

CÁC DẠNG TOÁN BÀI HÀM SỐ TOÁN 10

Dạng 1: Tìm tập xác định của hàm số

Phương pháp: Để tìm tập xác định của hàm số ta cần nhớ như sau

$$\begin{aligned} \oplus \quad \frac{1}{f(x)} \text{ xác định} &\Leftrightarrow f(x) \neq 0 & \oplus \quad \sqrt{f(x)} \text{ xác định} &\Leftrightarrow f(x) \geq 0 \\ \oplus \quad \frac{f(x)}{\sqrt{g(x)}} \text{ xác định} &\Leftrightarrow g(x) > 0 \end{aligned}$$

Bài toán chứa tham số: Cho hàm $y = f(x, m)$. Tìm tất cả các giá trị tham số m để hàm số xác định trên tập K .

Bước 1: Tìm điều kiện xác định của hàm số theo m . Gọi D là tập xác định của hàm số.

Bước 2: Hàm số xác định trên tập K khi và chỉ khi $K \subset D$.

Chú ý: Cho A là biểu thức luôn có nghĩa:

- Hàm số $y = \frac{A}{f(x, m)}$ xác định trên $K \Leftrightarrow f(x, m) \neq 0$ vô nghiệm trên K .
- Hàm số $y = \sqrt{f(x, m)}$ xác định trên $K \Leftrightarrow f(x, m) \geq 0 \forall x \in K$
- Hàm số $y = \frac{A}{\sqrt{f(x, m)}}$ xác định trên $K \Leftrightarrow f(x, m) > 0 \forall x \in K$

A. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = 2x^3 - 3x^2 + 2025$

c) $y = \frac{1}{x^2 + 4x + 5}$

e) $y = \frac{x+2}{x^2 - 5}$

g) $y = \frac{2}{\sqrt{4-x^2}}$

i) $y = \frac{x-1}{\sqrt{x}} - \sqrt{3-2x} + 1$

k) $y = \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{4-x^2}}{x^2 - x - 2}$

b) $y = \frac{2x-1}{1-x}$

d) $y = \frac{2x-1}{x^2 - 3x + 2}$

f) $y = \frac{2x}{x^2 - 4x - 5}$

h) $y = \frac{x+2}{x^2 - 9} - \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

j) $y = \frac{\sqrt{2x-1}}{x^2 - x - 2}$

l) $y = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{5-2x}} - \frac{x}{x^2 - 5x + 6}$

Lời giải

a) $y = 2x^3 - 3x^2 + 2025$

Hàm số là hàm đa thức nên xác định $\forall x \in \mathbb{R}$ nên tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

b) $y = \frac{2x-1}{1-x}$

Hàm số xác định khi $1-x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ nên tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

c) $y = \frac{1}{x^2+4x+5}$

Ta có $x^2+4x+5 = (x+2)^2+1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

d) $y = \frac{2x-1}{x^2-3x+2}$

Hàm số xác định khi $x^2-3x+2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x^2+x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -2 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$.

e) Điều kiện: $x^2-5 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm\sqrt{5}$ nên tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm\sqrt{5}\}$.

f) Điều kiện: $x^2-4x-5 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 5 \end{cases}$ nên tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 5\}$.

g) Điều kiện: $4-x^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$ nên tập xác định của hàm số là $D = (-2; 2)$.

h) Điều kiện: $\begin{cases} x^2-9 \neq 0 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm 3 \\ x > 1 \end{cases}$ nên tập xác định của hàm số là $D = (1; +\infty) \setminus \{3\}$.

i) Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ 3-2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq \frac{3}{2} \end{cases}$ nên tập xác định của hàm số là $D = \left(0; \frac{3}{2}\right]$.

j) Điều kiện: $\begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ x^2-x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x \neq -1 \\ x \neq 2 \end{cases}$ nên tập xác định của hàm số là $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{2\}$.

k) Điều kiện: $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 4-x^2 \geq 0 \\ x^2-x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ -2 \leq x \leq 2 \\ x \neq -1 \\ x \neq 2 \end{cases}$ nên tập xác định của hàm số là $D = [1; 2)$.

l) Điều kiện: $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 5-2x > 0 \\ x^2-5x+6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x < \frac{5}{2} \\ x \neq 3 \\ x \neq 2 \end{cases}$ nên tập xác định của hàm số là $D = \left[1; \frac{5}{2}\right) \setminus \{2\}$.

Bài tập 2: Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \sqrt{3x-2}$

b) $y = \sqrt{x^2+1}$

c) $y = \sqrt{-2x+1} - \sqrt{x-1}$

d) $y = \sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{x-3}$

e) $y = \sqrt{x+3+2\sqrt{x+2}} + \sqrt{2-x^2+2\sqrt{1-x^2}}$

f) $y = \sqrt{x+\sqrt{x^2-x+1}}$

Lời giải

a) Hàm số xác định khi $3x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{3}$ nên tập xác định của hàm số là $D = \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

b) Ta có $x^2+1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

c) Hàm số xác định khi
$$\begin{cases} -2x+3 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq \frac{3}{2}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

d) Hàm số xác định khi
$$\begin{cases} x^2-2x+1 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [3; +\infty)$.

e) Ta có
$$y = \sqrt{x+3+2\sqrt{x+2}} + \sqrt{2-x^2+2\sqrt{1-x^2}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{x+2}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{1-x^2}+1)^2} = |\sqrt{x+2}+1| + |\sqrt{1-x^2}+1| = \sqrt{x+2} + \sqrt{1-x^2} + 2$$

Hàm số xác định khi

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 1-x^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ (1-x)(1+x) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ \begin{cases} 1-x \geq 0 \\ 1+x \geq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq -1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-1; 1]$.

f) Hàm số xác định khi
$$\begin{cases} x^2-x+1 \geq 0 \\ x+\sqrt{x^2-x+1} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq 0 \\ \sqrt{x^2-x+1} \geq -x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x < 0 \\ x^2-x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x < 0 \\ -x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \square$.

Bài tập 3: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2+x+m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $\square$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $x^2+x+m \neq 0$.

Hàm số xác định trên $\square \Leftrightarrow x^2+x+m \neq 0$ với mọi $x \in \square$

$$\Leftrightarrow x^2+x+m=0 \text{ vô nghiệm} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 1-4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}.$$

Bài tập 4: Cho hàm số $y = \sqrt{2x-m}$. Tìm các giá trị của m để hàm số có tập xác định là $[2; +\infty)$

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $2x-m \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{m}{2}$.

Khi đó tập xác định của hàm số là $D = \left[\frac{m}{2}; +\infty \right)$.

Yêu cầu bài toán thỏa mãn $\Leftrightarrow \frac{m}{2} = 2 \Leftrightarrow m = 4$.

Bài tập 5: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{3x-5m+6}}{x+m-1}$. Tìm các giá trị của m để hàm số xác định trên $(0; +\infty)$

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là
$$\begin{cases} 3x-5m+6 \geq 0 \\ x+m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{5m-6}{3} \\ x \neq 1-m \end{cases} (*)$$

Hàm số xác định trên $(0; +\infty)$

$\Leftrightarrow (*)$ có nghiệm đúng với mọi $x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5m-6}{3} \leq 0 \\ 1-m \notin (0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-6 \leq 0 \\ 1-m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq \frac{6}{5}.$$

Bài tập 6: Cho hàm số $y = \sqrt{m-x} + \sqrt{2x-m+1}$. Tìm các giá trị của m để hàm số xác định trên $(0; 1)$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là
$$\begin{cases} m-x \geq 0 \\ 2x-m+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq m \\ x \geq \frac{m-1}{2} \end{cases} (*)$$

Hàm số xác định trên $(0; 1)$

$$\Leftrightarrow (*) \text{ nghiệm đúng với mọi } x \in (0; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ \frac{m-1}{2} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Bài tập 7: Cho hàm số $y = \sqrt{x^4 + 4x^3 + (m+5)x^2 + 4x + 4 + m}$. Tìm các giá trị của m để hàm số xác định trên $\square$.

Lời giải

Ta có $x^4 + 4x^3 + (m+5)x^2 + 4x + 4 + m = (x^2 + 1)[(x+2)^2 + m]$

Điều kiện xác định của hàm số là: $(x+2)^2 + m \geq 0$ (*)

Hàm số xác định trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow (*)$ nghiệm đúng với mọi $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 \geq -m \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 0 \geq -m \Leftrightarrow m \geq 0.$$

Bài tập 8: Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2-2x-3-m}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

A. $m \leq -4$.

B. $m < -4$.

C. $m > 0$.

D. $m < 4$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2-2x-3-m}$ xác định trên $\mathbb{R}$ khi phương trình $x^2-2x-3-m=0$ vô nghiệm

Hay $\Delta' = m+4 < 0 \Leftrightarrow m < -4$.

Bài tập 9: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{-2x+3m+2} + \frac{x+1}{x+2m-4}$ xác định trên $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} -2x+3m+2 \geq 0 \\ x+2m-4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3m+2}{2} \\ x \neq 4-2m \end{cases}$

Hàm số xác định trên $(-\infty; -2)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq \frac{3m+2}{2} \\ 4-2m \notin (-\infty; -2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq 3m+2 \\ 4-2m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ m \leq 3 \end{cases}$

Bài tập 10: Tập tất cả các giá trị m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{-x^2-2x+3}} + \sqrt{x-m}$ có tập xác định khác tập rỗng.

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} -x^2-2x+3 > 0 \\ x-m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 1 \\ x \geq m \end{cases}$

Để hàm số có tập xác định khác tập rỗng thì $m < 1$.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong các hàm số sau, hàm số nào có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

B. $y = \frac{x^2+2}{x}$.

C. $y = \frac{2x+3}{x^2}$.

D. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

Lời giải

Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$ là hàm đa thức bậc ba nên tập xác định là $\mathbb{R}$.

- Câu 2:** Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là:
- A. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Vậy tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

- Câu 3:** Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+2}{(x-3)^2}$ là
- A. $(-\infty; 3)$. B. $(3; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Điều kiện: $x-3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$ nên tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

- Câu 4:** Tập xác định của hàm số $y = \frac{3-x}{x^2-5x-6}$ là
- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 6\}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -6\}$ C. $D = \{-1; 6\}$ D. $D = \{1; -6\}$

Lời giải

Điều kiện $x^2-5x-6 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 6 \end{cases}$ nên $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 6\}$.

- Câu 5:** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+1}{(x+1)(x^2-4)}$.
- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$ C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; \pm 2\}$

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ x^2-4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}$. Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; \pm 2\}$.

- Câu 6:** Tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{3x-1}$ là
- A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = [0; +\infty)$. C. $D = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $D = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Hàm số $y = \sqrt{3x-1}$ xác định $\Leftrightarrow 3x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{3}$ nên $D = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

- Câu 7:** Tập xác định của hàm số $y = \frac{3x+4}{\sqrt{x-1}}$ là
- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(1; +\infty)$. D. $[1; +\infty)$.

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ \sqrt{x-1} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (1; +\infty)$.

Cách khác: Điều kiện xác định của hàm số là $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (1; +\infty)$.

- Câu 8:** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{19x+5}{18x-90}$ là
- A. $D = \mathbb{R}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$ C. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 5\}$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$

Lời giải

Hàm số xác định khi $18x - 90 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 5$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$.

- Câu 9:** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{2x-9}$
- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{9}{2}\right\}$ B. $D = \left(-\infty; \frac{9}{2}\right]$ C. $D = \left(\frac{9}{2}; +\infty\right)$ D. $D = \left[\frac{9}{2}; +\infty\right)$

Lời giải

Hàm số xác định khi $2x - 9 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{9}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left[\frac{9}{2}; +\infty\right)$.

- Câu 10:** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2+x-12}$
- A. $D = [-2; +\infty) \setminus \{-4\}$ B. $D = [-2; +\infty)$ C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-4; 3\}$ D. $D = [-2; +\infty) \setminus \{3\}$

Lời giải

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x^2+x-12 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq -4 \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq 3 \end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-2; +\infty) \setminus \{3\}$.

- Câu 11:** Hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{2x-1}{4x-2}$ B. $y = \sqrt{x-1}$ C. $y = \frac{x^2}{|x^3+1|}$ D. $y = \frac{x-1}{x^2-2x+2}$

Lời giải

Xét từng phương án:

A. Hàm số $y = \frac{2x-1}{4x-2}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$: loại.

B. Hàm số $y = \sqrt{x-1}$ có tập xác định là $D = [1; +\infty)$: loại.

C. Hàm số $y = \frac{x^2}{|x^3+1|}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$: loại.

D. Vì $x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1 \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số có $y = \frac{x-1}{x^2-2x+2}$ tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 12: Tập tất cả các giá trị m để hàm số $y = \sqrt{x-2m} + \sqrt{m-x}$ xác định trên khoảng $(2;3)$.

A. $\frac{3}{2} \leq m \leq 2$.

B. $m \in \emptyset$.

C. $m > 2$.

D. $m \leq \frac{3}{2}$.

Lời giải

Hàm số $y = \sqrt{x-m} + \sqrt{2m-x}$ có nghĩa khi $\begin{cases} x-m \geq 0 \\ 2m-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m \\ x \leq 2m \end{cases}$.

Để hàm xác định trên khoảng $(2;3) \Leftrightarrow 2m \leq 2 < 3 \leq m \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset$.

Câu 13: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+3}$.

A. $D = [-3; +\infty)$.

B. $D = [-2; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = [2; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -2$.

Vậy $D = [-2; +\infty)$.

Câu 14: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{2-x} - \frac{4}{\sqrt{x+4}}$.

A. $D = [-4; 2]$.

B. $D = (-4; 2]$.

C. $D = [-4; 2)$.

D. $D = (-2; 4]$.

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > -4 \end{cases}$ nên $D = (-4; 2]$.

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x} + \sqrt{x+2}}{x^2 - x - 12}$ là

A. $[-2; 4]$.

B. $(-3; -2) \cup (-2; 4)$.

C. $(-2; 4)$.

D. $[-2; 4)$.

Lời giải

$$\begin{cases} 4-x \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ x^2-x-12 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq -2 \\ x \neq -3 \\ x \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x < 4$$

Điều kiện xác định:

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-2; 4)$

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{5-2x}}{(x-2)\sqrt{x-1}}$ là

- A.** $\left(1; \frac{5}{2}\right] \setminus \{2\}$ **B.** $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$ **C.** $\left(1; \frac{5}{2}\right) \setminus \{2\}$ **D.** $\left(1; \frac{5}{2}\right)$

Lời giải

$$\begin{cases} 5-2x \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{5}{2} \\ x \neq 2 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x \leq \frac{5}{2} \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Hàm số có điều kiện xác định là:

$$D = \left(1; \frac{5}{2}\right] \setminus \{2\}$$

Vậy tập xác định của hàm số là:

Câu 17: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} + \sqrt{x+3}$

- A.** $[-1; +\infty)$ **B.** $[-2; +\infty)$ **C.** $[-3; +\infty)$ **D.** $[0; +\infty)$

Lời giải

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \geq -2 \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -1$$

Điều kiện xác định:

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2x-5}} + \sqrt{9-x}$ là

- A.** $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right]$ **B.** $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right)$ **C.** $D = \left[\frac{5}{2}; 9\right)$ **D.** $D = \left[\frac{5}{2}; 9\right]$

Lời giải

$$\begin{cases} 9-x \geq 0 \\ 2x-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 9 \\ x > \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{2} < x \leq 9$$

Điều kiện xác định:

nên tập xác định:

$$D = \left(\frac{5}{2}; 9\right]$$

Câu 19: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-1} - \frac{3x-1}{(x^2-4)\sqrt{5-x}}$

- A.** $[1; 5] \setminus \{2\}$ **B.** $(-\infty; 5]$ **C.** $[1; 5) \setminus \{2\}$ **D.** $[1; +\infty) \setminus \{2; 5\}$

Lời giải

Điều kiện xác định $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ (x^2-4)\sqrt{5-x} \neq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [1; 5) \setminus \{2\}$.

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \sqrt{-3x+8}+x & \text{khi } x < 2 \\ \sqrt{x+7}+1 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $\left(-\infty; \frac{8}{3}\right]$. D. $[-7; +\infty)$.

Lời giải

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+2} + \frac{x^3}{4|x|-3}$

- A. $D = [-2; +\infty)$. B. $D = [-2; +\infty) \setminus \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.
C. $D = \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 4|x|-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq -\frac{3}{4} \\ x \neq \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow D = [-2; +\infty) \setminus \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{3x+5}{x-1}} - 4$ là $(a; b]$ với a, b là các số thực. Tính tổng $a+b$.
A. $a+b = -8$. B. $a+b = -10$. C. $a+b = 8$. D. $a+b = 10$.

Lời giải

Ta có $y = \sqrt{\frac{3x+5}{x-1}} - 4 = \sqrt{\frac{3x+5-4(x-1)}{x-1}} = \sqrt{\frac{-x+9}{x-1}}$.

Điều kiện xác định của hàm số:

$$\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ \frac{-x+9}{x-1} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-x+9}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x+9 \geq 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 9 \\ x > 1 \end{cases} (TM) \Leftrightarrow 1 < x \leq 9$$

$$\begin{cases} -x+9 \leq 0 \\ x-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 9 \\ x < 1 \end{cases} (L)$$

Tập xác định: $D = (1; 9]$ nên $a=1, b=9 \Rightarrow a+b=10$.

Câu 23: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên nửa khoảng $(0; 1]$.

- A. $\begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m \geq 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m > 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m < \frac{1}{2} \\ m \geq 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m < \frac{1}{2} \\ m > 1 \end{cases}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $x - 2m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2m - 1$.

$$(0; 1] \Leftrightarrow 2m - 1 \notin (0; 1] \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 \leq 0 \\ 2m - 1 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m > 1 \end{cases}$$

Hàm số xác định trên

- Câu 24:** Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x - m}}$ xác định trên $[2; 3]$.
- A. $m < 0$. B. $0 < m < 3$. C. $m \leq 0$. D. $m \geq 3$.

Lời giải

Điều kiện: $x^2 - 2x - m > 0, \forall x \in [2; 3] \Leftrightarrow (x - 1)^2 > m + 1, \forall x \in [2; 3]$ (*)

Ta có: $2 \leq x \leq 3 \Rightarrow 1 \leq x - 1 \leq 2 \Rightarrow 1 \leq (x - 1)^2 \leq 4$

$\Rightarrow (x - 1)^2 \geq 1, \forall x \in [2; 3]$, dấu bằng xảy ra khi $x = 2$ (**).

Từ (*) và (**), ta suy ra: $m + 1 < 1 \Leftrightarrow m < 0$. Vậy $m < 0$.

- Câu 25:** Tìm tập hợp tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - m^2}}{2\sqrt{m - 1}}$ xác định với mọi $x \in (3; +\infty)$
- A. $1 < m \leq 3$. B. $0 < m < 3$. C. $m \leq 0$. D. $m \geq 3$.

Lời giải

Điều kiện: $m > 1$.

Do đó điều kiện của x : $x \in (-\infty; -m] \cup [m; +\infty)$.

Hàm số xác định với mọi $x \in (3; +\infty) \Leftrightarrow (3; +\infty) \subset (-\infty; -m] \cup [m; +\infty) \Leftrightarrow m \leq 3$.

Kết hợp điều kiện $m > 1$ ta được $1 < m \leq 3$

Vậy hàm số xác định với mọi $x \in (3; +\infty)$ khi và chỉ khi $1 < m \leq 3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Cho hàm số: $y = \frac{mx}{\sqrt{x - m + 2} - 1}$ với m là tham số. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
- a) Với $m = 1$ thì tập xác định của hàm số là $D = [-1; +\infty) \setminus \{0\}$.

b) Giá trị của m để đồ thị hàm số qua điểm $A(1;1)$ là $m = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$.

c) Tập xác định của hàm số là $D = [m-2; +\infty) \setminus \{m-1\}$.

d) Giá trị nguyên dương của m để hàm số xác định trên $(0;1)$ là $m \in \{1;2\}$.

Lời giải

a) Đúng: Với $m=1$ ta có $y = \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$. Hàm số xác định khi $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ \sqrt{x+1}-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \neq 0 \end{cases}$.

Vậy $D = [-1; +\infty) \setminus \{0\}$.

b) Sai: Vì $A(1;1)$ thuộc đồ thị nên thay tọa độ điểm $A(1;1)$ và phương trình của đồ thị hàm số ta có

$$1 = \frac{m}{\sqrt{1-m+2}-1} \Leftrightarrow \sqrt{3-m}-1 = m \Leftrightarrow \sqrt{3-m} = m+1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \geq 0 \\ 3-m = m^2+2m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m^2+3m-2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

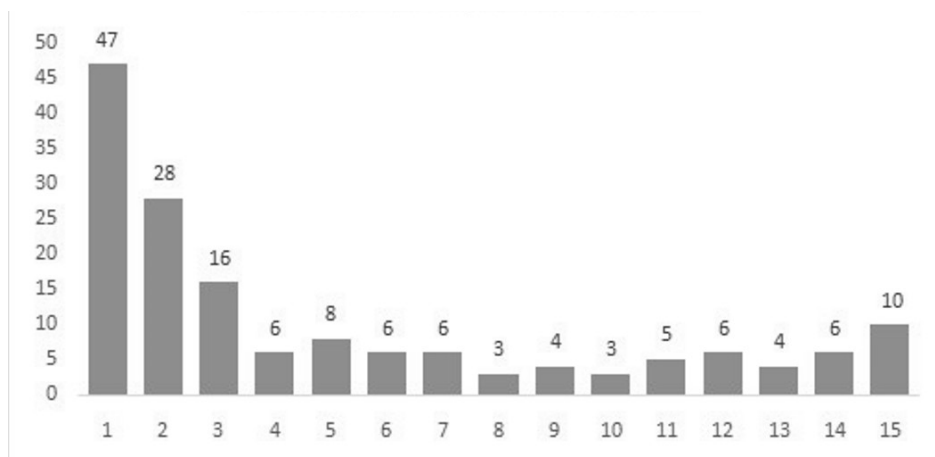
c) Đúng: Hàm số xác định khi $\begin{cases} \sqrt{x-m+2}-1 \neq 0 \\ x-m+2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-m+2 \neq 1 \\ x \geq m-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq m-1 \\ x \geq m-2 \end{cases}$.

Vậy $D = [m-2; +\infty) \setminus \{m-1\}$.

d) Đúng: Ta có $D = [m-2; +\infty) \setminus \{m-1\}$. Để hàm số xác định trên $(0;1)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} (0;1) \subset [m-2; m-1) \\ (0;1) \subset (m-1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m-1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m \leq 1 \end{cases}. \text{Vậy } m \in \{1;2\}.$$

Câu 2: Biểu đồ dưới đây cho biết số ca nhiễm Covid-19 của thành phố Hồ Chí Minh theo tuần năm 2023



Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số ca nhiễm Covid-19 trong mỗi tuần tương ứng là một hàm số.
- b) Gọi y là số ca nhiễm Covid-19 theo tuần, x là tuần tương ứng (x, y nguyên dương). Hàm số theo biểu đồ trên có dạng $y = f(x)$. Khi đó tập giá trị của hàm số trên là $T = \{3; 4; 5; 6; 8; 10; 16; 28; 47\}$.
- c) Số ca nhiễm tuần thứ nhất là 50 ca.
- d) Gọi y là số ca nhiễm Covid-19 theo tuần, x là tuần tương ứng (x, y nguyên dương). Hàm số theo biểu đồ trên có dạng $y = f(x)$. Khi đó điểm $(5; 11)$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Lời giải

- a) Đúng: Số ca nhiễm Covid-19 trong mỗi tuần tương ứng là một hàm số.
- b) Đúng: Ta có tập giá trị của hàm số trên là $T = \{3; 4; 5; 6; 8; 10; 16; 28; 47\}$.
- c) Sai: Dựa vào biểu đồ ta có số ca nhiễm tuần thứ nhất là 47 ca.
- d) Sai: Ta có điểm $(5; 11)$ không thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{a+2x} + \sqrt{a+3-x}$ (với a là tham số). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} a+2x \geq 0 \\ a+3-x \geq 0 \end{cases}$.
- b) Với $a=1$, hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 1+2x \geq 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases}$.
- c) Với $a=2$, tập xác định của hàm số là $D = [-1; 5]$.
- d) Với $a=3$, tập xác định của hàm số là D . Khi đó tập hợp $D \cap [1; 8]$ có 6 giá trị nguyên.

Lời giải

- a) Đúng: Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} a+2x \geq 0 \\ a+3-x \geq 0 \end{cases}$.
- b) Sai: Với $a=1$: $f(x) = \sqrt{1+2x} + \sqrt{4-x}$. Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 1+2x \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \end{cases}$.
- c) Đúng: Với $a=2$: $f(x) = \sqrt{2+2x} + \sqrt{5-x}$.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 2+2x \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 5$

Tập xác định của hàm số là $D = [-1; 5]$

d) Đúng: Với $a = 3$: $f(x) = \sqrt{3+2x} + \sqrt{6-x}$

$$\begin{cases} 3+2x \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{3}{2} \\ x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} \leq x \leq 6$$

Hàm số xác định khi và chỉ khi

Tập xác định của hàm số là $D = \left[-\frac{3}{2}; 6\right]$. Suy ra $D \cap [1; 8] = [1; 6]$ có 6 giá trị nguyên

Câu 4: Cho hai hàm số $f(x) = \sqrt{5+x} + \sqrt{5-x}$; $g(x) = \frac{3x+4}{\sqrt{x+4}}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hàm số $g(x) = \frac{3x+4}{\sqrt{x+4}}$ xác định khi và chỉ khi $x+4 \geq 0$.

b) Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{5+x} + \sqrt{5-x}$ là $D_1 = [-5; 5]$

c) Tập xác định của hàm số $g(x) = \frac{3x+4}{\sqrt{x+4}}$ là $D_2 = (-4; +\infty)$

d) Gọi $D_1; D_2$ lần lượt là tập xác định của các hàm số $f(x); g(x)$.

Khi đó $(D_1 \cap D_2) \setminus (1; 6) = (-4; 1]$.

Lời giải

a) Sai: Hàm số $g(x) = \frac{3x+4}{\sqrt{x+4}}$ xác định khi và chỉ khi $x+4 > 0$.

b) Đúng: Hàm số $f(x)$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 5+x \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow -5 \leq x \leq 5$

Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D_1 = [-5; 5]$.

c) Đúng: Hàm số $g(x) = \frac{3x+4}{\sqrt{x+4}}$ xác định khi và chỉ khi $x+4 > 0 \Leftrightarrow x > -4$

Tập xác định của hàm số $g(x)$ là $D_2 = (-4; +\infty)$.

d) Đúng: Hàm số $f(x)$ xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 5+x \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-5; 5] \Rightarrow D_1 = [-5; 5]$$

Hàm số $g(x)$ xác định khi và chỉ khi $x+4 > 0 \Leftrightarrow x > -4 \Rightarrow D_2 = (-4; +\infty)$.

Suy ra $D_1 \cap D_2 = (-4; 5]$. Vậy $(D_1 \cap D_2) \setminus (1; 6) = (-4; 5] \setminus (1; 6) = (-4; 1]$.

Câu 5: Cho hai hàm số $\begin{cases} f(x) = (m-2)x + 1 \\ g(x) = \frac{2}{x^2 - 5x + 9} \end{cases}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số $g(x)$ có tập xác định $\emptyset$.
- b) Khi $m > 2$ hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\emptyset$.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ bằng $\frac{8}{11}$.
- d) Khi $m = \frac{11}{6}$ thì đồ thị hàm số của $f(x)$ và $g(x)$ cùng đi qua điểm $\left(2; \frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

a) Đúng: Xét hàm số $g(x) = \frac{2}{x^2 - 5x + 9}$

Điều kiện xác định: $x^2 - 5x + 9 \neq 0$ (có $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4.1.9 = -11 < 0$ nên phương trình vô nghiệm). Do đó hàm số xác định $\forall x \in \mathbb{R}$.

b) Sai: Hàm số $f(x) = (m-2)x + 1$ nghịch biến khi $m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$.

c) Đúng: Ta có $g(x) = x^2 - 5x + 9 = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} \geq \frac{11}{4} \Rightarrow \frac{2}{x^2 - 5x + 9} \leq \frac{2}{\frac{11}{4}} = \frac{8}{11}$

Suy ra $\frac{2}{x^2 - 5x + 9} = \frac{8}{11} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = \frac{2}{x^2 - 5x + 9}$ bằng $\frac{8}{11}$.

d) Đúng: Thay $x = 2$ vào hàm số $g(x)$, ta có: $g(x) = \frac{2}{2^2 - 5.2 + 9} = \frac{2}{3} \Rightarrow \left(2; \frac{2}{3}\right) \in g(x)$

Mặt khác: $\left(2; \frac{2}{3}\right) \in f(x) \Leftrightarrow \frac{2}{3} = (m-2).2 + 1 \Leftrightarrow m = \frac{11}{6}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Hàm số $y = \frac{x^2 - 7x + 8}{x^2 - 3x + 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{a; b\}; a \neq b$. Khi đó hãy tính giá trị biểu thức $Q = a^3 + b^3 - 4ab$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x^2 - 7x + 8}{x^2 - 3x + 1}$ xác định khi: $x^2 - 3x + 1 \neq 0$.

Gọi a, b là 2 nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$.

Theo Vi-et có $\begin{cases} a + b = 3 \\ a.b = 1 \end{cases}$ có $Q = a^3 + b^3 - 4ab = (a + b)^3 - 3ab(a + b) - 4ab = 27 - 3.3 - 4 = 14$

Vậy $Q = 14$.

Câu 2: Một cửa hàng nhân dịp Noel đã đồng loạt giảm giá các sản phẩm. Trong đó có chương trình nếu mua một gói kẹo thứ hai trở đi sẽ được giảm 10% so với giá ban đầu. Biết giá gói đầu là 60000 đồng. Bạn An có 500000 đồng. Hỏi bạn An có thể mua tối đa bao nhiêu gói kẹo?

Lời giải

Xét một người mua x gói kẹo (x nguyên dương). Khi đó: Gói thứ nhất người đó trả 60000 đồng.

Số gói kẹo còn lại là $x - 1$ và người đó chỉ phải trả: $60000 - 10\%60000 = 54000$ đồng (mỗi gói).

Vậy số tiền phải trả khi mua kẹo được tính theo công thức

$$y = 60000 + (x - 1).54000 = 54000x + 6000$$

Số tiền bạn An dùng mua kẹo phải không quá 500000 đồng suy ra:

$$54000x + 6000 \leq 500000 \Rightarrow x \leq \frac{247}{27} \approx 9,148$$

Vậy với số tiền hiện có, bạn An chỉ có thể mua được tối đa 9 gói kẹo.

Câu 3: Một người cần đặt một tiệc cưới ước tính khoảng 30 đến 35 bàn. Nhà hàng thứ nhất đề nghị anh nay đóng tiền cố định 20 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2 triệu đồng/1 bàn. Nhà hàng thứ hai đề nghị anh đóng tiền cố định 10 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2,5 triệu/1 bàn. Nếu anh này nên lựa chọn nhà hàng thứ nhất thì phải trả số tiền trong $[a; b], a, b > 0, a, b$ có đơn vị triệu đồng. Nếu anh này chọn nhà hàng thứ hai thì phải trả số tiền trong $[c; d], c, d > 0, c, d$ có đơn vị là triệu đồng. Tính $a + b + c + d$. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Gọi x là số bàn tiệc thực tế trong đám cưới (x nguyên dương và $x \in [30; 35]$) và y (triệu đồng) là số tiền mà người đó phải trả cho nhà hàng.

Nếu đăng ký tại nhà hàng thứ nhất, người đó sẽ trả tiền theo công thức: $y = 2x + 20$.

Với $x \in [30; 35]$ thì $y \in [80; 90]$, tức là người đó phải trả khoản tiền khoảng 80 triệu đến 90 triệu cho nhà hàng thứ nhất.

Nếu đăng ký tại nhà hàng thứ hai, người đó sẽ trả tiền theo công thức: $y = 2,5x + 10$.

Với $x \in [30; 35]$ thì $y \in [85; 97,5]$, tức là người đó phải trả khoản tiền khoảng 85 triệu đến 97,5 triệu cho nhà hàng thứ hai.

Vậy $a + b + c + d = 80 + 90 + 85 + 97,5 = 352,5 \approx 353$.

Câu 4: Giá thuê xe ô tô tự lái là 1,2 triệu đồng một ngày cho hai ngày đầu tiên và 900 nghìn đồng cho mỗi ngày tiếp theo. Tổng số tiền T phải trả là một hàm số của số ngày x mà khách thuê xe.

Biết công thức của hàm số $T = T(x)$ và tập xác định của hàm số là $[a; +\infty)$. Tính $a + \frac{T(1)}{1000}$.

Lời giải

Ta có công thức của hàm số $T = T(x)$ là
$$T(x) = \begin{cases} 1200000x & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ 2400000 + 900000(x - 2) & \text{khi } x > 2 \end{cases}$$

Suy ra tập xác định của hàm số là $D = [0; +\infty) \Rightarrow a = 0$

$$T(1) = 1200000 \Rightarrow a + \frac{T(1)}{1000} = 1200$$

Lại có

Câu 5: Một quả bóng được ném vào không trung có chiều cao tính từ lúc bắt đầu ném ra được cho bởi công thức $h(t) = -t^2 + 2t + 3$ (tính bằng mét), t là thời gian tính bằng giây ($t \geq 0$). Hãy tính xem sau bao lâu quả bóng sẽ rơi xuống mặt đất?

Lời giải

Khi quả bóng rơi xuống mặt đất thì $h(t) = 0 \Rightarrow -t^2 + 2t + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$ (loại) hoặc $t = 3$ (nhận).

Vậy sau 3 giây quả bóng sẽ rơi xuống mặt đất.

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = \frac{2019x + 2020}{x^2 - 2x + 21 - 2m}$, với m là tham số. Tìm số các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số $f(x)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2x + 21 - 2m \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow$ Phương trình $x^2 - 2x + 21 - 2m = 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = 1 - (21 - 2m) < 0 \Leftrightarrow m < 10$.

Vì m là số nguyên dương nên $m \in \{1; 2; 3; \dots; 8; 9\}$.

Vậy có 9 giá trị nguyên dương của m thỏa đề bài.

Dạng 2: Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số

Phương pháp: Có hai phương pháp để giải dạng toán này như sau:

Phương pháp 1:

Bước 1: Tìm tập xác định D của hàm số.

Bước 2: Với mọi $x_1, x_2 \in D$, $x_1 \neq x_2$. Tính $f(x_1) - f(x_2)$.

- Nếu $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ thì hàm số đã cho đồng biến (tăng).
- Nếu $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ thì hàm số đã cho nghịch biến (giảm).

Phương pháp 2:

Bước 1: Tìm tập xác định D của hàm số.

Bước 2: Với mọi $x_1, x_2 \in D$, $x_1 \neq x_2$. Lập tỉ số $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$.

- Nếu $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ thì hàm số đã cho đồng biến (tăng).
- Nếu $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ thì hàm số đã cho nghịch biến (giảm)

Lưu ý: Đối với các bài toán chứa tham số thì ta vẫn áp dụng kiến thức đã nêu và tìm tham số theo yêu cầu đề bài

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $f(x) = x + 2025$ trên khoảng
a) $(-\infty; 0)$ b) $(0; +\infty)$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x_1, x_2 \in D$, $x_1 \neq x_2$,

Ta có $f(x_1) - f(x_2) = x_1 + 2025 - x_2 - 2025 = x_1 - x_2$

a) Trên khoảng $(-\infty; 0)$

Với mọi $x_1, x_2 \in (-\infty; 0)$ và $x_1 < x_2$ thì $x_1 - x_2 < 0 \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) < 0$ hay $f(x_1) < f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

b) Trên khoảng $(0; +\infty)$

Với mọi $x_1, x_2 \in (0; +\infty)$ và $x_1 < x_2$ thì $x_1 - x_2 < 0 \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) < 0$ hay $f(x_1) < f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Bài tập 2: Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $f(x) = x^2 - 7$ trên khoảng
a) $(-\infty; 0)$ b) $(0; +\infty)$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x_1, x_2 \in D$, $x_1 \neq x_2$,

Ta có $f(x_1) - f(x_2) = x_1^2 - 7 - x_2^2 + 7 = x_1^2 - x_2^2 = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2)$

a) Trên khoảng $(-\infty; 0)$

Với mọi $x_1, x_2 \in (-\infty; 0)$ và $x_1 < x_2$ ta có $x_1 - x_2 < 0$ và $x_1 + x_2 < 0$.

Suy ra $f(x_1) - f(x_2) > 0$ hay $f(x_1) > f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

b) Trên khoảng $(0; +\infty)$

Với mọi $x_1, x_2 \in (0; +\infty)$ và $x_1 < x_2$ ta có $x_1 - x_2 < 0$ và $x_1 + x_2 > 0$.

Suy ra $f(x_1) - f(x_2) < 0$ hay $f(x_1) < f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Bài tập 3: Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $f(x) = \frac{x}{x-1}$ trên khoảng:

a) $(-\infty; 1)$

b) $(1; +\infty)$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Với mọi $x_1, x_2 \in D$, $x_1 \neq x_2$, ta có:
$$f(x_1) - f(x_2) = \frac{x_1}{x_1-1} - \frac{x_2}{x_2-1} = \frac{x_2 - x_1}{(x_1-1)(x_2-1)}.$$

a) Trên khoảng $(-\infty; 1)$

Với mọi $x_1, x_2 \in (-\infty; 1)$ và $x_1 < x_2$ ta có $x_2 - x_1 > 0$ và $x_1 < 1$, $x_2 < 1$.

Suy ra $f(x_1) - f(x_2) > 0$ hay $f(x_1) > f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

b) Trên khoảng $(1; +\infty)$

Với mọi $x_1, x_2 \in (1; +\infty)$ và $x_1 < x_2$ ta có $x_2 - x_1 > 0$ và $x_1 > 1$, $x_2 > 1$.

Suy ra $f(x_1) - f(x_2) > 0$ hay $f(x_1) > f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Bài tập 4: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = (2m+3)x + m+3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$x_1, x_2 \in D$, $x_1 \neq x_2$, ta có:

Với mọi

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{[(2m+3)x_1 + m+3] - [(2m+3)x_2 + m+3]}{x_1 - x_2} = 2m+3.$$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow 2m+3 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{3}{2}$.

Bài tập 5: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-3; 3]$ để hàm số $f(x) = (m+1)x + m-2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Với mọi $x_1, x_2 \in D$, $x_1 \neq x_2$, ta có:

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{[(m+1)x_1 + m-2] - [(m+1)x_2 + m-2]}{x_1 - x_2} = m+1.$$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Mà $m \in \mathbb{Q}$ và $m \in [-3; 3]$ nên $m \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Bài tập 6: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = -x^2 + (m-1)x + 2$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Lời giải

Xét $D = (1; 2)$

$$\begin{aligned} \text{Với mọi } x_1, x_2 \in D, x_1 \neq x_2, \text{ ta có: } & \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \\ &= \frac{[-x_1^2 + (m-1)x_1 + 2] - [-x_2^2 + (m-1)x_2 + 2]}{x_1 - x_2} \\ &= \frac{-(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) + (m-1)(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} = -(x_1 + x_2) + m - 1. \end{aligned}$$

Hàm số nghịch biến trên $(1; 2)$

$$\Leftrightarrow -(x_1 + x_2) + m - 1 < 0, \quad \forall x_1, x_2 \in (1; 2) \Leftrightarrow m < (x_1 + x_2) + 1 \quad (1)$$

$$x_1, x_2 \in (1; 2) \Leftrightarrow (x_1 + x_2) + 1 > 3 \quad (2)$$

Ta có

$$\text{Từ } (1) \& (2) \Rightarrow m \leq 3.$$

Bài tập 7: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{x-2}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Lời giải

Tập xác định $D = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

Gọi x_1, x_2 là hai giá trị phân biệt tùy ý thuộc $(-\infty; 2)$

$$\text{Ta có: } \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{\frac{m}{x_1 - 2} - \frac{m}{x_2 - 2}}{x_1 - x_2} = \frac{-m}{(x_1 - 2)(x_2 - 2)}$$

Do $x_1 < -2, x_2 < -2$ nên $(x_1 + 2)(x_2 + 2) > 0$,

Từ đó suy ra để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$ thì $m > 0$.

Gọi x_1, x_2 là hai giá trị phân biệt tùy ý thuộc $(2; +\infty)$

$$\text{Ta có: } \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{\frac{m}{x_1 - 2} - \frac{m}{x_2 - 2}}{x_1 - x_2} = \frac{-m}{(x_1 - 2)(x_2 - 2)}$$

Do $x_1 > 2, x_2 > 2$ nên $(x_1 - 2)(x_2 - 2) > 0$,

Từ đó suy ra để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$ thì $m > 0$.

Tóm lại $m > 0$ thì hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x$. B. $y = -2x$. C. $y = 2x$. D. $y = \frac{1}{2}x$

Lời giải

Hàm số $y = ax + b$ với $a \neq 0$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a < 0$.

Câu 2: Xét sự biến thiên của hàm số $f(x) = \frac{3}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 B. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 D. Hàm số không đồng biến, không nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

$$\forall x_1, x_2 \in (0; +\infty): x_1 \neq x_2$$

$$f(x_2) - f(x_1) = \frac{3}{x_2} - \frac{3}{x_1} = \frac{-3(x_2 - x_1)}{x_2 x_1} \Rightarrow \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = -\frac{3}{x_2 x_1} < 0$$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là đúng?

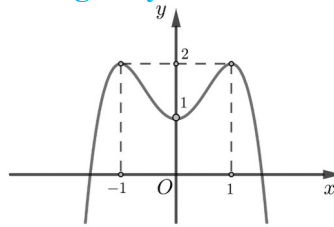
x	$-\infty$	0	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên: khoảng $(-\infty; 0)$ có mũi tên hướng lên, diễn tả hàm số đồng biến.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



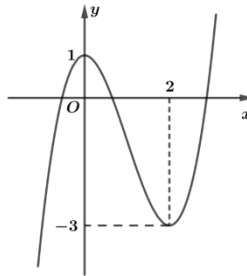
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Vì đồ thị hàm số đi lên khi $x \in (0; 1)$ nên chọn đáp án B

Câu 5: Cho hàm số có đồ thị như hình bên dưới.



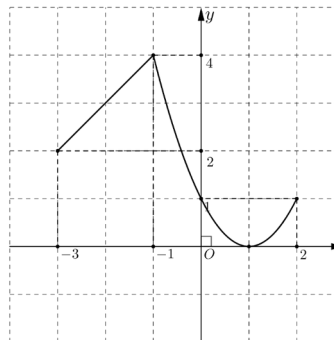
Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Trên khoảng $(0; 2)$, đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang phải nên hàm số nghịch biến.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-3; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ sau.



Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; 2)$ và $(-3; -1)$. Trên khoảng $(-3; 0)$ hàm số không nghịch biến.

Câu 7: Trong các hàm số sau, hàm số nào giảm trên khoảng $(0;1)$?

- A. $y = x^2$. B. $y = x^3$. C. $y = \frac{1}{x}$. D. $y = \sqrt{x}$.

Lời giải

Với $0 < x_1 < x_2 < 1$, ta thấy $f(x_1) - f(x_2) = \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} > 0 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

Suy ra hàm số $y = f(x) = \frac{1}{x}$ là hàm số giảm trên khoảng $(0;1)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = (16 - m^2)x + 3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. 7. B. 9. C. 6. D. 3.

Lời giải

Hàm số $y = (16 - m^2)x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow 16 - m^2 > 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$.

Do m nguyên dương nên $m \in \{1; 2; 3\}$.

Câu 9: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2022; 2023]$ để hàm số $y = (m^2 - 4)x + 2m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. 4040. B. 4044. C. Vô số. D. 2020.

Lời giải

Hàm số $y = ax + b$ đồng biến khi $a > 0 \rightarrow m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$

$\xrightarrow[m \in [-2022; 2022]]{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-2022; -2021; -2020; \dots; -3\} \cup \{3; 4; 5; \dots; 2022\}$.

Vậy có $2 \cdot (2022 - 3 + 1) = 2 \cdot 2020 = 4040$ giá trị nguyên của m cần tìm.

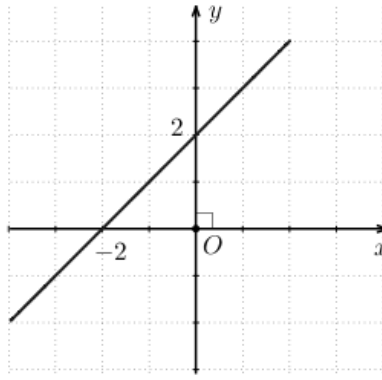
Câu 10: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 2x + 1$. B. $y = -x + 3$. C. $y = -3x$. D. $y = -2x + 5$.

Lời giải

Ta đã biết hàm số $y = ax + b$ đồng biến khi $a > 0$ và nghịch biến khi $a < 0$. Do đó hàm số $y = 2x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = ax + b$ có đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây là đúng

A. $f(0) > f(2023)$

B. $f(2022) > f(2023)$

C. $f(2022) < f(2023)$

D. $f(-2022) < f(-2023)$

Lời giải

Ta có dựa vào đồ thị của hàm số $f(x) = ax + b$ nên hàm số $f(x) = ax + b$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
Do đó $f(2022) < f(2023)$ là khẳng định đúng.

Câu 12: Bác Anh dùng $24m$ dây thép gai để rào một mảnh vườn hình chữ nhật để trồng rau. Diện tích lớn nhất của mảnh vườn mà bác Anh có thể rào được là:

A. $9m^2$

B. $12m^2$

C. $48m^2$

D. $36m^2$

Lời giải

Gọi chiều rộng của mảnh vườn là $x(m)$. Do chu vi của mảnh vườn không đổi là $24m$ và nửa chu vi của mảnh vườn là $12m$ nên chiều dài của mảnh vườn là $12 - x(m)$.

Khi đó diện tích của mảnh vườn hình chữ nhật là:

$$S(x) = x(12 - x) = -x^2 + 12x = -(x^2 - 12x + 36) + 36 = -(x - 6)^2 + 36 \leq 36$$

Vậy diện tích lớn nhất của mảnh vườn mà bác Anh có thể rào được là $36m^2$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = 4 - 3x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Lời giải

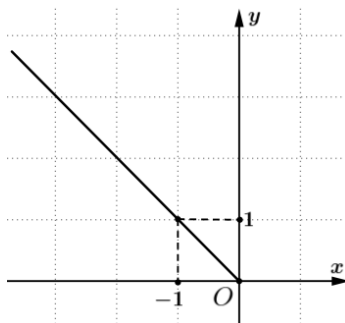
Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ và $x_1 < x_2$

$$\text{Ta có } f(x_1) - f(x_2) = (4 - 3x_1) - (4 - 3x_2) = -3(x_1 - x_2) > 0.$$

Suy ra $f(x_1) > f(x_2)$. Do đó, hàm số nghịch biến trên $\square$.

Mặt khác: $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right) \subset \square$ nên hàm số cũng nghịch biến trên $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

Câu 14: Đồ thị hình vẽ là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = |x|$.

B. $y = -x$.

C. $y = |x|$ với $x < 0$.

D. $y = -x$ với $x < 0$.

Lời giải

Đồ thị hàm số nằm hoàn toàn "bên trái" trục tung.

Đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang phải $\longrightarrow a < 0$.

Câu 15: Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $f(x) = \frac{x-3}{x+5}$ trên khoảng $(-\infty; -5)$ và trên khoảng $(-5; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -5)$, đồng biến trên $(-5; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -5)$, nghịch biến trên $(-5; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(-5; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(-5; +\infty)$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } f(x_1) - f(x_2) &= \left(\frac{x_1 - 3}{x_1 + 5} \right) - \left(\frac{x_2 - 3}{x_2 + 5} \right) \\ &= \frac{(x_1 - 3)(x_2 + 5) - (x_2 - 3)(x_1 + 5)}{(x_1 + 5)(x_2 + 5)} = \frac{8(x_1 - x_2)}{(x_1 + 5)(x_2 + 5)}. \end{aligned}$$

Với mọi $x_1, x_2 \in (-\infty; -5)$ và $x_1 < x_2$. Ta có $\begin{cases} x_1 < -5 \\ x_2 < -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 5 < 0 \\ x_2 + 5 < 0 \end{cases}$.

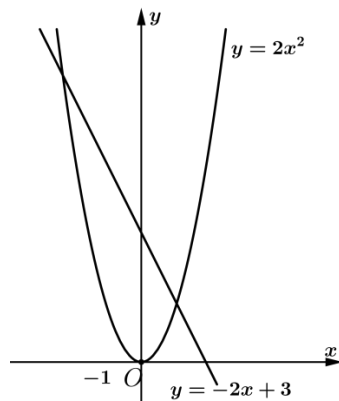
$$\text{Suy ra } \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{8}{(x_1 + 5)(x_2 + 5)} > 0 \longrightarrow f(x) \text{ đồng biến trên } (-\infty; -5).$$

Với mọi $x_1, x_2 \in (-5; +\infty)$ và $x_1 < x_2$. Ta có $\begin{cases} x_1 > -5 \\ x_2 > -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 5 > 0 \\ x_2 + 5 > 0 \end{cases}$.

Suy ra $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{8}{(x_1 + 5)(x_2 + 5)} > 0 \longrightarrow f(x)$ đồng biến trên $(-5; +\infty)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho đồ thị các hàm số $y = -2x + 3$; $y = 2x^2$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

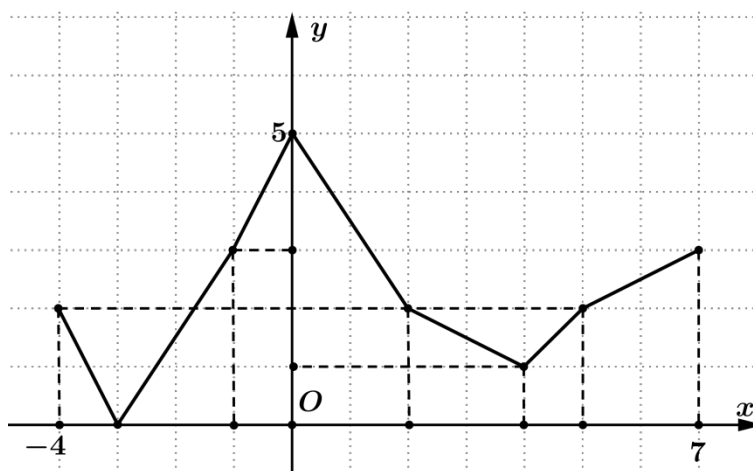


- a) Đồ thị hàm số $y = -2x + 3$ là một đường cong
- b) Đồ thị hàm số $y = -2x + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = 2x^2$ tại hai điểm
- c) Đồ thị của hàm số $y = -2x + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- d) Đồ thị hàm số $y = 2x^2$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Lời giải

- a) Sai: Đồ thị hàm số $y = -2x + 3$ là một đường thẳng
- b) Đúng: Đồ thị hàm số $y = -2x + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = 2x^2$ tại hai điểm
- c) Đúng: Dựa vào đồ thị ta có: Đồ thị của hàm số $y = -2x + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- d) Sai: Đồ thị hàm số $y = 2x^2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường gấp khúc như hình bên, mỗi ô tương ứng một đơn vị. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Tập giá trị hàm số $T = [-4; 7]$
- b) Ta thấy điểm $(-4; 2), (4; 1)$ thuộc đồ thị hàm số, điểm $(2; 3)$ không thuộc đồ thị hàm số.
- c) Ta có: $f(-1) = 3, f(5) = 2$.
- d) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng: $(-3; 0), (4; 7)$; hàm số nghịch biến trên các khoảng: $(-4; -3), (0; 4)$.

Lời giải

- a) Sai: Tập xác định hàm số: $D = [-4; 7]$ và tập giá trị hàm số: $T = [0; 5]$
- b) Đúng: Ta thấy điểm $(-4; 2), (4; 1)$ thuộc đồ thị hàm số, điểm $(2; 3)$ không thuộc đồ thị hàm số.
- c) Đúng: Ta có: $f(-1) = 3, f(5) = 2$.
- d) Đúng: Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng: $(-3; 0), (4; 7)$; hàm số nghịch biến trên các khoảng: $(-4; -3), (0; 4)$.

$$y = f(x) = \begin{cases} 8 & \text{khi } x < 0 \\ 8 - 2x & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$$

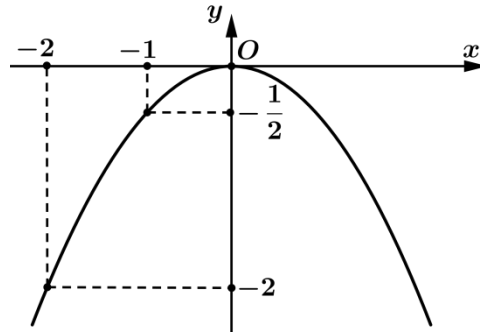
Câu 3: Cho hàm số . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) $f(-1) \cdot f(1) = 48$
- b) Điểm $A(0; 0)$ thuộc đồ thị hàm số.
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
- d) $f\left(\frac{3}{2}\right) = f(5)$

Lời giải

- a) Đúng: Ta có $x = 1$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2$
 Nên $f(1) = 8 - 2 \cdot 1 = 6$ và $x = -1$ thỏa mãn $x < 0$ nên $f(-1) = 8$.
 Suy ra $f(-1) \cdot f(1) = 8 \cdot 6 = 48$
- b) Sai: Ta có $x = 0$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2$ nên $f(0) = 8 - 2 \cdot 0 = 8$.
 Điểm thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ là điểm $B(0; 8)$ nên điểm $A(0; 0)$ không thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$.
- c) Sai: Trên khoảng $(0; 2)$ hàm số $y = f(x) = 8 - 2x$ là hàm số bậc nhất với hệ số $a = -2 < 0$
 Nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- d) Đúng: Ta có $x = \frac{3}{2}$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2$ nên $f\left(\frac{3}{2}\right) = 8 - 2 \cdot \frac{3}{2} = 5$ và $x = \sqrt{5}$ thỏa mãn $x > 2$ nên $f(\sqrt{5}) = (\sqrt{5})^2 = 5$. Suy ra $f\left(\frac{3}{2}\right) = f(\sqrt{5}) = 5$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Điểm $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ thuộc đồ thị của hàm số.
 b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 c) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
 d) Tập giá trị của hàm số là $\square$.

Lời giải

- a) Sai: Từ đồ thị, ta thấy: Điểm $B\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$ thuộc đồ thị hàm số nên điểm $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ không thuộc đồ thị của hàm số.
 b) Đúng: Từ đồ thị, ta thấy: Trên khoảng $(0; +\infty)$, hàm số có đồ thị là đường đi xuống nên hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.
 c) Đúng: Từ đồ thị, ta thấy: Trên khoảng $(-2; 0)$, hàm số có đồ thị là đường đi lên nên hàm số đồng biến trên $(-2; 0)$.
 d) Sai: Từ đồ thị, ta thấy: Tập giá trị của hàm số là $(-\infty; 0]$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho $f(x) = \begin{cases} x-4 & \text{khi } x \geq 0 \\ x^2-4x+1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $f(m^2) + f(-2) = 18$.

Lời giải

Với $x = m^2 \geq 0$ ta có: $f(m^2) = m^2 - 4$.
 Với $x = -2 < 0$ ta có: $f(-2) = (-2)^2 - 4(-2) + 1 = 13$.
 Khi đó: $f(m^2) + f(-2) = 18 \Leftrightarrow (m^2 - 4) + 13 = 18 \Leftrightarrow m = \pm 3$.
 Vậy $m = \pm 3$ thỏa mãn.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-20; 20]$ để hàm số $f(x) = (2m-1)x + m+3$ đồng biến trên $\square$?

Lời giải

$$T = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \quad \text{với mọi } x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2.$$

$$\text{Ta có: } f(x_2) - f(x_1) = [(2m-1)x_2 + m + 3] - [(2m-1)x_1 + m + 3] = (2m-1)(x_2 - x_1).$$

$$\text{Suy ra: } T = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = 2m - 1.$$

Điều kiện để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là $T = 2m - 1 > 0 \Rightarrow m > \frac{1}{2}$. Vậy với $m > \frac{1}{2}$ thì hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$. Khi đó có 20 giá trị nguyên của m

Câu 3: Anh T cần đặt một tiệc cưới ước tính khoảng 30 đến 35 bàn.
 Nhà hàng 1 đề nghị anh T đóng tiền cố định 20 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2 triệu đồng/1 bàn.
 Nhà hàng 2 đề nghị anh T đóng tiền cố định 10 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2,5 triệu/1 bàn.
 Để tiết kiệm được chi phí cho tiệc cưới, anh T nên lựa chọn nhà hàng n (giả sử rằng chất lượng phục vụ hai nhà hàng trên là ngang nhau)? Giá trị n bằng bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x là số bàn tiệc thực tế trong đám cưới (x nguyên dương và $x \in [30; 35]$)

Và y (triệu đồng) là số tiền mà người đó phải trả cho nhà hàng.

Nếu đăng ký tại nhà hàng 1, anh T sẽ trả tiền theo công thức: $y = 2x + 20$.

Với $x \in [30; 35]$ thì $y \in [80; 90]$, tức là anh T phải trả khoản tiền khoảng 80 triệu đến 90 triệu cho nhà hàng thứ nhất.

Nếu đăng ký tại nhà hàng 2, anh T sẽ trả tiền theo công thức: $y = 2,5x + 10$.

Với $x \in [30; 35]$ thì $y \in [85; 97,5]$, tức là anh T phải trả khoản tiền khoảng 85 triệu đến 97,5 triệu cho nhà hàng thứ hai.

Vậy, nếu chất lượng phục vụ hai nhà hàng là tương đương, anh T nên chọn nhà hàng 1 để tiết kiệm một khoản chi phí tiệc cưới.