

CHUYÊN ĐỀ 16: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG**CHỦ ĐỀ 1: TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN****DẠNG 1: TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN.****A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ****1. Định nghĩa**

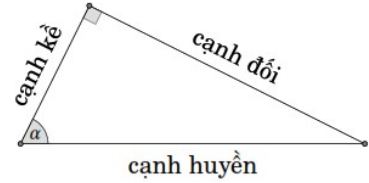
- Với α là góc nhọn trong tam giác vuông ta có

- $\sin \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}};$

- $\cos \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}};$

- $\tan \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}};$

- $\cot \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}}.$

**2. Một số hệ thức và tính chất cơ bản**

- Với hai góc nhọn α, β và $\alpha + \beta = 90^\circ$ thì

$$\sin \alpha = \cos \beta; \cos \alpha = \sin \beta; \tan \alpha = \cot \beta; \cot \alpha = \tan \beta.$$

Với góc nhọn α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), ta có

- $0 < \sin \alpha < 1; 0 < \cos \alpha < 1.$

- Nếu α tăng thì $\sin \alpha$ và $\tan \alpha$ tăng; còn $\cos \alpha$ và $\cot \alpha$ giảm.

3. Một số công thức lượng giác

- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha};$

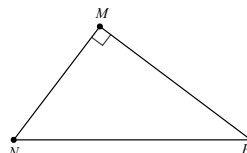
- $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1;$

- $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha};$

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

B. BÀI TẬP**DẠNG 1.1: TÍNH TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN.****PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM****1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN**

Câu 1. [NB] Cho tam giác MNP vuông tại M . Khi đó $\sin \hat{MNP}$ bằng



A. $\frac{MN}{NP}$.

B. $\frac{MP}{NP}$.

C. $\frac{MN}{MP}$.

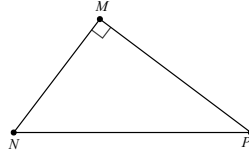
D. $\frac{MP}{MN}$.

Lời giải

$$\sin \hat{MNP} = \frac{MP}{NP}$$

Chọn B

Câu 2. [NB] Cho tam giác MNP vuông tại M . Khi đó $\cos \hat{MNP}$ bằng



A. $\frac{MN}{NP}$.

B. $\frac{MP}{NP}$.

C. $\frac{MN}{MP}$.

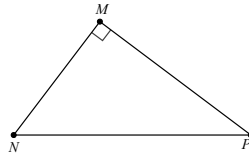
D. $\frac{MP}{MN}$.

Lời giải

$$\cos \hat{MNP} = \frac{MN}{NP}$$

Chọn A

Câu 3. [NB] Cho tam giác MNP vuông tại M . Khi đó $\tan \hat{MNP}$ bằng:



A. $\frac{MN}{NP}$.

B. $\frac{MP}{NP}$.

C. $\frac{MN}{MP}$.

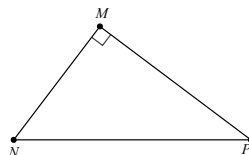
D. $\frac{MP}{MN}$.

Lời giải

$$\tan \hat{MNP} = \frac{MP}{MN}$$

Chọn D

Câu 4. [NB] Cho tam giác MNP vuông tại M . Khi đó $\cot \hat{MNP}$ bằng:



A. $\frac{MN}{NP}$.

B. $\frac{MP}{NP}$.

C. $\frac{MN}{MP}$.

D. $\frac{MP}{MN}$.

Lời giải

$$\cot \hat{MNP} = \frac{MN}{MP}$$

Chọn C

Câu 5. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại C có $BC = 1,2cm, AC = 0,9cm$. Tính các tỉ số lượng giác $\sin B; \cos B$.

A. $\sin B = 0,6; \cos B = 0,8$

B. $\sin B = 0,8; \cos B = 0,6$

C. $\sin B = 0,4; \cos B = 0,8$

D. $\sin B = 0,6; \cos B = 0,4$

Lời giải

Chọn A

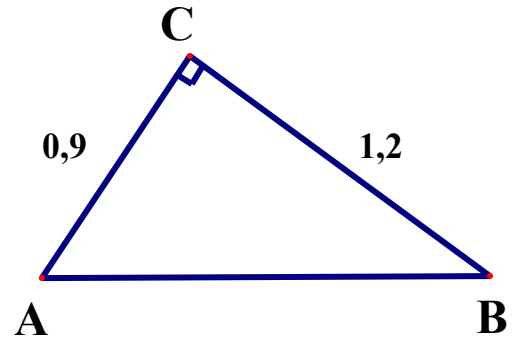
Xét tam giác ABC vuông tại C có:

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 = 1,2^2 + 0,9^2 = 2,25 \Rightarrow AB = 1,5cm$$

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{0,9}{1,5} = 0,6$$

$$\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{1,2}{1,5} = 0,8$$

Khi đó:



Câu 6. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 8cm, AC = 6cm$. Tính tỉ số lượng giác $\tan C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

A. $\tan C \approx 0,87$

B. $\tan C \approx 0,86$

C. $\tan C \approx 0,88$

D. $\tan C \approx 0,89$

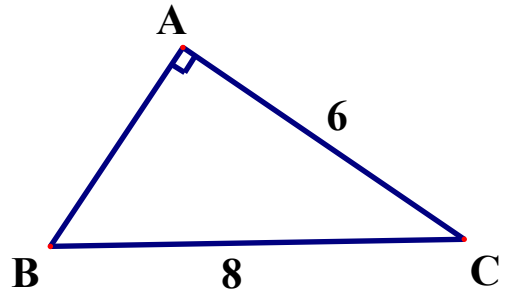
Lời giải

Chọn C

Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$AB^2 = BC^2 - AC^2 = 8^2 - 6^2 = 28 \Rightarrow AB = 2\sqrt{7}cm$$

Khi đó: $\tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{2\sqrt{7}}{6} \approx 0,88$



Câu 7. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có $AB = 13cm, BH = 0,5dm$. Tính tỉ số lượng giác $\sin C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

A. $\sin C \approx 0,35$

B. $\sin C \approx 0,37$

C. $\sin C \approx 0,39$

D. $\sin C \approx 0,38$

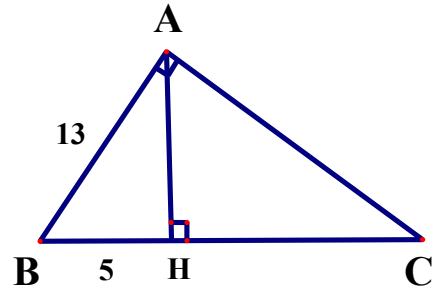
Lời giải

Chọn D

Xét tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH có:

$$AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{AB^2}{BH} = \frac{13^2}{5} = 33,8$$

Khi đó: $\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{13}{33,8} \approx 0,38$



Câu 8. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH có $CH = 4\text{cm}, BH = 3\text{cm}$. Tính tỉ số lượng giác $\cos C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

- A.** $\cos C \approx 0,76$ **B.** $\cos C \approx 0,77$ **C.** $\cos C \approx 0,75$ **D.** $\cos C \approx 0,78$

Lời giải

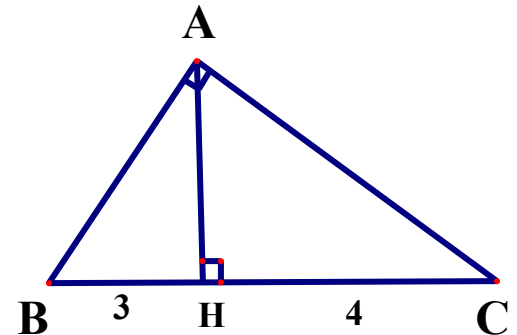
Chọn A

Xét tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH có:

$$AC^2 = CH \cdot BC \Rightarrow AC = \sqrt{4 \cdot 7} = 2\sqrt{7} \text{ cm}$$

Xét tam giác AHC vuông tại H có:

$$\cos C = \frac{HC}{AC} = \frac{4}{2\sqrt{7}} \approx 0,76$$



Câu 9. [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A. Hãy tính $\tan C$ biết rằng $\tan B = 4$.

- A.** $\tan C = \frac{1}{4}$ **B.** $\tan C = 4$ **C.** $\tan C = 2$ **D.** $\tan C = \frac{1}{2}$

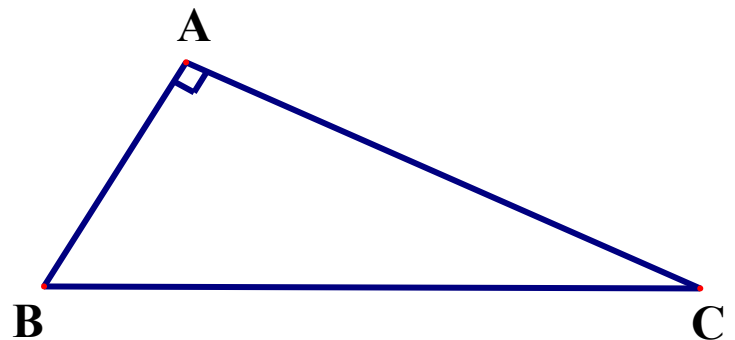
Lời giải

Chọn A

Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$\tan B = \frac{AC}{AB} = 4 \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{1}{4}$$

Khi đó: $\tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{4}$



Câu 10. [VD] Tính $\sin a, \tan a$ biết $\cos a = \frac{3}{4}$.

A. $\sin a = \frac{4}{\sqrt{7}}; \tan a = \frac{3}{4}$

B. $\sin a = \frac{\sqrt{7}}{4}; \tan a = \frac{3}{\sqrt{7}}$

C. $\sin a = \frac{\sqrt{7}}{4}; \tan a = \frac{\sqrt{7}}{3}$

D. $\sin a = \frac{\sqrt{7}}{3}; \tan a = \frac{\sqrt{7}}{4}$

Lời giải

Chọn C

Đặt $B = a$

Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$\cos \alpha = \cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow AB = 3x; BC = 4x (x > 0)$$

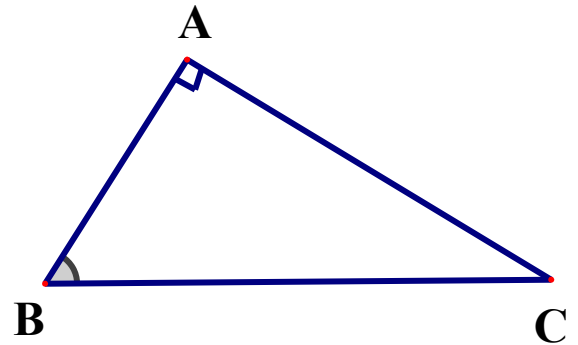
$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = (4x)^2 - (3x)^2 = 7x^2$$

$$\Rightarrow AC = x\sqrt{7}$$

$$\sin a = \sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\tan a = \tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

Khi đó:



Câu 11. [VD] Cho a là góc nhọn bất kỳ. Tính $\cot a$ biết $\sin a = \frac{5}{13}$.

A. $\cot a = \frac{12}{5}$

B. $\cot a = \frac{11}{5}$

C. $\cot a = \frac{5}{12}$

D. $\cot a = \frac{13}{5}$

Lời giải

Chọn A

Đặt $B = a$

Xét tam giác ABC vuông tại A có:

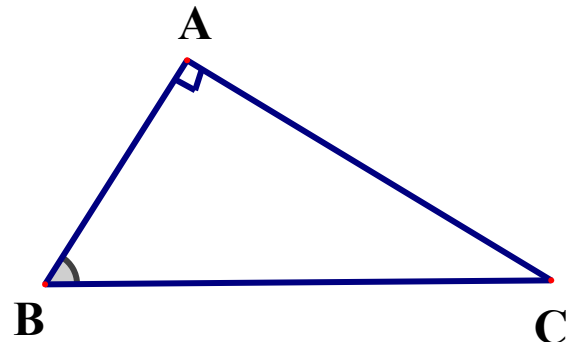
$$\sin \alpha = \sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{13}$$

$$\Rightarrow AC = 5x; BC = 13x (x > 0)$$

$$AB^2 = BC^2 - AC^2 = (13x)^2 - (5x)^2 = 144x^2$$

$$\Rightarrow AB = 12x$$

$$\text{Khi đó: } \cot a = \cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{12x}{5x} = \frac{12}{5}$$



Câu 12. [VDC] Cho tam giác nhọn ABC hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H. Biết $HD : HA = 3 : 2$. Khi đó $\tan \hat{A}BC \cdot \tan \hat{A}CB$ bằng:

A. 3

B. 5

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{5}{3}$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\tan \angle ABC = \frac{AD}{BD}; \tan \angle ACB = \frac{AD}{CD}$

$$\Rightarrow \tan \angle ABC \cdot \tan \angle ACB = \frac{AD^2}{BD \cdot CD} \quad (1)$$

$\angle HBD = \angle CAD$ (cùng phụ với $\angle ACB$), $\angle HDB = \angle ADC = 90^\circ$

Do đó $\triangle AHB \sim \triangle ADC$ (g.g),

suy ra: $\frac{DH}{DC} = \frac{BD}{AD} \Leftrightarrow BD \cdot DC = DH \cdot AD \quad (2)$

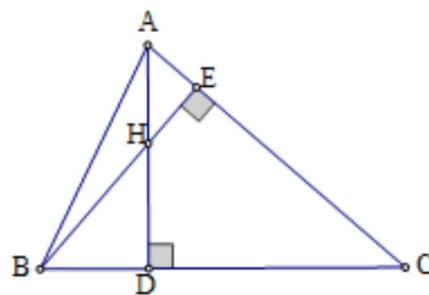
Từ (1) và (2) suy ra: $\tan \angle ABC \cdot \tan \angle ACB = \frac{AD^2}{DH \cdot AD} = \frac{AD}{DH} \quad (3)$

Theo giả thiết: $\frac{HD}{HA} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{HD}{AH + HD} = \frac{3}{2+3} \Leftrightarrow \frac{HD}{AD} = \frac{3}{5}$

$$\Rightarrow \frac{AD}{HD} = \frac{5}{3}.$$

$$\Rightarrow \tan \angle ABC \cdot \tan \angle ACB = \frac{5}{3}.$$

Thay vào (3), ta được:



2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A.

- A. $\sin B = \cos C$. B. $\cot B = \cot C$. C. $\tan B = \cot C$. D. $\sin^2 B + \cos^2 C = 1$.

Lời giải

- A. Đ** **B. S** **C. S** **D. Đ**

- Tam giác ABC vuông tại A thì góc B và góc C phụ nhau nên $\sin B = \cos C$.

- Góc B và góc C chưa cho bằng nhau nên $\cot B = \cot C$ là sai.

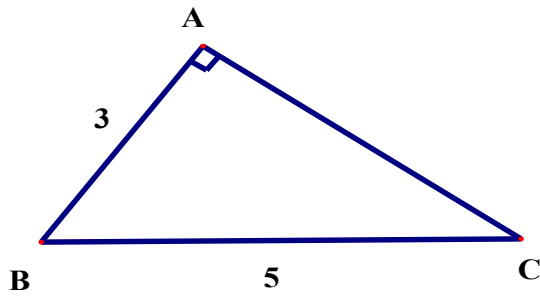
- Tam giác ABC vuông tại A thì góc B và góc C phụ nhau nên $\tan B = \cot C$.

- Vì $\sin B = \cos C$ nên $\sin^2 B + \cos^2 C = 1$ là khẳng định đúng.

Câu 2. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 3\text{cm}$ và $BC = 5\text{cm}$. Khẳng định nào đúng, sai?

- A. $\cos B = \frac{3}{4}$ B. $\sin C = \frac{3}{5}$ C. $\sin B = \frac{4}{5}$ D. $\cot C = \frac{4}{5}$

Lời giải



A. S

B. Đ

C. S

D. S

- Theo đ/l Pytago: $AC^2 = BC^2 - AB^2 = 5^2 - 3^2 = 4^2 \Rightarrow AC = 4cm$

- Theo định nghĩa tỉ số lượng giác: $\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$ nên đáp án A sai

$$\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$$

- Đáp án B đúng vì

Đáp án C đúng vì $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$

-

$$\cot C = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3}$$

- Đáp án D sai vì

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại C có $AC = \frac{5}{13} AB$

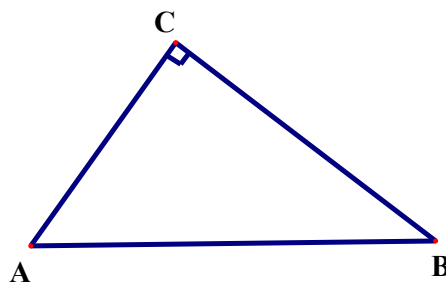
A. $\cos A = \frac{5}{13}$

B. $\tan B = \frac{12}{5}$

C. $\sin A + \sin B = \frac{17}{13}$

D. $\cot A + \cot B = \frac{37}{60}$

Lời giải



A. Đ

B. S

C. Đ

D. S

Từ giả thiết: $AC = \frac{5}{13} AB \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{5}{13}$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{13}$$

Đáp án A đúng vì ta có

- Đặt $AC = 5x$; $AB = 13x$ ($x > 0$). Theo đ/l Pytago:

$$BC^2 = AB^2 - AC^2 = (13x)^2 - (5x)^2 = 144x^2 \Rightarrow BC = 12x$$

$$\tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{5x}{12x} = \frac{5}{12}$$

sai vì

Đáp án

- Ta có: $\sin A + \sin B = \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{17}{13} \Rightarrow$ đáp án C đúng

: $\cot A + \cot B = \frac{5}{12} + \frac{12}{5} = \frac{169}{60} \Rightarrow$ đáp án D sai.

- Ta có

Câu 4. Khẳng định nào đúng, sai?

A. $\sin 20^\circ < \sin 70^\circ$. **B.** $\cot 40^\circ < \cot 50^\circ$. **C.** $\tan 20^\circ \cdot \tan 70^\circ = 2$. **D.** $\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ = \frac{1}{2}$

Lời giải

- Vì góc tăng thì tỉ số sin tăng nên đáp án A đúng

- Vì góc tăng thì cot giảm nên đáp án B sai

- Ta có $\tan 70^\circ = \cot 20^\circ$ nên $\tan 20^\circ \cdot \tan 70^\circ = \tan 20^\circ \cdot \cot 20^\circ = 1$ nên đáp án C sai

- Do hai góc phụ nhau nên $\sin 10^\circ = \cos 80^\circ$ nên $\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ = \cos^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ = 1$.

Nên đáp án D sai

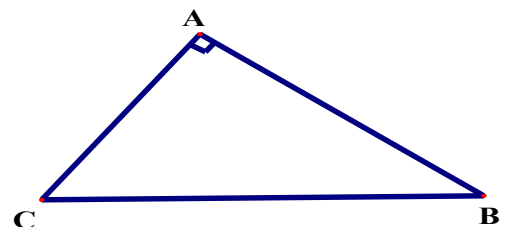
3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại A. Khi đó $\cos C$ bằng tỉ số....

Lời giải

Theo định nghĩa tỉ số lượng giác ta có:

$$\cos C = \frac{AC}{BC}$$



Câu 2. [NB] Cho a và b là hai góc nhọn bất kỳ thỏa mãn $a + b = 90^\circ$. Khi đó $\tan a = \dots$

Lời giải

Vì $a + b = 90^\circ$ nên $\tan a = \cot b$.

Câu 3. [TH] Cho a là góc nhọn bất kỳ. Giá trị của $\sin^2 a + \cos^2 a$ bằng.....

Lời giải

Đặt $\frac{a}{b} = a$. Khi đó: $\sin \alpha = \frac{AC}{BC}; \cos \alpha = \frac{AB}{BC}$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \left(\frac{AC}{BC} \right)^2 + \left(\frac{AB}{BC} \right)^2 = \frac{AC^2 + AB^2}{BC^2} = \frac{BC^2}{BC^2} = 1$$

Câu 4. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có $AC = 15\text{cm}, CH = 6\text{cm}$. Tỉ số lượng giác $\cos B$ là.....

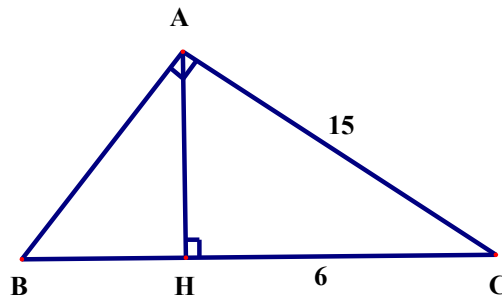
Lời giải

Xét tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có:

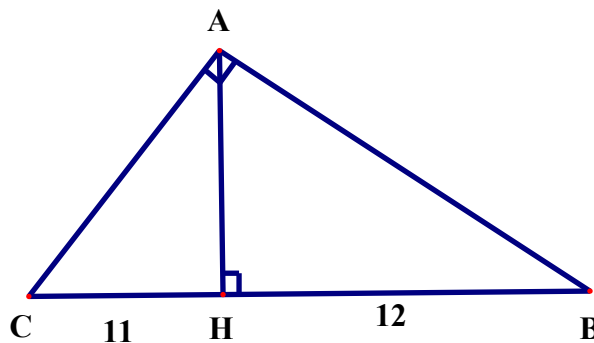
$$AC^2 = CH \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{AC^2}{CH} = \frac{15^2}{6} = 37,5\text{ cm}$$

Lại có: $AB^2 = BC^2 - AC^2 = (37,5)^2 - (15)^2 = 1181,25 \Rightarrow AB \approx 34,37\text{ cm}$

có: $\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{34,37}{37,5} \approx 0,92$



Câu 5. [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có $CH = 11\text{cm}, BH = 12\text{cm}$. Tỉ số lượng giác $\sin B$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2) là.....

Xét tam giác ABC vuông tại A

Xét tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có:

$$AC^2 = CH \cdot BC \Rightarrow AC = \sqrt{11 \cdot (11+12)} \approx 15,91 \text{ cm}$$

có: $\sin B = \frac{AC}{BC} \approx \frac{15,91}{23} \approx 0,69$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

Sử dụng định nghĩa tỉ số lượng giác của góc nhọn vào tam giác vuông

Sử dụng tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Tam giác ABC vuông tại A , $AB = 1,5$; $BC = 3,5$. Tính tỉ số lượng giác của góc C rồi suy ra các tỉ số lượng giác của góc B .

Lời giải

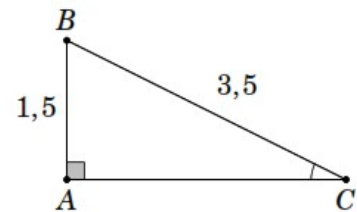
Ta có $AC^2 = BC^2 - AB^2 = 3,5^2 - 1,5^2 = 10 \Rightarrow AC = \sqrt{10}$.

Do đó $\cos B = \sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{1,5}{3,5} \approx 0,4286$

$$\sin B = \cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{10}}{3,5} \approx 0,9035$$

$$\cot B = \tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{1,5}{\sqrt{10}} \approx 0,4743$$

$$\tan B = \cot C = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{10}}{1,5} \approx 2,1082$$



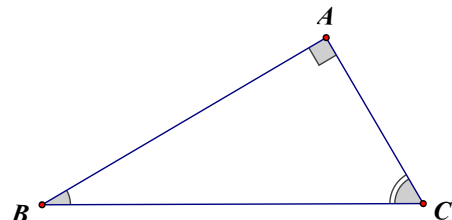
Ví dụ 2 [TH]: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , Chứng minh rằng: $\frac{AC}{AB} = \frac{\sin B}{\sin C}$.

Lời giải

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có

$$\sin B = \frac{AC}{BC}; \quad \sin C = \frac{AB}{BC}$$

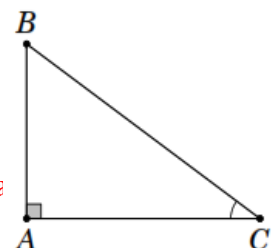
$$\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{AC}{BC} \cdot \frac{BC}{AB} = \frac{AC}{AB}$$



Ví dụ 3 [TH]: $\triangle ABC$ vuông tại A có $BC = 2AB$. Tính các tỉ số lượng giác của góc C .

Lời giải

Ta đặt $AB = m$ thì $BC = 2m$, suy ra



$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 4m^2 - m^2 = 3m^2 \Rightarrow AC = m\sqrt{3}.$$

Ta có $\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{m}{2m} = \frac{1}{2}; \cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{m\sqrt{3}}{2m} = \frac{\sqrt{3}}{2};$

$$\tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{m}{m\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}; \cot C = \frac{AC}{AB} = \frac{m\sqrt{3}}{m} = \sqrt{3}$$

Ví dụ 4 [VD]: Tam giác ABC cân tại A , có $BC = 6$, đường cao $AH = 4$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B .

Lời giải

Ta có $BH = HC = \frac{BC}{2} = 6 : 2 = 3$;

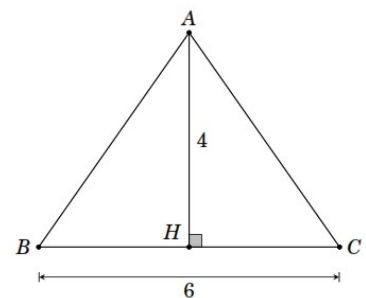
Xét tam giác AHB vuông tại H có

$$AB^2 = AH^2 + HB^2$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5.$$

Do đó: $\sin B = \frac{AH}{AB} = \frac{4}{5} = 0,8; \cos B = \frac{BH}{AB} = \frac{3}{5} = 0,6;$

$$\tan B = \frac{AH}{BH} = \frac{4}{3}; \cot B = \frac{BH}{AH} = \frac{3}{4} = 0,75.$$



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại C có $BC = 4\text{cm}$, $AC = 3\text{cm}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B . Từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc A .

Hướng dẫn

Áp dụng định lý Pytago và tam giác vuông ABC

Ta có: $AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB = 5$

Áp dụng tỉ số lượng giác, tính được:

$$\sin B = \frac{3}{5}, \cos B = \frac{4}{5}, \tan B = \frac{3}{4}, \cot B = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}, \cos A = \frac{3}{5}, \tan A = \frac{4}{3} \text{ và } \cot A = \frac{3}{4}$$

Bài 2. [TH] Cho tam giác ABC vuông ở A , đường cao AH . Biết $AB = 7,5\text{cm}$; $AH = 6\text{cm}$.

a) Tính AC , BC ;

b) Tính $\cos B$, $\cos C$.

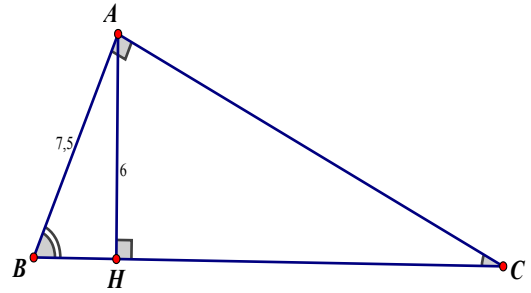
Hướng dẫn

a) Tam giác ABH vuông ở H, theo định lý Py-ta-go, ta có:

$$BH^2 = AB^2 - AH^2 = (7,5)^2 - 6^2 = 20,25$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{20,25} = 4,5 \text{ cm.}$$

Tam giác ABC vuông ở A, có $AH \perp BC$, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có:



$$AB^2 = BH \cdot BC$$

$$\Rightarrow BC = \frac{AB^2}{BH} = \frac{7,5^2}{4,5} = 12,5 \text{ (cm)}.$$

Lại áp dụng định lý Py-ta-go với tam giác vuông ABC, ta có:

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = (12,5)^2 - (7,5)^2 = 156,25 - 56,25 = 100$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{100} = 10 \text{ cm.}$$

Vậy $AC = 10 \text{ cm}$, $BC = 12,5 \text{ cm}$.

b) Trong tam giác vuông ABC, ta có:

$$\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{7,5}{12,5} = 0,6$$

$$\cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{10}{12,5} = 0,8.$$

Vậy $\cos B = 0,6$; $\cos C = 0,8$.

Bài 3. [VD] Cho tam giác ABC, đường cao AH, trung tuyến AM. Biết $AH = 12 \text{ cm}$, $BH = 9 \text{ cm}$, $CH = 16 \text{ cm}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc HAM.

Hướng dẫn

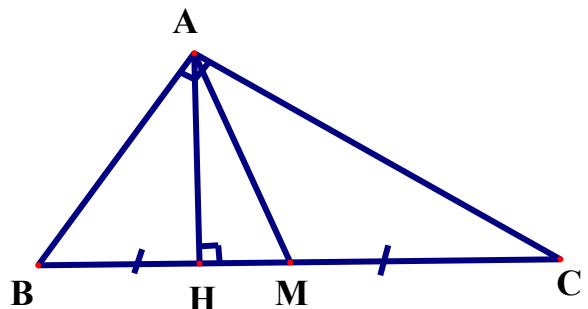
Chứng minh được tam giác ABC vuông tại A

$$\Rightarrow AM = \frac{BC}{2} = \frac{25}{2} \text{ (cm)}$$

Từ đó tính được tỉ số lượng giác của góc HAM

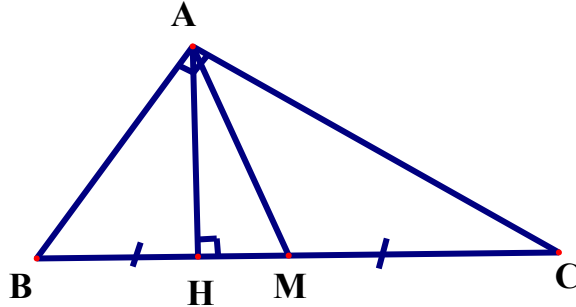
$$\sin \angle HAM = \frac{7}{25}; \cos \angle HAM = \frac{24}{25};$$

$$\tan \angle HAM = \frac{7}{24}; \cot \angle HAM = \frac{24}{7}$$



Bài 4. [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A. Chứng minh rằng: $\cot B + \cot C \geq 2$

Hướng dẫn



Kẻ đường cao AH và trung tuyến AM thì $AH \leq AM = \frac{1}{2}BC \Rightarrow BC \geq 2AH$;

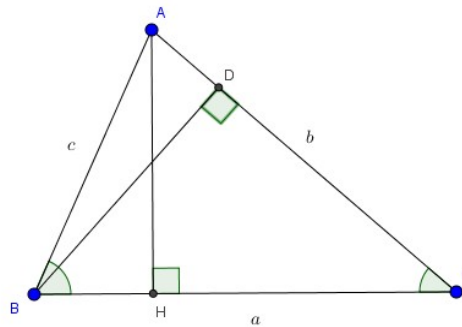
$$\cot B = \frac{BH}{AH}; \cot C = \frac{CH}{AH} \Rightarrow \cot B + \cot C = \frac{BH}{AH} + \frac{CH}{AH} = \frac{BC}{AH} \geq 2$$

Bài 5. [VD] Cho tam giác ABC nhọn, gọi a, b, c lần lượt là độ dài các cạnh đối diện với các đỉnh A,

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

B, C. Chứng minh rằng:

Hướng dẫn



Kẻ $AH \perp BC (H \in BC)$. Khi đó :

$$\sin B = \frac{AH}{c} \Rightarrow \sin B \cdot c = AH \text{ và } \sin C = \frac{AH}{b} \Rightarrow \sin C \cdot b = AH$$

$$\text{Từ đó ta có: } \sin B \cdot c = \sin C \cdot b \Rightarrow \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

Tương tự kẻ đường cao BD của tam giác ABC ($D \in AC$) sẽ chứng minh được:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

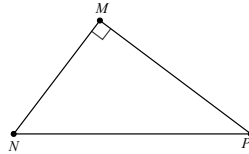
DẠNG 1.2: TÍNH CẠNH VÀ GÓC NHỌN CHƯA BIẾT TRONG TAM GIÁC VUÔNG.

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ

NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB] Cho tam giác MNP vuông tại M , $MN = 6cm$ và $\cos \hat{MNP} = \frac{1}{2}$. Khi đó NP bằng



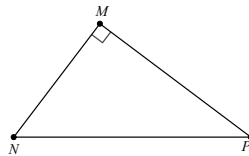
- A. $6cm$. B. $12cm$. C. $9cm$. D. $15cm$.

Lời giải

$$\cos \hat{MNP} = \frac{MN}{NP} \Rightarrow NP = \frac{MN}{\cos \hat{MNP}} = \frac{6}{\frac{1}{2}} = 12cm$$

Chọn B Xét tam giác MNP vuông tại M có:

Câu 2. [NB] Cho tam giác MNP vuông tại M , $NP = 14cm$ và $\sin \hat{MPN} = \frac{1}{4}$. Khi đó MN bằng:



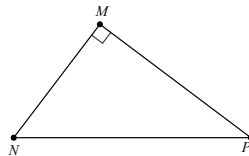
- A. $3,5cm$. B. $7cm$. C. $10cm$. D. $28cm$.

Lời giải

$$\sin \hat{MPN} = \frac{MN}{NP} \Rightarrow MN = NP \cdot \sin \hat{MPN} = 14 \cdot \frac{1}{4} = 3,5cm$$

Chọn A Xét tam giác MNP vuông tại M có:

Câu 3. [NB] Cho tam giác MNP vuông tại M , $NP = 9cm$ và $\hat{MNP} = 30^\circ$. Khi đó MN bằng:



- A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}cm$. B. $6\sqrt{3}cm$. C. $9\sqrt{3}cm$. D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}cm$.

Lời giải

Chọn D Xét tam giác MNP vuông tại M có:

$$\cos \hat{MNP} = \frac{MN}{NP} \Rightarrow MN = NP \cdot \cos \hat{MNP} = 9 \cdot \cos 30^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ cm.}$$

- Câu 4. [TH]** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5 \text{ cm}, \cot C = \frac{7}{8}$. Tính độ dài các đoạn thẳng AC và BC (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)
- A. $AC \approx 4,39(\text{cm}); BC \approx 6,66(\text{cm})$. B. $AC \approx 4,38(\text{cm}); BC \approx 6,65(\text{cm})$.
 C. $AC \approx 4,38(\text{cm}); BC \approx 6,64(\text{cm})$. D. $AC \approx 4,37(\text{cm}); BC \approx 6,67(\text{cm})$.

Lời giải

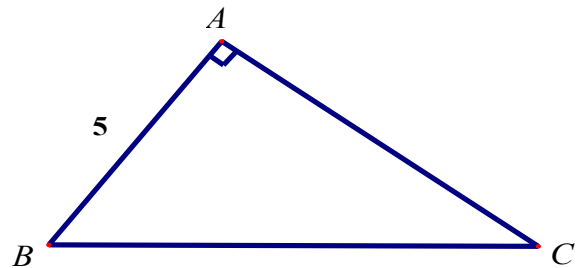
Chọn B

Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$\cot C = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AC = AB \cdot \cot C = 5 \cdot \frac{7}{8} \approx 4,38 \text{ cm.}$$

Áp dụng định lý Pytago ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \\ \Rightarrow BC = \sqrt{5^2 + 4,38^2} \approx 6,65 \text{ cm.}$$



- Câu 5. [TH]** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 9, \tan C = \frac{5}{4}$. Tính độ dài các đoạn thẳng AC và BC. (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).
- A. $AC = 11,53; BC = 7,2$. B. $AC = 7; BC \approx 11,53$.
 C. $AC = 5,2; BC \approx 11$. D. $AC = 7,2; BC \approx 11,53$.

Lời giải

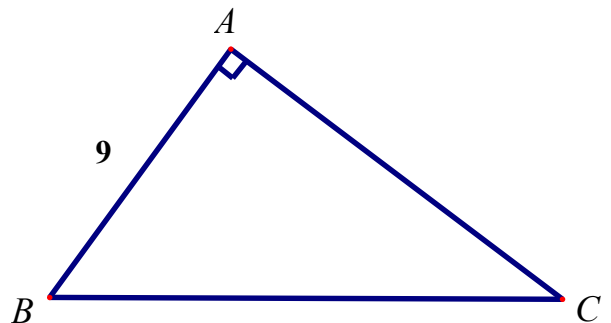
Chọn D.

Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$\tan C = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AC = \frac{AB}{\tan C} = \frac{9}{\frac{5}{4}} = 7,2.$$

Áp dụng định lý Pytago ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \\ \Rightarrow BC = \sqrt{9^2 + 7,2^2} \approx 11,53.$$



- Câu 6. [TH]** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 10, \hat{C} = 30^\circ$. Tính AB; BC.
- A. $AB = \frac{5\sqrt{3}}{3}; BC = \frac{20\sqrt{3}}{3}$. B. $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}; BC = \frac{14\sqrt{3}}{3}$.

C. $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}; BC = 20\sqrt{3}$

D. $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}; BC = \frac{20\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn D.

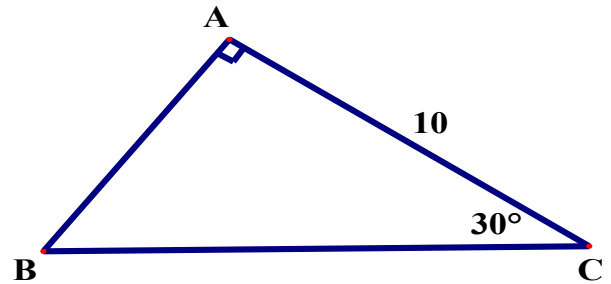
Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$\tan C = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = \frac{AC}{\tan C} = \frac{10}{\tan 30^\circ} = \frac{10\sqrt{3}}{3}.$$

Áp dụng định lý Pytago ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{10^2 + \left(\frac{10\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{20\sqrt{3}}{3}.$$



- Câu 7. [TH]** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 20, \angle C = 60^\circ$. Tính AB; BC.
- A. $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40$
- B. $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40\sqrt{3}$
- C. $AB = 20; BC = 40$
- D. $AB = 20; BC = 20\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A.

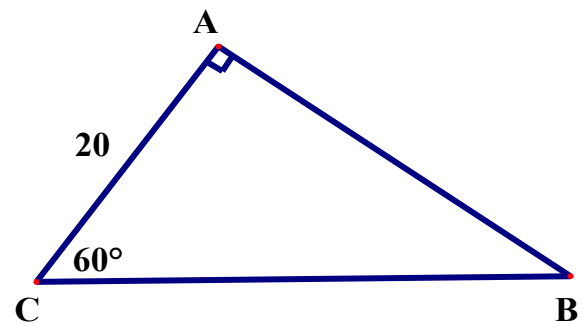
Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$\tan C = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC \cdot \tan C = 20 \cdot \tan 60^\circ = 20\sqrt{3}.$$

Áp dụng định lý Pytago ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{20^2 + (20\sqrt{3})^2} = 40.$$



- Câu 8. [TH]** Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 12; \angle B = 40^\circ$. Tính AC; $\angle C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)
- A. $AC \approx 7,71; \angle C = 40^\circ$
- B. $AC \approx 7,72; \angle C = 50^\circ$
- C. $AC \approx 7,71; \angle C = 50^\circ$
- D. $AC \approx 7,73; \angle C = 50^\circ$

Lời giải

Chọn C.

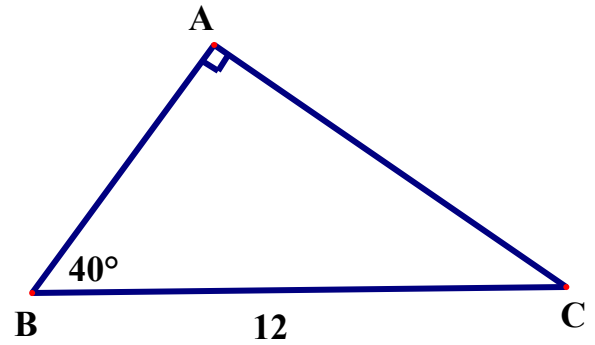
Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$\sin B = \frac{AC}{BC} \Rightarrow AC = BC \cdot \sin B = 12 \cdot \sin 40^\circ \approx 7,71.$$

Ta có:

$$\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$



Câu 9. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 15, \hat{B} = 55^\circ$. Tính AC; $\hat{C}$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

A. $AC \approx 12,29; \hat{C} = 45^\circ$

B. $AC \approx 12,29; \hat{C} = 35^\circ$

C. $AC \approx 12,2; \hat{C} = 35^\circ$

D. $AC \approx 12,92; \hat{C} = 40^\circ$

Lời giải

Chọn B.

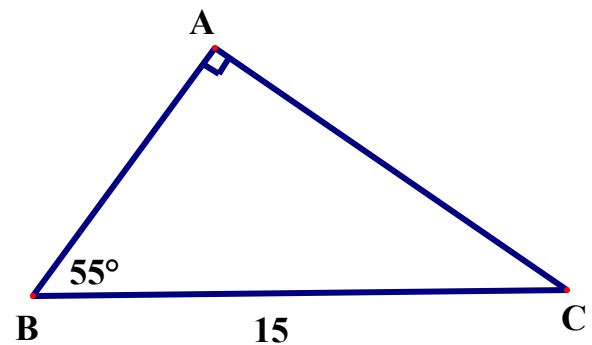
Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$\sin B = \frac{AC}{BC} \Rightarrow AC = BC \cdot \sin B = 15 \cdot \sin 55^\circ \approx 12,29.$$

Ta có:

$$\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$$



Câu 10. [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 15cm, AB = 12cm$. Tính AC; $\hat{B}$.

A. $AC = 8(cm); \hat{B} \approx 36^\circ 52'$

B. $AC = 9(cm); \hat{B} \approx 36^\circ 52'$

C. $AC = 9(cm); \hat{B} \approx 37^\circ 52'$

D. $AC = 9(cm); \hat{B} \approx 36^\circ 55'$

Lời giải

Chọn B.

Xét tam giác ABC vuông tại A có:

Áp dụng định lý Pytago ta có:

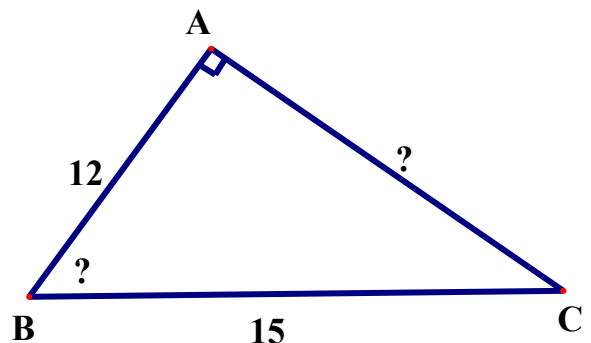
$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9cm.$$

Ta có:

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{9}{15} = 0,6$$

$$\Rightarrow \hat{B} \approx 36^\circ 52'$$



Câu 11. [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 7cm, AB = 5cm$. Tính BC; $\hat{C}$.

A. $BC = \sqrt{74}(cm); \hat{C} \approx 35^\circ 32'$

B. $BC = \sqrt{74}(cm); \hat{C} \approx 36^\circ 32'$

C. $BC = \sqrt{74}(cm); \hat{C} \approx 35^\circ 33'$

D. $BC = \sqrt{75}(cm); \hat{C} \approx 35^\circ 32'$

Lời giải

Chọn A.

Xét tam giác ABC vuông tại A có:

Áp dụng định lý Pytago ta có:

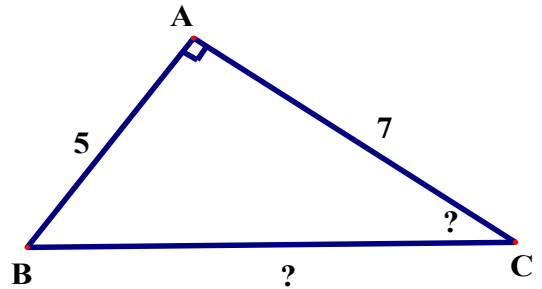
$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{5^2 + 7^2} = \sqrt{74}cm.$$

Ta có:

$$\tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow \hat{C} \approx 35^\circ 32'$$



Câu 12. [VDC] Cho tam giác ABC có $AB = 16, AC = 14$ và $\hat{B} = 60^\circ$. Tính BC.

A. $BC \approx 17cm$.

B. $BC \approx 19cm$.

C. $BC \approx 15cm$.

D. $BC \approx 12cm$.

Lời giải

Chọn A.

Kẻ AH vuông góc với BC.

Xét tam giác ABH vuông tại H có:

$$+\cos B = \frac{BH}{AB} \Rightarrow BH = AB \cdot \cos B$$

$$\Rightarrow BH = 14 \cdot \cos 60^\circ = 7cm.$$

$$+\sin B = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AH = AB \cdot \sin B$$

$$\Rightarrow AH = 14 \sin 60^\circ = 7\sqrt{3}$$

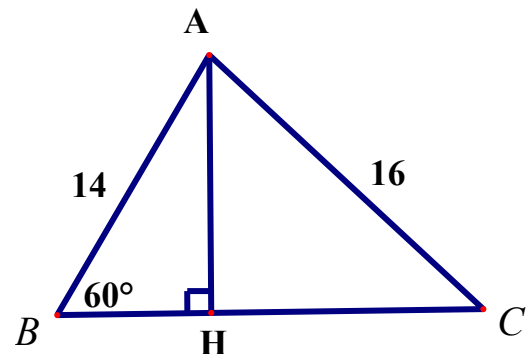
Xét tam giác AHC vuông tại H có:

Áp dụng định lý Pytago ta có:

$$HC^2 = AC^2 - AH^2$$

$$\Rightarrow HC = \sqrt{16^2 - (7\sqrt{3})^2} \approx 10cm.$$

$$\Rightarrow BC = BH + HC \approx 7 + 10 \approx 17cm.$$

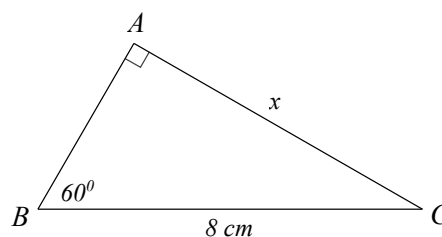


PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Cho Hình 3.

a) Tìm x .

b) Tính cạnh AB.



Hình 3

Lời giải

$$\sin B = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{8} \Rightarrow x = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

a) Ta có

$$\cos B = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AB}{8} \Rightarrow AB = 4 \text{ cm}$$

b) Ta có

Ví dụ 2 [TH]: Cho Hình 4.a) Tính cạnh AC và BC b) Chứng minh rằng $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = 1$.

Lời giải

$$\tan B = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AC}{4} \Rightarrow AC = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$

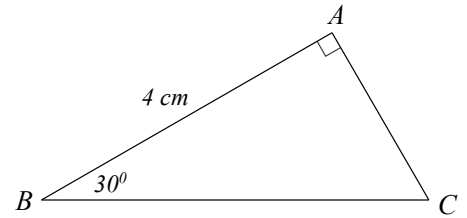
a) Ta có

$$\cos B = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{BC} \Rightarrow BC = \frac{8}{\sqrt{3}} \text{ cm}$$

Ta có

$$\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 + \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 = \frac{AC^2 + AB^2}{BC^2} = \frac{BC^2}{BC^2} = 1$$

b) Ta có



Hình 4

Ví dụ 3 [TH]: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 12 \text{ cm}$ và $\tan B = \frac{3}{4}$ (Hình 6).a) Tính AC và BC .b) Tính số đo góc B .

Lời giải

$$\tan B = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{AC}{12} \Rightarrow AC = 9 \text{ cm}$$

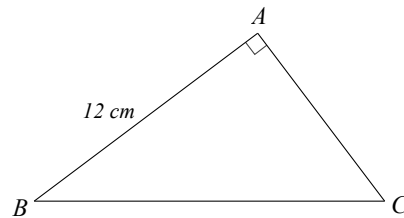
a) Ta có

Áp dụng định lý Pythagore ta có:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15 \text{ cm}$$

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{9}{15} \Rightarrow \angle B \approx 36,8^\circ$$

b) Ta có



Hình 6

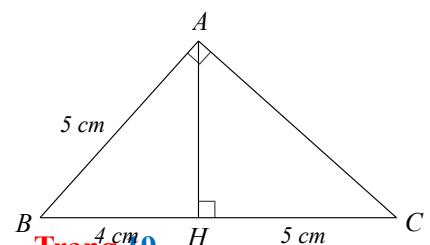
Ví dụ 4 [VD]: Cho Hình 17.a) Tính các góc của $\triangle ABC$ b) Tính chu vi và diện tích của $\triangle ABC$

Lời giải

a) $\triangle AHB$ vuông tại H , ta có

$$\cos B = \frac{BH}{AB} = \frac{4}{5} \Rightarrow \angle B \approx 36,8^\circ$$

$$\text{Khi đó } \angle C = 90^\circ - \angle B \approx 90^\circ - 36,8^\circ = 53,2^\circ$$



Hình 17

b) Ta có $BC = BH + HC = 9 \text{ cm}$

Áp dụng định lý Pythagore ta có:

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 9^2 - 5^2 = 56 \Rightarrow AC = \sqrt{56} \text{ cm}$$

Khi đó chu vi $\triangle ABC$ là: $AB + BC + AC = 5 + 9 + \sqrt{56} = 14 + \sqrt{56} \text{ (cm)}$

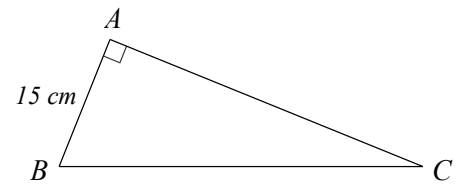
Diện tích $\triangle ABC$ là $\frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{56} \text{ (cm}^2\text{)}$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 15 \text{ cm}$. Biết $\cot B = \frac{5}{13}$ (Hình 8). Tính AC

Hướng dẫn

Ta có $\cot B = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{5}{13} = \frac{15}{AC} \Rightarrow AC = 39 \text{ cm}$



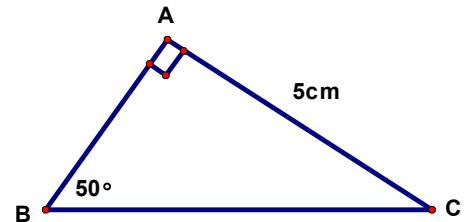
Hình 8

Bài 2. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A biết $\angle B = 50^\circ$, $AC = 5 \text{ cm}$. Tính AB .

Hướng dẫn

Ta có tam giác ABC vuông tại A nên

$$AC = AB \cdot \tan B \Rightarrow AB = \frac{AC}{\tan B} = \frac{5}{\tan 50^\circ} \approx 4,2 \text{ (cm)}$$



Bài 3. [VD] : Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , biết $AC = 16 \text{ cm}$ và $\sin \angle CAH = \frac{4}{5}$. Tính độ dài các cạnh BC , AB .

Hướng dẫn

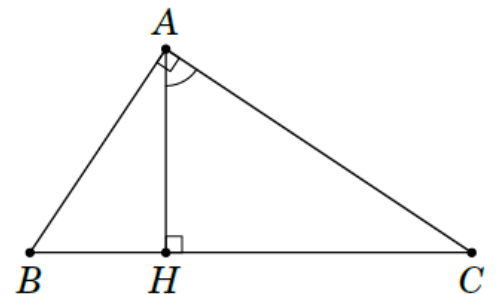
Trong $\triangle AHC$ vuông tại H ta có

$$\sin \angle CAH = \frac{HC}{AC} \Rightarrow HC = AC \cdot \sin \angle CAH = 16 \cdot \frac{4}{5} = 12,8 \text{ cm.}$$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A ta có

$$AC^2 = BC \cdot HC \Rightarrow BC = \frac{AC^2}{HC} = 20 \text{ cm.}$$

Trong $\triangle ABC$ ta có $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = 12 \text{ cm.}$



Vậy $AB = 12 \text{ cm}$, $BC = 20 \text{ cm}$.

Bài 4 [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , biết $AB = 5 \text{ cm}$ và $BC = 13 \text{ cm}$. Từ H kẻ HK vuông góc với AB ($K \in AB$). Tính AC , BH và $\cos \angle HBK$.

Hướng dẫn

Áp dụng định lý Py-ta-go cho tam giác ABC vuông tại A ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm.}$$

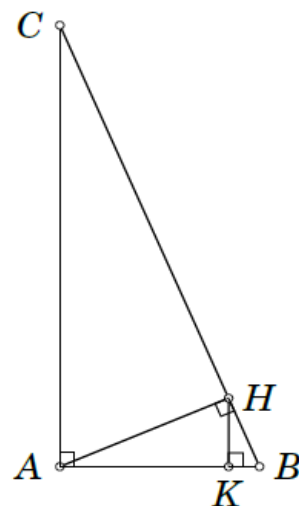
Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH

ta được $BA^2 = BH \cdot BC$ hay $BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{25}{13} \text{ cm}$

$$\cos \angle HBK = \cos \angle ABC = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{13}$$

Ta có:

Vậy $AC = 12 \text{ cm}$, $BH = \frac{25}{13} \text{ cm}$ và $\cos \angle HBK = \frac{5}{13}$.



Bài 5 [VD] Cho tam giác ABC có $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 50^\circ$, $CA = 3,5 \text{ cm}$. Tính diện tích tam giác ABC .

Hướng dẫn

Kẻ AH vuông góc BC tại H

Xét tam giác AHC vuông tại H có:

$$\begin{aligned} \cos \angle HCA &= \frac{HC}{AC} \Rightarrow HC = AC \cdot \cos \angle HCA \\ &\Rightarrow HC = 3,5 \cdot \cos 50^\circ \approx 2,25 \text{ cm.} \end{aligned}$$

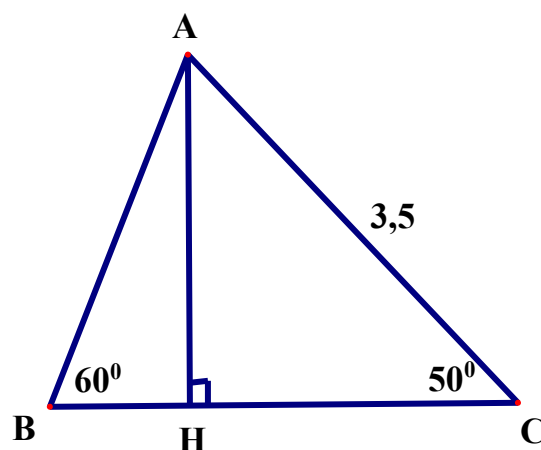
$$\begin{aligned} \sin \angle HCA &= \frac{AH}{AC} \Rightarrow HA = AC \cdot \sin \angle HCA \\ &\Rightarrow HA = 3,5 \cdot \sin 50^\circ \approx 2,68 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Lại có

Xét tam giác AHB vuông tại H có:

$$\begin{aligned} \tan \angle ABH &= \frac{AH}{BH} \Rightarrow HB = \frac{AH}{\tan \angle ABH} \\ &\Rightarrow HB = \frac{2,68}{\tan 60^\circ} \approx 1,55 \text{ cm.} \end{aligned}$$

$$BC = HB + HC \approx 1,55 + 2,25 \approx 3,8 \text{ cm.}$$



Diện tích tam giác ABC là:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC \approx \frac{1}{2} \cdot 2,68,3,8 \approx 5,092 \left(cm^2 \right)$$

CHỦ ĐỀ 1: TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ GÓC NHỌN

DẠNG 2: TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA HAI GÓC PHỤ NHAU – SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Trong các đẳng thức sau. Đẳng thức nào đúng

- A.** $\sin 60^\circ = \cos 60^\circ$. **B.** $\sin 60^\circ = \tan 60^\circ$ **C.** $\sin 60^\circ = \tan 30^\circ$ **D.** $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ$.

Câu 2. [NB] Biết $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$. Đẳng thức nào sau đây đúng

- A.** $\sin 60^\circ = \frac{1}{2}$. **B.** $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$. **C.** $\tan 60^\circ = \frac{1}{2}$. **D.** $\tan 30^\circ = \frac{1}{2}$.

Câu 3. [NB] Trong các đẳng thức sau. Đẳng thức nào đúng

- A.** $\tan 60^\circ = \cot 60^\circ$. **B.** $\cos 60^\circ = \tan 60^\circ$ **C.** $\cot 60^\circ = \tan 30^\circ$ **D.** $\cot 60^\circ = \cos 30^\circ$.

Câu 4. [NB] Cho $\alpha = 35^\circ, \beta = 55^\circ$. Khoanh tròn trước câu trả lời **sai**

- A.** $\sin \alpha = \sin \beta$. **B.** $\sin \alpha = \cos \beta$ **C.** $\tan \alpha = \cot \beta$ **D.** $\cos \alpha = \sin \beta$.

Câu 5. [TH] Giá trị biểu thức $A = 2025 \cdot \sin^2 25^\circ + 2025 \cdot \sin^2 65^\circ$

- A.** 2023 **B.** 2024 **C.** 2025 **D.** 2026 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } A = 2025 \cdot \sin^2 25^\circ + 2025 \cdot \sin^2 65^\circ$$

$$= 2025 \cdot (\sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ)$$

$$= 2025 \cdot (\sin^2 25^\circ + \cos^2 25^\circ)$$

$$= 2025 \cdot 1$$

$$= 2025$$

Câu 6. [TH] Giá trị biểu thức $P = 2024.\cos^2 10^\circ + 2024.\cos^2 80^\circ$

- A.** 2023 **B.** 2024 **C.** 2025 **D.** 2026 .

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } P &= 2024.\cos^2 10^\circ + 2024.\cos^2 80^\circ \\ &= 2024.(\cos^2 10^\circ + \cos^2 80^\circ) \\ &= 2024.(\cos^2 10^\circ + \sin^2 10^\circ) \\ &= 2024.1 \\ &= 2024 \end{aligned}$$

Câu 7. [TH] Giá trị biểu thức $P = \cos 10^\circ + \sin 15^\circ$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2) có kết quả bằng

- A.** 1,24 . **B.** 1,23 . **C.** 1,25 . **D.** 1,26 .

Lời giải

Chọn A

Dùng máy tính cầm tay tính được $P = \cos 10^\circ + \sin 15^\circ = 1,24$

Câu 8. [TH] Giá trị biểu thức $A = \sin 18^\circ + \tan 28^\circ$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2) có kết quả bằng

- A.** 0,83 . **B.** 0,84 . **C.** 0,85 . **D.** 0,86 .

Lời giải

Chọn B

Dùng máy tính cầm tay tính được $A = \sin 18^\circ + \tan 28^\circ = 0,84$

Câu 9. [VD] Giá trị biểu thức $A = \tan 28^\circ + \cot 48^\circ$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2) có kết quả bằng

- A.** 1,42 . **B.** 1,43 . **C.** 1,45 . **D.** 1,46 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \cot 48^\circ = \frac{1}{\tan 48^\circ}$$

Dùng máy tính cầm tay tính được $A = \tan 28^\circ + \cot 48^\circ = 1,43$

Câu 10. [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A . Hãy tính $\tan C$ biết rằng $\cot B = 2$.

- A. $\tan C = \frac{1}{4}$. B. $\tan C = 4$. C. $\tan C = 2$. D. $\tan C = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Vì tam giác ABC vuông tại A nên

$$\tan C = \cot B$$

$$\tan C = 2$$

Câu 11. [VD] Tính giá trị biểu thức $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$

- A. 0. B. 8. C. 5. D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$

$$= \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \cos^2 20^\circ + \cos^2 10^\circ$$

$$= (\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ)$$

$$= 4$$

Câu 12. [VDC] Tính giá trị biểu thức

$$A = \sin^2 15^\circ + \sin^2 25^\circ + \dots + \sin^2 65^\circ + \sin^2 75^\circ + \tan 15^\circ \tan 25^\circ \dots \tan 65^\circ \tan 75^\circ$$

- A. 0. B. 5. C. $\frac{9}{2}$. D. 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $A = \sin^2 15^\circ + \sin^2 25^\circ + \dots + \sin^2 65^\circ + \sin^2 75^\circ + \tan 15^\circ \tan 25^\circ \dots \tan 65^\circ \tan 75^\circ$

$$A = \sin^2 15^\circ + \sin^2 25^\circ + \dots + \cos^2 25^\circ + \cos^2 15^\circ + \tan 15^\circ \tan 25^\circ \dots \cot 25^\circ \cot 15^\circ$$

$$A = \frac{9}{2}$$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- a. $\sin 20^\circ < \sin 70^\circ$. b. $\sin 20^\circ > \sin 70^\circ$. c. $\sin 20^\circ = \cos 70^\circ$. d. $\sin 20^\circ \geq \sin 70^\circ$.

Lời giải

- a) Đ b) S c) Đ d) S

- Trong các góc nhọn góc lớn hơn sin lớn hơn nên a đúng; b sai; d sai

- Góc $20^\circ; 70^\circ$ là hai góc phụ nhau nên $\sin 20^\circ = \cos 70^\circ$ vậy c đúng

Câu 2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- a. $\cot 46^\circ = \cot 50^\circ$. b. $\cot 46^\circ > \cot 50^\circ$. c. $\cot 46^\circ < \cot 50^\circ$. d. $\cot 46^\circ \geq \cot 50^\circ$.

Lời giải

- a) S b) Đ c) S d) Đ

- Trong các góc nhọn góc lớn hơn cot nhỏ hơn nên $46^\circ < 50^\circ \Leftrightarrow \cot 46^\circ > \cot 50^\circ$

Suy ra a sai, b đúng; c sai; d sai

Câu 3. Sắp xếp các tỉ số lượng giác $\sin 40^\circ, \cos 67^\circ, \sin 35^\circ, \cos 44^\circ 35', \sin 28^\circ 10'$ theo thứ tự tăng dần.

- a. $\cos 67^\circ < \sin 35^\circ < \sin 38^\circ 10' < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$.
b. $\cos 67^\circ < \cos 45^\circ 25' < \sin 40^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ$.
c. $\cos 67^\circ > \sin 28^\circ 10' > \sin 35^\circ > \sin 40^\circ > \cos 45^\circ 25'$.
d. $\cos 67^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$.

Lời giải

- a) Đ b) S c) S d) Đ

- Trong các góc nhọn góc lớn hơn sin lớn hơn

+ Ta có: $\cos 67^\circ = \sin 23^\circ; \cos 45^\circ 25' = \sin 44^\circ 35'$.

$\sin 23^\circ < \sin 35^\circ < \sin 38^\circ 10' < \sin 40^\circ < \sin 44^\circ 35'$

Vậy $\cos 67^\circ < \sin 35^\circ < \sin 38^\circ 10' < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$

Vậy a đúng

+ Ta có: $\cos 67^\circ = \sin 23^\circ; \cos 45^\circ 25' = \sin 44^\circ 35'$

$\cos 67^\circ < \cos 45^\circ 25' < \sin 40^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ$

Suy ra $\sin 23^\circ < \sin 44^\circ 35' < \sin 40^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ$ (Vô lý)

Vậy b sai

+ $\sin 35^\circ > \sin 40^\circ$ là sai.

Nên c sai

+ $\cos 67^\circ = \sin 23^\circ; \cos 45^\circ 25' = \sin 44^\circ 35'$

$\cos 67^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$

$\sin 23^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ < \sin 40^\circ < \sin 44^\circ 35'$

Nên d đúng.

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại C có $BC = 1,2cm, AC = 0,9cm$. khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a. $\sin B = 0,6; \cos B = 0,8$

b. $\sin B = 0,8; \cos B = 0,6$

c. $\tan B = 0,75; \cot B = 1,25$

d. $\tan B = 0,75; \cot B = \frac{4}{3}$

Lời giải

a) Đ

b) S

c) S

d) Đ

Ta có: $AB^2 = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{1,2^2 + 0,9^2} = 1,5$

Trong tam giác ABC vuông tại C có :

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{0,9}{1,5} = 0,6$$

$$\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{1,2}{1,5} = 0,8$$

$$\tan B = \frac{\sin B}{\cos B} = \frac{0,6}{0,8} = 0,75$$

$$\cot B = \frac{\cos B}{\sin B} = \frac{0,8}{0,6} = \frac{4}{3}$$

Vậy a đúng, b sai, c sai, d đúng.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Biết $\sin x = 0,235$. Số đo góc nhọn x (làm tròn đến độ) bằng

Lời giải:**Đáp án:** $x = 16^\circ$ **Câu 2. [NB]** Giá trị biểu thức $A = \sin^2 12^\circ + \sin^2 78^\circ$ bằng**Lời giải:****Đáp án:** $A = 1$

$$A = \sin^2 12^\circ + \cos^2 12^\circ = 1$$

Câu 3. [TH] Giá trị biểu thức $B = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 88^\circ \cdot \tan 89^\circ$ bằng**Lời giải:****Đáp án:** $B = 1$

Ta có $\tan 89^\circ = \cot 1^\circ$; $\tan 88^\circ = \cot 2^\circ$ và $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

Nên $B = (\tan 1^\circ \cdot \tan 89^\circ) \cdot (\tan 2^\circ \cdot \tan 88^\circ) = 1 \cdot 1 = 1$

Vậy $B = 1$.

Câu 4. [TH] Giá trị của biểu thức $A = \tan 18^\circ + \cot 58^\circ$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2) bằng**Lời giải****Đáp án:** 0,95

Dùng máy tính cầm tay tính được $A = \tan 18^\circ + \cot 58^\circ = 0,94978...$

Câu 5. [VD] Cho $\cot \alpha = 2$. Tính góc nhọn α (làm tròn đến độ)**Lời giải****Đáp án:** 27°

Vì $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ nên $\tan \alpha = \frac{1}{2}$

Dùng máy tính cầm tay tính được $\alpha = 27^\circ$

Câu 6. [VD] Giá trị biểu thức $A = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \dots + \sin^2 88^\circ + \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$ bằng**Lời giải:****Đáp án:** $\frac{91}{2}$

Ta có $\sin^2 89^\circ = \cos^2 1^\circ; \sin^2 88^\circ = \cos^2 2^\circ; \dots; \sin^2 46^\circ = \cos^2 44^\circ$ và $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Nên $A = (\sin^2 1^\circ + \sin^2 89^\circ) + (\sin^2 2^\circ + \sin^2 88^\circ) + \dots + (\sin^2 44^\circ + \sin^2 46^\circ) + \sin^2 45^\circ + \sin^2 90^\circ$

$$= (\sin^2 1^\circ + \cos^2 1^\circ) + (\sin^2 2^\circ + \cos^2 2^\circ) + \dots + (\sin^2 44^\circ + \cos^2 44^\circ) + \sin^2 45^\circ + \sin^2 90^\circ$$

$$= \underbrace{1+1+\dots+1}_{44 \text{ số } 1} + \frac{1}{2} + 1 = 44 \cdot 1 + \frac{3}{2} = \frac{91}{2}$$

Vậy $A = \frac{91}{2}$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

* Nếu α và β là hai góc phụ nhau ($\alpha + \beta = 90^\circ$):

$$\sin \alpha = \cos \beta$$

$$\cos \alpha = \sin \beta$$

$$\tan \alpha = \cot \beta$$

$$\cot \alpha = \tan \beta$$

* **Chú ý:** $1^\circ = 60'$

* **Vận dụng:**

- Xác định tỉ số lượng giác của góc nhọn nhỏ hơn 45° khi biết tỉ số lượng giác của góc lớn hơn 45° (hoặc ngược lại).

- Rút gọn (hoặc tính) các biểu thức liên quan tới góc phụ nhau.

- Các hệ thức liên hệ sau để biến đổi một về đẳng thức cho bằng về còn lại (rút gọn biểu thức)

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

HỆ THỨC MỞ RỘNG:

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha \quad \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha$$

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Đổi tỉ số lượng giác của các góc nhọn sau đây thành tỉ số lượng giác của góc nhỏ hơn 45° .

$$\sin 82^\circ; \cos 47^\circ; \tan 48^\circ; \cot 55^\circ$$

Lời giải

$$\sin 82^\circ = \cos 8^\circ; \cos 47^\circ = \sin 43^\circ; \tan 48^\circ = \cot 42^\circ; \cot 55^\circ = \tan 35^\circ$$

Ví dụ 2 [TH]: Cho tam giác ABC . Biết $AB = 21\text{cm}$, $AC = 28\text{cm}$, $BC = 35\text{cm}$.

a) Chứng minh tam giác ABC vuông;

b) Tính $\sin B$, $\cos C$.

Lời giải

a) Xét tam giác ABC có:

$$AB^2 + AC^2 = 21^2 + 28^2 = 1225$$

$$BC^2 = 35^2 = 1225$$

$$\text{Suy ra } BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Vậy tam giác ABC vuông tại A

b) Tam giác ABC vuông tại A có:

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{28}{35} = 0,8$$

$$\cos C = \sin B = 0,8$$

Ví dụ 3 [TH]: Tính kết quả của biểu thức

a) $A = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 80^\circ + \sin^2 70^\circ + \sin^2 60^\circ$.

b) $B = \cos^2 12^\circ + \cos^2 78^\circ + \cos^2 1^\circ + \cos^2 89^\circ$

Lời giải

$$\text{a) } A = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 80^\circ + \sin^2 70^\circ + \sin^2 60^\circ$$

$$A = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ$$

$$A = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$\text{b) } B = \cos^2 12^\circ + \cos^2 78^\circ + \cos^2 1^\circ + \cos^2 89^\circ$$

$$B = \cos^2 12^\circ + \sin^2 12^\circ + \cos^2 1^\circ + \sin^2 1^\circ$$

$$B = 1 + 1 = 2$$

Ví dụ 4 [VD]: Cho kết luận đúng về giá trị biểu thức $B = \frac{\cos^2 \alpha - 3 \sin^2 \alpha}{3 - \sin^2 \alpha}$ biết $\tan \alpha = 3$.

Lời giải

Vì $\tan \alpha = 3 \neq 0 \Rightarrow \cos \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của B cho $\cos^2 \alpha$ ta được:

$$B = \frac{\frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - 3 \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{3}{\cos^2 \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} = \frac{1 - 3 \tan^2 \alpha}{3 \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \tan^2 \alpha} = \frac{1 - 3 \tan^2 \alpha}{3(1 + \tan^2 \alpha) - \tan^2 \alpha}$$

$$= \frac{1 - 3 \tan^2 \alpha}{3 + 2 \tan^2 \alpha} = \frac{1 - 3 \cdot 9}{3 + 2 \cdot 9} = -\frac{26}{21}.$$

Hay $B = -\frac{26}{21}.$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Đổi tỉ số lượng giác của các góc nhọn sau đây thành tỉ số lượng giác của góc nhỏ hơn $\cos 65^\circ$; $\sin 47^\circ 30'$; $\tan 68^\circ$; $\cot 79^\circ 45'$

Hướng dẫn

HS đưa về các góc phụ nhau

Bài 2. [TH] Sắp xếp các tỉ số lượng giác $\sin 40^\circ, \cos 67^\circ, \sin 35^\circ, \cos 44^\circ 35', \sin 28^\circ 10'$ theo thứ tự tăng dần.

Hướng dẫn

HS đưa về các góc phụ nhau của cùng một tỉ số lượng giác sin hoặc cos

Bài 3. [VD] Tính giá trị biểu thức $B = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan 88^\circ \cdot \tan 89^\circ$

Hướng dẫn

Ta có $\tan 89^\circ = \cot 1^\circ$; $\tan 88^\circ = \cot 2^\circ$; ...; $\tan 46^\circ = \cot 44^\circ$ và $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

Nên $B = (\tan 1^\circ \cdot \tan 89^\circ) \cdot (\tan 2^\circ \cdot \tan 88^\circ) \dots (\tan 46^\circ \cdot \tan 44^\circ) \cdot \tan 45^\circ$

$= (\tan 1^\circ \cdot \cot 1^\circ) \cdot (\tan 2^\circ \cdot \cot 2^\circ) \cdot (\tan 3^\circ \cdot \cot 3^\circ) \dots (\tan 44^\circ \cdot \cot 44^\circ) \cdot \tan 45^\circ$

$= 1 \cdot 1 \cdot 1 \dots 1 \cdot 1 = 1$

Vậy $B = 1$.

Bài 4 [VD] Tính giá trị biểu thức $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$

A. 0.

B. 8.

C. 5.

D. 4.

Hướng dẫn

Ta có $\sin^2 80^\circ = \cos^2 10^\circ$; $\sin^2 70^\circ = \cos^2 20^\circ$; $\sin^2 60^\circ = \cos^2 30^\circ$; $\sin^2 50^\circ = \cos^2 40^\circ$

và $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Nên $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$

$$= \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 30^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 10^\circ$$

$$= (\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ)$$

$$= 1 + 1 + 1 + 1 = 4. \text{ Vậy giá trị cần tìm là } 4.$$

**CHỦ ĐỀ 2: MỘT SỐ HỆ THỨC GIỮA CẠNH, GÓC
TRONG TAM GIÁC VUÔNG VÀ ỨNG DỤNG.**

DẠNG 1: HỆ THỨC GIỮA CẠNH HUYỀN VÀ CẠNH GÓC VUÔNG.

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ

NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH . Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $AH = HC \cdot \cot C$

B. $BH = AB \cdot \sin B$

C. $AH = AB \cdot \sin BAH$

D. $BH = AH \cdot \tan BAH$

Câu 2. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$, $\angle ABC = 50^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $b = c \cdot \sin 50^\circ$

B. $b = a \cdot \tan 50^\circ$

C. $b = c \cdot \cot 50^\circ$

D. $c = b \cdot \cot 50^\circ$

Câu 3. [NB] Cho tam giác MNP vuông tại N . Hệ thức nào sau đây đúng?

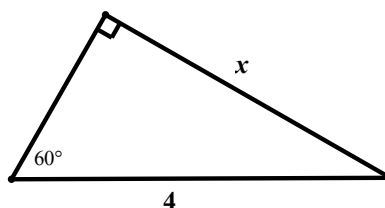
A. $NP = MP \cdot \sin P$

B. $NP = MN \cdot \cot P$

C. $NP = MN \cdot \tan P$

D. $NP = MP \cdot \cot P$

Câu 4. [NB] Độ dài x trong hình vẽ được tính là



A. $4 \cdot \cos 60^\circ$

B. $\frac{4}{\sin 60^\circ}$

C. $4 \cdot \sin 60^\circ$

D. $4 \cdot \tan 60^\circ$

Câu 5. [TH] Cho $\triangle ABC$ vuông ở A biết $AB = 6$; $\angle C = 30^\circ$. Độ dài đoạn AC là

A. $2\sqrt{3}$

B. 3

C. $3\sqrt{3}$

D. $6\sqrt{3}$

Câu 6. [TH] Cho $\triangle MNP$ vuông tại N có $MN = 3,8\text{cm}$ và $\angle P = 30^\circ$. Độ dài cạnh NP là (làm tròn đến hàng phần nghìn).

A. 6,58cm

B. 6,59cm

C. 6,581cm

D. 6,582cm

Câu 7. [TH] Cho $\triangle ABC$ vuông ở A có $AB = 5\text{cm}$; $\angle B = 40^\circ$. Độ dài đoạn BC là (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

A. 7,12cm

B. 3,83cm

C. 7,78cm

D. 6,53cm

Câu 8. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 15\text{cm}$; $AB = 12\text{cm}$. Tính AC ; $\angle B$ (làm tròn đến độ)

A. $AC = 8 \text{ cm}$; $\angle B = 37^\circ$.

B. $AC = 9 \text{ cm}$; $\angle B = 37^\circ$.

C. $AC = 9 \text{ cm}$; $\angle B = 36^\circ$.

D. $AC = 8 \text{ cm}$; $\angle B = 36^\circ$.

Câu 9. [VD] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $BC = 4$; $\angle C = 60^\circ$. Diện tích tam giác ABC là

A. 2 .

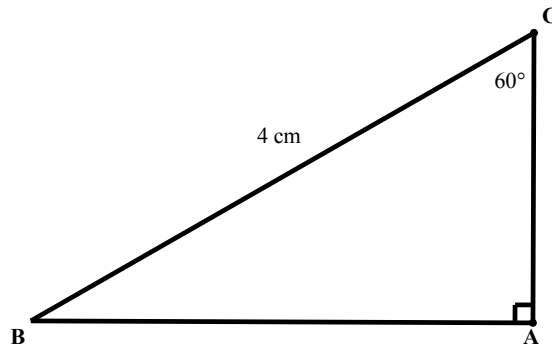
B. 4 .

C. $4\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



$\triangle ABC$ vuông tại A có $BC = 4$; $\angle C = 60^\circ$.

Độ dài cạnh AB ; AC là
$$\begin{cases} AC = BC \cdot \cos 60^\circ = 4 \cdot \cos 60^\circ = 2 \\ AB = BC \cdot \sin 60^\circ = 4 \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

Diện tích tam giác ABC là
$$S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

Câu 10. [VD] Một cột cờ in bóng xuống sân trường có chiều dài $4,3 \text{ m}$ tia nắng mặt trời chiếu

từ đỉnh cột cờ và tạo với bóng của nó một góc 52° . Chiều cao của cột cờ là (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

A. $2,7 \text{ m}$.

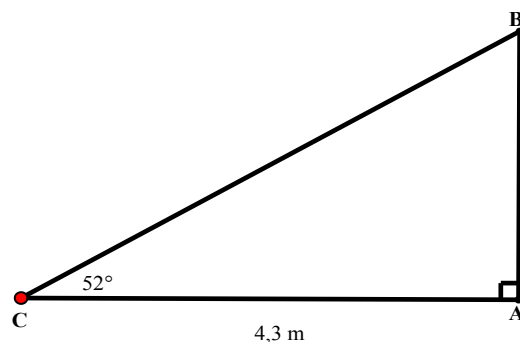
B. $5,5 \text{ m}$.

C. $3,6 \text{ m}$.

D. $6,1 \text{ m}$.

Lời giải

Chọn B



Chiều cao của cột cờ là
$$AB = AC \cdot \tan 52^\circ = 4,3 \cdot \tan 52^\circ \approx 5,5 \text{ m}$$

Câu 11. [VD] Một chiếc máy bay bay lên với vận tốc 600 km/h . Đường bay lên tạo với phương ngang một góc 30° . Hỏi sau 2 phút máy bay lên cao được bao nhiêu ki-lô-mét theo phương thẳng đứng?

A. $11,5\text{ km}$

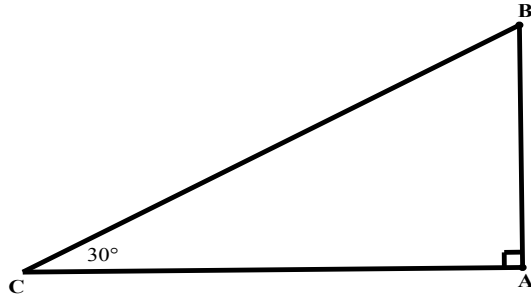
B. 10 km

C. 20 km

D. $17,3\text{ km}$

Lời giải

Chọn B

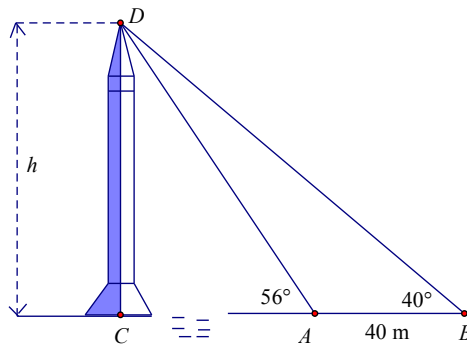


Đổi $2\text{ ph} = \frac{1}{30}\text{ h}$

Quãng đường máy bay bay được là $BC = 600 \cdot \frac{1}{30} = 20\text{ km}$

Độ cao máy bay bay lên được sau 2 phút là $AB = BC \cdot \sin 30^\circ = 20 \cdot \sin 30^\circ = 10\text{ km}$

Câu 12. [VDC] Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 40\text{ m}$; $\angle CBD = 40^\circ$; $\angle CAD = 56^\circ$. Chiều cao h của tháp gần với giá trị nào sau đây?



A. 21 m

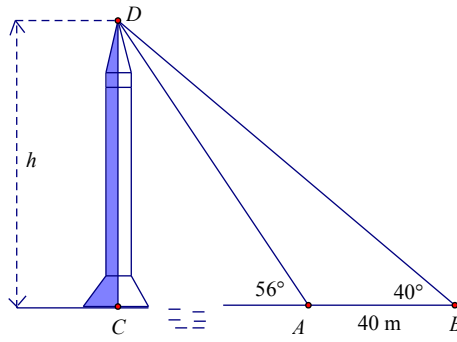
B. $21,4\text{ m}$

C. 77 m

D. 78 m

Lời giải

Chọn C



Xét $\triangle ADC$ vuông tại C có $AC = CD \cdot \cot \angle CAD = h \cdot \cot 56^\circ$ (1)

Xét $\triangle BDC$ vuông tại C có $BC = CD \cdot \cot \angle CBD = h \cdot \cot 40^\circ$ (2)

Từ (1) và (2)

$$\Rightarrow BC - AC = h \cdot \cot 40^\circ - h \cdot \cot 56^\circ$$

$$\Leftrightarrow 40 = h \cdot (\cot 40^\circ - \cot 56^\circ)$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{40}{(\cot 40^\circ - \cot 56^\circ)} \approx 77 \text{ (m)}$$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 6 \text{ cm}$; $AC = 8 \text{ cm}$. Khi đó các khẳng định sau đúng hay sai?

TT	Khẳng định	Đ	S
a)	độ dài cạnh $BC = 10 \text{ cm}$.		
b)	số đo của góc B làm tròn đến độ là 53° .		
c)	độ dài cạnh $AB = BC \cdot \sin B$.		
d)	độ dài cạnh $AC = BC \cdot \cos C$.		

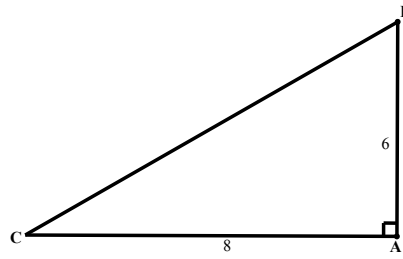
Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) Đ



$\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 6 \text{ cm}$; $AC = 8 \text{ cm}$

+ Theo Đ/li Pytago $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 10$ nên a) Đúng.

+ Áp dụng tỉ số lượng giác: $\tan B = \frac{8}{6} \Rightarrow \hat{B} \approx 53^\circ$ nên b) Đúng.

+ Áp dụng hệ thức cạnh và góc: $AB = BC \cdot \sin C$ nên c) Sai.

+ Áp dụng hệ thức cạnh và góc: $AC = BC \cdot \cos C$ nên d) Đúng.

Câu 2. Cho $\triangle MNP$ vuông tại N có $MN = 3,8 \text{ cm}$ và $\hat{P} = 30^\circ$. Khi đó các phát biểu sau đúng hay sai?

TT	Phát biểu	Đ	S
a)	số đo của góc $\hat{M} = 60^\circ$.		
b)	độ dài cạnh NP là $3,8 \text{ cm}$.		
c)	độ dài cạnh $MP = 7,6 \text{ cm}$.		
d)	$\hat{M} = 180^\circ - \hat{P}$		

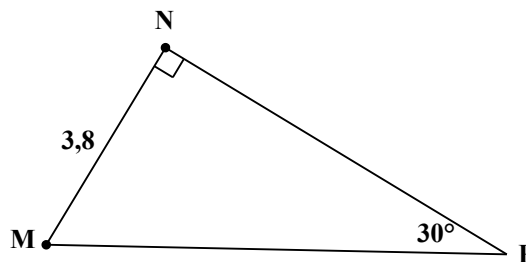
Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S



$\triangle MNP$ vuông tại N có $MN = 3,8 \text{ cm}$ và $\hat{P} = 30^\circ$. Nên

+ số đo của góc $\hat{M} = 90^\circ - \hat{P} = 60^\circ$. Vậy a) Đúng.

+ $\triangle MNP$ không vuông cân tại N . Vậy độ dài cạnh NP là $3,8 \text{ cm}$ là Sai. Nên b) Sai.

+ độ dài cạnh $MP = MN : \sin 30^\circ = 3,8 : 0,5 = 7,6 \text{ cm}$. Vậy c) Đúng.

+ số đo của góc $M = 90^\circ - P$. Vậy d) Sai.

Câu 3. Một cây bị sét đánh trúng giữa thân cây làm thân cây ngã xuống đất tạo với mặt đất một góc 52° , khúc thân cây còn đứng cao 3 m (hình vẽ minh họa). Khi đó các khẳng định sau đây đúng hay sai?



TT	Khẳng định	Đ	S
a)	chiều cao lúc đầu của cây vào khoảng $6,8\text{ m}$.		
b)	ngọn cây cách gốc một khoảng $6,8\text{ m}$.		
c)	đoạn cây bị gãy dài khoảng $3,8\text{ m}$.		
d)	chiều cao lúc đầu của cây vào khoảng $8,6\text{ m}$.		

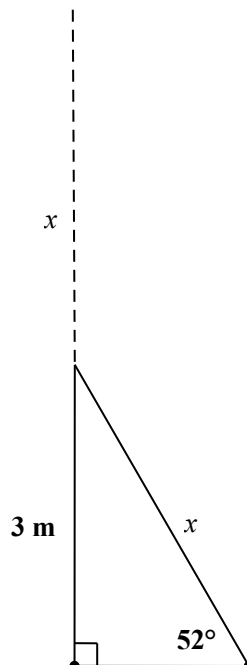
Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S



Gọi phần cây tre bị gãy là $x(m)$

Ta có $x = \frac{3}{\sin 52^\circ} \approx 3,8(m)$. Vậy Chiều cao lúc đầu của cây là $h = 3 + 3,8 \approx 6,8(m)$

Do đó a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

Câu 4. Từ hai vị trí A và B của một tòa nhà, người ta dùng một dụng cụ quan sát đỉnh C của ngọn núi (hình vẽ). Biết rằng chiều cao AB của tòa nhà là 70m , phương nhìn AC tạo với phương ngang góc 42° , phương nhìn BC tạo với phương ngang góc $21^\circ 30'$. Dựa trên hình vẽ minh họa. Khi đó các khẳng định sau đây đúng hay sai?

D

TT	Khẳng định	Đ	S
a)	$CH = AH \cdot \tan 42^\circ$		
b)	$CD = 70 \cdot \tan 42^\circ$		
c)	$CD = AH \cdot \tan 21^\circ 30'$		
d)	Ngọn núi có chiều cao so với Mặt đất vào khoảng 124m .		

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) Đ

D

+ $\triangle BDC$ và $\triangle AHC$ vuông tại D và H . Nên $BD = AH$ và $CH = AH \cdot \tan 42^\circ$;
 $CD = AH \cdot \tan 21^\circ 30'$. Vậy a) c) đúng b) Sai.

+ Lại có $HD = 70 = CH - CD = AH (\tan 42^\circ - \tan 21^\circ 30')$

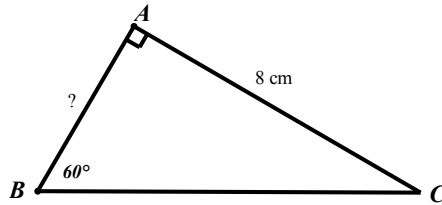
Nên $AH = \frac{70}{\tan 42^\circ - \tan 21^\circ 30'} \approx 138,21$

Khi đó: Chiều cao của ngọn núi là $CH = AH \cdot \tan 42^\circ \approx 138,21 \cdot \tan 42^\circ \approx 124(m)$. Vậy d) đúng.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

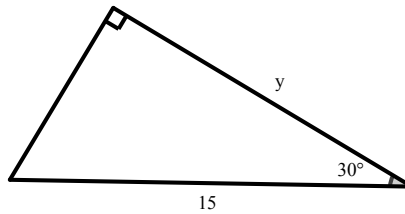
Câu 1. [NB] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $\angle B = 60^\circ$; $AC = 8 \text{ cm}$. Khi đó, nếu làm tròn độ dài đến hàng phần trăm thì độ dài cạnh AB là ...

Giải



Áp dụng hệ thức cạnh và góc trong tam giác vuông ABC ta có $AB = AC \cdot \cot 60^\circ \approx 4,62 \text{ cm}$

Câu 2. [NB] Giá trị của y (làm tròn đến hàng phần trăm) trong hình vẽ dưới đây là ...

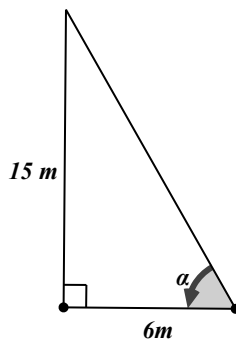


Giải

Áp dụng hệ thức cạnh và góc trong tam giác vuông ta có: $y = 15 \cdot \cos 30^\circ \approx 4,33$

Câu 3. [TH] Một cột cờ cao 15 m có bóng trên mặt đất là 6 m . Khi đó nếu làm tròn đến độ thì tia sáng mặt trời tạo với mặt đất một góc có số đo là...

Giải



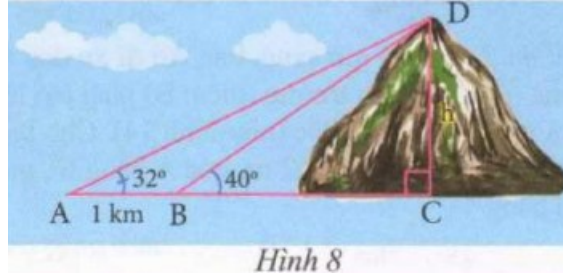
Ta có $\tan \alpha = \frac{15}{6} \Rightarrow \alpha \approx 68^\circ$

Câu 4. [TH] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $BC = 74 \text{ mm}$, $\angle B = 40^\circ$. Độ dài cạnh AB (làm tròn đến hàng phần mười) là...

Giải

$\triangle ABC$ vuông tại A có $BC = 74 \text{ mm}$, $\angle B = 40^\circ$. Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông, ta có: $AB = BC \cdot \cos B = 74 \cdot \cos 40^\circ \approx 56,7 (\text{mm})$

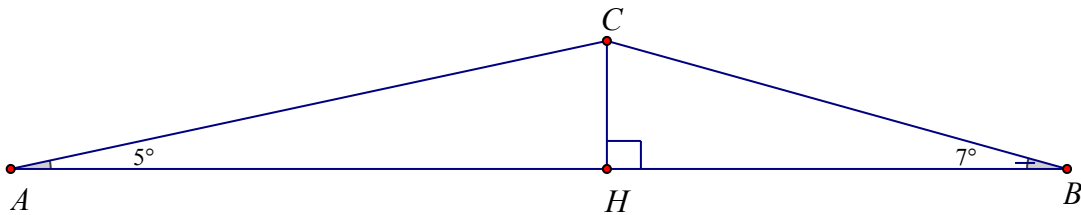
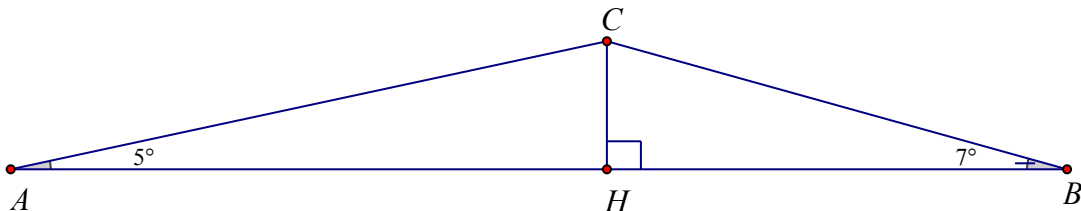
Câu 5. [VD] Cho biết tại hai điểm cách nhau 1 km trên mặt đất người ta nhìn thấy đỉnh núi với góc nâng lần lượt là 40° và 32° (h. 8). Chiều cao của một ngọn núi (tính theo mét) là....

**Giải:**

Ta có:

$$h = \frac{d}{\cot y - \cot x} = \frac{1000}{\cot 32^\circ - \cot 40^\circ} \approx 2447 (m)$$

Câu 6. [VDC] Hằng ngày bạn Lan đi từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải đi qua một con dốc như hình vẽ. Cho biết khoảng cách từ nhà đến trường là $AB = 626 \text{ m}$, $\angle A = 5^\circ$, $\angle B = 7^\circ$. Chiều cao HC của con dốc (làm tròn đến mét) là

**Giải:**

Xét $\triangle BHC$ vuông tại H , có $BH = CH \cdot \cot B = CH \cdot \cot 7^\circ$ (1)

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H , có $AH = CH \cdot \cot C = CH \cdot \cot 5^\circ$ (2)

Từ (1) và (2)

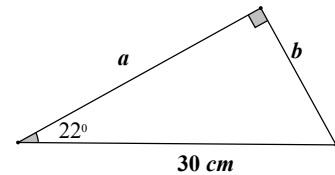
$$\Rightarrow BH + HA = CH \cdot \cot 7^\circ + CH \cdot \cot 5^\circ$$

$$\Leftrightarrow 626 = CH \cdot (\cot 7^\circ + \cot 5^\circ)$$

$$\Leftrightarrow CH = \frac{626}{(\cot 7^\circ + \cot 5^\circ)} \approx 32(\text{m})$$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN (GV chép phần bài tập tự luyện trên file đáp án vào)

Ví dụ 1 [NB]: Tính hai cạnh a, b của tam giác vuông có cạnh huyền dài 30 cm và một góc nhọn bằng 22° (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) ?



Giải:

$$a = 30 \cdot \cos 22^\circ \approx 30 \cdot 0,927 = 27,81(\text{cm});$$

$$b = 30 \cdot \sin 22^\circ \approx 30 \cdot 0,375 = 11,25(\text{cm}).$$

Ví dụ 2 [TH]: Giải tam giác ABC vuông tại A (làm tròn số đo góc đến độ và độ dài cạnh đến chữ số thập phân thứ hai) biết

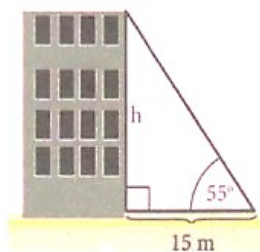
a) $AB = 7\text{ cm}$; $\angle C = 50^\circ$.

b) $BC = 74\text{ mm}$; $\angle B = 40^\circ$.

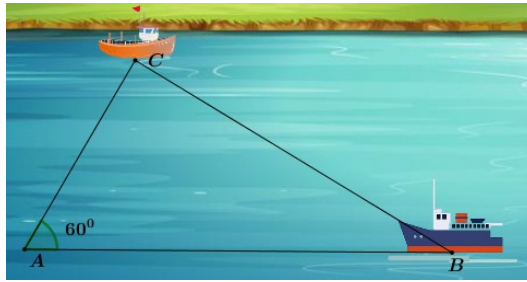
c) $AB = 5\text{ cm}$; $BC = 8\text{ cm}$.

d) $AB = 4\text{ cm}$; $AC = 7\text{ cm}$.

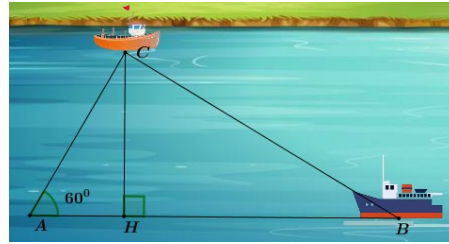
Ví dụ 3 [TH]: Một tòa nhà có chiều cao $h(\text{m})$. Khi tia nắng tạo với mặt đất một góc là 55° thì bóng của tòa nhà trên mặt đất có chiều dài $15(\text{m})$. Tỉ số $\frac{h}{15}$ bằng tỉ số lượng giác nào của góc 55° ?



Ví dụ 4 [VD]: Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ một vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc 60° (như hình vẽ). Tàu B chạy với tốc độ 20 hải lí một giờ. Tàu C chạy với tốc độ 15 hải lí một giờ. Sau 2 giờ hai tàu cách nhau (1 hải lí $\approx 1,852\text{ km}$) một khoảng bao nhiêu km?



Lời giải



Sau 2 giờ, tàu B chạy được quãng đường là $2 \cdot 20 = 40$ (hải lí)

tàu C chạy được quãng đường là $2 \cdot 15 = 30$ (hải lí)

Kẻ $CH \perp AB$, ta có $CH = AC \cdot \sin A = 30 \cdot \sin 60^\circ = 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}$ (hải lí)

$$AH = AC \cdot \cos A = 30 \cdot \cos 60^\circ = 30 \cdot \frac{1}{2} = 15 \quad (\text{hải lí})$$

$$HB = AB - AH = 40 - 15 = 25 \quad (\text{hải lí})$$

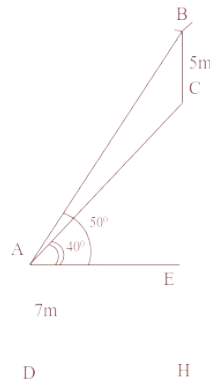
$$BC = \sqrt{CH^2 + HB^2} = \sqrt{(15\sqrt{3})^2 + 25^2} = \sqrt{1300} = 10\sqrt{13} \quad (\text{hải lí})$$

$$BC = 10\sqrt{13} \cdot 1,852 \approx 67 \text{ km}$$

Ví dụ 5 [VD]: Cho $\triangle ABC$ có $BC = 10 \text{ cm}$, $\angle B = 30^\circ$; $\angle C = 70^\circ$. Tính:

- Đường cao AH và cạnh AC (độ dài cạnh đến chữ số thập phân thứ hai)
- Tính S_{ABC}

Ví dụ 6 [VDC]: Trên nóc của một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 5 m . Từ vị trí quan sát A cao 7 m so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc 50° và 40° so với phương nằm ngang. Tính chiều cao của tòa nhà.

**Lời giải:**

Dựa vào hình vẽ bài toán, ta có:

$$BC = 5 \text{ m}$$

$$AD = EH = 7 \text{ m}$$

$$\widehat{BAE} = 50^\circ; \widehat{CAE} = 40^\circ$$

$$\widehat{CEA} = \widehat{BEA} = 90^\circ$$

Xét $\triangle CEA$ vuông tại E , ta có:

$$\Rightarrow CE = AE \cdot \tan CAE = AE \cdot \tan 40^\circ (\text{m}) \quad (\text{hệ thức về cạnh và góc trong TGV}) \quad (1)$$

Xét $\triangle BEA$ vuông tại E , ta có:

$$\Rightarrow BE = AE \cdot \tan BAE = AE \cdot \tan 50^\circ (\text{m}) \quad (\text{hệ thức về cạnh và góc trong TGV}) \quad (2)$$

$$\text{Từ } (1) \text{ và } (2) \Rightarrow BE - CE = AE \cdot \tan 50^\circ - AE \cdot \tan 40^\circ$$

$$\Leftrightarrow BC = AE \cdot (\tan 50^\circ - \tan 40^\circ)$$

$$\Leftrightarrow 5 = AE \cdot (\tan 50^\circ - \tan 40^\circ)$$

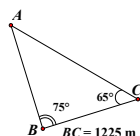
$$\Leftrightarrow AE = \frac{5}{\tan 50^\circ - \tan 40^\circ} (\text{m})$$

$$\text{Từ } (1) \Rightarrow CE = \frac{5}{\tan 50^\circ - \tan 40^\circ} \cdot \tan 40^\circ (\text{m})$$

$$\Rightarrow BH = BC + CE + EH = 5 + \frac{5 \cdot \tan 40^\circ}{\tan 50^\circ - \tan 40^\circ} + 7 \approx 23,9 \text{ m}$$

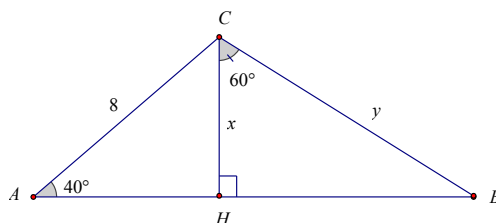
Vậy chiều cao của tòa nhà là 23,9 m

Ví dụ 7 [VDC]: Để xác định khoảng cách từ một gốc cây A trên một hòn đảo nhỏ giữa biển đến vị trí con sao biển C trên bãi cát (như hình bên dưới), người ta chọn một điểm B trên bãi biển cách điểm C một khoảng 1225 m và dùng giác kế ngắm xác định được $\angle ABC = 75^\circ$; $\angle ACB = 65^\circ$. Tính khoảng cách AC (kết quả làm tròn đến đơn vị mét).



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [TH] Tính độ dài x, y trong hình vẽ dưới đây (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)



Bài 2. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A . Hãy giải tam giác vuông ABC , biết:

a) $AB = 12\text{ cm}$, $AC = 5\text{ cm}$.

b) $AB = 8\text{ cm}$, $BC = 10\text{ cm}$.

c) $\angle B = 54^\circ$, $BC = 20\text{ cm}$.

d) $\angle C = 60^\circ$, $AB = 20\text{ cm}$.

(kết quả của bài tập ta làm tròn đến phút (với số đo góc) và đến số thập phân thứ hai (với số đo độ dài)).

Bài 3. [VD] Cho tam giác ABC có góc A nhọn. Gọi S là diện tích tam giác đó.

a) Chứng minh rằng
$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A$$
.

b) Đặt $BC = a$; $AC = b$; $AB = c$. Chứng minh rằng
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

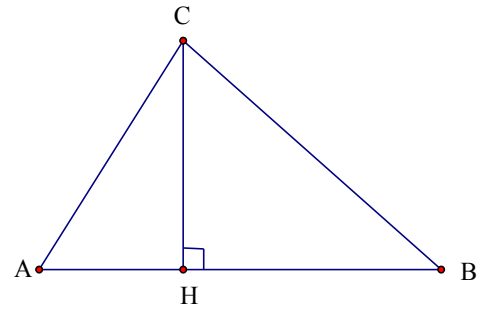
Bài giải:

a) Kẻ $CH \perp AB$ ($H \in AB$)

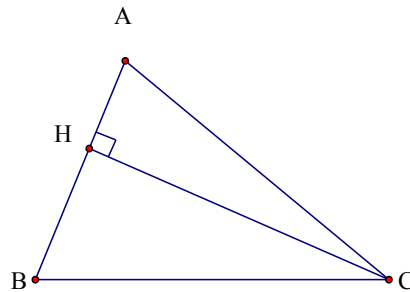
Xét $\triangle AHC$ có $\angle AHC = 90^\circ$

$$\Rightarrow CH = AC \cdot \sin A$$

Ta có
$$S = \frac{1}{2} AB \cdot CH = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A$$



b)



Kẻ $CH \perp AB$ ($H \in AB$)

Xét $\triangle AHC$ có $\angle AHC = 90^\circ \Rightarrow \sin A = \frac{CH}{AC}$ (1)

Xét $\triangle BHC$ có $\angle BHC = 90^\circ \Rightarrow \sin B = \frac{CH}{BC}$ (2)

Từ (1) và (2)

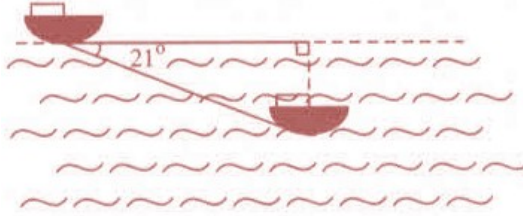
$$\Rightarrow \frac{\sin A}{\sin B} = \frac{\frac{CH}{AC}}{\frac{CH}{BC}} = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \quad (3)$$

Chứng minh tương tự $\Rightarrow \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ (đpcm)

Bài 4. [VD] Trong một buổi luyện tập, một tàu ngầm ở trên mặt biển bắt đầu lặn xuống và di chuyển theo một đường thẳng tạo với mặt nước biển một góc 21° .

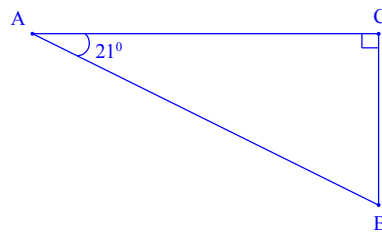


a) Khi tàu chuyển động theo hướng đó và đi được 250m thì tàu ở độ sâu bao nhiêu so với mặt nước (làm tròn đến đơn vị mét).

b) Giả sử tốc độ trung bình của tàu là 9km/h thì sau bao lâu (tính từ lúc bắt đầu lặn) tàu ở độ sâu 200 mét (cách mặt nước biển 200m) làm tròn đến phút.

Lời giải:

a) Hình vẽ minh họa bài toán:



Xét $\triangle ABC$ vuông tại C , ta có

$$\Rightarrow CB = AB \cdot \sin A = 250 \cdot \sin 21^\circ \approx 89,6\text{m} \text{ (hệ thức giữa cạnh và góc trong TGV)}$$

Vậy khi tàu đi được 250m , thì tàu ở độ sâu là $89,6\text{m}$

b) Đổi đơn vị: $9\text{km/h} = 2,5\text{m/s}$

Gọi $t(\text{s})$ là thời gian tàu đi để đạt được độ sâu là 200m

Quãng đường tàu đi được trong thời gian $t(\text{s})$ là:

$$AB = S_{AB} = v_{AB} \cdot t_{AB} = 2,5t(\text{m})$$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại C , ta có:

$$\sin A = \frac{CB}{AB} \quad (\text{tỉ số lượng giác của góc nhọn})$$

$$\Leftrightarrow \sin 21^\circ = \frac{200}{2,5t}$$

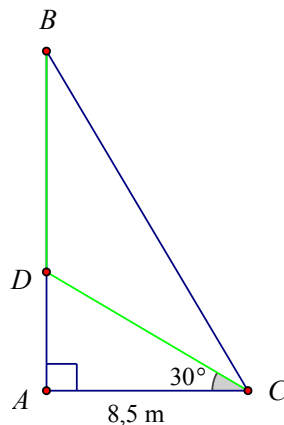
$$\Rightarrow t = \frac{200}{2,5 \cdot \sin 21^\circ} \approx 223s \approx 4 \text{ phút}$$

Vậy thời gian tàu đi là 4 phút

Bài 5. [VD] Giông bão thổi mạnh, một cây tre gãy gấp xuống làm ngọn cây chạm đất và tạo với mặt đất một góc 30° . Người ta đo được khoảng cách từ chỗ ngọn cây chạm đất đến gốc cây tre là $8,5 \text{ m}$. Giả sử cây tre mọc vuông góc với mặt đất, hãy tính chiều cao của cây tre đó (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

Đưa bài toán về dữ kiện hình học: cho cây tre AB vuông góc mặt đất, đoạn tre BD bị gãy tại D và ngọn cây chạm đất tại C ; phần bị gãy CD tạo với mặt đất CA một góc 30° ; người ta đo được AC bằng $8,5 \text{ m}$. Tính chiều cao cây tre.



Tam giác ACD vuông tại A có $AC = 8,5 \text{ m}$; $\angle ACD = 30^\circ$

Áp dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

$$AC = DC \cdot \cos \angle DCA \rightarrow CD = \frac{AC}{\cos \angle DCA} = \frac{AC}{\cos 30^\circ} = \frac{8,5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{17\sqrt{3}}{3} (\text{m})$$

$$AD = AC \cdot \tan \widehat{DCA} = 8,5 \cdot \tan 30^\circ = \frac{17\sqrt{3}}{6} \text{ (m)}$$

$$AB = BD + AD = AD + CD = \frac{17\sqrt{3}}{3} + \frac{17\sqrt{3}}{6} = \frac{17\sqrt{3}}{2} \approx 14,72 \text{ (m)}$$

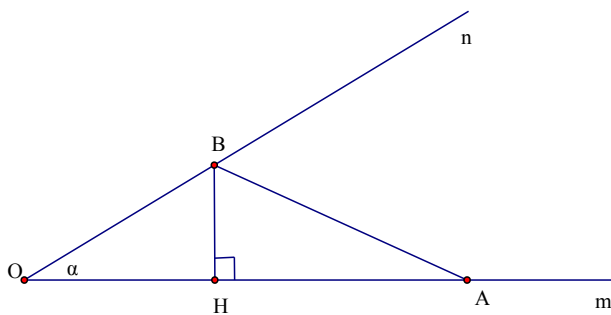
Suy ra

$$14,72 \text{ (m)}$$

Vậy cây tre cao

Bài 6. [VDC] Cho $\square mOn$ nhọn. Trên hai cạnh $Om; On$ lấy hai điểm A, B thứ tự thay đổi sao cho $OA + OB = 2a$. Tính diện tích lớn nhất của tam giác ABO

Lời giải



+ Kẻ đường cao BH của $\triangle ABO$ ($H \in AO$).

Ta có:
$$S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB \cdot \sin \alpha$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si cho hai số dương OA, OB ta có:

$$OA \cdot OB \leq \left(\frac{OA + OB}{2} \right)^2 = \left(\frac{2a}{2} \right)^2 = a^2$$

$$S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB \cdot \sin \alpha \leq \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \sin \alpha$$

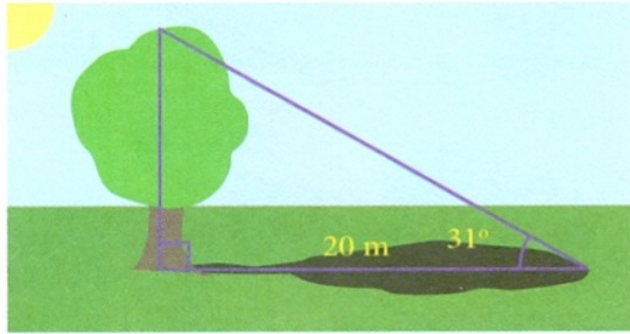
Do đó:

$$\begin{cases} OA = OB \\ OA + OB = 2a \end{cases} \Rightarrow OA = OB = a$$

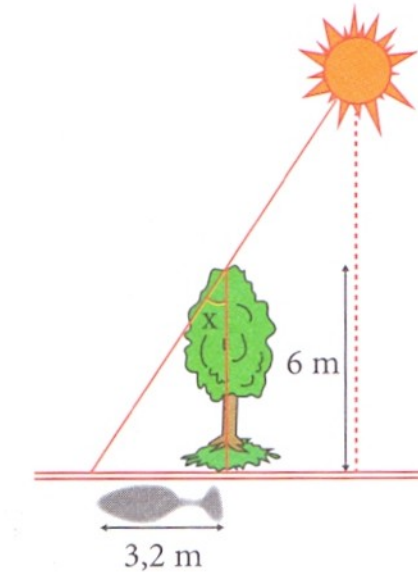
Dấu “=” xảy ra khi

Vậy giá trị lớn nhất của diện tích tam giác $\triangle ABC$ là $\frac{1}{2} a^2 \cdot \sin \alpha$.

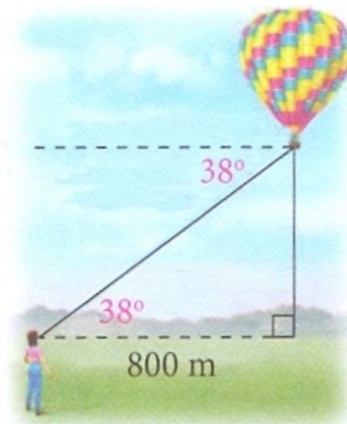
1. Một cái cây có bóng trên mặt đất dài 20 m . Cho biết tia nắng qua ngọn cây nghiêng một góc 31° so với mặt đất. Tính chiều cao của cây.



2. Một cái cây cao 6 m đang có bóng dài $3,2\text{ m}$. Tính góc hợp bởi tia nắng với thân cây.



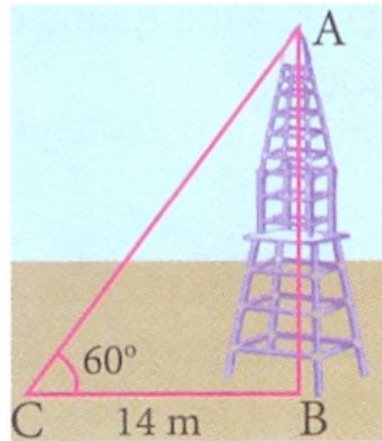
3. Một người đứng cách nơi thả khinh khí cầu 800 m nhìn thấy nó với góc nghiêng 38° . Tính độ cao của khinh khí cầu. Cho biết khoảng cách từ mặt đất đến mắt người đó là $1,5\text{ m}$.



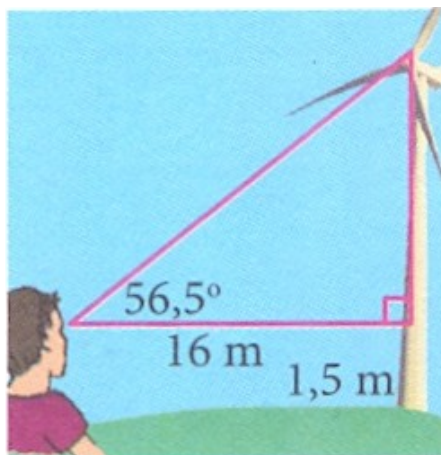
4. Một du khách đếm được 645 bước chân khi đi từ ngay dưới chân toà nhà BITECO (thành phố Hồ Chí Minh) thẳng ra phía ngoài cho đến vị trí có góc nhìn lên đỉnh là 45° . Tính chiều cao của tháp, biết rằng khoảng cách trung bình của mỗi bước chân là $0,4\text{ m}$



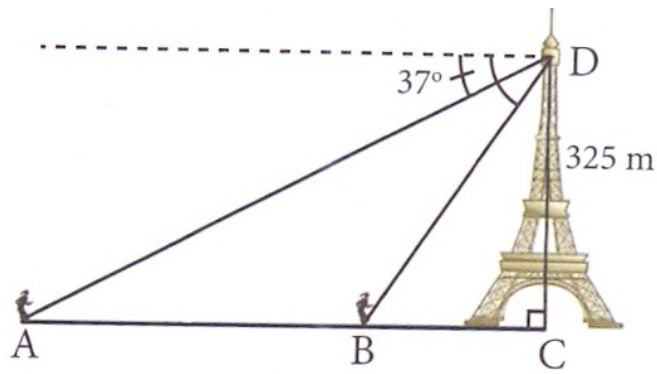
5. Một người đứng cách chân tháp $14m$ nhìn thấy đỉnh tháp theo góc nghiêng 60° . Tính chiều cao của tháp.



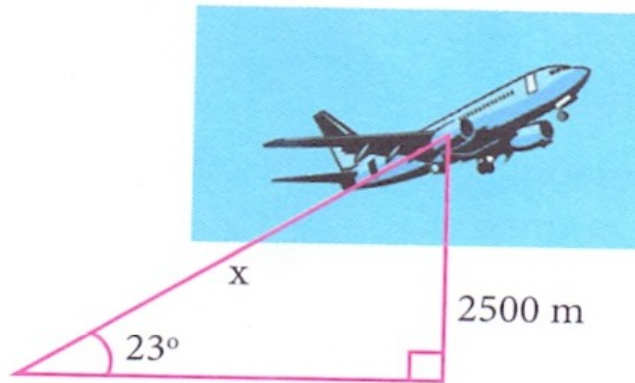
6. Một người có mắt cách mặt đất $1,5m$, đứng cách thân một cái quạt gió $16m$ nhìn thấy tâm của cánh quạt với góc nâng $56,5^\circ$. Tính khoảng cách từ tâm của cánh quạt đến mặt đất.



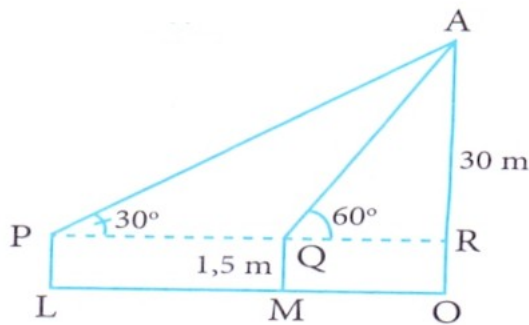
7. Một người đứng trên đỉnh tháp cao $325m$ nhìn thấy hai điểm A và B với hai góc hạ lần lượt là 37° và 72° . Tính khoảng cách AB .



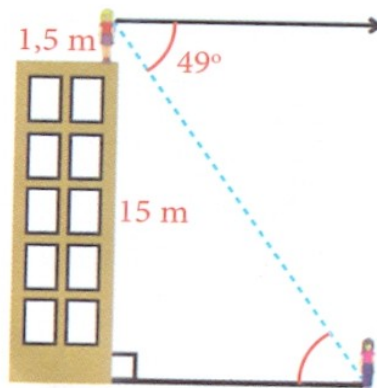
8. Một máy bay cất cánh theo phương có góc nâng 23° . Hỏi muốn đạt độ cao 2500 m , máy bay phải bay một đoạn đường là bao nhiêu mét?



9. Bạn Hùng có tầm mắt cao $1,5\text{ m}$ đang đứng gần một cao ốc cao 30 m thì nhìn thấy nóc toà nhà với góc nâng 30° . Hùng đi về phía toà nhà cho đến khi nhìn thấy nóc toà nhà với góc nâng bằng 60° . Tính quãng đường mà bạn Hùng.



10. Một học sinh có tầm mắt cao $1,5\text{ m}$ đứng trên sân thượng của một căn nhà cao 15 m nhìn thấy bạn mình với góc nghiêng xuống 49° . Hỏi cô bạn đang ở cách căn nhà bao nhiêu mét?



CHỦ ĐỀ 2: MỘT SỐ HỆ THỨC GIỮA CẠNH, GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG VÀ ỨNG DỤNG.

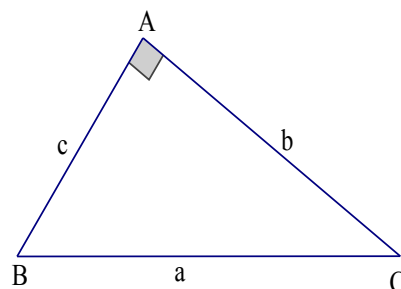
DẠNG 2. HỆ THỨC GIỮA HAI CẠNH GÓC VUÔNG. GIẢI TAM GIÁC VUÔNG.

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , $BC = a$, $AB = c$, $AC = b$, ta có:

$$b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C \quad ; \quad b = c \cdot \tan B = c \cdot \cos C$$

$$c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B \quad ; \quad c = b \cdot \tan C = b \cdot \cot B$$



2. Giải tam giác vuông

Trong một tam giác vuông, nếu biết trước hai yếu tố (trong đó có ít nhất một yếu tố về cạnh và không kể góc vuông) thì ta sẽ tìm được tất cả các yếu tố còn lại của tam giác vuông đó.

(Bài toán này gọi là bài toán: Giải tam giác vuông)

B. BÀI TẬP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ

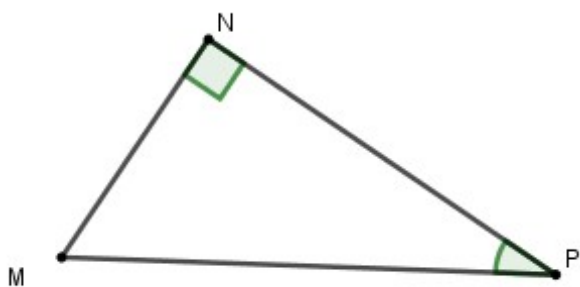
NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB] Cho tam giác MNP vuông tại N. Hệ thức nào sau đây đúng?

- A. $MN = MP \cdot \sin P$. **B.** $MN = MP \cdot \cos P$. **C.** $MN = MP \cdot \tan P$. **D.** $MN = MP \cdot \cot P$.

Lời giải

Chọn A



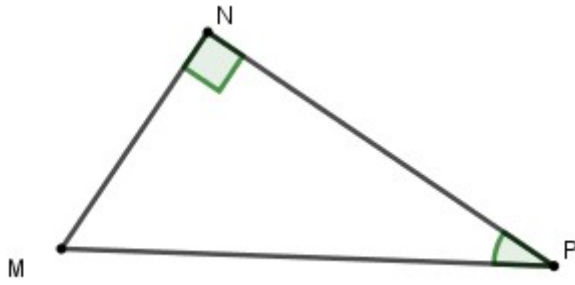
Ta có: $\sin P = \frac{MN}{MP} \Rightarrow MN = MP \cdot \sin P$

Câu 2. [NB] Cho tam giác MNP vuông tại N. Hệ thức nào sau đây là đúng?

- A.** $NP = MP \cdot \cos P$. **B.** $NP = MN \cdot \cos P$. **C.** $NP = MN \cdot \tan P$. **D.** $NP = MP \cdot \cot P$.

Lời giải

Chọn B

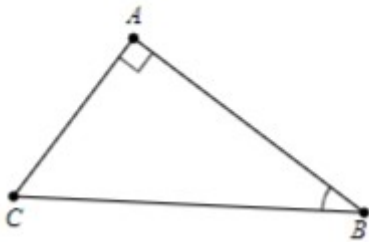


Ta có: $\cot P = \frac{NP}{MN} \Rightarrow NP = MN \cdot \cot P$

- Câu 3. [NB]** Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = a, AC = b, AB = c$. Chọn khẳng định **sai**?
- A.** $b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C$. **B.** $a = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C$.
- C.** $a^2 = b^2 + c^2$. **D.** $c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B$.

Lời giải

Chọn B



- + Theo định lý Pytago ta có $a^2 = b^2 + c^2$ nên C đúng
- + Theo hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

$$b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C$$

$$b = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C$$

$$c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B$$

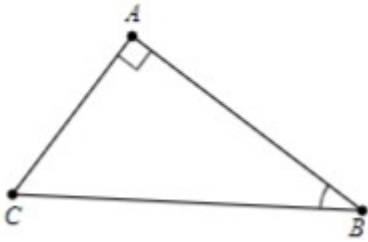
$$c = b \cdot \tan C = b \cdot \cot B$$

Nên A, D đúng.

- Câu 4. [NB]** Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = a, AC = b, AB = c$. Chọn khẳng định đúng?
- A.** $b = c \cdot \sin 50^\circ$. **B.** $b = a \cdot \tan 50^\circ$. **C.** $b = c \cdot \cot 50^\circ$. **D.** $c = b \cdot \cot 50^\circ$.

Lời giải

Chọn D



+ Theo hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có: $c = b \cdot \cot 50^\circ$

Câu 5. [TH] Giải tam giác ABC vuông tại A . Cho biết $AB = 14\text{cm}$, $\hat{C} = 30^\circ$

A. $AC = 15\text{cm}$, $BC = 26\text{cm}$, $\hat{B} = 60^\circ$

B. $AC = 12\sqrt{3}\text{cm}$, $BC = 14\sqrt{3}\text{cm}$, $\hat{B} = 60^\circ$

C. $AC = 14\sqrt{3}\text{cm}$, $BC = 28\text{cm}$, $\hat{B} = 60^\circ$

D. $AC = \frac{14\sqrt{3}}{3}\text{cm}$, $BC = 14\text{cm}$, $\hat{B} = 60^\circ$

Lời giải

Chọn A

Câu 6. [TH] Giải tam giác ABC vuông tại B . Cho biết $AC = 15\text{cm}$, $\hat{A} = 52^\circ$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)

A. $\hat{C} = 38^\circ$, $AB = 8,4\text{cm}$, $BC = 10,5\text{cm}$

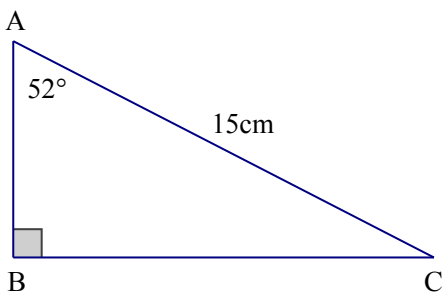
B. $\hat{C} = 38^\circ$, $AB = 9,2\text{cm}$, $BC = 11,8\text{cm}$

C. $\hat{C} = 38^\circ$, $AB = 9,8\text{cm}$, $BC = 12,4\text{cm}$

D. $\hat{C} = 38^\circ$, $AB = 9,2\text{cm}$, $BC = 12,4\text{cm}$

Lời giải

Chọn B



Ta có ABC vuông tại $B \Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = 90^\circ$

Mà $\hat{A} = 52^\circ \Rightarrow \hat{C} = 38^\circ$

+ $AB = AC \cdot \sin C = 15 \cdot \sin 38^\circ \approx 9,2\text{cm}$

$$+ BC = AC \cdot \sin A = 15 \cdot \sin 52^\circ \approx 11,8 \text{ cm}$$

Câu 7. [TH] Giải tam giác ABC vuông tại A . Cho biết $AB = 7\sqrt{2} \text{ cm}$, $AC = 11 \text{ cm}$ (cạnh làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, góc làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, góc làm tròn đến độ)

A. $\hat{B} = 48^\circ$, $\hat{C} = 42^\circ$, $BC = 14,08 \text{ cm}$

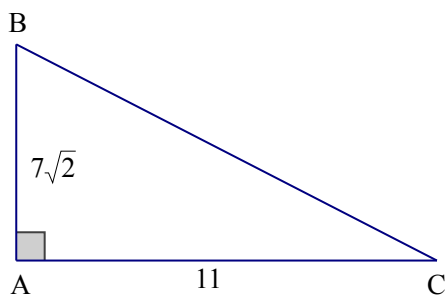
B. $\hat{B} = 51^\circ$, $\hat{C} = 39^\circ$, $BC = 14,08 \text{ cm}$

C. $\hat{B} = 53^\circ$, $\hat{C} = 37^\circ$, $BC = 16,09 \text{ cm}$

D. $\hat{B} = 54^\circ$, $\hat{C} = 42^\circ$, $BC = 16,09 \text{ cm}$

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{11}{7\sqrt{2}} = 1,1145 \Rightarrow \hat{B} = 48^\circ$

Lại có: $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} = 42^\circ$

Áp dụng định lý Pytago vào tam giác vuông ABC , ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 = (7\sqrt{2})^2 + 11^2 = 219$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{219} \approx 14,80 (\text{cm})$$

Câu 8. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 20 \text{ cm}$, $\hat{C} = 60^\circ$. Tính AB, BC .

A. $AB = 20\sqrt{3}$; $BC = 40$

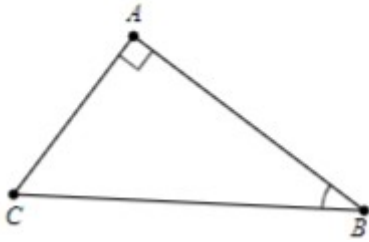
B. $AB = 20\sqrt{3}$; $BC = 40\sqrt{3}$

C. $AB = 20$; $BC = 40$

D. $AB = 20$; $BC = 20\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A



+ Theo hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

$$AB = AC \cdot \tan C = 20 \cdot \tan 30^\circ = 20\sqrt{3}$$

$$AC = BC \cdot \cos C \Rightarrow BC = \frac{AC}{\cos 30^\circ} = \frac{20}{\frac{1}{2}} = 40$$

Câu 9. [VD] Giải tam giác MNP có $\widehat{N} = 70^\circ$; $\widehat{P} = 38^\circ$, đường cao $MI = 8\text{ cm}$. Diện tích $\triangle MNP$ bằng? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

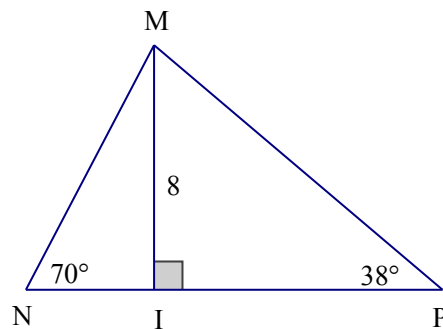
A. $42,65\text{ cm}^2$.

B. $48,08\text{ cm}^2$.

C. $51,54\text{ cm}^2$.

D. $52,68\text{ cm}^2$.

Lời giải



Chọn D

Ta có: $NI = MI \cdot \cot N = 8 \cdot \cot 70^\circ = 2,91(\text{cm})$

$$+ \quad PI = MI \cdot \cot P = 8 \cdot \cot 38^\circ = 8 \cdot \frac{1}{0,78} = 10,26(\text{cm})$$

$$\Rightarrow NP = NI + IP = 2,91 + 10,26 = 13,17(\text{cm})$$

$$\Rightarrow S_{MNP} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 13,17 = 52,68(\text{cm}^2)$$

Câu 10. [VD] Giải tam giác ABC có $AB = 12\text{cm}$, $AC = 16\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$. Tính các góc của tam giác ABC (làm tròn đến độ)

A. $\hat{A} = 80^\circ$; $\hat{B} = 62^\circ$; $\hat{C} = 38^\circ$.

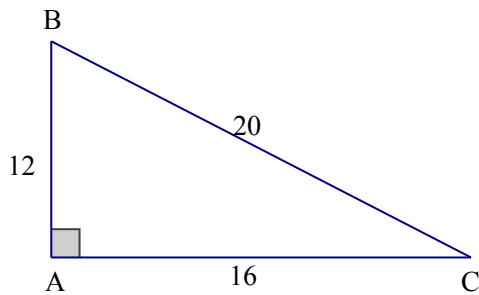
B. $\hat{A} = 90^\circ$; $\hat{B} = 53^\circ$; $\hat{C} = 37^\circ$.

C. $\hat{A} = 90^\circ$; $\hat{B} = 58^\circ$; $\hat{C} = 32^\circ$.

D. $\hat{A} = 80^\circ$; $\hat{B} = 53^\circ$; $\hat{C} = 37^\circ$.

Lời giải

Chọn B



Ta có
$$\begin{cases} AB^2 + AC^2 = 12^2 + 16^2 = 400 & (1) \\ BC^2 = 20^2 = 400 & (2) \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A

$\Rightarrow \sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{16}{20} = 0,8 \Rightarrow \hat{B} = 53^\circ$

Ta có: $\hat{C} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$.

Câu 11. [VD] Cho hình thang $ABCD$ sao cho $AB = AD = 10\text{cm}$, $BC = 14\text{cm}$, $\hat{A} = 120^\circ$, BC vuông góc với đường chéo BD . Chu vi của $ABCD$ bằng

A. 48cm .

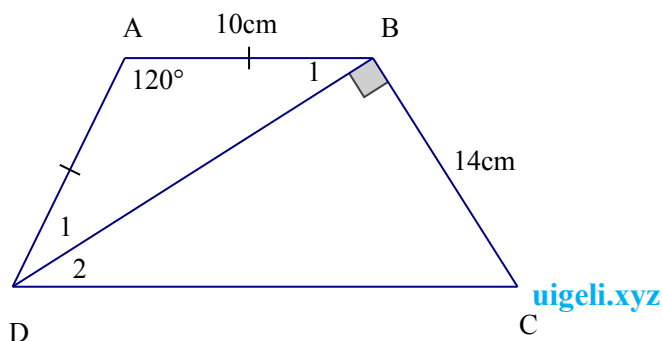
B. 54cm .

C. 62cm .

D. 68cm .

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\triangle ABD$ cân tại A ($AB = AD = 10\text{cm}$)

$$\Rightarrow \angle B_1 = \angle D_1 = \frac{180^\circ - \angle A_1}{2} = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \angle D_2 = \angle B_1 = 30^\circ \text{ (so le trong)}$$

$\triangle BCD$ vuông tại B , có:

$$\sin D_2 = \frac{BC}{CD} \Rightarrow CD = \frac{BC}{\sin D_2} = \frac{14}{0,5} = 28(\text{cm})$$

$$\text{Do đó } P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = 62(\text{cm})$$

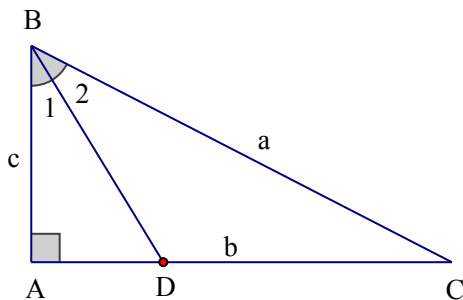
Câu 12. [VDC] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = c, AC = b, BC = a$. Tia phân giác của $\angle B$ cắt

AC tại D . Tính $\tan \frac{B}{2}$.

- A.** $\tan \frac{B}{2} = \frac{a+b}{b-c}$. **B.** $\tan \frac{B}{2} = \frac{b}{a-c}$. **C.** $\tan \frac{B}{2} = \frac{b}{a+c}$. **D.** $\tan \frac{B}{2} = \frac{b}{a-c}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: BD là phân giác của B , ta có:

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{AD}{\underbrace{DC + AD}_{AC}} = \frac{c}{c+a} \Rightarrow AD = \frac{bc}{a+c}$$

$\triangle ABD$ vuông tại A , ta có: $\tan B_1 = \frac{AD}{AB} = \frac{\frac{bc}{a+c}}{c} = \frac{b}{a+c} \Rightarrow \tan \frac{B}{2} = \frac{b}{a+c}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6cm, BC = 4,5cm$. AH là đường cao

- a) $S_{ABC} = 15,3cm^2$
- b) $AC = BC \cdot \sin B$.
- c) $\widehat{B} \approx 36^\circ 52'$
- d) $AH = 3cm$

Lời giải

- a) S b) Đ c) Đ d) S

a) $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4,5 = 13,5 (cm^2)$ nên a sai.

b) Áp dụng hệ thức cạnh và góc, ta được: $AC = BC \cdot \sin B$ nên b đúng.

c) Áp dụng định lý Pytago ta có: $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow BC = 7,5 (cm)$

$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{4,5}{7,5} \Rightarrow \widehat{B} \approx 36^\circ 52'$ nên c đúng.

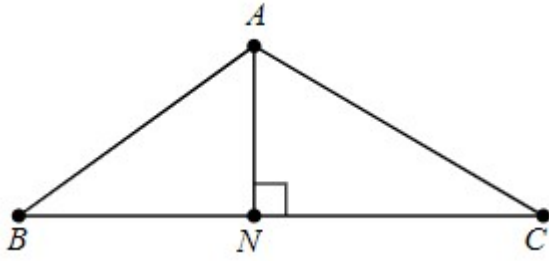
d) $AH = AC \cdot \sin C = 4,5 \cdot \sin 36^\circ 52' \approx 3,6cm$ nên d sai.

Câu 2. Cho tam giác ABC có $BC = 9cm, \widehat{B} = 50^\circ, \widehat{C} = 35^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống BC .

- a) $AN = BN \cdot \tan B$
- b) $BN \approx 2,79cm$
- c) $AN \approx 3,33cm$
- d) $S_{ABC} \approx 12,555cm^2$

Lời giải

- a) Đ b) S c) S d) S



a) Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong $\triangle ABN$ vuông tại N , ta có: $AN = BN \cdot \tan B$ nên a đúng.

b) Gọi $BN = x (0 < x < 9) \Rightarrow NC = 9 - x$

Xét $\triangle ABN$ vuông tại N , ta có: $AN = BN \cdot \tan B = x \cdot \tan 50^\circ$

Xét $\triangle ACN$ vuông tại N , ta có: $AN = CN \cdot \tan C = (9 - x) \cdot \tan 35^\circ$

Nên $x \cdot \tan 50^\circ = (9 - x) \cdot \tan 35^\circ \Rightarrow x \approx 3,33$ tức $BN \approx 3,33$ nên b sai.

c) $AN = BN \cdot \tan B \approx 3,97$ nên c sai.

d) $S_{ABC} \approx 17,865$ nên d sai.

Câu 3. Cho tam giác ABC có $BC = 11\text{cm}$, $B = 40^\circ$, $C = 30^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống BC .

a) $AN = CN \cdot \tan C$

b) $BN \approx 4,48\text{cm}$

c) $AN \approx 3,67\text{cm}$

d) $S_{ABC} \approx 20,68\text{cm}^2$

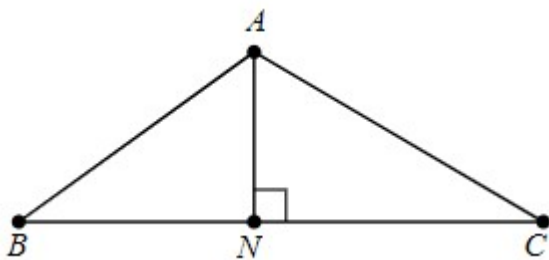
Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) Đ



a) Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong $\triangle ABN$ vuông tại N , ta có: $AN = BN \cdot \tan B$ nên a đúng.

b) Gọi $BN = x (0 < x < 11) \Rightarrow NC = 11 - x$

Xét $\triangle ABN$ vuông tại N , ta có: $AN = BN \cdot \tan B = x \cdot \tan 40^\circ$

Xét $\triangle ACN$ vuông tại N , ta có: $AN = CN \cdot \tan C = (11 - x) \cdot \tan 30^\circ$

Nên $x \cdot \tan 40^\circ = (11 - x) \cdot \tan 30^\circ \Rightarrow x \approx 4,48$ tức $BN \approx 4,48$ nên b đúng.

c) $AN = CN \cdot \tan C \approx 3,76$ nên c sai.

d) $S_{ABC} \approx 20,68$ nên d đúng.

Câu 4. Cho tam giác ABC nhọn, hai đường cao AD, BE cắt nhau tại H . Biết $HD : HA = 1 : 2$.

a) $BD = AD \cdot \tan B$

b) $AD = CD \cdot \tan C$

c) $BD \cdot CD = DH \cdot AD$

d) $\tan B \cdot \tan C = 3$

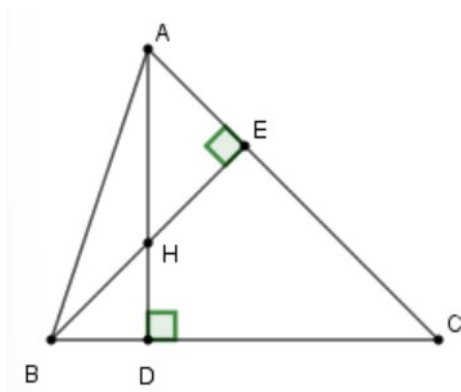
Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) Đ



a) Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong $\triangle ABD$ vuông tại D, ta có $\tan B = \frac{AD}{BD}$ nên a sai.

b) Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong $\triangle ACD$ vuông tại D, ta có $\tan C = \frac{AD}{CD}$ nên b đúng

c) Xét $\triangle BDH$ và $\triangle ADC$ có:

$$\angle HBD = \angle CAD \text{ (cùng phụ với } \angle ACB \text{)}$$

$$\angle HDB = \angle ADC = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle BDH \sim \triangle ADC \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{DH}{DC} = \frac{BD}{AD}$$

$$\Rightarrow BD \cdot DC = DH \cdot AD$$

Nên c đúng.

d) Theo giả thiết: $\frac{HD}{AH} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{HD}{AH + HD} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{HD}{AD} = \frac{1}{3} \Rightarrow AD = 3HD$

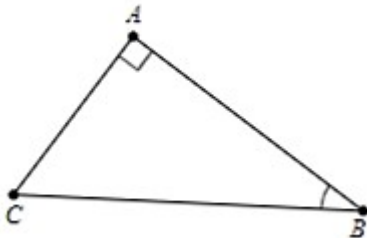
$$\tan B \cdot \tan C = \frac{3HD}{DH} = 3 \text{ nên d đúng.}$$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 12cm$, $\angle B = 40^\circ$. Tính AC (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

Đáp án: 7,71

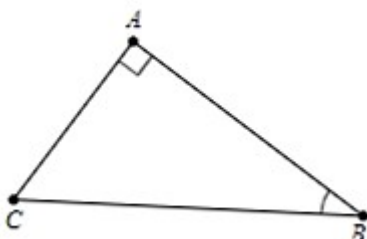


Xét tam giác ABC vuông tại A có: $\sin B = \frac{AC}{BC} \Rightarrow AC = BC \cdot \sin B = 12 \cdot \sin 40^\circ \approx 7,71$

Câu 2. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 15cm$, $AC = 12cm$. Tính $\angle B$ (làm tròn đến độ).

Lời giải

Đáp án: 37°



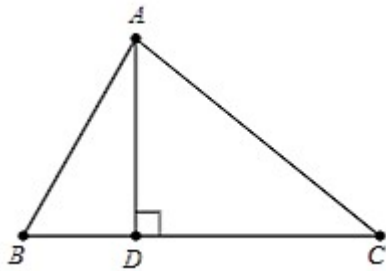
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9 \text{ (cm)}$$

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \Rightarrow \widehat{B} \approx 37^\circ$$

Câu 3. [TH] Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 60^\circ, \widehat{C} = 50^\circ, CA = 3,5 \text{ cm}$. Cạnh BC gần nhất với giá trị nào?

Lời giải

Đáp án: 4



Kẻ đường cao AD .

Xét tam giác ACD vuông tại D , ta có: $AD = AC \cdot \sin C = 3,5 \cdot \sin 50^\circ \approx 2,68 \text{ cm}$

$$CD = AC \cdot \cos C = 3,5 \cdot \cos 50^\circ \approx 2,25 \text{ cm}$$

Xét tam giác ABD có

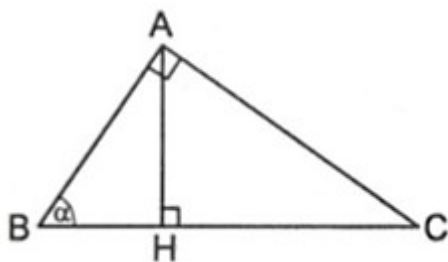
$$BD = AD \cdot \cot B \approx 2,68 \cdot \cot 60^\circ \approx 1,55 \text{ cm}$$

$$BC = BD + CD = 3,8$$

Câu 4. [TH] Cho tam giác ABC cân tại A , đường cao AH , $\widehat{B} = \alpha$. Tính giá trị của α để $BH = 3CH$.

Lời giải

Đáp án: 30°



Đặt $AH = a$

Xét $\triangle ABH$ vuông tại H ta có: $BH = AH \cdot \cot B = h \cdot \cot \alpha$

Xét $\triangle ACH$ vuông tại H ta có: $CH = AH \cdot \cot C = AH \cdot \tan B = h \cdot \tan \alpha$

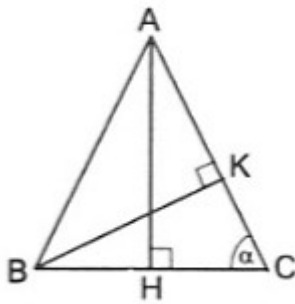
$$BH = 3CH \Leftrightarrow h \cdot \cot \alpha = 3h \cdot \tan \alpha \Leftrightarrow \frac{1}{\tan \alpha} = 3 \tan \alpha$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \alpha = 30^\circ$$

Câu 5. [VD] Cho tam giác ABC cân tại A , góc ở đáy $\alpha < 90^\circ$. Vẽ các đường cao AH và BK . Biết $BK = h$. Tính AH .

Lời giải

Đáp án: $\frac{h}{2\cos \alpha}$



Xét $\triangle KBC$ vuông tại K , có $BK = BC \cdot \sin \alpha \Rightarrow BC = \frac{BK}{\sin \alpha} = \frac{h}{\sin \alpha}$.

Vì $\triangle ABC$ cân tại A nên $HB = HC = \frac{h}{2\sin \alpha}$.

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H có $AH = HC \cdot \tan \alpha = \frac{h}{2\sin \alpha} \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{h}{2\cos \alpha}$.

Câu 6. [VDC] Cho tam giác ABC , $AB = 5\text{cm}$, $BC = \sqrt{39}\text{cm}$, $CA = 7\text{cm}$. Tính số đo góc A .

Lời giải

Đáp án: 60°

Xét $\triangle ABC$ có CA là cạnh lớn nhất nên góc B là góc lớn nhất.

Ta thấy $AC^2 < AB^2 + BC^2$ (vì $7^2 < 5^2 + (\sqrt{39})^2$) nên góc B là góc nhọn.

Do đó $\triangle ABC$ là tam giác nhọn. Theo định lí cosin ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{39})^2 = 5^2 + 7^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \cos A$$

$$\Rightarrow \cos A = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

DẠNG 1: Giải tam giác vuông

Phương pháp giải: Để giải tam giác vuông ta dùng hệ thức giữa cạnh và các góc trong tam giác vuông

- Chú ý: Các bài toán về giải tam giác vuông bao gồm:

- +) Giải tam giác vuông khi biết độ dài 1 cạnh và số đo 1 góc nhọn
- +) Giải tam giác vuông khi biết độ dài 2 cạnh

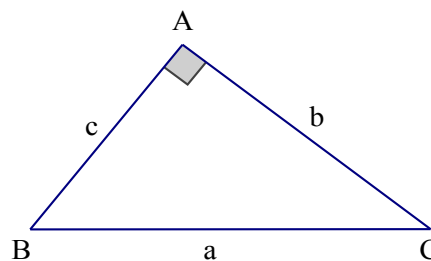
BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]:

Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A . Gọi $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Giải tam giác $\triangle ABC$, biết

- a) $b = 10\text{cm}$; $\hat{C} = 30^\circ$
- b) $a = 20\text{cm}$, $\hat{B} = 35^\circ$
- c) $a = 15\text{cm}$, $b = 10\text{cm}$

Lời giải



a) Sử dụng tỉ số $\cos C, \sin C \Rightarrow a = \frac{20\sqrt{3}}{3}(\text{cm}); c = \frac{10\sqrt{3}}{3}(\text{cm}); \hat{B} = 60^\circ$.

b) Ta có: $b = 20 \cdot \sin 35^\circ \approx 11,47(\text{cm}); c = 20 \cdot \cos 35^\circ \approx 16,38(\text{cm})$.

c) Ta có: $c = 5\sqrt{5}(cm); \sin B = \frac{10}{15} \Rightarrow \hat{B} \approx 41,8^\circ, \hat{C} = 48,2^\circ$.

d) Ta có: $a = \sqrt{193}(cm), \tan B = \frac{12}{7} \Rightarrow \hat{B} \approx 59,7^\circ, \hat{C} \approx 30,3^\circ$.

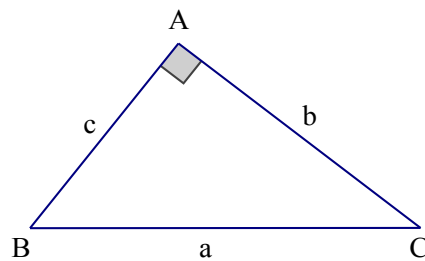
Ví dụ 2 [TH]:

Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A . Gọi $BC = a, AC = b, AB = c$. Giải $\triangle ABC$, biết:

a) $c = 3,8cm; \hat{B} = 51^\circ$

b) $a = 11cm, \hat{C} = 60^\circ$

Lời giải



a) Xét tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A . Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông, ta

có: $\cos B = \frac{AB}{AC} \Leftrightarrow \cos 51^\circ = \frac{3,8}{BC} \Rightarrow BC = 6cm; AC = 4,6cm$

b) Ta có: $\hat{C} = 60^\circ \Rightarrow \hat{B} = 30^\circ \Rightarrow AB = \sin 60^\circ \cdot 11 = 8,6cm; AC = 4,3cm$

Dạng 2: Tính cạnh và góc của tam giác

Phương pháp giải: Làm xuất hiện tam giác vuông để áp dụng các hệ thức trên bằng cách kẻ thêm đường cao.

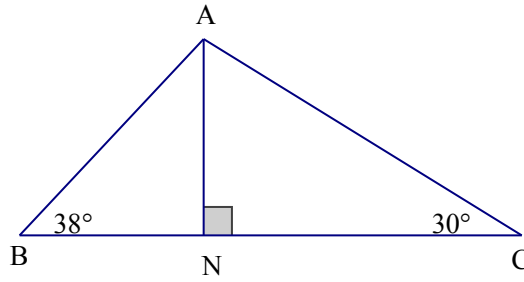
Ví dụ 3 [TH]:

Cho tam giác $\triangle ABC$ có $\hat{B} = 38^\circ, \hat{C} = 30^\circ, BC = 11cm$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống cạnh BC . Hãy tính

a) Độ dài đoạn thẳng AN .

b) Độ dài đoạn thẳng AC .

Lời giải



a) Cách 1: Sử dụng các tỉ số lượng giác trong các tam giác vuông NAB và NAC , ta có:

$$BN \cdot \tan B = NC \cdot \tan C$$

Chú ý: $BN + NC = BC \Rightarrow BN \approx 4,67 \text{ cm}; AN \approx 3,65 \text{ cm}$

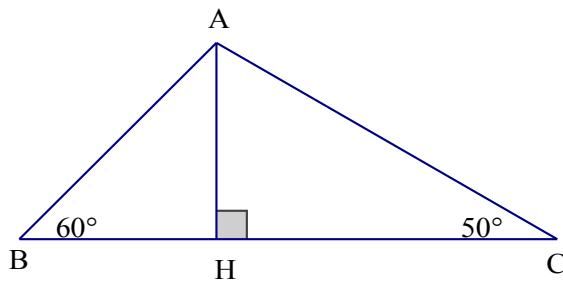
Cách 2: Gọi ý: Kẻ $CH \perp AB$ tại H

b) Xét tam giác ANC vuông tại H , có $AC = \frac{AN}{\sin C} \Rightarrow AC \approx 7,3 \text{ cm}$

Ví dụ 4 [VD]:

Cho tam giác ABC có $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 50^\circ$, $AC = 35 \text{ cm}$. Tính diện tích tam giác ABC

Lời giải



Xét tam giác ABC , có: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \Rightarrow \angle A = 70^\circ$

Vẽ đường cao AH ($H \in BC$)

Ta có: $\sin C = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH = \sin C \cdot AC = \sin 50^\circ \cdot AC = 26,8 (\text{cm})$

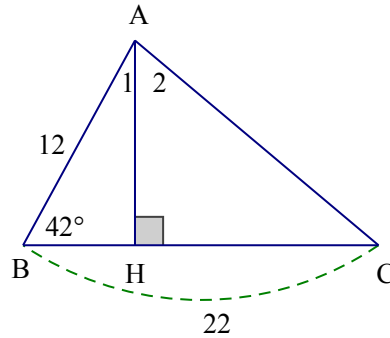
$$\sin B = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AB = \frac{AH}{\sin 60^\circ} = 38,5 (\text{cm})$$

Xét tam giác ABH vuông tại H , có: $BH = 15,8 (\text{cm}) \Rightarrow CH = 22,7 (\text{cm}) \Rightarrow BC \approx 38,5 (\text{cm})$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 26,8 \cdot 38,5 = 510 (\text{cm}^2)$$

Ví dụ 5 [VD]: Cho tam giác ABC , đường cao AH ($H \in BC$), $\angle B = 42^\circ$, $AB = 12\text{cm}$, $BC = 22\text{cm}$.
Tính các cạnh và các góc của tam giác ABC .

Lời giải



Xét tam giác ABH vuông tại H , có: $\angle B = 42^\circ \Rightarrow \angle A_1 = 48^\circ$

Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông, ta có: $AH = AB \cdot \sin B = 12 \cdot \sin 42^\circ = 8\text{cm}$

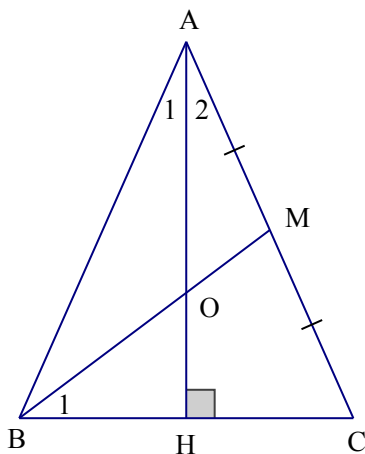
$$BH = AB \cdot \cos B = 8,916(\text{cm}) \Rightarrow HC = 13(\text{cm})$$

Ta lại có: $\tan C = \frac{AH}{HC} = 0,614 \Rightarrow \angle C = 31^\circ 30' \Rightarrow \angle A_2 = 58^\circ 30' \Rightarrow \angle BAC = 106^\circ 30'$

$$AH = AC \cdot \sin C \Rightarrow AC = \frac{AH}{\sin C} = 15,350(\text{cm})$$

Ví dụ 6 [VD]: Cho $\triangle ABC$ cân tại A có $\angle A = 30^\circ$, đường trung tuyến BM . Tính góc $\angle CBM$ (làm tròn kết quả đến độ)

Lời giải



Vẽ đường cao AH của $\triangle ABC$ cắt BM tại O

Do $\triangle ABC$ cân tại A nên AH cũng là đường trung tuyến, đồng thời là đường phân giác của $\angle A$

$\Rightarrow O$ là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\angle A_1 = \angle A_2 = 15^\circ$

Trong $\triangle AHB$ vuông tại H ta có: $\tan A_1 = \frac{BH}{AH}$ (1)

Trong $\triangle OHB$ vuông tại H ta có: $\tan B_1 = \frac{OH}{BH}$ (2)

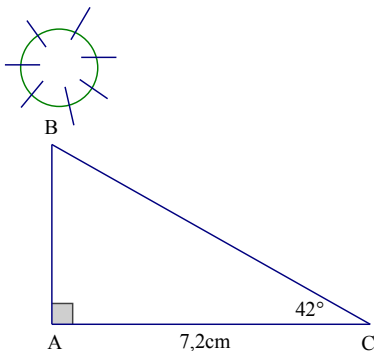
Nhân (1) và (2) vế theo vế ta được: $\tan A_1 \cdot \tan B_1 = \frac{BH}{AH} \cdot \frac{OH}{BH} = \frac{OH}{AH} = \frac{1}{3}$ (vì O là trọng tâm)

$$\Rightarrow \tan B_1 = \frac{1}{3 \cdot \tan A_1} = \frac{1}{3 \cdot \tan 15^\circ} = \frac{1}{3 \cdot 0,2679} = 1,2442 \Rightarrow B_1 = 51^\circ$$

Dạng 3: Toán ứng dụng thực tế

Phương pháp giải: Dùng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông để giải quyết tình huống trong thực tế

Ví dụ 7 [VDC]: Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài 7,5cm. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ 42° . Tính chiều cao của cột đèn?



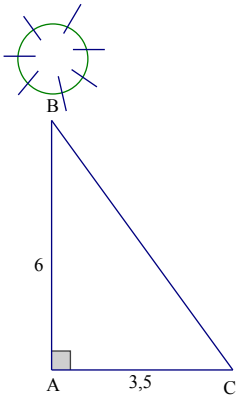
Lời giải

Gọi chiều cao của cột đèn là AB , bóng của cột đèn trên mặt đất là AC

Áp dụng hệ thức giữa cạnh và đường cao trong tam giác ABC vuông tại A , ta tính được:

$$AB \approx 6,75\text{cm}$$

Ví dụ 8 [VDC]: Một cột đèn điện AB cao 6m có bóng in trên mặt đất là AC dài 3,5m. Hãy tính $\angle BCA$ (làm tròn đến phút) mà tia nắng mặt trời tạo với mặt đất.

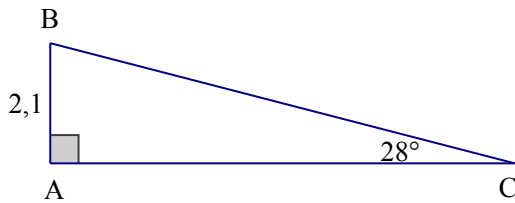


Lời giải

Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông ABC , ta có:

$$\tan C = \frac{6}{3,5} \Rightarrow \hat{C} = \dots$$

Ví dụ 9 [VDC]: Một cầu trượt trong công viên có độ dốc là 28° và có độ cao là $2,1\text{m}$. Tính độ dài của mặt cầu trượt (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



Lời giải

Ta có độ dài cầu trượt là: $\frac{2,1}{\sin 28^\circ} \approx 4,5\text{m}$

Ví dụ 10 [VDC]: Một máy bay đang bay ở độ cao 12km . Khi bay hạ cánh xuống mặt đất, đường đi của máy bay tạo một góc nghiêng so với mặt đất.

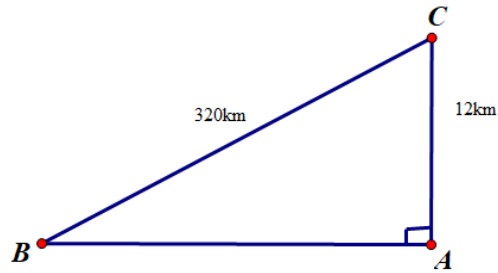


a) Nếu cách sân bay 320km máy bay bắt đầu hạ cánh thì góc nghiêng là bao nhiêu (làm tròn đến phút)?

b) Nếu phi công muốn tạo góc nghiêng 5° thì cách sân bay bao nhiêu kilômét phải bắt đầu cho máy bay hạ cánh (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)?

Lời giải

a)



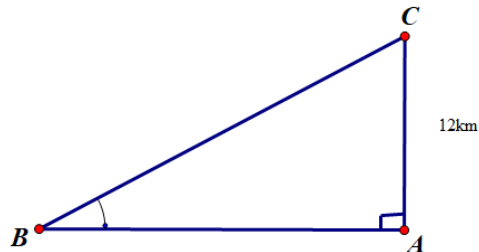
Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có:

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{320} = \frac{3}{80}$$

$$\Rightarrow \angle B \approx 2^\circ 9'$$

Vậy góc nghiêng là $2^\circ 9'$.

b)



Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có:

$$\sin B = \frac{AC}{BC}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{AC}{\sin B} = \frac{12}{\sin 5^\circ} \approx 137,7 \text{ km}$$

Vậy phải bắt đầu cho máy bay hạ cánh khi máy bay cách sân bay $137,7 \text{ km}$.

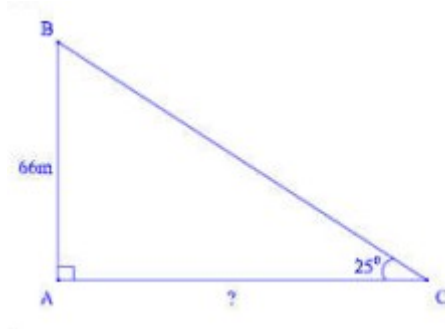
Ví dụ 11 [VDC]: Hải đăng Kê Gà thuộc xã Tân Thành, huyện Hàm Thuận Nam, Bình Thuận là ngọn hải đăng được trung tâm sách kỷ lục Việt Nam xác nhận là ngọn hải đăng cao nhất và nhiều tuổi nhất. Hải đăng Kê Gà được xây dựng từ năm 1897-1899 và toàn bộ bằng đá. Tháp đèn có hình bát giác, cao 66 m so với mực nước biển. Ngọn đèn đặt trong tháp có thể phát sáng xa 22 hải lý (tương đương 40 km).

Một người đi thuyền thúng trên biển, muốn đến ngọn hải đăng có độ cao 66 m , người đó đứng trên mũi thuyền và dùng giác kế đo được góc giữa thuyền và tia nắng chiếu từ đỉnh ngọn hải đăng đến thuyền là 25° . Tính khoảng cách của thuyền đến ngọn hải đăng (làm tròn đến m).



Lời giải

Hình vẽ minh họa bài toán:



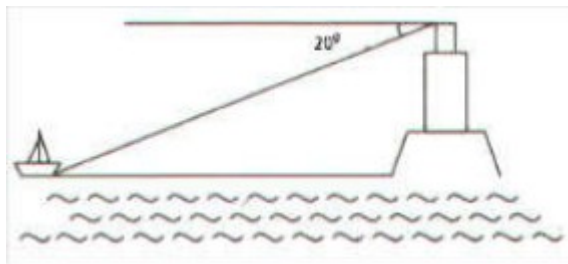
Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có:

$$\tan C = \frac{AB}{AC}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{AB}{\tan C} = \frac{66}{\tan 25^\circ} \approx 142(m)$$

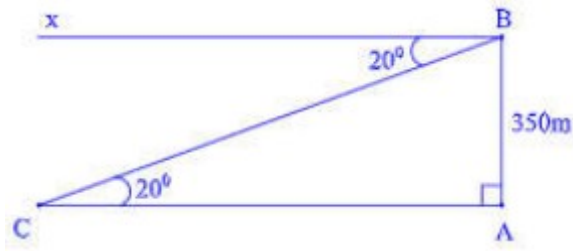
Vậy khoảng cách của thuyền đến ngọn hải đăng là $142m$.

Ví dụ 12 [VDC]: Từ một đài quan sát cao 350m so với mực nước biển, người ta nhìn thấy một chiếc thuyền bị nạn dưới góc 20° so với phương ngang của mực nước biển. Muốn đến cứu con thuyền thì phải đi quãng đường dài bao nhiêu mét?



Lời giải

Hình vẽ minh họa bài toán:



Theo đề bài, ta có:

$$\widehat{BCA} = \widehat{CBx} = 20^\circ \text{ (vì } AC \parallel Bx \text{ và hai góc ở vị trí so le trong)}$$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A, ta có:

$$\tan \angle ACB = \frac{AB}{AC} \text{ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{AB}{\tan \angle ACB} = \frac{350}{\tan 20^\circ} \approx 961,6m$$

Vậy muốn đến cứu con thuyền thì phải đi quãng đường dài khoảng $961,6m$.

Dạng 4: Toán tổng hợp

Phương pháp giải: Vận dụng linh hoạt một số hệ thức giữa cạnh và góc trong một tam giác vuông để giải toán.

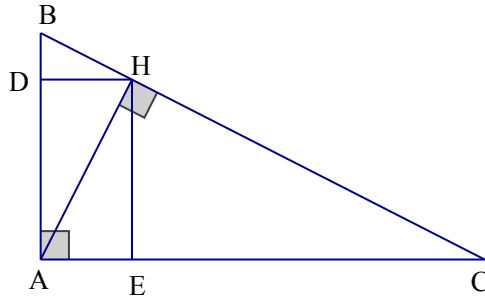
Ví dụ 13 [VDC]: Cho tam giác ABC vuông tại A , có: $AC > AB$ và đường cao AH . Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC

a. Chứng minh rằng $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ và tam giác ABC đồng dạng tam giác AED

b. Cho $BH = 2cm, CH = 4,5cm$

- Tính độ dài đoạn thẳng DE
- Tính số đo góc ABC (làm tròn đến độ)
- Tính diện tích tam giác ADE

Lời giải



a) Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông AHC và AHB , ta có:

$$AE.AC = AH^2 = AD.AB \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle AED (c.g.c)$$

b) Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông ABC , ta có: $AH = 3cm \Rightarrow DE = 3cm$

+) Xét tam giác AHB vuông tại H , có:

$$\tan \angle ABC = \frac{AH}{HB} \Rightarrow \angle ABC \approx 56^\circ \Rightarrow S_{ADE} = \frac{27}{13} (cm^2)$$

Ví dụ 14 [VDC]: Cho hình chữ nhật $ABCD$. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với đường chéo AC tại H . Gọi E, F, G theo thứ tự là trung điểm của AH, BH, CD

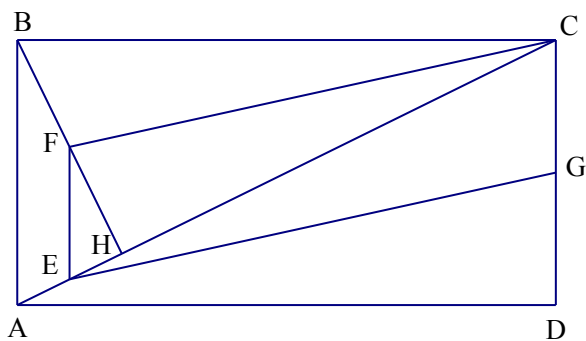
a. Chứng minh tứ giác $EFCH$ là hình bình hành

b. Chứng minh $\angle BEG = 90^\circ$

c. Cho biết $BH = 4cm; \angle BAC = 30^\circ$.

Tính S_{ABCD}, S_{EFCH}

Lời giải



a) Xét tam giác ABH , có EF là đường trung bình của tam giác $\Rightarrow EF \parallel AB \Rightarrow EF \parallel CG \Rightarrow EFCH$ là hình bình hành.

b. Xét tam giác BEC , có: $BH \perp EC; FE \perp BC \Rightarrow F$ là trực tâm của tam giác BEC
 $CF \perp BE \Rightarrow EG \perp BE \Rightarrow \widehat{BEG} = 90^\circ$

c) Xét tam giác vuông ABH vuông tại H , có:

$$\sin A = \frac{BH}{BA} \Rightarrow BA = \frac{4}{\sin 30^\circ} = 8 \text{ (cm)}; \tan A = \frac{BH}{AH} \Rightarrow AH = \frac{BH}{\tan 30^\circ} = 6,9 \text{ (cm)}$$

+ Xét $\triangle ABC$ vuông tại B , có $\tan 30^\circ = \frac{BC}{AB} \Rightarrow BC = 8 \cdot \tan 30^\circ = 4,6 \text{ (cm)}$

$$+ S_{ABCD} = AB \cdot BC = 8 \cdot 4,6 = 36,8 \text{ (cm}^2\text{)}$$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại A , có $BC = a, AC = b, AB = c$. Hãy giải tam giác ABC biết:

a) $b = 5,4 \text{ cm}; \widehat{C} = 30^\circ$

b) $c = 10 \text{ cm}; \widehat{C} = 45^\circ$

Hướng dẫn: Sử dụng hệ thức liên quan đến cạnh và góc để tìm các yếu tố còn lại trong tam giác.

Bài 2. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A , có $BC = a, AC = b, AB = c$. Hãy giải tam giác ABC biết:

a) $a = 15 \text{ cm}, b = 10 \text{ cm}$

b) $b = 12 \text{ cm}, c = 7 \text{ cm}$

Hướng dẫn: Sử dụng hệ thức liên quan đến cạnh và góc để tìm các yếu tố còn lại trong tam giác.

Bài 3. [VD] Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 60^\circ; \widehat{C} = 50^\circ; AC = 35$. Tính S_{ABC} .

Hướng dẫn: Sử dụng hệ thức liên quan đến cạnh và góc để tìm các yếu tố còn lại trong tam giác.

Bài 4 [VDC] Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = 3 \text{ cm}, BC = 5 \text{ cm}$

a) Giải tam giác ABC (số đo góc làm tròn đến độ)

b) Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với BC , đường thẳng này cắt đường thẳng AC tại D .
 Tính độ dài các đoạn thẳng AD, BD

c) Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của A trên BC và BD . Chứng minh $\triangle BEF \sim \triangle BDC$

Hướng dẫn

a) Dùng định lý pytago tính được $AC = 4cm$

$\Rightarrow$ các góc của tam giác ABC

b) Xét tam giác vuông BCD vuông tại B , tính được AD

- Dùng định lý Pytago vào tam giác vuông ABD tính được BD

c) Chứng minh được $\triangle BEF \sim \triangle BDC$ (cgc)