

Họ và tên:Số báo danh:

Câu 1 (1,5 điểm).

a) Một trang trại trồng cà rốt và thử nghiệm một loại phân bón mới. Khi thu hoạch người ta đo chiều dài các củ cà rốt và thu được kết quả sau:

Chiều dài (cm)	[15;16)	[16;17)	[17;18))	[18;19)	[19;20))	[20;21)
Số củ cà rốt	8	17	30	26	14	5

Xác định tần số và tính tần số tương đối của nhóm [17;18).

b) Một hộp chứa 5 tấm thẻ ghi các số 1; 2; 3; 4; 5 (mỗi tấm thẻ chỉ ghi một số). Bạn An rút ngẫu nhiên 1 tấm thẻ từ trong hộp. Tính xác suất để An rút được tấm thẻ ghi số chẵn.

Câu 2 (2,0 điểm).

$$A = \sqrt{4} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} - \sqrt{49}$$

a) Tính giá trị của biểu thức

b) Rút gọn biểu thức

$$B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{1}{x-4} \right) \cdot \frac{2\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+1} \quad x \geq 0, x \neq 4$$

, với

$$y = ax^2 \quad a \quad M(2; 6)$$

c) Cho hàm số . Tìm giá trị của để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm .

Câu 3 (2,5 điểm).

a) Có hai nhóm học sinh cùng đến một cửa hàng để mua hoa quả. Nhóm thứ nhất mua 3 kg táo và 5 kg cam, tổng số tiền phải trả là 225 nghìn đồng. Nhóm thứ hai mua 4 kg táo và 2 kg cam, tổng số tiền phải trả là 160 nghìn đồng. Hãy tính giá tiền 1 kg táo và giá tiền 1 kg cam.

b) Một ô tô tải khởi hành từ thành phố A để đi đến thành phố B. Sau đó 36 phút, một ô tô con cũng xuất phát từ thành phố A để đi đến thành phố B trên cùng một tuyến đường với vận tốc lớn hơn vận tốc của ô tô tải là 15 km/h. Do vận tốc lớn hơn nên ô tô con đã đuổi kịp và đến thành phố B cùng lúc với ô tô tải. Giả thiết rằng vận tốc của mỗi xe là không đổi trên cả tuyến đường. Hãy tính vận tốc của mỗi xe, biết quãng đường giữa hai thành phố A và B là 154 km.

$$x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$x_1, x_2$$

c) Cho phương trình có hai nghiệm . Không giải phương trình, tính giá trị biểu thức

$$P = \frac{1}{2 + \sqrt{23x_1^2 - 1}} + \frac{3x_2^2 + 7}{5x_2 + 1}$$

Câu 4 (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) và nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao AD, BE và CF của tam giác cắt nhau tại H . Gọi M là trung điểm của BC , đường kính AL của đường tròn (O) cắt ME tại N .

a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp.

$$\angle BAD = \angle LAC \quad AE \cdot AB = 2AN \cdot OM$$

b) Chứng minh và

c) Tia AM cắt EF tại K . Gọi I là chân đường vuông góc hạ từ K xuống BC . Đường tròn ngoại tiếp tam giác ADI cắt AB tại P , AC tại Q ($P, Q \neq A$). Chứng minh APQ là trực tâm của tam giác APQ .

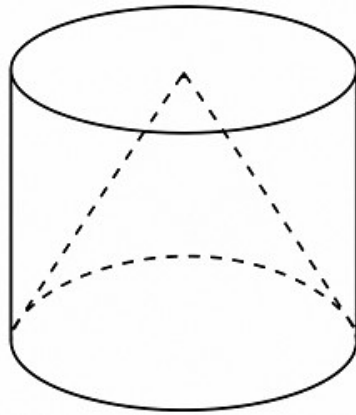
Câu 5 (1,0 điểm).

a) Quả bóng bàn sử dụng trong thi đấu quốc tế là loại bóng nhựa Poly cao cấp, thân thiện với môi trường, độ bền cao và có dạng hình cầu (hình vẽ). Biết rằng đường kính quả bóng bàn là 4 cm. Tính thể tích quả bóng bàn đó.



b) Người ta thiết kế một vật trang trí hình trụ bằng một loại chất liệu trong suốt, bên trong có một hình nón màu sắc rực rỡ. Biết rằng đỉnh hình nón là tâm đáy trên của hình trụ, đáy hình nón trùng với đáy dưới của

hình trụ và đường sinh hình nón bằng 6 cm (tham khảo hình vẽ). Hãy tìm giá trị lớn nhất của thể tích vật trang trí đó.



Hết

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1

a)

Bảng số liệu:

Chiều dài	[15;16))	[16;17)	[17;18)	[18;19))	[19;20)	[20;21)
Số củ cà rốt	8	17	30	26	14	5

Tổng số củ cà rốt là:

$$8 + 17 + 30 + 26 + 14 + 5 = 100$$

củ.

[17;18)

Nhóm có số củ cà rốt là 30.

[17;18)

Vậy tần số của nhóm là 30.

Tần số tương đối là:

$$\frac{30}{100} = 0,3 = 30\%$$

Đáp án: Tần số là 30; tần số tương đối là 30%.

b)

Các thẻ ghi số: 1; 2; 3; 4; 5.

Có 5 kết quả có thể xảy ra.

Các số chẵn là 2 và 4, có 2 kết quả thuận lợi.

Xác suất để An rút được thẻ ghi số chẵn là:

$$P = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5}$$

Đáp án: .

Câu 2

a)

Ta có:

$$A = \sqrt{4} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} - \sqrt{49}$$

$$A = 2 + \sqrt{36} - 7$$

$$A = 2 + 6 - 7 = 1$$

$$A = 1$$

Đáp án: .

b)

Cách 1.

$$B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{1}{x-4} \right) \cdot \frac{2\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+1} \quad x \geq 0, x \neq 4$$

Ta có: , với .

$$x-4 = \left(\sqrt{x} \right)^2 - 2^2 = \left(\sqrt{x}-2 \right) \left(\sqrt{x}+2 \right)$$

Vì:

$$2\sqrt{x} - 4 = 2(\sqrt{x} - 2)$$

Và

$$B = \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 2} - \frac{1}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \right) \cdot \frac{2(\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x} + 1}$$

Do đó:

$$\frac{1}{\sqrt{x} - 2} = \frac{\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$$

Quy đồng trong ngoặc:

$$\frac{1}{\sqrt{x} - 2} - \frac{1}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{\sqrt{x} + 2 - 1}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$$

Nên

$$= \frac{\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \cdot \frac{2(\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x} + 1}$$

Vậy:

$$\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2} \quad B = \frac{2}{\sqrt{x} + 2}$$

Rút gọn và , ta được:

Kết luận:

$$B = \frac{2}{\sqrt{x} + 2}$$

Cách 2.

$$x \geq 0, x \neq 4$$

Điều kiện:

$$\sqrt{x} = t \quad t \geq 0, t \neq 2$$

Đặt , với

Khi đó:

$$x - 4 = t^2 - 4 = (t - 2)(t + 2)$$

Ta có:

$$B = \left(\frac{1}{t-2} - \frac{1}{t^2-4} \right) \cdot \frac{2t-4}{t+1}$$

$$B = \left(\frac{1}{t-2} - \frac{1}{(t-2)(t+2)} \right) \cdot \frac{2(t-2)}{t+1}$$

Quy đồng trong ngoặc:

$$\frac{1}{t-2} - \frac{1}{(t-2)(t+2)} = \frac{t+2}{(t-2)(t+2)} - \frac{1}{(t-2)(t+2)} = \frac{t+1}{(t-2)(t+2)}$$

Do đó:

$$B = \frac{t+1}{(t-2)(t+2)} \cdot \frac{2(t-2)}{t+1}$$

$$B = \frac{2}{t+2}$$

Rút gọn được:

$$t = \sqrt{x} \quad B = \frac{2}{\sqrt{x}+2}$$

Thay :

$$B = \frac{2}{\sqrt{x}+2}$$

Đáp án:

$$y = ax^2 \quad M(2;6) \quad x=2, y=6$$

c) Hàm số đi qua điểm nên thay vào hàm số:

$$6 = a.2^2$$

$$6 = 4a$$

$$a = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$a = \frac{3}{2}$$

Đáp án:

Câu 3

a)

Gọi giá tiền 1 kg táo là x nghìn đồng, giá tiền 1 kg cam là y nghìn đồng.

$$\begin{cases} 3x + 5y = 225 \\ 4x + 2y = 160 \end{cases}$$

Theo đề bài, ta có hệ:

Từ phương trình thứ hai:

$$4x + 2y = 160$$

Chia hai vế cho 2:

$$2x + y = 80$$

Suy ra:

$$y = 80 - 2x$$

$$3x + 5y = 225$$

Thay vào phương trình :

$$3x + 5(80 - 2x) = 225$$

$$3x + 400 - 10x = 225$$

$$-7x = -175$$

$$x = 25$$

$$y = 80 - 2.25 = 30$$

Khi đó:

Vậy 1 kg táo giá 25 nghìn đồng, 1 kg cam giá 30 nghìn đồng.

Đáp án: Táo 25 nghìn đồng/kg, cam 30 nghìn đồng/kg.

b)

$$36 = 0,6$$

Đổi phút giờ.

$$x \quad x > 0$$

Gọi vận tốc ô tô tải là km/h,

$$x + 15$$

Vận tốc ô tô con là km/h.

$$\frac{154}{x}$$

Thời gian ô tô tải đi từ A đến B là: giờ.

$$\frac{154}{x + 15}$$

Thời gian ô tô con đi từ A đến B là: giờ.

Ô tô con xuất phát sau 0,6 giờ nhưng đến B cùng lúc với ô tô tải, nên thời gian đi của ô tô tải nhiều hơn thời gian đi của ô tô con 0,6 giờ:

$$\frac{154}{x} - \frac{154}{x + 15} = 0,6$$

$$\frac{154(x + 15) - 154x}{x(x + 15)} = 0,6$$

Ta giải phương trình:

$$\frac{154.15}{x(x + 15)} = 0,6$$

$$\frac{2310}{x(x + 15)} = 0,6$$

$$2310 = 0,6x(x + 15)$$

Nhân hai vế với 10:

$$23100 = 6x(x + 15)$$

$$23100 = 6x^2 + 90x$$

Chia hai vế cho 6:

$$3850 = x^2 + 15x$$

$$x^2 + 15x - 3850 = 0$$

$$\Delta = 15^2 + 4.3850 = 225 + 15400 = 15625 = 125^2$$

Ta có:

$$x = \frac{-15 + 125}{2} = 55$$

Suy ra:

Vận vận tốc ô tô tải là 55 km/h.

$$55 + 15 = 70$$

Vận tốc ô tô con là: km/h.

Đáp án: Ô tô tải 55 km/h, ô tô con 70 km/h.

c)

$$x^2 - 5x + 1 = 0 \quad x_1, x_2$$

Phương trình: có hai nghiệm

$$x_1 + x_2 = 5, x_1 x_2 = 1$$

Theo hệ thức Viète:

$$x_1^2 - 5x_1 + 1 = 0$$

Vì là nghiệm nên:

$$x_1^2 = 5x_1 - 1$$

Suy ra:

Ta xét biểu thức dưới căn:

$$23x_1^2 - 1 = 23(5x_1 - 1) - 1 = 115x_1 - 24$$

$$x_1^4 = (x_1^2)^2 = (5x_1 - 1)^2$$

Mặt khác:

$$x_1^4 = 25x_1^2 - 10x_1 + 1$$

$$x_1^4 = 25(5x_1 - 1) - 10x_1 + 1$$

$$x_1^4 = 115x_1 - 24$$

$$23x_1^2 - 1 = x_1^4$$

Do đó:

$$\sqrt{23x_1^2 - 1} = \sqrt{x_1^4} = x_1^2$$

Suy ra:

$$P = \frac{1}{2 + x_1^2} + \frac{3x_2^2 + 7}{5x_2 + 1}$$

Khi đó:

$$x_1x_2 = 1 \quad x_1 = \frac{1}{x_2} \quad x_1^2 = \frac{1}{x_2^2}$$

Vì x_1, x_2 nên $x_1, x_2 > 0$, suy ra:

$$\frac{1}{2 + x_1^2} = \frac{1}{2 + \frac{1}{x_2^2}} = \frac{x_2^2}{2x_2^2 + 1}$$

Do đó:

$$x_2 \quad x_2^2 = 5x_2 - 1$$

Vì x_2 cũng là nghiệm nên:

$$\frac{x_2^2}{2x_2^2 + 1} = \frac{5x_2 - 1}{2(5x_2 - 1) + 1} = \frac{5x_2 - 1}{10x_2 - 1}$$

Suy ra:

$$\frac{3x_2^2 + 7}{5x_2 + 1} = \frac{3(5x_2 - 1) + 7}{5x_2 + 1} = \frac{15x_2 + 4}{5x_2 + 1}$$

Ngoài ra:

$$P = \frac{5x_2 - 1}{10x_2 - 1} + \frac{15x_2 + 4}{5x_2 + 1}$$

Vậy:

$$P = \frac{(5x_2 - 1)(5x_2 + 1) + (15x_2 + 4)(10x_2 - 1)}{(10x_2 - 1)(5x_2 + 1)}$$

Quy đồng:

Tử số:

$$(5x_2 - 1)(5x_2 + 1) = 25x_2^2 - 1$$

$$(15x_2 + 4)(10x_2 - 1) = 150x_2^2 + 25x_2 - 4$$

$$25x_2^2 - 1 + 150x_2^2 + 25x_2 - 4$$

Nên tử số là:

$$= 175x_2^2 + 25x_2 - 5 = 175(5x_2 - 1) + 25x_2 - 5 = 900x_2 - 180 = 180(5x_2 - 1)$$

Mẫu số:

$$(10x_2 - 1)(5x_2 + 1) = 50x_2^2 + 5x_2 - 1 = 50(5x_2 - 1) + 5x_2 - 1$$

$$= 255x_2 - 51 = 51(5x_2 - 1)$$

$$P = \frac{180(5x_2 - 1)}{51(5x_2 - 1)} = \frac{180}{51} = \frac{60}{17}$$

Do đó:

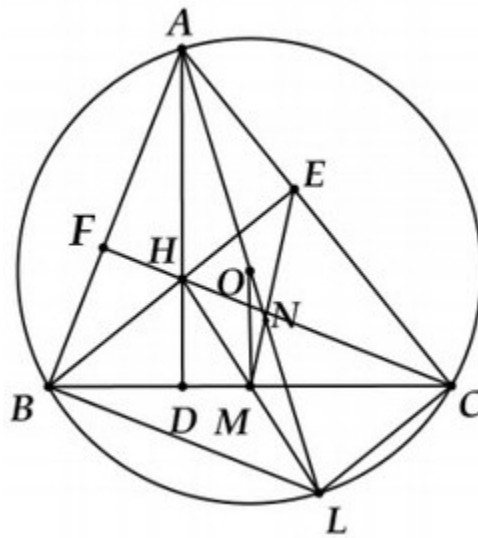
$$P = \frac{60}{17}$$

Đáp án:

Câu 4

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) , các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . M là trung điểm của BC , đường kính AL cắt ME tại N .
điểm của BC , đường kính AL cắt ME tại N .

a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp



Vì BE là đường cao nên: $BE \perp AC$.

Mà $E \in AC, H \in BE$, nên: $AE \perp EH$.

$$\angle AEH = 90^\circ$$

Suy ra:

Nên điểm E nằm trên đường tròn đường kính AH (1)

Tương tự, vì CF là đường cao nên: $CF \perp AB$.

Mà $F \in AB, H \in CF$, nên: $AF \perp FH$.

$$\angle AFH = 90^\circ$$

Suy ra:

Nên điểm F nằm trên đường tròn đường kính AH (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $AEHF$ nội tiếp.

$$\angle BAD = \angle LAC \quad AE \cdot AB = 2AN \cdot OM$$

b) Chứng minh và

$$\angle BAD = \angle LAC$$

*** Chứng minh**

AD $AD \perp BC$
 Vì là đường cao nên: .

$$\angle BAD = 90^\circ - \angle ABC$$

Do đó: .

AL (O) $\angle ACL = 90^\circ$
 Vì là đường kính của đường tròn nên: .

$$\angle ACL + \angle LAC = 90^\circ - \angle ALC$$

Trong tam giác vuông : .

$\angle ALC$ $\angle ABC$ AC $\angle ALC = \angle ABC$
 Mà và cùng chắn cung nên: .

$$\angle LAC = 90^\circ - \angle ABC$$

Suy ra: .

$$\angle BAD = \angle LAC$$

Vậy: .

$$AE \cdot AB = 2AN \cdot OM$$

* Chứng minh

R (O) $AL = 2R$
 Gọi là bán kính , nên .

$BE \perp AC$ $\angle AEB$ E
 Vì nên vuông tại .

M BC $OM \perp BC$ $\angle OMB$ M
 Vì là trung điểm dây nên , do đó vuông tại .

$$\angle EAB = \angle CAB \quad \angle BOM = \angle BAC$$

Lại có: và

$\angle BOC = 2\angle BAC$ OM $\angle BOC$
 vì , mà là phân giác của .

$$\angle AEB \sim \angle OMB$$

Suy ra: .

$$\frac{AE}{AB} = \frac{OM}{OB} = \frac{OM}{R} = \frac{2OM}{AL}$$

Do đó: .

$$AE \cdot AB = \frac{2OM \cdot AB^2}{AL} \quad (1)$$

Suy ra:

$$AB^2 = AN \cdot AL$$

Bây giờ chứng minh:

Gọi S là chân đường vuông góc từ B xuống AL .

$$S \equiv N$$

Ta chứng minh

$$BE \perp AC, BS \perp AL \quad \angle AEB = \angle ASB = 90^\circ$$

Vì nên:

$$A, E, B, S$$

Suy ra cùng thuộc một đường tròn.

$$\angle BES = \angle BAS = \angle BAL$$

Do đó:

Mà AL là đường kính nên $\angle ABL$ vuông tại B .

$$\angle ALB = \angle ACB \quad \angle BAL = 90^\circ - \angle ACB$$

Lại có , nên:

$$\angle BES = 90^\circ - \angle ACB$$

Suy ra:

$$BE \perp AC \quad \angle CES = \angle ACB$$

Vì nên:

Trong tam giác vuông BEC , M là trung điểm cạnh huyền BC nên: $ME = MC$.

$$\angle MEC = \angle MCE = \angle ACB$$

Suy ra:

$$\angle CES = \angle MEC \quad S, E, M$$

Vậy , nên thẳng hàng.

$$N = AL \cap ME \quad S \in AL \quad S \equiv N$$

Mà , còn , nên .

$$BN \perp AL$$

Do đó

Trong tam giác vuông ABL , có đường cao BN hạ xuống cạnh huyền AL , nên: $AB^2 = AN.AL$ (2)

$$(1) \quad (2) \quad AE.AB = \frac{2OM.AB^2}{AL} = \frac{2OM.AN.AL}{AL} = 2AN.OM$$

Từ và :

$$AE.AB = 2AN.OM$$

Vậy:

c) Chứng minh K là trực tâm của tam giác APQ

Từ câu 4a, tứ giác $AEHF$ nội tiếp nên: $\angle AEF = \angle ABC$ $\angle AFE = \angle ACB$

Suy ra tam giác AEF và tam giác ABC đồng dạng.

$$BC = a, AC = b, AB = c$$

Gọi:

$$E, F \quad AE = c \cos A, AF = b \cos A$$

Vì là chân đường cao nên:

Do M là trung điểm của BC nên: $S_{ABM} = S_{ACM}$

$$c \sin \angle BAM = b \sin \angle MAC$$

Suy ra:

$$K \in AM \quad c \sin \angle BAK = b \sin \angle KAC$$

Vì nên:

$$\frac{KE}{KF} = \frac{S_{AKE}}{S_{AKF}} = \frac{AE \cdot \sin \angle EAK}{AF \cdot \sin \angle KAF} = \frac{c \cos A \cdot \sin \angle KAC}{b \cos A \cdot \sin \angle BAK} = \frac{c^2}{b^2}$$

Xét hai tam giác và :

$$\frac{KE}{EF} = \frac{c^2}{b^2 + c^2}, \quad \frac{KF}{EF} = \frac{b^2}{b^2 + c^2}$$

Suy ra:

Do K nằm trên EF , khoảng cách từ K đến BC được tính theo tỉ lệ chia đoạn EF :

$$\frac{KI}{AD} = \frac{KF}{EF} \cdot \frac{CE}{CA} + \frac{KE}{EF} \cdot \frac{BF}{BA}$$

$$CE = b - c \cos A, BF = c - b \cos A$$

Mà:

$$\frac{KI}{AD} = \frac{b^2}{b^2 + c^2} \cdot \frac{b - c \cos A}{b} + \frac{c^2}{b^2 + c^2} \cdot \frac{c - b \cos A}{c} = \frac{b^2 + c^2 - 2bc \cos A}{b^2 + c^2}$$

Nên:

$$ABC \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Theo định lí cosin trong tam giác:

$$\frac{KI}{AD} = \frac{a^2}{b^2 + c^2}$$

Do đó:

$$KI \parallel AD \quad K, A, M \quad \square MKI \sim \square MAD$$

Vì và thẳng hàng nên:

$$\frac{MI}{MD} = \frac{KI}{AD} = \frac{a^2}{b^2 + c^2}$$

Suy ra:

$$MD = \frac{CD - BD}{2} = \frac{b^2 - c^2}{2a}$$

Lại có:

$$MI = \frac{a(b^2 - c^2)}{2(b^2 + c^2)}$$

Suy ra:

$$M \quad BC \quad BM = CM = \frac{a}{2}$$

Vì là trung điểm nên:

$$BI = BM - MI = \frac{ac^2}{b^2 + c^2}$$

Do đó:

$$CI = CM + MI = \frac{ab^2}{b^2 + c^2}$$

$$D, I \in BC \quad AD \perp BC \quad \angle ADI = 90^\circ$$

Vì và nên:

Suy ra đường tròn ngoại tiếp tam giác ADI có đường kính AI .

$$\angle API = 90^\circ, \quad \angle AQI = 90^\circ$$

Do đó:

$$IP \perp AB, \quad IQ \perp AC$$

Hay:

$$\angle BIP = \angle BDA \quad \angle IBP = \angle DBA$$

Xét hai tam giác vuông và :

$$\angle BIP \sim \angle BDA$$

nên:

$$\frac{IP}{AD} = \frac{BI}{AB}$$

Suy ra:

$$IP = AD \cdot \frac{BI}{AB} = AD \cdot \frac{\frac{ac^2}{b^2 + c^2}}{c} = \frac{ac}{b^2 + c^2} \cdot AD$$

Do đó:

$$KI = \frac{a^2}{b^2 + c^2} \cdot AD$$

Mà:

$$\frac{KI}{IP} = \frac{a}{c} = \frac{BC}{BA}$$

Suy ra:

$$\angle KIP = \angle CBA$$

Lại có:

$$KI \perp BC \quad IP \perp AB$$

vì và

$$\angle KIP \sim \angle CBA$$

Do đó:

$$\square KPI = \square CAB$$

Suy ra: .

$$IP \perp AB \quad KP \perp AC$$

Mà , nên .

$$\square CIQ \sim \square CDA$$

$$KQ \perp AB$$

Tương tự, từ , ta cũng chứng minh được: .

$$APQ \quad KP \perp AQ, \quad KQ \perp AP$$

Vậy trong tam giác : .

$$K \quad APQ$$

Suy ra là trực tâm của tam giác .

Câu 5

a)

Quả bóng bàn có dạng hình cầu, đường kính bằng 4 cm.

$$r = \frac{4}{2} = 2$$

Bán kính là: cm.

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Thể tích hình cầu: .

$$r = 2$$

Thay :

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot 2^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 8 = \frac{32\pi}{3}$$

cm³.

$$\frac{32\pi}{3}$$

Đáp án: cm³.

$$r \quad h$$

b) Gọi bán kính đáy hình trụ là cm, chiều cao hình trụ là cm.

Vì đỉnh hình nón là tâm đáy trên của hình trụ, đáy hình nón trùng với đáy dưới của hình trụ nên hình nón có:

- Bán kính đáy là r .
- Chiều cao là h .

- Đường sinh là 6 cm.

$$r^2 + h^2 = 6^2 = 36$$

Theo định lý Pythagore: .

$$V = \pi r^2 h$$

Thể tích vật trang trí hình trụ là: .

$$r^2 h$$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của .

$$\frac{r^2}{2} + \frac{r^2}{2} + h^2 = r^2 + h^2 = 36$$

Ta có: .

$$\frac{\frac{r^2}{2} + \frac{r^2}{2} + h^2}{3} \geq \sqrt[3]{\frac{r^2}{2} \cdot \frac{r^2}{2} \cdot h^2}$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM:

$$12 \geq \sqrt[3]{\frac{r^4 h^2}{4}}$$

Suy ra: .

Do đó:

$$12^3 \geq \frac{r^4 h^2}{4}$$

$$r^4 h^2 \leq 4 \cdot 12^3$$

$$r^2 h \leq \sqrt{4 \cdot 12^3}$$

Suy ra:

$$r^2 h \leq 48\sqrt{3}$$

$$V = \pi r^2 h \leq 48\sqrt{3}\pi$$

Vậy: .

$$\frac{r^2}{2} = h^2$$

Dấu bằng xảy ra khi: .

$$r^2 + h^2 = 36$$

$$2h^2 + h^2 = 36$$

Kết hợp với , ta được:

$$3h^2 = 36$$

$$h^2 = 12$$

$$h = 2\sqrt{3}$$

.

$$r^2 = 24$$

Khi đó: .

$$V_{\max} = 48\sqrt{3}\pi$$

Vậy thể tích lớn nhất của vật trang trí là: cm^3 .

$$48\sqrt{3}\pi$$

Đáp án: cm^3 .