

Vì tam giác  $AA'C$  vuông cân tại  $A'$  nên ta có:  $A'O = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Suy ra  $OM \perp AB$ .

Trong mặt phẳng  $(A'OM)$ : kẻ  $OH \perp A'M$ .

Ta có:  $AB \perp (A'OM)$  (vì  $AB \perp OM$  và  $AB \perp A'O$ ). Suy ra  $AB \perp OH$ .

Vì  $\begin{cases} OH \perp A'M \\ OH \perp AB \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABB'A')$ . Do đó:  $d(O; (ABB'A')) = OH$ .

Do  $D, O, B$  thẳng hàng và  $DB = 2OB$  nên  $d(D; (ABB'A')) = 2d(O; (ABB'A')) = 2OH$ .

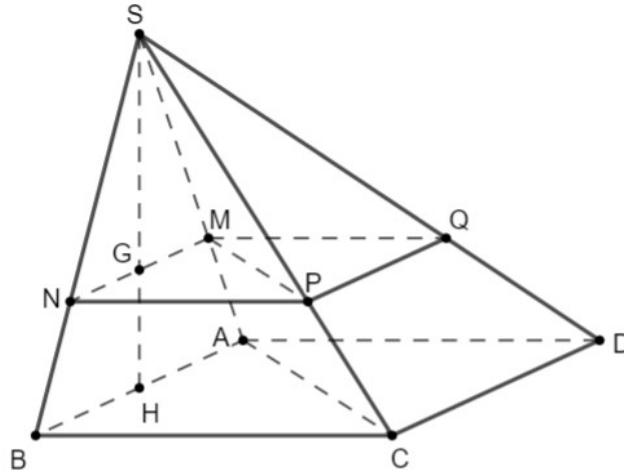
$$OH = \frac{A'O \cdot OM}{\sqrt{A'O^2 + OM^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a}{2}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

Ta có:

Vậy  $d(D; (ABB'A')) = h = 2OH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ .

**Câu 3:** [3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông, mặt bên  $(SAB)$  là một tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$  và có diện tích bằng  $\frac{27\sqrt{3}}{4}$  (đvdt). Một mặt phẳng đi qua trọng tâm tam giác  $SAB$  và song song với mặt đáy  $(ABCD)$  chia khối chóp  $S.ABCD$  thành hai phần, tính thể tích  $V$  của phần chứa điểm  $S$ .

**Lời giải**



Gọi  $H$  là trung điểm  $AB$ . Do  $\triangle SAB$  đều và  $(SAB) \perp (ABCD)$  nên  $SH \perp (ABCD)$ .

Ta có  $S_{\triangle SAB} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{4} \Rightarrow AB = 3\sqrt{3} \Rightarrow SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2}$   
 $\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot AB^2 \cdot SH = \frac{1}{3} (3\sqrt{3})^2 \cdot \frac{9}{2} = \frac{81}{2}$  (đvtt).

Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $SAB$ , qua  $G$  kẻ đường thẳng song song với  $AB$ , cắt  $SA$  và  $SB$  lần lượt tại  $M$ ,  $N$ . Qua  $N$  kẻ đường thẳng song song với  $BC$  cắt  $SC$  tại  $P$ , qua  $M$  kẻ đường thẳng song song với  $AD$  cắt  $SD$  tại  $Q$ . Suy ra  $(MNPQ)$  là mặt phẳng đi qua  $G$  và song song với  $(ABCD)$ .

Khi đó  $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{SQ}{SD} = \frac{SG}{SH} = \frac{2}{3}$ .

Có  $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{8}{27} V_{S.ABC} = \frac{8}{27} \cdot \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{4}{27} V_{S.ABCD}$ .

Có  $\frac{V_{S.MPQ}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SQ}{SD} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{S.MPQ} = \frac{8}{27} V_{S.ACD} = \frac{8}{27} \cdot \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{4}{27} V_{S.ABCD}$ .

Vậy  $V_{S.MNPQ} = V_{S.MNP} + V_{S.MPQ} = \frac{4}{27} V_{S.ABCD} + \frac{4}{27} V_{S.ABCD} = \frac{8}{27} V_{S.ABCD} = \frac{8}{27} \cdot \frac{81}{2} = 12$  (đvtt).

**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** [1] Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $a^{\frac{9}{5}} \cdot \sqrt[5]{a}$  bằng

- A.  $a^{\frac{8}{5}}$ . B.  $a^9$ . C.  $a^{\frac{9}{25}}$ . D.  $a^2$ .

**Câu 2.** [1] Cho  $a$  là số thực dương khác 1 thỏa mãn  $\log_a 5 = 2$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $a^5 = 2$ . B.  $2^a = 5$ . C.  $a^2 = 5$ . D.  $5^a = 2$ .

**Câu 3.** [1] Công thức nào sau đây xác định một hàm số mũ?

- A.  $y = 1^x$ . B.  $y = 7^{-x}$ . C.  $y = x^{-7}$ . D.  $y = (-7)^x$ .

**Câu 4.** [1] Nghiệm của phương trình  $2^{x-2} = 64$  là

- A.  $x = 6$ . B.  $x = 7$ . C.  $x = 8$ . D.  $x = 9$ .

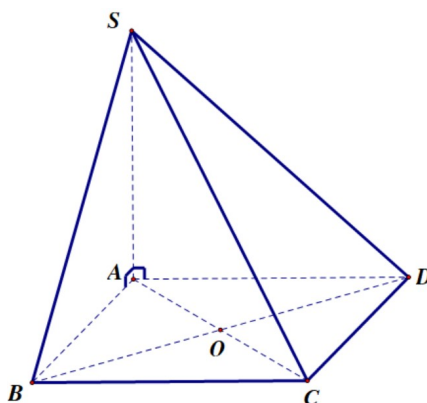
**Câu 5.** [1] Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó cắt nhau.  
B. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó chéo nhau.  
C. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó song song với nhau.  
D. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì chúng hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.

**Câu 6.** [1] Khẳng định nào sau đây **sai**?

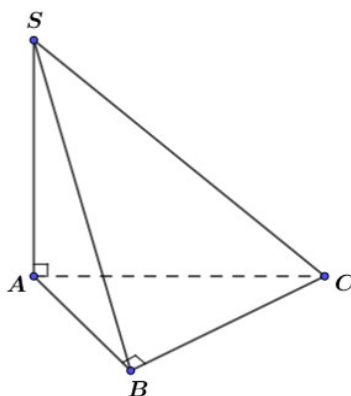
- A. Nếu đường thẳng  $d \perp (\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với mọi đường thẳng trong  $(\alpha)$ .  
B. Nếu đường thẳng  $d \perp (\alpha)$  và đường thẳng  $a // (\alpha)$  thì  $d \perp a$ .  
C. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với một đường thẳng bất kì nằm trong  $(\alpha)$ .  
D. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d \perp (\alpha)$ .

**Câu 7.** [1] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông,  $SA \perp (ABCD)$ . Hình chiếu của điểm  $S$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là



- A. B. B. C. C. A. D. D.

**Câu 8.** [1] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với  $(ABC)$ .



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $(SBC) \perp (ABC)$  . B.  $(SAC) \perp (SAB)$  . C.  $(SAC) \perp (ABC)$  . D.  $(SBC) \perp (SAC)$  .

**Câu 9.** [1] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khoảng cách giữa  $(ABCD)$  và  $(A'B'C'D')$  bằng

- A.  $AB'$  . B.  $AC'$  . C.  $AA'$  . D.  $AD'$  .

**Câu 10.** [2] Khối lăng trụ có thể tích  $V$  và chiều cao  $h$  có diện tích đáy là

- A.  $S = \frac{3V}{h}$  . B.  $S = \frac{V}{h}$  . C.  $S = \frac{3h}{V}$  . D.  $S = \frac{h}{V}$  .

**Câu 11.** [2] Giá trị  $A = \log_a \left( \frac{a^2 \sqrt[3]{a} \sqrt[5]{a^2}}{\sqrt[15]{a^2}} \right)$  với  $0 < a \neq 1$  bằng:

- A.  $\frac{41}{15}$  B.  $\frac{13}{5}$  C.  $\frac{39}{5}$  D. 13

**Câu 12.** [2] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $\alpha$  là góc tạo bởi đường thẳng  $AB'$  và mặt phẳng  $(BDD'B')$ . Giá trị góc  $\alpha$  là?

- A.  $30^\circ$  . B.  $60^\circ$  . C.  $90^\circ$  . D.  $45^\circ$  .

### Phần 3. Câu trắc nghiệm đúng sai.

**Câu 1:** Sau nhiều năm làm việc anh Ngọc tiết kiệm được 700 triệu đồng, và dự định dùng số tiền này gửi ngân để mua một căn nhà. Biết rằng lãi suất gửi tiết kiệm là 8,4%/ năm, theo hình thức lãi kép.

- a) Sau 2 năm số tiền vốn và lãi của anh Ngọc là 822,5 triệu đồng. (làm tròn tới hàng phần chục)  
 b) Sau 4 năm gửi ngân hàng anh Ngọc sẽ có ít nhất 1 tỷ đồng tiền vốn và lãi.  
 c) Sau 7 năm số tiền lãi của anh Ngọc là 532 triệu đồng. (làm tròn tới hàng đơn vị)  
 d) Giả sử sau 5 năm, bắt đầu sang năm thứ 6 ngân hàng tăng lãi suất là 9%/ năm. Sau 12 năm gửi ngân hàng anh Ngọc sẽ có đủ tiền mua được căn nhà với giá 2 tỷ đồng.

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ ,  $AC = a$ ,  $SA = \frac{a}{2}$ .

a)  $BD \perp (SAC)$ .

b) Góc giữa  $SD$  và  $(ABCD)$  nhỏ hơn  $30^\circ$ .

c) Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

d) Số đo của góc nhị diện  $[S, CD, A]$  bằng  $30^\circ$ .

**Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

**Câu 1:** [1] Tìm nghiệm của phương trình  $\log_2[x(x-1)] = 1$

$$\log_{\frac{1}{4}}(-x+2) = -2$$

**Câu 2:** [1] Tìm nghiệm phương trình

**Câu 3:** [3] Một người lập kế hoạch gửi tiết kiệm ngân hàng như sau: Đầu tháng 1 năm 2023, người đó gửi 10 triệu đồng; sau mỗi đầu tháng tiếp theo, người đó gửi số tiền nhiều hơn  $10\%$  so với số tiền đã gửi ở tháng liền trước đó. Biết rằng lãi suất ngân hàng không đổi là  $0,5\%$  mỗi tháng và được tính theo hình thức lãi kép. Với kế hoạch như vậy, đến hết tháng 12 năm 2024, số tiền của người đó trong tài khoản tiết kiệm là bao nhiêu (làm tròn đến đơn vị triệu đồng)?

**Câu 4:** [3] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$  với  $AB = 1$ . Mặt bên chứa  $BC$  của hình chóp vuông góc với mặt đáy, hai mặt bên còn lại đều tạo với mặt đáy một góc

$45^\circ$ . Khoảng cách từ điểm  $S$  đến mặt phẳng đáy  $(ABC)$  bằng  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản ( $a, b$  là số nguyên dương). Tính  $a + b$ .

**Câu 5:** [3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông, các mặt bên  $(SBC)$ ,  $(SAD)$  cùng tạo với đáy góc  $60^\circ$ , mặt bên  $(SAB)$  vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng  $\frac{\sqrt{21}}{7}$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng  $\frac{a}{b}$ . Tính  $a^2 - b$ .

**Phần 4. Tự luận.** Thí sinh làm bài vào giấy thi.

**Câu 1:** [2] Giải bất phương trình:  $\log_{0,5}(2x+1) \geq \log_{0,5}(3x-4)$

**Câu 2:** [2] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = 1$ ,  $AC = \sqrt{3}$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng: (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Câu 3:** [3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , mặt bên  $(SAB)$  nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết góc tạo bởi đường thẳng  $SC$  với mặt phẳng đáy, mặt phẳng  $(SAB)$  lần lượt là  $45^\circ$  và  $30^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$  theo  $a$ .

### BẢNG ĐÁP ÁN

|      |      |     |     |     |     |     |     |     |      |
|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 1.D  | 2.C  | 3.B | 4.C | 5.D | 6.D | 7.C | 8.C | 9.C | 10.B |
| 11.B | 12.A | 13  | 14  | 15  | 16  | 17  | 18  | 19  | 20   |
| 21   | 22   |     |     |     |     |     |     |     |      |

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** [1] Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $a^{\frac{9}{5}} \cdot \sqrt[5]{a}$  bằng

- A.  $a^{\frac{8}{5}}$ . B.  $a^9$ . C.  $a^{\frac{9}{25}}$ . **D.  $a^2$**

**Lời giải**

Với  $a$  là số thực dương tùy ý, ta có  $a^{\frac{9}{5}} \cdot \sqrt[5]{a} = a^{\frac{9}{5}} \cdot a^{\frac{1}{5}} = a^{\frac{9}{5} + \frac{1}{5}} = a^2$ .

**Câu 2:** [1] Cho  $a$  là số thực dương khác 1 thỏa mãn  $\log_a 5 = 2$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $a^5 = 2$ . B.  $2^a = 5$ . **C.  $a^2 = 5$**  D.  $5^a = 2$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\log_a 5 = 2 \Leftrightarrow a^2 = 5$ .

**Câu 3:** [1] Công thức nào sau đây xác định một hàm số mũ?

- A.  $y = 1^x$ . **B.  $y = 7^{-x}$**  C.  $y = x^{-7}$ . D.  $y = (-7)^x$ .

**Lời giải**

Công thức  $y = 7^{-x} \Leftrightarrow y = \left(\frac{1}{7}\right)^x$  xác định một hàm số mũ với cơ số  $\frac{1}{7}$ .

**Câu 4:** [1] Nghiệm của phương trình  $2^{x-2} = 64$  là

- A.  $x = 6$ . B.  $x = 7$ . **C.  $x = 8$**  D.  $x = 9$ .

**Lời giải**

Ta có  $2^{x-2} = 64 \Leftrightarrow 2^{x-2} = 2^6 \Leftrightarrow x-2 = 6 \Leftrightarrow x = 8$ .

**Câu 5:** [1] Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó cắt nhau.  
B. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó chéo nhau.  
C. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó song song với nhau.  
**D. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì chúng hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.**

**Lời giải**

Chọn đáp án **D.**

**Câu 6:** [1] Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Nếu đường thẳng  $d \perp (\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với mọi đường thẳng trong  $(\alpha)$ .  
B. Nếu đường thẳng  $d \perp (\alpha)$  và đường thẳng  $a // (\alpha)$  thì  $d \perp a$ .

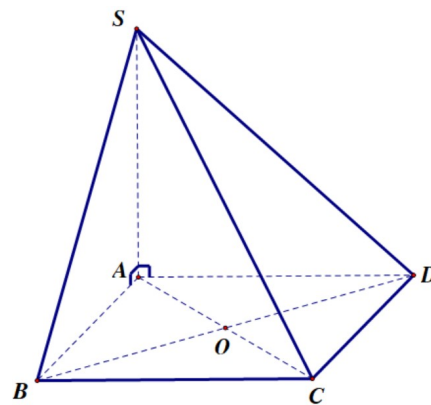
**C.** Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với một đường thẳng bất kì nằm trong  $(\alpha)$ .

**D.** Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d \perp (\alpha)$

### Lời giải

Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d \perp (\alpha)$ .

**Câu 7:** [1] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông,  $SA \perp (ABCD)$ . Hình chiếu của điểm  $S$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là



**A.**  $B$ . **B.**  $C$ .

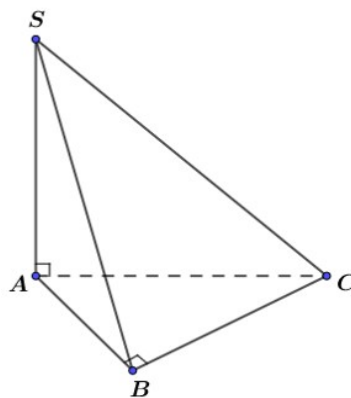
**C.**  $A$

**D.**  $D$ .

### Lời giải

Theo giả thiết  $SA \perp (ABCD)$  nên hình chiếu của điểm  $S$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là  $A$ .

**Câu 8:** [1] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với  $(ABC)$ .



Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $(SBC) \perp (ABC)$ .

**B.**  $(SAC) \perp (SAB)$ .

**C.**  $(SAC) \perp (ABC)$

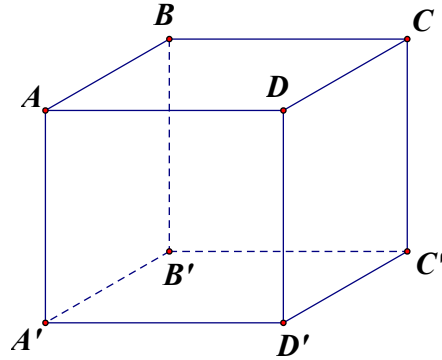
**D.**  $(SBC) \perp (SAC)$ .

### Lời giải

Vì  $SA \perp (ABC)$  nên  $(SAC) \perp (ABC)$ .

- Câu 9:** [1] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khoảng cách giữa  $(ABCD)$  và  $(A'B'C'D')$  bằng
- A.  $AB'$ .      B.  $AC'$ .      **C.  $AA'$** .      D.  $AD'$ .

Lời giải



Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình lập phương nên  $d((ABCD), (A'B'C'D')) = AA'$ .

- Câu 10:** [1] Khối lăng trụ có thể tích  $V$  và chiều cao  $h$  có diện tích đáy là

- A.  $S = \frac{3V}{h}$ .      **B.  $S = \frac{V}{h}$** .      C.  $S = \frac{3h}{V}$ .      D.  $S = \frac{h}{V}$ .

Lời giải

Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy  $S$  và chiều cao  $h$  là  $V = Sh$  nên  $S = \frac{V}{h}$ .

- Câu 11:** [2] Giá trị  $A = \log_a \left( \frac{a^2 \sqrt[3]{a} \sqrt[5]{a^2}}{\sqrt[15]{a^2}} \right)$  với  $0 < a \neq 1$  bằng:

- A.  $\frac{41}{15}$       **B.  $\frac{13}{5}$**       C.  $\frac{39}{5}$       D. 13

Lời giải

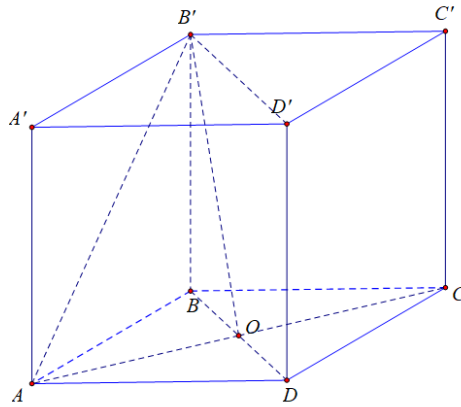
$$A = \log_a \left( \frac{a^2 \sqrt[3]{a} \sqrt[5]{a^2}}{\sqrt[15]{a^2}} \right) = \log_a \frac{a^2 \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{2}{5}}}{a^{\frac{2}{15}}} = \log_a a^{\frac{13}{5}} = \frac{13}{5}$$

Ta có:

- Câu 12:** [2] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $\alpha$  là góc tạo bởi đường thẳng  $AB'$  và mặt phẳng  $(BDD'B')$ . Giá trị góc  $\alpha$  là?

- A.  $30^\circ$**       B.  $60^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

Lời giải



Gọi  $O$  là tâm của hình vuông  $ABCD$  khi đó ta có  $AO \perp BD$  (1).

Mặt khác ta lại có  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình lập phương nên  $BB' \perp (ABCD) \Rightarrow BB' \perp AO$  (2).

Từ (1) và (2) ta có  $AO \perp (BDD'B') \Rightarrow (AB', (BB'D'D)) = (AB', B'O) = \square AB'O$ .

Xét tam giác vuông  $AB'O$  có  $\sin AB'O = \frac{AO}{AB'} = \frac{1}{2} \Rightarrow \square AB'O = 30^\circ$ . Do đó  $\alpha = 30^\circ$ .

## PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

**Câu 1:** Sau nhiều năm làm việc anh Ngọc tiết kiệm được 700 triệu đồng, và dự định dùng số tiền này gửi ngân để mua một căn nhà. Biết rằng lãi suất gửi tiết kiệm là 8,4%/năm, theo hình thức lãi kép.

- a) Sau 2 năm số tiền vốn và lãi của anh Ngọc là 822,5 triệu đồng. (làm tròn tới hàng phần chục)
- b) Sau 4 năm gửi ngân hàng anh Ngọc sẽ có ít nhất 1 tỷ đồng tiền vốn và lãi.
- c) Sau 7 năm số tiền lãi của anh Ngọc là 532 triệu đồng. (làm tròn tới hàng đơn vị)
- d) Giả sử sau 5 năm, bắt đầu sang năm thứ 6 ngân hàng tăng lãi suất là 9%/năm. Sau 12 năm gửi ngân hàng anh Ngọc sẽ có đủ tiền mua được căn nhà với giá 2 tỷ đồng.

**Lời giải:**

|             |            |            |            |
|-------------|------------|------------|------------|
| <b>Đúng</b> | <b>Sai</b> | <b>Sai</b> | <b>Sai</b> |
|-------------|------------|------------|------------|

a) Áp dụng công thức  $S_n = S(1+r\%)^n$

Số tiền có sau 2 năm là  $S_2 = 700(1+8,4\%)^2 = 822,5$

b) Số tiền có sau 4 năm là  $S_4 = 700(1+8,4\%)^4 = 966,5$ , nên sau 4 năm số tiền lãi và gốc chưa tới 1 tỷ đồng

c) Số tiền lãi sau 7 năm là  $DS = 700(1+8,4\%)^7 - 700 = 531$

d) Số tiền anh Ngọc có sau 5 năm là  $700(1 + 8,4\%)^5$ , số tiền anh Ngọc nhận được sau 7 năm tiếp theo khi lãi suất ngân hàng tăng lên 9%/ năm là  $(700(1 + 8,4\%)^5)(1 + 9\%)^7 = 1915$  triệu đồng. Vậy sau 12 năm anh Ngọc chưa đủ tiền để mua nhà với giá 2 tỷ

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ ,  $AC = a$ ,  $SA = \frac{a}{2}$ .

a)  $BD \perp (SAC)$ .

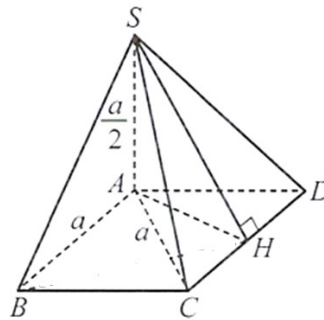
b) Góc giữa  $SD$  và  $(ABCD)$  nhỏ hơn  $30^\circ$ .

c) Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

d) Số đo của góc nhị diện  $[S, CD, A]$  bằng  $30^\circ$ .

### Lời giải

|         |         |        |         |
|---------|---------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|



a) Có  $BD \perp AC$  (do  $ABCD$  là hình thoi) và  $BD \perp SA$  (do  $SA \perp (ABCD)$ ) nên  $BD \perp (SAC)$  Do đó a) đúng.

b) Hình chiếu của  $SD$  lên  $(ABCD)$  là  $AD$ , do đó góc giữa  $SD$  và  $(ABCD)$  là góc giữa  $SD$  và  $AD$ , chính là góc  $\widehat{SDA}$ .

Ta có  $\tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SDA} \approx 26,5^\circ$ .

Vậy góc giữa  $SD$  và  $(ABCD)$  nhỏ hơn  $30^\circ$  là đúng. Do đó b) đúng.

c) Ta có  $\triangle ABC$  đều cạnh  $a$  nên  $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ .

Do đó thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là  $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ . Vậy c) sai.

**d)** Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  trên  $CD$ . Khi đó,  $AH \perp CD$ . Vì  $SA \perp (ABCD)$  nên  $SA \perp CD$ . Suy ra  $CD \perp (SAH)$ . Khi đó,  $SH \perp CD$ . Như vậy, số đo của  $[S, CD, A]$  bằng  $\widehat{SHA}$ .

Ta có:  $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, SA = \frac{a}{2}$  nên  $\tan \widehat{SHA} = \frac{SA}{AH} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

Vậy số đo của góc nhị diện  $[S, CD, A]$  bằng  $\widehat{SHA} = 30^\circ$ . Do đó **d)** đúng.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

**Câu 1:** [1] Tìm nghiệm của phương trình  $\log_2[x(x-1)] = 1$

**Lời giải**

**Trả lời:**  $x = -1; x = 2$

Điều kiện:  $x(x-1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$ .

Ta có:  $PT \Leftrightarrow x(x-1) = 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = 2$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = -1; x = 2$ .

**Câu 2:** [1] Tìm nghiệm phương trình  $\log_{\frac{1}{4}}(-x+2) = -2$

**Lời giải**

**Đáp án: -14**

Điều kiện:  $-x+2 > 0 \Leftrightarrow x < 2$ .

$\log_{\frac{1}{4}}(-x+2) = -2 \Leftrightarrow -x+2 = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \Leftrightarrow x = -14$

(thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = -14$ .

**Câu 3:** [3] Một người lập kế hoạch gửi tiết kiệm ngân hàng như sau: Đầu tháng 1 năm 2023, người đó gửi 10 triệu đồng; sau mỗi đầu tháng tiếp theo, người đó gửi số tiền nhiều hơn 10% so với số tiền đã gửi ở tháng liền trước đó. Biết rằng lãi suất ngân hàng không đổi là 0,5% mỗi tháng và được tính theo hình thức lãi kép. Với kế hoạch như vậy, đến hết tháng 12 năm 2024, số tiền của người đó trong tài khoản tiết kiệm là bao nhiêu (làm tròn đến đơn vị triệu đồng)?

**Lời giải**

**Đáp án: 923**

Với  $A = 10$  triệu,  $a = 0,1, r = 0,005$ .

Đầu tháng 2:  $A(1+r) + A(1+a)$

Đầu tháng 3:  $A(1+r)^2 + A(1+a)(1+r) + A(1+a)^2$

Đầu tháng 4:  $A(1+r)^3 + A(1+a)(1+r)^2 + A(1+a)^2(1+r) + A(1+a)^3$

Đầu tháng  $n$ :  $A \left[ (1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2}(1+a) + \dots + (1+r)(1+a)^{n-2} + (1+a)^{n-1} \right]$

Đầu tháng

$n$ :  $A \left[ (1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2}(1+a) + \dots + (1+r)(1+a)^{n-2} + (1+a)^{n-1} \right] (1+r)$

Hết tháng :

Gọi  $B$  là số tiền của người đó trong tài khoản tiết kiệm đến hết tháng 12 năm 2024. Khi đó  $n = 24$

$$B = A \cdot \frac{(1+a)^n - (1+r)^n}{a-r} (1+r) \approx 922,7$$

Ta có

**Câu 4:** [3] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$  với  $AB=1$  Mặt bên chứa  $BC$  của hình chóp vuông góc với mặt đáy, hai mặt bên còn lại đều tạo với mặt đáy một góc  $45^\circ$  Khoảng cách từ điểm  $S$  đến mặt phẳng đáy  $(ABC)$  bằng  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản ( $a, b$  là số nguyên dương). Tính  $a+b$ .

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

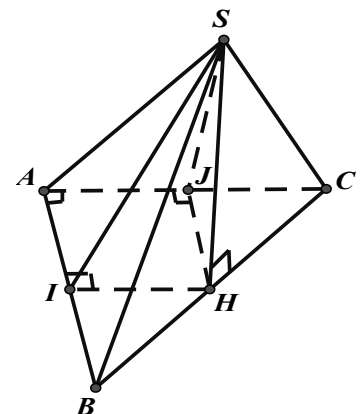
Gọi  $H$  là hình chiếu của  $S$  lên  $(ABC)$ , vì mặt bên  $(SBC)$  vuông góc với  $(ABC)$  nên  $H \in BC$

Dựng  $HI \perp AB, HJ \perp AC$

Có:  $\begin{cases} AB \perp HI \\ AB \perp SH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SIH) \Rightarrow AB \perp SI$

Có:  $\begin{cases} AC \perp HJ \\ AC \perp SH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SJH) \Rightarrow AC \perp SJ$

Ta có:  $\begin{cases} SI \perp AB, HI \perp AB \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \Rightarrow ((ABC), (SAB)) = (HI, SI) = \angle SIH \end{cases}$



Ta có:  $\begin{cases} SJ \perp AC, HJ \perp AC \\ ((SAC) \cap (ABC) = AC \Rightarrow ((\overline{ABC}), (SAC)) = (\overline{HJ}, SJ) = \square{SJH} \end{cases}$

Từ giả thiết suy ra:  $\square{SIH} = \square{SJH} = 45^\circ$ .

Do đó tam giác  $SHI = SHJ$ .

Suy ra:  $HI = HJ$ .

Lại có  $\square{B} = \square{C} = 45^\circ \Rightarrow \triangle{BIH} = \triangle{CJH} \Rightarrow HB = HC$ .

Vậy  $H$  trùng với trung điểm của  $BC$ .

Từ đó ta có  $HI$  là đường trung bình của tam giác  $ABC$  nên  $HI = \frac{AC}{2} = \frac{1}{2}$ .

Tam giác  $SHI$  vuông tại  $H$  và có  $\square{SIH} = 45^\circ \Rightarrow \triangle{SHI}$  vuông cân.

Do đó:  $SH = HI = \frac{1}{2}$ .

Suy ra:  $a + b = 1 + 2 = 3$ .

**Câu 5:** [3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông, các mặt bên  $(SBC)$ ,  $(SAD)$  cùng tạo với đáy góc  $60^\circ$ , mặt bên  $(SAB)$  vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng  $\frac{\sqrt{21}}{7}$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng  $\frac{a}{b}$ . Tính  $a^2 - b$ .

### Lời giải

Hạ  $SH \perp AB, H \in AB$ , do  $(SAB) \perp (ABCD)$

Nên  $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp BC$ .

Có  $ABCD$  là hình vuông  $\Rightarrow AB \perp BC$ .

$\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$ .

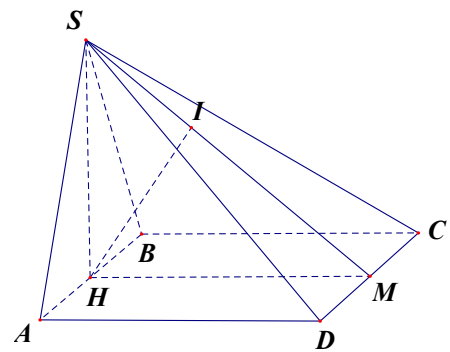
Ta có:  $\begin{cases} SB \perp BC, BC \perp AB \\ ((SBC) \cap (ABCD) = BC \end{cases}$   
 $\Rightarrow ((\overline{ABCD}), (SBC)) = (\overline{HB}, SB) = \square{SBH}$

Chứng minh tương tự  $((\overline{ABCD}), (SAD)) = \square{SAH}$ .

Từ giả thiết suy ra:  $\square{SAH} = \square{SBH} = 60^\circ$ .

Suy ra tam giác  $SAB$  đều và  $H$  là trung điểm của  $AB$ .

Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD \Rightarrow HM \perp CD$ .



$$SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp CD$$

Có

$$\Rightarrow CD \perp (SHM) \text{ . Hạ } HI \perp SM, I \in SM \Rightarrow HI \perp CD$$

$$\text{Suy ra } HI \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = HI = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

$$\text{Có } \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HM^2} \Rightarrow \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{21}}{7}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{AB\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{BC^2} \Rightarrow AB = 1 \text{ (Do } AB = BC = HM \text{)}.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH S_{(ABC)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

#### PHẦN IV. Tự luận. Thí sinh làm bài vào tờ giấy thi

**Câu 1:** [2] Giải bất phương trình:  $\log_{0,5}(2x+1) \geq \log_{0,5}(3x-4)$

##### Lời giải

Do cơ số  $0,5 \in (0;1)$  nên bất phương trình tương đương

$$\begin{cases} 2x+1 > 0 \\ 2x+1 \leq 3x-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x \geq 5 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x \geq 5$ .

**Câu 2:** [2] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB=1$ ,  $AC=\sqrt{3}$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA=2$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng: (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

##### Lời giải

Trong tam giác  $ABC$  gọi  $AH$  là đường cao.

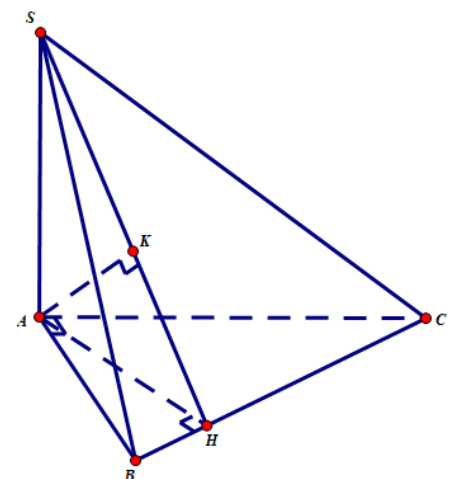
Trong tam giác  $SAH$ , gọi  $AK$  là đường cao.

$$\text{Có } \begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp AK$$

$$\text{Mà } AK \perp SH \Rightarrow AK \perp (SBC) \Rightarrow AK = d(A, (SBC))$$

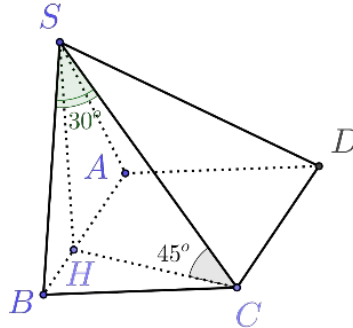
$$\text{Ta có } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{19}{12}$$

$$\text{Suy ra } AK = \frac{2\sqrt{57}}{19} \text{ hay } d(A, (SBC)) = \frac{2\sqrt{57}}{19} \approx 0,79$$



**Câu 3:** [3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , mặt bên  $(SAB)$  nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết góc tạo bởi đường thẳng  $SC$  với mặt phẳng đáy, mặt phẳng  $(SAB)$  lần lượt là  $45^\circ$  và  $30^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$  theo  $a$ .

**Lời giải**



Gọi  $H$  là hình chiếu của  $S$  trên đường thẳng  $AB$ .

$$\left. \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SH \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

Ta có

Góc giữa  $SC$  và  $(ABCD)$  là góc  $\angle SCH = 45^\circ \Rightarrow SH = SC \cdot \sin 45^\circ$ .

$$\left. \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ CB \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow CB \perp (SAB)$$

Mặt khác

Góc giữa  $SC$  và  $(SAB)$  là góc  $\angle CSB = 30^\circ \Rightarrow SC = \frac{BC}{\sin 30^\circ} = 2a$ .

Do đó  $SH = SC \cdot \sin 45^\circ = a\sqrt{2}$ .

Diện tích đáy  $S_{ABCD} = a^2$ .

Thể tích khối chóp  $V_{S.ABCD} = \frac{SH \cdot S_{ABCD}}{3} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$ .

**MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ GIỮA HỌC KỲ II**  
**MÔN: TOÁN, LỚP 11 – THỜI GIAN LÀM BÀI: 90 phút**

| T<br>T | Chủ<br>đề/Chương<br>g | Nội<br>dung/Đor<br>n vị kiến<br>thức | Mức độ đánh giá        |  |
|--------|-----------------------|--------------------------------------|------------------------|--|
|        |                       |                                      | Trắc nghiệm khách quan |  |

|                 |                                      |                                                 | Nhiều lựa chọn |           |                  | Đúng-Sai    |             |                  | Trả lời ngắn |           |                  |  |
|-----------------|--------------------------------------|-------------------------------------------------|----------------|-----------|------------------|-------------|-------------|------------------|--------------|-----------|------------------|--|
|                 |                                      |                                                 | Biết<br>t      | Hiểu<br>u | Vận<br>dụng<br>g | Biết<br>t   | Hiểu<br>u   | Vận<br>dụng<br>g | Biết<br>t    | Hiểu<br>u | Vận<br>dụng<br>g |  |
| 1               | CHƯƠNG VI: HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LÔGARIT | 1. Lũy thừa với số mũ thực                      | Câu 1          |           |                  |             |             |                  | Câu 1        |           |                  |  |
|                 |                                      | 2. Lôgarit                                      | Câu 2          |           |                  |             |             |                  |              |           |                  |  |
|                 |                                      | 3. Hàm số mũ và hàm số lôgarit                  | Câu 3          |           |                  | Câu 1 ý a,b | Câu 1 ý c,d |                  |              |           | Câu 3            |  |
|                 |                                      | 4. Phương trình, bất phương trình mũ và lôgarit | Câu 4          | Câu 11    |                  |             |             |                  |              |           |                  |  |
| 2               | CHƯƠNG V: QUAN HỆ VUÔNG GÓC          | 1. Hai đường thẳng vuông góc                    | Câu 5          |           |                  |             |             |                  |              | Câu 2     |                  |  |
|                 |                                      | 2. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng          | Câu 6          |           |                  | Câu 2 ý a   |             |                  |              |           |                  |  |
|                 |                                      | 3. Phép chiếu vuông góc                         | Câu 7          |           |                  |             |             |                  |              |           |                  |  |
|                 |                                      | 4. Hai mặt phẳng vuông góc                      | Câu 8          |           |                  |             | Câu 2 ý b   |                  |              |           |                  |  |
|                 |                                      | 5. Khoảng cách                                  | Câu 9          | Câu 12    |                  |             | Câu 2 ý c   |                  |              |           |                  |  |
|                 |                                      | 6. Thể tích                                     | Câu 10         |           |                  |             | Câu 2 ý d   |                  |              |           | Câu 4            |  |
| Tổng số câu hỏi |                                      |                                                 | 10             | 2         |                  | 3           | 5           |                  | 1            | 1         | 2                |  |
| Tổng số điểm    |                                      |                                                 | 3,0            |           |                  | 2,0         |             |                  | 2,0          |           |                  |  |
| Tỉ lệ %         |                                      |                                                 | 30             |           |                  | 20          |             |                  | 20           |           |                  |  |

**BẢNG ĐẶC TẢ ĐỀ KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ GIỮA HỌC KỲ II**  
**MÔN: TOÁN, LỚP 11 – THỜI GIAN LÀM BÀI: 90 phút**

| T | Chương/<br>chủ đề                          | Nội<br>d<br>u<br>n<br>g<br>/<br>đ<br>ơ<br>n<br>v<br>ị<br>k<br>i<br>ế<br>n<br>t<br>h<br>u<br>c | Yê | Số câu hỏi ở các mức độ đánh giá |     |   |            |     |   |              |     |   |         |     |   |
|---|--------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|----|----------------------------------|-----|---|------------|-----|---|--------------|-----|---|---------|-----|---|
|   |                                            |                                                                                               |    | TNKQ                             |     |   |            |     |   |              |     |   | Tự luận |     |   |
|   |                                            |                                                                                               |    | Nhiều lựa chọn                   |     |   | Đúng - Sai |     |   | Trả lời ngắn |     |   |         |     |   |
|   |                                            |                                                                                               |    | Biế                              | Hiể | V | Biế        | Hiể | V | Biế          | Hiể | V | Biế     | Hiể | V |
| 1 | CHƯƠNG VI : HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LÔ G A R I T | 1. Lũy<br>t<br>h<br>ừ<br>a<br>v<br>ớ<br>i<br>s<br>ố<br>m<br>ũ<br>t<br>h<br>u<br>c             |    |                                  |     |   |            |     |   |              |     |   |         |     |   |
|   |                                            | 2.<br>L<br>ô<br>g<br>a<br>r<br>i<br>t                                                         |    |                                  |     |   |            |     |   |              |     |   |         |     |   |
|   |                                            | 3. Hàm<br>s<br>ố<br>m                                                                         |    |                                  |     |   |            |     |   |              |     |   |         |     |   |

|  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  | <div>ũ</div> <div>v</div> <div>à</div> <div>h</div> <div>à</div> <div>m</div> <div>s</div> <div>ố</div> <div>l</div> <div>ô</div> <div>g</div> <div>a</div> <div>r</div> <div>i</div> <div>t</div>                                                                                                                                                                                                                                                                      |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | <div>4.</div> <div>P</div> <div>h</div> <div>ư</div> <div>ơ</div> <div>n</div> <div>g</div> <div>t</div> <div>r</div> <div>ì</div> <div>n</div> <div>h</div> <div>,</div> <div>b</div> <div>á</div> <div>t</div> <div>p</div> <div>h</div> <div>ư</div> <div>ơ</div> <div>n</div> <div>g</div> <div>t</div> <div>r</div> <div>ì</div> <div>n</div> <div>h</div> <div>m</div> <div>ũ</div> <div>v</div> <div>à</div> <div>l</div> <div>ô</div> <div>g</div> <div>a</div> |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|   |                                |                                                                                                                                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---|--------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|   |                                | r<br>i<br>t                                                                                                                                  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 | CHƯƠNG V:<br>QUẢN HỆ VUÔNG GÓC | 1. Hai đ<br>ườ<br>n<br>g<br>t<br>h<br>ẳ<br>n<br>g<br>v<br>u<br>ô<br>n<br>g<br>g<br>ó<br>c                                                    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   |                                | 2. Đ<br>ườ<br>n<br>g<br>t<br>h<br>ẳ<br>n<br>g<br>v<br>u<br>ô<br>n<br>g<br>g<br>ó<br>c<br>v<br>ớ<br>i<br>m<br>ặ<br>t<br>p<br>h<br>ẳ<br>n<br>g |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   |                                | 3. Phép<br>c                                                                                                                                 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |                                                                                        |  |    |     |  |   |     |  |   |     |   |  |     |
|--|--|----------------------------------------------------------------------------------------|--|----|-----|--|---|-----|--|---|-----|---|--|-----|
|  |  | h<br>i<br>ê<br>u<br><br>v<br>u<br>ô<br>n<br>g<br>g<br>ó<br>c                           |  |    |     |  |   |     |  |   |     |   |  |     |
|  |  | 4. Hai<br>m<br>ặ<br>t<br>p<br>h<br>ẫ<br>n<br>g<br>v<br>u<br>ô<br>n<br>g<br>g<br>ó<br>c |  |    |     |  |   |     |  |   |     |   |  |     |
|  |  | 5.<br><br>K<br>h<br>o<br>ả<br>n<br>g<br>c<br>á<br>c<br>h                               |  |    |     |  |   |     |  |   |     |   |  |     |
|  |  | 6. Thễ<br>t<br>í<br>c<br>h                                                             |  |    |     |  |   |     |  |   |     |   |  |     |
|  |  | Tổng số câu                                                                            |  | 10 | 2   |  | 4 | 4   |  | 1 | 1   | 2 |  | 1 2 |
|  |  | Tổng số điểm                                                                           |  |    | 3,0 |  |   | 2,0 |  |   | 2,0 |   |  | 3,0 |
|  |  | Tỉ lệ %                                                                                |  |    | 30  |  |   | 20  |  |   | 20  |   |  | 30  |

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

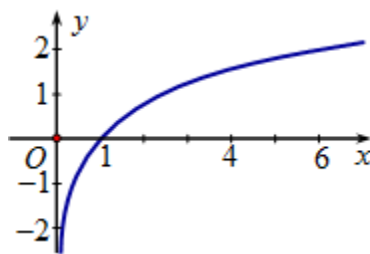
**Câu 1:** Cho  $x, y$  là hai số thực dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $(xy)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$  . B.  $x^\alpha + y^\alpha = (x + y)^\alpha$  .  
C.  $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$  . D.  $x^\alpha \cdot x^\beta = x^{\alpha+\beta}$  .

**Câu 2:** Cho  $a, b, c$  là các số thực dương ( $a, b \neq 1$ ). Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.  $\log_a \left( \frac{b}{a^3} \right) = \frac{1}{3} \log_a b$  . B.  $a^{\log_b a} = b$  .  
C.  $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$  ( $\alpha \neq 0$ ). D.  $\log_a c = \log_b c \cdot \log_a b$  .

**Câu 3** [MĐ1] Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào ?



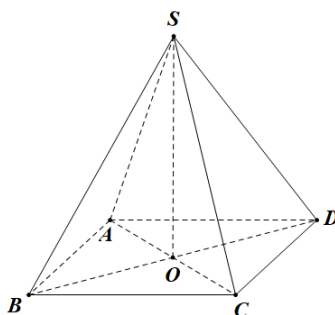
- A.  $y = \left( \frac{1}{5} \right)^x$  . B.  $y = 5^x$  . C.  $y = \log_{\sqrt{5}} x$  . D.  $y = \log_{0,5} x$  .

**Câu 4.** Nghiệm của phương trình  $2^{2x+1} = 16$  là

- A.  $x = 4$  . B.  $x = 2$  . C.  $x = 3$  . D.  $x = \frac{3}{2}$  .

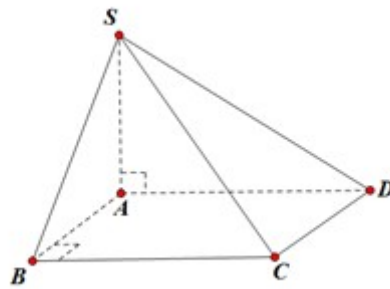
**Câu 5.** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$  ( tham khảo hình vẽ bên dưới).

Số đo góc giữa hai đường thẳng  $SD$  và  $BC$  bằng



- A.  $30^\circ$  . B.  $90^\circ$  . C.  $60^\circ$  . D.  $45^\circ$  .

**Câu 6.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$  .



Đường thẳng nào vuông góc mặt phẳng  $(SAD)$ ?

- A.  $SC$  B.  $SB$  C.  $CD$  D.  $BC$

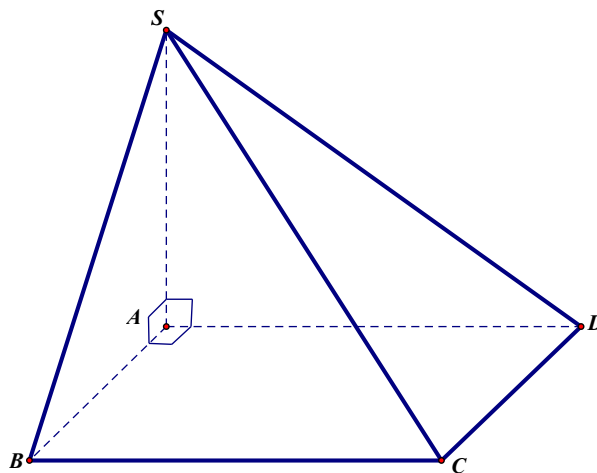
**Câu 7.** Nếu  $A$  là một điểm không thuộc mặt phẳng  $(P)$  và  $A'$  là hình chiếu của  $A$  trên  $(P)$  thì đường thẳng  $AA'$  có quan hệ gì với mặt phẳng  $(P)$ ?

- A. Vuông góc. B. Song song.  
C. Không có quan hệ gì. D.  $AA'$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$ .

**Câu 8.** Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì góc giữa hai mặt phẳng bằng:

- A.  $60^\circ$ . B.  $90^\circ$ . C.  $0^\circ$ . D.  $180^\circ$ .

**Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{2}$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2a$ . Khoảng cách từ điểm  $S$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng



- A.  $a$ . B.  $a\sqrt{2}$ . C.  $a\sqrt{3}$ . D.  $2a$ .

**Câu 10.** Cho khối chóp  $S.ABC$  có chiều cao bằng 6, đáy  $ABC$  có diện tích bằng 20. Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

- A. 120. B. 40. C. 60. D. 30.

**Câu 11.** Nghiệm của phương trình  $6^x = 1296$  là

- A.  $x = 4$ . B.  $x = 9$ . C.  $x = -4$ . D.  $x = 10$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật tâm  $O$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Biết  $AB = a$ ,  $AD = 3a$ . Tính khoảng cách từ điểm  $O$  đến mặt phẳng  $(SAD)$ ?

- A.  $\sqrt{10}a$ .      B.  $1a$ .      C.  $\frac{1}{2}a$ .      D.  $2a$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = 3^x$  và  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ .

a) Hàm số  $y = 3^x$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$  và tập giá trị là  $(0; +\infty)$ .

b) Hàm số  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$  có cơ số là  $\frac{1}{2}$ .

c) Hàm số  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$ .

d) Hàm số  $y = 3^x$  có đồ thị đi qua các điểm  $(0;1)$ ,  $(1;3)$ ,  $(2;9)$  và luôn nằm phía trên trục hoành.

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $2a$ , biết  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi  $I$  là trung điểm  $AB$ , khi đó

a)  $SI \perp (ABCD)$ .

b)  $(SBC) \perp (SAB)$ .

c) Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .

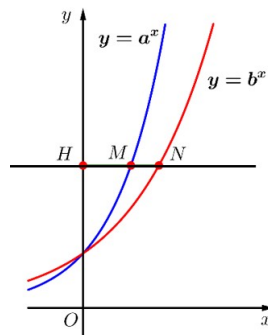
d) Khoảng cách từ  $A$  tới mặt phẳng  $(SCD)$  bằng  $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Biểu thức  $a^{\frac{7}{3}} : \sqrt[3]{a}$  được viết dưới dạng  $a^m$ , với  $m \in \mathbb{Q}$ . Khi đó  $m^2$  bằng bao nhiêu?

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $BC = \sqrt{2}$ , các cạnh còn lại bằng 1. Gọi  $\alpha^\circ$  là số đo góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AC$ . Khi đó giá trị của  $\alpha$  là:

**Câu 3:** Cho các hàm số  $y = a^x$  và  $y = b^x$  với  $a, b$  là những số thực dương khác 1 có đồ thị như hình vẽ.



Đường thẳng  $y = m$  cắt trục tung, đồ thị các hàm số  $y = a^x$  và  $y = b^x$  lần lượt tại các điểm  $H, M, N$  biết rằng  $HM = 2MN$  và  $a = b\sqrt{2}$ . Tính tổng  $S = a^2 + b^2$ .

**Câu 4:** Bạn Minh dự định làm một vật trang trí có dạng khối chóp cắt đều có hai đáy là hình vuông bằng keo Epoxy trong suốt. Biết rằng khối chóp cắt đều có cạnh đáy lớn gấp hai lần cạnh đáy nhỏ, chiều cao bằng cạnh đáy nhỏ. Một lít keo Epoxy có giá 100 000 đồng và để làm ra khối chóp cắt đều trên bạn Minh đã mua keo hết 300 000 đồng. Chiều cao của khối chóp cắt đều bằng bao nhiêu cm? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

#### PHẦN 4: TỰ LUẬN

**Câu 1.** Cho  $a, b > 0$  và đều khác 1 thỏa mãn  $\ln a + \ln(8b) = 2\ln(a + 2b)$ . Rút gọn biểu thức:  

$$P = \log_b(2a) + \log_{\frac{a}{2}}(2b) - \frac{1}{\log_8 b}$$
 được kết quả bằng bao nhiêu?

**Câu 2.** Giải bất phương trình sau:

$$\left( \sqrt{2 \log_x^2 \frac{22}{3} - 2 \log_x \frac{22}{3} + 5} - \sqrt{13} + \sqrt{\frac{2}{\log_{\frac{22}{3}} x} - \frac{4}{\log_{\frac{22}{3}} x} + 4} \right) (4x^6 - 2x^5 + 27x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 2026) \leq 0$$

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Các tam giác  $SAB$ , tam giác  $SAD$  vuông tại  $A$ ,  $SA = 2a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Tính khoảng cách từ điểm  $D$  đến mặt phẳng  $(SBM)$ .

----- Hết -----

## ĐÁP ÁN

## PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

## BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

| Câu  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| Chọn | B | D | C | D | C | C | A | B | D | B  | D  | B  |

## PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

| Câu 1 | Câu 2 |
|-------|-------|
| a) Đ  | a) Đ  |
| b) S  | b) Đ  |
| c) S  | c) S  |
| d) Đ  | d) Đ  |

## PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

| Câu  | 1 | 2  | 3  | 4    |
|------|---|----|----|------|
| Chọn | 4 | 60 | 12 | 10,9 |

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho  $x, y$  là hai số thực dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A.  $(xy)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$

**B.**  $x^\alpha + y^\alpha = (x + y)^\alpha$

C.  $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$

D.  $x^\alpha \cdot x^\beta = x^{\alpha+\beta}$

**Lời giải**

Mệnh đề  $x^\alpha + y^\alpha = (x + y)^\alpha$  là mệnh đề sai.

**Câu 2:** Cho  $a, b, c$  là các số thực dương ( $a, b \neq 1$ ). Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A.  $\log_a \left( \frac{b}{a^3} \right) = \frac{1}{3} \log_a b$

**B.**  $a^{\log_b a} = b$

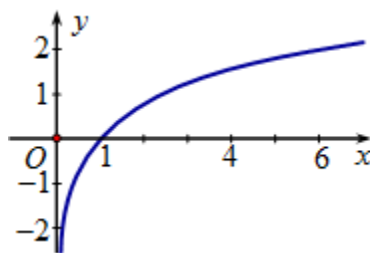
C.  $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b \ (\alpha \neq 0)$

**D.**  $\log_a c = \log_b c \cdot \log_a b$

**Lời giải**

Ta có  $\log_b c \cdot \log_a b = \log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ .

**Câu 3** [MD1] Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào ?



A.  $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$

B.  $y = 5^x$

**C.**  $y = \log_{\sqrt{5}} x$

D.  $y = \log_{0,5} x$

**Lời giải**

Đường cong là đồ thị của hàm số  $y = \log_{\sqrt{5}} x$

**Câu 4.** Nghiệm của phương trình  $2^{2x+1} = 16$  là

A.  $x = 4$

B.  $x = 2$

C.  $x = 3$

**D.**  $x = \frac{3}{2}$

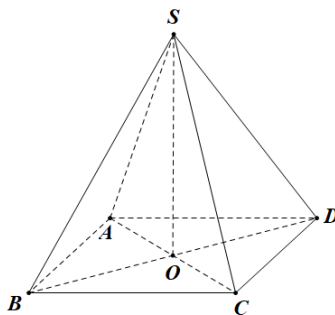
**Lời giải**

$$2^{2x+1} = 16 \Leftrightarrow 2^{2x+1} = 2^4 \Leftrightarrow 2x+1 = 4 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}.$$

Ta có:

**Câu 5.** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$  ( tham khảo hình vẽ bên dưới).

Số đo góc giữa hai đường thẳng  $SD$  và  $BC$  bằng



A.  $30^\circ$

B.  $90^\circ$

**C.**  $60^\circ$

D.  $45^\circ$

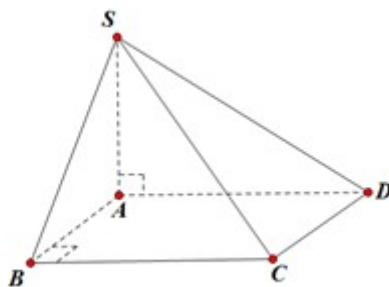
**Lời giải**

Vì  $BC \parallel AD \Rightarrow (\overline{SD}, \overline{BC}) = (\overline{SD}, \overline{AD})$ .

Vì tam giác  $SAD$  đều cạnh  $a$  nên  $\widehat{SDA} = 60^\circ$ .

Vậy  $(\overline{SD}, \overline{BC}) = \widehat{SDA} = 60^\circ$ .

**Câu 6.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ .



Đường thẳng nào vuông góc mặt phẳng  $(SAD)$ ?

- A.  $SC$  B.  $SB$  C.  $CD$  D.  $BC$

**Lời giải**

Có  $CD \perp AD$  (1) (do  $ABCD$  là hình chữ nhật).

và  $CD \perp SA$  (2) (do  $SA \perp (ABCD)$ ).

Từ (1), (2) suy ra  $CD \perp (SAD)$ .

**Câu 7.** Nếu  $A$  là một điểm không thuộc mặt phẳng  $(P)$  và  $A'$  là hình chiếu của  $A$  trên  $(P)$  thì đường thẳng  $AA'$  có quan hệ gì với mặt phẳng  $(P)$ ?

- A. Vuông góc. B. Song song.  
C. Không có quan hệ gì. D.  $AA'$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$ .

**Lời giải**

Nếu  $A$  là một điểm không thuộc mặt phẳng  $(P)$  và  $A'$  là hình chiếu của  $A$  trên  $(P)$  thì đường thẳng  $AA'$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .

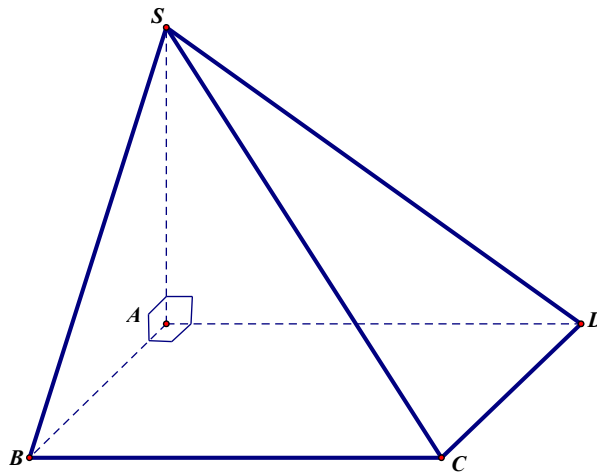
**Câu 8.** Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì góc giữa hai mặt phẳng bằng:

- A.  $60^\circ$ . B.  $90^\circ$ . C.  $0^\circ$ . D.  $180^\circ$ .

**Lời giải**

Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì góc giữa hai mặt phẳng bằng  $90^\circ$ .

**Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{2}$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2a$ . Khoảng cách từ điểm  $S$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng



- A.  $a$  . B.  $a\sqrt{2}$  . C.  $a\sqrt{3}$  . **D.  $2a$  !**

Lời giải

Ta có:  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow d(S, (ABCD)) = SA = 2a$  .

**Câu 10.** Cho khối chóp  $S.ABC$  có chiều cao bằng 6, đáy  $ABC$  có diện tích bằng 20. Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

- A. 120 . **B. 40 !** C. 60 . D. 30 .

Lời giải

Thể tích khối chóp đã cho:  $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} . h = \frac{1}{3} . 20 . 6 = 40$  .

**Câu 11.** Nghiệm của phương trình  $6^x = 1296$  là

- A.  $x = 4$  !** B.  $x = 9$  . C.  $x = -4$  . D.  $x = 10$  .

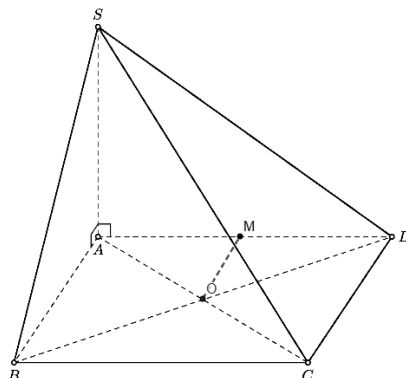
Lời giải:

Ta có  $6^x = 1296 \Leftrightarrow x = \log_6 1296 = 4$

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật tâm  $O$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Biết  $AB = a$ ,  $AD = 3a$ . Tính khoảng cách từ điểm  $O$  đến mặt phẳng  $(SAD)$ ?

- A.  $\sqrt{10}a$  . B.  $1a$  . **C.  $\frac{1}{2}a$  !** D.  $2a$  .

Lời giải:



Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $AD$ .

Vì  $OM \perp AD, OM \perp SA \Rightarrow OM \perp (SAD)$ .

$$\text{Vậy } d(O, (SAD)) = OM = \frac{AB}{2} = \frac{1}{2}a.$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = 3^x$  và  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ .

a) Hàm số  $y = 3^x$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$  và tập giá trị là  $(0; +\infty)$ .

b) Hàm số  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$  có cơ số là  $\frac{1}{2}$ .

c) Hàm số  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$ .

d) Hàm số  $y = 3^x$  có đồ thị đi qua các điểm  $(0;1)$ ,  $(1;3)$ ,  $(2;9)$  và luôn nằm phía trên trục hoành.

**Lời giải**

a) Đúng.

Hàm số  $y = 3^x$  (với  $3 > 0, 3 \neq 1$ ) luôn có tập xác định là  $\mathbb{R}$  và tập giá trị là  $(0; +\infty)$

b) Sai.

Hàm số  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$  có cơ số là  $\frac{1}{3}$ .

c) Sai.

Vì  $0 < \frac{1}{3} < 1$  nên hàm số  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$  nghịch biến trên  $(0; +\infty)$ .

d) Đúng.

Hàm số  $y = 3^x$  có đồ thị đi qua các điểm  $(0;1)$ ,  $(1;3)$ ,  $(2;9)$  và luôn nằm phía trên trục hoành.

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $2a$ , biết  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi  $I$  là trung điểm  $AB$ , khi đó

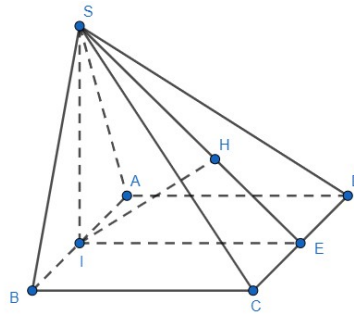
**a)**  $SI \perp (ABCD)$ .

**b)**  $(SBC) \perp (SAB)$ .

**c)** Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**d)** Khoảng cách từ  $A$  tới mặt phẳng  $(SCD)$  bằng  $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$ .

## Lời giải

**a) Đúng**

Ta có tam giác  $SAB$  đều,  $I$  là trung điểm  $AB$  nên  $SI \perp AB$ .

$$\text{Lại có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABCD)$$

**b) Đúng**

Ta có  $SI \perp (ABCD) \Rightarrow SI \perp BC$ , lại có  $AB \perp BC$  nên  $BC \perp (SAB)$

mà  $BC \subset (SBC) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$

**c) Sai**

Ta có  $S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2$

Ta có tam giác  $SAB$  đều cạnh  $2a \Rightarrow SI = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

$$\text{Vậy } V_{S-ABCD} = \frac{1}{3} SI \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot 4a^2 = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$$

**d) Đúng**

Ta có  $AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = d(I, (SCD))$

Gọi  $E$  là trung điểm  $CD$ ,  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $I$  lên  $SE$ . Khi đó

$$d(I, (SCD)) = IH = \frac{IE \cdot IS}{\sqrt{IE^2 + IS^2}} = \frac{2a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{(2a)^2 + (a\sqrt{3})^2}} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Biểu thức  $a^{\frac{7}{3}} : \sqrt[3]{a}$  được viết dưới dạng  $a^m$ , với  $m \in \mathbb{Q}$ . Khi đó  $m^2$  bằng bao nhiêu?

## Lời giải

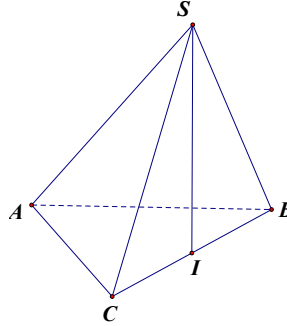
**Đáp số: 4**

Ta có  $a^{\frac{7}{3}} : \sqrt[3]{a} = a^{\frac{7}{3}} : a^{\frac{1}{3}} = a^2 \Rightarrow m = 2 \Rightarrow m^2 = 4$ .

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $BC = \sqrt{2}$ , các cạnh còn lại bằng 1. Gọi  $\alpha^\circ$  là số đo góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AC$ . Khi đó giá trị của  $\alpha$  là:

**Lời giải**

**Đáp số: 60**



Ta có  $SB = SC = 1$ ,  $BC = \sqrt{2}$  nên tam giác  $SBC$  vuông cân tại  $S$ .

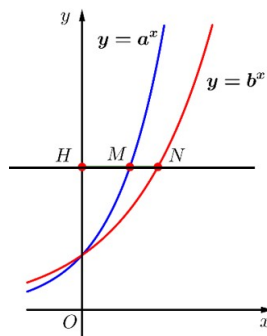
Vì  $SA = SB = AB = 1$  nên tam giác  $SAB$  là tam giác đều.

$$\text{Ta có } \cos(SB, AC) = \left| \cos(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{AC}) \right| = \frac{|\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{SB \cdot AC}.$$

$$\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{SB} (\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA}) = \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SA} = SB \cdot SC \cdot \cos 90^\circ - SB \cdot SA \cdot \cos 60^\circ = -\frac{1}{2}.$$

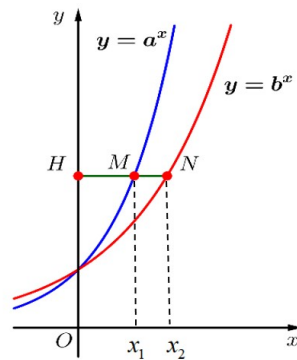
$$\cos(AB, SC) = \frac{\left| \frac{-1}{2} \right|}{1} = \frac{1}{2} \Rightarrow (AB, SC) = 60^\circ.$$

**Câu 3:** Cho các hàm số  $y = a^x$  và  $y = b^x$  với  $a, b$  là những số thực dương khác 1 có đồ thị như hình vẽ.



Đường thẳng  $y = m$  cắt trục tung, đồ thị các hàm số  $y = a^x$  và  $y = b^x$  lần lượt tại các điểm  $H, M, N$  biết rằng  $HM = 2MN$  và  $a = b\sqrt{2}$ . Tính tổng  $S = a^2 + b^2$ .

**Lời giải**



Gọi  $M(x_1; m)$ ,  $N(x_2; m)$  với  $x_1 > 0$ ;  $x_2 > 0$ .

Theo giả thiết  $HM = 2MN \Leftrightarrow HN = \frac{3}{2}HM$ . Suy ra  $x_2 = \frac{3}{2}x_1$ . (1)

Vì  $M$ ,  $N$  lần lượt thuộc đồ thị hàm số  $y = a^x$  và  $y = b^x$  nên  $a^{x_1} = b^{x_2} = m$ . (2)

Từ (1) và (2) ta có

$$a^{x_1} = b^{\frac{3}{2}x_1} \Leftrightarrow a^{2x_1} = b^{3x_1} \Leftrightarrow (a^2)^{x_1} = (b^3)^{x_1}$$

Suy ra  $a^2 = b^3$ , kết hợp  $a = b\sqrt{2}$  ta có  $\begin{cases} 2b^2 = b^3 \\ a = \sqrt{2}b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 2\sqrt{2} \end{cases}$ . Vậy  $a = 2\sqrt{2}$ ,  $b = 2$ .

Vậy  $S = a^2 + b^2 = 12$ .

**Câu 4:** Bạn Minh dự định làm một vật trang trí có dạng khối chóp cắt đều có hai đáy là hình vuông bằng keo Epoxy trong suốt. Biết rằng khối chóp cắt đều có cạnh đáy lớn gấp hai lần cạnh đáy nhỏ, chiều cao bằng cạnh đáy nhỏ. Một lít keo Epoxy có giá 100 000 đồng và để làm ra khối chóp cắt đều trên bạn Minh đã mua keo hết 300 000 đồng. Chiều cao của khối chóp cắt đều bằng bao nhiêu cm? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

**Lời giải**

**Đáp số: 10,9**

Thể tích khối chóp cắt đều là  $300\,000 : 100\,000 = 3$  (lít)  $= 3000\text{cm}^3$ .

Gọi chiều cao của khối chóp cắt đều là  $x$  (cm).

Khi đó độ dài cạnh đáy lớn là  $2x$  (cm), độ dài cạnh đáy nhỏ là  $x$  (cm).

Diện tích đáy lớn là  $4x^2$  (cm<sup>2</sup>), diện tích đáy nhỏ là  $x^2$  (cm<sup>2</sup>).

Thể tích khối chóp cắt đều là  $3000 = \frac{1}{3}x(4x^2 + x^2 + \sqrt{4x^2 \cdot x^2}) \Leftrightarrow \frac{7}{3}x^3 = 3000$   
 $\Leftrightarrow x \approx 10,9$ .

Vậy khối chóp cắt đều có độ dài cạnh là 10,9cm.

**PHẦN 4: TỰ LUẬN**

**Câu 1.** Cho  $a, b > 0$  và điều khác 1 thỏa mãn  $\ln a + \ln(8b) = 2\ln(a + 2b)$ . Rút gọn biểu thức:  

$$P = \log_b(2a) + \log_{\frac{a}{2}}(2b) - \frac{1}{\log_8 b}$$
 được kết quả bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

Với  $a, b$  là các số thực dương khác 1, ta có:

$$\ln a + \ln(8b) = 2\ln(a + 2b)$$

$$\Leftrightarrow \ln(8ab) = \ln(a + 2b)^2 \Leftrightarrow 8ab = (a + 2b)^2 \Leftrightarrow (a + 2b)^2 = 0 \Leftrightarrow a = 2b.$$

$$P = \log_b(2a) + \log_{\frac{a}{2}}(2b) - \frac{1}{\log_8 b} = \log_b(4b) + \log_b(2b) - \log_b 8 = \log_b \frac{8b^2}{8} = \log_b b^2 = 2.$$

Khi đó:

**Câu 2.** Giải bất phương trình sau:

$$\left( \sqrt{2 \log_x^2 \frac{22}{3} - 2 \log_x \frac{22}{3} + 5} - \sqrt{13} + \sqrt{\frac{2}{\log_{\frac{22}{3}} x} - \frac{4}{\log_{\frac{22}{3}} x} + 4} \right) (4x^6 - 2x^5 + 27x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 2026) \leq 0$$

**Lời giải**

Điều kiện:  $0 < x \neq 1$ .

Ta có  $4x^6 - 2x^5 + 27x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 2026$

$$= (x^3 - x^2)^2 + (x^3 - 1)^2 + 2x^6 + 26x^4 + 3x^2 + 2025 > 0, \quad \forall x.$$

Do đó bất phương trình đã cho tương đương với

$$\left( \sqrt{2 \log_x^2 \frac{22}{3} - 2 \log_x \frac{22}{3} + 5} - \sqrt{13} + \sqrt{\frac{2}{\log_{\frac{22}{3}} x} - \frac{4}{\log_{\frac{22}{3}} x} + 4} \right) \leq 0$$

Đặt  $t = \log_x \frac{22}{3}$ , ta có bất phương trình

$$\sqrt{2t^2 - 2t + 5} + \sqrt{2t^2 - 4t + 4} \leq \sqrt{13}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} + \sqrt{(1-t)^2 + 1^2} \leq \sqrt{\frac{13}{2}}$$

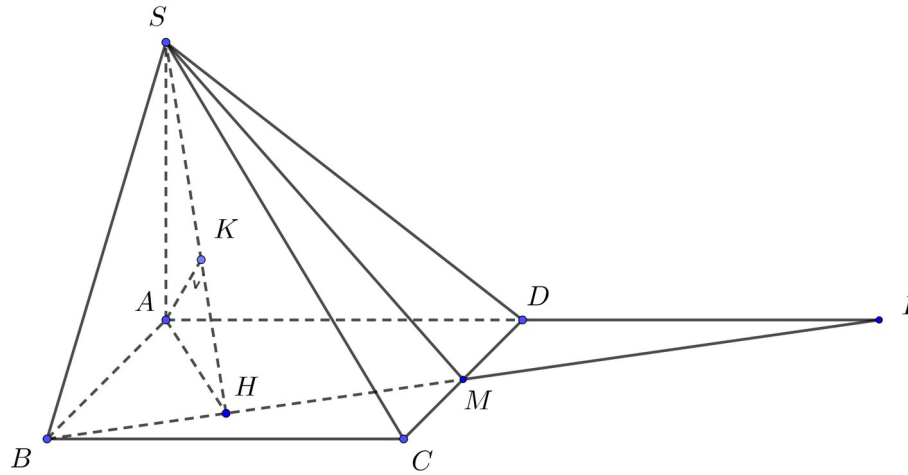
Đặt  $\vec{u} = \left(t - \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$  và  $\vec{v} = (1-t; 1)$ . Ta có  $|\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{\frac{13}{2}}$ .

Dấu bằng xảy ra khi  $\frac{t - \frac{1}{2}}{1-t} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2t - 1 = 3 - 3t \Leftrightarrow t = \frac{4}{5} \Rightarrow x = \left(\frac{22}{3}\right)^{\frac{5}{4}}$  (thỏa mãn).

Vậy nghiệm của phương trình là  $x = \left(\frac{22}{3}\right)^{\frac{5}{4}}$ .

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Các tam giác  $SAB$ , tam giác  $SAD$  vuông tại  $A$ ,  $SA = 2a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Tính khoảng cách từ điểm  $D$  đến mặt phẳng  $(SBM)$ .

**Lời giải**



$\Delta SAB$  vuông tại  $A \Rightarrow SA \perp AB$ .

$\Delta SAD$  vuông tại  $A \Rightarrow SA \perp AD$ .

Suy ra  $SA \perp (ABCD)$ .

Gọi  $I$  là giao điểm của  $BM$  và  $AD$ .

Dựng  $AH$  vuông góc với  $BM$  tại  $H$ .

Dựng  $AK$  vuông góc với  $SH$  tại  $K$ .

$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABCD) \\ BM \subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp BM$   
mà  $BM \perp AH \Rightarrow BM \perp (SAH)$ .

$\left. \begin{array}{l} BM \perp (SAH) \\ BM \subset (SBM) \end{array} \right\} \Rightarrow (SAH) \perp (SBM)$

Ta có

Ta có

$\left. \begin{array}{l} (SAH) \perp (SBM) \\ (SAH) \cap (SBM) = SH \\ AK \subset (SAH), AK \perp SH \end{array} \right\} \Rightarrow AK \perp (SBM) \Rightarrow d(A, (SBM)) = AK$

Xét  $\Delta IAB$  có  $MD \parallel AB \Rightarrow \frac{ID}{IA} = \frac{MD}{AB} = \frac{\frac{1}{2}CD}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow D$  là trung điểm của  $IA \Rightarrow IA = 2AD = 2a$ .

$\Delta ABI$  vuông tại  $A$  có  $AH$  là đường cao  $\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{5}{4a^2}$ .

$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABCD) \\ AH \subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp AH$

$\Delta SAH$  vuông tại  $A$  có  $AK$  là đường cao  $\Rightarrow \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{5}{4a^2} = \frac{6}{4a^2} \Rightarrow AK^2 = \frac{4a^2}{6}$   
 $\Rightarrow AK = \frac{2a}{\sqrt{6}} \Rightarrow d(A, (SBM)) = \frac{2a}{\sqrt{6}}$ .

$\frac{d(D, (SBM))}{d(A, (SBM))} = \frac{DI}{AI} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(D, (SBM)) = \frac{1}{2} d(A, (SBM)) = \frac{a}{\sqrt{6}}$ .

----- Hết -----

|                         |                                               |
|-------------------------|-----------------------------------------------|
| <b>ĐỀ 5</b>             | <b>ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK2 NĂM HỌC 2024-2025</b> |
| <b>MÔN: TOÁN LỚP 11</b> |                                               |

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

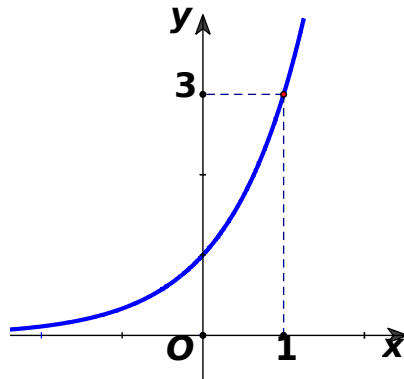
**Câu 1:** Cho các số thực  $a, b, m, n$  ( $a, b > 0$ ). Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.  $\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$  . B.  $(a^m)^n = a^{m+n}$  . C.  $(a+b)^m = a^m + b^m$  . D.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$  .

**Câu 2:** Với mọi số thực dương  $a, b, x, y$  và  $a, b \neq 1$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$  . B.  $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$  .
- C.  $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$  . D.  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$  .

**Câu 3** Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



- A.  $y = 2^x$  . B.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  . C.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  . D.  $y = 3^x$  .

**Câu 4.** Nghiệm của phương trình  $3^{2x+1} = 3^{-x}$  là

- A.  $x = \frac{1}{3}$  . B.  $x = 0$  . C.  $x = -1$  . D.  $x = -\frac{1}{3}$  .

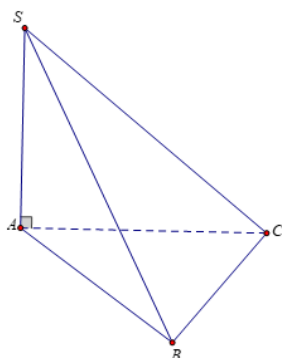
**Câu 5.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có tất cả các mặt đều là hình thoi. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.  $BB' \perp BD$  . B.  $A'C' \perp BD$  . C.  $A'B \perp DC'$  . D.  $BC' \perp A'D$  .

**Câu 6.** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$   $SA = SC, SB = SD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

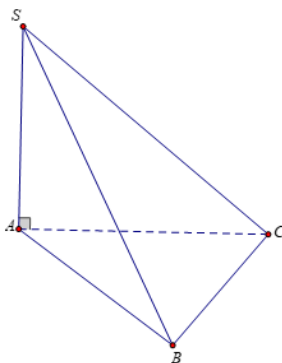
- A.  $SO \perp (ABCD)$  . B.  $SA \perp (ABCD)$  . C.  $SB \perp (ABCD)$  . D.  $SC \perp (ABCD)$  .

**Câu 7.** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  (tham khảo hình vẽ). Xác định hình chiếu của điểm  $S$  trên  $(ABC)$



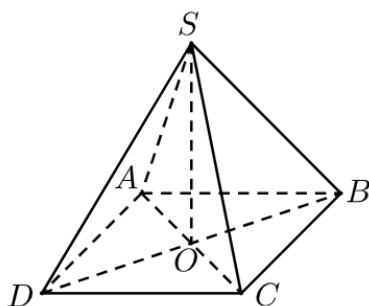
- A.  $A$  . B.  $B$  . C.  $C$  . D.  $D$  .

**Câu 8.** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  (tham khảo hình vẽ). Tìm khẳng định **đúng**?



- A.  $(SAC) \perp (SBC)$  . B.  $(SAB) \perp (ABC)$  . C.  $(SAB) \perp (SBC)$  . D.  $(SBC) \perp (ABC)$  .

**Câu 9.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ , gọi  $O$  là tâm của đa giác đáy.



Khoảng cách từ đỉnh  $S$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng độ dài đoạn thẳng nào sau đây?

- A.  $SO$  . B.  $SA$  . C.  $SC$  . D.  $SB$  .

**Câu 10.** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là  $6a^2$  và chiều cao  $4a$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $4a^3$  . B.  $24a^3$  . C.  $8a^3$  . D.  $12a^3$  .

**Câu 11.** Nghiệm của phương trình  $4^{x-4} = 16$  là

- A.  $x = 0$  . B.  $x = 15$  . C.  $x = 6$  . D.  $x = 9$  .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $SB \perp (ABCD)$ . Biết  $BC = 6a, BA = 9a$ . Gọi  $E$  là điểm thuộc cạnh  $SA$  sao cho  $SE = 2EA$ . Tính khoảng cách từ điểm  $E$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .

- A.  $6a$ .                      B.  $12a$ .                      C.  $4a$ .                      D.  $\frac{27}{2}a$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  và  $y = \log_5 x$ .

- a) Hàm số  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  có cơ số là  $x$ .  
b) Hàm số  $y = \log_5 x$  có tập xác định là  $(0; +\infty)$  và tập giá trị là  $\mathbb{R}$ .  
c) Hàm số  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  có đồ thị đi qua các điểm  $(0; 1)$ ,  $\left(1; \frac{1}{2}\right)$  và luôn nằm bên phải trục tung.  
d) Hàm số  $y = \log_5 x$  có đồ thị đi qua các điểm  $(1; 0)$ ,  $(5; 1)$  và luôn nằm bên trái trục tung.

**Câu 2.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đáy  $ABCD$  có tâm  $O$ , cạnh bằng  $a$ . Khi đó

- a)  $AC \perp BD$   
b)  $(A'BO) \perp (A'AO)$   
c) Thể tích khối chóp  $O.A'AB$  bằng  $\frac{a^3}{4}$   
d) Khoảng cách từ điểm  $A$  tới mặt phẳng  $(A'BD)$  bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho  $a^{2b} = 5$ . Tính  $2.a^{6b}$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ).

**Câu 2:** Cho hình lăng trụ tứ giác  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ . Gọi  $\alpha^\circ$  là số đo góc giữa hai đường thẳng  $A'C'$  và  $BD$ . Khi đó giá trị của  $\alpha$  là:

**Câu 3.** Bác Minh mua một chiếc tivi tại một cửa hàng với giá 21 500 000 đồng và đã trả trước 10 000 000 đồng ngay khi nhận tivi. Mỗi tháng, bác Minh phải trả góp cho cửa hàng trên số tiền không đổi. Biết rằng lãi suất tính trên số tiền nợ còn lại là 3,5%/tháng và bác Minh trả đúng 12 tháng thì hết nợ. Hỏi số tiền bác Minh phải trả góp hàng tháng là bao nhiêu nghìn đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

**Câu 4:** Một cái chụp đèn có hình dạng là một khối chóp cụt đều hai đáy là tam giác đều có cạnh đáy lớn là 4dm, cạnh đáy nhỏ là 2dm, cạnh bên là 3dm. Thể tích của chụp đèn bằng bao nhiêu  $\text{dm}^3$ ? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

**PHẦN 4: TỰ LUẬN**

**Câu 1.** Cho  $a = \log_2 3, b = \log_5 2, c = \log_2 7$ . Biểu diễn  $\log_{42} 15$  theo  $a, b, c$  ta thu được kết quả dạng  $\frac{ab+m}{h.b(a+c+n)}$  với  $h, m, n$  là các số tự nhiên. Tính giá trị  $P = m.n + h$ .

**Câu 2.** Giải phương trình sau:  $\log_2^2 x + \sqrt{\log_2 x + 1} = 1$ .

**Câu 3.** Cho hình lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = a, AA' = a$ .  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB'$  và  $CM$ .

----- Hết -----

**ĐÁP ÁN****PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.**

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

**BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM**

| Câu  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| Chọn | D | A | D | D | A | A | A | B | A | B  | C  | A  |

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.**

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

| Câu 1 | Câu 2 |
|-------|-------|
| a) S  | a) S  |
| b) Đ  | b) S  |
| c) S  | c) Đ  |
| d) S  | d) Đ  |

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.**

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

| Câu  | 1 | 2  | 3   | 4    |
|------|---|----|-----|------|
| Chọn |   | 60 | 250 | 11,3 |

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho các số thực  $a, b, m, n (a, b > 0)$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A.  $\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$

B.  $(a^m)^n = a^{m+n}$

C.  $(a+b)^m = a^m + b^m$

**D.**  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

**Lời giải**

Ta có  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$  là mệnh đề đúng.

**Câu 2:** Với mọi số thực dương  $a, b, x, y$  và  $a, b \neq 1$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

**A.**  $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$

B.  $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$

C.  $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$

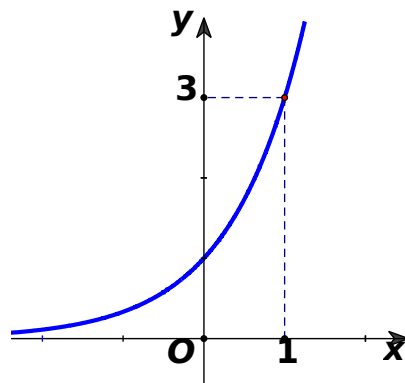
D.  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

**Lời giải**

Với mọi số thực dương  $a, b, x, y$  và  $a, b \neq 1$ . Ta có:  $\log_a \frac{1}{x} = \log_a x^{-1} = -\log_a x \neq \frac{1}{\log_a x}$ . Vậy A sai.

Theo các tính chất logarit thì các phương án B, C và D đều đúng.

**Câu 3.** Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A.  $y = 2^x$

B.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

C.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

**D.**  $y = 3^x$

**Lời giải**

Đường cong là đồ thị của hàm số  $y = 3^x$ .

**Câu 4.** Nghiệm của phương trình  $3^{2x+1} = 3^{-x}$  là

A.  $x = \frac{1}{3}$

B.  $x = 0$

C.  $x = -1$

**D.**  $x = -\frac{1}{3}$

**Lời giải**

Ta có:  $3^{2x+1} = 3^{-x} \Leftrightarrow 2x+1 = -x \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$

**Câu 5.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có tất cả các mặt đều là hình thoi. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

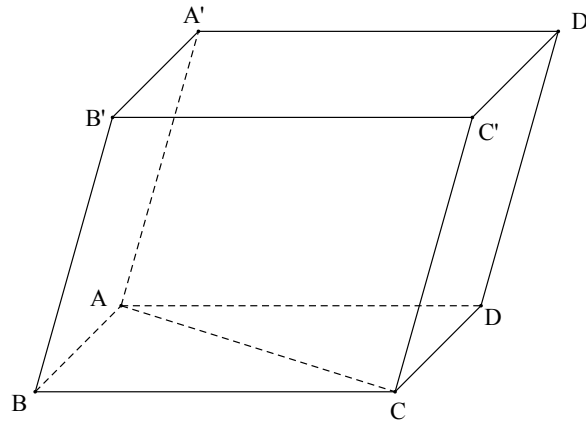
**A.**  $BB' \perp BD$

B.  $A'C' \perp BD$

C.  $A'B \perp DC'$

D.  $BC' \perp A'D$

## Lời giải



Vì các tứ giác  $ABCD$ ,  $A'B'BA$ ,  $B'C'CB$  đều là hình thoi nên ta có

$AC \perp BD$  mà  $AC \parallel A'C' \Rightarrow A'C' \perp BD$ . Vậy B đúng.

$A'B \perp AB'$  mà  $AB' \parallel DC' \Rightarrow A'B \perp DC'$ . Vậy C đúng.

$BC' \perp B'C$  mà  $B'C \parallel A'D \Rightarrow BC' \perp A'D$ . Vậy D đúng.

**Câu 6.** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$   $SA = SC$ ,  $SB = SD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

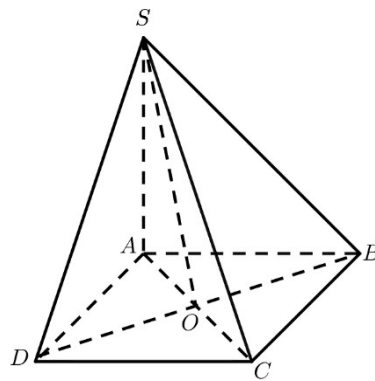
**A.**  $SO \perp (ABCD)$

**B.**  $SA \perp (ABCD)$

**C.**  $SB \perp (ABCD)$

**D.**  $SC \perp (ABCD)$

## Lời giải

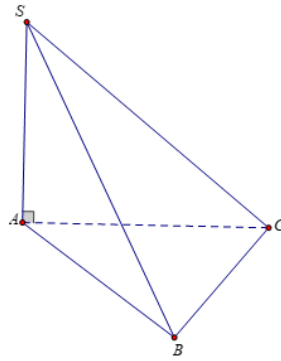


Vì  $SA = SC$  nên tam giác  $SAC$  cân tại  $S$  có đường trung tuyến  $SO$  nên  $SO \perp AC$  (1).

Vì  $SB = SD$  nên tam giác  $SBD$  cân tại  $S$  có đường trung tuyến  $SO$  nên  $SO \perp BD$  (2).

Từ (1), (2) suy ra  $SO \perp (ABCD)$ .

**Câu 7.** [Mức độ 1] Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  (tham khảo hình vẽ). Xác định hình chiếu của điểm  $S$  trên  $(ABC)$



**A.**  $A$  | **B.**  $B$  .

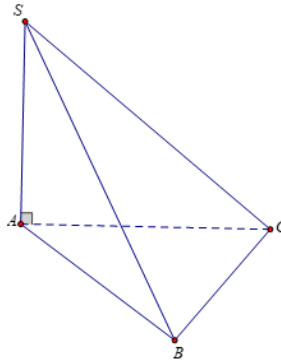
**C.**  $C$  .

**D.**  $D$  .

**Lời giải**

$SA \perp (ABC)$  nên hình chiếu vuông góc của điểm  $S$  trên  $(ABC)$  là điểm  $A$  .

**Câu 8.** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  (tham khảo hình vẽ). Tìm khẳng định **đúng**?



**A.**  $(SAC) \perp (SBC)$  .

**B.**  $(SAB) \perp (ABC)$  |

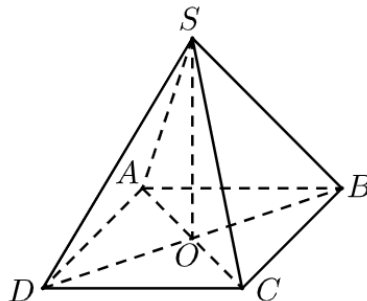
**C.**  $(SAB) \perp (SBC)$  .

**D.**  $(SBC) \perp (ABC)$  .

**Lời giải**

Ta có  $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SA \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \perp (ABC)$  .

**Câu 9.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  , gọi  $O$  là tâm của đa giác đáy.



Khoảng cách từ đỉnh  $S$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng độ dài đoạn thẳng nào sau đây?

**A.**  $SO$  |

**B.**  $SA$  .

**C.**  $SC$  .

**D.**  $SB$  .

**Lời giải**

Ta có  $SO \perp (ABCD)$  nên  $d(S, (ABCD)) = SO$  .

**Câu 10.** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là  $6a^2$  và chiều cao  $4a$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $4a^3$ . B.  $24a^3$ . C.  $8a^3$ . D.  $12a^3$ .

**Lời giải:**

Thể tích khối lăng trụ đã cho:  $V = B.h = 6a^2.4a = 24a^3$ .

**Câu 11.** Nghiệm của phương trình  $4^{x-4} = 16$  là

- A.  $x = 0$ . B.  $x = 15$ . C.  $x = 6$ . D.  $x = 9$ .

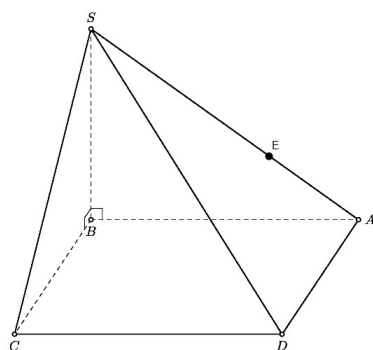
**Lời giải:**

Ta có  $4^{x-4} = 16 \Leftrightarrow x-4 = \log_4 16 \Leftrightarrow x = 6$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $SB \perp (ABCD)$ . Biết  $BC = 6a$ ,  $BA = 9a$ . Gọi  $E$  là điểm thuộc cạnh  $SA$  sao cho  $SE = 2EA$ . Tính khoảng cách từ điểm  $E$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .

- A.  $6a$ . B.  $12a$ . C.  $4a$ . D.  $\frac{27}{2}a$ .

**Lời giải:**



Vì  $AB \perp BC$ ,  $AB \perp SB \Rightarrow AB \perp (SBC)$ .

Suy ra  $d(A, (SBC)) = AB = 9a$ .

$$\frac{d(E, (SBC))}{d(A, (SBC))} = \frac{SE}{SA} = \frac{2}{3} \Rightarrow d(E, (SBC)) = \frac{2}{3} d(A, (SBC)) = \frac{2}{3} 9a = 6a$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  và  $y = \log_5 x$ .

a) Hàm số  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  có cơ số là  $x$ .

b) Hàm số  $y = \log_5 x$  có tập xác định là  $(0; +\infty)$  và tập giá trị là  $\mathbb{R}$ .

c) Hàm số  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  có đồ thị đi qua các điểm  $(0;1)$ ,  $\left(1; \frac{1}{2}\right)$  và luôn nằm bên phải trục tung.

d) Hàm số  $y = \log_5 x$  có đồ thị đi qua các điểm  $(1;0)$ ,  $(5;1)$  và luôn nằm bên trái trục tung.

**Lời giải**

a) Sai.

Hàm số  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  có cơ số là  $\frac{1}{2}$ .

b) Đúng.

Hàm số  $y = \log_5 x$  có tập xác định là  $(0; +\infty)$  khi  $5 > 1$  và tập giá trị là toàn bộ số thực  $\mathbb{R}$ .

c) Sai.

Hàm số  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  có đồ thị đi qua các điểm  $(0;1)$ ,  $\left(1; \frac{1}{2}\right)$  và luôn nằm phía trên trục hoành.

d) Sai.

Hàm số  $y = \log_5 x$  có đồ thị đi qua các điểm  $(1;0)$ ,  $(5;1)$  và luôn nằm bên phải trục tung.

**Câu 2.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đáy  $ABCD$  có tâm  $O$ , cạnh bằng  $a$ . Khi đó

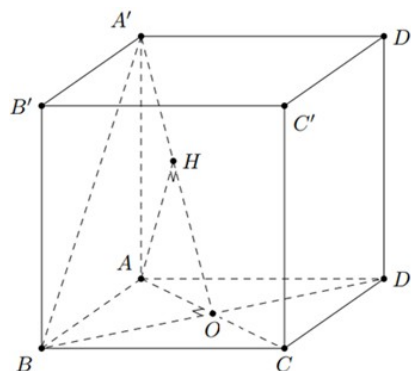
**a)**  $AC \perp BD$

**b)**  $(A'BO) \perp (A'AO)$

**c)** Thể tích khối chóp  $O.A'AB$  bằng  $\frac{a^3}{4}$

**d)** Khoảng cách từ điểm  $A$  tới mặt phẳng  $(A'BD)$  bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

**Lời giải**



**a) Đúng**

Vì  $ABCD$  là hình vuông nên  $AC \perp BD$ .

**b) Đúng**

Ta có 
$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (A'AO)$$

Lại có  $BD \subset (A'BO) \Rightarrow (A'BO) \perp (A'AO)$

**c) Sai**

Ta có 
$$S_{\Delta ABO} = \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{a^2}{4}$$

$$V_{O.A'B} = V_{A'.ABO} = \frac{1}{3} S_{ABO} \cdot AA' = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{4} \cdot a = \frac{a^3}{12}$$

**d) Sai**

Ta có  $OA = \frac{1}{2} AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $A'O$ . Khi đó

$$AH = \frac{AO \cdot AA'}{\sqrt{A'A^2 + OA^2}} \Rightarrow AH = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a}{\sqrt{a^2 + \frac{2a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Vậy  $d(A, (A'BD)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho  $a^{2b} = 5$ . Tính  $2 \cdot a^{6b}$  ( $a, b \in \mathbb{Q}$ ).

**Lời giải**

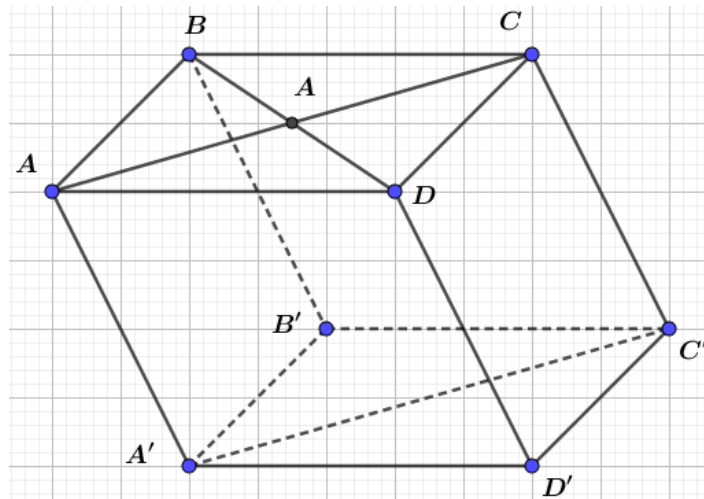
**Đáp số:** 250

Ta có  $2 \cdot a^{6b} = 2 \cdot (a^{2b})^3 = 2 \cdot 5^3 = 250$

**Câu 2:** Cho hình lăng trụ tứ giác  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ . Gọi  $\alpha^\circ$  là số đo góc giữa hai đường thẳng  $A'C'$  và  $BD$ . Khi đó giá trị của  $\alpha$  là:

**Lời giải**

**Đáp số:** 60



Vì  $A'C' \parallel AC \Rightarrow (A'C', BD) = (AC, BD)$

Gọi  $O = AC \cap BD$

Ta có  $BD = AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a \Leftrightarrow BO = AO = a$

Suy ra tam giác  $ABO$  là tam giác đều nên  $\angle AOB = 60^\circ$ .

Vậy  $(A'C', BD) = (AC, BD) = \angle AOB = 60^\circ$ . Vậy  $\alpha = 60^\circ$ .

**Câu 3.** Bác Minh mua một chiếc ti vi tại một cửa hàng với giá 21 500 000 đồng và đã trả trước 10 000 000 đồng ngay khi nhận ti vi. Mỗi tháng, bác Minh phải trả góp cho cửa hàng trên số tiền không đổi. Biết rằng lãi suất tính trên số tiền nợ còn lại là 3,5%/tháng và bác Minh trả đúng 12 tháng thì hết nợ. Hỏi số tiền bác Minh phải trả góp hàng tháng là bao nhiêu nghìn đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

**Lời giải**

**Đáp số: 1190**

Đặt  $r = 3,5\%$  là lãi suất hàng tháng

Gọi số tiền bác Minh phải trả góp cho cửa hàng mỗi tháng là  $m$  đồng.

Số tiền vay là  $A = 11 500 000$  đồng

Số tiền bác Minh còn nợ sau tháng thứ 1:  $T_1 = A + Ar - m = A(1+r) - m$

Số tiền bác Minh còn nợ sau tháng thứ 2 là :

$$T_2 = T_1 + T_1 r - m = T_1(1+r) - m = A(1+r)^2 - m(1+r+1)$$

Số tiền bác Minh còn nợ sau tháng thứ 3 là :

$$T_3 = T_2 + T_2 r - m = T_2(1+r) - m = A(1+r)^3 - m((1+r)^2 + (1+r) + 1)$$

Số tiền bác Minh còn nợ sau tháng thứ 12:

$$T_{12} = T_{11} + T_{11}r - m = T_{11}(1+r) - m = A(1+r)^{12} - m\left((1+r)^{11} + (1+r)^{10} + \dots + (1+r) + 1\right)$$

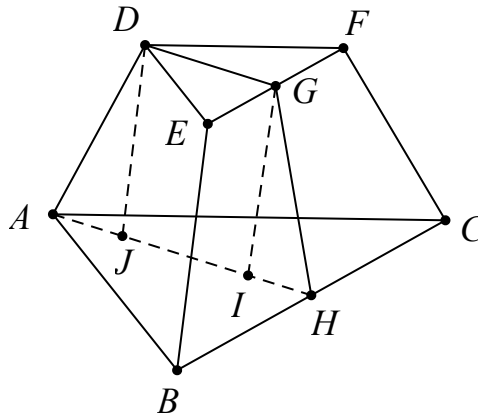
$$= A(1+r)^{12} - m \frac{(1+r)^{12} - 1}{(1+r) - 1}$$

Bác Minh trả đúng 12 tháng thì hết nợ nên:  $T_{12} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{A(1+r)^{12}r}{(1+r)^{12} - 1} \approx 1190065$  đồng  $\approx 1190$  (nghìn đồng).

**Câu 4:** Một cái chụp đèn có hình dạng là một khối chóp cắt đều hai đáy là tam giác đều có cạnh đáy lớn là 4dm, cạnh đáy nhỏ là 2dm, cạnh bên là 3dm. Thể tích của chụp đèn bằng bao nhiêu  $\text{dm}^3$ ? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

**Lời giải**

**Đáp số: 11,3**



Gọi các đỉnh của khối chóp cắt đều là  $ABC.DEF$ ;  $G, H$  lần lượt là trung điểm của  $EF, BC$ ;  $J, I$  lần lượt là hình chiếu của  $D, G$  trên  $AH$ .

Dễ chứng minh được  $DJ \perp (ABC)$ .

Gọi chiều cao của khối chóp cắt đều là  $h$ .

Ta có  $GH = \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8}$  dm;  $IH = \sqrt{8 - h^2}$ ,  $AJ = \sqrt{9 - h^2}$ .

$$AH = \frac{4\sqrt{3}}{2} = \sqrt{9 - h^2} + 2 + \sqrt{8 - h^2}$$

Giải phương trình ta được  $h \approx 2,8$ .

$$V = \frac{1}{3} \cdot 2,8 \cdot \left( \frac{16\sqrt{3}}{4} + \frac{4\sqrt{3}}{4} + \sqrt{\frac{16\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{4}} \right) \approx 11,3 \text{ dm}^3$$

Khi đó, thể tích khối chóp cắt đều là

#### PHẦN 4: TỰ LUẬN

**Câu 1.** Cho  $a = \log_2 3, b = \log_5 2, c = \log_2 7$ . Biểu diễn  $\log_{42} 15$  theo  $a, b, c$  ta thu được kết quả dạng  $\frac{ab+m}{h \cdot b(a+c+n)}$  với  $h; m; n$  là các số tự nhiên. Tính giá trị  $P = m \cdot n + h$ .

## Lời giải

Ta có: 
$$\log_{42} 15 = \frac{\log_2 15}{\log_2 42} = \frac{\log_2 3 + \log_2 5}{\log_2 2 + \log_2 3 + \log_2 7} = \frac{a + \frac{1}{b}}{1 + a + c} = \frac{ab + 1}{b(a + c + 1)}$$

Khi đó 
$$\begin{cases} m = 1 \\ n = 1 \Rightarrow P = 2 \\ h = 1 \end{cases}$$

**Câu 2.** Giải phương trình sau:  $\log_2^2 x + \sqrt{\log_2 x + 1} = 1$

## Lời giải

Điều kiện 
$$\begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$$

Đặt  $\sqrt{\log_2 x + 1} = t$ , ( $t \geq 0$ )  $\Rightarrow \log_2 x = t^2 - 1$  ta có phương trình

$$(t^2 - 1)^2 + t = 1 \Leftrightarrow t^4 - 2t^2 + t = 0 \Leftrightarrow t(t^3 - 2t + 1) = 0 \Leftrightarrow t(t - 1)(t^2 - 2t + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \quad (t/m) \\ t = 1 \quad (t/m) \\ t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \quad (t/m) \\ t = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \quad (loại) \end{cases}$$

Với  $t = 0$  thì  $\log_2 x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$  (thỏa mãn).

Với  $t = 1$  thì  $\log_2 x = 0 \Leftrightarrow x = 1$  (thỏa mãn).

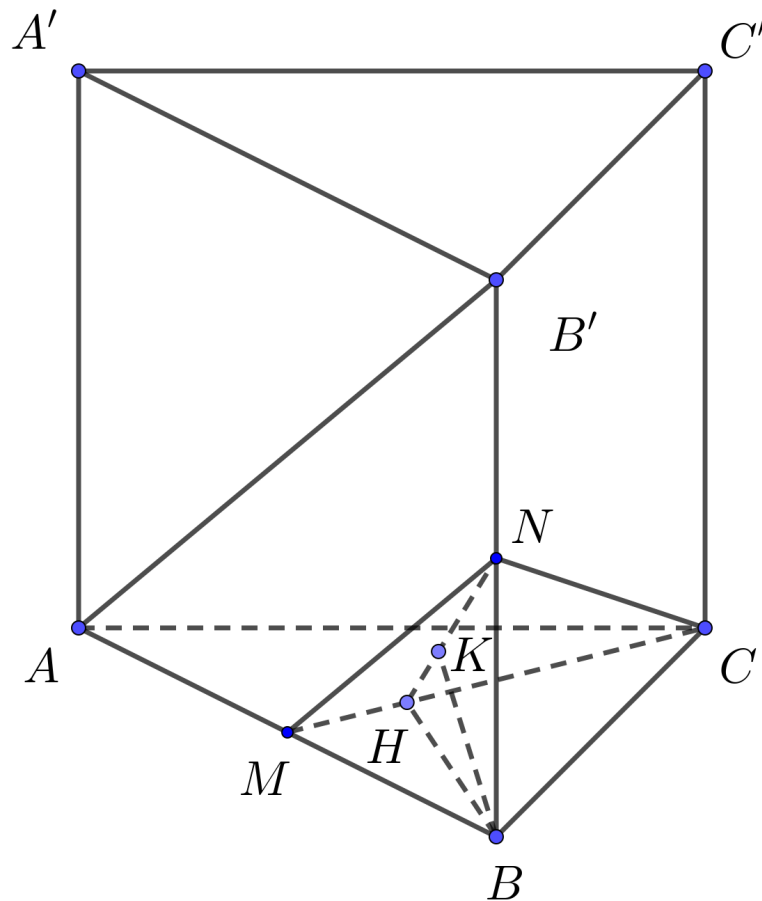
Với  $t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$  thì  $\log_2 x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow x = 2^{\frac{1 - \sqrt{5}}{2}}$  (thỏa mãn).

$$x \in \left\{ 1; \frac{1}{2}; 2^{\frac{1 - \sqrt{5}}{2}} \right\}$$

Vậy nghiệm của phương trình là

**Câu 3.** Cho hình lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = a$ ,  $AA' = a$ .  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB'$  và  $CM$ .

## Lời giải



Gọi  $N$  là trung điểm của  $BB'$ .

Xét  $\triangle ABB'$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $BB' \Rightarrow MN$  là đường trung bình của  $\triangle ABB'$   
 $\Rightarrow MN \parallel AB' \Rightarrow AB' \parallel (MNC) \Rightarrow d(AB', MC) = d(AB', (MNC)) = d(A, (MNC))$  (1).

$$\frac{d(A, (MNC))}{d(B, (MNC))} = \frac{AM}{BN} = 1 \Rightarrow d(A, (MNC)) = d(B, (MNC)) \quad (2).$$

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow d(AB', MC) = d(B, (MNC))$ .

Dựng  $BH$  vuông góc với  $MC$  tại  $H$ .

Dựng  $BK$  vuông góc với  $HN$  tại  $K$ .

Ta có  $\left. \begin{array}{l} BB' \perp (ABC) \\ MC \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow MC \perp BB'$  hay  $MC \perp BN$ .

$\left. \begin{array}{l} MC \perp BN \\ MC \perp BH \end{array} \right\} \Rightarrow MC \perp (BHN)$  mà  $MC \subset (MNC) \Rightarrow (MNC) \perp (BHN)$ .

Ta có

$\left. \begin{array}{l} (MNC) \perp (BHN) \\ (MNC) \cap (BHN) = HN \\ BK \subset (BHN), BK \perp HN \end{array} \right\} \Rightarrow BK \perp (MNC) \Rightarrow d(B, (MNC)) = BK$ .

$$S_{\Delta BMC} = \frac{1}{2} BM \cdot BC \cdot \sin \angle MBC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{8}$$

$\Delta ABC$  đều cạnh  $a$  có  $MC$  là đường trung tuyến đồng thời là đường cao  $\Rightarrow MC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$S_{\Delta BMC} = \frac{1}{2} MC \cdot BH \Rightarrow BH = \frac{2S_{\Delta BMC}}{MC} = \frac{2 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{8}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{a}{2}$$

$$BB' \perp (ABC) \Rightarrow BB' \perp BH$$

$$\Delta BNH \text{ vuông tại } B \text{ có đường cao } BK \Rightarrow \frac{1}{BK^2} = \frac{1}{BH^2} + \frac{1}{BN^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{8}{a^2} \Rightarrow BK^2 = \frac{a^2}{8}$$

$$\Rightarrow BK = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow d(B, (MNC)) = BK = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{Suy ra } d(AB', MC) = d(B, (MNC)) = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

----- Hết -----

|             |                                                                          |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------|
| <b>ĐỀ 6</b> | <b>ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK2 NĂM HỌC 2024-2025</b><br><b>MÔN: TOÁN LỚP 11</b> |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------|

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1. [Mức độ 1]** Với  $a$  là số thực dương tùy ý, biểu thức  $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$  là

- A.  $a^5$  . B.  $a^{\frac{5}{9}}$  . C.  $a^{\frac{4}{3}}$  . D.  $a^2$  .

**Câu 2. [Mức độ 1]** Với các số thực dương  $a, b$  bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\ln(ab) = \ln a + \ln b$  . B.  $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln a}{\ln b}$  . C.  $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$  . D.  $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln b - \ln a$  .

**Câu 3. [Mức độ 1]** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2 x$  là

- A.  $[0; +\infty)$  . B.  $(-\infty; +\infty)$  . C.  $(0; +\infty)$  . D.  $[2; +\infty)$  .

**Câu 4.** [Mức độ 1] Phương trình  $\log_2(x^2 - 3x + 2) = 1$  có tập nghiệm là

- A.  $\{1; 2\}$  . B.  $\{0; 3\}$  . C.  $\{3\}$  . D.  $\{0\}$  .

**Câu 5.** [Mức độ 1] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $AB \perp CD$  . B.  $SA \perp AB$  . C.  $AB \perp BC$  . D.  $AC \perp BD$  .

**Câu 6.** [Mức độ 1] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông. Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $SA \perp (SBC)$  . B.  $AC \perp (SBD)$  . C.  $AB \perp (SAC)$  . D.  $BD \perp (SAC)$  .

**Câu 7.** [Mức độ 1] Cho hình chóp  $S.ABC$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Hình chiếu vuông góc của  $SB$  lên  $(ABC)$  là

- A.  $AC$  . B.  $BC$  . C.  $AB$  . D.  $SB$  .

**Câu 8.** [Mức độ 1] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.  
B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.  
C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.  
D. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

**Câu 9.** [Mức độ 1] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = 2a$ ,  $AD = 3a$ . Biết  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 5a$ . Khoảng cách từ điểm  $C$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  bằng

- A.  $3a$  . B.  $2a$  . C.  $a\sqrt{13}$  . D.  $5a$  .

**Câu 10.** [Mức độ 1] Cho khối chóp diện tích đáy bằng  $5 \text{ cm}^2$  và chiều cao bằng  $3 \text{ cm}$ . Tính thể tích khối chóp.

- A.  $15 \text{ cm}^3$  . B.  $5 \text{ cm}^3$  . C.  $3 \text{ cm}^3$  . D.  $\frac{15}{2} \text{ cm}^3$  .

**Câu 11.** [Mức độ 3] Cho các số thực  $a, b > 0$ , nếu  $\log_8 a + \log_4 b^2 = 0$  và  $\log_4 a^2 + \log_8 b = 8$  thì giá trị của  $ab$  bằng

- A.  $32$  . B.  $49$  . C.  $64$  . D.  $25$  .

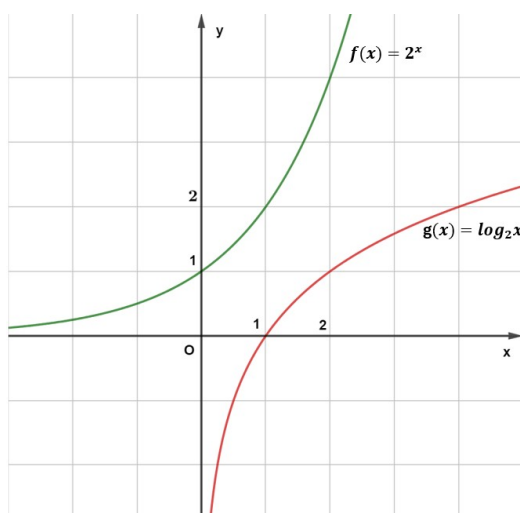
**Câu 12.** [Mức độ 3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $2a$ . Biết  $SA = 3a$  và  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $M$  là trung điểm  $SB$ ,  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $DM$  và  $(ABCD)$ . Tính  $\cos \alpha$ .

- A.  $\frac{2\sqrt{145}}{29}$  . B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  . C.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$  . D.  $\frac{3\sqrt{5}}{14}$  .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** [NB-TH-TH-VD] Cho hai hàm số  $f(x) = 2^x$  và  $g(x) = \log_2 x$ .

- a) Hàm số  $f(x)$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R}$  .  
 b) Hàm số  $g(x)$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  .  
 c) Hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây



- d) Đường thẳng  $x = 1$  cắt  $f(x)$  và  $g(x)$  lần lượt tại  $A$  và  $B$ . Đường thẳng  $y = 1$  cắt  $f(x)$  và  $g(x)$  lần lượt tại  $C$  và  $D$ . Lúc đó, diện tích hình  $ACBD$  là 1 (đvdt).

**Câu 2.** [NB-TH-TH-VD] Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ;  $BC = 2a$ ;  $\angle ABC = 30^\circ$ . Cạnh bên của lăng trụ bằng  $2a\sqrt{3}$ .

- a) Thể tích của lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng  $V_{ABC.A'B'C'} = AA' S_{\Delta ABC}$  .  
 b) Thể tích của lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  được tính theo  $a$  bằng  $a^3$  .  
 c) Thể tích của khối chóp  $A.BCC'B'$  bằng  $2a^3$  .  
 d) Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ACA'$ ,  $M$  là trung điểm của  $BB'$ ,  $N$  trên cạnh  $CC'$  sao cho  $CN = 2NC'$ . Thể tích của khối chóp  $G.BCNM$  bằng  $\frac{7}{9}a^3$  .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn ( Tự luận ).** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

- Câu 1.** [Mức độ 3] Đầu mỗi tháng anh  $A$  gửi vào ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất kép là 0,6% mỗi tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì anh  $A$  có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệu biết lãi suất không đổi trong quá trình gửi?
- Câu 2.** [Mức độ 1] Tìm số nghiệm của phương trình  $2^{x^2-x} = 1$ .
- Câu 3.** [Mức độ 3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh 2, hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SBC)$  cùng vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SC = 2\sqrt{5}$ . Tính khoảng cách từ  $D$  đến mặt phẳng  $(SAC)$  (làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 4.** [Mức độ 3] Người ta cắt bỏ bốn hình vuông cùng kích thước ở bốn góc của một tấm tôn hình vuông có cạnh 1m để gò lại thành một chiếc thùng có dạng hình hộp chữ nhật không nắp. Hỏi cạnh của các hình vuông cần bỏ đi có độ dài bằng bao nhiêu mét để thùng hình hộp nhận được có thể tích lớn nhất (làm tròn đến hàng phần trăm)?

#### PHẦN IV: TỰ LUẬN

- Câu 1.** [Mức độ 2] Giải bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x + 7) > 0$ .
- Câu 2.** [Mức độ 2] Cho khối chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$  với  $SB = 2a$ ,  $BC = a$  và thể tích khối chóp  $S.ABC$  là  $a^3$ . Tính khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .
- Câu 3.** [Mức độ 3] Cho hình lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$ . Biết khoảng cách từ điểm  $C$  đến mặt phẳng  $(ABC')$  bằng  $a$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC')$  và  $(BCC')$  bằng  $\alpha$  với  $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ . Tính thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

#### BẢNG ĐÁP ÁN

##### Phần 1: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| D | A | C | B | D | D | C | D | A | B  | C  | A  |

##### Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai

| Câu | 1 | 2 |
|-----|---|---|
| a)  | Đ | Đ |
| b)  | S | S |
| c)  | Đ | Đ |
| d)  | S | Đ |

##### Phần 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn

| Câu    | 1  | 2 | 3    | 4    |
|--------|----|---|------|------|
| Đáp án | 31 | 2 | 1,33 | 0,17 |

#### LỜI GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi

thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1. [Mức độ 1]** Với  $a$  là số thực dương tùy ý, biểu thức  $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$  là

- A.  $a^5$  . B.  $a^{\frac{5}{9}}$  . C.  $a^{\frac{4}{3}}$  . **D.  $a^2$**  .

**Lời giải**

Ta có  $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{5}{3} + \frac{1}{3}} = a^2$  .

**Câu 2. [Mức độ 1]** Với các số thực dương  $a, b$  bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.**  $\ln(ab) = \ln a + \ln b$  . B.  $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln a}{\ln b}$  . C.  $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$  . D.  $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln b - \ln a$  .

**Lời giải**

Ta có  $\ln(ab) = \ln a + \ln b$  .

**Câu 3. [Mức độ 1]** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2 x$  là

- A.  $[0; +\infty)$  . B.  $(-\infty; +\infty)$  . **C.  $(0; +\infty)$**  . D.  $[2; +\infty)$  .

**Lời giải**

Điều kiện xác định của hàm số  $y = \log_2 x$  là  $x > 0$  .

Vậy tập xác định của hàm số  $y = \log_2 x$  là  $D = (0; +\infty)$  .

**Câu 4. [Mức độ 1]** Phương trình  $\log_2(x^2 - 3x + 2) = 1$  có tập nghiệm là

- A.  $\{1; 2\}$  . **B.  $\{0; 3\}$**  . C.  $\{3\}$  . D.  $\{0\}$  .

**Lời giải**

Điều kiện:  $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases}$  .

$\log_2(x^2 - 3x + 2) = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$  (thỏa mãn).

Vậy phương trình  $\log_2(x^2 - 3x + 2) = 1$  có tập nghiệm là  $\{0; 3\}$  .

**Câu 5. [Mức độ 1]** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $AB \perp CD$  . B.  $SA \perp AB$  . C.  $AB \perp BC$  . **D.  $AC \perp BD$**  .

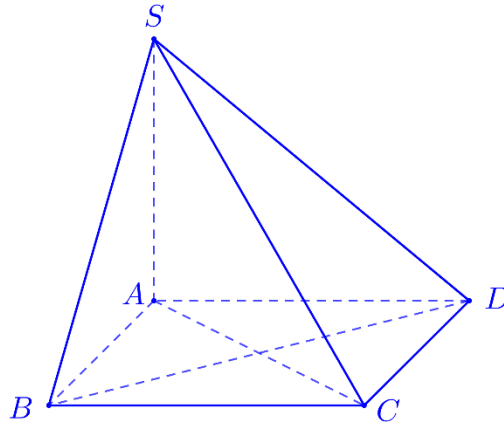
**Lời giải**

Vì tứ giác  $ABCD$  là hình thoi suy ra  $AC \perp BD$ .

**Câu 6.** [Mức độ 1] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông. Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $SA \perp (SBC)$       B.  $AC \perp (SBD)$       C.  $AB \perp (SAC)$       **D.  $BD \perp (SAC)$**

**Lời giải**



Ta có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  suy ra  $BD \perp SA$ .

Lại có  $ABCD$  là hình vuông nên  $BD \perp AC$ .

Từ đây suy ra  $BD \perp (SAC)$ .

**Câu 7.** [Mức độ 1] Cho hình chóp  $S.ABC$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Hình chiếu vuông góc của  $SB$  lên  $(ABC)$  là

- A.  $AC$       B.  $BC$       **C.  $AB$**       D.  $SB$

**Lời giải**

Ta có  $SA \perp (ABC)$  nên  $A$  là hình chiếu vuông góc của  $S$  trên  $(ABC)$ .

Do  $B \in (ABC)$  nên  $B$  là hình chiếu vuông góc của chính nó trên  $(ABC)$ .

Suy ra hình chiếu vuông góc của  $SB$  lên  $(ABC)$  là  $AB$ .

**Câu 8.** [Mức độ 1] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.
- B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.
- C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- D. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.**

**Lời giải**

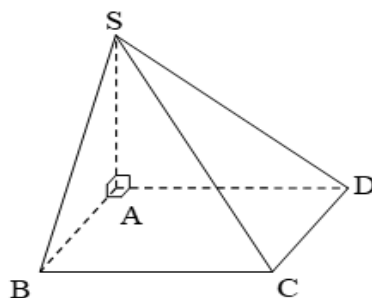
Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc

với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

**Câu 9.** [Mức độ 1] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = 2a$ ,  $AD = 3a$ . Biết  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 5a$ . Khoảng cách từ điểm  $C$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  bằng

- A.**  $3a$  **B.**  $2a$  **C.**  $a\sqrt{13}$  **D.**  $5a$

**Lời giải**



Ta có  $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow d(C, (SAB)) = CB = AD = 3a$

**Câu 10.** [Mức độ 1] Cho khối chóp diện tích đáy bằng  $5 \text{ cm}^2$  và chiều cao bằng  $3 \text{ cm}$ . Tính thể tích khối chóp.

- A.**  $15 \text{ cm}^3$  **B.**  $5 \text{ cm}^3$  **C.**  $3 \text{ cm}^3$  **D.**  $\frac{15}{2} \text{ cm}^3$

**Lời giải**

Ta có thể tích khối chóp  $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 3 = 5 \text{ cm}^3$

**Câu 11.** [Mức độ 3] Cho các số thực  $a, b > 0$ , nếu  $\log_8 a + \log_4 b^2 = 0$  và  $\log_4 a^2 + \log_8 b = 8$  thì giá trị của  $ab$  bằng

- A.** 32 **B.** 49 **C.** 64 **D.** 25

**Lời giải**

**GVPB:**

$$\begin{cases} \log_8 a + \log_4 b^2 = 0 \\ \log_4 a^2 + \log_8 b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} \log_2 a + \log_2 b = 0 \\ \log_2 a + \frac{1}{3} \log_2 b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 9 \\ \log_2 b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2^9 \\ b = 2^{-3} \end{cases}$$

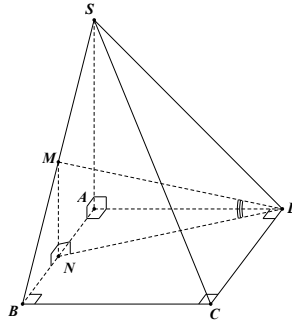
Ta có:

Vậy  $ab = 2^0 = 64$

**Câu 12.** [Mức độ 3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $2a$ . Biết  $SA = 3a$  và  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $M$  là trung điểm  $SB$ ,  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $DM$  và  $(ABCD)$ . Tính  $\cos \alpha$ .

- A.**  $\frac{2\sqrt{145}}{29}$  **B.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  **C.**  $\frac{\sqrt{5}}{5}$  **D.**  $\frac{3\sqrt{5}}{14}$

**Lời giải**



Gọi  $N$  là trung điểm  $AB$ .

Ta có  $MN$  là đường trung bình của  $\triangle SAB$  nên  $MN \parallel SA$  và  $MN = \frac{1}{2} SA = \frac{3a}{2}$ .

Lại có  $SA \perp (ABCD)$ .

Do đó  $MN \perp (ABCD)$

Suy ra  $DN$  là hình chiếu của  $MD$  trên  $(ABCD)$  nên góc giữa đường thẳng  $DM$  và  $(ABCD)$  bằng  $\angle MDN$ .

Ta có  $DN = \sqrt{AD^2 + AN^2} = a\sqrt{5}$ ,  $DM = \sqrt{DN^2 + MN^2} = a \frac{\sqrt{29}}{2}$ .

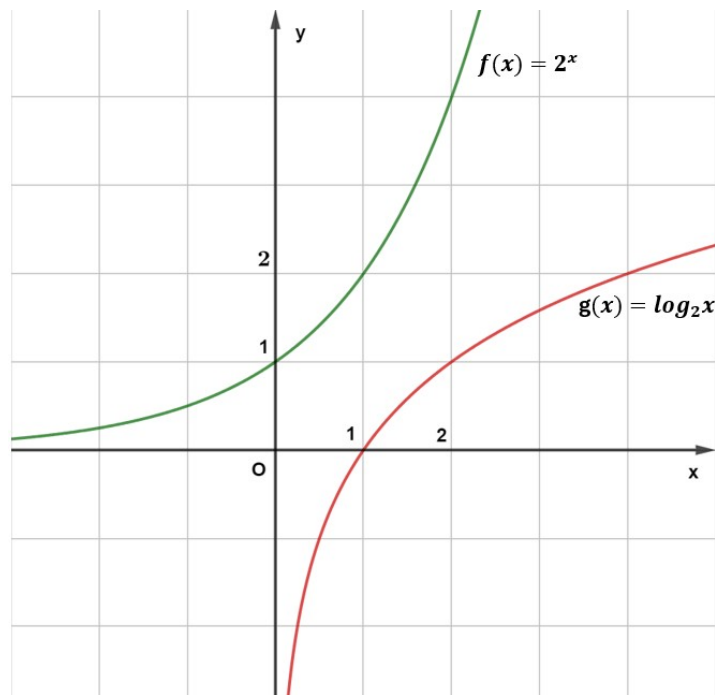
$$= \frac{DN}{DM} = \frac{\sqrt{5}}{\frac{\sqrt{29}}{2}} = \frac{2\sqrt{145}}{29}$$

Xét  $\triangle MND$  vuông tại  $N$ , có  $\cos \angle MDN$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** [NB-TH-TH-VD] Cho hai hàm số  $f(x) = 2^x$  và  $g(x) = \log_2 x$ .

- a) Hàm số  $f(x)$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R}$ .
- b) Hàm số  $g(x)$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .
- c) Hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây



d) Đường thẳng  $x=1$  cắt  $f(x)$  và  $g(x)$  lần lượt tại  $A$  và  $B$ . Đường thẳng  $y=1$  cắt  $f(x)$  và  $g(x)$  lần lượt tại  $C$  và  $D$ . Lúc đó, diện tích hình  $ACBD$  là 1 (đvdt).

### Lời giải

a) **Đúng.**

Hàm số  $f(x) = 2^x$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R}$

b) **Sai.**

Hàm số  $g(x)$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$ .

c) **Đúng.**

Sử dụng các dạng, tính chất, tính đơn điệu và điểm thuộc đồ thị để kiểm tra.

d) **Sai.**

Ta có đường thẳng  $x=1$  cắt  $f(x)$  và  $g(x)$  lần lượt tại  $A(1;2)$  và  $B(1;0)$

Đường thẳng  $y=1$  cắt  $f(x)$  và  $g(x)$  lần lượt tại  $C(0;1)$  và  $D(2;1)$ .

Dễ thấy  $ACBD$  là hình vuông có cạnh  $BC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$  (Định lý Pytago).

$\Rightarrow S_{ACBD} = (\sqrt{2})^2 = 2$  (đvdt).

**Câu 2.** [NB-TH-TH-VD] Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ;  $BC = 2a$ ;  $\angle ABC = 30^\circ$ . Cạnh bên của lăng trụ bằng  $2a\sqrt{3}$ .

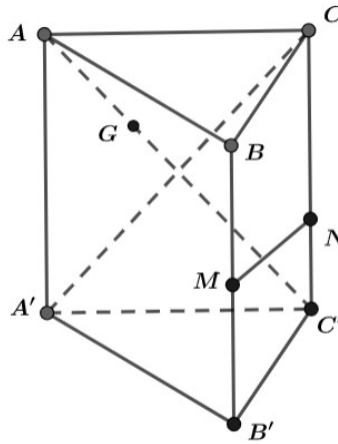
a) Thể tích của lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ :  $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC}$ .

b) Thể tích của lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  được tính theo  $a$  bằng  $a^3$ .

c) Thể tích của khối chóp  $A.BCC'B'$  bằng  $2a^3$ .

d) Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ACA'$ ,  $M$  là trung điểm của  $BB'$ ,  $N$  trên cạnh  $CC'$  sao cho  $CN = 2NC'$ . Thể tích của khối chóp  $G.BCNM$  bằng  $\frac{7}{9}a^3$ .

**Lời giải**



a) **Đúng.**

Theo giả thiết,  $ABCD.A'B'C'D'$  là lăng trụ đứng nên  $AA'$  là chiều cao của lăng trụ, do đó

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot S_{ABCD}.$$

b) **Sai.**

Xét tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AC = 2a \sin 30^\circ = a$ ;  $AB = 2a \cos 30^\circ = a\sqrt{3}$ .

Trong đó  $h = AA' = 2a\sqrt{3}$ .

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2.$$

Vậy  $V_h = 3a^3$ .

c) **Đúng.**

Ta có,  $V_{AA'B'C'} = \frac{1}{3} AA' \cdot S_{\Delta B'C'} = \frac{1}{3} V_{ABCD.A'B'C'D'}$  mà  $V_{AA'B'C'} + V_{ABCC'B'} = V_{ABCD.A'B'C'D'}$  nên

$$V_{ABCC'B'} = \frac{2}{3} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{2}{3} \cdot 3a^3 = 2a^3.$$

d) **Đúng.**

Do  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ACA'$  nên  $\frac{GC'}{AC'} = \frac{2}{3}$  nên  $\frac{d(G; (BCC'B'))}{d(A; (BCC'B'))} = \frac{GC'}{AC'} = \frac{2}{3}$ .

Từ đó, suy ra  $d(G; (BCC'B')) = \frac{2}{3} d(A; (BCC'B'))$ . Mặt khác tứ giác  $BCNM$  là hình thang vuông

$$\text{tại } B, C \text{ nên } S_{BCNM} = \frac{(BM + CN)BC}{2} = \frac{\left(\frac{1}{2}BB' + \frac{2}{3}CC'\right)BC}{2} = \frac{7}{12}BB' \cdot BC = \frac{7}{12}S_{BCC'B'}$$

Vì vậy ta có :

$$V_{G.BCNM} = \frac{1}{3} d(G; (BCNM)) \cdot S_{BCNM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} d(A; (BCC'B')) \cdot \frac{7}{12} S_{BCC'B'} = \frac{7}{18} V_{A.BCC'B'} = \frac{7}{18} \cdot 2a^3 = \frac{7}{9} a^3$$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn ( Tự luận ).** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

**Câu 1.** [Mức độ 3] Đầu mỗi tháng anh  $A$  gửi vào ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất kép là 0,6% mỗi tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì anh  $A$  có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệu biết lãi suất không đổi trong quá trình gửi?

**Lời giải**

**Đáp số: 31.**

Gọi  $a$  (đồng) là số tiền hàng tháng người lao động gửi vào ngân hàng,  $r\%$  là lãi suất ngân hàng mỗi tháng,  $T_n$  (đồng) là số tiền cả gốc lẫn lãi người lao động nhận được trong  $n$  (tháng).

Cuối tháng thứ nhất, người đó có số tiền là:  $T_1 = a + a.r = a(1+r)$

Đầu tháng thứ hai, người đó có số tiền là:  $T_1' = a(1+r) + a = a[(1+r) + 1]$

$$= \frac{a}{[(1+r) - 1]} [(1+r)^2 - 1] = \frac{a}{r} [(1+r)^2 - 1]$$

Cuối tháng thứ hai, người đó có số tiền là:  $T_2 = \frac{a}{r} [(1+r)^2 - 1] + \frac{a}{r} [(1+r)^2 - 1] r$   
 $= \frac{a}{r} [(1+r)^2 - 1] (1+r)$

Tương tự, lập luận như trên ta cũng có công thức tính số tiền nhận được vào cuối tháng thứ  $n$ , người

$$\text{đó có số tiền cả gốc lẫn lãi là: } T_n = \frac{a}{r} [(1+r)^n - 1] (1+r)$$

Để anh  $A$  có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệu thì điều kiện là:

$$T_n > 100 \Leftrightarrow \frac{3}{0,6\%} [(1 + 0,6\%)^n - 1] (1 + 0,6\%) > 100 \Leftrightarrow n > \log_{1,006} \frac{603}{503} \approx 30,3$$

Vậy sau ít nhất 31 tháng thì anh  $A$  có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệu.

**Câu 2.** [Mức độ 1] Tìm số nghiệm của phương trình  $2^{x^2-x} = 1$ .

**Lời giải**

**Đáp số: 2.**

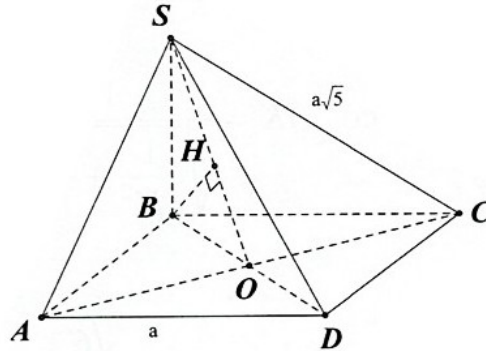
Ta có:  $2^{x^2-x} = 1 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 2^0 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$ .

Vậy phương trình có 2 nghiệm.

**Câu 5.** [Mức độ 3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh 2, hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SBC)$  cùng vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SC = 2\sqrt{5}$ . Tính khoảng cách từ  $D$  đến mặt phẳng  $(SAC)$  (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

**Đáp số: 1,33.**



Kẻ  $BH \perp SO$  tại  $H$ .

Ta có:  $\begin{cases} AC \perp SB \\ AC \perp BD \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD) \Rightarrow AC \perp BH$

Ta lại có:  $BH \perp SO \Rightarrow BH \perp (SAC) \Rightarrow d(B, (SAC)) = BH$

Ta có:

$$SB = \sqrt{SC^2 - BC^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - 2^2} = 4 \Rightarrow \frac{1}{BH^2} = \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{BO^2} = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{(\sqrt{2})^2} = \frac{9}{16} \Rightarrow BH = \frac{4}{3}$$

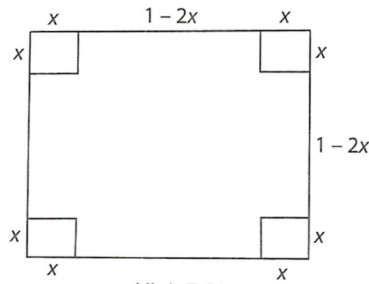
Khi đó:  $d(B, (SAC)) = \frac{4}{3}$

Ta có:  $DB$  cắt  $(SAC)$  tại  $O \Rightarrow \frac{d(D, (SAC))}{d(B, (SAC))} = \frac{DO}{BO} = 1 \Rightarrow d(D, (SAC)) = d(B, (SAC)) = \frac{4}{3} \approx 1,33$

**Câu 6.** [Mức độ 3] Người ta cắt bỏ bốn hình vuông cùng kích thước ở bốn góc của một tấm tôn hình vuông có cạnh  $1\text{m}$  để gò lại thành một chiếc thùng có dạng hình hộp chữ nhật không nắp. Hỏi cạnh của các hình vuông cần bỏ đi có độ dài bằng bao nhiêu mét để thùng hình hộp nhận được có thể tích lớn nhất (làm tròn đến hàng phần trăm)?

**Lời giải**

**Đáp số: 0,17.**



Gọi  $x^{(m)}$  là chiều dài cạnh hình vuông nhỏ tại mỗi góc của tấm tôn được cắt bỏ đi (với  $0 < x < \frac{1}{2}$ ).

Thể tích hình hộp chữ nhật nhận được là

$$V = (1-2x)^2 \cdot x = \frac{1}{4} \cdot (1-2x) \cdot (1-2x) \cdot 4x \leq \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{1-2x+1-2x+4x}{3} \right)^3 = \frac{2}{27}.$$

Dấu "=" xảy ra khi  $1-2x = 4x \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$ .

Vậy để thể tích chiếc thùng là lớn nhất thì các cạnh của hình vuông được cắt bỏ đi là  $\frac{1}{6} m$ .

#### PHẦN IV: TỰ LUẬN

**Câu 1.** [Mức độ 2] Giải bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x + 7) > 0$ .

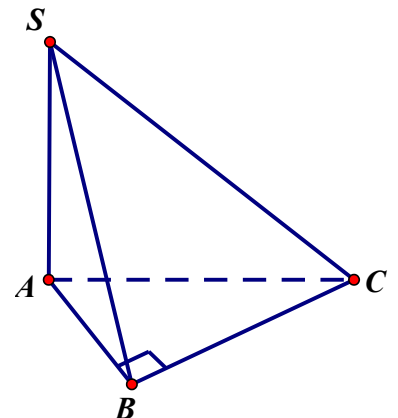
**Lời giải**

Ta có  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x + 7) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 7 > 0 \\ x^2 - 5x + 7 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2 - 5x + 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (2; 3).$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $(2; 3)$ .

**Câu 2.** [Mức độ 2] Cho khối chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$  với  $SB = 2a$ ,  $BC = a$  và thể tích khối chóp  $S.ABC$  là  $a^3$ . Tính khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .

**Lời giải**



$$V_{S.ABC} = V_{A.SBC} = \frac{1}{3} \cdot S_{SBC} \cdot d(A, (SBC)) \Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{3 \cdot V_{S.ABC}}{S_{SBC}};$$

Ta có:

Ta có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC) \Rightarrow SA \perp BC$  (1)

Mặt khác  $AB \perp BC$  (2)

Từ (1), (2)  $\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$  hay tam giác  $SBC$  vuông tại  $B$ .

$$S_{SBC} = \frac{1}{2} SB \cdot BC = \frac{1}{2} 2a \cdot a = a^2 \quad (\text{tam giác } SBC \text{ vuông tại } B).$$

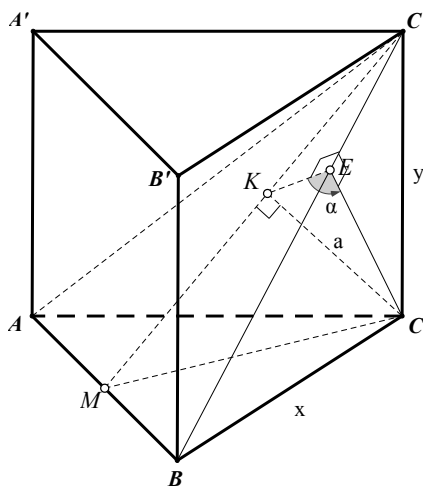
$$\text{Do đó: } d(A, (SBC)) = \frac{3a^3}{a^2} = 3a.$$

**Câu 3. [Mức độ 3]** Cho hình lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$ . Biết khoảng cách từ điểm  $C$  đến mặt phẳng

$(ABC')$  bằng  $a$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC')$  và  $(BCC')$  bằng  $\alpha$  với  $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ .

Tính thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

**Lời giải**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ , do  $\begin{cases} AB \perp CC' \\ AB \perp CM \end{cases} \Rightarrow AB \perp (MCC') \Rightarrow (ABC') \perp (MCC')$ .

Kẻ  $CK$  vuông góc với  $CM$ ,  $K \in CM$  suy ra  $CK \perp (ABC')$ ,

do đó  $CK = d(C, (ABC')) = a$ .

Đặt  $BC = x, CC' = y, (x > 0, y > 0)$ , ta được:  $CM = \frac{x\sqrt{3}}{2}$

$$\frac{1}{CM^2} + \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CK^2} \Leftrightarrow \frac{4}{3x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{a^2} \quad (1)$$

$$EC = \frac{KC}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sqrt{1 - \frac{1}{12}}} = a\sqrt{\frac{12}{11}}$$

Kẻ  $CE \perp BC$ ,  $E \in BC$  ta được  $\angle KEC = \alpha$ ,

Lại có  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{CE^2} = \frac{11}{12a^2}$  (2)

Giải (1), (2) ta được  $x = 2a, y = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là:

$$V = y \cdot \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{4a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$$

**ĐỀ 7**

**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK2 NĂM HỌC 2024-2025**

**MÔN: TOÁN LỚP 11**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** [Mức độ 1] Rút gọn biểu thức  $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$  với  $x > 0$ .

- A.  $\sqrt{x}$  . B.  $x^{\frac{1}{8}}$  . C.  $x^{\frac{2}{9}}$  . D.  $x^2$  .

**Câu 2.** [Mức độ 1] Tính giá trị của biểu thức  $P = \log_{\sqrt{a}} a$  với  $0 < a \neq 1$ .

- A.  $\frac{1}{2}$  . B.  $2$  . C.  $1$  . D.  $-\frac{1}{2}$  .

**Câu 3.** [Mức độ 1] Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A.  $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$  . B.  $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$  . C.  $y = (\sqrt{3})^x$  . D.  $y = (0,5)^x$  .

**Câu 4.** [Mức độ 1] Tập hợp nghiệm thực của bất phương trình  $\log_{0,5}(3-x) > -1$  là

- A.  $S = (3; +\infty)$  . B.  $S = (1; 3)$  . C.  $S = (1; +\infty)$  . D.  $S = (-\infty; 1)$  .

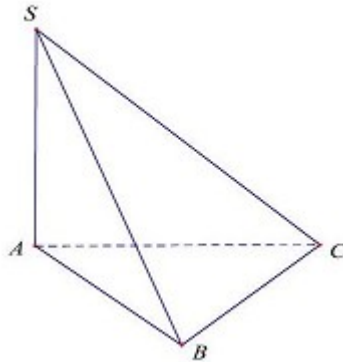
**Câu 5.** [Mức độ 1] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $BA'$  và  $CD$  bằng:

- A.  $60^\circ$  . B.  $45^\circ$  . C.  $30^\circ$  . D.  $90^\circ$  .

**Câu 6.** [Mức độ 1] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông và  $SA \perp (ABCD)$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

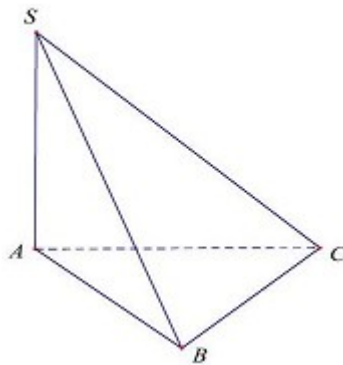
- A.  $BC \perp (SAB)$       B.  $CD \perp (SAD)$       C.  $BD \perp (SAC)$       D.  $AC \perp (SBD)$

**Câu 7.** [Mức độ 1] Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là góc nào sau đây?



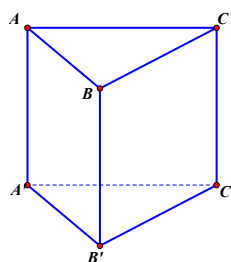
- A.  $\angle SBA$       B.  $\angle SCB$       C.  $\angle SAB$       D.  $\angle ASB$

**Câu 8.** [Mức độ 1] Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ . Mặt phẳng  $(SAB)$  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?



- A.  $(SBC)$       B.  $(SAB)$       C.  $(SAC)$       D.  $(ABC)$

**Câu 9.** [Mức độ 1] Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(BCC'B')$  được xác định bằng đoạn nào sau đây?



- A.  $AC$  B.  $AB'$  C.  $AB$  D.  $AC'$

**Câu 10. [Mức độ 1]** Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng  $2a^2$  và có chiều cao bằng  $3a$  thì có thể tích bằng

- A.  $\frac{a^3}{3}$  B.  $6a^3$  C.  $2a^3$  D.  $a^3$

**Câu 11. [Mức độ 3]** Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất là 6%/năm. Để có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì người đó phải gửi ít nhất bao nhiêu năm? Biết rằng lãi suất không thay đổi qua các năm và người đó không rút tiền ra trong suốt quá trình gửi.

- A. 5 năm. B. 4 năm. C. 6 năm. D. 3 năm.

**Câu 12. [Mức độ 3]** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh bằng  $3a$ , các cạnh bên  $SA, SB, SC$  bằng nhau và bằng  $2a\sqrt{3}$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $S$  lên mặt phẳng  $ABC$ . Khi đó độ dài đoạn  $SH$  bằng

- A.  $a\sqrt{3}$  B.  $\frac{3a}{2}$  C.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$  D.  $3a$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1. [NB-TH-TH-VD]** Cho hàm số  $y = \log(x^2 - 2x - m + 2)$ .

- a) Với  $m=0$  thì hàm số có tập xác định là  $D=\square$ .  
 b) Với  $m=0$ , đồ thị hàm số không cắt trục hoành.  
 c) Đồ thị hàm số đi qua điểm  $M(2;7)$  khi  $m=-5$ .  
 d) Có 2022 giá trị nguyên của  $m$  thuộc đoạn  $[-2021;2021]$  để hàm số có tập xác định là  $\square$ .

**Câu 2. [NB-TH-TH-VD]** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy là hình vuông  $ABCD$  cạnh bằng  $a$ , tâm  $O$

. Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ . Điểm  $M$  là trung điểm cạnh  $SO$ . Khi đó:

- a)  $BD \perp (SAC)$   
 b)  $BD \perp SC$   
 c)  $CD \perp (SBC)$   
 d)  $AM \perp SB$

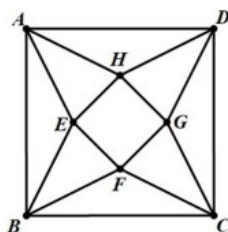
**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

**Câu 1. [Mức độ 3]** Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn một quý với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu quý thì người đó có được cả gốc và lãi tối thiểu 20 triệu đồng?

**Câu 2.** [Mức độ 2] Bất phương trình  $\log_3 (2x-1) \leq \log_3 5$  có bao nhiêu nghiệm nguyên?

**Câu 3.** [Mức độ 3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ . Tam giác  $ABC$  là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của đỉnh  $S$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  trùng với trọng tâm tam giác  $ABC$ . Góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $30^\circ$ . Khoảng cách từ điểm  $B$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng  $\frac{a\sqrt{m}}{n}$  với  $m, n$  là các số nguyên dương,  $m < 30$ . Tính  $m+n$ .

**Câu 4.** [Mức độ 4] Thầy Nam làm một hình chóp tứ giác đều bằng cách lấy một mảnh tôn hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng  $5\text{ cm}$  (tham khảo hình vẽ).



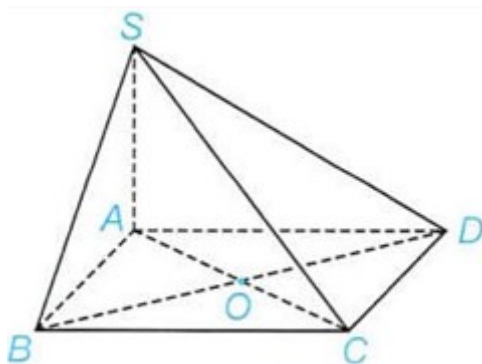
Cắt mảnh tôn theo các tam giác cân  $AEB, BFC, CGD, DHA$  và sau đó gò các tam giác  $AEH, BEF, CFG, DGH$  sao cho bốn đỉnh  $A, B, C, D$  trùng nhau tạo thành khối chóp tứ giác

đều. Biết rằng thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác đều tạo thành bằng  $\frac{a\sqrt{b}}{c}$  với  $a, b, c$  là các số nguyên dương,  $a^2 > b$  và phân số  $\frac{a}{c}$  tối giản. Tính giá trị của biểu thức  $a-b+c$ .

#### PHẦN IV: TỰ LUẬN

**Câu 1.** [Mức độ 2] Giải phương trình sau:  $\log_2 x + \log_2 (x-1) = 1$

**Câu 2.** [Mức độ 2] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{2}$ .



Tính khoảng cách từ  $A$  đến  $SC$ .

**Câu 3.** [Mức độ 3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là vuông cạnh  $a$ , hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  trùng với trung điểm của cạnh  $AD$ ; gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ ; cạnh bên  $SB$  hợp với đáy góc  $30^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích của khối chóp  $S.ABM$ .

#### BẢNG ĐÁP ÁN

##### Phần 1: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| A | B | C | B | B | D | A | C | C | B  | A  | D  |

**Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai**

| Câu | 1 | 2 |
|-----|---|---|
| a)  | Đ | Đ |
| b)  | S | Đ |
| c)  | S | S |
| d)  | Đ | Đ |

**Phần 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn**

| Câu    | 1  | 2 | 3  | 4  |
|--------|----|---|----|----|
| Đáp án | 18 | 3 | 28 | -3 |

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1. [Mức độ 1]** Rút gọn biểu thức  $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$  với  $x > 0$ .

**A.**  $\sqrt{x}$

**B.**  $x^{\frac{1}{8}}$

**C.**  $x^{\frac{2}{9}}$

**D.**  $x^2$

**Lời giải**

Ta có:  $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ .

**Câu 2. [Mức độ 1]** Tính giá trị của biểu thức  $P = \log_{\sqrt{a}} a$  với  $0 < a \neq 1$ .

**A.**  $\frac{1}{2}$

**B.** 2

**C.** 1

**D.**  $-\frac{1}{2}$

**Lời giải**

$P = \log_{\sqrt{a}} a = \log_{a^{\frac{1}{2}}} a = 2 \log_a a = 2$

Ta có:

**Câu 3. [Mức độ 1]** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

**A.**  $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$

**B.**  $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

**C.**  $y = (\sqrt{3})^x$

**D.**  $y = (0,5)^x$

**Lời giải**

Hàm số mũ  $y = (\sqrt{3})^x$  có cơ số  $a = \sqrt{3} > 1$  nên hàm số đồng biến trên tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

**Câu 4.** [Mức độ 1] Tập hợp nghiệm thực của bất phương trình  $\log_{0,5}(3-x) > -1$  là

A.  $S = (3; +\infty)$

**B.**  $S = (1; 3)$

C.  $S = (1; +\infty)$

D.  $S = (-\infty; 1)$

Lời giải

Ta có:  $\log_{0,5}(3-x) > -1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x > 0 \\ 3-x < (0,5)^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ 3-x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 3$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là  $S = (1; 3)$

**Câu 5.** [Mức độ 1] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $BA'$  và  $CD$  bằng:

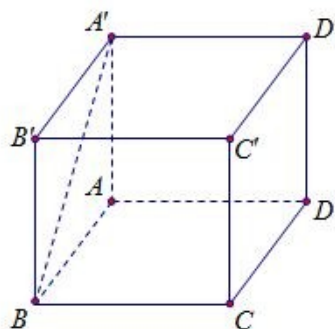
A.  $60^\circ$

**B.**  $45^\circ$

C.  $30^\circ$

D.  $90^\circ$

Lời giải



$CD \parallel AB \Rightarrow (BA', CD) = (BA', BA) = \angle ABA' = 45^\circ$

Có

Vậy góc giữa hai đường thẳng  $BA'$  và  $CD$  bằng  $45^\circ$ .

**Câu 6.** [Mức độ 1] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông và  $SA \perp (ABCD)$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

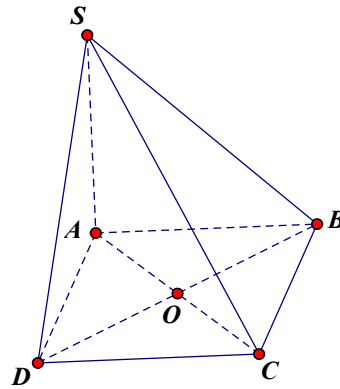
A.  $BC \perp (SAB)$

B.  $CD \perp (SAD)$

C.  $BD \perp (SAC)$

**D.**  $AC \perp (SBD)$

Lời giải



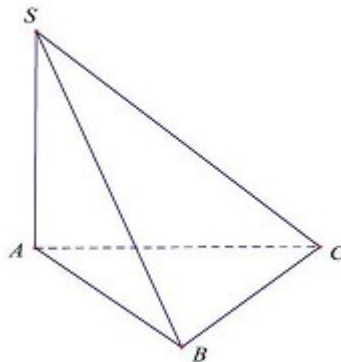
$$BC \perp AB, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB)$$

$$CD \perp AD, CD \perp SA \Rightarrow CD \perp (SAD)$$

$$BD \perp AC, BD \perp SA \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

Vậy các đáp án A,B,C đều là mệnh đề đúng.

**Câu 7.** [Mức độ 1] Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là góc nào sau đây?



**A.**  $\angle SBA$

**B.**  $\angle SCB$

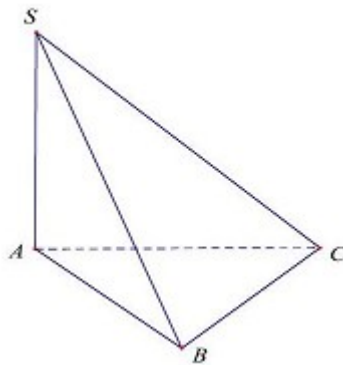
**C.**  $\angle SAB$

**D.**  $\angle ASB$

### Lời giải

$AB$  là hình chiếu vuông góc của  $SB$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  nên Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là  $\angle SBA$ .

**Câu 8.** [Mức độ 1] Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ . Mặt phẳng  $(SAB)$  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

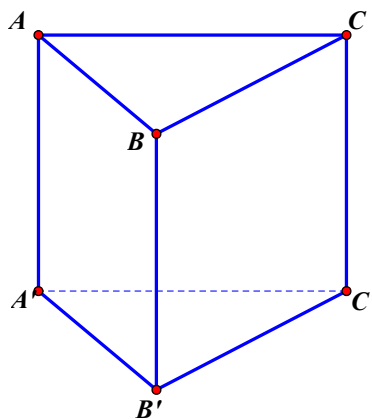


- A.  $(SBC)$       B.  $(SAB)$       C.  $(SAC)$       **D.  $(ABC)$**

**Lời giải**

Vì  $SA \cap (ABC) \supset (SAB) \cap (ABC)$

**Câu 9.** [Mức độ 1] Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(BCC'B')$  được xác định bằng đoạn nào sau đây?



- A.  $AC$       B.  $AB'$       **C.  $AB$**       D.  $AC'$

**Lời giải**

Ta có:  $\begin{cases} AB \perp BC \\ AB \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (BB'C'C) \Rightarrow d(A, (BB'C'C)) = AB$

**Câu 10.** [Mức độ 1] Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng  $2a^2$  và có chiều cao bằng  $3a$  thì có thể tích bằng

- A.  $\frac{a^3}{3}$       **B.  $6a^3$**       C.  $2a^3$       D.  $a^3$

**Lời giải**

Thể tích khối lăng trụ là  $V = 2a^2 \cdot 3a = 6a^3$ .

**Câu 11. [Mức độ 3]** Một người gửi ngân hàng  $100$  triệu đồng theo hình thức lãi kép có kì hạn là  $12$  tháng với lãi suất là  $6\%$  / năm. Để có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn  $130$  triệu đồng thì người đó phải gửi ít nhất bao nhiêu năm? Biết rằng lãi suất không thay đổi qua các năm và người đó không rút tiền ra trong suốt quá trình gửi.

**A.** 5 năm.

**B.** 4 năm.

**C.** 6 năm.

**D.** 3 năm.

### Lời giải

Gọi  $x$  là số năm người đó gửi tiền trong ngân hàng.

Số tiền cả gốc và lãi người đó có được sau  $x$  năm được tính bởi công thức :

$$S = 100.1,06^x$$

Để có được tiền gốc và lãi nhiều hơn  $130$  triệu đồng thì

$$100.1,06^x > 130 \Rightarrow x > 4,5$$

Do kì hạn gửi  $12$  tháng nên  $x = 5$ .

**Câu 12. [Mức độ 3]** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh bằng  $3a$ , các cạnh bên  $SA, SB, SC$  bằng nhau và bằng  $2a\sqrt{3}$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $S$  lên mặt phẳng  $ABC$ . Khi đó độ dài đoạn  $SH$  bằng

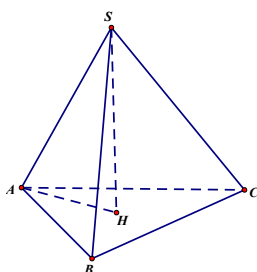
**A.**  $a\sqrt{3}$ .

**B.**  $\frac{3a}{2}$ .

**C.**  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**D.**  $3a$ .

### Lời giải



Ta có  $H$  là hình chiếu của  $S$  lên  $(ABC)$  nên  $\triangle SHA, \triangle SHB, \triangle SHC$  là các tam giác vuông và  $HA = HC = HB$  nên  $H$  là trọng tâm tam giác đều  $ABC$ .

Do đó ta có 
$$AH = \frac{2}{3} AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$

Vì  $\triangle SAH$  vuông tại  $H$  nên ta có  $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = 3a$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1. [NB-TH-TH-VD]** Cho hàm số  $y = \log(x^2 - 2x - m + 2)$ .

a) Với  $m=0$  thì hàm số có tập xác định là  $D=\square$ .

b) Với  $m=0$ , đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm  $M(2;7)$  khi  $m = -5$ .

d) Có 2022 giá trị nguyên của  $m$  thuộc đoạn  $[-2021; 2021]$  để hàm số có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

### Lời giải

a) Đúng.

Với  $m=0$  thì hàm số  $y = \log(x^2 - 2x + 2)$  xác định  $\Leftrightarrow x^2 - 2x + 2 > 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Vậy hàm số có tập xác định là  $D = \mathbb{R}$ .

b) Sai.

Đồ thị hàm số  $y = \log(x^2 - 2x + 2)$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ thỏa mãn phương trình  $\log(x^2 - 2x + 2) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 1 điểm.

c) Sai.

Với  $m = -5$  thì hàm số  $y = \log(x^2 - 2x + 7)$ .

Khi đó  $x=2$  thì  $y = \log 7$ .

Vậy đồ thị hàm số qua điểm  $(2; \log 7)$  mà không đi qua điểm  $M$ .

d) Đúng.

Điều kiện:  $x^2 - 2x - m + 2 > 0$ .

Hàm số có tập xác định  $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow D' = 1 + m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 1$ .

Do  $m$  nguyên thuộc đoạn  $[-2021; 2021]$  nên có 2022 giá trị  $m$  thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 2. [NB-TH-TH-VD]** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy là hình vuông  $ABCD$  cạnh bằng  $a$ , tâm  $O$

. Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ . Điểm  $M$  là trung điểm cạnh  $SO$ . Khi đó:

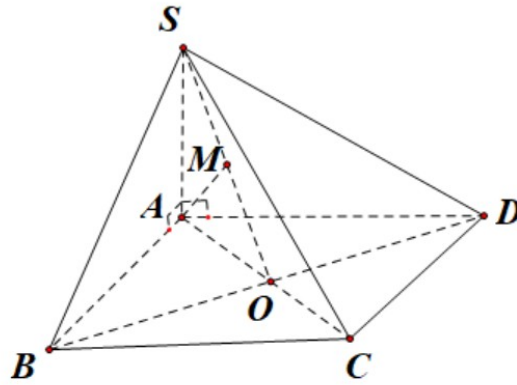
a)  $BD \perp (SAC)$

b)  $BD \perp SC$

c)  $CD \perp (SBC)$

d)  $AM \perp SB$

### Lời giải



a) **Đúng.**

$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \Rightarrow BD \perp (SAC) \\ SA \subset (SAC), AC \subset (SAC) \end{cases}$$

Ta có

b) **Đúng.**

$$\begin{cases} BD \perp (SAC) \\ SC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow BD \perp SC$$

Do

c) **Sai.**

$$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \\ SA \subset (SAD), AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$$

Ta có

$$SD \subset (SAD) \Rightarrow CD \perp SD \quad (1)$$

Do

$$CD \perp (SBC), CD \perp SC \subset (SBC) \Rightarrow CD \perp SC \quad (2)$$

Nếu

$$(1) \quad (2) \Rightarrow \triangle SCD \text{ có hai góc vuông ( vô lí ) .}$$

Từ

d) **Đúng.**

Đáy  $ABCD$ , cạnh bằng  $a$ . Ta có  $AO = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AO = SA \Rightarrow \triangle SAO$  vuông cân tại  $A$ .

$$AM \perp SC \quad (3)$$

Suy ra

$$\begin{cases} BD \perp (SAC) \\ AM \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow BD \perp AM \quad (4)$$

Do

$$AM \perp (SBD) \Rightarrow AM \perp SB$$

Từ (3) và (4) suy ra

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

**Câu 1.** [Mức độ 3] Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn một quý với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu quý thì người đó có được cả gốc và lãi tối thiểu 20 triệu đồng?

**Lời giải**

**Đáp số: 18**

Áp dụng công thức lãi kép  $A_n = A_0(1+r)^n$  với  $A_0 = 15; r = 1,65\%$ .

$$A_n \geq 20 \Leftrightarrow 15(1+1,65\%)^n \geq 20 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,0165} \left( \frac{4}{3} \right) \approx 17,58$$

Theo yêu cầu bài toán, ta có:

Vậy sau ít nhất 18 quý thì người đó có được cả gốc và lãi tối thiểu 20 triệu đồng.

**Câu 2.** [Mức độ 2] Bất phương trình  $\log_3(2x-1) \leq \log_3 5$  có bao nhiêu nghiệm nguyên?

**Lời giải**

**Đáp số: 3**

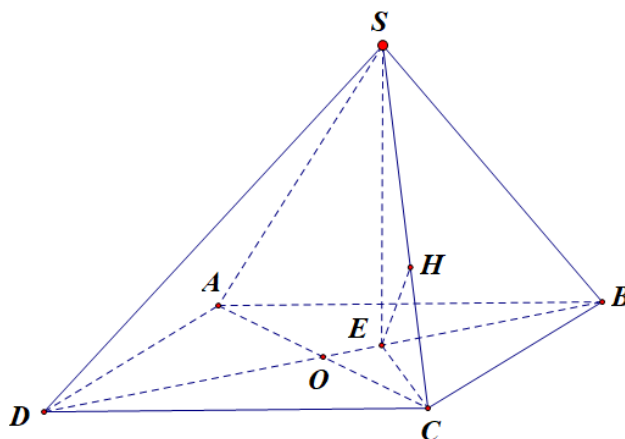
Ta có:  $\log_3(2x-1) \leq \log_3 5 \Leftrightarrow 0 < 2x-1 \leq 5 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x \leq 3$ .

Vậy bất phương trình trên có 3 nghiệm nguyên.

**Câu 3.** [Mức độ 3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ . Tam giác  $ABC$  là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của đỉnh  $S$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  trùng với trọng tâm tam giác  $ABC$ . Góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $30^\circ$ . Khoảng cách từ điểm  $B$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng  $\frac{a\sqrt{m}}{n}$  với  $m; n$  là các số nguyên dương,  $m < 30$ . Tính  $m+n$ .

**Lời giải**

**Đáp số: 28**



Gọi  $O$  là tâm hình thoi  $ABCD$  và  $E$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ .

$$\begin{cases} SD \cap (ABCD) = D \\ SE \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (\overline{SD}, (ABCD)) = (\overline{SD}, ED) = \angle SDE = 30^\circ$$

$$\left\{ \begin{array}{l} BD = 2BO = a\sqrt{3} \Rightarrow DE = \frac{2}{3}BD = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \\ CE = \frac{2}{3}BO = \frac{a\sqrt{3}}{3} \end{array} \right.$$

Do tam giác  $ABC$  đều nên

Khi đó  $\tan \angle SDO = \frac{SE}{DE} \Rightarrow SE = \frac{2a}{3}$

Vì tam giác  $ABC$  đều nên  $CE \perp AB \Rightarrow CE \perp CD$  mà  $CD \perp SE$  nên  $CD \perp (SEC)$

Kẻ  $EH \perp SC (H \in SC)$  khi đó  $EH \perp (SCD)$  tại  $H$  nên  $d(E, (SCD)) = EH$

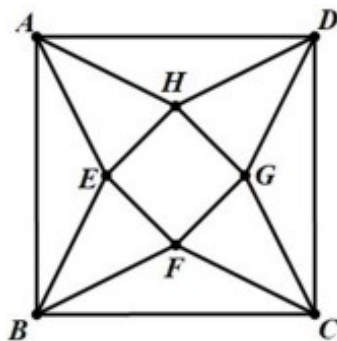
$$\frac{1}{EH^2} = \frac{1}{SE^2} + \frac{1}{EC^2} = \frac{1}{\left(\frac{2a}{3}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} \Rightarrow EH = \frac{2a\sqrt{21}}{21}$$

Do  $BE \cap (SCD) = D$  nên  $\frac{d(B, (SCD))}{d(E, (SCD))} = \frac{BD}{ED} = \frac{3}{2}$

$$\Rightarrow d(B, (SCD)) = \frac{3}{2}d(E, (SCD)) = \frac{a\sqrt{21}}{7} \Rightarrow \begin{cases} m = 21 \\ n = 7 \end{cases}$$

Vậy  $m + n = 28$ .

**Câu 4.** [Mức độ 4] Thầy Nam làm một hình chóp tứ giác đều bằng cách lấy một mảnh tôn hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng  $5\text{ cm}$  (tham khảo hình vẽ).

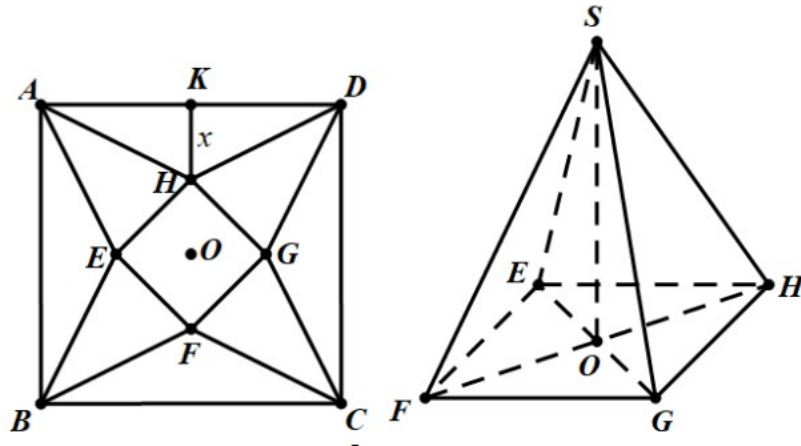


Cắt mảnh tôn theo các tam giác cân  $AEB, BFC, CGD, DHA$  và sau đó gò các tam giác  $AEH, BEF, CFG, DGH$  sao cho bốn đỉnh  $A, B, C, D$  trùng nhau tạo thành khối chóp tứ giác

đều. Biết rằng thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác đều tạo thành bằng  $\frac{a\sqrt{b}}{c}$  với  $a, b, c$  là các số nguyên dương,  $a^2 > b$  và phân số  $\frac{a}{c}$  tối giản. Tính giá trị của biểu thức  $a - b + c$ .

**Lời giải**

**Đáp số: -3**



Gọi  $K$  là trung điểm  $AD$ , đặt  $HK = x$ ,  $0 < x < \frac{5}{2}$ .

Ta có  $EF = FG = GH = HE = \left(\frac{5}{2} - x\right)\sqrt{2}$ ;  $HD = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + x^2}$ .

Suy ra  $SO = \sqrt{SH^2 - OH^2} = \sqrt{HD^2 - OH^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + x^2 - \left(\frac{5}{2} - x\right)^2} = \sqrt{5x}$ .

Ta có  $V = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \left(\frac{5}{2} - x\right)^2 \cdot \sqrt{5x} = \frac{2}{3} \sqrt{\left(\frac{5}{2} - x\right)^4} \cdot 4x \cdot \frac{5}{4} \leq \frac{4\sqrt{10}}{3}$ .

Thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác đều tạo thành bằng  $\frac{4\sqrt{10}}{3}$  khi  $x = \frac{1}{2}$ .

Suy ra  $a = 4; b = 10; c = 3 \Rightarrow a - b + c = -3$ .

## PHẦN IV: TỰ LUẬN

**Câu 1.** [Mức độ 2] Giải phương trình sau:  $\log_2 x + \log_2 (x-1) = 1$

**Lời giải**

$$\begin{cases} x > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 1$$

Điều kiện xác định:

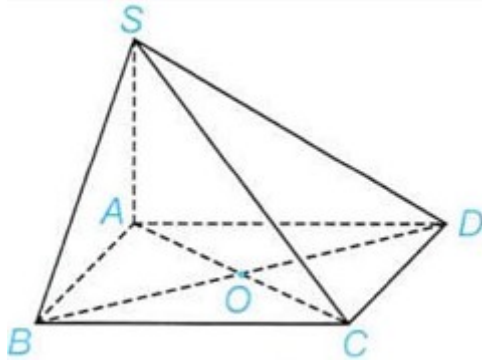
Ta có:

$$\log_2 x + \log_2 (x-1) = 2 \Leftrightarrow \log_2 [x(x-1)] = 2 \Leftrightarrow x^2 - x = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

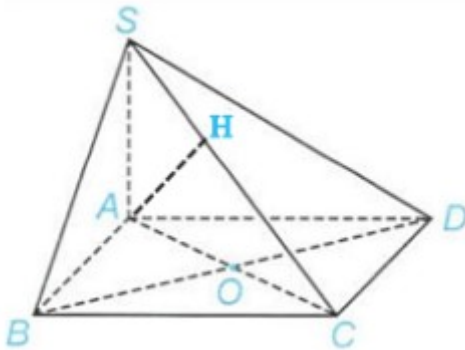
Dựa vào điều kiện ta thấy phương trình có nghiệm duy nhất là  $x = 2$ .

**Câu 2.** [Mức độ 2] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{2}$ .



Tính khoảng cách từ  $A$  đến  $SC$ .

**Lời giải**



Trong tam giác  $SAC$ , vẽ  $AH \perp SC$ , từ đó suy ra  $d(A, SC) = AH$ .

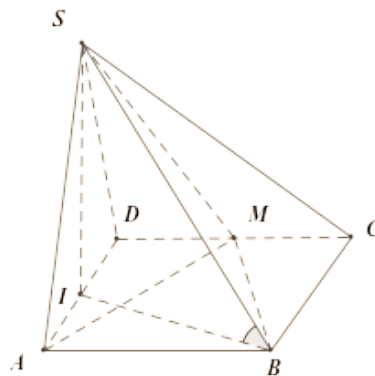
$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}.$$

Xét tam giác  $SAC$ , vuông tại  $A$ ,  $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AH = \frac{SA \cdot AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{2a^2 + 2a^2}} = a$ .

Vậy  $d(A, SC) = AH = a$ .

**Câu 3.** [Mức độ 3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là vuông cạnh  $a$ , hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  trùng với trung điểm của cạnh  $AD$ ; gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ ; cạnh bên  $SB$  hợp với đáy góc  $30^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích của khối chóp  $S.ABM$ .

**Lời giải**



Ta có  $S_{\triangle IBM} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2} a^2$ .

Gọi  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABCD) \Rightarrow SI \perp (ABM)$ .

Ta có  $IB = \sqrt{IA^2 + AB^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

Ta có  $IB$  là hình chiếu vuông góc của  $SB$  lên  $(ABCD) \Rightarrow \left\{ \overline{SB}, (ABCD) \right\} = \left\{ \overline{SB}, IB \right\} = 30^\circ$

Xét tam giác  $\triangle SIB$  vuông tại  $I$ , có  $SI = IB \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{6}$

$\Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{\triangle IBM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{6} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{15}}{36}$  .(đvtt)

**ĐỀ 8**

**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK2 NĂM HỌC 2024-2025**

**MÔN: TOÁN LỚP 11**

## PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho bảng mẫu số liệu ghép nhóm là chiều cao của học sinh lớp 5 tuổi

| Nhóm chiều cao | Tần số   |
|----------------|----------|
| [85; 90)       | 1        |
| [90; 95)       | 4        |
| [95; 100)      | 10       |
| [100; 105)     | 11       |
| [105; 110)     | 4        |
|                | $n = 30$ |

Số liệu và nhóm của bảng trên là

**A.** 28 và 5.

**B.** 110 và 30.

**C.** 110 và 5.

**D.** 30 và 5.

**Câu 2.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\sqrt{a^3}$  bằng

- A.  $a^{\frac{1}{6}}$  B.  $a^{\frac{2}{3}}$  C.  $a^{\frac{3}{2}}$  D.  $a^6$ .

Câu 3. Giá trị  $A = \log_{\frac{1}{a}} \sqrt[5]{a^{11}}$  với  $0 < a \neq 1$  bằng:

- A.  $-\frac{11}{5}$  B.  $-3$  C.  $\frac{-5}{11}$  D.  $\frac{11}{5}$ .

Câu 4. Trong không gian cho điểm  $A$  và đường thẳng  $d$ . Có bao nhiêu đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $d$

- A. 0 B. Vô số C. 1 D. 2.

Câu 5. Điểm trung bình các môn học kì I của bạn An được cho bởi bảng sau:

| Môn  | Toán | Vật Lý | Hóa học | Ngữ văn | Lịch sử | Địa lý | Tin học | Tiếng Anh |
|------|------|--------|---------|---------|---------|--------|---------|-----------|
| Điểm | 9,4  | 8,8    | 9,2     | 6,8     | 8,0     | 7,8    | 8,4     | 8,6       |

Tính điểm trung bình môn học kì I của bạn An.

- A. 8,0 B. 8,375 C. 8,2 D. 8,5

Câu 6. Tập xác định của hàm số  $y = \log_3(x-4)$  là

- A.  $(5; +\infty)$  B.  $(4; +\infty)$  C.  $(-\infty; +\infty)$  D.  $(-\infty; 4)$

Câu 7. Đạo hàm của hàm số  $y = 4^{2x^2+5}$  là

- A.  $y' = (2x^2 + 5) \cdot 4^{2x^2+5}$  B.  $y' = \ln 4 \cdot 4^{2x^2+5}$   
C.  $y' = 4x \cdot \ln 4 \cdot 4^{2x^2+5}$  D.  $y' = 2x \cdot \ln 2 \cdot 2^{2x^2+5}$

Câu 8. Độ  $pH$  của dung dịch  $X$  là  $pH_X = -\log[H^+]_X$ .

Dung dịch  $A$  có nồng độ  $H^+$  là  $0,00001 \text{ mol/L}$  và dung dịch  $B$  có nồng độ  $H^+$  là  $0,00000001 \text{ mol/L}$ . Tìm tổng độ  $pH$  của 2 dung dịch trên.

- A. 3 B. 5 C. 13 D. 8

Câu 9. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật và  $AB < AD$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $H, K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SD, SC$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $AK$  vuông góc với  $(SCD)$  B.  $BC$  vuông góc với  $(SAC)$   
C.  $AH$  vuông góc với  $(SCD)$  D.  $BD$  vuông góc với  $(SAC)$

Câu 10. Nghiệm của phương trình  $3^{x-1} = 27$  là

- A.  $x = 10$  B.  $x = 9$  C.  $x = 4$  D.  $x = 3$

Câu 11. Một chất điểm chuyển động có phương trình  $S = t^3 - 3t^2 - 9t + 6$ , trong đó  $t$  được tính bằng giây và  $S$  được tính bằng mét. Gia tốc tại thời điểm vận tốc bị triệt tiêu là

- A.  $12 \text{ m/s}^2$  B.  $9 \text{ m/s}^2$  C.  $-9 \text{ m/s}^2$  D.  $-12 \text{ m/s}^2$

Câu 12. Mức cường độ âm  $L$  (đơn vị:  $\text{dB}$ ) được tính bởi công thức

$L = 10 \log \left( \frac{I}{10^{-12}} \right)$ , trong đó  $I$  (đơn vị:  $W/m^2$ ) là cường độ âm. Mức cường độ âm mà tai người có thể nghe được là  $L \in [a; b]$ , biết rằng tai người có thể nghe được âm với cường độ âm từ  $10^{-12} W/m^2$  đến  $10^1 W/m^2$ . Tính  $a+b$ .

A. 129

B. 131

C. 130

D. 132

**PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.** Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = 2^x$ . Khi đó.

a) Tập xác định của hàm số đã cho là  $\mathbb{R}$ .

b) Hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

c) Phương trình  $f(x) = 4$  có nghiệm  $x = 2$ .

d) Có đúng 3 số nguyên  $x$  thỏa mãn  $\log_2(f(x)) - x^2 + 2 > 0$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng 2. Cạnh  $SA = 2$  vuông góc với mp  $(ABCD)$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên các đường thẳng  $SB, SC, SD$ .

a) Đường thẳng  $SA$  vuông góc với đường thẳng  $BC$ .

b) Tam giác  $SCD$  là tam giác vuông.

c) Hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$  vuông góc với nhau.

d) Bốn điểm  $A, M, N, P$  lập thành một tứ giác có diện tích bằng 4.

**PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.** Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

**Câu 1.** Cho  $a = \log_3 4, b = \log_5 4$ . Biểu diễn  $\log_{12} 80$  theo  $a$  và  $b$  có dạng:  $\log_{12} 80 = \frac{a(mb+n)}{b(a+q)}$ . Tổng  $m+n+q$  bằng bao nhiêu?

$$2^{x^2-6x+1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-3}$$

**Câu 2.** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình

**Câu 3.** Trong hình 42, máy tính xách tay đang mở gợi nên hình ảnh của một góc nhị diện. Ta gọi số đo góc nhị diện đó là độ mở của màn hình máy tính. Tính độ mở của màn hình máy tính (làm tròn đến đơn vị độ) biết tam giác  $ABC$  có độ dài các cạnh là  $AB = AC = 30 \text{ cm}$  và  $BC = 50 \text{ cm}$ .



Hình 42

**Câu 4.** Một nguồn âm đẳng hướng đặt tại điểm O có công suất truyền âm không đổi. Mức cường độ âm tại điểm M cách O một khoảng R được tính bởi công thức  $L_M = \log \frac{k}{R^2} (Ben)$  với k là hằng số. Biết điểm O thuộc đoạn thẳng AB và mức cường độ âm tại A và B lần lượt là  $L_A = 3 (Ben)$  và  $L_B = 5 (Ben)$ . Tính mức cường độ âm tại trung điểm AB (làm tròn đến hàng phần trăm).

**PHẦN IV. CẤU TỰ LUẬN.** Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3

**Câu 1.**

$$3^{x^2-3x-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1}$$

a) Giải phương trình sau :

b) Giải phương trình sau:  $\log_2(2^x + 1) \cdot \log_2(2^{x+1} + 2) = 6$

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là trung điểm  $H$  của cạnh  $AB$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $AD, SC$

a) Chứng minh  $CM$  vuông góc với mặt phẳng  $(SHD)$ .

b) Tính góc giữa  $(AMN)$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  biết rằng  $SH = 2a$  (Kết quả lấy đơn vị độ, làm tròn tới hàng đơn vị).

**Câu 3.** Một chất điểm chuyển động theo phương nằm ngang có phương trình  $s(t) = t^3 - (m+2)t^2 + 12t + 2$ , trong đó  $t \geq 0$ ,  $t$  tính bằng giây và  $s(t)$  tính bằng mét,  $m$  là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m \geq 0$  để chất điểm luôn chuyển động theo chiều dương.

----HẾT----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

**Phần 1: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| D | C | A | B | B | B | C | C | C | C  | A  | C  |

**Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai**

| Câu | 1 | 2 |
|-----|---|---|
|-----|---|---|

|    |   |   |
|----|---|---|
| a) | Đ | Đ |
| b) | Đ | Đ |
| c) | Đ | S |
| d) | S | S |

**Phần 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn**

|               |          |          |          |          |
|---------------|----------|----------|----------|----------|
| <b>Câu</b>    | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> |
| <b>Đáp án</b> | 4        | 4        | 113      | 3,69     |

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT****PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

**Câu 1.** Cho bảng mẫu số liệu ghép nhóm là chiều cao của học sinh lớp 5 tuổi

| Nhóm chiều cao | Tần số   |
|----------------|----------|
| [85; 90)       | 1        |
| [90; 95)       | 4        |
| [95; 100)      | 10       |
| [100; 105)     | 11       |
| [105; 110)     | 4        |
|                | $n = 30$ |

Số liệu và nhóm của bảng trên là

**A.** 28 và 5.

**B.** 110 và 30.

**C.** 110 và 5.

**D.** 30 và 5.

**Lời giải**

Mẫu số liệu đó gồm 30 số liệu và 5 nhóm.

**Câu 2.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\sqrt{a^3}$  bằng

**A.**  $a^{\frac{1}{6}}$

**B.**  $a^{\frac{2}{3}}$

**C.**  $a^{\frac{3}{2}}$

**D.**  $a^6$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}}$ .

**Câu 3.** Giá trị  $A = \log_{\frac{1}{a}} \sqrt[5]{a^{11}}$  với  $0 < a \neq 1$  bằng:

**A.**  $-\frac{11}{5}$ .

**B.** -3.

**C.**  $\frac{-5}{11}$ .

**D.**  $\frac{11}{5}$ .

**Lời giải**

$$A = \log_{\frac{1}{a}} \sqrt[5]{a^{11}} = \log_{a^{-1}} a^{\frac{11}{5}} = -\frac{11}{5}.$$

**Câu 4.** Trong không gian cho điểm  $A$  và đường thẳng  $d$ . Có bao nhiêu đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $d$

- A. 0.      **B. Vô số.**      C. 1.      D. 2.

Lời giải

**Chọn B**

Có vô số đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $d$ .

**Câu 5.** Điểm trung bình các môn học kì I của bạn An được cho bởi bảng sau:

| Môn  | Toán | Vật Lý | Hóa học | Ngữ văn | Lịch sử | Địa lý | Tin học | Tiếng Anh |
|------|------|--------|---------|---------|---------|--------|---------|-----------|
| Điểm | 9,4  | 8,8    | 9,2     | 6,8     | 8,0     | 7,8    | 8,4     | 8,6       |

Tính điểm trung bình môn học kì I của bạn An.

- A. 8,0.      **B. 8,375.**      C. 8,2.      D. 8,5.

Lời giải

Điểm trung bình môn học kì I của bạn An là:  
 $= 8,375$ .

$$\frac{9,4 + 8,8 + 9,2 + 6,8 + 8,0 + 7,8 + 8,4 + 8,6}{8}$$

**Câu 6.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_3(x-4)$  là

- A.  $(5; +\infty)$ .      **B.  $(4; +\infty)$ .**      C.  $(-\infty; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; 4)$ .

Lời giải

**Chọn B**

Điều kiện:  $x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$ .

Tập xác định:  $D = (4; +\infty)$

**Câu 7.** Đạo hàm của hàm số  $y = 4^{2x^2+5}$  là

- A.  $y' = (2x^2 + 5) \cdot 4^{2x^2+5}$ .      B.  $y' = \ln 4 \cdot 4^{2x^2+5}$ .  
**C.  $y' = 4x \cdot \ln 4 \cdot 4^{2x^2+5}$ .**      D.  $y' = 2x \cdot \ln 2 \cdot 2^{2x^2+5}$ .

Lời giải

Đặt  $u = 2x^2 + 5$ , ta có  $y = 4^u$ . Khi đó  $y'_u = (4^u)' = 4^u \cdot \ln 4$ ;  $u'_x = 4x$

Theo công thức tính đạo hàm của hàm hợp, ta có:

$$y'_x = y'_u \cdot u'_x = 4^u \cdot \ln 4 \cdot 4x = 4^{2x^2+5} \cdot \ln 4 \cdot 4x = 4x \cdot \ln 4 \cdot 4^{2x^2+5}$$

**Câu 8.** Độ  $pH$  của dung dịch  $X$  là  $pH_X = -\log[H^+]_X$ .

Dung dịch  $A$  có nồng độ  $H^+$  là  $0,00001 \text{ mol/L}$  và dung dịch  $B$  có nồng độ  $H^+$  là  $0,00000001 \text{ mol/L}$ . Tìm tổng độ  $pH$  của 2 dung dịch trên.

A. 3.

B. 5.

**C. 13.**

D. 8.

Lời giải

Chọn C

Độ  $pH$  của dung dịch  $A$  là  $pH_A = -\log[H^+]_A = -\log 0,00001 = 5$ .

Độ  $pH$  của dung dịch  $B$  là  $pH_B = -\log[H^+]_B = -\log 0,00000001 = 8$ .

Khi đó tổng độ pH của hai dung dịch đã cho bằng 13.

**Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật và  $AB < AD$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $H, K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SD, SC$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

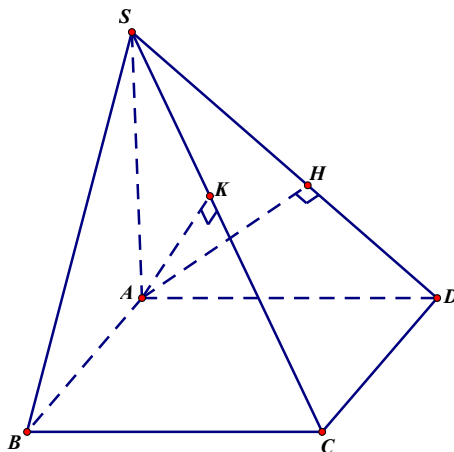
A.  $AK$  vuông góc với  $(SCD)$ .

B.  $BC$  vuông góc với  $(SAC)$ .

**C.  $AH$  vuông góc với  $(SCD)$ .**

D.  $BD$  vuông góc với  $(SAC)$ .

Lời giải



Từ  $SA$  vuông góc với đáy ta suy ra  $CD \perp SA$ .

Từ  $CD \perp AD$  và  $CD \perp SA$  suy ra  $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$ .

Từ  $CD \perp AH$  và  $AH \perp SD$  suy ra  $AH \perp (SCD)$ .

**Câu 10.** Nghiệm của phương trình  $3^{x-1} = 27$  là

A.  $x = 10$ .

B.  $x = 9$ .

**C.  $x = 4$ .**

D.  $x = 3$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $3^{x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^3 \Leftrightarrow x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 4$ .

**Câu 11.** Một chất điểm chuyển động có phương trình  $S = t^3 - 3t^2 - 9t + 6$ , trong đó  $t$  được tính bằng giây và  $S$  được tính bằng mét. Gia tốc tại thời điểm vận tốc bị triệt tiêu là

- A.**  $12m/s^2$       **B.**  $9m/s^2$       **C.**  $-9m/s^2$       **D.**  $-12m/s^2$

**Lời giải**

Vận tốc tại thời điểm  $t$  của chất điểm được tính theo công thức  $v(t) = S'(t) = 3t^2 - 6t - 9$ .

Gia tốc tức thời  $t$  là  $g(t) = v'(t) = 6t - 6$ .

$$3t^2 - 6t - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -1(l) \end{cases}$$

Vận tốc triệt tiêu nên

Suy ra gia tốc tại thời điểm đó là:  $g(3) = 6 \cdot 3 - 6 = 12(m/s^2)$ .

**Câu 12.** Mức cường độ âm  $L$  (đơn vị:  $dB$ ) được tính bởi công thức  $L = 10 \log \left( \frac{I}{10^{-12}} \right)$ , trong đó  $I$  (đơn vị:  $W/m^2$ ) là cường độ âm. Mức cường độ âm mà tai người có thể nghe được là  $L \in [a; b]$ , biết rằng tai người có thể nghe được âm với cường độ âm từ  $10^{-12} W/m^2$  đến  $10^1 W/m^2$ . Tính  $a + b$

- A.** 129      **B.** 131      **C.** 130      **D.** 132

**Lời giải****Chọn C**

Ta có:

$$\begin{aligned} 10^{-12} \leq I \leq 10^1 &\Leftrightarrow \frac{10^{-12}}{10^{-12}} \leq \frac{I}{10^{-12}} \leq \frac{10^1}{10^{-12}} \\ &\Leftrightarrow 1 \leq \frac{I}{10^{-12}} \leq 10^{13} \Leftrightarrow \log 1 \leq \log \left( \frac{I}{10^{-12}} \right) \leq \log 10^{13} \\ &\Leftrightarrow 0 \leq 10 \log \left( \frac{I}{10^{-12}} \right) \leq 130 \text{ (do } 10 > 1) \\ &\Leftrightarrow 0 \leq L \leq 130. \end{aligned}$$

Do đó mức cường độ âm mà tai người có thể nghe được là từ  $0dB$  đến  $130dB$ , hay  $L \in [0; 130]$

Vậy  $a + b = 0 + 130 = 130$

**PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.** Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = 2^x$ . Khi đó.

- a) Tập xác định của hàm số đã cho là  $\mathbb{R}$ .  
 b) Hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .  
 c) Phương trình  $f(x) = 4$  có nghiệm  $x = 2$ .

d) Có đúng 3 số nguyên  $x$  thỏa mãn  $\log_2(f(x)) - x^2 + 2 > 0$ .

**Lời giải**

a) Đúng.

Theo định nghĩa hàm số mũ.

b) đúng.

Đúng vì tính chất hàm số mũ.

c) Đúng.

$$f(x) = 4 \Leftrightarrow 2^x = 4 \Leftrightarrow x = 2$$

d) Sai.

$$\log_2(f(x)) - x^2 + 2 > 0 \Leftrightarrow \log_2(2^x) - x^2 + 2 > 0 \Leftrightarrow x - x^2 + 2 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 2$$

Do vậy có 2 giá trị nguyên của  $x$  thỏa mãn là 0 và 1.

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng 2. Cạnh  $SA = 2$  vuông góc với mp  $(ABCD)$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên các đường thẳng  $SB, SC, SD$ .

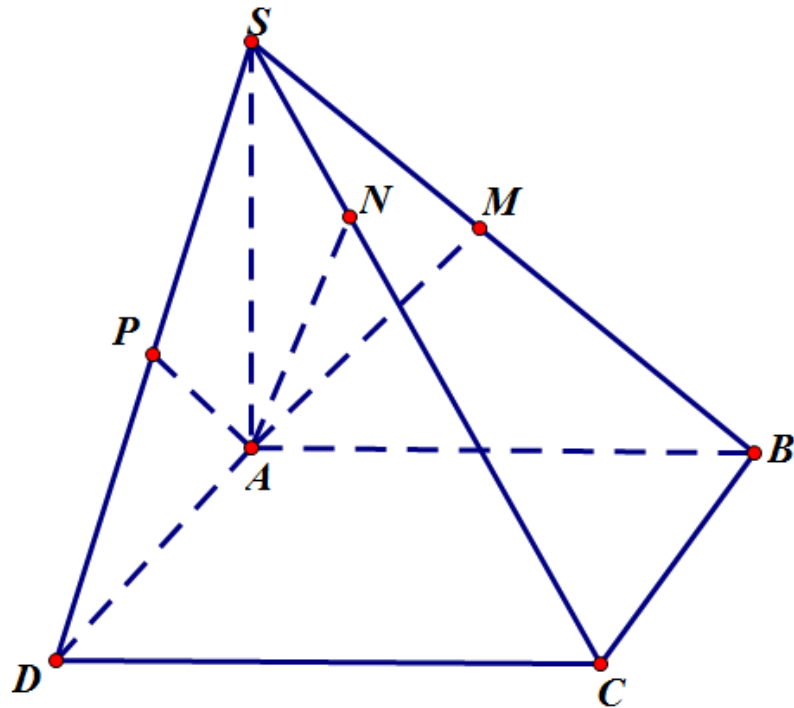
a) Đường thẳng  $SA$  vuông góc với đường thẳng  $BC$ .

b) Tam giác  $SCD$  là tam giác vuông.

c) Hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$  vuông góc với nhau.

d) Bốn điểm  $A, M, N, P$  lập thành một tứ giác có diện tích bằng 4.

**Lời giải**



a) Đúng

Vì  $SA$  vuông góc với đáy nên  $SA$  vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mp  $(ABCD)$ , do đó  $SA$  vuông góc với  $BC$ .

b) đúng.

Vì  $SA$  vuông góc với đáy nên  $SA$  vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mp  $(ABCD)$ , do đó  $SA$  vuông góc với  $CD$ . Mặt khác, do  $ABCD$  là hình vuông nên  $CD$  vuông góc với  $AB$ .

Suy ra  $CD$  vuông góc với mp  $(SAB)$ . Do đó  $CD$  vuông góc với  $SD$ . Tức tam giác  $SCD$  vuông tại  $D$ .

c) Sai.

Ta có  $AP$  vuông góc với mp  $(SCD)$  (kết hợp chứng minh ở câu b). Để ý rằng hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$  cắt nhau theo giao tuyến qua điểm  $S$  và song song với  $BC$ . Tức là  $AP$  không song song và cũng không nằm trong mặt phẳng  $(SBC)$ . Do đó hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$  không vuông góc với nhau.

d) Sai.

Ta chứng minh được  $AM$  vuông góc với mp  $(SBC)$ , suy ra  $AM$  vuông góc với  $SC$ .

Do đó 4 điểm  $A, M, N, P$  đều thuộc mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $SC$ .

Mặt khác  $BD$  vuông góc với mp  $(SAC)$  (Vì  $BD$  vuông góc với hai đường thẳng  $SA$  và  $AC$ ), suy ra  $BD$  vuông góc với  $AN$ . Vì  $MP$  là đường trung bình của tam giác  $SBD$  nên  $MP$  song song với  $BD$ . Suy ra  $MP$  vuông góc với  $AN$ .

Ta có

$$MP = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$AC = 2\sqrt{2}, SC = 2\sqrt{3} \Rightarrow AN = \frac{SA \cdot AC}{SC} = \frac{2 \cdot 2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

Diện tích tứ giác  $AMNP$  bằng:

$$S = \frac{1}{2} \cdot AN \cdot MP = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3} \cdot \sqrt{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

### PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

**Câu 1.** Cho  $a = \log_3 4, b = \log_5 4$ . Biểu diễn  $\log_{12} 80$  theo  $a$  và  $b$  có dạng:  
Tổng  $m+n+q$  bằng bao nhiêu?

$$\log_{12} 80 = \frac{a(mb+n)}{b(a+q)}$$

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

$$\log_{12} 80 = \frac{\log_4 80}{\log_4 12} = \frac{\log_4 (4^2 \cdot 5)}{\log_4 (4 \cdot 3)} = \frac{2 + \log_4 5}{1 + \log_4 3} = \frac{2 + \frac{1}{b}}{1 + \frac{1}{a}} = \frac{\frac{2b+1}{b}}{\frac{a+1}{a}} = \frac{a(2b+1)}{(a+1)b}$$

Ta có:

Suy ra:  $m=2; n=1; q=1$ . Vậy:  $m+n+q=4$ .

**Câu 2.** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình

$$2^{x^2-6x+1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-3}$$

**Lời giải**

**Đáp án:** 4.

$$2^{x^2-6x+1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-3} \Leftrightarrow 2^{x^2-6x+1} = (2)^{-2(x-3)} \Leftrightarrow x^2 - 6x + 1 = -2x + 6$$

Ta có

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

$$-1 + 5 = 4$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm là .

**Câu 3.** Trong hình 42, máy tính xách tay đang mở gợi nên hình ảnh của một góc nhị diện. Ta gọi số đo góc nhị diện đó là độ mở của màn hình máy tính. Tính độ mở của màn hình máy tính ( làm tròn đến đơn vị độ) biết tam giác  $ABC$  có độ dài các cạnh là  $AB = AC = 30 \text{ cm}$  và  $BC = 50 \text{ cm}$ .



Hình 42

**Lời giải**

**Đáp án:**  $113^\circ$ .

Gọi  $d$  là đường thẳng chứa bản lề của máy tính suy ra  $d \perp AB, d \perp AC$

Vậy  $\angle BAC$  là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện cần tính.

Xét  $\triangle ABC$  có:

$$\cos \angle BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{30^2 + 30^2 - 50^2}{2 \cdot 30 \cdot 30} = -\frac{7}{18} \Rightarrow \angle BAC \approx 113^\circ$$

Vậy độ mở của màn hình máy tính sấp xỉ bằng  $113^\circ$ .

**Câu 4.** Một nguồn âm đẳng hướng đặt tại điểm O có công suất truyền âm không đổi. Mức cường độ âm tại điểm M cách O một khoảng R được tính bởi công thức  $L_M = \log \frac{k}{R^2} (Ben)$  với k là hằng số. Biết điểm O thuộc đoạn thẳng AB và mức cường độ âm tại A và B lần lượt là  $L_A = 3 (Ben)$  và  $L_B = 5 (Ben)$ . Tính mức cường độ âm tại trung điểm AB (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

**Đáp án:**  $3,69$ .

Ta có  $L_A < L_B \Rightarrow OA > OB$

$$L_A = \log \frac{k}{OA^2} = 3 \Rightarrow \frac{k}{OA^2} = 10^3 \Rightarrow OA = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10^3}}$$

$$L_B = \log \frac{k}{OB^2} = 5 \Rightarrow \frac{k}{OB^2} = 10^5 \Rightarrow OB = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10^5}}$$

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm } AB. \text{ Ta có } L_I = \log \frac{k}{OI^2} \Rightarrow \frac{k}{OI^2} = 10^{L_I} \Rightarrow OI = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10^{L_I}}}$$

$$\text{Mà } OI = \frac{1}{2}(OA - OB) \Rightarrow \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10^{L_I}}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10^3}} - \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10^5}} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{10^{L_I}}} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sqrt{10^3}} - \frac{1}{\sqrt{10^5}} \right) \Leftrightarrow L_I \approx 3,69$$

#### PHẦN IV. CÂU TỰ LUẬN. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3

##### Câu 1.

$$3^{x^2-3x-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1}$$

a) Giải phương trình sau :

b) Giải phương trình sau:  $\log_2(2^x + 1) \cdot \log_2(2^{x+1} + 2) = 6$

##### Lời giải

$$\text{Ta có: } 3^{x^2-3x-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \Leftrightarrow 3^{x^2-3x-1} = 3^{-(2x-1)} \Leftrightarrow x^2 - 3x - 1 = -2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = \{2; -1\}$

b) Giải phương trình sau:  $\log_2(2^x + 1) \cdot \log_2(2^{x+1} + 2) = 6$

$$\text{Ta có: } \log_2(2^x + 1) \cdot \log_2(2^{x+1} + 2) = 6 \Leftrightarrow \log_2(2^x + 1) \cdot \log_2[2(2^x + 1)] = 6$$

$$\Leftrightarrow \log_2(2^x + 1) \cdot [1 + \log_2(2^x + 1)] = 6 \Leftrightarrow \log_2^2(2^x + 1) + \log_2(2^x + 1) - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(2^x + 1) = 2 \\ \log_2(2^x + 1) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x + 1 = 4 \\ 2^x + 1 = \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 3 \\ 2^x = -\frac{7}{8} \end{cases} \Leftrightarrow x = \log_2 3.$$

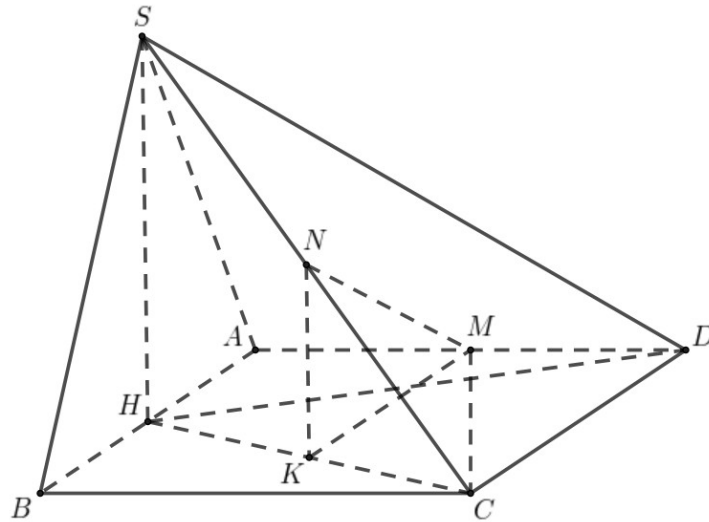
Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = \{\log_2 3\}$

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là trung điểm  $H$  của cạnh  $AB$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $AD, SC$

a) Chứng minh  $CM$  vuông góc với mặt phẳng  $(SHD)$ .

b) Tính góc giữa  $(AMN)$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  biết rằng  $SH = 2a$  (Kết quả lấy đơn vị độ, làm tròn tới hàng đơn vị).

##### Lời giải



a) Trong mặt phẳng  $(ABCD)$ , xét tam giác vuông  $ADH$  và tam giác vuông  $DCM$  có  $AD = CD; AH = DM \Rightarrow \triangle ADH = \triangle DCM \Rightarrow \angle ADH = \angle DCM$ .

$$\text{Mà } \angle DCM + \angle DMC = 90^\circ \Rightarrow \angle ADH + \angle DMC = 90^\circ \Rightarrow CM \perp DH \quad (1)$$

Lại có  $SH \perp (ABCD) \Rightarrow CM \perp SH$  (2)

Từ (1), (2) suy ra  $CM \perp (SDH)$ .

b) Gọi  $K$  là trung điểm của  $HC$ .

Ta có  $NK$  là đường trung bình của tam giác  $SHC \Rightarrow NK \parallel SH$ , do  $SH \perp (ABCD) \Rightarrow NK \perp (ABCD)$

$\Rightarrow MK$  là hình chiếu vuông góc của  $MN$  trên  $(ABCD)$

$$MK \perp AD \Rightarrow (MNK) \perp AD \Rightarrow NM \perp AD$$

Mặt khác:

$\Rightarrow$  góc giữa  $(AMN)$  và  $(ABCD)$  là góc giữa  $MN$  và  $MK$  hay là góc  $\angle KMN$  ( $\angle KMN$  là góc nhọn trong tam giác vuông  $MKN$ ).

Ta có:  $NK$  là đường trung bình của tam giác  $SHC$  nên  $NK = \frac{1}{2}SH = a$ .

$MK$  là đường trung bình của hình thang  $AHCD$  nên  $MK = \frac{AH + CD}{2} = \frac{3a}{4}$ .

Trong tam giác vuông  $MKN$  ta có  $\tan \angle KMN = \frac{NK}{MK} = \frac{4}{3} \Rightarrow \angle KMN \approx 53^\circ$ .

Vậy góc giữa đường thẳng  $(AMN)$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  xấp xỉ  $53^\circ$ .

**Câu 3.** Một chất điểm chuyển động theo phương nằm ngang có phương trình  $s(t) = t^3 - (m+2)t^2 + 12t + 2$ , trong đó  $t \geq 0$ ,  $t$  tính bằng giây và  $s(t)$  tính bằng mét,  $m$  là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m \geq 0$  để chất điểm luôn chuyển động theo chiều dương.

**Lời giải**

Vận tốc của chất điểm tại thời điểm  $t$  là  $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 2(m+2)t + 12$ .

Ta có 
$$v(t) = 3t^2 - 2(m+2)t + 12 = 3\left(t - \frac{m+2}{3}\right)^2 + 12 - \frac{(m+2)^2}{3} \geq 12 - \frac{(m+2)^2}{3}$$
 với mọi  $t$ .

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi  $t = \frac{m+2}{3}$ . Vì  $m \geq 0$  nên  $t = \frac{m+2}{3} > 0$ .

Do đó  $\min_{[0; +\infty)} v(t) = 12 - \frac{(m+2)^2}{3}$ .

Để chất điểm luôn chuyển động theo chiều dương thì  $v(t) \geq 0$  với mọi  $t \geq 0$

$$\Leftrightarrow \min_{[0; +\infty)} v(t) \geq 0 \Leftrightarrow 12 - \frac{(m+2)^2}{3} \geq 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 \leq 36 \Leftrightarrow -6 \leq m+2 \leq 6 \Leftrightarrow -8 \leq m \leq 4.$$

Kết hợp với điều kiện  $m \geq 0$ , suy ra  $0 \leq m \leq 4$ .

----HẾT----

**ĐỀ 9**

**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK2 NĂM HỌC 2024-2025**

**MÔN: TOÁN LỚP 11**

### PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Mẫu số liệu sau cho biết cân nặng của học sinh lớp 12 trong một lớp:

| Cân nặng    | Dưới 55 | Từ 55 đến 65 | Trên 65 |
|-------------|---------|--------------|---------|
| Số học sinh | 20      | 15           | 2       |

Số học sinh của lớp đó là bao nhiêu?

- A. 37. B. 35. C. 33. D. 31.

**Câu 2.** Biểu thức  $A = \sqrt[4]{x^6}$  với  $x > 0$  được viết dưới dạng lũy thừa hữu tỉ là

- A.  $A = x^{\frac{2}{3}}$ . B.  $A = x^{\frac{3}{2}}$ . C.  $A = x^2$ . D.  $A = x^{-2}$ .

**Câu 3.** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a \neq 1$ . Ta có  $\log_a b$  bằng

- A.  $\frac{1}{2} + \log_a b$ . B.  $2 + \log_a b$ . C.  $\frac{1}{2} \log_a b$ . D.  $2 \log_a b$ .

**Câu 4.** Trong không gian, cho các mệnh đề:

**P:** Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì chúng chéo nhau.

**Q:** Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.

**R:** Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

**Câu 5.** Bảng thống kê số lỗi chính tả trong bài kiểm tra giữa học kì 1 môn Ngữ Văn của học sinh khối 11 như sau:

| Số lỗi | [1;3) | [3;5) | [5;7) | [7;9) | [9;11) |           |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|-----------|
| Số bài | 122   | 75    | 14    | 5     | 2      | $N = 218$ |

Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên (làm tròn đến hàng phần chục) là

- A. 3,1. B. 2,9. C. 3,2. D. 3,3.

**Câu 6.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A.  $y = \pi^x$ . B.  $y = \ln x$ . C.  $y = \log x$ . D.  $y = (0,5)^x$ .

**Câu 7.** Hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$  có đạo hàm là:

- A.  $y' = \frac{-2}{(x+1)^2}$ . B.  $y' = \frac{1}{(x+1)^2}$ . C.  $y' = \frac{2}{(x+1)^2}$ . D.  $y' = \frac{-1}{(x+1)^2}$ .

**Câu 8.** Độ cao  $h$  ( $h$  tính bằng kilômét) so với mặt nước biển của một vị trí trong không trung được

$$h = -19,4 \log \frac{P}{P_0}$$

mô hình hóa bởi công thức theo áp suất  $P$  tại một điểm nào đó và áp suất  $P_0$  của không khí tại mặt nước biển ( $P$  và  $P_0$  cùng tính bằng đơn vị áp suất  $Pa$  – đọc là Pascal).

Nếu áp suất bên ngoài máy bay bằng  $\frac{1}{2}P_0$  thì máy bay đang ở độ cao bao nhiêu km? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 3,83 km. B. 3,84 km. C. 5,83 km. D. 5,84 km.

**Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác cân tại  $A$ ,  $SA$  vuông góc với đáy,  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $J$  là trung điểm của  $BM$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $BC \perp (SAM)$ . B.  $BC \perp (SAC)$ . C.  $BC \perp (SAB)$ . D.  $BC \perp (SAJ)$ .

**Câu 10.** Phương trình  $9^{x^2-x} = 3^{x^2-x+2}$  có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ). Khi đó giá trị biểu thức  $A = x_1 - x_2$  bằng

- A. 1. B. -3. C. -1. D. 3.

**Câu 11.** Cho hàm số  $y = \frac{2x^2 - 3x}{x-2}$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $y' \leq 0$  có chứa bao nhiêu phần tử là số nguyên?

- A. 4. B. 0. C. 3. D. 2.

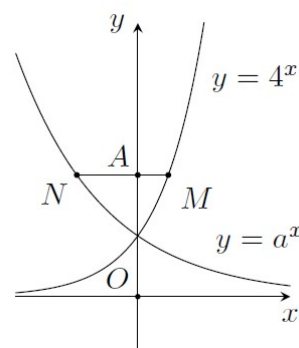
**Câu 12.** Nồng độ  $pH$  của một dung dịch được tính bằng công thức  $pH = -\log[H^+]$ , trong đó  $[H^+]$  là nồng độ ion hydrogen của dung dịch tính bằng  $mol/lit$ . Biết rằng máu của người bình thường có độ pH từ 7,30 đến 7,45. Nồng độ ion hydrogen trong máu của một người bình thường bằng  $a \cdot 10^{-8} mol/lit$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $a < 3$ . B.  $a > 6$ . C.  $a > 3$ . D.  $a < 2$ .

## PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho  $a$  là số thực dương và một đường thẳng song song với trục hoành cắt các đồ thị hàm số  $y = 4^x$ ,  $y = a^x$  và trục tung theo thứ tự tại các điểm  $M, N, A$  thỏa mãn  $AN = 2AM$  (như hình vẽ bên).



- a) Hàm số  $y = 4^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .
- b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$ .
- c) Hoành độ của điểm  $N$  gấp đôi hoành độ của điểm  $M$ .
- d)  $2a = 1$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ . Biết  $AB = 2a$ ,  $AD = BC = a$ , góc tạo bởi  $SC$  và mặt phẳng đáy  $(ABCD)$  bằng  $\alpha$  sao cho  $\tan \alpha = \sqrt{2}$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SD$ .

- a)  $SA \perp CD$ .
- b)  $\angle SCA = \alpha$ .
- c)  $(SBD) \perp (ABH)$ .
- d) Cô-sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBD)$  bằng  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .

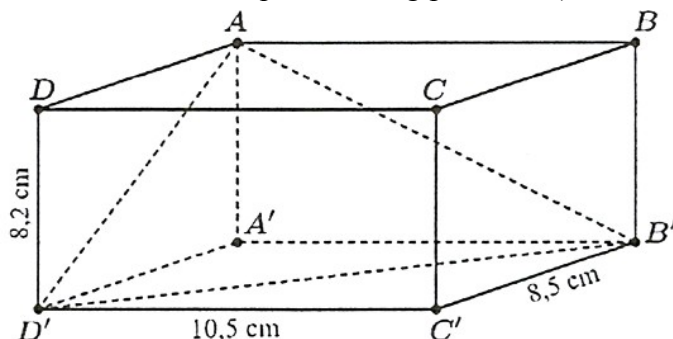
### PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

**Câu 1:** Cho  $\log_a b = 4$  và  $\log_a c = 7$ . Tính  $Q = \log_a (b^6 c^9)$ .

**Câu 2.** Biết phương trình  $2^{x^2-5x+6} = 4$  có 2 nghiệm là  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ). Hãy tính giá trị  $x_1^3 + x_2^3$ .

**Câu 3:** Một hộp phấn không bụi có dạng hình hộp chữ nhật, chiều cao hộp phấn bằng  $8,2\text{ cm}$  và đáy của nó có hai kích thước là  $8,5\text{ cm}; 10,5\text{ cm}$  (xem hình vẽ sau). Tìm góc phẳng nhị diện  $[A, B'D', A']$  (tính theo độ, làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



**Câu 4.** Người ta dùng thuốc để khử khuẩn cho một thùng nước. Biết rằng nếu lúc đầu mỗi mililít nước chứa  $P_0$  vi khuẩn thì sau  $t$  giờ (kể từ khi cho thuốc vào thùng), số lượng vi khuẩn trong mỗi mililít nước là  $P = P_0 \cdot 10^{-\alpha t}$ , với  $\alpha$  là một hằng số dương nào đó. Biết rằng ban đầu mỗi mililít nước có 9000 vi khuẩn và sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn trong mỗi mililít nước là 6000. Sau thời gian bao lâu thì số lượng vi khuẩn trong mỗi mililít nước trong thùng ít hơn hoặc bằng 1000? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

### PHẦN IV. TỰ LUẬN

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3

**Câu 1.** Giải các phương trình sau

- a)  $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}$ .
- b)  $\log_3(x+6) = \log_3(x-1) + 1$

- Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ ,  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ . Gọi  $H$  và  $K$  lần lượt là hình chiếu của  $A$  lên đường thẳng  $SB$ ,  $SD$ .
- a. Chứng minh rằng  $SC \perp (AHK)$ .
- b. Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$  (làm tròn đến hàng phần mười).
- Câu 3.** Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất theo phương thẳng đứng với tốc độ ban đầu  $v_0 = 196 \text{ m/s}$ . Tìm thời điểm tại đó tốc độ của viên đạn bằng 0. Khi đó viên đạn cách mặt đất bao nhiêu mét? (cho biết  $a = -9,8 \text{ m/s}^2$ ).

----HẾT-----

### BẢNG ĐÁP ÁN

#### Phần 1: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| A | B | C | C | C | D | C | D | A | B  | D  | C  |

#### Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai

| Câu | 1 | 2 |
|-----|---|---|
| a)  | Đ | Đ |
| b)  | S | Đ |
| c)  | S | Đ |
| d)  | Đ | S |

#### Phần 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn

| Câu    | 1  | 2  | 3    | 4    |
|--------|----|----|------|------|
| Đáp án | 87 | 65 | 51,1 | 10,8 |

### HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

#### PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Mẫu số liệu sau cho biết cân nặng của học sinh lớp 12 trong một lớp:

| Cân nặng    | Dưới 55 | Từ 55 đến 65 | Trên 65 |
|-------------|---------|--------------|---------|
| Số học sinh | 20      | 15           | 2       |

Số học sinh của lớp đó là bao nhiêu?

**A.** 37.

**B.** 35.

**C.** 33.

**D.** 31.

Lời giải

Số học sinh của lớp đó là:  $20 + 15 + 2 = 37$ .

**Câu 2.** Biểu thức  $A = \sqrt[4]{x^6}$  với  $x > 0$  được viết dưới dạng lũy thừa hữu tỉ là

**A.**  $A = x^{\frac{2}{3}}$ .

**B.**  $A = x^{\frac{3}{2}}$ .

**C.**  $A = x^2$ .

**D.**  $A = x^{-2}$ .

Lời giải.

Ta có  $A = \sqrt[4]{x^6} = x^{\frac{6}{4}} = x^{\frac{3}{2}}$ .

**Câu 3.** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a \neq 1$ . Ta có  $\log_a b$  bằng

**A.**  $\frac{1}{2} + \log_a b$ .

**B.**  $2 + \log_a b$ .

**C.**  $\frac{1}{2} \log_a b$ .

**D.**  $2 \log_a b$ .

Lời giải

$$\log_a b = \frac{1}{2} \log_a b$$

Ta có:

**Câu 4.** Trong không gian, cho các mệnh đề:

**P:** Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì chúng chéo nhau.

**Q:** Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.

**R:** Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- A. 3.                      B. 1.                      **C. 0.**                      D. 2.

**Lời giải**

**P:** sai                      **Q:** sai                      **R:** sai

Vậy ta có 0 mệnh đề đúng.

**Câu 5.** Bảng thống kê số lỗi chính tả trong bài kiểm tra giữa học kì 1 môn Ngữ Văn của học sinh khối 11 như sau:

|        |       |       |       |       |        |           |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|-----------|
| Số lỗi | [1;3) | [3;5) | [5;7) | [7;9) | [9;11) |           |
| Số bài | 122   | 75    | 14    | 5     | 2      | $N = 218$ |

Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên (làm tròn đến hàng phần chục) là

- A. 3,1.                      B. 2,9.                      **C. 3,2.**                      D. 3,3.

**Lời giải**

|                  |       |       |       |       |        |           |
|------------------|-------|-------|-------|-------|--------|-----------|
| Số lỗi           | [1;3) | [3;5) | [5;7) | [7;9) | [9;11) |           |
| Giá trị đại diện | 2     | 4     | 6     | 8     | 10     |           |
| Tần số           | 122   | 75    | 14    | 5     | 2      | $N = 218$ |

$$\bar{x} = \frac{122 \cdot 2 + 75 \cdot 4 + 14 \cdot 6 + 5 \cdot 8 + 2 \cdot 10}{218} \approx 3,2$$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là

**Câu 6.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A.  $y = \pi^x$ .                      B.  $y = \ln x$ .                      C.  $y = \log x$ .                      **D.  $y = (0,5)^x$ .**

**Lời giải.**

Hàm số  $y = (0,5)^x$  có cơ số  $a = 0,5 < 1$  nên nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 7.** Hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$  có đạo hàm là:

- A.  $y' = \frac{-2}{(x+1)}$ .                      B.  $y' = \frac{1}{(x+1)^2}$ .                      **C.  $y' = \frac{2}{(x+1)^2}$ .**                      D.  $y' = \frac{-1}{(x+1)^2}$ .

**Lời giải**

$$y' = \frac{(x-1)'(x+1) - (x-1)(x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{x+1 - (x-1)}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2}$$

Ta có:

**Câu 8.** Độ cao  $h$  ( $h$  tính bằng kilômét) so với mặt nước biển của một vị trí trong không trung được

$$h = -19,4 \log \frac{P}{P_0}$$

mô hình hóa bởi công thức theo áp suất  $P$  tại một điểm nào đó và áp suất  $P_0$  của không khí tại mặt nước biển ( $P$  và  $P_0$  cùng tính bằng đơn vị áp suất  $Pa$  – đọc là Pascal).

Nếu áp suất bên ngoài máy bay bằng  $\frac{1}{2}P_0$  thì máy bay đang ở độ cao bao nhiêu  $km$ ? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A.  $3,83 \text{ km.}$

B.  $3,84 \text{ km.}$

C.  $5,83 \text{ km.}$

**D.  $5,84 \text{ km.}$**

Lời giải.

$$P = \frac{1}{2} P_0 \Rightarrow h = -19,4 \log\left(\frac{1}{2}\right) \approx 5,84 \text{ km}$$

Ta có

**Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác cân tại  $A$ ,  $SA$  vuông góc với đáy,  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $J$  là trung điểm của  $BM$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

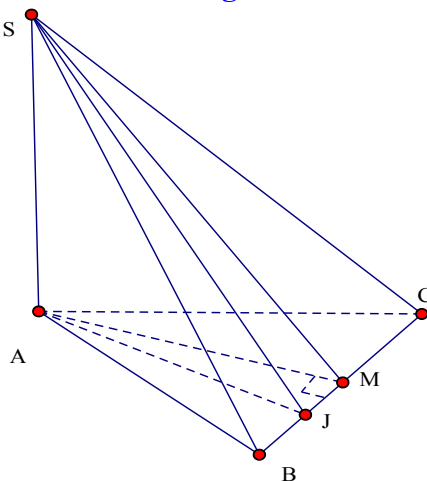
**A.  $BC \perp (SAM)$**

B.  $BC \perp (SAC)$

C.  $BC \perp (SAB)$

D.  $BC \perp (SAJ)$

Lời giải



Ta có  $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$  (1)

$\triangle ABC$  cân tại  $A \Rightarrow AM \perp BC$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $BC \perp (SAM)$

**Câu 10.** Phương trình  $9^{x^2-x} = 3^{x^2-x+2}$  có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ). Khi đó giá trị biểu thức  $A = x_1 - x_2$  bằng

A. 1.

**B. -3**

C. -1.

D. 3.

Lời giải.

Ta có  $9^{x^2-x} = 3^{x^2-x+2} \Leftrightarrow 3^{2x^2-2x} = 3^{x^2-x+2} \Leftrightarrow 2x^2-2x = x^2-x+2 \Leftrightarrow x^2-x-2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$

Vậy  $A = x_1 - x_2 = -3$

**Câu 11.** Cho hàm số  $y = \frac{2x^2-3x}{x-2}$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $y' \leq 0$  có chứa bao nhiêu phần tử là số nguyên?

A. 4.

B. 0.

C. 3.

**D. 2**

Lời giải

Ta có:  $y = \frac{2x^2-3x}{x-2}$

Suy ra:  $y' = \frac{(4x-3).(x-2)-(2x^2-3x)}{(x-2)^2} = \frac{4x^2-11x+6-2x^2+3x}{(x-2)^2} = \frac{2x^2-8x+6}{(x-2)^2}$

Khi đó  $y' \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2-8x+6}{(x-2)^2} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ x \neq 2 \end{cases}$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $y' \leq 0$  có chứa 2 số nguyên.

- Câu 12.** Nồng độ  $pH$  của một dung dịch được tính bằng công thức  $pH = -\log[H^+]$ , trong đó  $[H^+]$  là nồng độ ion hydrogen của dung dịch tính bằng  $mol/lit$ . Biết rằng máu của người bình thường có độ pH từ 7,30 đến 7,45. Nồng độ ion hydrogen trong máu của một người bình thường bằng  $a \cdot 10^{-8} mol/lit$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.  $a < 3$ .      B.  $a > 6$ .      C.  $a > 3$ .      D.  $a < 2$ .

Lời giải

Ta có:  $7,30 \leq -\log[H^+] \leq 7,45 \Leftrightarrow -7,45 \leq \log[H^+] \leq -7,30 \Leftrightarrow 10^{-7,45} \leq [H^+] \leq 10^{-7,30}$

Mà  $10^{-7,45} \approx 3,55 \cdot 10^{-8}$ ;  $10^{-7,30} \approx 5,01 \cdot 10^{-8} \Rightarrow 3,55 < a < 5,01$ .

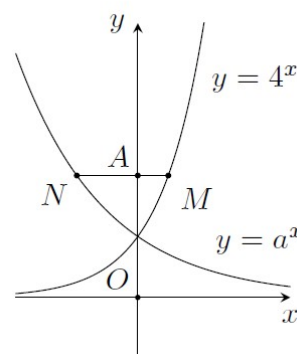
## PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho  $a$  là số thực dương và một đường thẳng song song với trục

hoành cắt các đồ thị hàm số  $y = 4^x$ ,  $y = a^x$  và trục tung theo thứ tự tại các điểm  $M, N, A$  thỏa mãn  $AN = 2AM$  (như hình vẽ bên).

- a) Hàm số  $y = 4^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .  
 b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$ .  
 c) Hoành độ của điểm  $N$  gấp đôi hoành độ của điểm  $M$ .  
 d)  $2a = 1$ .



## BẢNG ĐÁP ÁN

|   | Câu 2 |
|---|-------|
| a | Đúng  |
| b | Sai   |
| c | Sai   |
| d | Đúng  |

Lời giải

a) Do  $4 > 1$  nên hàm số  $y = 4^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

b) Theo đồ thị ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty$ .

$$\overline{AN} = -2\overline{AM} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N - x_A = -2(x_M - x_A) & (*) \\ y_N - y_A = -2(y_M - y_A) \end{cases}$$

c) Theo hình vẽ ta có

Mà  $x_A = 0$  nên từ (\*) ta có:  $x_N = -2x_M$ .

d) Giả sử đường thẳng  $y = m$  cắt các đồ thị hàm số  $y = 4^x$ ,  $y = a^x$  và trục tung theo thứ tự tại các điểm  $M, N, A$  thỏa mãn  $AN = 2AM$ . Khi đó, hoành độ của điểm  $M, N$  thỏa

$$\begin{cases} 4^{x_M} = m \\ a^{x_N} = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \log_4 m \\ x_N = \log_a m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1}{\log_m 4} \\ x_N = \frac{1}{\log_m a} \end{cases}$$

Suy ra

$$\frac{1}{\log_m a} = -\frac{2}{\log_m 4} \Leftrightarrow \log_m 4 = \log_m a^{-2} \Leftrightarrow a^{-2} = 4 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$$

- Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ . Biết  $AB = 2a$ ,  $AD = BC = a$ , góc tạo bởi  $SC$  và mặt phẳng đáy  $(ABCD)$  bằng  $\alpha$  sao cho  $\tan \alpha = \sqrt{2}$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SD$ .
- a)  $SA \perp CD$ .
- b)  $\angle SCA = \alpha$ .
- c)  $(SBD) \perp (ABH)$ .
- d) Cô-sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBD)$  bằng  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .

**BẢNG ĐÁP ÁN**

|          | Câu 4 |
|----------|-------|
| <b>a</b> | Đúng  |
| <b>b</b> | Đúng  |
| <b>c</b> | Đúng  |
| <b>d</b> | Sai   |

**Lời giải**

- a) Do  $SA \perp (ABCD)$  nên  $SA \perp CD$ .
- b) Do  $SA \perp (ABCD)$  nên  $AC$  là hình chiếu vuông góc của  $SC$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$ . Suy ra,  $(SC, (ABCD)) = \angle SCA = \alpha$ .
- c)

Ta có  $AB \perp AD$  (gt) và  $AB \perp SA$  (do  $SA \perp (ABCD)$ ) nên  $AB \perp (SAD)$ .  
Suy ra  $AB \perp SD$ .

Kết hợp  $AH \perp SD$  ta được  $SD \perp (ABH)$ .

Do đó,  $(SBD) \perp (ABH)$ .

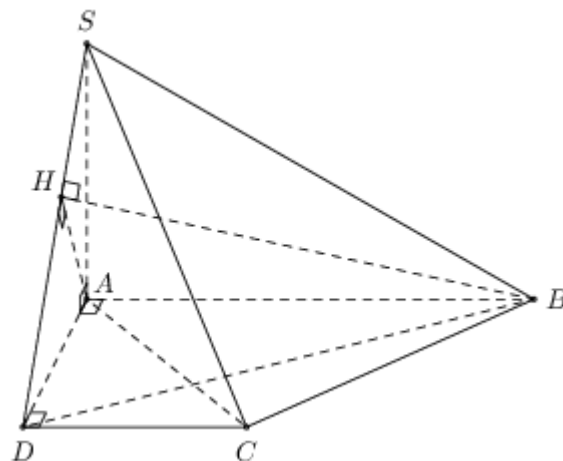
d) Tam giác  $ADC$  vuông tại  $D$  nên  $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{2AD^2} = a\sqrt{2}$ .

Tam giác  $SAC$  vuông tại  $A$  (do  $SA \perp (ABCD)$  nên  $SA \perp AC$ ) nên

$$SA = AC \tan \alpha = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2a.$$

Tam giác  $SAD$  vuông tại  $A$  có  $AH$  là đường cao nên

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$



Tam giác  $ABH$  vuông tại  $A$  (do  $BA \perp (SAD)$ ,  $AH \subset (SAD)$  nên  $BA \perp AH$ ) nên

$$BH = \sqrt{AH^2 + AB^2} = \sqrt{\left(\frac{2a\sqrt{5}}{5}\right)^2 + 4a^2} = \frac{2a\sqrt{30}}{5}$$

Khi đó,  $\cos \angle AHB = \frac{AH}{BH} = \frac{\sqrt{6}}{6}$

Từ ý c) ta được  $SD \perp BH$ . Khi đó,

$$\begin{cases} (SAD) \cap (SBD) = SD \\ AH \subset (SAD), AH \perp SD \Rightarrow ((SAD), (SBD)) = (AH, BH) \\ BH \subset (SBD), BH \perp SD \end{cases}$$

Vậy  $\cos((SAD), (SBD)) = \cos(AH, BH) = \cos \angle AHB = \frac{\sqrt{6}}{6}$

### PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

**Câu 1:** Cho  $\log_a b = 4$  và  $\log_a c = 7$ . Tính  $Q = \log_a (b^6 c^9)$

**Lời giải**

**Đáp án:** 87

Ta có:  $Q = \log_a (b^6 c^9) = \log_a b^6 + \log_a c^9 = 6\log_a b + 9\log_a c = 6.4 + 9.7 = 87$

**Câu 2.** Biết phương trình  $2^{x^2-5x+6} = 4$  có 2 nghiệm là  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ). Hãy tính giá trị  $x_1^3 + x_2^3$ .

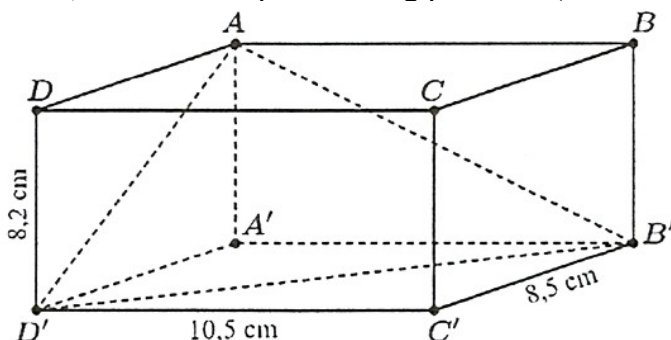
**Lời giải**

**Đáp số:** 65

Ta có  $2^{x^2-5x+6} = 4 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 4 \end{cases}$

Vậy  $T = x_1^3 + x_2^3 = 65$

**Câu 3:** Một hộp phấn không bụi có dạng hình hộp chữ nhật, chiều cao hộp phấn bằng  $8,2\text{ cm}$  và đáy của nó có hai kích thước là  $8,5\text{ cm}; 10,5\text{ cm}$  (xem hình vẽ sau). Tìm góc phẳng nhị diện  $[A, B'D', A']$  (tính theo độ, làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



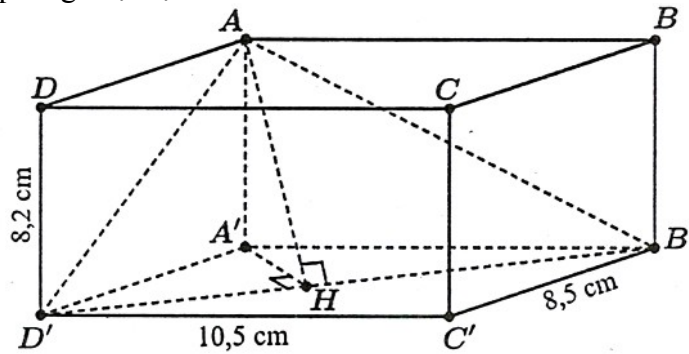
**Lời giải**

**Đáp án:**  $\approx 51,1$

Trong mặt phẳng  $(A'B'C'D')$ , kẻ  $A'H \perp B'D'$  tại  $H$ .

Ta có:  $\begin{cases} B'D' \perp A'H \\ B'D' \perp AA' \text{ (do } AA' \perp (A'B'C'D')) \end{cases} \Rightarrow B'D' \perp (AA'H) \Rightarrow B'D' \perp AH$

Do đó  $\angle AHA'$  là góc phẳng nhị diện  $[A, B'D', A']$ .



Tam giác  $A'B'D'$  vuông tại  $A'$  có đường cao  $A'H$  nên

$$\frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{A'B'^2} + \frac{1}{A'D'^2} \Rightarrow A'H = \frac{A'B' \cdot A'D'}{\sqrt{A'B'^2 + A'D'^2}} = \frac{357}{2\sqrt{730}}.$$

Tam giác  $AHA'$  vuông tại  $A'$  có:

$$\tan \angle AHA' = \frac{AA'}{A'H} = \frac{8,2}{\frac{357}{2\sqrt{730}}} \Rightarrow \angle AHA' \approx 51,1^\circ$$

**Câu 4.** Người ta dùng thuốc để khử khuẩn cho một thùng nước. Biết rằng nếu lúc đầu mỗi mililit nước chứa  $P_0$  vi khuẩn thì sau  $t$  giờ (kể từ khi cho thuốc vào thùng), số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là  $P = P_0 \cdot 10^{-\alpha t}$ , với  $\alpha$  là một hằng số dương nào đó. Biết rằng ban đầu mỗi mililit nước có 9000 vi khuẩn và sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là 6000. Sau thời gian bao lâu thì số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước trong thùng ít hơn hoặc bằng 1000? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

**Lời giải**

**Đáp số:** 10,8

Ta có:  $6000 = 9000 \cdot 10^{-2\alpha} \Leftrightarrow \alpha = -\frac{1}{2} \log \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \log \frac{3}{2}.$

Lại có:  $9000 \cdot 10^{-\alpha t} \leq 1000$

$$\Leftrightarrow 10^{-\alpha t} \leq \frac{1}{9} \Leftrightarrow -\alpha t \leq \log \frac{1}{9}$$

$$\Leftrightarrow t \geq -\frac{2}{\alpha} \log \frac{1}{3} = -\frac{2}{\frac{1}{2} \log \frac{3}{2}} \cdot \log \frac{1}{3} = \frac{4 \log 3}{\log \frac{3}{2}} \approx 10,8.$$

Vậy sau 10,8 giờ thì số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước trong thùng ít hơn hoặc bằng 1000.

#### PHẦN IV. TỰ LUẬN

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3

**Câu 1.** Giải các phương trình sau

a)  $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}$

b)  $\log_3(x+6) = \log_3(x-1) + 1$

**Lời giải**

a) Ta có

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{x-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{x-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-x-3}$$

$$\Leftrightarrow x-5 = -x-3$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là  $x = 1$ .

b) Điều kiện:  $\begin{cases} x+6 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$

$$\log_3(x+6) = \log_3(x-1) + 1 \Leftrightarrow \log_3(x+6) = \log_3(x-1) + \log_3 3$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x+6) = \log_3 3(x-1) \Rightarrow x+6 = 3(x-1) \Leftrightarrow x = \frac{9}{2} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

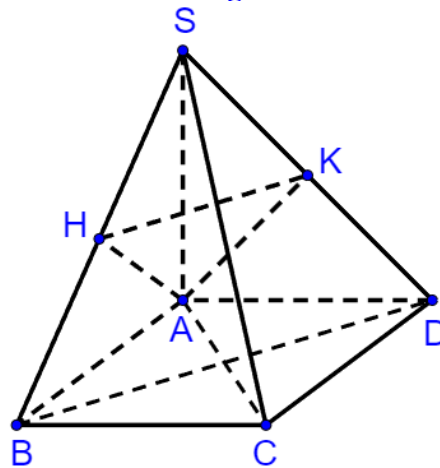
Vậy phương trình có nghiệm là  $x = \frac{9}{2}$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ ,  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ . Gọi  $H$  và  $K$  lần lượt là hình chiếu của  $A$  lên đường thẳng  $SB$ ,  $SD$ .

a. Chứng minh rằng  $SC \perp (AHK)$ .

b. Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$  (làm tròn đến hàng phần mười).

**Lời giải**



a. Ta có:

$AB \perp BC$  (tính chất hình chữ nhật);

$SA \perp (ABCD)$ , mà  $BC \subset (ABCD) \Rightarrow BC \perp SA$ ,

Lại có trong  $(SAB)$ :  $SA \cap AB = \{A\}$ .

Suy ra  $BC \perp (SAB)$ , mà  $AH \subset (SAB) \Rightarrow AH \perp BC$ .

Mà  $AH \perp SB$  (gt), trong  $(SBC)$ :  $SB \cap BC = \{B\}$ ,

Suy ra  $AH \perp (SBC)$  (1).

Chứng minh tương tự suy ra  $AK \perp (SCD)$  (2).

Mà  $SC \subset (SBC)$ ;  $SC \subset (SCD)$ , suy ra  $\begin{cases} SC \perp AH \\ SC \perp AK \end{cases}$ ,

Lại có trong  $(AHK)$ :  $AH \cap AK = \{A\}$ , suy ra  $SC \perp (AHK)$ .

b. Từ (1), (2)  $\Rightarrow ((SBC), (SCD)) = (AH, AK)$ .

Xét tam giác vuông  $\triangle SAB$ , ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2};$$

$$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a$$

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{3a}{2}$$

Và

Xét tam giác vuông  $\triangle SAD$ , ta có:

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{4a^2} \Rightarrow AK = \frac{2a\sqrt{21}}{7};$$

$$SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \sqrt{3a^2 + 4a^2} = a\sqrt{7}$$

$$SK = \sqrt{SA^2 - AK^2} = \frac{3a\sqrt{7}}{7}$$

Và

$$\text{Lại có } ABCD \text{ là hình chữ nhật, suy ra } BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}.$$

Xét tam giác  $SHK$  có:

$$HK^2 = SH^2 + SK^2 - 2SH.SK.\cos \widehat{HSK}$$

$$\Leftrightarrow HK^2 = SH^2 + SK^2 - 2SH.SK.\frac{SB^2 + SD^2 - BD^2}{2SB.SD}$$

$$\Leftrightarrow HK^2 = \frac{9a^2}{4} + \frac{9a^2}{7} - 2\frac{3a}{2} \cdot \frac{3a\sqrt{7}}{7} \cdot \frac{4a^2 + 7a^2 - 5a^2}{2 \cdot 2a \cdot a\sqrt{7}} = \frac{45a^2}{28}$$

$$\Rightarrow HK = \frac{3\sqrt{35}}{14}$$

Xét tam giác  $AHK$  ta có:

$$\cos(\widehat{HAK}) = \frac{AH^2 + AK^2 - HK^2}{2AH.AK} = \frac{\frac{3a^2}{4} + \frac{12a^2}{7} - \frac{45a^2}{28}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{21}}{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$$

$$\Rightarrow \widehat{HAK} \approx 67,8^\circ$$

$$\text{Vậy } ((SBC), (SCD)) = (AH, AK) = \widehat{HAK} \approx 67,8^\circ$$

### Câu 3.

Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất theo phương thẳng đứng với tốc độ ban đầu

$v_0 = 196 \text{ m/s}$ . Tìm thời điểm tại đó tốc độ của viên đạn bằng 0. Khi đó viên đạn cách mặt đất bao nhiêu mét? (cho biết  $a = -9,8 \text{ m/s}^2$ )

#### Lời giải

Công thức tính quãng đường của chuyển động:  $s(t) = v_0.t + \frac{1}{2}at^2 = 196t - 4,9t^2 \text{ (m)}$

Công thức tính vận tốc của chuyển động:  $v(t) = v_0 + at = 196 - 9,8t \text{ (m/s)}$

Vận tốc của viên đạn bằng 0  $\Leftrightarrow v(t) = 0 \Leftrightarrow 196 - 9,8t = 0 \Leftrightarrow t = 20 \text{ (s)}$

Với  $t = 20 \Rightarrow s(20) = 196.20 - 4,9.20^2 = 1960 \text{ (m)}$

Vậy viên đạn đạt tốc độ bằng 0 tại thời điểm  $t = 20 \text{ (s)}$

Khi đó viên đạn cách mặt đất  $1960 \text{ (m)}$

----HẾT-----

**PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 11, ta có kết quả sau:

| Nhóm | Chiều cao (cm) | Số học sinh |
|------|----------------|-------------|
| 1    | [150;152)      | 5           |
| 2    | [152;154)      | 18          |
| 3    | [154;156)      | 40          |
| 4    | [156;158)      | 26          |
| 5    | [158;160)      | 8           |
| 6    | [160;162)      | 3           |
|      |                | $N = 100$   |

Giá trị đại diện của nhóm thứ 5 là

A. 153

B. 155

C. 157

D. 159

**Câu 2.** Cho  $a$  là một số thực dương, biểu thức  $a^{\frac{3}{4}}\sqrt{a}$  viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A.  $a$ .B.  $a^{\frac{3}{8}}$ .C.  $a^{\frac{5}{4}}$ .D.  $a^{\frac{3}{2}}$ .

**Câu 3:**  $\log_a(b.c)$  với  $a > 0, a \neq 1, b > 0$  bằng

A.  $\log_a b \cdot \log_a c$ .B.  $\log_a b + \log_a c$ .C.  $\log_a b - \log_a c$ .D.  $\frac{\log_a b}{\log_a c}$ .

**Câu 4.** Trong không gian:

A. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó cắt nhau.

B. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

C. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

D. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì chúng hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.

Mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

**Câu 5:** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

|                |                  |         |          |          |          |           |
|----------------|------------------|---------|----------|----------|----------|-----------|
|                | Thời gian (phút) | [0; 20) | [20; 40) | [40; 60) | [60; 80) | [80; 100) |
| Tứ phân vị thứ | Số học sinh      | 5       | 9        | 12       | 10       | 6         |

đến chữ số thập phân thứ nhất) của mẫu số liệu trên là

A. 38.

B. 32,2.

C. 32,22.

D. 38,8.

**Câu 6.** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A.  $y = 10^{-x}$ .B.  $y = \pi^x$ .C.  $y = e^x$ .D.  $y = 10^x$ .

**Câu 7:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2x-1}{1-x}$  là

A.  $\frac{1}{(1-x)^2}$ .

B.  $\frac{2}{(1-x)^2}$ .

C.  $\frac{-1}{(1-x)^2}$ .

D.  $\frac{-2}{(1-x)^2}$ .

$$P(t) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}}$$

**Câu 8.** Tại một xí nghiệp, công thức được dùng để tính giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc máy sau thời gian  $t$  (tính theo năm) kể từ khi đưa vào sử dụng. Giá trị còn lại của máy sau 2 năm 3 tháng là

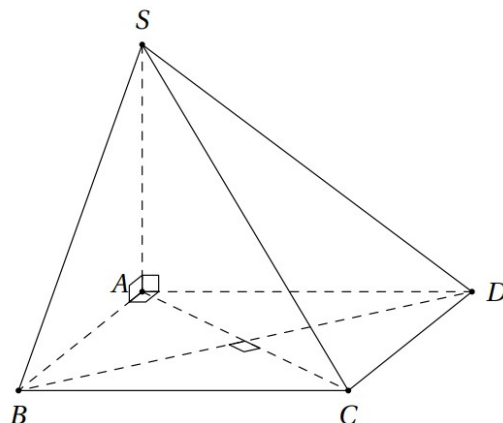
A. 297,3.

B. 239,7.

C. 279,3.

D. 273,9.

**Câu 9:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông và  $SA$  vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?



A.  $AC \perp (SCD)$ .

B.  $BD \perp (SAD)$ .

C.  $AC \perp (SBD)$ .

D.  $BD \perp (SAC)$ .

**Câu 10.** Nghiệm của phương trình  $3^{x+2} = 27$  là

A.  $x = -2$ .

B.  $x = -1$ .

C.  $x = 2$ .

D.  $x = 1$ .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{4-x}}{4} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$

**Câu 11:** Cho hàm số

. Tính  $f'(0)$ .

A.  $f'(0) = \frac{-1}{16}$ .

B.  $f'(0) = 4$ .

C.  $f'(0) = \frac{1}{20}$ .

D.  $f'(0) = \frac{1}{16}$ .

**Câu 12.** Người ta dùng thuốc để khử khuẩn cho một thùng nước. Biết rằng nếu lúc đầu mỗi mililit nước chứa  $P_0$  vi khuẩn thì sau  $t$  giờ (kể từ khi cho thuốc vào thùng), số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là  $P = P_0 \cdot 10^{-\alpha t}$ , với  $\alpha$  là một hằng số dương nào đó. Biết rằng ban đầu mỗi mililit nước có 9000 vi khuẩn và sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là 6000. Sau thời gian bao lâu (giờ) thì số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước trong thùng ít hơn hoặc bằng 1000?

A. 10,8.

B. 18.

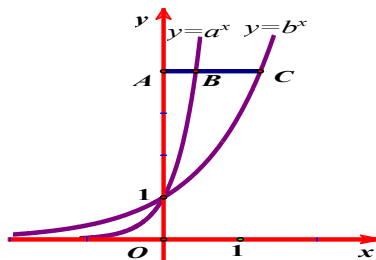
C. 24.

D. 6,8.

## PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = a^x$  và  $y = b^x$  có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng  $y = 4$  cắt trục tung, đồ thị  $y = a^x$ , đồ thị  $y = b^x$  lần lượt tại các điểm  $A, B, C$  thỏa mãn  $AC = 3AB$ . Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) Hàm số  $y = a^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$

b)  $0 < b < 1$ .

c)  $a < b$ .

d)  $a = b^3$ .

**Câu 2.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$  với cạnh huyền  $BC = 2a$ .

Biết  $A'H \perp (ABC)$  với  $H$  là trung điểm  $BC$ . Khi đó:

a)  $BC \perp (AA'H)$ .

b)  $B'C' \perp AA'$ .

c) Tìm được hình chiếu của tam giác  $A'AB$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  khi đó, diện tích hình chiếu đó theo

$a$  bằng:  $\frac{a^2}{3}$ .

d) Gọi  $I$  là hình chiếu của  $A'$  trên mặt phẳng  $(BCC'B')$ . Biết  $A'I = \frac{a}{2}$ . Khi đó, độ dài  $A'H$  theo  $a$  bằng:  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

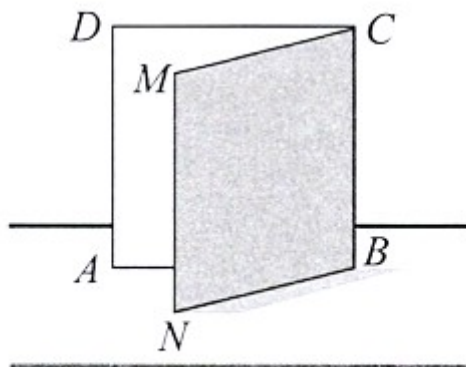
### PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

**Câu 1.** Biết rằng  $\log_4 2 + \log_8 32 = \frac{a}{b}$  ( $a, b \in \mathbb{Q}, (a, b) = 1$ ). Tính giá trị của biểu thức

**Câu 2:** Phương trình  $\log_2 x + \log_2 (x+2) = 3$  có số nghiệm là.

**Câu 3.** Hình 19 minh họa một cánh cửa và khung cửa. Cánh cửa có dạng hình chữ nhật  $BCMN$  và khung cửa có dạng hình chữ nhật  $ABCD$ , ở đó  $AB = BN$ . Góc mở cửa là góc nhị diện  $[A, BC, N]$ . Biết chiều rộng  $BN$  của cửa là  $1,2m$ . Hỏi khi cánh cửa mở một góc phẳng nhị diện là bao nhiêu độ để khoảng cách giữa vị trí điểm  $A$  và  $N$  bằng  $\frac{6\sqrt{2}}{5} (m)$ .



Hình 19

**Câu 4:** Bác Việt gửi tiết kiệm 600 triệu đồng ở một ngân hàng với lãi suất không đổi  $6,8\%$  một năm theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Thời gian tối thiểu để bác Việt thu được ít nhất 1 tỷ đồng ( cả vốn lẫn lãi ) là

### PHẦN IV. TỰ LUẬN

**Câu 1.**

a) Giải phương trình  $4^{2x-3} = 9$

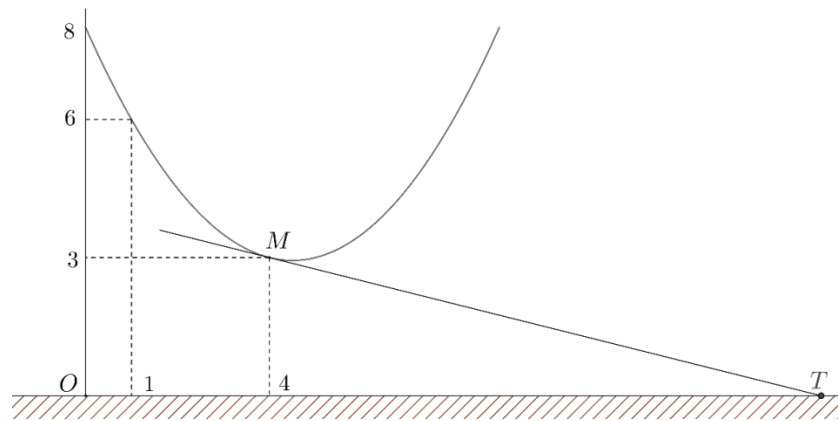
b) Giải phương trình  $\log_{\sqrt{3}} (x-1)^3 - \log_3 (x-3)^2 = 2\log_3 (x-1)$

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông tâm  $O$  cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với đáy  $ABCD$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ .

a) Kẻ  $AH \perp SD$ . Chứng minh rằng  $AH \perp (SCD)$ .

b) Tính góc giữa  $(SAB)$  và  $(SCD)$

**Câu 3.** Một máy bay tại độ cao  $8$  km bắt đầu hạ độ cao theo quỹ đạo là một phần của parabol. Sau khi di chuyển theo phương ngang  $1$  km thì độ cao chỉ còn  $6$  km. Máy bay tiếp tục hạ độ cao còn  $3$  km sau khi đi được  $4$  km theo phương ngang và phóng  $1$  tên lửa theo phương tiếp tuyến tại điểm phóng để hướng đến và trúng mục tiêu. Giả sử rằng quỹ đạo chuyển động của tên lửa là đường thẳng, tính khoảng cách từ mục tiêu đến vị trí phóng tên lửa theo phương ngang?



----HẾT----

### BẢNG ĐÁP ÁN

#### Phần 1: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| D | C | 3 | D | B | A | A | A | D | D  | D  | A  |

#### Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai

| Câu | 1 | 2 |
|-----|---|---|
| a)  | Đ | Đ |
| b)  | S | Đ |
| c)  | S | S |
| d)  | Đ | S |

#### Phần 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn

| Câu    | 1   | 2 | 3  | 4 |
|--------|-----|---|----|---|
| Đáp án | 205 | 1 | 90 | 8 |

### HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

#### PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 11, ta có kết quả sau:

| Nhóm | Chiều cao (cm) | Số học sinh |
|------|----------------|-------------|
| 1    | [150;152)      | 5           |
| 2    | [152;154)      | 18          |
| 3    | [154;156)      | 40          |
| 4    | [156;158)      | 26          |
| 5    | [158;160)      | 8           |
| 6    | [160;162)      | 3           |
|      |                | $N = 100$   |

Giá trị đại diện của nhóm thứ 5 là

A. 153

B. 155

C. 157

**D. 159**

**Lời giải**

$$\frac{158+160}{2} = 159$$

**Câu 2.** Cho  $a$  là một số thực dương, biểu thức  $a^{\frac{3}{4}}\sqrt{a}$  viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A.  $a$ .

B.  $a^{\frac{3}{8}}$ .

**C.  $a^{\frac{5}{4}}$ .**

D.  $a^{\frac{3}{2}}$ .

**Lời giải**

$$a^{\frac{3}{4}}\sqrt{a} = a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{4}}.$$

Ta có:

**Câu 3:** Với  $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$  thì  $\log_a(b.c)$  bằng

A.  $\log_a b \cdot \log_a c$ .

**B.  $\log_a b + \log_a c$**

C.  $\log_a b - \log_a c$ .

D.  $\frac{\log_a b}{\log_a c}$

**Lời giải**

$$\log_a(b.c) = \log_a b + \log_a c$$

**Câu 4.** Trong không gian, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó cắt nhau.

B. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

C. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

**D. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì chúng hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.**

**Lời giải**

Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì chúng hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.

**Câu 5:** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

| Thời gian (phút) | [0; 20) | [20; 40) | [40; 60) | [60; 80) | [80; 100) |
|------------------|---------|----------|----------|----------|-----------|
| Số học sinh      | 5       | 9        | 12       | 10       | 6         |

Tứ phân vị thứ nhất (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) của mẫu số liệu trên là

A. 38.

**B. 32,2**

C. 32,22.

D. 38,8.

**Lời giải**

Mẫu có 42 giá trị nên tứ phân vị thứ nhất là  $x_{11}$  thuộc nhóm thứ 2

$$Q_1 = 20 + \frac{\frac{42}{4} - 5}{9} \cdot (40 - 20) \approx 32,2$$

Ta có

**Câu 6.** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

**A.  $y = 10^{-x}$**

B.  $y = \pi^x$

C.  $y = e^x$

D.  $y = 10^x$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $y = 10^{-x} = \left(\frac{1}{10}\right)^x$  nghịch biến trên tập xác định.

**Câu 7:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2x-1}{1-x}$  là

**A.**  $\frac{1}{(1-x)^2}$

**B.**  $\frac{2}{(1-x)^2}$

**C.**  $\frac{-1}{(1-x)^2}$

**D.**  $\frac{-2}{(1-x)^2}$

**Lời giải**

$$y' = \frac{2(1-x) + 1 \cdot (2x-1)}{(1-x)^2} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

**Câu 8.** Tại một xí nghiệp, công thức  $P(t) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}}$  được dùng để tính giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc máy sau thời gian  $t$  (tính theo năm) kể từ khi đưa vào sử dụng. Giá trị còn lại của máy sau 2 năm 3 tháng là

**A.** 297,3

**B.** 239,7

**C.** 279,3

**D.** 273,9

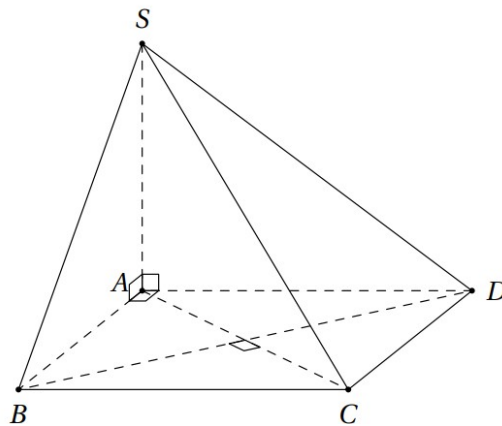
**Lời giải**

**Chọn A**

2 năm 3 tháng  $= 2,25$  năm.

Với  $t = 2,25: P(2,25) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2,25}{3}} \approx 297,3$  (triệu đồng)

**Câu 9:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông và  $SA$  vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?



**A.**  $AC \perp (SCD)$

**B.**  $BD \perp (SAD)$

**C.**  $AC \perp (SBD)$

**D.**  $BD \perp (SAC)$

**Lời giải**

Vì  $ABCD$  là hình vuông nên  $BD \perp AC$ .

Và  $SA \perp (ABCD)$  nên  $BD \perp SA$ .

Vậy  $BD \perp (SAC)$ .

**Câu 10.** Nghiệm của phương trình  $3^{x+2} = 27$  là

**A.**  $x = -2$

**B.**  $x = -1$

**C.**  $x = 2$

**D.**  $x = 1$

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $3^{x+2} = 27 \Leftrightarrow 3^{x+2} = 3^3 \Leftrightarrow x+2 = 3 \Leftrightarrow x = 1$ .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{4-x}}{4} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases} \text{ . Tính } f'(0) \text{ .}$$

**Câu 11:** Cho hàm số

**A.**  $f'(0) = \frac{-1}{16}$  .

**B.**  $f'(0) = 4$  .

**C.**  $f'(0) = \frac{1}{20}$  .

**D.**  $f'(0) = \frac{1}{16}$  .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} f'(0) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{3 - \sqrt{4-x}}{4} - \frac{1}{4}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{4-x}}{4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - (4-x)}{4x(2 + \sqrt{4-x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{4x(2 + \sqrt{4-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{4(2 + \sqrt{4-x})} = \frac{1}{16} \end{aligned}$$

**Câu 12.** Người ta dùng thuốc để khử khuẩn cho một thùng nước. Biết rằng nếu lúc đầu mỗi mililit nước chứa  $P_0$  vi khuẩn thì sau  $t$  giờ (kể từ khi cho thuốc vào thùng), số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là  $P = P_0 \cdot 10^{-\alpha t}$ , với  $\alpha$  là một hằng số dương nào đó. Biết rằng ban đầu mỗi mililit nước có 9000 vi khuẩn và sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là 6000. Sau thời gian bao lâu (giờ) thì số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước trong thùng ít hơn hoặc bằng 1000?

**A.** 10,8 .

**B.** 18 .

**C.** 24 .

**D.** 6,8 .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$6000 = 9000 \cdot 10^{-2\alpha} \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2} \log \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \log \frac{3}{2}$$

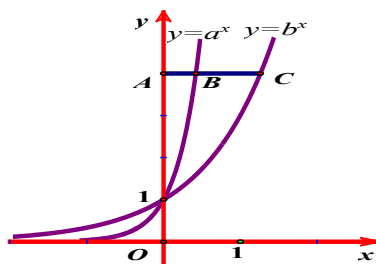
$$9000 \cdot 10^{-\alpha t} \leq 1000 \Leftrightarrow 10^{-\alpha t} \leq \frac{1}{9} \Leftrightarrow -\alpha t \leq \log \frac{1}{9}$$

$$\Leftrightarrow t \geq -\frac{2}{\alpha} \log \frac{1}{3} = -\frac{2}{\frac{1}{2} \log \frac{3}{2}} \cdot \log \frac{1}{3} = \frac{4 \log 3}{\log \frac{3}{2}} \approx 10,8 \text{ (giờ)}.$$

## PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = a^x$  và  $y = b^x$  có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng  $y = 4$  cắt trục tung, đồ thị  $y = a^x$ , đồ thị  $y = b^x$  lần lượt tại các điểm  $A, B, C$  thỏa mãn  $AC = 3AB$ . Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

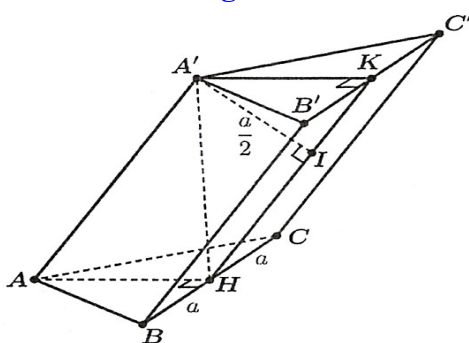


a) **[MĐ1]** Hàm số  $y = a^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$

b) **[MĐ1]**  $0 < b < 1$  .

c) [MĐ2]  $a < b$ .d) [MĐ3]  $a = b^3$ .**Lời giải**a) **Đúng**Hàm số  $y = a^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ b) **Sai**Từ đồ thị ta có hàm số  $y = b^x$  đồng biến nên suy ra  $b > 1$ c) **Sai**Hàm số  $y = a^x$  có đồ thị  $(C_1)$ Hàm số  $y = b^x$  có đồ thị  $(C_2)$ Lấy  $M(1, y) \in (C_1) \Rightarrow M(1, a)$  và  $N(1, y) \in (C_2) \Rightarrow N(1, b)$ Ta thấy điểm  $M$  nằm phía trên điểm  $N$  suy ra  $a > b$ .d) **Đúng**Theo đề bài ta có tọa độ các điểm là  $A(0; 4)$ ,  $B(\log_a 4; 4)$  và  $C(\log_b 4; 4)$ .

$$\begin{aligned} \text{Theo giả thiết } AC = 3AB &\Leftrightarrow \log_b 4 = 3 \log_a 4 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_4 b} = \frac{3}{\log_4 a} \\ &\Leftrightarrow \log_4 a = 3 \log_4 b \Leftrightarrow a = b^3 \end{aligned}$$

**Câu 2.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$  với cạnh huyền  $BC = 2a$ .Biết  $A'H \perp (ABC)$  với  $H$  là trung điểm  $BC$ . Khi đó:a) [MĐ1]  $BC \perp (AA'H)$ .b) [MĐ2]  $B'C' \perp AA'$ .c) [MĐ3] Tìm được hình chiếu của tam giác  $A'AB$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  khi đó, diện tích hình chiếu đó theo  $a$  bằng:  $\frac{a^2}{3}$ .d) [MĐ4] Gọi  $I$  là hình chiếu của  $A'$  trên mặt phẳng  $(BCC'B')$ . Biết  $A'I = \frac{a}{2}$ . Khi đó, độ dài  $A'H$  theo  $a$  bằng:  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .**Lời giải**a) **Đúng.** Ta có:  $\begin{cases} BC \perp A'H \\ BC \perp AH \end{cases}$

$$\Rightarrow BC \perp (AA'H)$$

**b) Đúng.** Vì  $B'C' \parallel BC$  nên  $B'C' \perp (AA'H) \Rightarrow B'C' \perp AA'$ .

**c) Sai.** Vì  $A'H \perp (ABC)$  nên hình chiếu của  $AA'$  trên  $(ABC)$  là  $AH$ , hình chiếu của  $A'B$  trên  $(ABC)$  là  $BH$ .

Vậy hình chiếu của tam giác  $A'AB$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  chính là tam giác  $ABH$ .

Tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  có  $BC = 2a \Rightarrow AB = AC = a\sqrt{2}$ .

Diện tích tam giác  $ABH$  là:

$$S_{\Delta ABH} = \frac{1}{2} S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{4} (a\sqrt{2})^2 = \frac{a^2}{2}.$$

**d) Sai.** Gọi  $K$  là trung điểm  $B'C'$ . Dễ thấy  $(AA'H) \equiv (AHKA')$ .

Mà  $B'C' \perp (AA'H)$  nên  $B'C' \perp (AHKA')$ .

Trong mặt phẳng  $(AHKA')$ , kẻ  $A'I \perp HK$  tại  $I$ . (1)

Vì  $B'C' \perp (AHKA')$ ,  $A'I \subset (AHKA')$  nên  $A'I \perp B'C'$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $A'I \perp (BCC'B')$  hay  $I$  là hình chiếu của  $A'$  trên mặt phẳng  $(BCC'B')$ .

Tam giác  $A'B'C'$  vuông cân tại  $A'$  nên  $A'K = \frac{B'C'}{2} = a$ .

Tam giác  $A'HK$  vuông tại  $A'$  có đường cao  $A'I$  nên ta có:

$$\frac{1}{A'I^2} = \frac{1}{A'H^2} + \frac{1}{A'K^2} \Rightarrow \frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow A'H = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

### PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

**Câu 1.** Biết rằng  $\log_4 2 + \log_8 32 = \frac{a}{b}$  ( $a, b \in \mathbb{N}, (a, b) = 1$ ). Tính giá trị của biểu thức  $S = a^2 + b^2$ .

**Lời giải**

**Đáp số:** 205

Ta có  $\log_4 2 + \log_8 32 = \frac{1}{2} \log_2 2 + \frac{5}{3} \log_2 2 = \frac{13}{6}$ . Khi đó  $a = 13; b = 6$ .

Suy ra  $S = 13^2 + 6^2 = 205$

**Câu 2:** [Mức độ 2] Phương trình  $\log_2 x + \log_2 (x+2) = 3$  có số nghiệm là.

**Đáp án:** 1.

**Lời giải**

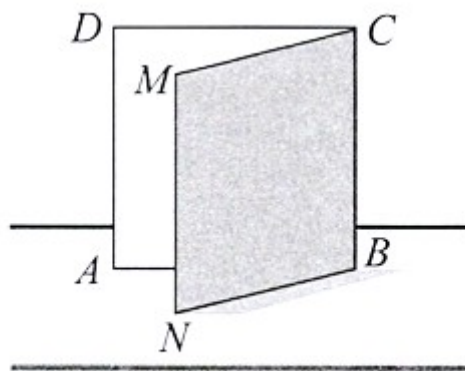
+/ Điều kiện:  $x > 0$

+/ Khi đó phương trình

$$\begin{aligned}\log_2 x + \log_2 (x+2) &= 3 \\ \Leftrightarrow \log_2 x(x+2) &= 3 \\ \Leftrightarrow x^2 + 2x &= 8 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}\end{aligned}$$

+/- Kết hợp với điều kiện, phương trình có một nghiệm  $x = 2$ .

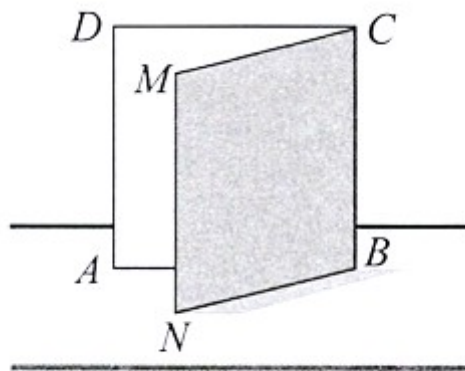
**Câu 3.** Hình 19 minh họa một cánh cửa và khung cửa. Cánh cửa có dạng hình chữ nhật  $BCMN$  và khung cửa có dạng hình chữ nhật  $ABCD$ , ở đó  $AB = BN$ . Góc mở cửa là góc nhị diện  $[A, BC, N]$ . Biết chiều rộng  $BN$  của cửa là  $1,2m$ . Hỏi khi cánh cửa mở một góc phẳng nhị diện  $\frac{6\sqrt{2}}{5}$  (m) là bao nhiêu độ để khoảng cách giữa vị trí điểm  $A$  và  $N$  bằng  $\frac{6\sqrt{2}}{5}$  (m).



Hình 19

Lời giải

**Đáp số:** 90



Hình 19

Vì  $AB \perp BC$  và  $NB \perp BC$  nên góc  $ABN$  là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện  $[A, BC, N]$ .

Xét tam giác  $ABN$  cân tại  $B$  có  $BA = BN = 1,2$  (m) và  $AN = \frac{6\sqrt{2}}{5}$  (m).

Ta có

$$\cos \angle ABN = \frac{AB^2 + BN^2 - AN^2}{2AB \cdot BN} = \frac{1,2^2 + 1,2^2 - \left(\frac{6\sqrt{2}}{5}\right)^2}{2 \cdot 1,2 \cdot 1,2} = 0$$

Suy ra  $\angle ABN = 90^\circ$ .

**Câu 4:** [ **Mức độ 4** ] Bác Việt gửi tiết kiệm 600 triệu đồng ở một ngân hàng với lãi suất không đổi 6,8% một năm theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Thời gian tối thiểu để bác Việt thu được ít nhất 1 tỷ đồng ( cả vốn lẫn lãi ) là

**Đáp án:** 8.

**Lời giải**

Tổng số tiền cả vốn lẫn lãi bác Việt có được sau một năm gửi ngân hàng là

$$A_1 = 600 + 0,068 \cdot 600 = 600(1 + 0,068) \quad (\text{triệu đồng})$$

Tổng số tiền cả vốn lẫn lãi bác Việt có được sau hai năm gửi ngân hàng là

$$A_2 = 600(1 + 0,068) + 0,068 \cdot 600(1 + 0,068) = 600 \cdot (1 + 0,068)^2 \quad (\text{triệu đồng})$$

Tổng số tiền cả vốn lẫn lãi bác Việt có được sau ba năm gửi ngân hàng là

$$A_3 = 600 \cdot (1 + 0,068)^2 + 0,068 \cdot 600(1 + 0,068)^2 = 600(1 + 0,068)^3 \quad (\text{triệu đồng})$$

Tổng quát ta có tổng số tiền cả vốn lẫn lãi bác Việt có được sau  $n$  năm gửi ngân hàng là

$$A_n = 600(1 + 0,068)^n \quad (\text{triệu đồng})$$

Để tổng số tiền cả vốn lẫn lãi bác Việt thu được ít nhất 1 tỷ, ta phải có

$$\begin{aligned} 600(1 + 0,068)^n &\geq 1000 \\ \Leftrightarrow (1 + 0,068)^n &\geq \frac{5}{3} \\ \Leftrightarrow \ln(1 + 0,068)^n &\geq \ln\left(\frac{5}{3}\right) \\ \Leftrightarrow n &\geq \frac{\ln\left(\frac{5}{3}\right)}{\ln(1 + 0,068)} \\ \Leftrightarrow n &\geq 7,76 \end{aligned}$$

Vậy thời gian tối thiểu để bác Việt thu được ít nhất 1 tỷ ( cả vốn lẫn lãi ) là 8 năm.

#### PHẦN IV : TỰ LUẬN

**Câu 1.**

a) Giải phương trình  $4^{2x-3} = 9$

**Lời giải**

$$4^{2x-3} = 9 \Leftrightarrow 2x-3 = \log_4 9 \Leftrightarrow 2x = 3 + \log_2 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \log_2 3.$$

Ta có:

$$S = \left\{ \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \log_2 3 \right\}.$$

Vậy

b) Giải phương trình  $\log_{\sqrt{3}}(x-1)^3 - \log_3(x-3)^2 = 2\log_3(x-1)$

**Lời giải**

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 3 \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{3}}(x-1)^3 - \log_3(x-3)^2 &= 2\log_3(x-1) \\ \Leftrightarrow 6\log_3(x-1) - 2\log_3|x-3| &= 2\log_3(x-1) \\ \Leftrightarrow 2\log_3(x-1) &= \log_3|x-3| \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (x-1)^2 = \log_3 |x-3|$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 = |x-3|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = x-3 \\ (x-1)^2 = 3-x \end{cases}$$

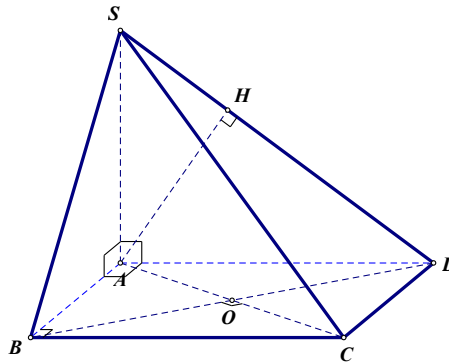
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-1 \end{cases}. \text{ So với điều kiện, ta nhận } x=2.$$

Vậy  $S = \{2\}$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông tâm  $O$  cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với đáy  $ABCD$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ .

- a) Kẻ  $AH \perp SD$ . Chứng minh rằng  $AH \perp (SCD)$ .  
 b) Tính góc giữa  $(SAB)$  và  $(SCD)$

**Lời giải:**



a) Ta có:  $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH \subset (SAD)$

Ta có  $AH \perp SD (H \in SD)$ .

Ta có  $AH \perp SD$  và  $AH \perp CD$  (Vì  $CD \perp (SAD)$ ). Từ đó  $\Rightarrow AH \perp (SCD)$

b) Ta có  $AH \perp (SCD)$  (Theo câu a)

Ngoài ra ta có  $AD \perp (SAB)$ .

Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  là góc giữa hai đường thẳng  $AH$  và  $AD$  chính là góc  $\widehat{HAD}$

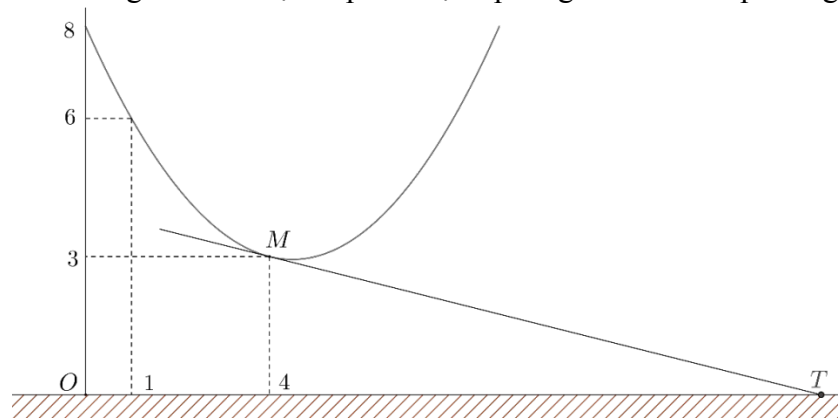
Ta có:  $\widehat{DAH} = \widehat{DSA}$  (vì cùng phụ với góc  $\widehat{SAH}$ ).

$$\tan \widehat{DSA} = \frac{AD}{AS} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{DSA} = 30^\circ$$

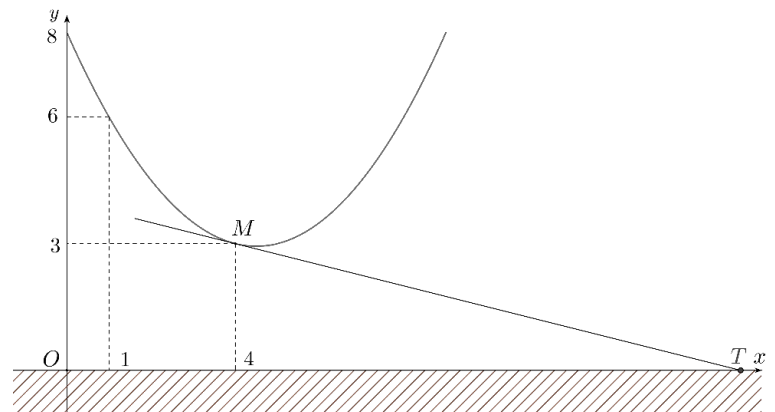
Kết luận  $((SAB), (SCD)) = \widehat{DAH} = 30^\circ$

**Câu 3.** Một máy bay tại độ cao  $8$  km bắt đầu hạ độ cao theo quỹ đạo là một phần của parabol. Sau khi di chuyển theo phương ngang  $1$  km thì độ cao chỉ còn  $6$  km. Máy bay tiếp tục hạ độ cao còn  $3$  km sau khi đi được  $4$  km theo phương ngang và phóng  $1$  tên lửa theo phương tiếp tuyến tại

điểm phóng để hướng đến và trúng mục tiêu. Giả sử rằng quỹ đạo chuyển động của tên lửa là đường thẳng, tính khoảng cách từ mục tiêu đến vị trí phóng tên lửa theo phương ngang?



**Lời giải**



Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Gọi quỹ đạo của máy bay là  $y = ax^2 + bx + 8 \ (a \neq 0)$ .

Vì parabol qua  $(1; 6), (4; 3)$  nên ta có hệ 
$$\begin{cases} a + b + 8 = 6 \\ 16a + 4b + 8 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = -\frac{9}{4} \end{cases}.$$

Suy ra quỹ đạo chuyển động hạ cánh của máy bay là  $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{9}{4}x + 8$ .

$$y' = \frac{1}{2}x - \frac{9}{4}.$$

Quỹ đạo của tên lửa là tiếp tuyến tại  $M$ , suy ra phương trình thể hiện cho tên lửa là

$$y = -\frac{1}{4}x + 4.$$

Vị trí mục tiêu cách lúc bắt đầu hạ cánh là nghiệm của phương trình  $-\frac{1}{4}x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 16$

Vậy mục tiêu cách vị trí phóng tên lửa theo phương ngang là  $16 - 4 = 12$  (km).

----HẾT-----

