ÔN TẬP CHƯƠNG I

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

Xem lại phần kiến thức trọng tâm của các bài đã học

- Hệ thức liên hệ giữa cạnh và đường cao trong tam giác.
- Tỉ số lượng giác của góc nhọn.
- Hệ thức liên hệ giữa cạnh và góc trong tam giác.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: So sánh các tỉ số lượng giác

Ví dụ 1. Sắp xếp theo thứ tự tăng dần $\cos 72^\circ$, $\sin 65^\circ$, $\sin 10^\circ$, $\cot 25^\circ$, $\sin 40^\circ$.

Lời giải

Ta có $\sin 65^\circ = \cos 25^\circ;\ \sin 10^\circ = \cos 80^\circ;\ \sin 40^\circ = \cos 50^\circ$.

Vì $\cos 80^\circ < \cos 72^\circ < \cos 50^\circ < \cos 25^\circ < \cot 25^\circ$ nên

$$\sin 10^\circ < \cos 72^\circ < \sin 40^\circ < \sin 75^\circ < \cot 25^\circ.$$

Ví dụ 2. So sánh

a) $\sin 55^\circ$; $\cos 55^\circ$; $\tan 55^\circ$.

b) $\cot 20^\circ$; $\sin 20^\circ$; $\cos 20^\circ$.

Lời giải

So sánh tương tự Ví dụ 1.

a) $\cos 55^\circ < \sin 55^\circ < \tan 55^\circ$;

b) $\sin 20^\circ < \cos 20^\circ < \cot 20^\circ$.

Ví dụ 3. Cho $0^\circ < \alpha < 45^\circ$. Chứng minh rằng

a) $\sin\alpha < \cos\alpha$.

b) $\tan\alpha < \cot\alpha$.

Lời giải

a) Do $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ nên $90^\circ - \alpha > 45^\circ$ suy ra $\alpha < 90^\circ - \alpha$. Do đó

$$\sin\alpha < \sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha.$$

b) Tương tự câu a) $\alpha < 90^\circ - \alpha$ nên $\tan\alpha < \tan(90^\circ - \alpha) = \cot\alpha$.

Ví dụ 4. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\hat{B} > \hat{C}$. Hãy sắp xếp theo thứ tự tăng dần $\sin B$, $\cos B$, $\tan B$, $\sin C$, $\cos C$, $\cot C$.

Lời giải

Ta có $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$ nên $\sin C = \cos B;\ \cos C = \sin B;\ \tan B = \cot C$

Lại có $\hat{B} > \hat{C}$ nên $\cos B < \cos C$.

Mà $\tan B = \dfrac{\sin B}{\cos B} > \sin B$.

Vậy $\sin C = \cos B < \cos C = \sin B < \tan B = \cot C$.

Dạng 2: Rút gọn và tính giá trị của biểu thức lượng giác

Ví dụ 5. Rút gọn các biểu thức

a) $\sin^2\alpha \cdot \cot^2\alpha - \cos^2\alpha + 1$.

b) $(\tan\alpha - \cot\alpha)^2 - (\tan\alpha + \cot\alpha)^2$.

c) $\sin^4\alpha - \cos^4\alpha - \cos^2\alpha - 3\sin^2\alpha$.

Lời giải

a) $\sin^2\alpha \cdot \cot^2\alpha - \cos^2\alpha + 1 = \sin^2\alpha \cdot \dfrac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} - \cos^2\alpha + 1 = \cos^2\alpha - \cos^2\alpha + 1 = 1$.

b) $(\tan\alpha - \cot\alpha)^2 - (\tan\alpha + \cot\alpha)^2$

$= \tan^2\alpha - 2 \cdot \tan\alpha \cdot \cot\alpha + \cot^2\alpha - \left(\tan^2\alpha + 2 \cdot \tan\alpha \cdot \cot\alpha + \cot^2\alpha\right) = -4 \cdot \tan\alpha \cdot \cot\alpha = -4$.

c) $\sin^4\alpha - \cos^4\alpha - \cos^2\alpha - 3\sin^2\alpha = \left(\sin^2\alpha - \cos^2\alpha\right) \cdot \left(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha\right) - \cos^2\alpha - 3\sin^2\alpha$

$= 1 \cdot \left(\sin^2\alpha - \cos^2\alpha\right) - \cos^2\alpha - 3\sin^2\alpha = -2 \cdot \left(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha\right) = -2$.

Ví dụ 6. Tính giá trị của biểu thức

a) $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ - \tan 45^\circ + 4\cos^2 30^\circ$.

b) $\cos^2 30^\circ - \cot^2 60^\circ + \tan^2 30^\circ - 1$.

c) $\dfrac{\cot^2 45^\circ - \cos^2 45^\circ}{2\sin^2 60^\circ}$.

Lời giải

a) $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ - \tan 45^\circ + 4\cos^2 30^\circ = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} - 1 + 4 \cdot \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3$.

b) $\cos^2 30^\circ - \cot^2 60^\circ + \tan^2 30^\circ - 1 = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - 1 = \dfrac{3}{4} - 1 = -\dfrac{1}{4}$.

c) $\dfrac{\cot^2 45^\circ - \cos^2 45^\circ}{2\sin^2 60^\circ} = \dfrac{1 - \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{2\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \dfrac{1}{3}$.

Ví dụ 7. Tính giá trị của biểu thức

a) $\cos^2 33^\circ + \cos^2 41^\circ + \cos^2 49^\circ + \cos^2 57^\circ$.

b) $\sin^2 35^\circ + \sin^2 39^\circ + \sin^2 43^\circ + \sin^2 47^\circ + \sin^2 51^\circ + \sin^2 55^\circ$.

Lời giải

a) $\cos^2 33^\circ + \cos^2 41^\circ + \cos^2 49^\circ + \cos^2 57^\circ = \left(\cos^2 33^\circ + \cos^2 57^\circ\right) + \left(\cos^2 41^\circ + \cos^2 49^\circ\right)$

$= \left(\cos^2 33^\circ + \sin^2 33^\circ\right) + \left(\cos^2 41^\circ + \sin^2 41^\circ\right) = 1 + 1 = 2$.

b) $\sin^2 35^\circ + \sin^2 39^\circ + \sin^2 43^\circ + \sin^2 47^\circ + \sin^2 51^\circ + \sin^2 55^\circ$

$= \left(\sin^2 35^\circ + \sin^2 55^\circ\right) + \left(\sin^2 39^\circ + \sin^2 51^\circ\right) + \left(\sin^2 43^\circ + \sin^2 47^\circ\right)$

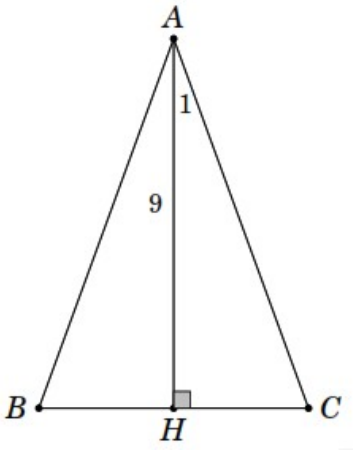
$= \left(\sin^2 35^\circ + \cos^2 35^\circ\right) + \left(\sin^2 39^\circ + \cos^2 39^\circ\right) + \left(\sin^2 43^\circ + \cos^2 43^\circ\right) = 1 + 1 + 1 = 3$

Dạng 3: Tính độ dài đoạn thẳng, tính số đo góc

Ví dụ 8. Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao AH. Biết $\hat{A} = 44^\circ$; $AH = 9\text{cm}$. Tính chu vi tam giác ABC.

Lời giải

Do tam giác ABC cân đỉnh A, AH là đường cao nên AH cũng là đường phân giác, đường trung tuyến.



Do đó $\widehat{BAH} = \widehat{CAH} = 22^\circ$ và $HB = HC = \dfrac{BC}{2}$.

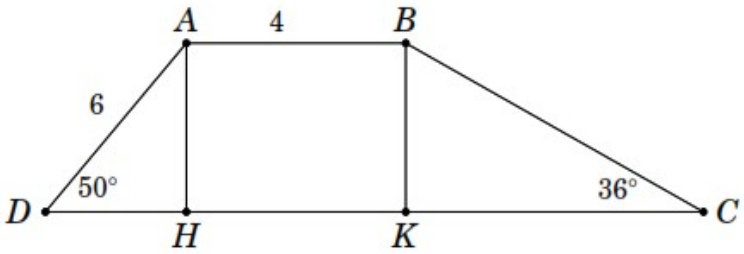
Xét $\triangle AHC$ vuông tại H, ta có $AC = \dfrac{AH}{\cos \widehat{HAC}} = \dfrac{9}{\cos 22^\circ} \approx 9,7(\text{cm})$

và $HC = AH \cdot \cot \widehat{HAC} = 9 \cdot \cot 22^\circ \approx 3,6(\text{cm})$.

Do đó chu vi tam giác ABC là $2 \cdot (9,7 + 3,6) \approx 26,6(\text{cm})$.

Ví dụ 9. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$), $\hat{C} = 36^\circ$; $\hat{D} = 50^\circ$. Biết $AB = 4\text{cm}$, $AD = 6\text{cm}$. Tính chu vi hình thang.

Lời giải



Vẽ $AH \perp CD$ và $BK \perp CD$, dễ thấy $AHKB$ là hình chữ nhật.

Do đó $AH = BK$ và $AB = HK$.

Xét $\triangle ADH$ vuông tại H, ta có

$DH = AD \cdot \cos \widehat{ADH} = 6 \cdot \cos 50^\circ \approx 4,6(\text{cm})$.

Tương tự, xét $\triangle BKC$ vuông tại K, ta có $KC = BK \cdot \cot \widehat{BCK} = 4,6 \cdot \cot 36^\circ \approx 6,3(\text{cm})$

và $BC = \dfrac{BK}{\sin \widehat{KCB}} = \dfrac{4,6}{\sin 36^\circ} \approx 7,8(\text{cm})$.

Ta có $DC = DH + HK + KC = 3,9 + 4 + 6,3 \approx 14,2(\text{cm})$.

Do đó chu vi của hình thang là $4 + 7,8 + 14,2 + 614,2 \approx 32(\text{cm})$.

Ví dụ 10. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Vẽ $HM \perp AB$; $HN \perp AC$. Biết $AB = 3\text{cm}$; $AC = 4\text{cm}$.

a) Tính độ dài MN.

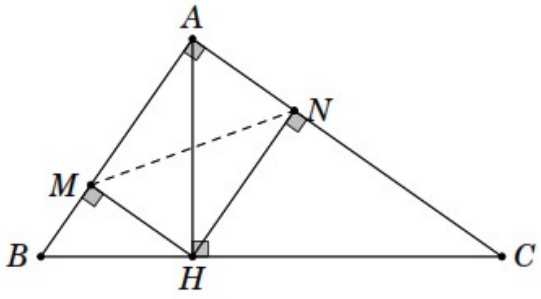
b) Tính số đo các góc của tam giác AMN.

c) Tính diện tích tứ giác $BMNC$.

Lời giải

a) Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông ABC, ta có

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$ suy ra $BC = 5(\text{cm})$.



Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC, ta có

$AH \cdot BC = AB \cdot AC \Leftrightarrow AH = \dfrac{AB \cdot AC}{BC}$

suy ra $AH = \dfrac{3 \cdot 4}{5} = 2,4(\text{cm})$.

Dễ thấy $AMHN$ là hình chữ nhật nên $MN = AH$ nên $MN = 2,4\text{cm}$.

b) Xét $\triangle ABH$ vuông tại H, ta có $AH^2 = AM \cdot AB \Leftrightarrow AM = \dfrac{AH^2}{AB} = \dfrac{2,4^2}{4} = 1,44(\text{cm})$.

Ta xét $\triangle AMN$ vuông tại A, ta có $\tan \widehat{AMN} = \dfrac{AN}{AM} = \dfrac{1,44}{1,92} \approx \tan 36^\circ 52'$. Do đó $\widehat{AMN} = 36^\circ 52'$.

Mà $\widehat{ANM} = 90^\circ = \widehat{AMN} = 90^\circ - 36^\circ 52' = 53^\circ 8'$.

c) Gọi S là diện tích tứ giác $BMNC$.

Ta có $S = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC - \frac{1}{2} \cdot AM \cdot AN = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1,92 \cdot 1,44 \approx 4,6 (\text{cm}^2)$.

Vậy diện tích tứ giác $BMNC$ là $4,6\text{cm}^2$.

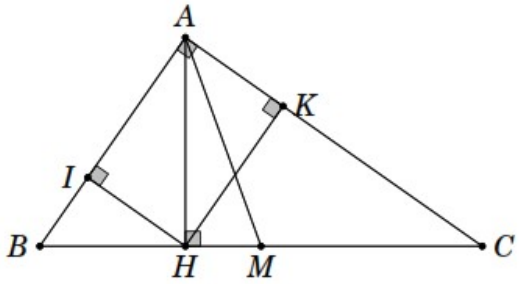
Ví dụ 11. Cho tam giác ABC vuông tại A, $BC = 4\text{cm}$. Vẽ đường cao AH; vẽ $HI \perp AB$, $HK \perp AC$. Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tứ giác $AIHK$.

Lời giải

Xét $\triangle ABH$ vuông tại H, ta có $AH^2 = AI \cdot AB$ suy ra $AI = \frac{AH^2}{AB}$.

Tương tự, ta xét $\triangle ACH$ vuông tại H, ta có

$AH^2 = AK \cdot AC$ suy ra $AK = \frac{AH^2}{AC}$.



Gọi S là diện tích của tứ giác $AIHK$.

Do tứ giác $AIHK$ là hình chữ nhật nên

$$S = AI \cdot AK = \frac{AH^2}{AB} \cdot \frac{AH^2}{AC} = \frac{AH^4}{AB \cdot AC}.$$

Mặt khác theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC ta có $AB \cdot AC = AH \cdot BC$.

Khi đó $S = \frac{AH^4}{AH \cdot BC} = \frac{AH^3}{BC}$.

Gọi M là trung điểm của BC, ta có $AM = \frac{BC}{2} = 2(\text{cm})$.

Mà $AH \le AM$ nên $S = \frac{AH^3}{BC} \le \frac{AM^3}{BC} \le \frac{2^3}{4} = 2(\text{cm}^2)$.

Dấu đẳng thức xảy khi $AH = AM$ hay tam giác ABC vuông cân tại A.

Vậy $\max S = 2\text{cm}^2$ khi $\triangle ABC$ là tam giác vuông cân đỉnh A.

Dạng 4: Chứng minh hệ thức giữa các tỉ số lượng giác

Ví dụ 12. Chứng minh hệ thức $\frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha + \sin^4\alpha}{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha + \cos^4\alpha} = \cot^4\alpha.$

Lời giải

$$\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha+\sin^4\alpha}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha+\cos^4\alpha}=\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\left(1-\sin^2\alpha\right)}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha\left(1-\cos^2\alpha\right)}=\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha\sin^2\alpha}=\frac{\cos^2\alpha\left(1-\sin^2\alpha\right)}{\sin^2\alpha\left(-\cos^2\alpha\right)}$$

$$=\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}\cdot\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=\frac{\cos^4\alpha}{\sin^4\alpha}=\cot^4\alpha.$$

Ví dụ 13. Chứng minh các đẳng thức sau

a) $(1-\cos\alpha)(1+\cos\alpha)=\sin^2\alpha$;

b) $\sin^2\alpha+1+\cos^2\alpha=2$;

c) $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha+2\sin^2\alpha\cos^2\alpha=1$;

d) $\sin\alpha-\sin\alpha\cos^2\alpha=\sin^3\alpha$.

Lời giải

a) $(1-\cos\alpha)(1+\cos\alpha)=1-\cos^2\alpha=\sin^2\alpha$;

b) $\sin^2\alpha+1+\cos^2\alpha=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+1=1+1=2$;

c) $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha+2\sin^2\alpha\cos^2\alpha=\left(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha\right)^2=1^2=1$;

d) $\sin\alpha-\sin\alpha\cos^2\alpha=\sin\alpha\left(1-\cos^2\alpha\right)=\sin\alpha\cdot\sin^2\alpha=\sin^3\alpha$.

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=5$ cm, $AC=12$ cm và $BC=13$ cm. Giá trị của $\sin C$ bằng

A. $\frac{5}{12}$. **B.** $\frac{1}{13}$. **C.** $\frac{12}{13}$. **D.** $\frac{5}{13}$.

Câu 2: Cho tam giác ABC vuông tại A. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cos B=\frac{AB}{BC}$. **B.** $\cos B=\frac{AC}{AB}$. **C.** $\cos B=\frac{AB}{AC}$. **D.** $\cos B=\frac{AC}{BC}$.

Câu 3: Cho tam giác ABC vuông tại A. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $\sin B=\frac{AB}{BC}$. **B.** $\sin B=\frac{AB}{AC}$. **C.** $\tan B=\frac{AB}{AC}$. **D.** $\cos B=\frac{AB}{AC}$.

Câu 4: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\cos 35^\circ>\sin 40^\circ$. **B.** $\sin 35^\circ>\cos 40^\circ$.

C. $\sin 35^\circ<\sin 40^\circ$. **D.** $\cos 35^\circ>\cos 40^\circ$.

Câu 5: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Hệ thức nào đây **sai**?

A. $AC^2=BC.HC$. **B.** $AH^2=AB.AC$.

C. $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}$. **D.** $AH^2=HB.HC$.

Câu 6: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH. Biết $BH = 3,2\text{cm}; BC = 5\text{cm}$ thì độ dài AB bằng

A. 8 cm. **B.** 16 cm. **C.** $1,8$ cm. **D.** 4 cm.

Câu 7: Cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, cạnh $AB = 5$ cm. Độ dài cạnh AC là

A. 10 cm. **B.** $\dfrac{5}{\sqrt{3}}$ cm. **C.** $5\sqrt{3}$ cm. **D.** $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ cm.

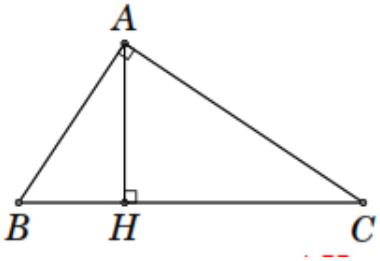
Câu 8: Cho tam giác ABC vuông tại C. Biết $\sin B = \dfrac{1}{3}$, khi đó $\tan A$ bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** 3. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$.

Câu 9: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $BC = 12$ cm. Tính độ dài đường cao AH.

A. $AH = 3$ cm. **B.** $AH = 2\sqrt{3}$ cm. **C.** $AH = 4\sqrt{3}$ cm. **D.** $AH = 6$ cm.

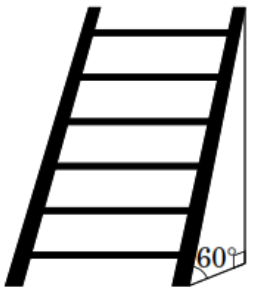
Câu 10: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH (hình bên). Đẳng thức nào sau đây là **sai**?



A. $\sin B = \dfrac{AH}{AB}$. **B.** $\tan BAH = \dfrac{BH}{AH}$.

C. $\cos C = \dfrac{HC}{AC}$. **D.** $\cot HAC = \dfrac{AH}{AC}$.

Câu 11: Một cái thang dài 4 cm đặt dựa vào tường, biết góc giữa thang và mặt đất là 60°. Khoảng cách d từ chân thang đến tường bằng bao nhiêu?



A. $d = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ m. **B.** $d = 2\sqrt{3}$ m.

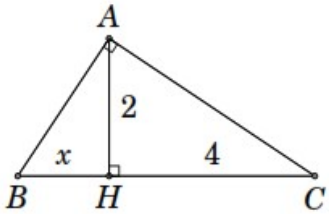
C. $d = 2\sqrt{2}$ m. **D.** $d = 2$ m.

Câu 12: Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB = 2\sqrt{5}a$, $AC = 5\sqrt{3}a$. Kẻ AK vuông góc với BC, với K nằm trên cạnh BC. Tính AK theo a.

A. $AK = \dfrac{19\sqrt{57}}{10}a$. **B.** $AK = \dfrac{\sqrt{95}}{2}a$.

C. $AK = \dfrac{10\sqrt{57}}{19}a$. **D.** $AK = \dfrac{5\sqrt{57}}{19}a$.

Câu 13: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $AH = 2$, $HC = 4$. Đặt $BH = x$ (hình bên). Tính x.



A. $x = \dfrac{1}{2}$. **B.** $x = 1$.

C. $x = \dfrac{16}{3}$. **D.** $x = 4$.

Câu 14: Cho $\widehat{xOy}=45^\circ$. Trên tia Oy lấy hai điểm A, B sao cho $AB=\sqrt{2}$ cm. Tính độ dài hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng AB trên Ox.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm. **C.** 1 cm. **D.** $\frac{1}{2}$ cm.

Câu 15: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH và đường trung tuyến AM ($H, M \in BC$). Biết chu vi của tam giác là 72 cm và $AM-AH=7$ cm. Tính diện tích S của tam giác ABC.

A. $S=48$ cm^2. **B.** $S=108$ cm^2. **C.** $S=148$ cm^2. **D.** $S=144$ cm^2.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Cho biết $\cos\alpha=\frac{1}{4}$.

a) Tính $\sin\alpha$.

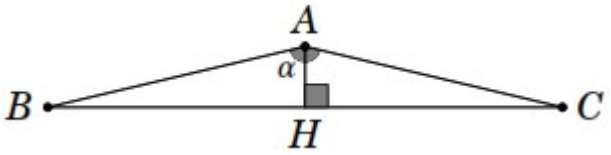
b) Chứng minh rằng $\tan\alpha=4\sin\alpha$.

Lời giải

a) $\sin\alpha=\frac{\sqrt{15}}{4}$.

b) $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\sin\alpha}{\frac{1}{4}}=4\sin\alpha$.

Bài 2. Xem hình bên và tính góc tạo bởi hai mái nhà AB và AC, biết rằng mỗi máy nhà dài 2,34m và cao 0,8m.



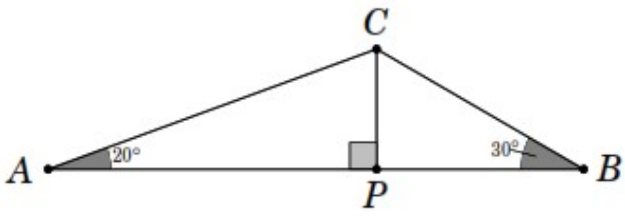
Lời giải

$\cos\widehat{BAH}=\frac{AH}{AB}=\frac{0,8}{2,34}=\frac{40}{117}\Rightarrow\widehat{BAH}\approx 70^\circ\Rightarrow\widehat{BAC}=2\widehat{BAH}=2.70^\circ=140^\circ$.

Bài 3. Tam giác ABC có $\hat{A}=20^\circ$, $\hat{B}=30^\circ$, $AB=6$cm. Đường vuông góc kẻ từ C đến AB cắt AB tại P (hình vẽ bên). Hãy tìm

a) AP, BP;

b) CP.



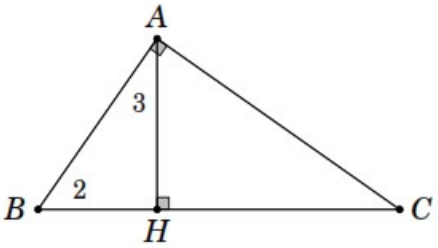
Lời giải

a) Ta có $CP = AP.\tan 20° = PB.\tan 30° \Rightarrow \dfrac{PA}{\tan 30°} = \dfrac{PB}{\tan 20°} = \dfrac{PA+PB}{\tan 30°+\tan 20°} = \dfrac{6}{\tan 30°+\tan 20°}$.

Do đó $PA = 6.\tan 30° = 2\sqrt{3}\,(\text{cm})$; $PB = 6.\tan 20° \approx 2,18(\text{cm})$.

b) $CP = 2\sqrt{3}.\tan 20° \approx 1,26(\text{cm})$.

Bài 4. Tính độ dài các cạnh và số đo các góc nhọn của tam giác ABC vuông tại A trong hình bên



Lời giải

- $HC = \dfrac{AH^2}{HB} = \dfrac{3^2}{2} = 4,5$.
- $BC = BH + HC = 2 + 4,5 = 6,5$.
- $BA^2 = BH.BC = 2.6,5 = 13 \Rightarrow BA = \sqrt{13}$.
- $CA^2 = CH.CB = 4,5.6,5 = \dfrac{117}{4} \Rightarrow AC = \dfrac{3\sqrt{13}}{2}$.
- $\tan B = \dfrac{AH}{BH} = \dfrac{3}{2} \Rightarrow \widehat{B} \approx 59°19'$.
- $\widehat{C} = 90° - 59°19' = 30°41'$.

Bài 5. Cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Biết $AD = 2,1\text{cm}$; $CD = 6,0\text{cm}$ và $\hat{D} = 48°$.

a) Tính độ dài AB.

b) Tính diện tích hình thang $ABCD$.

Lời giải

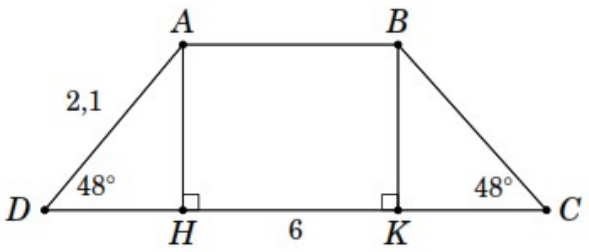
a) Kẻ các đường cao $AH \perp CD$ và $BK \perp CD$.

Dễ thấy $ABKH$ là hình chữ nhật nên $AB = HK$.

Xét $\triangle AHD$ và $\triangle BKC$, do giả thiết suy ra

$AD = BC$ và $\widehat{ADH} = \widehat{BCK}$ nên $\triangle AHD = \triangle BKC$.

Do đó $DH = KC$ và $HK = DC - 2DH$.



Xét tam giác vuông AHD ta có $DH = AB \cdot \cos\widehat{ADH} = 2,1 \cdot \cos 48° \approx 1,4(\text{cm})$.

Suy ra $AB = 6,0 - 2 \cdot 1,4 \approx 3,2(\text{cm})$.

b) Gọi S là diện tích hình thang $ABCD$. Khi đó $S=\dfrac{(AB+CD)\cdot AH}{2}$.

Xét tam giác vuông ADH ta có $AH=AB\cdot\sin\widehat{ADH}=2,1\cdot\sin 48^\circ\approx 1,56(\text{cm})$.

Nên $S=\dfrac{(3,2+6,0)\cdot 1,56}{2}\approx 7,88(\text{cm}^2)$.

Bài 6. Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=6$ cm, $AC=8$ cm.

a) Tính BC, $\hat{B}$, $\hat{C}$;

b) Phân giác của $\hat{A}$ cắt BC tại D. Tính BD, CD.

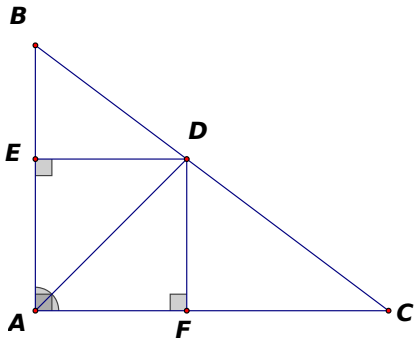
c) Từ D kẻ DE và DF lần lượt vuông góc với AB, AC. Tứ giác $AEDF$ là hình gì? Tính chu vi và diện tích của tứ giác $AEDF$?

Lời giải

a) Theo định lý Py-ta-go, ta có

$$BC^2=AB^2+AC^2=6^2+8^2=100\Rightarrow BC=\sqrt{100}=10(\text{cm}).$$

Theo tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác ABC vuông tại A



$$\tan B=\frac{AC}{AB}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}\Rightarrow \widehat{B}\approx 53^\circ.$$

Do đó $\widehat{C}=90^\circ-\widehat{B}=90^\circ-53^\circ=37^\circ$.

b) Theo tính chất đường phân giác trong tam giác ta có

$$\frac{DB}{DC}=\frac{AB}{AC}\Rightarrow\frac{DB}{AB}=\frac{DC}{AC}=\frac{DB+DC}{AB+AC}=\frac{BC}{6+8}=\frac{10}{14}=\frac{5}{7}.$$

$$\Rightarrow DB=\frac{5}{7}AB=\frac{5}{7}\cdot 6\approx 4,3(\text{cm});\ DC=\frac{5}{7}AC=\frac{5}{7}\cdot 8=5,7(\text{cm}).$$

c) Tứ giác $AEDF$ có $\widehat{A}=\widehat{E}=\widehat{F}=90^\circ$ nên là hình chữ nhật. Mặt khác $DE=DF$ (tính chất tia phân giác của một góc) nên $AEDF$ là hình vuông.

Theo hệ thức liên hệ giữa cạnh và góc trong ΔBED vuông tại E, ta có

$$DE=DB\cdot\sin B=4,3\cdot\sin 53^\circ\approx 3,43(\text{cm}).$$

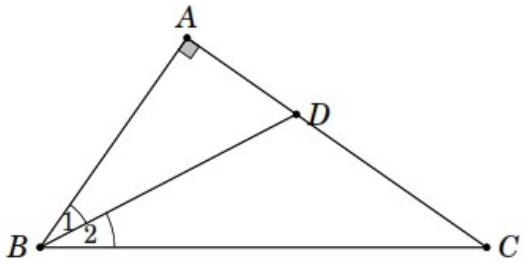
Chu vi của hình vuông $AEDF$: $4\cdot 3,43=13,72(\text{cm})$.

Diện tích hình vuông $AEDF$: $S=(3,43)^2=11,7649\left(\text{cm}^2\right)$.

Bài 8. Cho tam giác ABC vuông tại A. Chứng minh rằng $\tan\frac{B}{2}=\frac{AC}{AB+BC}$.

Lời giải

Vẽ đường phân giác BD. Xét $\triangle ABD$ vuông tại A, ta có $\tan\widehat{ABD}=\frac{AD}{AB}$.



Mặt khác $\frac{AD}{DC}=\frac{AB}{DC}=\frac{AB}{BC}$ suy ra $\frac{AD}{AB}=\frac{CD}{BC}=\frac{AD+CD}{AB+BC}$.

Do đó $\tan\widehat{ABD}=\frac{AC}{AB+BC}$ hay $\tan\frac{B}{2}=\frac{AC}{AB+BC}$.

--- HẾT ---