

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề thi 0114

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng BG và mặt phẳng (ACD) là

- A. Trọng tâm của tam giác ACD .
B. Điểm I thuộc CD sao cho $IC=2ID$.
C. Điểm I thuộc CD sao cho $ID=2IC$.
D. Trung điểm của đoạn CD .

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật tâm O . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng

- A. SC .
B. SB .
C. SA .
D. SO .

Câu 3. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thang với đáy lớn AD . M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SD . Đường thẳng MN song song với đường thẳng

- A. AC .
B. AD .
C. CD .
D. AB .

Câu 4. Trong các dãy số sau, dãy số nào không là cấp số nhân?

- A. $1; 3; 9; 27; \dots$.
B. $1; -1; 1; -1; \dots$.
C. $1; 0; 1; 0; 1; \dots$.
D. $1; 1; 1; 1; \dots$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3=3, u_4=6$. Công bội của cấp số nhân đó là

- A. $q=3$.
B. $q=2$.
C. $q=1$.
D. $q=1/2$.

Câu 6. Cho cấp số nhân có số hạng đầu bằng 2 và công bội bằng 3. Số hạng thứ 8 của cấp số nhân đó có giá trị là

- A. 26.
B. 13122.
C. 4374.
D. 384.

Câu 7. Tập nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ là

- A. $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \right\}$.
B. $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \right\}$.
C. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{2\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \right\}$.
D. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \right\}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khi đó d đi qua S và song song với

- A. AC .
B. CD .
C. BC .
D. AB .

Câu 9. Cho hai góc lượng giác α và β , khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha$.
B. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.
C. $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$.
D. $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha + \cos \beta$.

Câu 10. Hàm số nào sau đây là hàm chẵn?

- A. $y = \sin x$.
B. $y = \cos x$.
C. $y = \cot x$.
D. $y = \tan x$.

Câu 11. Trong không gian, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hai đường thẳng đồng phẳng nếu phân biệt thì sẽ cắt nhau.
B. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
C. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
D. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy đồng quy hoặc đôi một song song.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) có công thức số hạng tổng quát $u_n = \frac{n}{n+2} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng thứ 10 của dãy số có giá trị là

A. $\frac{5}{6}$.

B. $\frac{9}{11}$.

C. $\frac{11}{13}$.

D. $\frac{4}{5}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC .

a) $NK \parallel AD$.

b) $MN \parallel AB$.

c) Các giao tuyến của mặt phẳng (MNK) với các mặt bên của hình chóp tạo thành một hình thoi.

d) Hai đường thẳng MN và CD chéo nhau.

Câu 2. Xét hàm số $y = f(x) = \cos x$.

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

b) Tập giá trị của hàm số là $(-1; 1)$.

c) Phương trình $f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ tập nghiệm là $S = \{\pi/4 + k2\pi\}$ với $k \in \mathbb{Z}$.

d) Nếu $x \in (0; \pi/2)$ thì $f(x) > 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\tan 3x = 1$ có dạng $a\pi$ với a là số hữu tỉ. Tính giá trị của biểu thức $-a$.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD . M là điểm thuộc cạnh AD sao cho $MA = 4MD$. Gọi N là giao điểm của đường thẳng BC và mặt phẳng (MPQ) . Tính tỉ số $\frac{NB}{BC}$.

Câu 3. Ban tổ chức của chương trình ca nhạc Anh trai vượt ngàn chông gai xếp ghế ngồi cho khán giả thành các hàng theo quy tắc sau. Hàng 1 xếp 200 ghế, hàng 2 xếp 250 ghế và các hàng tiếp theo sẽ hơn hàng trước nó 50 ghế. Hỏi ban tổ chức cần xếp bao nhiêu hàng ghế để vừa đủ chỗ ngồi cho 47000 khán giả?

Câu 4. Nhiệt độ ngoài trời ở một thành phố vào các thời điểm khác nhau trong ngày có thể được mô tả bởi công thức $h(t) = 30 + 4 \sin[\pi/12(t-8)]$, với h được tính bằng độ và t là thời gian trong ngày tính bằng giờ $(0 \leq t \leq 24)$. Tìm nhiệt độ thấp nhất trong ngày của thành phố đó theo đơn vị độ.

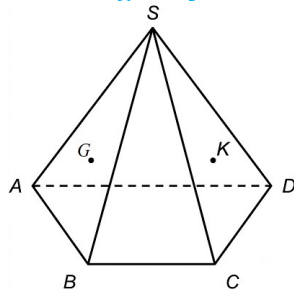
PHẦN IV. Tự luận. Học sinh trình bày tự luận từ câu 1 đến câu 3.

Câu 5. Giải các phương trình sau:

a. $\sin(x - \pi/4) = -1/2$.

b. $\cos x - \cos 2x = 0$.

Câu 6. Cho chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thang với AD là đáy lớn. Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SCD (tham khảo hình vẽ).



a. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

b. Chứng minh $GK \parallel AD$.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $u_1 = 3$ và $u_2 = 12$. Tìm công bội q và số hạng u_6 của cấp số nhân đó.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO

BẢNG ĐÁP ÁN

Phần I. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	D	D	B	C	B	C	D	C	B	B	D	A

Phần II. Trắc nghiệm đúng - sai

Câu	a	b	c	d
1	Đúng	Đúng	Sai	Sai
2	Đúng	Sai	Sai	Đúng

Phần III. Trả lời ngắn

Câu	1	2	3	4
Đáp án	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{5}$	40	26

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1

Gọi I là trung điểm của CD . Vì G là trọng tâm tam giác BCD nên B, G, I thẳng hàng.

Mặt khác $I \in CD \subset (ACD)$, do đó đường thẳng BG cắt mặt phẳng (ACD) tại I .

Vì I là trung điểm của CD nên $IC = ID$.

Chọn D.

Câu 2

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O nên hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O .

Ta có:

- $S \in (SAC)$ và $S \in (SBD)$;
- $O \in AC \subset (SAC)$ và $O \in BD \subset (SBD)$.

Vậy hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) có hai điểm chung phân biệt S, O , nên giao tuyến của chúng là SO .

Chọn D.

Câu 3

Xét tam giác SAD , M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD .

Theo định lí đường trung bình trong tam giác, $MN \parallel AD$.

Chọn B.

Câu 4

- Dãy $1; 3; 9; 27; \dots$ là cấp số nhân có công bội $q = 3$.
- Dãy $1; -1; 1; -1; \dots$ là cấp số nhân có công bội $q = -1$.
- Dãy $1; 1; 1; 1; \dots$ là cấp số nhân có công bội $q = 1$.
- Dãy $1; 0; 1; 0; 1; \dots$ không có một công bội không đổi vì từ 1 sang 0 thì tỉ số bằng 0 , còn từ 0 sang 1 thì không xác định.

Vậy dãy không phải cấp số nhân là phương án C.

Chọn C.

Câu 5

Với cấp số nhân, $u_4 = u_3 q$.

Suy ra $6 = 3q \Rightarrow q = 2$.

Chọn B.

Câu 6

Cấp số nhân có $u_1 = 2$, $q = 3$.

Công thức số hạng tổng quát: $u_n = u_1 q^{n-1}$.

Do đó $u_8 = 2 \cdot 3^7 = 2 \cdot 2187 = 4374$.

Chọn C.

Câu 7

Giải phương trình

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Ta có $\sin x = \sin \frac{\pi}{3}$.

Suy ra $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ hoặc $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập nghiệm đúng là phương án D.

Chọn D.

Câu 8

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $AD \parallel BC$.

Mặt phẳng (SAD) chứa đường thẳng AD , mặt phẳng (SBC) chứa đường thẳng BC . Hai mặt phẳng này cùng đi qua S .

Do $AD \parallel BC$, giao tuyến d của (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AD , đồng thời song song với BC .

Vì vậy $d \parallel BC$.

Chọn C.

Câu 9

Công thức góc nhân đôi của $\cos$ là $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

Đây chính là phương án B.

Chọn B.

Câu 10

Xét các hàm lượng giác cơ bản:

$$\sin(-x) = -\sin x,$$

$$\cos(-x) = \cos x,$$

$$\tan(-x) = -\tan x,$$

$$\cot(-x) = -\cot x.$$

Do đó $y = \cos x$ là hàm chẵn.

Chọn B.

Câu 11

Xét các mệnh đề:

- A sai: hai đường thẳng đồng phẳng và phân biệt có thể song song, không nhất thiết cắt nhau.
- B chưa phải mệnh đề luôn đúng theo cách phát biểu của đề vì thiếu điều kiện hai đường thẳng phải phân biệt. Nếu hai đường thẳng đó trùng nhau thì không gọi là song song với nhau.
- C sai: trong không gian, hai đường thẳng không có điểm chung có thể chéo nhau.
- D đúng: nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy, hoặc đôi một song song.

Chọn D.

Câu 12

Ta có

$$u_n = \frac{n}{n+2}.$$

Số hạng thứ 10 là $u_{10} = \frac{10}{10+2} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}.$

Chọn A.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI

Câu 1

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N, K lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC .

a) $NK \parallel AD$

Trong tam giác SBC , N, K là trung điểm của SB, SC nên $NK \parallel BC$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $BC \parallel AD$.

Suy ra $NK \parallel AD$.

Kết luận: Đúng.

b) $MN \parallel AB$

Trong tam giác SAB , M, N là trung điểm của SA, SB nên theo định lý đường trung bình, $MN \parallel AB$.

Kết luận: Đúng.

c) Các giao tuyến của (MNK) với các mặt bên tạo thành một hình thoi

Từ $MN \parallel AB$ và $NK \parallel BC$, suy ra mặt phẳng (MNK) song song với mặt phẳng đáy $(ABCD)$.

Gọi L là giao điểm của (MNK) với SD . Khi đó L cũng là trung điểm của SD , và thiết diện $MNKL$ đồng dạng với đáy $ABCD$ theo tỉ số $\frac{1}{2}$.

Vì $ABCD$ chỉ được giả thiết là hình bình hành, không nhất thiết là hình thoi, nên $MNKL$ cũng không nhất thiết là hình thoi.

Kết luận: Sai.

d) Hai đường thẳng MN và CD chéo nhau

Ta có $MN \parallel AB$

và do $ABCD$ là hình bình hành, $AB \parallel CD$.

Suy ra $MN \parallel CD$.

Vì vậy MN và CD không chéo nhau.

Kết luận: Sai.

Vậy **Câu 1: Đúng - Đúng - Sai - Sai.**

Câu 2

Xét hàm số $y = f(x) = \cos x$.

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$

Hàm số $\cos x$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Kết luận: Đúng.

b) Tập giá trị của hàm số là $(-1;1)$

Ta có $-1 \leq \cos x \leq 1$.

Do đó tập giá trị là $[-1;1]$,

không phải $(-1;1)$.

Kết luận: Sai.

c) Phương trình $f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ có tập nghiệm $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + 2k\pi \right\}$

Ta giải

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4}.$$

Suy ra nghiệm đầy đủ là $x = \pm \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Tập nghiệm trong phát biểu chỉ có một nhánh nên chưa đầy đủ.

Kết luận: Sai.

d) Nếu $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thì $f(x) > 0$

Trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, hàm cos dương nên $\cos x > 0$.

Kết luận: Đúng.

Vậy **Câu 2: Đúng - Sai - Sai - Đúng.**

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1

Giải phương trình $\tan 3x = 1$.

Ta có $3x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Suy ra $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} = \frac{1+4k}{12}\pi$.

Để $x < 0$ và lớn nhất, chọn $k = -1$: $x = \frac{1-4}{12}\pi = -\frac{\pi}{4}$.

Vậy $a = -\frac{1}{4}$. Do đó $-a = \frac{1}{4}$.

Đáp án: $\boxed{\frac{1}{4}}$.

Câu 2

Cho tứ diện $ABCD$, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD . Điểm $M \in AD$ thỏa mãn $MA = 4MD$.

Gọi $N = BC \cap (MPQ)$. Tính $\frac{NB}{BC}$.

Chọn A làm gốc và lấy ba vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC}$ làm cơ sở. Khi đó có thể viết tọa độ:

$$A(0,0,0), B(1,0,0), D(0,1,0), C(0,0,1).$$

Vì P là trung điểm AB nên $P\left(\frac{1}{2}, 0, 0\right)$.

Vì $MA = 4MD$ nên $AM = \frac{4}{5}AD$, suy ra $M\left(0, \frac{4}{5}, 0\right)$.

Vì Q là trung điểm CD nên $Q\left(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

Gọi phương trình mặt phẳng (MPQ) có dạng $ax + by + cz = d$.

Thay tọa độ P, M, Q vào, ta có thể chọn $8x + 5y + 3z - 4 = 0$.

Đặt $t = \frac{NB}{BC}$.

Vì $N \in BC$ nên $N(1-t, 0, t)$.

Mặt khác $N \in (MPQ)$ nên $8(1-t) + 3t - 4 = 0$.

Suy ra $4 - 5t = 0 \Rightarrow t = \frac{4}{5}$.

Vậy $\boxed{\frac{NB}{BC} = \frac{4}{5}}.$

Câu 3

Số ghế ở các hàng lập thành cấp số cộng với

$$u_1 = 200, d = 50.$$

Tổng số ghế của n hàng là $S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d].$

Theo đề bài, $\frac{n}{2} [400 + 50(n-1)] = 47000.$

Suy ra $\frac{n}{2} (50n + 350) = 47000.$

Hay $25n(n+7) = 47000.$

Do đó

$$n(n+7) = 1880.$$

Suy ra $n^2 + 7n - 1880 = 0.$

Ta có

$$\Delta = 7^2 + 4 \cdot 1880 = 7569 = 87^2.$$

Vậy $n = \frac{-7+87}{2} = 40$

(loại nghiệm âm).

Đáp án: $\boxed{40}$ hàng.

Câu 4

Nhiệt độ được cho bởi

$$h(t) = 30 + 4\sin\left[\frac{\pi}{12}(t-8)\right], 0 \leq t \leq 24.$$

Vì $-1 \leq \sin\left[\frac{\pi}{12}(t-8)\right] \leq 1,$ nên $26 \leq h(t) \leq 34.$

Giá trị nhỏ nhất đạt được khi $\sin\left[\frac{\pi}{12}(t-8)\right] = -1.$

Trong khoảng $0 \leq t \leq 24$, điều này xảy ra, chẳng hạn tại $t = 2.$

Do đó nhiệt độ thấp nhất trong ngày là $h_{\min} = 30 - 4 = 26.$

Đáp án: $\boxed{26^\circ\text{C}}.$

PHẦN IV. TỰ LUẬN**Câu 1**

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}$$

a) Giải phương trình

Đặt $u = x - \frac{\pi}{4}.$

Ta có $\sin u = -\frac{1}{2}$.

Suy ra $u = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ hoặc $u = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Thay lại $u = x - \frac{\pi}{4}$:

Trường hợp 1: $x - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ nên $x = \frac{\pi}{12} + 2k\pi$.

Trường hợp 2: $x - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$ nên $x = \frac{17\pi}{12} + 2k\pi$.

b) Giải phương trình $\cos x - \cos 2x = 0$

Ta có

$$\cos x = \cos 2x.$$

Dùng công thức $\cos A = \cos B \Leftrightarrow A = 2k\pi \pm B$,

suy ra $x = 2k\pi + 2x$

hoặc $x = 2k\pi - 2x$.

Từ đó $x = -2k\pi$ hoặc $3x = 2k\pi$.

Nhánh $x = 2k\pi$ đã nằm trong họ nghiệm $x = \frac{2k\pi}{3}$ khi k là bội của 3.

Vậy nghiệm gọn nhất là $x = \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AD là đáy lớn, nên $AD \parallel BC$.

G, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SCD .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD)

Gọi $E = AB \cap CD$.

Vì AD và BC là hai đáy của hình thang nên hai cạnh bên AB, CD không song song và khi kéo dài sẽ cắt nhau tại E .

Ta có $E \in AB \subset (SAB)$, nên $E \in (SAB)$.

Đồng thời $E \in CD \subset (SCD)$, nên $E \in (SCD)$.

Hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) còn có điểm chung S .

Vì vậy giao tuyến của hai mặt phẳng là đường thẳng

$$\boxed{SE}.$$

b) Chứng minh $GK \parallel AD$

Vì G là trọng tâm tam giác SAB nên $\overrightarrow{SG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB})$.

Vì K là trọng tâm tam giác SCD nên $\overrightarrow{SK} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD})$.

Do đó $\overrightarrow{GK} = \overrightarrow{SK} - \overrightarrow{SG}$.

Suy ra $\overrightarrow{GK} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} - \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB})$.

Nhóm các vector:

$$\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{BC},$$

$$\overrightarrow{SD} - \overrightarrow{SA} = \overrightarrow{AD}.$$

Vậy $\overrightarrow{GK} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

Mà $BC \parallel AD$, nên hai vector $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AD}$ cùng phương. Do đó $\overrightarrow{GK}$ cũng cùng phương với $\overrightarrow{AD}$.

Suy ra $\boxed{GK \parallel AD}$.

Câu 3

Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3, u_2 = 12$.

Công bội là $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{12}{3} = 4$.

Số hạng thứ 6 là $u_6 = u_1 q^5$.

Do đó $u_6 = 3 \cdot 4^5 = 3 \cdot 1024 = 3072$.

Vậy $\boxed{q = 4, u_6 = 3072}$.