

## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP CHƯƠNG V ĐẠO HÀM

**Câu 1.** Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $f(x) = \sin x$ ,  $x \in [0; 2\pi]$  song song với đường thẳng  $y = \frac{x}{2}$  là:

A. 0.                                      B. 1.                                      C. 3.                                      D. 2.

Hướng dẫn giải:

**Chọn đáp án D**

$$f'(x) = \cos x$$

Do tiếp tuyến song song với  $y = \frac{x}{2}$  có  $f'(x_0) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\forall x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}; x = \frac{5\pi}{3}$$

Vậy có 2 phương trình tiếp tuyến.

**Câu 2.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $f(x) = \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$  song song với đường thẳng  $y = -\frac{1}{2}(x+1)$  là:

A.  $y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{12}$                       B.  $y = \frac{x}{2} + \frac{\pi}{12}$                       C.  $y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}$                       D.  $y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

Hướng dẫn giải:

**Chọn đáp án A**

$$f'(x) = -\sin x$$

Tiếp tuyến song song với  $y = -\frac{1}{2}(x+1) \Rightarrow f'(x_0) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

$$\forall x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right] \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}; y = 0 \Rightarrow y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{12}$$

**Câu 3.** Số gia của hàm số  $y = x^2 + 2$  tại điểm  $x_0 = 2$  ứng với số gia  $\Delta x = 1$  bằng bao nhiêu?

A. 13.                                      B. 9.                                      C. 5.                                      D. 2.

Hướng dẫn giải:

**Chọn đáp án C**

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f(2+1) - f(2) = 5$$

**Câu 4.** Số gia của hàm số  $y = x^2 - 1$  tại điểm  $x_0 = 2$  ứng với số gia  $\Delta x = 0,1$  bằng bao nhiêu?

- A.  $-0,01$ .      B.  $0,41$ .      C.  $0,99$ .      D.  $11,1$ .

**Hướng dẫn giải:**

Chọn đáp án B

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f(2 + 0,1) - f(2) = 0,41$$

**Câu 5.** Đạo hàm của hàm số  $y = 2x^3 - (4x^2 - 3)$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $6x^2 - 8x - 3$ .      B.  $6x^2 - 8x + 3$ .      C.  $2(3x^2 - 4x)$ .      D.  $2(3x^2 - 8x)$ .

**Hướng dẫn giải:**

Chọn đáp án C

$$y' = 6x^2 - 8x = 2(3x^2 - 4x)$$

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - x^2 - 3x$ . Giá trị  $f'(-1)$  bằng bao nhiêu?

- A.  $-2$ .      B.  $-1$ .      C.  $0$ .      D.  $2$ .

**Hướng dẫn giải:**

Ta có  $f'(x) = (x^3 - x^2 - 3x)' = 3x^2 - 2x - 3 \Rightarrow f'(-1) = 3(-1)^2 - 2(-1) - 3 = 2$ .

Chọn đáp án D.

**Câu 7.** Cho hàm số  $g(x) = 9x - \frac{3}{2}x^2$ . Đạo hàm của hàm số  $g(x)$  dương trong trường hợp nào?

- A.  $x < 3$ .      B.  $x < 6$ .      C.  $x > 3$ .      D.  $x < -3$ .

**Hướng dẫn giải:**

Ta có  $g'(x) = \left(9x - \frac{3}{2}x^2\right)' = 9 - 3x \Rightarrow g'(x) > 0 \Leftrightarrow 9 - 3x > 0 \Leftrightarrow x < 3$ .

Chọn đáp án A.

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ . Đạo hàm của hàm số  $f(x)$  dương trong trường hợp nào?

- A.  $x < 0 \vee x > 1$ .      B.  $x < 0 \vee x > 2$ .      C.  $0 < x < 2$ .      D.  $x < 1$ .

**Hướng dẫn giải:**

Ta có  $f'(x) = (x^3 - 3x^2 + 3)' = 3x^2 - 6x \Rightarrow f'(x) > 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$ .

Chọn đáp án B.

**Câu 9.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{4}{5}x^5 - 6$ . Số nghiệm của phương trình  $f'(x) = 4$  là bao nhiêu?

- A.  $0$ .      B.  $1$ .

C. 2.

D. Nhiều hơn 2 nghiệm.

**Hướng dẫn giải:**

Ta có  $f'(x) = \left(\frac{4}{5}x^5 - 6\right)' = 4x^4$ . Suy ra  $f'(x) = 4 \Leftrightarrow x^4 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ .

Chọn đáp án C.

**Câu 10.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 1$ . Số nghiệm của phương trình  $f'(x) = -2$  là bao nhiêu?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

**Hướng dẫn giải:**

Ta có  $f'(x) = \left(\frac{2}{3}x^3 - 1\right)' = 2x^2$ . Suy ra  $f'(x) = -2 \Leftrightarrow x^2 = -1$ . Phương trình vô nghiệm.

Chọn đáp án A.

**Câu 11.** Cho hàm số  $f(x) = x^4 - 2x$ . Phương trình  $f'(x) = 2$  có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

**Hướng dẫn giải:**

Ta có  $f'(x) = (x^4 - 2x)' = 4x^3 - 2$ . Suy ra  $f'(x) = 2 \Leftrightarrow x^3 = 1 \Leftrightarrow x = 1$ .

Chọn đáp án B.

**Câu 12.** Cho hai hàm số  $f(x) = x^2 + 5$ ;  $g(x) = 9x - \frac{3}{2}x^2$ . Giá trị của  $x$  là bao nhiêu để  $f'(x) = g'(x)$ ?

A. -4.

B. 4.

C.  $\frac{9}{5}$ .D.  $\frac{5}{9}$ .**Hướng dẫn giải:**

Ta có  $\begin{cases} f'(x) = 2x \\ g'(x) = 9 - 3x \end{cases} \Rightarrow f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow 2x = 9 - 3x \Leftrightarrow x = \frac{9}{5}$ .

Chọn đáp án C.

**Câu 13.** Hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng  $2(3x+1)$ ?

A.  $2x^3 + 2x$ .B.  $3x^2 + 2x + 5$ .C.  $3x^2 + x + 5$ .D.  $(3x+1)^2$ .**Hướng dẫn giải:**

Ta có  $(3x^2 + 2x + 5)' = 6x + 2$ .

Chọn đáp án B.

**Câu 14.** Hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng  $3(2x+1)$ ?

A.  $\frac{3}{2}(2x+1)^2$ .B.  $3x^2 + x$ .C.  $3x(x+1)$ .D.  $2x^3 + 3x$ .**Hướng dẫn giải:**

Ta có  $[3x(x+1)]' = (3x^2 + 3x)' = 6x + 3$ .

Chọn đáp án C.

**Câu 15.** Cho hàm số  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x - 1$ . Để  $f'(x) = 0$  thì  $x$  có giá trị thuộc tập hợp nào?

- A.  $\{-3; 2\}$  . B.  $\{3; -2\}$  . C.  $\{-6; 4\}$  . D.  $\{4; -6\}$  .

Hướng dẫn giải:

Ta có  $f'(x) = (2x^3 + 3x^2 - 36x - 1)' = 6x^2 + 6x - 36$ . Suy ra  
 $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 6x - 36 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$ .

Chọn đáp án A.

**Câu 16.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 7x + 5$ . Để  $f'(x) = 0$  thì  $x$  có giá trị thuộc tập hợp nào?

- A.  $\left[-\frac{7}{3}; 1\right]$  . B.  $\left\{-1; \frac{7}{3}\right\}$  . C.  $\left(-\frac{7}{3}; 1\right)$  . D.  $\left\{1; -\frac{7}{3}\right\}$  .

Hướng dẫn giải:

Ta có  $f'(x) = (x^3 + 2x^2 - 7x + 5)' = 3x^2 + 4x - 7$ . Suy ra  
 $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{7}{3} \end{cases}$ .

Chọn đáp án D.

**Câu 17.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 7x + 3$ . Để  $f'(x) \leq 0$  thì  $x$  có giá trị thuộc tập hợp nào?

- A.  $\left[-\frac{7}{3}; 1\right]$  . B.  $\left[-1; \frac{7}{3}\right]$  . C.  $\left(-\frac{7}{3}; 1\right)$  . D.  $\left\{-\frac{7}{3}; 1\right\}$  .

Hướng dẫn giải:

Ta có  $f'(x) = (x^3 + 2x^2 - 7x + 3)' = 3x^2 + 4x - 7$ . Suy ra  
 $f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 7 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{7}{3} \leq x \leq 1$ .

Chọn đáp án A.

**Câu 18.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2\sqrt{2}x^2 + 8x - 1$ . Để  $f'(x) = 0$  thì  $x$  có giá trị thuộc tập hợp nào?

- A.  $\{2\sqrt{2}\}$  . B.  $\{-2\sqrt{2}\}$  . C.  $\{2; \sqrt{2}\}$  . D.  $\emptyset$  .

Hướng dẫn giải:

Ta có  $f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - 2\sqrt{2}x^2 + 8x - 1\right)' = x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 = 0$   
 $\Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}$ .

Chọn đáp án A.

**Câu 19.** Đạo hàm của hàm số  $y = 2x^5 - \frac{2}{x} + 3$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $10x^4 + \frac{2}{x^2}$  . B.  $10x^4 - \frac{2}{x^2}$  . C.  $10x^4 + \frac{2}{x^2} + 3$  . D.  $10x + \frac{2}{x^2}$  .

**Hướng dẫn giải:**

$$f'(x) = \left( 2x^5 - \frac{2}{x} + 3 \right)' = 10x^4 + \frac{2}{x^2}$$

Ta có

**Chọn đáp án A.**

**Câu 20.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = 2x^5 - \frac{4}{x} + 5$  tại  $x = -1$  bằng số nào sau đây?

A. 21.

B. 14. C. 10.

D. -6.

**Hướng dẫn giải:**

$$f'(x) = \left( 2x^5 - \frac{4}{x} + 5 \right)' = 10x^4 + \frac{4}{x^2} \Rightarrow f'(-1) = 10(-1)^4 + \frac{4}{(-1)^2} = 10 + 4 = 14$$

Ta có

**Chọn đáp án B.**

**Câu 21.** Cho  $f(x) = 5x^2$ ;  $g(x) = 2(8x - x^2)$ . Bất phương trình  $f'(x) > g'(x)$  có nghiệm là?

A.  $x > \frac{8}{7}$ .

B.  $x > \frac{6}{7}$ .

C.  $x < \frac{8}{7}$ .

D.  $x > -\frac{8}{7}$ .

**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án A.**

Ta có:  $f'(x) = 10x$ ;  $g'(x) = 16 - 4x$ . Khi đó  $f'(x) > g'(x) \Leftrightarrow 10x > 16 - 4x \Leftrightarrow x > \frac{8}{7}$ .

**Câu 22.** Phương trình tiếp tuyến với đồ thị  $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = -1$  là:

A.  $y = 8x + 3$ .

B.  $y = 8x + 7$ .

C.  $y = 8x + 8$ .

D.  $y = 8x + 11$ .

**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án A.**

Tọa độ tiếp điểm:  $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -5$ . Tiếp điểm  $M(-1; -5)$ .

Hệ số góc của tiếp tuyến:  $y' = 3x^2 - 4x + 1 \Rightarrow y'(-1) = 8$ .

Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ  $x_0 = -1$  có phương trình:  $y = 8(x + 1) - 5 \Leftrightarrow y = 8x + 3$ .

**Câu 23.** Tiếp tuyến với đồ thị  $y = x^3 - x^2 + 1$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = 1$  có phương trình là:

A.  $y = x$ .

B.  $y = 2x$ .

C.  $y = 2x - 1$ .

D.  $y = x - 2$ .

**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án A.**

Tọa độ tiếp điểm:  $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 1$ . Tiếp điểm  $M(1; 1)$ .

Hệ số góc của tiếp tuyến:  $y' = 3x^2 - 2x \Rightarrow y'(1) = 1$ .

Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ  $x_0 = 1$  có phương trình:  $y = (x - 1) + 1 \Leftrightarrow y = x$ .

**Câu 24.** Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị  $y = 2x^3 - 3x^2 + 2$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = 2$  là:

A. 18.

B. 14. C. 12.

D. 6.

**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án C.**

Hệ số góc của tiếp tuyến:  $y' = 6x^2 - 6x \Rightarrow y'(2) = 12$ .

**Câu 25.** Tiếp tuyến với đồ thị  $y = x^3 - x^2$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = -2$  có phương trình là:

- A.  $y = 16x + 20$  . B.  $y = 16x - 56$  . C.  $y = 20x + 14$  . D.  $y = 20x + 24$  .

**Hướng dẫn giải:**

Chọn đáp án A.

Tọa độ tiếp điểm:  $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = -12$  . Tiếp điểm  $M(-2; -12)$  .

Hệ số góc của tiếp tuyến:  $y' = 3x^2 - 2x \Rightarrow y'(-2) = 16$  .

Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ  $x_0 = -2$  có phương trình:  $y = 16(x + 2) - 12 \Leftrightarrow y = 16x + 20$  .

**Câu 26.** Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 + 5$  tại điểm có hoành độ  $-2$  là:

- A. 38. B. 36. C. 12. D.  $-12$ .

**Hướng dẫn giải:**

Chọn đáp án B.

Hệ số góc của tiếp tuyến:  $y' = 6x^2 - 6x \Rightarrow y'(-2) = 36$  .

**Câu 27.** Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số  $y = x^4 + x^3 - 2x^2 + 1$  tại điểm có hoành độ  $-1$  là:

- A. 11. B. 4. C. 3. D.  $-3$ .

**Hướng dẫn giải:**

Chọn đáp án C.

Hệ số góc của tiếp tuyến:  $y' = 4x^3 + 3x^2 - 4x \Rightarrow y'(-1) = 3$  .

**Câu 28.** Tiếp tuyến với đồ thị hàm số  $y = x^3 - x^2 + 1$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = -1$  có hệ số góc bằng:

- A. 7. B. 5. C. 1. D.  $-1$ .

**Hướng dẫn giải:**

Chọn đáp án B.

Hệ số góc của tiếp tuyến:  $y' = 3x^2 - 2x \Rightarrow y'(-1) = 5$  .

**Câu 29.** Cho hàm số  $f(x) = x^4 + 2x^2 - 3$  . Với giá trị nào của  $x$  thì  $f'(x)$  dương?

- A.  $x > 0$  . B.  $x < 0$  . C.  $x < -1$  . D.  $-1 < x < 0$  .

**Hướng dẫn giải:**

Chọn đáp án A.

Ta có :  $f'(x) = 4x^3 + 4x$  . Khi đó  $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4x > 0 \Leftrightarrow x > 0$  .

**Câu 30.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - x^2 - x + 5$  . Với giá trị nào của  $x$  thì  $f'(x)$  âm?

- A.  $-1 < x < \frac{1}{3}$  . B.  $\frac{1}{3} < x < 1$  . C.  $-\frac{1}{3} < x < 1$  . D.  $-\frac{2}{3} < x < 2$  .

**Hướng dẫn giải:**

Chọn đáp án C.

Ta có :  $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$  . Khi đó  $f'(x) < 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 1$  .

**Câu 31.** Cho hàm số  $f(x) = mx - \frac{1}{3}x^3$  . Với giá trị nào của  $m$  thì  $x = -1$  là nghiệm của bất phương trình  $f'(x) < 2$ ?

A.  $m > 3$ .

B.  $m < 3$ .

C.  $m = 3$ .

D.  $m < 1$ .

**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án B.**Ta có  $f'(x) = m - x^2$ . $x = -1$  là nghiệm của bất phương trình  $f'(x) < 2 \Rightarrow f'(1) < 2 \Leftrightarrow m - 1 < 2 \Leftrightarrow m < 3$ .**Câu 32.** Cho hàm số  $f(x) = 2mx - mx^3$ . Với giá trị nào của  $m$  thì  $x = 1$  là nghiệm của bất phương trình  $f'(x) \geq 1$ ?

A.  $m \leq -1$ .

B.  $m \geq -1$ .

C.  $-1 \leq m \leq 1$ .

D.  $m \geq 1$ .

**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án A**Ta có  $f'(x) = 2m - 3mx^2$ . $x = 1$  là nghiệm của bất phương trình  $f'(x) \geq 1 \Rightarrow f'(1) \geq 1 \Leftrightarrow -m \geq 1 \Leftrightarrow m \leq -1$ .**Câu 33.** Cho hàm số  $f(x) = 2x - \frac{3}{2}x^2$ . Đạo hàm của hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương khi  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây?

A.  $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right]$ .

B.  $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$ .

C.  $\left(-\infty; \frac{8}{3}\right)$ .

D.  $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$ .

**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án B**Ta có  $f'(x) = 2 - 3x$ .Khi đó,  $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2 - 3x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{2}{3}$ .**Câu 34.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ . Đạo hàm của hàm số  $f(x)$  nhận giá trị âm khi  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây?

A.  $(-\infty; 0)$ .

B.  $(0; +\infty)$ .

C.  $(-\infty; 1] \cup [1; +\infty)$ .

D.  $[-1; 1]$ .

**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án A**Ta có  $f'(x) = \frac{4x}{(x^2 + 1)^2}$ .Khi đó,  $f'(x) < 0 \Leftrightarrow 4x < 0 \Leftrightarrow x < 0$ .**Câu 35.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3\sqrt{2}x^2 + 18x - 2$ . Để  $f'(x) \geq 0$  thì  $x$  có giá trị thuộc tập hợp nào dưới đây?

A.  $(3\sqrt{2}; +\infty)$ .

B.  $[3\sqrt{2}; +\infty)$ .

C.  $\emptyset$ .

D.  $\square$ .

**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án D**Ta có  $f'(x) = x^2 - 6\sqrt{2}x + 18 = (x - 3\sqrt{2})^2 \Rightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 36.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x - 5$ . Để  $f'(x) < 0$  thì  $x$  có giá trị thuộc tập hợp nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$       B.  $(-3; 2)$       C.  $(-2; 3)$       D.  $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$

**Hướng dẫn giải:**

Chọn đáp án C

Ta có  $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 < 0 \Leftrightarrow x \in (-2; 3)$ .

**Câu 37.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 12x - 1$ . Để  $f'(x) \geq 0$  thì  $x$  có giá trị thuộc tập hợp nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$       B.  $[-3; 4]$       C.  $[-4; 3]$       D.  $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$

**Hướng dẫn giải:**

Chọn đáp án D

$f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 12 \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$ .

**Câu 38.** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{2x - 3x^2}$ . Để  $f'(x) < 0$  thì  $x$  có giá trị thuộc tập hợp nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; \frac{1}{3})$       B.  $(0; \frac{1}{3})$       C.  $(\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$       D.  $(\frac{1}{3}; +\infty)$

**Hướng dẫn giải:**

Chọn đáp án C

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow \frac{2-6x}{2\sqrt{2x-3x^2}} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3x^2 > 0 \\ 2-6x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < \frac{2}{3} \\ x > \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow x \in (\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$$

Ta có

**Câu 39.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x}$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $\frac{1}{2\sqrt{x^2 - 5x}}$       B.  $\frac{2x-5}{\sqrt{x^2 - 5x}}$       C.  $\frac{2x-5}{2\sqrt{x^2 - 5x}}$       D.  $-\frac{2x-5}{\sqrt{x^2 - 5x}}$

**Hướng dẫn giải:**

Chọn đáp án C

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 5x)'}{2\sqrt{x^2 - 5x}} = \frac{2x-5}{2\sqrt{x^2 - 5x}}$$

Ta có

**Câu 40.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{2-3x^2}$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $\frac{1}{2\sqrt{2-3x^2}}$       B.  $\frac{-6x^2}{2\sqrt{2-3x^2}}$       C.  $\frac{3x}{\sqrt{2-3x^2}}$       D.  $\frac{-3x}{\sqrt{2-3x^2}}$

**Hướng dẫn giải:**

Chọn đáp án D

$$f'(x) = \frac{(2-3x^2)'}{2\sqrt{2-3x^2}} = \frac{-3x}{\sqrt{2-3x^2}}$$

**Câu 41.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = (x+2)(x-3)$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $2x+5$ .

B.  $2x-7$ .

C.  $2x-1$ .

D.  $2x-5$ .

**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án C**Ta có  $f(x) = (x+2)(x-3) = x^2 - x - 6 \Rightarrow f'(x) = 2x - 1$ **Câu 42.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x-3}{2x-1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $-\frac{12}{(2x-1)^2}$ .

B.  $-\frac{8}{(2x-1)^2}$ .

C.  $-\frac{4}{(2x-1)^2}$ .

D.  $\frac{4}{(2x-1)^2}$ .

**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án D**Ta có  $f(x) = \frac{2x-3}{2x-1} \Rightarrow f'(x) = \frac{4}{(2x-1)^2}$ **Câu 43.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x+4}{2x-1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $-\frac{7}{(2x-1)^2}$ .

B.  $\frac{7}{(2x-1)^2}$ .

C.  $-\frac{9}{(2x-1)^2}$ .

D.  $\frac{9}{(2x-1)^2}$ .

**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án C**Ta có  $f(x) = \frac{x+4}{2x-1} \Rightarrow f'(x) = \frac{-9}{(2x-1)^2}$ **Câu 44.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x+4}{2-5x}$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $-\frac{18}{(2-5x)^2}$ .

B.  $-\frac{13}{(2-5x)^2}$ .

C.  $\frac{3}{(2-5x)^2}$ .

D.  $\frac{22}{(2-5x)^2}$ .

**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án D**Ta có  $f(x) = \frac{x+4}{2-5x} \Rightarrow f'(x) = \frac{22}{(2-5x)^2}$ **Câu 45.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2-3x}{2x+1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $-\frac{7}{(2x+1)^2}$ .

B.  $-\frac{4}{(2x+1)^2}$ .

C.  $\frac{8}{(2x+1)^2}$ .

D.  $\frac{1}{(2x+1)^2}$ .

**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án A**Ta có  $f(x) = \frac{2-3x}{2x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{-7}{(2x+1)^2}$ **Câu 46.** Hàm số nào sau đây có đạo hàm luôn dương với mọi giá trị thuộc tập xác định của hàm số đó?

A.  $y = \frac{3x+2}{5x+1}$ .

B.  $y = \frac{3x-2}{5x+1}$ .

C.  $y = \frac{-x-2}{2x-1}$ .

D.  $y = \frac{-x+2}{x+1}$ .

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$$y' = \frac{3.1 - 5.(-2)}{(5x+1)^2} = \frac{13}{(5x+1)^2} > 0 \forall x \neq -\frac{1}{5}$$

Ta có

**Câu 47.** Hàm số nào sau đây có đạo hàm luôn âm với mọi giá trị thuộc tập xác định của hàm số đó?

A.  $y = \frac{-x-2}{x+1}$       B.  $y = \frac{x-2}{x+1}$       C.  $y = \frac{3x-2}{x-1}$       D.  $y = \frac{3x+2}{x-1}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

$$y' = \frac{3.(-1) - 2.(1)}{(x-1)^2} = \frac{-5}{(x-1)^2} < 0 \forall x \neq 1$$

Ta có

**Câu 48.** Nếu  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3}$  thì  $f''(x) =$ 

A.  $\frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}$       B.  $\frac{2x+2}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}$       C.  $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}$       D.  $\frac{x-1}{(x^2 + 2x + 3)}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3} \Rightarrow f'(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}$$

Ta có

**Câu 49.** Nếu  $f(x) = \frac{2-x}{3x+1}$  thì  $f''(x) =$ 

A.  $\frac{5}{(3x+1)^2}$       B.  $\frac{2x-1}{(3x+1)^2}$       C.  $\frac{-7}{(3x+1)^2}$       D.  $\frac{7}{(3x+1)^2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

$$f(x) = \frac{2-x}{3x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{-7}{(3x+1)^2}$$

Ta có

**Câu 50.** Nếu  $f(x) = x^2 \cos \frac{1}{x}$  thì  $f'(x) =$ 

A.  $2x \cos \frac{1}{x} - x^2 \sin \frac{1}{x}$       B.  $-2x \sin \frac{1}{x}$       C.  $2x \cos \frac{1}{x} + \sin \frac{1}{x}$       D.  $\sin \frac{1}{x}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

$$f(x) = x^2 \cos \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = 2x \cos \frac{1}{x} + \sin \frac{1}{x}$$

Ta có

**Câu 51.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{\sin 2x}$ 

A.  $y' = -\frac{2 \cos 2x}{\sin^2 2x}$       B.  $y' = -\frac{2}{\sin^2 2x}$       C.  $y' = -\frac{\cos 2x}{\sin^2 2x}$       D.  $y' = \frac{1}{2 \cos 2x}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$y = \frac{1}{\sin 2x} \Rightarrow y' = -\frac{(\sin 2x)'}{(\sin 2x)^2} = -\frac{2 \cos 2x}{\sin^2 2x}$$

Ta có

**Câu 52.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{\cos x}{x^2}$

A.  $y' = -\frac{\sin x}{2x}$

B.  $y' = \frac{-x \sin x - 2 \cos x}{x^3}$

C.  $y' = \frac{-x \sin x + 2 \cos x}{x^3}$

D.  $y' = -\frac{2 \sin x}{x^3}$

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn đáp án B.**

Ta có  $y = \frac{\cos x}{x^2} \Rightarrow y' = \frac{(\cos x)' \cdot x^2 - (x^2)' \cdot \cos x}{x^4} = \frac{-\sin x \cdot x^2 - 2x \cdot \cos x}{x^4} = \frac{-x \sin x - 2 \cos x}{x^3}$

**Câu 53.** Nếu  $k(x) = 2 \sin^3 \sqrt{x}$  thì  $k'(x) =$

A.  $\frac{6}{\sqrt{x}} \sin^2 \sqrt{x} \cos \sqrt{x}$

B.  $6 \sin^2 \sqrt{x} \cos \sqrt{x}$

C.  $\frac{3}{\sqrt{x}} \sin^2 \sqrt{x} \cos \sqrt{x}$

D.  $\frac{\cos^3 \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn đáp án C.**

$$\begin{aligned} k(x) = 2 \sin^3 \sqrt{x} &\Rightarrow k'(x) = 2 \cdot 3 \cdot \sin^2 \sqrt{x} \cdot (\sin \sqrt{x})' = 6 \cdot \sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot (\sqrt{x})' \\ &= 6 \cdot \sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{\sqrt{x}} \sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \end{aligned}$$

**Câu 54.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$  tại điểm có hoành độ  $x = -1$  là

A.  $y = -x + 1$

B.  $y = x - 1$

C.  $y = -x + 2$

D.  $y = 2x + 1$

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn đáp án A.**

Ta có  $f(x) = x^2 - \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = 2x + \frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(-1) = -1; f(-1) = 2$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$  tại điểm có hoành độ  $x = -1$  là  $y = -(x + 1) + 2$  hay  $y = -x + 1$ .

**Câu 55.** Nếu  $f(x) = (5x + 1)(1 - x)^3$  thì  $f'(x) =$

A.  $-15(1 - x)^2$

B.  $2(1 - 10x)(1 - x)^2$

C.  $5(6x + 1)(1 - x)^2$

D.  $(5x - 2)(1 - x)^2$

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn đáp án B.**

Ta có

$$f(x) = (5x + 1)(1 - x)^3 \Rightarrow f'(x) = (5x + 1)' \cdot (1 - x)^3 + (5x + 1) \cdot [(1 - x)^3]'$$

$$= 5 \cdot (1-x)^3 + (5x+1) \cdot (-3)(1-x)^2 = 2(1-x)^2(1-10x)$$

**Câu 56.** Nếu  $y = \sin \frac{x}{2}$  thì  $y^{(n)} =$

- A.  $\frac{1}{2^n} \sin\left(\frac{x}{2} + n \frac{\pi}{2}\right)$       B.  $\sin\left(\frac{x}{2} + n \frac{\pi}{2}\right)$       C.  $2^n \sin\left(\frac{x}{2} + n \frac{\pi}{2}\right)$       D.  $\frac{1}{2^n} \sin\left(\frac{x}{2} + n\pi\right)$

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn đáp án A.**

$$y^{(n)} = \frac{1}{2^n} \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{n\pi}{2}\right) \quad (1)$$

Chứng minh bằng quy nạp

$$n=1 \text{ ta có } y' = \left(\sin \frac{x}{2}\right)' = \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$$

Với

$$(1) \text{ đúng với } n=k, \quad k \in \mathbb{N}^* \text{ tức là ta có } y^{(k)} = \frac{1}{2^k} \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{k\pi}{2}\right) \quad (1)$$

Giả sử

$$(1) \text{ đúng với } n=k+1 \text{ tức là cần chứng minh } y^{(k+1)} = \frac{1}{2^{k+1}} \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{(k+1)\pi}{2}\right) \quad (2)$$

Chứng minh

Thật vậy, ta có

$$y^{(k+1)} = \left(y^{(k)}\right)' = \left(\frac{1}{2^k} \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{k\pi}{2}\right)\right)' = \frac{1}{2^k} \cdot \frac{1}{2} \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{k\pi}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2^{k+1}} \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2^{k+1}} \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{(k+1)\pi}{2}\right)$$

**Câu 57.** Phương trình tiếp tuyến của parabol  $y = x^2 + x + 3$  song song với đường thẳng  $y = \frac{4}{3} - x$  là :

- A.  $y = x - 2$       B.  $y = 1 - x$       C.  $y = 2 - x$       D.  $y = 3 - x$

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn đáp án C.**

Ta có  $y = x^2 + x + 3 \Rightarrow y' = 2x + 1$

Giả sử  $M(x_0; y_0)$  là tiếp điểm của tiếp tuyến với parabol  $y = x^2 + x + 3$

$$y = \frac{4}{3} - x \text{ nên } y'(x_0) = -1 \Leftrightarrow 2x_0 + 1 = -1 \Leftrightarrow x_0 = -1; y(-1) = 3$$

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng

Phương trình tiếp tuyến là  $y = -1(x+1) + 3$  hay  $y = 2 - x$

**Câu 58.** Tiếp tuyến với đồ thị hàm số  $f(x) = \frac{3x+2}{2x-3}$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = 1$  có hệ số góc bằng bao nhiêu?

- A. 13      B. -1      C. -5      D. -13

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn đáp án D.**

$$f(x) = \frac{3x+2}{2x-3} \Rightarrow f'(x) = \frac{-13}{(2x-3)^2}, \forall x \neq \frac{3}{2}$$

Ta có

$$\Rightarrow k = f'(1) = -13$$

**Câu 59.** Tiếp tuyến với đồ thị hàm số  $f(x) = \frac{x+5}{x-2}$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = 3$  có hệ số góc bằng bao nhiêu?

A. 3

B. -3

C. -7

D. -10

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$$f(x) = \frac{x+5}{x-2} \Rightarrow f'(x) = \frac{-7}{(x-2)^2}, \forall x \neq 2$$

Ta có

$$\Rightarrow k = f'(3) = -7$$

**Câu 60.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{3x+5}{x-3} + \sqrt{x}$  tại điểm  $x=1$  bằng bao nhiêu?

A. -3

B. 4

C.  $\frac{7}{2}$

D.  $\frac{-1}{2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$f(x) = \frac{3x+5}{x-3} + \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{-14}{(x-3)^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \text{với} \quad \begin{cases} x \neq 3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Ta có

$$f'(1) = -3$$

**Câu 61.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x-3}{x+3} + \sqrt{4x}$  tại điểm  $x=1$  bằng bao nhiêu?

A.  $\frac{-5}{8}$

B.  $\frac{5}{8}$

C.  $\frac{25}{16}$

D.  $\frac{11}{8}$

Hướng dẫn giải:

**Cách 1.** Áp dụng công thức  $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$  và  $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ .

$$f'(x) = \frac{6}{(x+3)^2} + \frac{2}{\sqrt{4x}} \quad f'(1) = \frac{6}{(1+3)^2} + \frac{2}{\sqrt{4 \cdot 1}} = \frac{11}{8}$$

Ta có:

**Cách 2. Sử dụng MTCT:**

Quy trình bấm phím:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{x-3}{x+3} + \sqrt{4x} \right) \Big|_{x=1} \quad \text{Math} \quad \blacktriangle$$

1.375

Chọn đáp án D.

**Câu 62.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \sqrt{4x}$  tại điểm  $x=1$  bằng bao nhiêu?

- A.  $\frac{-1}{2}$  .      B.  $\frac{1}{2}$  .      C.  $\frac{3}{4}$  .      D.  $\frac{3}{2}$  .

Hướng dẫn giải:

**Cách 1.** Áp dụng công thức  $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$  và  $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ .

$$f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2} + \frac{2}{\sqrt{4x}} \quad f'(1) = \frac{2}{(1+1)^2} + \frac{2}{\sqrt{4 \cdot 1}} = \frac{3}{2}$$

Ta có:

**Cách 2. Sử dụng MTCT:**

Quy trình bấm phím:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{x-1}{x+1} + \sqrt{4x} \right) \Big|_{x=1} \quad \text{Math} \blacktriangle$$

1.5

Chọn đáp án **D**.

**Câu 63.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = x^4 + \sqrt{x} + 2$  tại điểm  $x=1$  bằng bao nhiêu?

- A.  $\frac{17}{2}$  .      B.  $\frac{9}{2}$  .      C.  $\frac{9}{4}$  .      D.  $\frac{3}{2}$  .

Hướng dẫn giải:

**Cách 1.** Áp dụng công thức  $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$  và  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .

$$f'(x) = 4x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad f'(1) = 4 \cdot 1^3 + \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{9}{2}$$

Ta có:

**Cách 2: Sử dụng MTCT**

Quy trình bấm phím:

$$\frac{d}{dx} (x^4 + \sqrt{x} + 2) \Big|_{x=1} \quad \text{Math} \blacktriangle$$

4.5

Chọn đáp án **B**.

**Câu 64.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = x^3 + \sqrt{x} - 5$  tại điểm  $x=1$  bằng bao nhiêu?

- A.  $\frac{7}{2}$  .      B.  $\frac{5}{2}$  .      C.  $\frac{7}{4}$  .      D.  $\frac{3}{2}$  .

Hướng dẫn giải:

**Cách 1.** Áp dụng công thức  $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$  và  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .

$$f'(x) = 3x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad f'(1) = 3 \cdot 1^2 + \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{7}{2}$$

Ta có:

**Cách 2: Sử dụng MTCT**

Quy trình bấm phím:

$$\frac{d}{dx}(x^3 + \sqrt{x} - 5) \Big|_{x=1\frac{7}{2}}$$

Chọn đáp án A.

**Câu 65.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $-\frac{x}{(x^2 + 1)^2}$

B.  $\frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$

C.  $-\frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$

D.  $\frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức  $\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$

$$f'(x) = \frac{-(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1)^2} = \frac{-2x}{(x^2 + 1)^2}$$

Ta có:

Chọn đáp án C.

**Câu 66.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $\frac{2x^2}{(x^2 - 1)^2}$

B.  $\frac{-2x}{(x^2 - 1)^2}$

C.  $-\frac{1}{(x^2 - 1)^2}$

D.  $\frac{2x}{(x^2 - 1)^2}$

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức  $\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$

$$f'(x) = \frac{-(x^2 - 1)'}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-2x}{(x^2 - 1)^2}$$

Ta có:

Chọn đáp án B.

**Câu 67.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $\frac{4x^2}{(x^2 - 1)^2}$

B.  $\frac{4x}{(x^2 - 1)^2}$

C.  $\frac{-2}{(x^2 - 1)^2}$

D.  $\frac{-4x}{(x^2 - 1)^2}$

Hướng dẫn giải:

**Cách 1.** Áp dụng công thức  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 1)'(x^2 - 1) - (x^2 - 1)'(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-4x}{(x^2 - 1)^2}$$

Ta có:

Chọn đáp án D.

**Cách 2.** Áp dụng công thức  $\left(\frac{a_1x^2 + b_1x + c_1}{a_2x^2 + b_2x + c_2}\right)' = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}x^2 + 2\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}x + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}}{(a_2x^2 + b_2x + c_2)^2}$

$$f'(x) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} x^2 + 2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-4x}{(x^2 + 1)^2}$$

Ta có :

$$f(x) = \frac{1}{2 - x^2}$$

**Câu 68.** Đạo hàm của hàm số bằng biểu thức nào sau đây?

**A.**  $\frac{2x}{(2 - x^2)^2}$

**B.**  $-\frac{2x}{(2 - x^2)^2}$

**C.**  $-\frac{2}{(2 - x^2)^2}$

**D.**  $-\frac{1}{(2 - x^2)^2}$

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức  $\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$

$$f'(x) = \frac{-(2 - x^2)'}{(2 - x^2)^2} = \frac{2x}{(2 - x^2)^2}$$

Ta có:

**Chọn đáp án A.**

**Câu 69.** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1 - x^2}{2 - x^2}$  bằng biểu thức nào sau đây?

**A.**  $\frac{2x}{(2 - x^2)^2}$

**B.**  $-\frac{2x}{(2 - x^2)^2}$

**C.**  $-\frac{2}{(2 - x^2)^2}$

**D.**  $-\frac{1}{(2 - x^2)^2}$

Hướng dẫn giải:

**Cách 1.** Áp dụng công thức  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

$$y' = \frac{(1 - x^2)'(2 - x^2) - (2 - x^2)'(1 - x^2)}{(2 - x^2)^2} = \frac{-2x}{(2 - x^2)^2}$$

Ta có:

**Chọn đáp án B.**

**Cách 2.** Áp dụng công thức  $\left(\frac{a_1x^2 + b_1x + c_1}{a_2x^2 + b_2x + c_2}\right)' = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} x^2 + 2 \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}}{(a_2x^2 + b_2x + c_2)^2}$

$$y' = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} x^2 + 2 \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-2x}{(x^2 + 1)^2}$$

**Câu 70.** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{x^2 + x - 1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

**A.**  $\frac{-(2x + 1)}{(x^2 + x - 1)^2}$

**B.**  $\frac{-2(x + 1)}{(x^2 + x - 1)^2}$

**C.**  $\frac{-(2x - 1)}{(x^2 + x - 1)^2}$

**D.**  $\frac{2(2x + 1)}{(x^2 + x - 1)^2}$

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức  $\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$

$$y' = \frac{-(x^2 + x - 1)'}{(x^2 + x - 1)^2} = -\frac{(2x + 1)}{(x^2 + x - 1)^2}$$

Ta có:

Chọn đáp án A.

**Câu 71.** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x - 1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $-\frac{2(2x-1)}{(x^2+x-1)^2}$       B.  $-\frac{2(2x+2)}{(x^2+x-1)^2}$       C.  $-\frac{2(2x+1)}{(x^2+x-1)^2}$       D.  $\frac{2(2x+1)}{(x^2+x-1)^2}$

Hướng dẫn giải:

**Cách 1.** Áp dụng công thức  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

$$y' = \frac{(x^2 + x + 1)'(x^2 + x - 1) - (x^2 + x - 1)'(x^2 + x + 1)}{(x^2 + x - 1)^2} = -\frac{2(2x+1)}{(x^2 + x - 1)^2}$$

Ta có:

Chọn đáp án C.

**Cách 2.** Áp dụng công thức  $\left(\frac{a_1x^2 + b_1x + c_1}{a_2x^2 + b_2x + c_2}\right)' = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}x^2 + 2\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}x + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}}{(a_2x^2 + b_2x + c_2)^2}$

$$y' = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}x^2 + 2\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}x + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}}{(x^2 - 1)^2} = -\frac{2(2x+1)}{(x^2 + x - 1)^2}$$

Ta có :

**Câu 72.** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x^2 + x + 3}{x^2 + x - 1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $-\frac{2(2x+1)}{(x^2+x-1)^2}$       B.  $-\frac{4(2x+1)}{(x^2+x-1)^2}$       C.  $-\frac{4(2x-1)}{(x^2+x-1)^2}$       D.  $-\frac{4(2x+4)}{(x^2+x-1)^2}$

Hướng dẫn giải:

**Cách 1.** Áp dụng công thức  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

$$y' = \frac{(x^2 + x + 3)'(x^2 + x - 1) - (x^2 + x - 1)'(x^2 + x + 3)}{(x^2 + x - 1)^2} = -\frac{4(2x+1)}{(x^2 + x - 1)^2}$$

Ta có:

Chọn đáp án B.

**Cách 2.** Áp dụng công thức  $\left(\frac{a_1x^2 + b_1x + c_1}{a_2x^2 + b_2x + c_2}\right)' = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}x^2 + 2\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}x + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}}{(a_2x^2 + b_2x + c_2)^2}$

$$y' = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}x^2 + 2\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}x + \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}}{(x^2 + x - 1)^2} = -\frac{4(2x+1)}{(x^2 + x - 1)^2}$$

Ta có:

**Câu 73.** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{2x^2 + x + 1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $-\frac{(4x-1)}{(2x^2+x+1)^2}$       B.  $\frac{4x+1}{(2x^2+x+1)^2}$       C.  $-\frac{(4x+1)}{(2x^2+x+1)^2}$       D.  $\frac{-1}{(2x^2+x+1)^2}$

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức  $\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$ .

$$y' = \frac{-(2x^2 + x + 1)'}{(2x^2 + x + 1)^2} = -\frac{(4x + 1)}{(2x^2 + x + 1)^2}$$

Ta có:

**Chọn đáp án C.**

**Câu 74.** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2x^2 + x + 5}{2x^2 + x + 2}$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $-\frac{-3(4x-1)}{(2x^2+x+2)^2}$       B.  $\frac{-3(4x+1)}{(2x^2+x+2)^2}$       C.  $\frac{-3}{(2x^2+x+2)^2}$       D.  $-\frac{-(4x+1)}{(2x^2+x+2)^2}$

**Hướng dẫn giải:**

**Cách 1.** Áp dụng công thức  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$ .

$$y' = \frac{(2x^2 + x + 5)'(2x^2 + x + 2) - (2x^2 + x + 2)'(2x^2 + x + 5)}{(2x^2 + x + 2)^2} = \frac{-3(4x + 1)}{(2x^2 + x + 2)^2}$$

Ta có:

**Chọn đáp án B.**

$$\left(\frac{a_1x^2 + b_1x + c}{a_2x^2 + b_2x + c_2}\right)' = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}x^2 + 2\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}x + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}}{(a_2x^2 + b_2x + c_2)^2}$$

**Cách 2.** Áp dụng công thức

$$y' = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}x^2 + 2\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}x + \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}{(2x^2 + x + 2)^2} = -\frac{3(4x + 1)}{(2x^2 + x + 2)^2}$$

Ta có :

**Câu 75.** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^3 - x^2)^2$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $6x^5 + 4x^3$       B.  $6x^5 - 10x^4 + 4x$       C.  $6x^5 - 10x^4 - 4x^3$       D.  $6x^5 - 10x^4 + 4x^3$

**Hướng dẫn giải:**

Áp dụng công thức  $(u^n)' = nu^{n-1}.u'$ .

Ta có:  $y' = 2(x^3 - x^2)(x^3 - x^2)' = 2(x^3 - x^2)(3x^2 - 2x) = 6x^5 - 10x^4 + 4x^3$ .

**Chọn đáp án D.**

**Câu 76.** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^5 - 2x^2)^2$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $10x^9 + 16x^3$       B.  $10x^9 - 14x^6 + 16x^3$       C.  $10x^9 - 28x^6 + 16x^3$       D.  $10x^9 - 28x^6 + 8x^3$

**Hướng dẫn giải:**

Áp dụng công thức  $(u^n)' = nu^{n-1}.u'$ .

Ta có:  $y' = 2(x^5 - 2x^2)(x^5 - 2x^2)' = 2(x^5 - 2x^2)(5x^4 - 4x) = 10x^9 - 28x^6 + 16x^3$ .

**Chọn đáp án C.**

**Câu 77.** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^3 - x^2)^3$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $3(x^3 - x^2)^2$       B.  $3(x^3 - x^2)^2(3x^2 - 2x)$

C.  $3(x^3 - x^2)^2(3x^2 - x)$

D.  $3(x^3 - x^2)(3x^2 - 2x)$

**Hướng dẫn giải:**

Áp dụng công thức  $(u^n)' = nu^{n-1}.u'$

Ta có:  $y = 3(x^3 - x^2)^2(x^3 - x^2)' = 3(x^3 - x^2)^2(3x - 2x)$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 78.** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^3 - x^2 + x)^2$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $2(x^3 - x^2 + x)^2(3x^2 - 2x + 1)$

B.  $2(x^3 - x^2 + x)(3x^2 - 2x + 1)$

C.  $2(x^3 - x^2 + x)(3x^2 - 2x)$

D.  $2(x^3 - x^2 + x)(3x^2 - 2x + 1)$

**Hướng dẫn giải:**

Áp dụng công thức  $(u^n)' = nu^{n-1}.u'$

Ta có:  $y' = 2(x^3 - x^2 + x)(x^3 - x^2 + x)' = 2(x^3 - x^2 + x)(3x^2 - 2x + 1)$

**Chọn đáp án D.**

**Câu 79.** Đạo hàm của hàm số  $y = \left(\frac{2-3x}{2x+1}\right)^2$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $\frac{-14}{(2x+1)^2} \cdot \frac{2-3x}{2x+1}$

B.  $\frac{-4}{(2x+1)^2} \cdot \frac{2-3x}{2x+1}$

C.  $\frac{16}{(2x+1)^2} \cdot \frac{2-3x}{2x+1}$

D.  $2\left(\frac{2-3x}{2x+1}\right)$

**Hướng dẫn giải:**

Áp dụng công thức  $(u^n)' = nu^{n-1}.u'$  và  $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

Ta có:  $y' = 2\left(\frac{2-3x}{2x+1}\right) \cdot \left(\frac{2-3x}{2x+1}\right)' = 2\left(\frac{2-3x}{2x+1}\right) \cdot \frac{-14}{(2x+1)^2}$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 80.** Đạo hàm của hàm số  $y = (2x^2 - x + 1)^2$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $(4x-1)^2$

B.  $2(2x^2 - x + 1)(4x^2 - x)$

C.  $2(2x^2 - x + 1)^2(4x - 1)$

D.  $2(2x^2 - x + 1)(4x - 1)$

**Hướng dẫn giải:**

Áp dụng công thức  $(u^n)' = nu^{n-1}.u'$

Ta có:  $y' = 2(2x^2 - x + 1) \cdot (2x^2 - x + 1)' = 2(2x^2 - x + 1)(4x - 1)$

**Chọn đáp án D.**

**Câu 81.** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{3x^2 - 2x + 12}$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $\frac{1}{2\sqrt{3x^2 - 2x + 12}}$

B.  $\frac{4x}{2\sqrt{3x^2 - 2x + 12}}$

C.  $\frac{3x-1}{\sqrt{3x^2 - 2x + 12}}$

D.  $\frac{6x}{2\sqrt{3x^2 - 2x + 12}}$

**Hướng dẫn giải:**

Áp dụng công thức  $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ .

Ta có:  $y' = \frac{(3x^2 - 2x + 12)'}{2\sqrt{3x^2 - 2x + 12}} = \frac{3x - 1}{\sqrt{3x^2 - 2x + 12}}$ .

**Chọn đáp án C.**

**Câu 82.** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 4x^3}$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $\frac{1}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}}$ .

B.  $\frac{x - 6x^2}{\sqrt{x^2 - 4x^3}}$ .

C.  $\frac{x - 12x^2}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}}$ .

D.  $\frac{x - 2x^2}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}}$ .

**Hướng dẫn giải:**

Áp dụng công thức  $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ .

Ta có:  $y' = \frac{(x^2 - 4x^3)'}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}} = \frac{2x - 12x^2}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}} = \frac{x - 6x^2}{\sqrt{x^2 - 4x^3}}$ .

**Chọn đáp án B.**

**Câu 83.** Cho hàm số  $y = \sqrt{2x + 2}$ . Biểu thức  $y(1) + y'(1)$  có giá trị là bao nhiêu?

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{3}{2}$ .

C.  $\frac{9}{4}$ .

D.  $\frac{5}{2}$ .

**Hướng dẫn giải:**

Áp dụng công thức  $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ .

Ta có:  $y' = \frac{(2x + 2)'}{2\sqrt{2x + 2}} = \frac{x}{\sqrt{2x + 2}}$ .

$y(1) + y'(1) = \sqrt{2 \cdot 1 + 2} + \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 1 + 2}} = \frac{5}{2}$ .

**Chọn đáp án D.**

**Câu 84.** Cho  $f(x) = (x^2 - 3x + 3)^2$ . Biểu thức  $f'(1)$  có giá trị là bao nhiêu?

A. 1

B. -1.

C. -2.

D. -12.

**Hướng dẫn giải:**

**Cách 1:** Áp dụng công thức  $(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'$

Ta có:  $f'(x) = 2(x^2 - 3x + 3) \cdot (x^2 - 3x + 3)' = 2(x^2 - 3x + 3) \cdot (2x - 3)$ .

$f'(1) = 2(1^2 - 3 \cdot 1 + 3)(2 \cdot 1 - 3) = -2$ .

**Cách 2.** Áp dụng MTCT

$$\frac{d}{dx}((x^2 - 3x + 3)^2) \Big|_1$$

Quy trình bấm phím:

-2

**Chọn đáp án C.**

**Câu 85.** Cho  $f(x) = (3x^2 - 4x + 1)^2$ . Biểu thức  $f'(2)$  có giá trị là bao nhiêu?

A. 90

B. 80. C.

40. D. 10.

Hướng dẫn giải:**Cách 1:** Áp dụng công thức  $(u^n)' = nu^{n-1}u'$ .Ta có:  $f'(x) = 2(3x^2 - 4x + 1) \cdot (3x^2 - 4x + 1)' \cdot y = 2(3x^2 - 4x + 1) \cdot (6x - 4)$ .

$$f'(2) = 2(3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 1)(6 \cdot 2 - 4) = 80.$$

**Cách 1: Áp dụng MTCT**

Quy trình bấm phím

$$\frac{d}{dx}((3x^2 - 4x + 1)^2) \Big|_{x=2}$$

**Chọn đáp án B.****Câu 86.** Đạo hàm của hàm số  $y = \tan 3x$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $\frac{3x}{\cos^2 3x}$ .

B.  $\frac{3}{\cos^2 3x}$ .

C.  $-\frac{3}{\cos^2 3x}$ .

D.  $-\frac{3}{\sin^2 3x}$ .

Hướng dẫn giải:Áp dụng công thức:  $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$ .

$$\text{Ta có: } (\tan 3x)' = \frac{(3x)'}{\cos^2 3x} = \frac{3}{\cos^2 3x}.$$

**Chọn đáp án B.****Câu 87.** Đạo hàm của hàm số  $y = \tan 2x$  tại  $x = 0$  là số nào sau đây?

A.  $-2$ .

B.  $0$ .

C.  $1$ .

D.  $2$ .

Hướng dẫn giải:**Cách 1: Phương pháp tự luận**Áp dụng công thức:  $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$ .

$$\text{Ta có: } y' = (\tan 2x)' = \frac{(2x)'}{\cos^2 2x} = \frac{2}{\cos^2 2x} \Rightarrow y'(0) = \frac{2}{\cos^2(2 \cdot 0)} = 2.$$

**Chọn đáp án D.****Cách 2: Sử dụng MTCT**

Chuyển qua chế độ Radian qw4

Quy trình bấm phím

$$\frac{d}{dx}(\tan(2x)) \Big|_{x=0}$$

**Câu 88.** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{\cos x}$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $\frac{\cos x}{2\sqrt{\cos x}}$ .

B.  $\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$ .

C.  $-\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$ .

D.  $-\frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$ .

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức:  $\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ .

Ta có:  $\left(\sqrt{\cos x}\right)' = \frac{(\cos x)'}{2\sqrt{\cos x}} = \frac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$ .

**Chọn đáp án C.**

**Câu 89.** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{\cos 2x}$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $\frac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$       B.  $-\frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$       C.  $\frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$       D.  $-\frac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos x}}$

**Hướng dẫn giải:**

Áp dụng công thức:  $\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ .

Ta có:  $\left(\sqrt{\cos 2x}\right)' = \frac{(\cos 2x)'}{2\sqrt{\cos 2x}} = \frac{-2\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}} = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$ .

**Chọn đáp án B.**

**Câu 90.** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{\sin x}$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$       B.  $-\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$       C.  $\frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$       D.  $\frac{1}{2\sqrt{\sin x}}$

**Hướng dẫn giải:**

Áp dụng công thức:  $\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ .

Ta có:  $\left(\sqrt{\sin x}\right)' = \frac{(\sin x)'}{2\sqrt{\sin x}} = \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$ .

**Chọn đáp án A.**

**Câu 91.** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{\sin 3x}$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $\frac{\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$       B.  $\frac{3\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$       C.  $-\frac{3\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$       D.  $\frac{-\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$

**Hướng dẫn giải:**

Áp dụng công thức:  $\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ .

Ta có:  $\left(\sqrt{\sin 3x}\right)' = \frac{(\sin 3x)'}{2\sqrt{\sin 3x}} = \frac{3\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$ .

**Chọn đáp án B.**

**Câu 92.** Đạo hàm của hàm số  $y = \tan 5x$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $\frac{1}{\cos^2 5x}$       B.  $\frac{-5}{\sin^2 5x}$       C.  $\frac{-3}{\cos^2 5x}$       D.  $\frac{5}{\cos^2 5x}$

**Hướng dẫn giải:**

Áp dụng công thức:  $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$ .

Ta có:  $y' = (\tan 5x)' = \frac{(5x)'}{\cos^2 5x} = \frac{5}{\cos^2 5x}$ .

Chọn đáp án **D**.

**Câu 93.** Đạo hàm của hàm số  $y = \tan 3x$  tại  $x = 0$  có giá trị là bao nhiêu?

A.  $-3$ .

B.  $0$ .

C.  $3$ .

D. Không xác định.

Hướng dẫn giải:

Cách 1: Áp dụng công thức:  $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$ .

Ta có:  $y' = (\tan 3x)' = \frac{(3x)'}{\cos^2 3x} = \frac{3}{\cos^2 3x} \Rightarrow y'(0) = \frac{3}{\cos^2 (3 \cdot 0)} = 3$ .

Chọn đáp án **C**.

Cách 2: Sử dụng MTCT

Chuyển qua chế độ Radian qw4

Quy trình bấm phím

$$\frac{d}{dx}(\tan(3x))|_{x=0} = 3$$

**Câu 94.** Đạo hàm của hàm số  $y = \tan^2 5x$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $2 \tan 5x$ .

B.  $\frac{10 \sin 5x}{\cos^3 5x}$ .

C.  $\frac{-10 \sin 5x}{\cos^3 5x}$ .

D.  $\frac{5 \sin 5x}{\cos^3 5x}$ .

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức:  $(u^2)' = 2u \cdot u'$ .

Ta có:  $y' = (\tan^2 5x)' = 2 \tan 5x \cdot (\tan 5x)' = 2 \tan 5x \cdot \frac{5}{\cos^2 5x} = \frac{10 \tan 5x}{\cos^2 5x} = \frac{10 \sin 5x}{\cos^3 5x}$ .

Chọn đáp án **B**.

**Câu 95.** Hàm số nào sau đây có đạo hàm  $y' = x \sin x$ ?

A.  $x \cos x$ .

B.  $\sin x - x \cos x$ .

C.  $\sin x - \cos x$ .

D.  $x \cos x - \sin x$ .

Hướng dẫn giải:

$(x \cdot \cos x)' = x' \cdot \cos x + x \cdot (\cos x)' = \cos x - x \sin x \Rightarrow$  loại đáp án A

$(\sin x - x \cos x)' = \cos x - (\cos x - x \sin x) = x \sin x$

Chọn đáp án **B**.

**Câu 96.** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $\sin\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$ .

B.  $-\sin\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$ .

C.  $-3 \sin\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$ .

D.  $3 \sin\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$ .

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức:  $(\cos u)' = -u' \sin u$

Ta có:  $\left[ \cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) \right]' = -\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)' \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) = 3 \sin\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$

Chọn đáp án **D**.

**Câu 97.** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$       B.  $-\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$       C.  $-2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$       D.  $2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức:  $(\sin u)' = u' \cos u$

Ta có:  $\left[ \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \right]' = \left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)' \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = -2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$

Chọn đáp án **C**.

**Câu 98.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = (3 - x^2)^{10}$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $10x(3 - x^2)^9$       B.  $10(3 - x^2)^9$       C.  $20x(3 - x^2)^9$       D.  $-20x(3 - x^2)^9$

Hướng dẫn giải:

Ta có:  $\left[ (3 - x^2)^{10} \right]' = 10(3 - x^2)^9 \cdot (3 - x^2)' = -20x(3 - x^2)^9$

Chọn đáp án **D**.

**Câu 99.** Đạo hàm số của hàm số  $y = 2 \sin 2x + \cos 2x$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $4 \cos 2x - 2 \sin 2x$       B.  $4 \cos 2x + 2 \sin 2x$       C.  $2 \cos 2x - 2 \sin 2x$       D.  $-4 \cos 2x - 2 \sin 2x$

Hướng dẫn giải:

Ta có:  $(2 \sin 2x + \cos 2x)' = 2(\sin 2x)' + (\cos 2x)' = 4 \cos 2x - 2 \sin 2x$

Chọn đáp án **A**.

**Câu 100.** Đạo hàm số của hàm số  $y = \sin 3x + 4 \cos 2x$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $\cos 3x + 4 \sin 2x$       B.  $3 \cos 3x - 4 \sin 2x$       C.  $3 \cos 3x - 8 \sin 2x$       D.  $3 \cos 3x + 8 \sin 2x$

Hướng dẫn giải:

Ta có:  $(\sin 3x + 4 \cos 2x)' = (\sin 3x)' + 4(\cos 2x)' = 3 \cos 3x - 8 \sin 2x$

Chọn đáp án **C**.

**Câu 101.** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{\sin 5x}$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $\frac{-5 \cos 5x}{2\sqrt{\sin 5x}}$       B.  $\frac{5 \cos 5x}{\sqrt{\sin 5x}}$       C.  $\frac{\cos 5x}{2\sqrt{\sin 5x}}$       D.  $\frac{5 \cos 5x}{2\sqrt{\sin 5x}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn **D**.

Ta có:  $y' = \frac{(\sin 5x)'}{2\sqrt{\sin 5x}} = \frac{(5x)' \cos 5x}{2\sqrt{\sin 5x}} = \frac{5 \cos 5x}{2\sqrt{\sin 5x}}$

**Câu 102.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{\cos 4x}$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $-\frac{2\sin 4x}{\sqrt{\cos 4x}}$

B.  $-\frac{2\cos 4x}{\sqrt{\cos 4x}}$

C.  $-\frac{\sin 4x}{2\sqrt{\cos 4x}}$

D.  $\frac{2\sin 4x}{\sqrt{\cos 4x}}$

**Hướng dẫn giải:**

Chọn đáp án A.

Ta có:  $f'(x) = \frac{(\cos 4x)'}{2\sqrt{\cos 4x}} = \frac{-\sin 4x \cdot (4x)'}{2\sqrt{\cos 4x}} = -\frac{4\sin 4x}{2\sqrt{\cos 4x}} = -\frac{2\sin 4x}{\sqrt{\cos 4x}}$ .

**Câu 103.** Cho  $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ . Biểu thức  $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$  có giá trị là bao nhiêu?

A. -2.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

**Hướng dẫn giải:**

Chọn đáp án A.

Ta có:  $f'(x) = 2\cos x (\cos x)' - 2\sin x (\sin x)'$   
 $= -2\cos x \sin x - 2\sin x \cos x = -4\sin x \cos x = -2\sin 2x$   
 $\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2\sin 2 \cdot \frac{\pi}{4} = -2\sin \frac{\pi}{2} = -2$ .

**Câu 104.** Cho  $f(x) = \sqrt{\sin 2x}$ . Biểu thức  $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$  có giá trị là bao nhiêu?

A. 1.

B. 0.

C. -1.

D. Không xác định.

**Hướng dẫn giải:**

Chọn đáp án B.

Ta có:  $f'(x) = \left(\sqrt{\sin 2x}\right)' = \frac{(\sin 2x)'}{2\sqrt{\sin 2x}} = \frac{\cos 2x \cdot (2x)'}{2\sqrt{\sin 2x}} = \frac{2\cos 2x}{2\sqrt{\sin 2x}} = \frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin 2x}}$   
 $\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\cos \frac{\pi}{2}}{\sqrt{\sin \frac{\pi}{2}}} = 0$ .

**Câu 105.** Đạo hàm số của hàm số  $y = \cos^3 4x$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $3\sin^2 4x$

B.  $3\cos^2 4x$

C.  $-12\cos^2 4x \cdot \sin 4x$

D.  $-3\cos^2 4x \cdot \sin 4x$

**Hướng dẫn giải:**

Chọn đáp án C.

Ta có:  $y' = 3\cos^2 4x \cdot (\cos 4x)' = -3\cos^2 4x \sin 4x (4x)' = -12\cos^2 4x \cdot \sin 4x$ .

**Câu 106.** Đạo hàm số của hàm số  $y = \sin^2 3x$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $6\sin 6x$

B.  $3\sin 6x$

C.  $\sin 6x$

D.  $2\sin 3x$

**Hướng dẫn giải:**

Chọn đáp án B.

Ta có:  $y' = 2\sin 3x (\sin 3x)' = 2\sin 3x \cos 3x (3x)' = 6\sin 3x \cos 3x = 3\sin 6x$ .

**Câu 107.** Đạo hàm số của hàm số  $f(x) = \sin 3x + \cos 2x$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $\cos 3x + \sin 2x$

B.  $\cos 3x - \sin 2x$

C.  $3 \cos 3x - 2 \sin 2x$ .

D.  $-3 \cos 3x + 2 \sin 2x$ .

**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án C.**Ta có:  $f'(x) = \cos 3x(3x)' - \sin 2x(2x)' = 3 \cos 3x - 2 \sin 2x$ .**Câu 108.** Cho  $f(x) = \tan 4x$ . Giá trị  $f'(0)$  bằng số nào sau đây?

A.  $-4$

B.  $-1$ .

C.  $1$ .

D.  $4$ .

**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án D.**Ta có:  $f'(x) = (\tan 4x)' = (1 + \tan^2 4x)(4x)' = 4(1 + \tan^2 4x) \Rightarrow f'(0) = 4$ .**Câu 109.** Đạo hàm của hàm số  $y = \cot 2x$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $\frac{-1}{\sin^2 2x}$ .

B.  $\frac{-2}{\sin^2 2x}$ .

C.  $\frac{-2}{\cos^2 2x}$ .

D.  $\frac{2}{\cos^2 2x}$ .

**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án B.**Ta có:  $y' = -\frac{1}{\sin^2 2x}(2x)' = -\frac{2}{\sin^2 2x}$ .**Câu 110.** Đạo hàm của hàm số  $y = \cot^4 2x$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $\frac{-8 \cos^3 2x}{\sin^5 2x}$ .

B.  $\frac{-8 \cos^3 2x}{\sin^6 2x}$ .

C.  $\frac{-8 \cos^3 2x}{\sin^2 2x}$ .

D.  $\frac{-4 \cos^3 2x}{\sin^5 2x}$ .

**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án A.**Ta có:  $y' = 4 \cot^3 2x \cdot (\cot 2x)' = 4 \cot^3 2x \left( -\frac{1}{\sin^2 2x} \right) (2x)'$ 

$$= -8 \frac{\cos^3 2x}{\sin^3 2x} \cdot \frac{1}{\sin^2 2x} = \frac{-8 \cos^3 2x}{\sin^5 2x}.$$

**Câu 111.** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{\cot x}$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $\frac{1}{2\sqrt{\cot x}}$ .

B.  $-\frac{\sin x}{2\sqrt{\cot x}}$ .

C.  $\frac{-1}{\sin^2 x \sqrt{\cot x}}$ .

D.  $\frac{-1}{2 \sin^2 x \sqrt{\cot x}}$ .

**Hướng dẫn giải:**Ta có:  $y' = \frac{(\cot x)'}{2\sqrt{\cot x}} = -\frac{1}{2 \sin^2 x \sqrt{\cot x}}$ **Chọn đáp án D****Câu 112.** Cho  $f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x$  và  $g(x) = 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$ . Tổng  $f'(x) + g'(x)$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $6(\sin^5 x + \cos^5 x + \sin x \cdot \cos x)$ .

B.  $6(\sin^5 x - \cos^5 x - \sin x \cdot \cos x)$ .

C.  $6$ .

D.  $0$ .

**Hướng dẫn giải:**

Ta có:

$$f'(x) = 6\sin^5 x \cdot \cos x + 6\cos^5 x \cdot (-\sin x) = 6\sin^5 x \cdot \cos x - 6\cos^5 x \cdot \sin x$$

$$g'(x) = \left( \frac{3}{4} \cdot \sin^2 2x \right)' = \frac{3}{2} \sin 2x \cdot 2 \cdot \cos 2x$$

Suy ra:

$$f'(x) + g'(x) = 6 \cdot \sin x \cdot \cos x (\sin^2 x - \cos^2 x) (\sin^2 x + \cos^2 x) + 6 \sin x \cdot \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x)$$

$$\Leftrightarrow -6 \sin x \cdot \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) + 6 \sin x \cdot \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) = 0$$

**Chọn đáp án D**

**Câu 113.** Cho  $f$  là hàm số liên tục tại  $x_0$ . Đạo hàm của  $f$  tại  $x_0$  là:

A.  $f(x_0)$ .

B.  $\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ .

C.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$  (nếu tồn tại giới hạn).

D.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{h}$  (nếu tồn tại giới hạn).

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn đáp án C** theo định nghĩa

**Câu 114.** Cho  $f$  là hàm xác định trên  $\mathbb{R}$  định bởi  $f(x) = x^2$  và  $x_0 \in \mathbb{R}$ . Chọn câu đúng:

A.  $f'(x_0) = x_0$ .

B.  $f'(x_0) = x_0^2$ .

C.  $f'(x_0) = 2x_0$ .

D.  $f'(x_0)$  không tồn tại.

**Hướng dẫn giải:**

Ta có:  $f'(x) = 2x \Rightarrow f'(x_0) = 2x_0$

**Chọn đáp án C**

**Câu 115.** Cho  $f$  là hàm xác định trên  $(0; +\infty)$  định bởi  $f(x) = \frac{1}{x}$ . Đạo hàm của  $f$  tại  $x_0 = \sqrt{2}$  là:

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $-\frac{1}{2}$ .

C.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

D.  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

**Hướng dẫn giải:**

Ta có:  $f'(x) = \frac{-1}{x^2} \Rightarrow f'(\sqrt{2}) = \frac{-1}{2}$

**Chọn đáp án B**

**Câu 116.** Cho hàm  $f$  xác định trên  $\mathbb{R}$  bởi  $f(x) = \sqrt{x^2}$ . Giá trị  $f'(0)$  bằng:

A. 0

B. 2

C. 1

D. Không tồn tại

**Hướng dẫn giải:**

Ta có:  $f'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2}}$

Suy ra  $f'(0)$  không tồn tại

Chọn đáp án D

**Câu 117.** Cho hàm  $f$  xác định trên  $\mathbb{R}$  bởi  $f(x) = 2x^3 + 1$ . Giá trị  $f'(-1)$  bằng:

- A. 6.                                      B. -6.                                      C. -2.                                      D. 3.

**Hướng dẫn giải:**

Ta có:  $f'(x) = 6x^2 \Rightarrow f'(-1) = 6$

Chọn đáp án A

**Câu 118.** Cho hàm  $f$  xác định trên  $\mathbb{R}$  bởi  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ . Giá trị  $f'(-8)$  bằng:

- A.  $\frac{1}{12}$ .                                      B.  $-\frac{1}{12}$ .                                      C.  $\frac{1}{6}$ .                                      D.  $-\frac{1}{6}$ .

A.

**Hướng dẫn giải:**

$$f'(x) = \left(x^{\frac{1}{3}}\right)' = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} \Rightarrow f'(-8) = \frac{1}{12}$$

Ta có:

Chọn đáp án A

**Câu 119.** Cho hàm  $f$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  bởi  $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ . Giá trị  $f'(-1)$  bằng:

- A.  $\frac{1}{2}$ .                                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                                      C. -2.                                      D. Không tồn tại.

**Hướng dẫn giải:**

$$f'(x) = \frac{2(x-1) - 2x}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(-1) = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

Ta có:

Chọn đáp án B

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$

**Câu 120.** Cho hàm số  $f$  xác định trên  $\mathbb{R}$  bởi  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ . Giá trị  $f'(0)$  bằng:

- A. 0.                                      B. 1.                                      C.  $\frac{1}{2}$ .                                      D. Không tồn tại.

**Hướng dẫn giải:**

Ta có: Với  $x = 0$  thì  $f(x) = 0$

Khi đó:  $f'(0) = 0$

Chọn đáp án A

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$

**Câu 121.** Cho hàm số  $f$  xác định trên  $\mathbb{R}$  bởi  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ . Giá trị  $f'(0)$  bằng:

- A. 0.                                      B. 1.                                      C.  $\frac{1}{2}$ .                                      D. Không tồn tại.

**Hướng dẫn giải:**

$$\frac{f(x) - f(0)}{x} = \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x^2} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + 1}$$

Cho  $x \rightarrow 0$  ta được  $f'(0) = \frac{1}{2}$  nên chọn **C**.

**Câu 122.** Cho hàm số  $f$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$  bởi  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - 3x + 2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 0 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Giá trị  $f'(1)$  bằng:

**A.**  $\frac{3}{2}$ .

**B.** 1.

**C.** 0.

**D.** Không tồn tại.

**Hướng dẫn giải:**

$$\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{(x - 1)(x^2 - 3x + 2)} = \frac{x(x - 3)}{(x - 1)(x - 2)}$$

Cho  $x \rightarrow 1$  ta được  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$  không tồn tại nên chọn **D**.

**Câu 123.** Xét hai mệnh đề:

(I)  $f$  có đạo hàm tại  $x_0$  thì  $f$  liên tục tại  $x_0$

(II)  $f$  liên tục tại  $x_0$  thì  $f$  có đạo hàm tại  $x_0$

Mệnh đề nào đúng?

**A.** Chỉ mệnh đề (I).

**B.** Chỉ mệnh đề (II).

**C.** Cả hai đều đúng.

**D.** Cả hai đều sai.

**Hướng dẫn giải:**

Mệnh đề (II) sai vì  $f$  có thể liên tục mà không có đạo hàm.

Chọn **A**.

**Câu 124.** Cho hàm  $f$  xác định trên  $\mathbb{R}$  bởi  $f(x) = ax + b$  với  $a, b$  là hai số thực. Chọn câu đúng:

**A.**  $f'(x) = a$

**B.**  $f'(x) = -a$

**C.**  $f'(x) = b$

**D.**  $f'(x) = -b$

**Hướng dẫn giải:**

Chọn **A**.

**Câu 125.** Cho hàm  $f$  xác định trên  $\mathbb{R}$  bởi  $f(x) = -2x^2 + 3x$ . Đạo hàm của hàm số này là:

**A.**  $f'(x) = -4x - 3$

**B.**  $f'(x) = -4x + 3$

**C.**  $f'(x) = 4x + 3$

**D.**  $f'(x) = 4x - 3$

**Hướng dẫn giải:**

Chọn **B**.

**Câu 126.** Cho hàm  $f$  xác định trên  $[0; +\infty)$  bởi  $f(x) = x\sqrt{x}$ . Đạo hàm của hàm số này là:

**A.**  $f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x}$

**B.**  $f'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x}$

**C.**  $f'(x) = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{x}}{x}$

**D.**  $f'(x) = \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{2}$

**Hướng dẫn giải:**

$$f'(x) = 1 \cdot \sqrt{x} + x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{2}\sqrt{x} \quad \text{nên chọn B.}$$

**Câu 127.** Cho hàm số  $f(x) = k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$  ( $k \in \mathbb{R}$ ). Để  $f'(1) = \frac{3}{2}$  thì ta chọn:

- A.  $k = 1$ .      B.  $k = -3$ .      C.  $k = 3$ .      D.  $k = \frac{9}{2}$ .

**Hướng dẫn giải:**

$$f'(x) = \frac{k}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(1) = \frac{k}{3} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow k = 3 \quad \text{nên chọn C.}$$

**Câu 128.** Cho hàm  $f$  xác định trên  $(0; +\infty)$  cho bởi  $f(x) = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$ . Đạo hàm của  $f$  là:

- A.  $f'(x) = x + \frac{1}{x} - 2$ .      B.  $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$ .      C.  $f'(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ .      D.  $f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$ .

**Hướng dẫn giải:**

$$f'(x) = \left(x + \frac{1}{x} - 2\right)' = 1 - \frac{1}{x^2} \quad \text{nên chọn B.}$$

**Câu 129.** Cho hàm  $f$  xác định trên  $(0; +\infty)$  cho bởi  $f(x) = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3$ . Đạo hàm của  $f$  là:

- A.  $f'(x) = \frac{3}{2} \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$ .      B.  $f'(x) = \frac{3}{2} \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$ .  
C.  $f'(x) = \frac{3}{2} \left(-\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$ .      D.  $f'(x) = x\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}}$ .

**Hướng dẫn giải:**

$$f'(x) = \left(x\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}}\right)' = \frac{3}{2} \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2\sqrt{x}}\right) \quad \text{nên chọn A.}$$

**Câu 130.** Cho hai kết quả:

$$(I) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right)' = -\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3} - \frac{3}{x^4};$$

$$(II) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right)' = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^6}$$

Hãy chọn câu đúng:

- A. Chỉ (I) đúng.      B. Chỉ (II) đúng.      C. Cả hai đều đúng.      D. Cả hai đều sai.

**Hướng dẫn giải:**

Sử dụng công thức  $\frac{1}{x^n} = -\frac{1}{nx^{n+1}}$  ta được đáp án A.

**Câu 131.** Cho hàm  $f$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  bởi  $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ . Đạo hàm của  $f$  là:

- A.  $f'(x) = \frac{2}{(x+2)^2}$ .      B.  $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$ .

C.  $f'(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$

D.  $f'(x) = \frac{-1}{(x+2)^2}$

**Hướng dẫn giải:**

$$\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$$

Sử dụng công thức ta được đáp án B.

**Câu 132.** Cho hàm  $f$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  bởi  $f(x) = x + 1 - \frac{2}{x-1}$ . Xét hai câu sau:

(I)  $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2}$  (II)  $f'(x) > 0, \forall x \neq 1$

Hãy chọn câu đúng:

A. Chỉ (I) đúng.

B. Chỉ (II) đúng.

C. Cả hai đều đúng.

D. Cả hai đều sai.

**Hướng dẫn giải:**

$$f'(x) = 1 + \frac{2}{(x-1)^2} > 0 \quad \forall x \neq 1$$

Ta có: ta được đáp án B.

**Câu 133.** Cho hàm  $f$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  bởi  $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x-1}$ . Xét hai câu sau:

(I)  $f'(x) = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}$  (II)  $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$

Hãy chọn câu đúng:

A. Chỉ (I) đúng.

B. Chỉ (II) đúng.

C. Cả hai đều sai.

D. Cả hai đều đúng.

**Hướng dẫn giải:**

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}$$

Ta có: ta được đáp án D.

**Câu 134.** Cho hàm  $f$  xác định trên  $[1; +\infty)$  bởi  $f(x) = \sqrt{x-1}$ . Giá trị  $f'(1)$  bằng:

A.  $\frac{1}{2}$

B. 0.

C. 1.

D. Không tồn tại.

**Hướng dẫn giải:**

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x-1}} = +\infty$$

Ta có: nên ta được đáp án D.

**Câu 135.** Cho hàm  $f$  xác định trên  $(1; +\infty)$  bởi  $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ . Để tính đạo hàm của hàm số này, hai học sinh lập luận theo hai cách:

(I)  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}} \Rightarrow f'(x) = \frac{x-2}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$

(II)  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} - \frac{1}{2(x-1)\sqrt{x-1}} = \frac{x-2}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$

Cách nào đúng:

A. Chỉ (I) đúng.

B. Chỉ (II) đúng.

C. Cả hai đều đúng.

D. Cả hai đều sai.

**Câu 136.** Gọi  $(P)$  là đồ thị hàm số  $y = 2x^2 - x + 3$ . Phương trình tiếp tuyến với  $(P)$  tại giao điểm của  $(P)$  với trục tung là:

- A.  $y = -x + 3$  . B.  $y = -x - 3$  . C.  $y = 4x - 1$  . D.  $y = 11x + 3$  .

**Hướng dẫn giải:**

Ta có:  $y' = 4x - 1$ , giao điểm của  $(P)$  và  $Oy$  là  $M(0; 3)$ ,  $y'(0) = -1$ .

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là:  $y - 3 = -x \Leftrightarrow y = -x + 3$  nên ta được đáp án **A**.

**Câu 137.** Gọi  $(H)$  là đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x}$ . Phương trình tiếp tuyến với  $(H)$  tại điểm mà  $(H)$  cắt hai trục tọa độ là:

- A.  $y = -x + 1$  . B.  $y = x - 1$  .  
C.  $y = x + 1$  . D.  $y = x - 1$  hoặc  $y = x + 1$  .

**Hướng dẫn giải:**

Ta có:  $y' = \frac{1}{x^2}$ , giao điểm của  $(H)$  và  $Ox$  là  $M(1; 0)$ ,  $y'(1) = 1$ .

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là:  $y = x - 1$  nên ta được đáp án **B**.

**Câu 138.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2}$  có đồ thị  $(H)$ . Đường thẳng  $\Delta$  song song với đường thẳng  $d: y = 2x - 1$  và tiếp xúc với  $(H)$  thì tọa độ tiếp điểm là:

- A.  $M_0(3; 2)$  . B.  $M_0(3; 2)$  và  $M_1(1; 2)$  .  
C.  $M_0(2; 3)$  . D. Không tồn tại.

**Hướng dẫn giải:**

Ta có:  $y' = \frac{x^2 - 4x + 5}{(x - 2)^2}$ .

Đường thẳng  $\Delta$  song song với đường thẳng  $d: y = 2x - 1$  suy ra  $\Delta: y = 2x + b$  ( $b \neq -1$ )

$\Delta$  tiếp xúc với  $(H) \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \frac{x^2 - 4x + 5}{(x - 2)^2} \\ 2x + b = \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2} \end{cases}$  có nghiệm.

Từ phương trình đầu ta suy ra được  $x = 3$  hoặc  $x = 1$  thế vào  $(H)$

Ta được đáp án **B**.

**Câu 139.** Cho hàm số  $y = f(x) = 2 - \frac{4}{x}$  có đồ thị  $(H)$ . Đường thẳng  $\Delta$  vuông góc với đường thẳng  $d: y = -x + 2$  và tiếp xúc với  $(H)$  thì phương trình của  $\Delta$  là:

- A.  $y = x + 4$  . B.  $y = x + 4$  hoặc  $y = x - 2$  .  
C.  $y = x - 2$  hoặc  $y = x + 6$  . D. Không tồn tại.

**Hướng dẫn giải:**

Đường thẳng  $\Delta$  vuông góc với đường thẳng  $d: y = -x + 2$  suy ra  $\Delta: y = x + b$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 = \frac{4}{x^2} \\ x + b = 2 - \frac{4}{x} \end{cases}$$

$\Delta$  tiếp xúc với (H) có nghiệm.

Từ phương trình đầu ta suy ra được  $x = 2 \vee x = -2 \Rightarrow b = -2 \vee b = 6$

Ta được đáp án **C**.

**Câu 140.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = (x+2)(x-3)$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.**  $2x+5$  . **B.**  $2x-7$  . **C.**  $2x-1$  . **D.**  $2x-5$  .

**Hướng dẫn giải:**

Ta có:  $f(x) = x^2 - x - 6 \Rightarrow f'(x) = 2x - 1$  .

Chọn đáp án **C**

**Câu 141.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x-3}{2x-1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.**  $-\frac{12}{(2x-1)^2}$  . **B.**  $-\frac{8}{(2x-1)^2}$  . **C.**  $-\frac{4}{(2x-1)^2}$  . **D.**  $\frac{4}{(2x-1)^2}$  .

**Hướng dẫn giải:**

Sử dụng công thức đạo hàm của thương.

Hoặc ghi nhớ kết quả: Hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d} (ad-bc \neq 0; c \neq 0)$  có đạo hàm là  $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

$$f'(x) = \frac{4}{(2x-1)^2}$$

Từ đó tính được:

Chọn đáp án **D**

**Câu 142.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x+4}{2x-1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.**  $-\frac{7}{(2x-1)^2}$  . **B.**  $\frac{7}{(2x-1)^2}$  . **C.**  $-\frac{9}{(2x-1)^2}$  . **D.**  $\frac{9}{(2x-1)^2}$  .

**Hướng dẫn giải:**

$$f'(x) = -\frac{9}{(2x-1)^2}$$

Ta có:

Chọn đáp án **C**

**Câu 143.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x+4}{2-5x}$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.**  $-\frac{18}{(2-5x)^2}$  . **B.**  $-\frac{13}{(2-5x)^2}$  . **C.**  $\frac{3}{(2-5x)^2}$  . **D.**  $\frac{22}{(2-5x)^2}$  .

**Hướng dẫn giải:**

$$f'(x) = \frac{22}{(2-5x)^2}$$

Ta có:

Chọn đáp án D.

**Câu 144.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2-3x}{2x+1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $-\frac{7}{(2x+1)^2}$       B.  $-\frac{4}{(2x+1)^2}$       C.  $\frac{8}{(2x+1)^2}$       D.  $\frac{1}{(2x+1)^2}$

**Hướng dẫn giải:**

$$f'(x) = -\frac{7}{(2x+1)^2}$$

Ta có:

Chọn đáp án A.

**Câu 145.** Hàm số nào sau đây có đạo hàm luôn dương với mọi giá trị thuộc tập xác định của hàm số đó?

- A.  $y = \frac{3x+2}{5x+1}$       B.  $y = \frac{3x-2}{5x+1}$       C.  $y = \frac{-x-2}{2x-1}$       D.  $y = \frac{-x+2}{x+1}$

**Hướng dẫn giải:**

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2} > 0 \forall x \neq -\frac{d}{c} \Leftrightarrow ad-bc > 0$$

Nhận xét

Ta kiểm tra dấu  $ad-bc$  của từng hàm trong từng đáp án.

Đáp án A:  $ad-bc = -7 < 0$  (loại).

Đáp án B:  $ad-bc = 13 > 0$  (nhận).

Chọn đáp án B.

**Câu 146.** Hàm số nào sau đây có đạo hàm luôn âm với mọi giá trị thuộc tập xác định của hàm số đó?

- A.  $y = \frac{-x-2}{x+1}$       B.  $y = \frac{x-2}{x+1}$       C.  $y = \frac{2x-3}{x-1}$       D.  $y = \frac{3x+2}{x-1}$

**Hướng dẫn giải:**

Tương tự câu 446.

Đáp án A:  $ad-bc = 1 > 0$  (loại).

Đáp án B:  $ad-bc = 3 > 0$  (loại).

Đáp án C:  $ad-bc = 1 > 0$  (loại).

Chọn đáp án D

**Câu 147.** Nếu  $f(x) = \sqrt{x^2+2x+3}$  thì  $f''(x)$  là biểu thức nào sau đây?

- A.  $\frac{x+1}{(x^2+2x+3)\sqrt{x^2+2x+3}}$       B.  $\frac{2}{(x^2+2x+3)\sqrt{x^2+2x+3}}$   
C.  $\frac{-2}{(x^2+2x+3)\sqrt{x^2+2x+3}}$       D.  $\frac{x-1}{(x^2+2x+3)}$

**Hướng dẫn giải:**

$$f'(x) = \frac{(x^2+2x+3)'}{2\sqrt{x^2+2x+3}} = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+3}}$$

Ta có:

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{(x+1)' \cdot \sqrt{x^2+2x+3} - (x+1) \cdot (\sqrt{x^2+2x+3})'}{(x^2+2x+3)}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 3} - \frac{(x+1)^2}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}}{x^2 + 2x + 3} = \frac{2}{(x^2 + 2x + 3)\sqrt{x^2 + 2x + 3}}$$

Chọn đáp án **B**.

**Câu 148.** Nếu  $f(x) = \frac{2-x}{3x+1}$  thì  $f''(x)$  là biểu thức nào sau đây?

- A.  $\frac{42}{(3x+1)^2}$       B.  $\frac{2x-1}{(3x+1)^3}$       C.  $\frac{42}{(3x+1)^3}$       D.  $-\frac{42}{(3x+1)^3}$

**Hướng dẫn giải:**

$$f'(x) = -\frac{7}{(3x+1)^2} \Rightarrow f''(x) = 7 \cdot \frac{2(3x+1) \cdot (3x+1)'}{(3x+1)^4} = \frac{42}{(3x+1)^3}$$

Ta có:

Chọn đáp án **C**.

**Câu 149.** Nếu  $f(x) = x^2 \cos \frac{1}{x}$  thì  $f'(x)$  là biểu thức nào dưới đây?

- A.  $2x \cos \frac{1}{x} - x^2 \sin \frac{1}{x}$       B.  $-2x \sin \frac{1}{x}$       C.  $2x \cos \frac{1}{x} + \sin \frac{1}{x}$       D.  $\sin \frac{1}{x}$

**Hướng dẫn giải:**

$$f'(x) = (x^2)' \cdot \cos \frac{1}{x} + x^2 \cdot \left( \cos \frac{1}{x} \right)' = 2x \cdot \cos \frac{1}{x} + x^2 \cdot \left( -\sin \frac{1}{x} \right) \cdot \left( \frac{1}{x} \right)'$$

Ta có:

$$= 2x \cdot \cos \frac{1}{x} + \sin \frac{1}{x}$$

Chọn đáp án **C**.

**Câu 150.** Nếu  $g(x) = \frac{1}{\sin 2x}$  thì  $g'(x)$  là biểu thức nào sau đây?

- A.  $-\frac{2 \cos 2x}{\sin^2 2x}$       B.  $-\frac{2}{\sin^2 2x}$       C.  $-\frac{\cos 2x}{\sin^2 2x}$       D.  $\frac{1}{2 \cos 2x}$

**Hướng dẫn giải:**

$$g'(x) = \left( \frac{1}{\sin 2x} \right)' = -\frac{(\sin 2x)'}{\sin^2 2x} = -\frac{\cos 2x \cdot (2x)'}{\sin^2 2x} = -\frac{2 \cos 2x}{\sin^2 2x}$$

Ta có:

Chọn đáp án **A**.

**Câu 151.** Nếu  $h(x) = \frac{\cos x}{x^2}$  thì  $h'(x)$  là biểu thức nào sau đây?

- A.  $-\frac{\sin x}{2x}$       B.  $\frac{-x \sin x - 2 \cos x}{x^3}$       C.  $\frac{-x \sin x + 2 \cos x}{x^3}$       D.  $-\frac{2 \sin x}{x^3}$

**Hướng dẫn giải:**

$$h'(x) = \frac{(\cos x)' \cdot x^2 - \cos x \cdot (x^2)'}{x^4} = \frac{-x^2 \sin x - 2x \cdot \cos x}{x^4} = \frac{-x \sin x - 2 \cos x}{x^3}$$

Ta có:

Chọn đáp án **B**.

**Câu 152.** Nếu  $k(x) = 2 \sin^3 \sqrt{x}$  thì  $k'(x)$  là biểu thức nào sau đây?

A.  $\frac{6}{\sqrt{x}} \sin^2 \sqrt{x} \cos \sqrt{x}$

B.  $6 \sin^2 \sqrt{x} \cos \sqrt{x}$

C.  $\frac{3}{\sqrt{x}} \sin^2 \sqrt{x} \cos \sqrt{x}$

D.  $\frac{\cos^3 \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

**Hướng dẫn giải:**

Ta có:  $k'(x) = 2 \cdot (\sin^3 \sqrt{x})' = 2 \cdot 3 \sin^2 \sqrt{x} \cdot (\sin \sqrt{x})'$   
 $= 6 \sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot (\sqrt{x})' = \frac{3}{\sqrt{x}} \cdot \sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x}$

Chọn đáp án C.

**Câu 153.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$  tại điểm có hoành độ  $x = -1$  là:

A.  $y = -x + 1$ .

B.  $y = x - 1$ .

C.  $y = -x + 2$ .

D.  $y = 2x + 1$ .

**Hướng dẫn giải:**

Ta có  $f'(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ . Hệ số góc của tiếp tuyến là  $f'(-1) = -1$ .

Tiếp điểm là  $M(-1; 2)$  nên phương trình tiếp tuyến tại  $M$  là:  $y - 2 = -1(x + 1) \Leftrightarrow y = -x + 1$ .

Chọn đáp án A.

**Câu 154.** Nếu  $f(x) = (5x + 1)(1 - x)^3$  thì  $f'''(x)$  bằng:

A.  $-15(1 - x)^2$ .

B.  $2(1 - 10x)(1 - x)^2$ .

C.  $5(6x + 1)(1 - x)^2$ .

D.  $(5x - 2)(1 - x)^2$ .

**Hướng dẫn giải:**

$f'(x) = 5(1 - x)^3 - 3(5x + 1)(1 - x)^2$   
 $= (1 - x)^2 (5 - 5x - 15x - 3) = 2(1 - 10x)(1 - x)^2$

Chọn đáp án B

**Câu 155.** Nếu  $y = \sin \frac{x}{2}$  thì  $y^{(n)}$  bằng:

A.  $\frac{1}{2^n} \sin \left( \frac{x}{2} + n \frac{\pi}{2} \right)$ .

B.  $\sin \left( \frac{x}{2} + n \frac{\pi}{2} \right)$ .

C.  $2^n \sin \left( \frac{x}{2} + n \frac{\pi}{2} \right)$ .

D.  $\frac{1}{2^n} \sin \left( \frac{x}{2} + n\pi \right)$ .

**Hướng dẫn giải:**

$y' = \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \sin \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{2} \right)$

$y'' = \frac{1}{2^2} \cos \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{1}{2^2} \sin \left( \frac{x}{2} + 2 \cdot \frac{\pi}{2} \right)$

$y''' = \frac{1}{2^3} \cos \left( \frac{x}{2} + 3 \cdot \frac{\pi}{2} \right) = \frac{1}{2^3} \sin \left( \frac{x}{2} + 3 \cdot \frac{\pi}{2} \right)$

...

$y^{(n)} = \frac{1}{2^n} \sin \left( \frac{x}{2} + n\pi \right)$

Chọn đáp án D

**Câu 156.** Phương trình tiếp tuyến của parabol  $y = x^2 + x + 3$  song song với đường thẳng  $y = \frac{4}{3} - x$  là :

- A.  $y = x - 2$ .      B.  $y = 1 - x$ .      C.  $y = 2 - x$ .      D.  $y = 3 - x$ .

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $M(x_0; y_0)$  là tiếp điểm. Ta có  $y'(x_0) = -1 \Leftrightarrow 2x_0 + 1 = -1 \Leftrightarrow x_0 = -1$ .

Tọa độ  $M$  là  $M(-1; 3)$ . Phương trình tiếp tuyến  $y = -(x+1) + 3 \Leftrightarrow y = -x + 2$

Chọn đáp án C

**Câu 157.** Tiếp tuyến với đồ thị hàm số  $f(x) = \frac{3x+2}{2x-3}$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = 1$  có hệ số góc bằng bao nhiêu?

- A. 13      B. -1.      C. -5.      D. -13.

**Hướng dẫn giải:**

$$y' = -\frac{13}{(2x-3)^2}$$

Hệ số góc tiếp tuyến tại  $M$  là  $k = y'(1) = -13$ .

Chọn đáp án D

**Câu 158.** Tiếp tuyến với đồ thị hàm số  $f(x) = \frac{x+5}{x-2}$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = 3$  có hệ số góc bằng bao nhiêu?

- A. 3      B. -3.      C. -7.      D. -10.

**Hướng dẫn giải:**

$$y' = -\frac{7}{(x-2)^2}$$

Hệ số góc tiếp tuyến tại  $M$  là  $k = y'(3) = -7$ .

Chọn đáp án C

**Câu 159.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{3x+5}{x-3} + \sqrt{x}$  tại điểm  $x = 1$  bằng bao nhiêu?

- A. -3      B. 4.      C.  $\frac{7}{2}$ .      D.  $\frac{-1}{2}$ .

**Hướng dẫn giải:**

$$y' = -\frac{14}{(x-3)^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}. \text{ Ta có } y'(1) = -\frac{14}{4} + \frac{1}{2} = -3$$

Chọn đáp án A

**Câu 160.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x-3}{x+3} + \sqrt{4x}$  tại điểm  $x = 1$  bằng bao nhiêu?

- A.  $-\frac{5}{8}$       B.  $\frac{5}{8}$ .      C.  $\frac{25}{16}$ .      D.  $\frac{11}{8}$ .

**Hướng dẫn giải:**

$$y' = \frac{6}{(x+3)^2} + \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow y'(1) = \frac{6}{16} + 1 = \frac{11}{8}$$

Chọn đáp án D

**Câu 161.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \sqrt{4x}$  tại điểm  $x=1$  bằng bao nhiêu?

A.  $\frac{-1}{2}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{3}{4}$       D.  $\frac{3}{2}$

Hướng dẫn giải:

$$y' = \frac{2}{(x+1)^2} + \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow y'(1) = \frac{2}{4} + 1 = \frac{3}{2}$$

Chọn đáp án D

**Câu 162.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = x^4 + \sqrt{x} + 2$  tại điểm  $x=1$  bằng bao nhiêu?

A.  $\frac{17}{2}$       B.  $\frac{9}{2}$       C.  $\frac{9}{4}$       D.  $\frac{3}{2}$

Hướng dẫn giải:

$$y' = 4x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow y'(1) = 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

Chọn đáp án B

**Câu 163.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = x^3 + \sqrt{x} - 5$  tại điểm  $x=1$  bằng bao nhiêu?

A.  $\frac{7}{2}$       B.  $\frac{5}{2}$       C.  $\frac{7}{4}$       D.  $\frac{3}{2}$

Hướng dẫn giải:

$$y' = 3x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow y'(1) = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

Chọn đáp án A

**Câu 164.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $-\frac{x}{(x^2+1)^2}$       B.  $\frac{2x}{(x^2+1)^2}$       C.  $-\frac{2x}{(x^2+1)^2}$       D.  $\frac{2x}{(x^2+1)^2}$

Hướng dẫn:

$$f'(x) = -\frac{(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = -\frac{2x}{(x^2+1)^2}$$

Chọn đáp án C.

**Câu 165.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $\frac{2x^2}{(x^2-1)^2}$       B.  $\frac{-2x}{(x^2-1)^2}$       C.  $-\frac{1}{(x^2-1)^2}$       D.  $\frac{2x}{(x^2-1)^2}$

Hướng dẫn giải:

$$f'(x) = -\frac{(x^2 - 1)'}{(x^2 - 1)^2} = -\frac{2x}{(x^2 - 1)^2}$$

Chọn đáp án B.

**Câu 166.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $\frac{4x^2}{(x^2 - 1)^2}$

B.  $\frac{4x}{(x^2 - 1)^2}$

C.  $\frac{-2}{(x^2 - 1)^2}$

D.  $\frac{-4x}{(x^2 - 1)^2}$

Hướng dẫn giải:

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 1)' \cdot (x^2 - 1) - (x^2 - 1)' \cdot (x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{2x \cdot (x^2 - 1) - 2x \cdot (x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-4x}{(x^2 - 1)^2}$$

Chọn đáp án D

**Câu 167.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{2 - x^2}$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $\frac{2x}{(2 - x^2)^2}$

B.  $-\frac{2x}{(2 - x^2)^2}$

C.  $-\frac{2}{(2 - x^2)^2}$

D.  $-\frac{1}{(2 - x^2)^2}$

Hướng dẫn giải:

$$f'(x) = -\frac{(2 - x^2)'}{(2 - x^2)^2} = \frac{2x}{(2 - x^2)^2}$$

Chọn đáp án A

**Câu 168.** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1 - x^2}{2 - x^2}$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $\frac{2x}{(2 - x^2)^2}$

B.  $-\frac{2x}{(2 - x^2)^2}$

C.  $-\frac{2}{(2 - x^2)^2}$

D.  $-\frac{1}{(2 - x^2)^2}$

Hướng dẫn giải:

$$y' = \frac{(1 - x^2)' \cdot (2 - x^2) - (2 - x^2)' \cdot (1 - x^2)}{(2 - x^2)^2} = \frac{-2x(2 - x^2) + 2x(1 - x^2)}{(2 - x^2)^2} = \frac{-2x}{(2 - x^2)^2}$$

Chọn đáp án B

**Câu 169.** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{x^2 + x - 1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $\frac{-(2x + 1)}{(x^2 + x - 1)^2}$

B.  $\frac{-2(x + 1)}{(x^2 + x - 1)^2}$

C.  $\frac{-(2x - 1)}{(x^2 + x - 1)^2}$

D.  $\frac{2(2x + 1)}{(x^2 + x - 1)^2}$

Hướng dẫn giải:

$$y' = -\frac{(x^2 + x - 1)'}{(x^2 + x - 1)^2} = -\frac{2x + 1}{(x^2 + x - 1)^2}$$

Chọn đáp án A

**Câu 170.** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x - 1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $-\frac{2(2x-1)}{(x^2+x-1)^2}$       B.  $-\frac{2(2x+2)}{(x^2+x-1)^2}$       C.  $-\frac{2(2x+1)}{(x^2+x-1)^2}$       D.  $\frac{2(2x+1)}{(x^2+x-1)^2}$

**Hướng dẫn giải:**

$$y' = \left( \frac{x^2 + x - 1 + 2}{x^2 + x - 1} \right)' = \left( 1 + \frac{2}{x^2 + x - 1} \right)' = -\frac{2(x^2 + x - 1)'}{(x^2 + x - 1)^2} = -\frac{2(2x+1)}{(x^2 + x - 1)^2}$$

**Chọn đáp án C**

**Câu 171.** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x^2 + x + 3}{x^2 + x - 1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $-\frac{2(2x+1)}{(x^2+x-1)^2}$       B.  $-\frac{4(2x+1)}{(x^2+x-1)^2}$       C.  $-\frac{4(2x-1)}{(x^2+x-1)^2}$       D.  $-\frac{4(2x+4)}{(x^2+x-1)^2}$

**Hướng dẫn giải:**

$$y' = \left( \frac{x^2 + x - 1 + 4}{x^2 + x - 1} \right)' = \left( 1 + \frac{4}{x^2 + x - 1} \right)' = -\frac{4(x^2 + x - 1)'}{(x^2 + x - 1)^2} = -\frac{4(2x+1)}{(x^2 + x - 1)^2}$$

**Chọn đáp án B**

**Câu 172.** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{2x^2 + x + 1}$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $-\frac{(4x-1)}{(2x^2+x+1)^2}$       B.  $\frac{4x+1}{(2x^2+x+1)^2}$       C.  $-\frac{(4x+1)}{(2x^2+x+1)^2}$       D.  $\frac{-1}{(2x^2+x+1)^2}$

**Hướng dẫn giải:**

$$y' = -\frac{(2x^2 + x + 1)'}{(2x^2 + x + 1)^2} = -\frac{4x+1}{(x^2 + x - 1)^2}$$

**Chọn đáp án C**

**Câu 173.** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2x^2 + x + 5}{2x^2 + x + 2}$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $-\frac{-3(4x-1)}{(2x^2+x+2)^2}$       B.  $\frac{-3(4x+1)}{(2x^2+x+2)^2}$       C.  $\frac{-3}{(2x^2+x+2)^2}$       D.  $-\frac{-(4x+1)}{(2x^2+x+2)^2}$

**Hướng dẫn giải:**

$$y' = \left( \frac{2x^2 + x + 2 + 3}{2x^2 + x + 2} \right)' = \left( 1 + \frac{3}{2x^2 + x + 2} \right)' = -\frac{3(2x^2 + x + 2)'}{(2x^2 + x + 2)^2} = -\frac{3(4x+1)}{(2x^2 + x + 2)^2}$$

**Chọn đáp án B**

**Câu 174.** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^3 - x^2)^2$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $6x^5 + 4x^3$       B.  $6x^5 - 10x^4 + 4x$       C.  $6x^5 - 10x^4 - 4x^3$       D.  $6x^5 - 10x^4 + 4x^3$

**Hướng dẫn giải:**

$$y = (x^3 - x^2)^2 = x^6 - 2x^5 + x^4 \Rightarrow y' = 6x^5 - 10x^4 + 4x^3$$

**Chọn đáp án D**

**Câu 175.** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^5 - 2x^2)^2$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $10x^9 + 16x^3$

B.  $10x^9 - 14x^6 + 16x^3$

C.  $10x^9 - 28x^6 + 16x^3$

D.  $10x^9 - 28x^6 + 8x^3$

**Hướng dẫn giải:**

$$y = (x^5 - 2x^2)^2 = x^{10} - 4x^7 + 4x^4 \Rightarrow y' = 10x^9 - 28x^6 + 16x^3$$

**Chọn đáp án C**

**Câu 176.** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^3 - x^2)^3$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $3(x^3 - x^2)^2$

B.  $3(x^3 - x^2)^2(3x^2 - 2x)$

C.  $3(x^3 - x^2)^2(3x^2 - x)$

D.  $3(x^3 - x^2)(3x^2 - 2x)$

**Hướng dẫn giải:**

$$y' = 3(x^3 - x^2)^2(x^3 - x^2)' = 3(3x^2 - 2x)(x^3 - x^2)^2$$

**Chọn đáp án B**

**Câu 177.** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^3 - x^2 + x)^2$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $2(x^3 - x^2 + x)^2(3x^2 - 2x + 1)$

B.  $2(x^3 - x^2 + x)(3x^2 - 2x + 1)$

C.  $2(x^3 - x^2 + x)(3x^2 - 2x)$

D.  $2(x^3 - x^2 + x)(3x^2 - 2x + 1)$

**Hướng dẫn giải:**

$$y' = 2(x^3 - x^2 + x)(x^3 - x^2 + x)' = 2(3x^2 - 2x + 1)(x^3 - x^2 + x)$$

**Chọn đáp án D**

**Câu 178.** Đạo hàm của hàm số  $y = \left(\frac{2-3x}{2x+1}\right)^2$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $\frac{-14}{(2x+1)^2} \cdot \frac{2-3x}{2x+1}$

B.  $\frac{-4}{(2x+1)^2} \cdot \frac{2-3x}{2x+1}$

C.  $\frac{16}{(2x+1)^2} \cdot \frac{2-3x}{2x+1}$

D.  $2\left(\frac{2-3x}{2x+1}\right)$

**Hướng dẫn giải:**

$$y' = 2\left(\frac{2-3x}{2x+1}\right) \cdot \left(\frac{2-3x}{2x+1}\right)' = 2\left(\frac{2-3x}{2x+1}\right) \cdot \frac{-3(2x+1) - 2(2-3x)}{(2x+1)^2} = -\frac{14}{(2x+1)^2} \cdot \frac{2-3x}{2x+1}$$

**Chọn đáp án A**

**Câu 179.** Đạo hàm của hàm số  $y = (2x^2 - x + 1)^2$  bằng biểu thức nào sau đây?

A.  $(4x-1)^2$

B.  $2(2x^2 - x + 1)(4x^2 - x)$

C.  $2(2x^2 - x + 1)^2(4x-1)$

D.  $2(2x^2 - x + 1)(4x-1)$

**Hướng dẫn giải:**

$$y' = 2(2x^2 - x + 1)(2x^2 - x + 1)' = 2(2x^2 - x + 1)(4x-1)$$

**Chọn đáp án D**

**Câu 180.** Để tính đạo hàm của  $y = f(x) = \cos\left(x^2 - \frac{\pi}{4}\right)$ , một học sinh lập luận theo 4 bước sau:

**A.** Xét  $u: x \mapsto u(x) = x^2 - \frac{\pi}{4}; \quad v: x \mapsto v(u) = \cos u$

**B.** Hàm số  $y = f(x) = \cos\left(x^2 - \frac{\pi}{4}\right)$  là hàm hợp của hai hàm  $u$  và  $v$  (theo thứ tự đó).

**C.** Áp dụng công thức  $f'(x) = v'(u) \cdot u'(x)$

**D.**  $f(x) = \sin u \cdot 2x = 2x \sin\left(x^2 - \frac{\pi}{4}\right)$

Hỏi nếu sai thì sai tại bước nào?

Hướng dẫn giải:

Sai bước  $f(x) = \sin u \cdot 2x = 2x \sin\left(x^2 - \frac{\pi}{4}\right)$ , vì  $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$

Chọn **D**

**Câu 181.** Cho hàm số  $y = \cos 2x \cdot \sin^2 \frac{x}{2}$ . Xét hai kết quả sau:

(I)  $y' = -2 \sin 2x \sin^2 \frac{x}{2} + \sin x \cos 2x$

(II)  $y' = 2 \sin 2x \sin^2 \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin x \cos 2x$

Hãy chọn kết quả đúng

**A.** Chỉ (I). **B.** Chỉ (II).

**C.** Cả hai đều đúng.

**D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải:

Ta có  $\left(\cos 2x \cdot \sin^2 \frac{x}{2}\right)' = -2 \sin 2x \cdot \sin^2 \frac{x}{2} + 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{2} \cos 2x = -2 \sin 2x \cdot \sin^2 \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin x \cos 2x$

Chọn **B**

**Câu 182.** Hàm số  $y = \tan^2 \frac{x}{2}$  có đạo hàm là

**A.**  $y' = \frac{\tan \frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2}}$

**B.**  $y' = \frac{2 \sin \frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2}}$

**C.**  $y' = \frac{\sin \frac{x}{2}}{2 \cos^3 \frac{x}{2}}$

**D.**  $y' = \tan^3 \frac{x}{2}$

Hướng dẫn giải:

$y' = 2 \tan \frac{x}{2} \cdot \left(\tan \frac{x}{2}\right)' = \frac{\tan \frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2}}$

Chọn **A**

**Câu 183.** Hàm số  $y = \sqrt{\cot 2x}$  có đạo hàm là

**A.**  $y' = \frac{1 + \cot^2 2x}{\sqrt{\cot 2x}}$

**B.**  $y' = \frac{-(1 + \cot^2 2x)}{\sqrt{\cot 2x}}$

C.  $y' = \frac{1 + \tan^2 2x}{\sqrt{\cot 2x}}$

D.  $y' = \frac{-(1 + \tan^2 2x)}{\sqrt{\cot 2x}}$

Hướng dẫn giải:

$$y' = \frac{(\cot 2x)'}{2\sqrt{\cot 2x}} = \frac{-2(1 + \cot^2 2x)}{2\sqrt{\cot 2x}} = \frac{-(1 + \cot^2 2x)}{\sqrt{\cot 2x}}$$

Chọn B

**Câu 184.** Cho hàm số  $y = f(x) = \sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x}$ . Giá trị  $f'\left(\frac{\pi^2}{16}\right)$  bằng:

A. 0.

B.  $\sqrt{2}$ .

C.  $\frac{\pi}{2}$ .

D.  $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$ .

Hướng dẫn giải:

$$f'(x) = \frac{\cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} - \frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} (\cos \sqrt{x} - \sin \sqrt{x})$$

$$f'\left(\frac{\pi^2}{16}\right) = \frac{2}{\pi} \left( \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

Chọn A

**Câu 185.** Xét hàm số  $f(x) = \sqrt[3]{\cos 2x}$ . Chọn câu **sai**:

A.  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$

B.  $f'(x) = \frac{-2 \sin 2x}{3\sqrt[3]{\cos^2 2x}}$

C.  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

D.  $3y^2 \cdot y' + 2 \sin 2x = 0$

Hướng dẫn giải:

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1 \quad \text{nên câu A là đúng}$$

Viết hàm số thành  $f(x) = (\cos 2x)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3} (\cos 2x)^{-\frac{2}{3}} \cdot (\cos 2x)' = \frac{-2 \sin 2x}{3\sqrt[3]{\cos^2 2x}}$  nên câu B là đúng và  $3y^2 \cdot y' + 2 \sin 2x = 0$  nên câu D là đúng

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{-2 \sin \pi}{3\sqrt[3]{\cos \pi}} = 0 \Rightarrow \text{câu C sai}$$

Chọn C

**Câu 186.** Cho hàm số  $y = f(x) = -3x^4 + 4x^3 + 5x^2 - 2x + 1$ . Lấy đạo hàm cấp 1, 2, 3,... Hỏi đạo hàm đến cấp nào thì ta được kết quả triệt tiêu?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Hướng dẫn giải:

$f(x)$  là đa thức bậc 3  $\Rightarrow$  đạo hàm đến cấp 3 sẽ “hết”  $x \Rightarrow$  đạo hàm cấp 4 kết quả bằng 0

Chọn C

**Câu 187.** Cho hàm số  $y = f(x) = \sin x$ . Hãy chọn câu sai:

A.  $y' = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ .

B.  $y'' = \sin(x + \pi)$ .

C.  $y''' = \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$ .

D.  $y^{(4)} = \sin(2\pi - x)$ .

Hướng dẫn giải:

$$y' = \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right); \quad y'' = \sin\left(x + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = \sin(x + \pi); \quad y''' = \sin\left(x + \pi + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right);$$

$$y^{(4)} = \sin\left(x + \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = \sin(x + 2\pi) = \sin x \quad \text{còn} \quad \sin(2\pi - x) = \sin x \neq y^{(4)}$$

Chọn D

**Câu 188.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{1-x}$ . Đạo hàm cấp hai của  $f$  là

A.  $y'' = 2 + \frac{1}{(1-x)^2}$ .

B.  $y'' = \frac{2}{(1-x)^3}$ .

C.  $y'' = \frac{-2}{(1-x)^3}$ .

D.  $y'' = \frac{2}{(1-x)^4}$ .

Hướng dẫn giải:

$$y = f(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{x-1} = -x + \frac{2}{x-1}$$

$$\Rightarrow y' = f'(x) = -1 - \frac{2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1 \Rightarrow \text{(I) True}$$

$$\Rightarrow y'' = f'' = \frac{4}{(x-1)^3} > 0, \forall x > 1 \Rightarrow \text{(II) False} \quad y' = 2 + \frac{1}{(x-1)^2}; \quad y'' = \frac{-2}{(x-1)^3} = \frac{2}{(1-x)^3}$$

Chọn B

**Câu 189.** Cho hàm số  $y = f(x) = -\frac{1}{x}$ . Xét hai mệnh đề:

(I)  $y'' = \frac{2}{x^3};$

(II)  $y''' = -\frac{6}{x^4}$

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ (I).

B. Chỉ (II).

C. Cả hai đều đúng.

D. Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải:

$$y' = \frac{1}{x^2}, \quad y'' = \frac{-2}{x^3}, \quad y''' = \frac{6}{x^4}$$

Chọn D

**Câu 190.** Xét hàm số  $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ . Phương trình  $f^{(4)}(x) = -8$  có nghiệm  $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là

A.  $x = \frac{\pi}{2}$

B.  $x = 0, x = \frac{\pi}{6}$ .

C.  $x = 0, x = \frac{\pi}{3}$ .

D.  $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ .

**Hướng dẫn giải:**

$$f'(x) = -2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right), f''(x) = -4\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right), f'''(x) = 8\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right), f^{(4)}(x) = 16\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\text{PT } f^{(4)}(x) = -8 \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}$$

Mà  $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  nên chỉ có giá trị  $x = \frac{\pi}{2}$  thoả mãn

**Chọn A**

**Câu 191.** Cho hàm số  $y = \sin 2x$ . Hãy chọn câu đúng

A.  $4y - y'' = 0$ .

B.  $4y + y'' = 0$ .

C.  $y = y' \tan 2x$ .

D.  $y^2 + (y')^2 = 4$ .

**Hướng dẫn giải:**

$$y' = 2\cos 2x, y'' = -4\sin 2x$$

$$\text{Xét } 4y - y'' = 4\sin 2x + 4\sin 2x \Rightarrow \text{loại đáp án } 4y - y'' = 0$$

$$\text{Xét } 4y + y'' = 4\sin 2x - 4\sin 2x = 0 \Rightarrow \text{Chọn đáp án } 4y + y'' = 0$$

$$\text{Xét } y' \tan 2x = 2\cos 2x \cdot \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = 2\sin 2x \neq y \Rightarrow \text{loại đáp án } y = y' \tan 2x$$

$$\text{Xét } y^2 + (y')^2 = \sin^2 2x + 4\cos^2 2x \neq 4 \Rightarrow \text{loại đáp án } y^2 + (y')^2 = 4$$

**Chọn đáp án B**

**Câu 192.** Cho hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 1}$ . Xét hai quan hệ:

(I)  $y \cdot y' = 2x$

(II)  $y^2 \cdot y'' = y'$

Quan hệ nào đúng:

A. Chỉ (I). B. Chỉ (II).

C. Cả hai đều đúng.

D. Cả hai đều sai.

**Hướng dẫn giải:**

$$y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}, y'' = \frac{1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$y, y' = \sqrt{x^2 + 1} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = x$$

Xét  $\Rightarrow$  (I) sai

$$y^2, y'' = (x^2 + 1) \cdot \frac{1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \neq y'$$

Xét  $\Rightarrow$  (II) sai

**Chọn đáp án D**

**Câu 193.** Cho hàm số  $y = f(x) = (x-1)^2$ . Biểu thức nào sau đây là vi phân của hàm số  $f$ ?

A.  $dy = 2(x-1)dx$       B.  $dy = (x-1)^2 dx$       C.  $dy = 2(x-1)$       D.  $dy = (x-1)dx$

Hướng dẫn giải:

$$dy = 2(x-1)dx$$

**Chọn đáp án A**

**Câu 194.** Cho hàm số  $y = f(x)$  được xác định bởi biểu thức  $y' = \cos x$  và  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ . Hàm số  $y = f(x)$  là hàm số

A.  $y = 1 + \sin x$       B.  $y = \cos x$       C.  $y = 1 - \cos x$       D.  $y = \sin x$

Hướng dẫn giải:

$$y' = \cos x \Rightarrow y = \sin x + C \quad (C : \text{hằng số})$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow \sin \frac{\pi}{2} + C = 1 \Leftrightarrow C = 0. \text{ Vậy } y = \sin x$$

**Chọn đáp án D**

**Câu 195.** Xét hàm số  $y = f(x) = \sqrt{1 + \cos^2 2x}$ . Chọn câu đúng:

A.  $df(x) = \frac{-\sin 4x}{2\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$       B.  $df(x) = \frac{-\sin 4x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$

C.  $df(x) = \frac{\cos 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$       D.  $df(x) = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$

Hướng dẫn giải:

$$y' = \frac{(1 + \cos^2 2x)'}{2\sqrt{1 + \cos^2 2x}} = \frac{-2 \cdot 2 \cdot \cos 2x \cdot \sin 2x}{2\sqrt{1 + \cos^2 2x}} = \frac{-\sin 4x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$$

**Chọn đáp án B**

**Câu 196.** Cho hàm số  $y = f(x) - \cos^2 x$  với  $f(x)$  là hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Nếu  $y' = 1$  và  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$  thì  $f(x)$  là

A.  $x + \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{\pi}{4}$ .

B.  $x - \frac{1}{2} \cos 2x$ .

C.  $x - \sin 2x$ .

D.  $x + \sin 2x$ .

**Hướng dẫn giải:**

Xét  $y' = f'(x) + \sin 2x$

Nếu  $y' = 1 \Leftrightarrow f'(x) = 1 - \sin 2x$

Do đó  $f(x) = x + \frac{1}{2} \cos 2x + C$

Mà  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{2} + C = 0 \Leftrightarrow C = -\frac{\pi}{4}$ . Vậy  $f(x) = x + \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{\pi}{4}$

**Chọn đáp án A**

**Câu 197.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và  $f(x) = \begin{cases} \sin x & (x \geq 0) \\ \sin(-x) & (x < 0) \end{cases}$ . Tìm khẳng định **sai**

A. Hàm số  $f$  không liên tục tại  $x_0 = 0$ .

B. Hàm số  $f$  không có đạo hàm tại  $x_0 = 0$ .

C.  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$ .

D.  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ .

**Hướng dẫn giải:**

Ta có  $f(x) = \begin{cases} \sin x & (x \geq 0) \\ -\sin x & (x < 0) \end{cases}$

\*  $f(x)$  liên tục tại  $x_0 = 0 \Rightarrow$  “Hàm số  $f$  không liên tục tại  $x_0 = 0$ ”: là đúng

\*  $f(x)$  không tồn tại đạo hàm tại điểm  $x_0 = 0 \Rightarrow$  “Hàm số  $f$  không có đạo hàm tại  $x_0 = 0$ ”: là đúng

\*  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow$  “ $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$ ” là sai

\*  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow$  “ $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ ” là đúng

**Chọn đáp án C**

**Câu 198.** Cho hàm số  $f(x) = \sin(\pi \sin x)$ . Giá trị  $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$

A.  $-\frac{\pi}{2}$ .

B.  $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$ .

C. 0.

D.  $\frac{\pi}{2}$ .

**Hướng dẫn giải:**

$y' = \cos(\pi \sin x) \cdot (\pi \sin x)' = \pi \cos x \cdot \cos(\pi \sin x)$

$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \pi \cos \frac{\pi}{6} \cdot \cos\left(\pi \sin \frac{\pi}{6}\right) = \pi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Chọn đáp án C

**Câu 199.** Cho hàm số  $f$  xác định trên  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$  bởi  $y = f(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{x - 1}$ . Xét hai mệnh đề:

$$(I) \quad y' = f'(x) = -1 - \frac{2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$$

$$(II) \quad y'' = f''(x) = \frac{4}{(x-1)^3} > 0, \forall x \neq 1$$

Chọn mệnh đề đúng:

**A.** Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều sai. **D.** Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải:

$$y = f(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{x - 1} = -x + \frac{2}{x - 1}$$

$$\Rightarrow y' = f'(x) = -1 - \frac{2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1 \Rightarrow (I) \text{ True}$$

$$\Rightarrow y'' = f''(x) = \frac{4}{(x-1)^3} > 0, \forall x > 1 \Rightarrow (II) \text{ False}$$

Chọn đáp án A

**Câu 200.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$  có đồ thị  $(C)$ . Xét ba mệnh đề:

(I)  $(C)$  thu gọn thành đường thẳng  $y = x + 1$

(II)  $(C)$  thu gọn thành hai đường tiệm cận

(III)  $y' = f'(x) = 1, \forall x \neq 2$

Hãy chọn mệnh đề đúng.

**A.** Chỉ (I) và (II). **B.** Chỉ (II) và (III). **C.** Chỉ (III) và (I). **D.** Cả ba mệnh đề.

Hướng dẫn giải:

$$y = f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} = \frac{(x+1)(x-2)}{x-2} = x+1, \forall x \neq 2 \Rightarrow (I) \text{ False}, (II) \text{ True}$$

$$y' = f'(x) = 1, \forall x \neq 2 \Rightarrow (III) \text{ True}$$

Chọn đáp án B

**Câu 201.** Cho hàm số  $y = f(x) = \sqrt[3]{1-x}$ . Xét hai mệnh đề:

$$(I) \quad y' = f'(x) = \frac{-1}{3\sqrt[3]{(1-x)^2}}; \quad (II) \quad 3y'y^2 + 1 = 0$$

Hãy chọn mệnh đề đúng.

**A.** Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải:

$$y = f(x) = \sqrt[3]{1-x} \Rightarrow y' = f'(x) = \frac{-1}{3\sqrt[3]{(1-x)^2}} \Rightarrow \text{(I) True}$$

$$\Rightarrow 3y'y^2 + 1 = 3 \cdot \frac{-1}{3\sqrt[3]{(1-x)^2}} \cdot \sqrt[3]{(1-x)^2} + 1 = 0 \Rightarrow \text{(II) True}$$

Chọn đáp án C

**Câu 202.** Cho hàm số  $y = 2 \sin \sqrt{x}$ . Đạo hàm của  $y$  là

A.  $y' = 2 \cos \sqrt{x}$ .      B.  $y' = \frac{1}{\sqrt{x}} \cos \sqrt{x}$ .      C.  $y' = 2\sqrt{x} \cos \frac{1}{\sqrt{x}}$ .      D.  $y' = \frac{1}{\sqrt{x} \cos \sqrt{x}}$ .

Hướng dẫn giải:

$$y = 2 \sin \sqrt{x} \Rightarrow y' = 2 \cos \sqrt{x} \cdot (\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}} \cos \sqrt{x}$$

Chọn đáp án B

**Câu 203.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{\sin^2 2x}$ . Xét hai câu:

(I)  $f'(x) = \frac{-4 \cos 2x}{\sin^3 2x}$       (II) Hàm số  $g(x)$  mà  $g'(x) = f(x)$  thì  $g(x) = -2 \cot 2x$

Chọn câu đúng:

A. Chỉ (I).    B. Chỉ (II).    C. Cả hai đều đúng.    D. Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải:

$$y = f(x) = \frac{1}{\sin^2 2x} \Rightarrow y' = f'(x) = \frac{-(\sin^2 2x)'}{\sin^4 2x} = \frac{-4 \cos 2x}{\sin^3 2x} \Rightarrow \text{(I) True}$$

$$g(x) = -2 \cot 2x \Rightarrow g'(x) = \frac{4}{\sin^2 2x} \Rightarrow \text{(II) False}$$

Chọn đáp án A

**Câu 204.** Cho hàm số  $f(x) = x^2$  có đồ thị (P) và hàm số  $g(x) = x^3$  có đồ thị (C). Xét hai câu sau:

(I) Những điểm khác nhau  $M \in (P)$  và  $N \in (C)$  sao cho tại những điểm đó, tiếp tuyến song song với nhau là

những điểm có tọa độ  $M\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{9}\right) \in (P)$  và  $N\left(\frac{2}{3}; \frac{8}{27}\right) \in (C)$ .

(II)  $g'(x) = 3f(x)$

Chọn câu đúng.

A. Chỉ (I).    B. Chỉ (II).    C. Cả hai đều đúng.    D. Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải:

$$\left. \begin{aligned} f(x) = x^2 &\Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f'\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{3} \\ g(x) = x^3 &\Rightarrow g'(x) = 3x^2 \Rightarrow g'\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{(I) True}$$

$$g'(x) = 3x^2 = 3f(x) \Rightarrow \text{(II) True}$$

Chọn đáp án C

**Câu 205.** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$  có đồ thị  $(C)$ . Tiếp tuyến với  $(C)$  đi qua điểm  $A(0; 2)$  là

- A.  $y = 2x - 3$ .      B.  $y = -2x + 3$ .      C.  $y = -3x - 2$ .      D.  $y = -3x + 2$ .

**Hướng dẫn giải:**

$$y = f(x) = x^3 - 3x + 2; A(0; 2)$$

$\forall x, A \in (C) \Rightarrow$  ph ư ng tr ư nh ti ếp tuy ễ n v ớ i  $(C)$  t ại  $A$

$$y' = f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f'(0) = 3$$

$$\Rightarrow PTTT: y = 3x - 2$$

**Chọn đáp án D**

**Câu 206.** Cho hàm số  $y = f(x) + \cos^2 x$  với  $f(x)$  là hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Nếu  $y' = \sqrt{2} \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$  thì  $f'(x)$  bằng:

- A.  $\frac{1}{2} \sin 2x$ .      B.  $-\frac{1}{2} \sin 2x$ .      C.  $\sin 2x$ .      D.  $\cos 2x$ .

**Hướng dẫn giải:**

$$y = f(x) + \cos^2 x \Rightarrow y' = f'(x) - \sin 2x$$

$$\text{Theo gt } y' = \sqrt{2} \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos 2x - \sin 2x \Rightarrow f'(x) = \cos 2x$$

$$\left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)' = \cos 2x \Rightarrow \text{A True}$$

**Chọn đáp án A**

**Câu 207.** Cho hàm số  $f'(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ . Hàm số  $f(x)$  bằng:

- A.  $\frac{1}{\sin x}$ .      B.  $-\frac{1}{\sin x}$ .      C.  $\cot x$ .      D.  $-\cot x$ .

**Hướng dẫn giải:**

$$\left(\frac{1}{\sin x}\right)' = \frac{-\cos x}{\sin^2 x} \Rightarrow \text{A False}$$

$$\left(-\frac{1}{\sin x}\right)' = \frac{\cos x}{\sin^2 x} \Rightarrow \text{B False}$$

$$(\cot x)' = \frac{-1}{\sin^2 x} \Rightarrow \text{C False}$$

$$(-\cot x)' = \frac{1}{\sin^2 x} \Rightarrow \text{D True}$$

**Chọn đáp án D**

**Câu 208.** Nếu  $f''(x) = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$  thì  $f'(x)$  bằng:

- A.  $\tan x$ .      B.  $\cot x$ .      C.  $-\frac{1}{\cos x}$ .      D.  $\frac{1}{\cos^2 x}$ .

Hướng dẫn giải:

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow (\tan x)'' = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x} \Rightarrow \text{A True}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} \Rightarrow (\cot x)'' = \frac{-2 \cos x}{\cos^3 x} \Rightarrow \text{B False}$$

$$\left(-\frac{1}{\cos x}\right)' = \frac{\sin x}{\cos^2 x} \Rightarrow \left(-\frac{1}{\cos x}\right)'' = \frac{\cos^2 x + 2 \sin^2 x}{\cos^3 x} \Rightarrow \text{C False}$$

$$\left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)' = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x} \Rightarrow \left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)'' = \frac{2 \cos^2 x + 6 \sin^2 x}{\cos^4 x} \Rightarrow \text{D False}$$

Chọn đáp án A

**Câu 209.** Cho hàm số  $f(x) = \cos 2x$ . Xét hàm số  $u, v: \begin{cases} f'(x) = u(x) \\ v'(x) = f(x) \end{cases}$ . Chọn câu đúng.

A.  $\begin{cases} u(x) = 2 \cos 2x \\ v(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{cases}$  . B.  $\begin{cases} u(x) = -2 \cos 2x \\ v(x) = \frac{1}{2} \cos 2x \end{cases}$  . C.  $\begin{cases} u(x) = -2 \sin 2x \\ v(x) = \frac{1}{2} \sin 2x \end{cases}$  . D.  $\begin{cases} u(x) = 2 \sin 2x \\ v(x) = -\frac{1}{2} \sin 2x \end{cases}$  .

Hướng dẫn giải:

Vì  $f(x) = \cos 2x$  nên  $v(x)$  phải là hàm chứa  $\sin 2x$ , do đó, loại đáp án A, B.

Kiểm tra hai đáp án còn lại bằng cách đạo hàm  $v(v)$ , ta có  $\left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)' = \frac{1}{2} (2x)' \cos 2x = \cos 2x$ . Do đó,

Hơn nữa, chúng ta có thể áp dụng công thức đạo hàm  $(\cos u)' = -u' \sin u$  để kiểm tra ý còn lại, tức là  $f'(x) = -(2x)' \sin 2x = -2 \sin 2x$ .

Chọn đáp án C

**Câu 210.** Xét hai mệnh đề:

$$(I) \quad f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow f'(x) = \frac{-2 \sin x}{\cos^3 x}; (II) \quad g(x) = \frac{1}{\cos x} \Rightarrow g'(x) = -\frac{\sin x}{\cos^2 x}$$

Mệnh đề nào sai?

A. Chỉ (I). B. Chỉ (II). C. Cả hai đều sai. D. Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải:

Kiểm tra các mệnh đề (I), (II) bằng cách áp dụng các công thức đạo hàm  $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$ ,  $(u^n)' = nu'u^{n-1}$ ,  $(\cos x)' = -\sin x$ , ta có

$$\bullet \quad \left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)' = -\frac{(\cos^2 x)'}{\cos^4 x} = -\frac{2(\cos x)' \cos x}{\cos^4 x} = -\frac{2(-\sin x) \cos x}{\cos^4 x} = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x} \Rightarrow (I) \text{ sai}$$

$$\bullet \left( \frac{1}{\cos x} \right)' = -\frac{(\cos x)'}{\cos^2 x} = -\frac{(-\sin x)}{\cos^2 x} = \frac{\sin x}{\cos^2 x} \Rightarrow \quad \text{(II) sai}$$

**Chọn đáp án C**

**Câu 211.** Xét hai mệnh đề:

$$(I) \quad f'(x) = \sin^3 x \Rightarrow f(x) = \frac{1}{4} \sin^4 x;$$

$$(II) \quad g'(x) = \sin^3 x \cos x \Rightarrow g(x) = \frac{1}{4} \sin^4 x.$$

Mệnh đề nào đúng?

**A.** Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải:

$$\bullet \text{ Kiểm tra mệnh đề (I): Ta có } \left( \frac{1}{4} \sin^4 x \right)' = \frac{1}{4} (\sin^4 x)' = \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot (\sin x)' \sin^3 x = \cos x \cdot \sin^3 x.$$

• Kiểm tra mệnh đề (II): Từ ý trên, rõ ràng (II) đúng.

**Chọn đáp án B**

**Câu 212.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$ . Để tính  $f'(x)$ , ta lập luận theo hai cách:

$$(I) \quad f(x) = \tan \left( \frac{\pi}{4} - x \right) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\cos^2 \left( \frac{\pi}{4} - x \right)}$$

$$(II) \quad f(x) = \frac{\sqrt{2} \cos \left( x + \frac{\pi}{4} \right)}{\sqrt{2} \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right)} = \cot \left( x + \frac{\pi}{4} \right) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sin^2 \left( x + \frac{\pi}{4} \right)}$$

Cách nào đúng?

**A.** Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải:

$$f(x) = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} = \frac{\sqrt{2} \sin \left( \frac{\pi}{4} - x \right)}{\sqrt{2} \cos \left( \frac{\pi}{4} - x \right)} = \tan \left( \frac{\pi}{4} - x \right)$$

• Kiểm tra mệnh đề (I): Biến đổi . Áp dụng công thức

$$(\tan u)' = u' \tan u, \text{ ta có}$$

$$f'(x) = \left( \frac{\pi}{4} - x \right)' \cdot \frac{1}{\cos^2 \left( \frac{\pi}{4} - x \right)} = -\frac{1}{\cos^2 \left( \frac{\pi}{4} - x \right)}$$

Do đó (I) sai.

- Kiểm tra mệnh đề (II): Biến đổi  $f(x) = \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ . Áp dụng công thức đạo hàm  $(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$ , ta có
- $$f'(x) = -\frac{\left(x + \frac{\pi}{4}\right)'}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = -\frac{1}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}.$$
- Do đó, (II) sai

**Chọn đáp án D**

**Câu 213.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{\tan x - 1}{\tan x + 1}$ . Xét hai mệnh đề:

$$(I) \quad f'(x) = \frac{2(1 + \tan^2 x)}{(1 + \tan x)^2}; \quad (II) \quad f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$$

Mệnh đề nào đúng?

**A.** Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải:

- Kiểm tra mệnh đề (I): Áp dụng công thức  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ , ta có

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(\tan x - 1)'(\tan x + 1) - (\tan x - 1)(\tan x + 1)'}{(1 + \tan x)^2} \\ &= \frac{(\tan^2 x + 1)(\tan x + 1) - (\tan x - 1)(1 + \tan^2 x)}{(1 + \tan x)^2} \\ &= \frac{(\tan^2 x + 1)[\tan x + 1 - \tan x + 1]}{(1 + \tan x)^2} = \frac{2(1 + \tan^2 x)}{(1 + \tan x)^2} \end{aligned}$$

Do đó (I) đúng.

- Kiểm tra mệnh đề (II): Áp dụng kết quả mệnh đề (I), ta có

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{2\left(1 + \tan^2 \frac{\pi}{4}\right)}{\left(1 + \tan \frac{\pi}{4}\right)^2} = \frac{2(1+1)}{(1+1)^2} = 1$$

Do đó (II) đúng.

**Chọn đáp án C**

**Câu 214.** Cho hàm số  $y = f(x) = \sqrt{\sin x} - \sqrt{\cos x}$ . Khẳng định nào sai?

**A.**  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ . **B.**  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ . **C.**  $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$ . **D.**  $f'(0)$  không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Với  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ , ta có  $y' = \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}} + \frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$ , ta kiểm tra từng đáp án như sau

•  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{\sin \frac{\pi}{4}} - \sqrt{\cos \frac{\pi}{4}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}} - \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 0$  nên A đúng.

•  $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}} + \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$  nên C đúng.

• Không tồn tại  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$  nên không tồn tại  $f'(0)$  nên D đúng.

• Không tồn tại  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{f(x) - f\left(\frac{\pi}{2}\right)}{x - \frac{\pi}{2}}$  nên không tồn tại  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$  nên B sai.

**Chọn đáp án B**

**Câu 215.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{\tan x} + \frac{1}{\cot x}$ . Xét hai phép lập luận:

(I)  $f(x) = \cot x + \tan x \Rightarrow f'(x) = \frac{-1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{-4 \cos 2x}{\sin^2 2x}$

(II)  $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{2}{\sin 2x} \Rightarrow f'(x) = \frac{-4 \cos 2x}{\sin^2 2x}$

Phép lập luận nào đúng?

**A.** Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Hướng dẫn giải:

• Kiểm tra phép lập luận (I):

$$f'(x) = (\cot x + \tan x)' = (\cot x)' + (\tan x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} = \frac{-4 \cos 2x}{\sin^2 2x}$$

Do đó, lập luận (I) đúng.

• Kiểm tra phép lập luận (II):

$$f(x) = \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2x} = \frac{2}{\sin 2x}$$

$$f'(x) = -\frac{2(\sin 2x)'}{\sin^2 2x} = -\frac{2(2x)' \cos 2x}{\sin^2 2x} = -\frac{4 \cos 2x}{\sin^2 2x}$$

Do đó, lập luận (II) đúng.

**Chọn đáp án C**

$$f(x) = \cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

**Câu 216.** Cho hàm số . Hãy chọn câu **sai**:

**A.**  $f(0) = -1$  .

**B.**  $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0$  .

**C.**  $f'(0) = -4$  .

**D.**  $f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = -2$  .

Hướng dẫn giải:

$$f'(x) = -\frac{\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)'}{\sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)} = -\frac{2}{\sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}$$

Ta có

Do đó

•  $f(0) = \cot\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$  nên A sai

•  $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \cot\left(2 \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4}\right) = \cot \frac{\pi}{2} = 0$  nên B đúng

•  $f'(0) = -\frac{2}{\sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right)} = -4$  nên C đúng

•  $f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = -\frac{2}{\sin^2\left(2 \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4}\right)} = -2$  nên D đúng

**Chọn đáp án A**

**Câu 217.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x$  theo 4 bước sau đây. Biết rằng cách tính cho kết quả sai, hỏi cách tính sai ở bước nào?

**A.**  $y = f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x)$  .

**B.**  $f(x) = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3$  .

**C.**  $f(x) = 1^3 = 1$  .

**D.**  $f'(x) = 1$  .

**Hướng dẫn giải:**

Kiểm tra từng bước, ta có

- Bước A đúng vì  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  nên  $3 \sin^2 x \cos^2 x = 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x)$
- Áp dụng hằng đẳng thức  $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$  nên bước B đúng.
- Lại áp dụng  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  nên bước C đúng.
- Sử dụng sai công thức đạo hàm lẽ ra  $(c)' = 0$  nên D sai.

**Chọn đáp án D**

**Câu 218.** Xét hàm số  $y = f(x)$  với  $0 < x, y < \frac{\pi}{2}$  cho bởi:  $\sin y = \cos^2 x$  (1). Để tính đạo hàm  $f'$  của  $f$ , ta lập luận qua hai bước:

(I) Lấy vi phân hai vế của (1):

$$\cos y dy = -2 \cos x \cdot \sin x dx \Rightarrow y' = \frac{dy}{dx} = \frac{-2 \sin x \cos x}{\cos y}$$

$$(II) \quad y' = \frac{-2 \sin x \cos x}{\sqrt{1 - \sin^2 y}} = \frac{-2 \sin x \cos x}{\sqrt{(1 - \cos^2 x)(1 + \cos^2 x)}} = \frac{-2 \sin x \cos x}{|\sin x| \sqrt{1 + \cos^2 x}} = \frac{-2 \cos x}{\sqrt{1 + \cos^2 x}}$$

Hãy chọn bước đúng?

- A.** Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

**Hướng dẫn giải:**

- Kiểm tra bước (I):

Áp dụng công thức vi phân  $dy = f'(x) dx$  (với  $y = f(x)$ ) cho hai vế của (1), ta có

$$\begin{aligned} (\sin y)' dy &= (\cos^2 x)' dx \Leftrightarrow \cos y dy = 2(\cos x)' \cos x dx \Leftrightarrow \cos y dy = -2 \sin x \cos x dx \\ \Rightarrow y' &= \frac{dy}{dx} = \frac{2 \cos x \sin x}{\cos y} \end{aligned}$$

Do đó, bước (I) đúng.

- Kiểm tra bước (II): với điều kiện  $0 < x, y < \frac{\pi}{2}$  từng bước lập luận ở bước (II) đã chặt chẽ.

**Chọn đáp án C**