

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x^2 + 1}$. Giá trị $f(-2)$ bằng

- A. -3. B. 3. C. 4. D. Không xác định.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , đỉnh của parabol $y = x^2 - 2x - 1$ có tọa độ là

- A. (1; -2). B. (1; 2). C. (2; -1). D. (-1; 2).

Câu 3: Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

Câu 4: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 + 3x - 5} - x + 1 = 0$ là

- A. $\{1; -6\}$. B. $\{1\}$. C. $\emptyset$. D. $\mathbb{R}$

Câu 5: Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $A(-2; 1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 3)$ là

- A. $2x + 3y - 5 = 0$. B. $3x - 2y + 1 = 0$. C. $2x + 3y + 1 = 0$. D. $3x - 2y + 8 = 0$

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-2; 1)$ và $B(2; 4)$ là

- A. $3x + 4y - 10 = 0$. B. $3x - 4y + 10 = 0$. C. $4x + 3y + 5 = 0$. D. $4x - 3y + 5 = 0$.

Câu 7: Tính góc giữa hai đường thẳng $a: \sqrt{3}x - y + 7 = 0$ và $b: x - \sqrt{3}y - 1 = 0$

- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Câu 8: Khoảng cách từ điểm $M(3; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$ nằm trong khoảng nào sau đây?

- A. (1; 3). B. (3; 5). C. (7; 9). D. (5; 7).

Câu 9: Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy cho đường tròn $(C): (x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 16$. Đường tròn (C) có tọa độ tâm I và bán kính R bằng

- A. $I(2; -4); R = 4$. B. $I(2; -4); R = 16$. C. $I(-2; 4); R = 4$. D. $I(-2; 4); R = 16$

Câu 10: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , phương trình đường tròn có tâm $I(3; 1)$ và đi qua điểm $M(2; -1)$ là

- A. $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = \sqrt{5}$. B. $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = \sqrt{5}$.

C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$

D. $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 5$

Câu 11: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của đường parabol?

A. $y^2 = -6x$

B. $y^2 = 6x$

C. $x^2 = -6y$

D. $x^2 = 6y$

Câu 12: Trường THPT A, khối 12 có 11 lớp, khối 11 có 10 lớp và khối 10 có 12 lớp. Thầy Tổ trưởng tổ Toán muốn chọn một lớp để dự giờ. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách chọn?

A. 3

B. 33

C. 11

D. 10

Câu 13: Trong tủ quần áo của bạn Ngọc có 10 cái áo sơ mi đôi một khác nhau và 5 cái chân váy với hoa văn khác nhau. Bạn Ngọc muốn chọn ra một bộ quần áo để đi dự tiệc sinh nhật. Hỏi bạn Ngọc có bao nhiêu cách chọn?

A. 10

B. 50

C. 5

D. 15

Câu 14: Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 4 bạn học sinh vào dãy có 4 ghế?

A. 4 cách

B. 8 cách

C. 12 cách

D. 24 cách

Câu 15: Trong một lớp học có 20 học sinh nữ và 15 học sinh nam. Hỏi giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn: ba học sinh làm ba nhiệm vụ lớp trưởng, lớp phó và bí thư?

A. C_{35}^3

B. $35!$

C. A_3^{35}

D. A_{35}^3

Câu 16: Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$. Số tập con gồm 2 phần tử của A là

A. 10

B. 8

C. 16

D. 20

Câu 17: Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x-3)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6

B. 3

C. 5

D. 4

Câu 18: Có 2020 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 2020. Xét phép thử: lấy ngẫu nhiên 5 tấm thẻ trong số 2020 tấm thẻ đã cho. Tính số phần tử của không gian mẫu.

A. $n(\Omega) = C_{2020}^5$

B. $n(\Omega) = A_{2020}^5$

C. $n(\Omega) = C_{2020}^1$

D. $n(\Omega) = A_{2020}^1$

Câu 19: Một tổ học sinh gồm có 5 học sinh nữ và 7 học sinh nam, chọn ngẫu nhiên 2 học sinh. Tính xác suất để 2 học sinh được chọn có cả học sinh nam và học sinh nữ?

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{35}{66}$

D. $\frac{3}{55}$

Câu 20: Từ một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\frac{24}{91}$

B. $\frac{12}{91}$

C. $\frac{2}{91}$

D. $\frac{1}{12}$

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+3}{(2x-1)\sqrt{x+4}}$ là

A. $D = (-4; +\infty), \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

B. $D = [-4; +\infty)$

C. $\mathbb{R}, \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

D.

$$D = [-4; +\infty), \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

Câu 22: Cho parabol $(P): y = x^2 - 2ax + b + 1$. Tính $a+b$, biết (P) có đỉnh $I(-2; 3)$.

A. $a+b = 4$

B. $a+b = -2$

C. $a+b = 6$

D. $a+b = 0$

Câu 23: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số

$$y = \frac{2x+1}{\sqrt{(m+2)x^2 - 2(m-1)x + 4}}$$

xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. 7 . B. 8 . C. 9 . D. 10 .

Câu 24: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình và $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = \sqrt{x + 2}$ là

- A. 3 . B. 4 . C. -1 . D. -3 .

Câu 25: Trong mặt phẳng Oxy , phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; -2)$ và song song đường thẳng (d) có phương trình: $2x - 3y - 7 = 0$ là

- A. $2x - 3y - 8 = 0$. B. $2x - 3y + 8 = 0$. C. $x - 2y + 8 = 0$. D. $x - 2y - 8 = 0$.

Câu 26: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1: 3x + 4y + 10 = 0$ và $d_2: (2m-1)x + m^2y + 10 = 0$ trùng nhau?

- A. $m \pm 2$. B. $m = \pm 1$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Câu 27: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn đi qua ba điểm $A(11; 8), B(13; 8), C(14; 7)$ có phương trình là.

- A. $x^2 + y^2 + 24x - 12y + 175 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 24x + 12y + 175 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 24x - 12y + 175 = 0$. D. $x^2 + y^2 + 24x + 12y + 175 = 0$.

Câu 28: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ và điểm $A(1; 5)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây là tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm A .

- A. $y - 5 = 0$. B. $y + 5 = 0$. C. $x + y - 5 = 0$. D. $x - y - 5 = 0$.

Câu 29: Cho của hypebol $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{5} = 1$. Hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng bao nhiêu?

- A. 8 . B. 16 . C. 4 . D. 5 .

Câu 30: Tổ 1 của lớp 10A có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một cặp nam nữ từ tổ 1 ?

- A. 11 . B. 30 . C. 6 . D. 5 .

Câu 31: Có 4 học sinh nam, 3 học sinh nữ và 2 thầy giáo xếp thành một hàng dọc tham gia một cuộc thi. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng sao cho nhóm 3 học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau và nhóm hai thầy giáo cũng đứng cạnh nhau?

- A. 362880 . B. 14400 . C. 8640 . D. 288 .

Câu 32: Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau và nhỏ hơn 2021 ?

- A. 214 . B. 215 . C. 216 . D. 217 .

Câu 33: Gieo ngẫu nhiên 2 con xúc sắc cân đối đồng chất. Tìm xác suất của biến cố: " Hiệu số chấm xuất hiện trên 2 con xúc sắc bằng 1 " .

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{1}{9}$. C. $\frac{5}{18}$. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 34: Từ một đội văn nghệ có 5 nam và 8 nữ, cần lập một nhóm 4 người hát tốp ca một cách ngẫu nhiên. Xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nam bằng

A. $\frac{70}{143}$.

B. $\frac{73}{143}$.

C. $\frac{16}{143}$.

D. $\frac{17}{143}$.

Câu 35: Từ một hộp chứa 7 quả cầu xanh, 5 quả cầu vàng, người ta lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Tính xác suất để trong 3 quả cầu được lấy có ít nhất 2 quả xanh.

A. $\frac{7}{44}$.

B. $\frac{7}{11}$.

C. $\frac{4}{11}$.

D. $\frac{21}{220}$.

II. TỰ LUẬN:

Câu 36: Cho đa giác đều (H) có 48 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác vuông có đỉnh là đỉnh của (H) ?

Câu 37: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(8;2)$. Viết phương trình đường thẳng d qua M và d cắt tia Ox, Oy lần lượt tại $A(a;0), B(0;b)$ sao cho tam giác ABO có diện tích nhỏ nhất.

Câu 38: Mật khẩu mở điện thoại của bác Bình là một số tự nhiên lẻ gồm 6 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 600.000. Bạn An được bác Bình cho biết thông tin ấy nhưng không cho biết mật khẩu chính xác là số nào nên quyết định thử bấm ngẫu nhiên một số tự nhiên lẻ gồm 6 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 600.000. Tính xác suất để bạn An nhập một lần duy nhất mà đúng mật khẩu để mở được điện thoại của bác Bình.

Câu 39: Hai thiết bị A và B dùng để ghi âm một vụ nổ đặt cách nhau 1 dặm, thiết bị A ghi được âm thanh trước thiết bị B là 2 giây, biết vận tốc âm thanh là 1100 feet /s. Tìm các vị trí mà vụ nổ có thể xảy ra.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	A	A	B	C	B	A	D	A	C	B	B	B	D	D	A	C	A
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	
C	C	A	A	A	B	A	C	C	A	A	B	C	B	C	D	B	

LỜI GIẢI:

Câu 34: Từ một đội văn nghệ có 5 nam và 8 nữ, cần lập một nhóm 4 người hát tốp ca một cách ngẫu nhiên. Xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nam bằng

A. $\frac{70}{143}$

B. $\frac{73}{143}$

C. $\frac{16}{143}$

D. $\frac{17}{143}$

Lời giải

Số cách chọn ra 4 người từ đội văn nghệ sao cho có ít nhất 3 nam là $C_5^3 \cdot C_8^1 + C_5^4$

$$\frac{C_5^3 \cdot C_8^1 + C_5^4}{C_{13}^4} = \frac{17}{143}$$

Xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nam bằng

Câu 35: Từ một hộp chứa 7 quả cầu xanh, 5 quả cầu vàng, người ta lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Tính xác suất để trong 3 quả cầu được lấy có ít nhất 2 quả xanh.

A. $\frac{7}{44}$

B. $\frac{7}{11}$

C. $\frac{4}{11}$

D. $\frac{21}{220}$

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố: "3 quả cầu được lấy có ít nhất 2 quả xanh".

Xét 2 trường hợp sau:

- Trường hợp 1: Chọn 2 quả cầu xanh, 1 quả cầu vàng có $C_7^2 \cdot C_5^1 = 105$ cách.
- Trường hợp 2: Chọn 3 quả cầu xanh có $C_7^3 = 35$ cách.

Suy ra $n(A) = 105 + 35 = 140$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{140}{220} = \frac{7}{11}$$

Vậy xác suất cần tìm là

II. TỰ LUẬN

Câu 36: Cho đa giác đều (H) có 48 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác vuông có đỉnh là đỉnh của (H) ?

Lời giải

Đa giác đều (H) có 48 đỉnh nên có 24 đường chéo đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều (H) .

Một tam giác vuông có đỉnh là đỉnh của (H) thì phải có cạnh huyền là đường chéo đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều (H) .

Với một đường chéo như vậy của đa giác đều (H) sẽ tạo ra 46 tam giác vuông.

Vậy số tam giác vuông có đỉnh là đỉnh của (H) là $24 \cdot 46 = 1104$ tam giác vuông.

Câu 37: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(8;2)$. Viết phương trình đường thẳng d qua M và d cắt tia Ox, Oy lần lượt tại $A(a;0), B(0;b)$ sao cho tam giác ABO có diện tích nhỏ nhất.

Lời giải

Ta có phương trình đường thẳng có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

Do đi qua $M(8;2)$ nên ta có $\frac{8}{a} + \frac{2}{b} = 1$.

$$ABO \quad S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} a \cdot b$$

Mặt khác diện tích của tam giác vuông

Áp dụng BĐT Cô si ta có :

$$1 = \frac{8}{a} + \frac{2}{b} \geq 2\sqrt{\frac{8}{a} \cdot \frac{2}{b}} \Leftrightarrow 1 \geq 2\sqrt{\frac{16}{ab}} \Leftrightarrow 1 \geq 2 \frac{4}{\sqrt{ab}} \Leftrightarrow \sqrt{ab} \geq 8 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} ab \geq 32$$

Ta có diện tích của tam giác vuông ABO nhỏ nhất bằng 32 khi a, b thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{8}{a} = \frac{2}{b} \\ \frac{8}{a} + \frac{2}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4b \\ \frac{8}{a} + \frac{2}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4b \\ \frac{8}{4b} + \frac{2}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4b \\ b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 16 \\ b = 4 \end{cases}$$

Vậy $a + b = 20$.

Câu 38: Mật khẩu mở điện thoại của bác Bình là một số tự nhiên lẻ gồm 6 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 600.000. Bạn An được bác Bình cho biết thông tin ấy nhưng không cho biết mật khẩu chính xác là số nào nên quyết định thử bấm ngẫu nhiên một số tự nhiên lẻ gồm 6 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 600.000. Tính xác suất để bạn An nhập một lần duy nhất mà đúng mật khẩu để mở được điện thoại của bác Bình.

Lời giải

Đặt $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Gọi số tự nhiên lẻ có 6 chữ số là $x = \overline{abcdef}$ với a, b, c, d, e, f thuộc $A, a \neq 0$ và $f \in B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

Vì $x < 600.000$ nên $a \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

* Trường hợp 1:

$a \in \{1, 3, 5\} \Rightarrow a$ có 3 cách chọn.

$f \neq a$ và $f \in B \Rightarrow f$ có 4 cách chọn.

Mỗi bộ $\overline{bcde}$ là một chỉnh hợp chập 4 của 8 phần tử còn lại thuộc tập $A \Rightarrow$ có A_8^4 cách chọn.

Trường hợp này có $3 \cdot 4 \cdot A_8^4 = 20160$ số.

* Trường hợp 2 :

$a \in \{2, 4\} \Rightarrow a$ có 2 cách chọn.

$f \in B \Rightarrow f$ có 5 cách chọn.

Mỗi bộ $\overline{bcde}$ là một chỉnh hợp chập 4 của 8 phần tử còn lại của tập $A \Rightarrow$ có A_8^4 cách chọn.

Trường hợp này có $2 \cdot 5 \cdot A_8^4 = 16800$ số.

Vậy có tất cả $20160 + 16800 = 36960$ số tự nhiên lẻ có 6 chữ số.

Gọi C là biến cố bạn An nhập một lần theo gợi ý của bác Bình mà đúng mật khẩu mở điện thoại.

Ta có $n(\Omega) = 36960; n(C) = 1$

Vậy
$$P(C) = \frac{n(C)}{n(C)} = \frac{1}{36960}.$$