

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026

TỈNH QUẢNG NINH

Môn thi: TOÁN

(Đề thi có 05 trang)

Thời gian làm bài: 50 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 0106

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 1. Góc tạo bởi đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 30° .

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S \cdot ABCD$ có độ dài cạnh đáy là $\sqrt{2}$ và tam giác SAC đều. Độ dài cạnh bên của hình chóp đã cho bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. 1. C. 2. D. $\sqrt{3}$.

Câu 3. Tập giá trị của hàm số $y = 3 \cos 2x$ là

- A. $T = [-2; 2]$. B. $T = \emptyset$. C. $T = [-6; 6]$. D. $T = [-3; 3]$.

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$ bằng

- A. $2\overrightarrow{AD}$. B. $\vec{0}$. C. $2\overrightarrow{MN}$. D. $2\overrightarrow{NM}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = a; x = b$ với $a < b$, thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(a \leq x \leq b)$ là một hình phẳng có diện tích bằng $S(x)$, $S(x)$ là một hàm liên tục trên $[a; b]$. Thể tích vật thể được tính bằng công thức

- A. $\int_a^b (S(x))^2 dx$. B. $\int_a^b S(x) dx$. C. $\pi \int_a^b (S(x))^2 dx$. D. $\pi \int_a^b S(x) dx$.

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \frac{1}{x^2}$ là $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x}$

- A. $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x} + C$. B. $x + \frac{1}{x} + C$. C. $1 + \frac{1}{x} + C$. D. $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x} - C$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1) = 2$ là

- A. $x = 8$. B. $x = 5$. C. $x = 6$. D. $x = 10$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	- 0 -

Số điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_5 = 162$. Giá trị của công bội q bằng

- A. $q = 3$. B. $q = \frac{1}{3}$. C. $q = \pm \frac{1}{3}$. D. $q = \pm 3$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $[Oxyz]$, mặt phẳng đi qua $M(1; 2; -4)$ và vuông góc với trục

Oz có phương trình là

- A. $x + 2y + 4z - 21 = 0$. B. $z = -4$. C. $x + 2y - 4z - 21 = 0$. D. $z = 4$.

Câu 11. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 11. B. 10. C. 12. D. 13.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 1; 2)$, $B(3; 2; -3)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm A và đi qua điểm B là

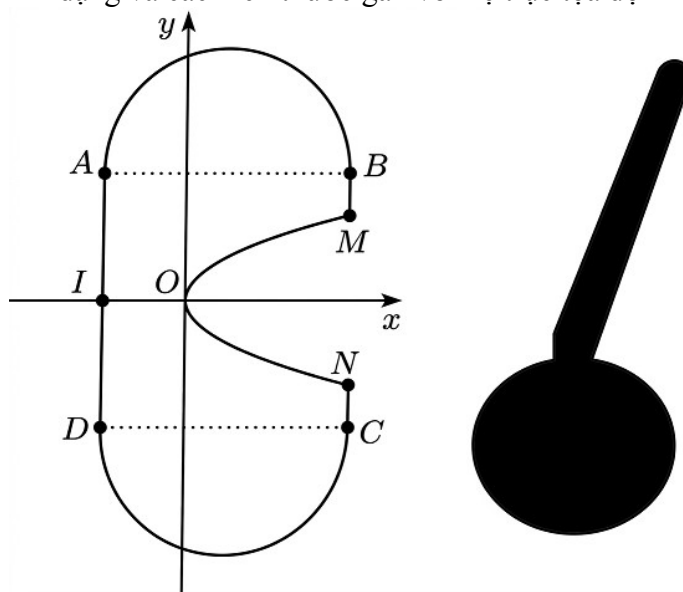
- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 30$. B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 30$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{30}$. D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = \sqrt{30}$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; -2)$. Điểm D khác gốc tọa độ sao cho DA, DB, DC đôi một vuông góc.

- a) Mặt phẳng (ABC) có phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = -1$.
b) Cosin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (Oxy) bằng $\frac{1}{\sqrt{3}}$.
c) Tọa độ điểm D là $\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$.
d) Gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$, ta có $a + b + c = -1$.

Câu 2. Bút viết của một bảng vẽ điện tử được để trong một chiếc giá là một khối tròn xoay có mặt cắt qua trục là một hình phẳng có hình dạng và các kích thước gắn với hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới đây:



Biết biên của mặt cắt gồm hai nửa đường tròn đường kính AB, CD và một cung của parabol đỉnh O , nhận Ox là trục đối xứng; cho $AB = CD = 3\text{ cm}$, $OI = 1\text{ cm}$, $AD = 3\text{ cm}$, $MN = 2\text{ cm}$, đơn vị trên hệ trục là 1 cm .

a) Phương trình của parabol là $y^2 = \frac{1}{2}x$.

b) Diện tích mặt cắt (làm tròn tới hàng đơn vị) là 14cm^2 .

c) Thể tích phần lõm của giá để bút được tính bằng công thức $\pi \int_0^2 \frac{1}{2}x dx$.

d) Thể tích của toàn bộ giá để bút (làm tròn tới hàng phần chục) bằng $65,4\text{cm}^3$.

Câu 3. Trong một cuộc thi Olympic môn Toán dành cho học sinh THPT, trường THPT A có 51 học sinh và trường THPT B có 24 học sinh tham dự. Giả sử xác suất giành huy chương vàng của mỗi học sinh của trường A và B lần lượt là 0,08 và 0,06. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong số các học sinh tham dự.

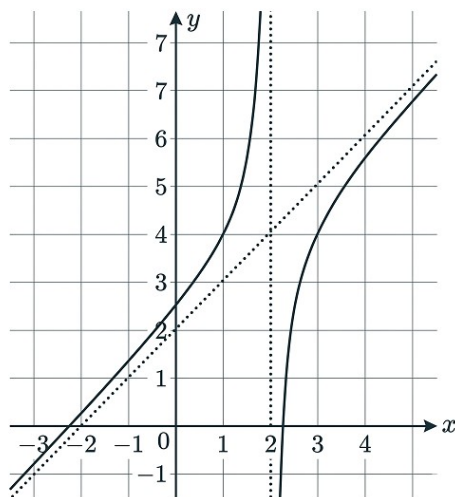
a) Xác suất để học sinh được chọn thuộc trường A là $\frac{17}{25}$.

b) Biết rằng học sinh được chọn thuộc trường B, xác suất để học sinh đó không giành được huy chương vàng là 0,92.

c) Xác suất để học sinh được chọn giành huy chương vàng là $\frac{48}{625}$.

d) Biết rằng học sinh được chọn giành huy chương vàng, xác suất để học sinh đó thuộc trường A là $\frac{17}{23}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x - d}$ có đồ thị như hình vẽ:



a) Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 2$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 1]$ là 5.

d) Các hệ số a, b, c, d thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 30$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Vệ tinh Van Allen Probes được phóng lên không gian để nghiên cứu các vành đai bức xạ bao quanh Trái Đất. Vệ tinh này bay theo một quỹ đạo có chu kỳ 10 giờ - nghĩa là mỗi vòng bay quanh Trái Đất kéo dài đúng 10 giờ. Cứ mỗi vòng bay, vệ tinh lại xuyên qua vùng bức xạ mạnh và tích lũy thêm liều bức xạ. Biết rằng đơn vị của bức xạ là Gray (Gy), và khi tổng liều bức xạ chiếu vào vệ tinh đạt 1000 Gray, thì vệ tinh hỏng hoàn toàn. Khoảng cách từ tâm Trái Đất đến vệ tinh được mô hình hóa bằng hàm số $R(T) = 7000 + 3000T$ (km), trong đó T là thời gian tính bằng giờ, $0 \leq T \leq 10$, kể từ đầu vòng bay. Công

thức suất liều bức xạ - tức là lượng bức xạ vệ tinh nhận được trong 1 giờ, phụ thuộc vào khoảng cách $R(\text{km})$

từ vệ tinh tới tâm Trái Đất, là

$$D(R) = 60 \cdot \left(\frac{R}{25000} \right)^2 \text{ milliGray/giờ.}$$

Biết rằng do tính đối xứng và chu kỳ của quỹ đạo bay, tổng liều bức xạ vệ tinh nhận được trong một vòng bay 10 giờ được tính bằng công thức

$L = 2 \cdot \int_0^5 D(R(T)) dT$, và $1 \text{ Gray} = 1000 \text{ milliGray}$. Tính số năm hoạt động của vệ tinh từ lúc bắt đầu hoạt động tới khi hỏng hoàn toàn (không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hai chữ số thập phân sau dấu phẩy, coi một năm có 365 ngày, mỗi ngày có 24 giờ).

Câu 2. Mô hình ^{EOQ} (Economic Order Quantity) được công bố năm 1913 là một công cụ quản trị vận hành dùng để xác định lượng hàng nhập kho tối ưu. Giả sử một cửa hàng thức ăn cho mèo có nhu cầu tiêu thụ hàng hóa đều đặn với tốc độ bán hàng $d = 100$ hộp/ ngày. Các thông số chi phí được xác định như sau:

- $K = 1.000.000$ đồng: chi phí cố định cho mỗi lần đặt hàng (phí vận chuyển, nhân công...);
- c đồng/ hộp: giá nhập mỗi hộp hàng (giá định không đổi và không có chiết khấu);
- $h = 500$ đồng/hộp/ngày: đơn giá lưu kho (chi phí lưu giữ một hộp hàng trong kho trong một ngày).

Gọi Q (hộp) là số lượng hàng mà người bán nhập vào trong mỗi lần đặt hàng. Thời gian tiêu thụ hết

lượng hàng là $\frac{Q}{d}$ (ngày). Tổng chi phí cho một chu kỳ đặt hàng và tiêu thụ hết hàng là $f = K + cQ + \frac{hQ^2}{2d}$.
Hỏi cửa hàng nên nhập bao nhiêu hộp trong mỗi lần đặt hàng để chi phí trung bình mỗi ngày là nhỏ nhất (không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hàng đơn vị)?

Câu 3. Trong một cuộc thi, có 7 thí sinh đã được xếp ngồi cố định quanh bàn tròn và giám thị có 3 mã đề khác nhau (giả sử số lượng đề thi của mỗi mã là nhiều tùy ý). Hỏi có bao nhiêu cách phát đề cho các thí sinh, mỗi thí sinh 1 đề sao cho hai thí sinh ngồi cạnh nhau thì khác mã đề?

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(6; 0; 4)$, $B(-3; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 5z + 1 = 0$. Biết M là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất, tính độ dài đoạn OM (không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hàng phần trăm)

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 2, hình chiếu của A' trên (ABC) trùng với trung điểm M của AB ; góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi N là trung điểm của CC' . Tính khoảng cách từ B' tới mặt phẳng $(A'MN)$ (không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hàng phần trăm).

Câu 6. Trong âm nhạc, một quãng tám (octave) là khoảng cách âm thanh từ nốt Đô tới nốt Đô tiếp theo, theo thứ tự từ thấp đến cao là:

Đô - Đô# - Rê - Rê# - **Mi (E4)** - Pha - Pha# - Sol - Sol# - **La (A4)** - La# - Si - Đô

trong đó khoảng cách giữa hai nốt liên tiếp gọi là một nửa cung (semitone). Hai nốt cách nhau n nửa cung

thì tỷ lệ tần số nốt cao f_{nc} và tần số nốt thấp f_{nt} là $\frac{f_{nc}}{f_{nt}} = 2^{\frac{n}{12}}$; cho biết tần số chuẩn của nốt La (A4) là 440 Hz. Trên đàn guitar, dây số 1 là nốt $Mi(E4)$ đang bị chùng do thời tiết, tần số đo được hiện tại đang là 300 Hz. Để căng lại dây đàn cho chuẩn, ta dùng núm xoay, và cứ vặn núm xoay 90° thì nốt nhạc được tăng lên một nửa cung. Hỏi phải xoay núm của dây số 1 một góc bao nhiêu độ để dây số 1 trở về âm chuẩn (không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hàng đơn vị)?

-HẾT-

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Câu	ĐA	Câu	ĐA	Câu	ĐA	Câu	ĐA	Câu	ĐA	Câu	ĐA
1	B	3	D	5	B	7	A	9	D	11	A
2	C	4	C	6	D	8	D	10	B	12	A

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu	a	b	c	d
1	Đ	Đ	S	Đ
2	Đ	S	Đ	Đ
3	Đ	S	S	Đ
4	S	Đ	S	Đ

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	5,19	4	3,48
2	632	5	1,92
3	126	6	147

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Câu 1.

Vì là lăng trụ đứng nên hình chiếu vuông góc của đường thẳng $AA'C$ xuống mặt phẳng (ABC) là AC .
 Tam giác $AA'C$ vuông tại A , lại có $AA' = 1$, $AC = 1$, nên
 $A'C = \sqrt{AA'^2 + AC^2} = \sqrt{2}$

Góc giữa AA' và AC là góc giữa AA' và AC , do đó
 $\sin \alpha = \frac{AA'}{A'C} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$

Chọn **B**.

Câu 2.

Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{2}$ nên đường chéo đáy
 $AC = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$

SAC

Tam giác đều nên
 $SA = SC = AC = 2$

Cạnh bên của hình chóp là 2.
 Chọn C.

Câu 3.

$$-1 \leq \cos 2x \leq 1$$

Vì nên
 $-3 \leq 3 \cos 2x \leq 3$

$$[-3; 3]$$

Tập giá trị là
 Chọn D.

Câu 4.

Ta có

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = (\vec{B} - \vec{A}) + (\vec{C} - \vec{D}) = (\vec{B} + \vec{C}) - (\vec{A} + \vec{D})$$

M là trung điểm AD , N là trung điểm BC nên
 $\vec{M} = \frac{\vec{A} + \vec{D}}{2}, \vec{N} = \frac{\vec{B} + \vec{C}}{2}$

Suy ra

$$2\overrightarrow{MN} = 2(\vec{N} - \vec{M}) = (\vec{B} + \vec{C}) - (\vec{A} + \vec{D})$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MN}$$

Vậy
 Chọn C.

Câu 5.

Theo công thức tính thể tích vật thể khi biết diện tích thiết diện vuông góc với trục Ox , ta có

$$V = \int_a^b S(x), dx$$

Chọn **B**.

Câu 6.

$$f(x) = x - \frac{1}{x^2} = x - x^{-2}$$

Nguyên hàm:

$$\int f(x), dx = \int x, dx - \int x^{-2}, dx = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + C$$

$-C$

Đáp án tương ứng là **D** vì cũng chỉ là hằng số tùy ý.
Chọn **D**.

Câu 7.

$$\log_3(x+1) = 2 \Rightarrow x+1 = 3^2 = 9 \Rightarrow x = 8$$

Chọn **A**.

Câu 8.

$$f'(x)$$

Từ bảng dấu trên đề:

- tại $x = -1$, dấu của $f'(x)$ đổi từ $+$ sang $-$ nên có một cực đại;
- tại $x = 0$, dấu đổi từ $-$ sang $+$ nên là cực tiểu;
- tại $x = 1$, dấu đổi từ $+$ sang $-$ nên có thêm một cực đại;
- tại $x = 2$, dấu đổi từ $-$ sang $+$ nên có thêm một cực đại;
- tại $x = 3$, dấu đều là $+$ ở hai bên nên không phải cực trị.

2

Vậy số điểm cực đại là 2.
Chọn **D**.

Câu 9.

Cấp số nhân có

$$u_5 = u_1 q^4$$

Suy ra

$$162 = 2q^4 \Rightarrow q^4 = 81 \Rightarrow q = \pm 3$$

Chọn **D**.

Câu 10.

Mặt phẳng vuông góc với trục Oz có vector pháp tuyến song song với $\vec{k} = (0, 0, 1)$, nên có dạng $z = c$

$$M(1; 2; -4) \quad c = -4$$

Đi qua nên $z = -4$

Phương trình là

Chọn **B**.

Câu 11.

$$[5; 7), [7; 9), [9; 11), [11; 13), [13; 15)$$

Bảng tần số trên trang 2 cho 20 ngày với các lớp doanh thu: và tần số lần

$$2, 7, 7, 3, 1$$

lượt là

$$n = 20$$

Ta có, nên vị trí tứ phân vị ba là

$$\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 20}{4} = 15$$

Tần số tích lũy:

$$[5; 7) \quad 2$$

• đến lớp :

$$[7; 9) \quad 9$$

• đến lớp :

$$[9; 11)$$

• đến lớp : \$16\$

$$Q_3 \quad [9; 11)$$

Vậy nằm trong lớp

Áp dụng công thức nội suy:

$$Q_3 = 9 + \frac{15 - 9}{7} \cdot 2 = 9 + \frac{12}{7} \approx 10,71$$

11

Gần nhất là .
Chọn A.

Câu 12.

$$A(1;1;2)$$

Tâm mặt cầu là .
Bán kính thỏa

$$r^2 = AB^2 = (3-1)^2 + (2-1)^2 + (-3-2)^2 = 4 + 1 + 25 = 30$$

Phương trình mặt cầu:

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 30$$

Chọn A.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1.

$$A(-2;0;0) \quad B(0;-2;0) \quad C(0;0;-2) \quad D \neq O \quad \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}$$

Cho , , , điểm sao cho đôi một vuông góc.

a) Đúng

A, B, C

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{-2} = 1$$

Mặt phẳng qua ba điểm có dạng phương trình theo đoạn chắn:

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = -1$$

Suy ra:

Vậy mệnh đề a) **đúng**.

b) Đúng

$$(ABC) \quad \vec{n}_1 = (1, 1, 1)$$

Mặt phẳng có vectơ pháp tuyến .

$$(Oxy) \quad \vec{n}_2 = (0, 0, 1)$$

Mặt phẳng có vectơ pháp tuyến .

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Do đó

Vậy b) **đúng**.

c) **Sai**

$$D(x; y; z)$$

Đặt . Điều kiện vuông góc đôi một cho ta:

$$(\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB}) = 0$$

$$(\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC}) = 0$$

$$(\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC}) = 0$$

Giải hệ thu được hai nghiệm:

$$D = (0; 0; 0) \quad D = \left(-\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$$

hoặc

$$D$$

Vì đề cho khác gốc tọa độ nên

$$D = \left(-\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$$

$$D = \left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$$

Đề khẳng định là sai.

Vậy c) **sai**.

d) **Đúng**

$$I(a; b; c)$$

ABCD

Gọi là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện . Khi đó:

$$IA = IB = IC = ID$$

$$IA = IB \quad a = b$$

Từ suy ra .

$$IA = IC \quad a = c$$

Từ suy ra .

$$a = b = c = t$$

Suy ra .

$$IA = ID$$

Lại có :

$$(t+2)^2 + t^2 + t^2 = \left(t + \frac{4}{3}\right)^2 + \left(t + \frac{4}{3}\right)^2 + \left(t + \frac{4}{3}\right)^2$$

$$t = -\frac{1}{3}$$

Giải ra .

$$a + b + c = -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = -1$$

Vậy

Nên d) **đúng**.

Kết luận Câu 1: Đúng, Đúng, Sai, Đúng

Câu 2.

Hình vẽ và các dữ kiện của câu 2 nằm ở trang 2; các ý c), d) nằm ở đầu trang 3.

a) Đúng

Parabol có đỉnh O , nhận Ox là trục đối xứng nên có dạng:
 $y^2 = 2px$

Từ hình vẽ, điểm M và N có hoành độ 2 , tung độ lần lượt là 1 và -1 , nên parabol đi qua $(2;1)$.

$$1^2 = 2p \cdot 2 \Rightarrow 1 = 4p \Rightarrow p = \frac{1}{4}$$

Thay vào:

$$y^2 = \frac{1}{2}x$$

Suy ra:

Vậy a) **đúng**.

b) Sai

Phần mặt cắt ngoài gồm:

- một hình chữ nhật kích thước 3×3 , diện tích 9 ;
- hai nửa hình tròn đường kính 3 , tức tổng diện tích là một hình tròn bán kính $\frac{3}{2}$, diện tích $\frac{9\pi}{4}$.

Diện tích phần lõm do parabol tạo thành là:

$$S_{\text{lõm}} = \int_{-1}^1 (2 - 2y^2) dy = \frac{8}{3}$$

Vậy diện tích mặt cắt:

$$S = 9 + \frac{9\pi}{4} - \frac{8}{3} \approx 13,40$$

Làm tròn đến hàng đơn vị được $13, \text{cm}^2$, không phải $14, \text{cm}^2$.

Nên b) **sai**.

c) **Đúng**

Phần lõm là khối tròn xoay tạo bởi miền giới hạn bởi parabol $y^2 = \frac{1}{2}x$ trên đoạn $0 \leq x \leq 2$ quay quanh trục Ox.

$$V = \pi \int_0^2 y^2 dx = \pi \int_0^2 \frac{1}{2}x dx$$

Thể tích:

Đúng như mệnh đề đề bài cho.

Vậy c) **đúng**.

d) **Đúng**

Thể tích toàn bộ giá để bút bằng thể tích khối ngoài trừ phần lõm.

$$R(x) = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{9}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2} \quad -1 \leq x \leq 2$$

Bán kính ngoài theo x là: $R(x)$, với

$$V_{\text{ngoài}} = \pi \int_{-1}^2 R(x)^2, dx$$

Nên:

$$V_{\text{lỗm}} = \pi \int_0^2 \frac{1}{2} x, dx = \pi$$

Phần lỗm:

Suy ra:

$$V \approx 65,5, \text{cm}^3$$

$$\pi \approx 3,14$$

$$65,4, \text{cm}^3$$

Nếu lấy theo cách tính phổ thông thì ra xấp xỉ , khớp mệnh đề của đề.

Vậy d) **đúng**.

Kết luận Câu 2: Đúng, Sai, Đúng, Đúng

Câu 3

Trường A có 51 học sinh, trường B có 24 học sinh. Xác suất giành HCV của học sinh trường A là 0,08 , của trường B là 0,06 .

a) Đúng

$$P(A) = \frac{51}{51+24} = \frac{51}{75} = \frac{17}{25}$$

Xác suất chọn được học sinh thuộc trường A:

Nên a) **đúng**.

b) Sai

$$1 - 0,06 = 0,94$$

Biết học sinh được chọn thuộc trường B, xác suất không giành HCV là:

$$0,92$$

Không phải .

Nên b) **sai**.

c) Sai

G

Gọi là biến cố “học sinh được chọn giành HCV”.

$$P(G) = P(A) \cdot 0,08 + P(B) \cdot 0,06$$

Theo công thức xác suất toàn phần:

$$P(G) = \frac{51}{75} \cdot 0,08 + \frac{24}{75} \cdot 0,06 = \frac{46}{625}$$

$$\frac{48}{625}$$

Không phải .

Nên c) **sai**.

d) Đúng

Theo công thức Bayes:

$$P(A|G) = \frac{P(A) \cdot 0,08}{P(G)}$$

$$P(A|G) = \frac{\frac{51}{75} \cdot 0,08}{\frac{46}{625}} = \frac{17}{23}$$

Vậy d) **đúng**.

Kết luận Câu 3: Đúng, Sai, Sai, Đúng

Câu 4

Dựa vào đồ thị ở trang 3, ta thấy:

$$x = 2$$

- tiệm cận đứng là ;
 $y = x + 2$
- tiệm cận xiên là ;
(1; 4)
- đồ thị đi qua điểm .

$$y = x + 2 + \frac{k}{x - 2}$$

Từ đó, hàm số có dạng:

$$(1; 4) \quad 4 = 1 + 2 + \frac{k}{1-2} \Rightarrow 4 = 3 - k \Rightarrow k = -1$$

Thay vào:

$$y = x + 2 - \frac{1}{x-2} = \frac{x^2 - 5}{x-2}$$

Suy ra:

$$a = 1, b = 0, c = -5, d = 2$$

Do đó:

a) Sai

$$x = 2 \quad \square$$

Hàm số không xác định tại , nên không thể nói “đồng biến trên ”.

$$(-\infty; 2) \quad (2; +\infty)$$

Nó chỉ đồng biến trên từng khoảng xác định là và .

Vậy a) **sai**.

b) Đúng

$$y = x + 2$$

Từ đồ thị, tiệm cận xiên là .

Vậy b) **đúng**.

c) Sai

$$[-2; 1] \quad y' = 1 + \frac{1}{(x-2)^2} > 0$$

Trên đoạn , hàm số liên tục và

$$[-2; 1] \quad x = 1$$

Nên hàm số đồng biến trên , do đó giá trị lớn nhất đạt tại :

$$y(1) = 1 + 2 - \frac{1}{1-2} = 4$$

5

Không phải .

Vậy c) **sai**.

d) Đúng

Ta có:

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1^2 + 0^2 + (-5)^2 + 2^2 = 1 + 25 + 4 = 30$$

Vậy d) **đúng**.

Kết luận Câu 4: Sai, Đúng, Sai, Đúng

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1.

Trong một vòng bay, tổng liều bức xạ là

$$L = 2 \int_0^5 D(R(T)), dT$$

Với

$$R(T) = 7000 + 3000T \quad D(R) = 60 \left(\frac{R}{25000} \right)^2$$

và milliGray/giờ.

$$L = 2 \int_0^5 60 \left(\frac{7000 + 3000T}{25000} \right)^2 dT$$

Suy ra

$$= 120 \int_0^5 \frac{(7000 + 3000T)^2}{25000^2}, dT$$

$$= \frac{120}{625000000} \int_0^5 (7000 + 3000T)^2, dT$$

$$(7000 + 3000T)^2 = 49000000 + 42000000T + 9000000T^2$$

Khai triển:

$$\int_0^5 (7000 + 3000T)^2, dT = \left(49000000T + 21000000T^2 + 3000000T^3 \right) \Big|_0^5$$

Nên

$$= 245000000 + 525000000 + 375000000 = 1145000000$$

$$L = \frac{120 \cdot 1145000000}{625000000} = 219,84$$

Do đó milliGray

$$L = 0,21984$$

Đổi ra Gray: Gray.

Số vòng bay đến khi vệ tinh hỏng hoàn toàn:

$$n = \frac{1000}{0,21984} \approx 4548,762736$$

$$10$$

Mỗi vòng bay dài giờ, nên tổng thời gian hoạt động là

$$t = 4548,762736 \cdot 10 = 45487,62736$$

giờ.

$$= \frac{45487,62736}{365 \cdot 24} \approx 5,19$$

Đổi ra năm: Số năm

$$5,19$$

Đáp án: năm.

Câu 2.

$$f = K + cQ + \frac{hQ^2}{2d}$$

Chi phí cho một chu kỳ là

$$\frac{Q}{d}$$

Thời gian của một chu kỳ là ngày.

$$g(Q) = \frac{f}{Q/d} = \frac{d}{Q} \left(K + cQ + \frac{hQ^2}{2d} \right)$$

Vậy chi phí trung bình mỗi ngày là

$$= \frac{dK}{Q} + cd + \frac{hQ}{2}$$

$$d = 100, K = 10000000, h = 500$$

Thay :

$$g(Q) = \frac{1000000000}{Q} + 100c + 250Q$$

Lấy đạo hàm:

$$g'(Q) = -\frac{1000000000}{Q^2} + 250$$

$$g'(Q) = 0 \quad -\frac{1000000000}{Q^2} + 250 = 0$$

Cho :

$$\Leftrightarrow \frac{1000000000}{Q^2} = 250 \Leftrightarrow Q^2 = \frac{1000000000}{250} = 4000000$$

$$Q = \sqrt{4000000} = 200\sqrt{10} \approx 632,46$$

Làm tròn đến hàng đơn vị:

632

Đáp án: **hộp.**

Câu 3.

7

3

Bài toán là tô màu cho vị trí ngồi cố định quanh bàn tròn bằng mã đề, sao cho hai vị trí kề nhau khác màu.

$$C_7 \quad 3$$

Đây là số cách tô màu chu trình bằng màu:

$$N = (3-1)^7 + (-1)^7(3-1) = 2^7 - 2 = 128 - 2 = 126$$

Đáp án: 126.

$$M \in (P) : x + y + 5z + 1 = 0$$

$$MA + MB$$

$$A(6; 0; 4), B(-3; -2; 1)$$

Câu 4. Ta cần tìm sao cho nhỏ nhất, với .

Dùng phương pháp phản xạ: phản xạ điểm A qua mặt phẳng (P) được điểm A' .

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1, 1, 5)$.

$$x + y + 5z + 1 = 0$$

Phương trình mặt phẳng: .

Tính điểm đối xứng của A qua (P) :

$$A' = A - 2 \frac{ax_A + by_A + cz_A + d}{a^2 + b^2 + c^2} \vec{n}$$

$$A(6, 0, 4) \quad ax_A + by_A + cz_A + d = 6 + 0 + 20 + 1 = 27$$

Với , ta có

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1 + 1 + 25 = 27$$

$$A' = (6, 0, 4) - 2\vec{n} = (6, 0, 4) - (2, 2, 10) = (4, -2, -6)$$

Nên

Khi đó M là giao điểm của đường thẳng $A'B$ với mặt phẳng (P) .

Đường thẳng $A'B$ qua $A'(4, -2, -6)$ và có vector chỉ phương $\overrightarrow{A'B} = (-7, 0, 7)$

$$\begin{cases} x = 4 - 7t \\ y = -2 \\ z = -6 + 7t \end{cases}$$

nên có tham số:

$$(4 - 7t) + (-2) + 5(-6 + 7t) + 1 = 0$$

Thế vào mặt phẳng:

$$\Leftrightarrow 4 - 7t - 2 - 30 + 35t + 1 = 0 \Leftrightarrow 28t - 27 = 0 \Rightarrow t = \frac{27}{28}$$

$$M\left(4 - 7 \cdot \frac{27}{28}, -2, -6 + 7 \cdot \frac{27}{28}\right) = \left(-\frac{11}{4}, -2, \frac{3}{4}\right)$$

Suy ra

$$OM = \sqrt{\left(-\frac{11}{4}\right)^2 + (-2)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{121}{16} + \frac{64}{16} + \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{194}{16}} = \frac{\sqrt{194}}{4} \approx 3,48$$

Do đó

3,48

Đáp án: .

Câu 5.

$$A(-1; 0; 0), B(1; 0; 0), C(0; \sqrt{3}; 0)$$

Chọn hệ trục tọa độ trong mặt phẳng đáy sao cho:

Khi đó tam giác ABC đều cạnh 2 , và trung điểm của AB là $M(0; 0; 0)$

Vì hình chiếu của A' trên (ABC) là M nên đặt $A'(0; 0; h)$

$$\overrightarrow{AA'} = (1; 0; h)$$

Ta có

Hình chiếu của $\overrightarrow{AA'}$ lên đáy có độ dài bằng $AM = 1$.

$$\tan 60^\circ = \frac{h}{1} \Rightarrow h = \sqrt{3}$$

Góc giữa cạnh bên và mặt đáy là 60° , nên

$$A'(0; 0; \sqrt{3})$$

Vậy

$$\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AA'} = (1; 0; \sqrt{3})$$

Do là lăng trụ nên

$$B' = (2; 0; \sqrt{3}), C' = (1; \sqrt{3}; \sqrt{3})$$

Suy ra

$$CC' \quad N\left(\frac{1}{2}; \sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

Trung điểm của CC' là

$$(A'MN)$$

Xét mặt phẳng .

$$\overrightarrow{MA'} = (0; 0; \sqrt{3}), \quad \overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{2}; \sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

Ta có

$$\vec{n} = [\overrightarrow{MA'}, \overrightarrow{MN}] = \left(-3, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0 \right)$$

Vector pháp tuyến của mặt phẳng là

$$M(0, 0, 0) \quad -3x + \frac{\sqrt{3}}{2}y = 0$$

Vì mặt phẳng đi qua nên phương trình là

$$d = \frac{\left| -3 \cdot 2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0 \right|}{\sqrt{(-3)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2}}$$

$$B'(2; 0; \sqrt{3})$$

Khoảng cách từ đến mặt phẳng đó là

$$= \frac{6}{\sqrt{9 + \frac{3}{4}}} = \frac{6}{\sqrt{\frac{39}{4}}} = \frac{12}{\sqrt{39}} \approx 1,92$$

1,92

Đáp án: .

Câu 6.

$$A4 \quad 440$$

Tần số chuẩn của nốt La là Hz.

$$E4$$

$$A4$$

$$5$$

$$E4$$

Nốt Mi thấp hơn đúng nửa cung, nên tần số chuẩn của là

$$f_{E4} = \frac{440}{2^{5/12}}$$

$$300$$

$$n$$

$$E4$$

Hiện tại dây đàn có tần số Hz. Gọi là số nửa cung cần tăng thêm để đạt đúng nốt chuẩn.

$$\frac{f_{E4}}{300} = 2^{n/12}$$

Ta có

$$n = 12 \log_2 \left(\frac{f_{E4}}{300} \right)$$

Suy ra

$$f_{E4} = \frac{440}{2^{5/12}} \quad n = 12 \log_2 \left(\frac{440}{300 \cdot 2^{5/12}} \right) \approx 1,63049$$

Thế vào:

$$90^\circ$$

Mỗi nửa cung ứng với góc xoay , nên góc cần xoay là

$$\alpha = 90n \approx 90 \cdot 1,63049 \approx 146,74^\circ$$

$$147^\circ$$

Làm tròn đến hàng đơn vị: **Đáp án:** .