

BÀI TẬP CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN
CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Đo chiều cao (tính bằng cm) của ^{500} học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả như sau:

Chiều cao	[150;154)	[154;158)	[158;162)	[162;166)	[166;170)
Số học sinh	25	50	200	175	50

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A. ^{16} .

B. ^{20} .

C. ^{6} .

D. ^{4} .

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 170 - 150 = 20$

Câu 2. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Có bao nhiêu học sinh truy cập Internet mỗi buổi tối có thời gian từ 18,5 phút đến dưới 21,5 phút?

A. ^{24} .

B. ^{15} .

C. ^{2} .

D. ^{20} .

Lời giải

Số học sinh truy cập Internet mỗi buổi tối có thời gian từ 18,5 phút đến dưới 21,5 phút là 24.

Câu 3. Cho mẫu số liệu về chiều cao (cm) của các học sinh nữ trong khối ^{12} của một trường như sau:

Chiều cao	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số học sinh	20	45	34	27	15	4

Mẫu số liệu trên có bao nhiêu số liệu, bao nhiêu nhóm?

A. ^{145} số liệu; ^{6} nhóm.

B. ^{30} số liệu; ^{5} nhóm.

C. ^{6} số liệu; ^{145} nhóm.

D. ^{5} số liệu; ^{30} nhóm.

Lời giải

Mẫu số liệu $^{(T)}$ có:

$20 + 45 + 34 + 27 + 15 + 4 = 145$ (số liệu).

^{6} nhóm: $[145;150); [150;155); [155;160); [160;165); [165;170); [170;175)$.

Câu 4. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian hoàn thành (phút) một bài kiểm tra trực tuyến của ^{100} học sinh, ta có bảng số liệu sau:

Thời gian	[33;35)	[35;37)	[37;39)	[39;41)	[41;43)	[43;45)
Số học sinh	4	13	38	27	14	4

Thời gian trung bình để ^{100} học sinh hoàn thành bài kiểm tra là:

- A.** ^{38,92} phút. **B.** ^{38,29} phút. **C.** ^{39,28} phút. **D.** ^{39,82} phút.

Lời giải

Giá trị đại diện của mỗi nhóm số liệu là *trung bình cộng* của hai đầu mút.

Ta có bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện của mỗi nhóm:

Thời gian	[33;35)	[35;37)	[37;39)	[39;41)	[41;43)	[43;45)
Giá trị đại diện	34	36	38	40	42	44
Số học sinh	4	13	38	27	14	4

Thời gian trung bình để ^{100} học sinh hoàn thành bài kiểm tra là:

$$\bar{x} = \frac{4.34 + 13.36 + 38.38 + 27.40 + 14.42 + 4.44}{100} = 38,92 \text{ (phút).}$$

Câu 5. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào dưới đây

- A.** (38;39) **B.** (37;38) **C.** (39;40) **D.** [80;100)

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{42}$ thời gian tập thể dục của mỗi học sinh khối 12 và được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là x_{11} mà x_{11} thuộc nhóm $[20;40)$, khi đó

$$Q_1 = 20 + \frac{\frac{42}{4} - 5}{9} (40 - 20) = \frac{290}{9}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là x_{32} mà x_{32} thuộc nhóm $[60;80)$, khi đó

$$Q_3 = 60 + \frac{\frac{3.42}{4} - 26}{10} (80 - 60) = 71$$

Ta có

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 71 - \frac{290}{9} = \frac{349}{9} \approx 38,8$$

Khoảng tứ phân vị

Câu 6. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A.** $[40; 60)$ **B.** $[20; 40)$ **C.** $[60; 80)$ **D.** $[80; 100)$

Lời giải

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{42}$ thời gian tập thể dục của mỗi học sinh khối 12 và được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Do cỡ mẫu $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$ nên trung vị của mẫu số liệu trên là

$$Q_2 = \frac{x_{21} + x_{22}}{2}$$

Mà $x_{21}, x_{22} \in [40; 60)$ nên nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là nhóm $[40; 60)$.

Câu 7. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Số học sinh	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A.** $[7; 9)$ **B.** $[9; 11)$ **C.** $[11; 13)$ **D.** $[13; 15)$

Lời giải

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số học sinh	2	7	7	3	1

$$\bar{x} = \frac{2.6 + 7.8 + 7.10 + 3.12 + 1.14}{20} = 9,4$$

Số trung bình:

Câu 8. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	$[0; 10)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50)$	$[50; 60)$
Số cây	4	6	7	5	3

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A.** $Q_1 = 13,5$ **B.** $Q_1 = 13,9$ **C.** $Q_1 = 15,75$ **D.** $Q_1 = 13,75$

Lời giải

Cỡ mẫu: $n = 4 + 6 + 7 + 5 + 3 = 25$

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{25}$ là chiều cao của 25 cây dừa và được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_6 + x_7}{2}$. Do x_6, x_7 đều thuộc nhóm $[10; 20)$ nên nhóm này chứa Q_1 .

Do đó ta có:

$$Q_1 = 10 + \frac{\frac{25}{4} - 4}{6} \cdot 10 = 13,75$$

Câu 9. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê thời gian hoàn thành (phút) một bài kiểm tra trực tuyến của ^{100} học sinh, ta có bảng số liệu sau:

Thời gian	$[33; 35)$	$[35; 37)$	$[37; 39)$	$[39; 41)$	$[41; 43)$	$[43; 45)$
Số học sinh	4	13	38	27	14	4

Phương sai của mẫu số liệu trên là

- A.** ^{38,92} phút. **B.** ^{38,29} phút. **C.** ^{39,28} phút. **D.** ^{39,82} phút.

Lời giải

Giá trị đại diện của mỗi nhóm số liệu là *trung bình cộng* của hai đầu mút.

Ta có bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện của mỗi nhóm:

Thời gian	$[33; 35)$	$[35; 37)$	$[37; 39)$	$[39; 41)$	$[41; 43)$	$[43; 45)$
Giá trị đại diện	34	36	38	40	42	44
Số học sinh	4	13	38	27	14	4

Thời gian trung bình để ^{100} học sinh hoàn thành bài kiểm tra là:

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 34 + 13 \cdot 36 + 38 \cdot 38 + 27 \cdot 40 + 14 \cdot 42 + 4 \cdot 44}{100} = 38,92 \quad (\text{phút}).$$

Phương sai của mẫu số liệu

$$\begin{aligned} S_x^2 &= \frac{4 \cdot (34 - 38,92)^2 + 13 \cdot (36 - 38,92)^2 + 38 \cdot (38 - 38,92)^2 + 27 \cdot (40 - 38,92)^2}{100} \\ &\quad + \frac{14 \cdot (42 - 38,92)^2 + 4 \cdot (44 - 38,92)^2}{100} \\ &= 5,0736 \end{aligned}$$

Câu 10. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[1; 2)$. **B.** $[2; 3)$. C. $[11; 13)$. D. $[13; 15)$.

Lời giải

Ta có bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện của mỗi nhóm:

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

Doanh thu trung bình của cửa hàng trong ^{20} được lựa chọn ngẫu nhiên là

$$\bar{x} = \frac{2.6 + 7.8 + 7.10 + 3.12 + 1.14}{20} = 9,4 \quad (\text{phút}).$$

Phương sai của mẫu số liệu

$$S_x^2 = \frac{2.(6-9,4)^2 + 7.(8-9,4)^2 + 7.(10-9,4)^2 + 3.(12-9,4)^2 + 1.(14-9,4)^2}{20} = 4,04$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là $S_x = \sqrt{S_x^2} \approx 2,01$.

Câu 11. Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian	$[0; 4)$	$[4; 8)$	$[8; 12)$	$[12; 16)$	$[16; 20)$
Số học sinh	2	4	7	4	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. $\Delta_Q = 14$. **B.** $\Delta_Q = 7$. C. $\Delta_Q = 8$. D. $\Delta_Q = 11$.

Lời giải

Cỡ mẫu: $n = 2 + 4 + 7 + 4 + 3 = 20$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ thời gian hoàn thành bài tập của 20 học sinh và được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ ba Q_1 là $\frac{x_5 + x_6}{2}$. Do x_5, x_6 đều thuộc nhóm $[4; 8)$ nên nhóm này chứa Q_1 .

$$Q_1 = 4 + \frac{\frac{20}{4} - 2}{4} . 4 = 7$$

Khi đó

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{15} + x_{16}}{2}$. Do x_{15}, x_{16} đều thuộc nhóm $[12; 16)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

$$Q_3 = 12 + \frac{\frac{3.20}{4} - 13}{4} . 4 = 14$$

Khi đó :

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 14 - 7 = 7$.

Câu 12. Số đặc trưng nào sau đây thay đổi khi ta cộng tất cả các giá trị của mẫu số liệu với 1 số không đổi d ?

A. Khoảng biến thiên. B. Khoảng tứ phân vị. **C. Giá trị trung bình.** D. Độ lệch chuẩn.

Lời giải

Giả sử mẫu số liệu có n giá trị được sắp xếp theo thứ tự không giảm là $x_1; x_2; \dots; x_n$. Khi đó:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

Giá trị trung bình

$$\text{Khoảng biến thiên } R = x_n - x_1$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị } \Delta_Q = Q_3 - Q_1$$

$$\text{Phương sai } S_x^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$$

Phương sai

$$\text{Độ lệch chuẩn } S_x = \sqrt{S_x^2}$$

Khi cộng tất cả các giá trị với số không đổi d ta được dãy số liệu $x_1 + d; x_2 + d; \dots; x_n + d$

$$\bar{x}' = \frac{1}{n}(x_1 + d + x_2 + d + \dots + x_n + d) = \bar{x} + d$$

Giá trị trung bình

$$\text{Khoảng biến thiên } R' = x_n + d - (x_1 + d) = x_n - x_1 = R$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị } \Delta_Q' = Q_3 + d - (Q_1 + d) = \Delta_Q$$

$$\text{Phương sai } S_x'^2 = \frac{1}{n}[(x_1 + d - \bar{x} - d)^2 + (x_2 + d - \bar{x} - d)^2 + \dots + (x_n + d - \bar{x} - d)^2] = S_x^2$$

Phương sai

$$\text{Độ lệch chuẩn } S_x' = \sqrt{S_x'^2} = S_x$$

Từ đó suy ra giá trị trung bình sẽ thay đổi khi ta cộng tất cả các giá trị của dãy số liệu với một số không đổi d .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Số cuộc điện thoại một người thực hiện mỗi ngày trong 30 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên được thống kê trong bảng sau:

Số cuộc gọi	[2, 5; 5, 5)	[5, 5; 8, 5)	[8, 5; 11, 5)	[11, 5; 14, 5)	[14, 5; 17, 5)
Số ngày	5	13	7	3	2

a) Số cuộc gọi trung bình mỗi ngày là: $8,1$.

b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[5, 5; 8, 5)$.

c) Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là $[11, 5; 14, 5)$.

d) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 15.

Ta viết lại bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là:

Số cuộc gọi	[2, 5; 5, 5)	[5, 5; 8, 5)	[8, 5; 11, 5)	[11, 5; 14, 5)	[14, 5; 17, 5)
Giá trị đại diện	4	7	10	13	16
Số ngày	5	13	7	3	2

a) Số cuộc gọi trung bình mỗi ngày là:

$$\bar{x} = \frac{4.5 + 7.13 + 10.7 + 13.3 + 16.2}{30} = 8,4.$$

Vậy a) sai.

b) Cỡ mẫu $n = 5 + 13 + 7 + 3 + 2 = 30$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{30}$ là thời gian hoàn mỗi cuộc gọi và được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Có tứ phân vị thứ nhất $Q_1 = x_8$ và $x_8 \in [5, 5; 8, 5)$ nên b) đúng

$Q_3 = x_{23}$ và $x_{23} \in [8, 5; 11, 5)$ nên c) sai

c) Tứ phân vị thứ ba

d) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 17,5 - 2,5 = 15$. Vậy d) đúng.

Câu 2. Một nhà thực vật học đo chiều dài trung bình của 74 lá cây (đơn vị: milimét) và thu được bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[5, 45; 5, 85)	5,65	5
[5, 85; 6, 25)	6,05	9
[6, 25; 6, 65)	6,45	15
[6, 65; 7, 05)	6,85	19
[7, 05; 7, 45)	7,25	16
[7, 45; 7, 85)	7,65	8
[7, 85; 8, 25)	8,05	2

a) Chiều dài trung bình của 74 lá cây bằng $\approx 6,4(mm)$.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $2,4$.

c) Phương sai của mẫu số liệu $\approx 0,35$.

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên $\approx 8,93$.

(Các kết quả tính được trong bài làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

a) Chiều dài trung bình của 74 lá cây là:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{5,65.5 + 6,05.9 + 6,45.15 + 6,85.19 + 7,25.16 + 7,65.8 + 8,05.2}{74} \\ &= \frac{5029}{740} \approx 6,8(mm).\end{aligned}$$

Suy ra a) sai.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $8,25 - 5,45 = 2,8$ nên b) sai.

c) Phương sai của mẫu số liệu trên là

$$S_x^2 = \frac{5 \cdot (5,65 - 6,8)^2 + 9 \cdot (6,05 - 6,8)^2 + 15 \cdot (6,45 - 6,8)^2 + 19 \cdot (6,85 - 6,8)^2 + 16 \cdot (7,25 - 6,8)^2}{74} + \frac{8 \cdot (7,65 - 6,8)^2 + 2 \cdot (8,05 - 6,8)^2}{74} \approx 0,35(mm).$$

Vậy c) đúng.

d) Cỡ mẫu: $n = 5 + 9 + 15 + 19 + 16 + 8 + 2 = 74$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{74}$ là độ dài của 74 lá cây và được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là x_{19} . Do x_{19} thuộc nhóm $[6,25; 6,65)$ nên ta có

$$Q_1 = 6,25 + \frac{\frac{74}{4} - 14}{15} \cdot 4 = 7,45$$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là x_{56} . Do x_{56} thuộc nhóm $[7,05; 7,45)$ nên ta có

$$Q_3 = 7,05 + \frac{\frac{3 \cdot 74}{4} - 48}{16} \cdot 4 \approx 8,93$$

Khi đó khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 1,48$. Vậy d) sai.

Câu 3.

Số tiền đầu tư của một cửa hàng đối với hai lĩnh vực A, B là như nhau và số tiền thu được mỗi tháng trong 24 tháng từ hai lĩnh vực trên được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Số tiền	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$
Số tháng thu được từ lĩnh vực A	2	4	12	4	2
Số tháng thu được từ lĩnh vực B	8	2	4	2	8

a) Giá trị trung bình khi đầu tư vào 2 lĩnh vực A và B là như nhau.

b) Phương sai của số tiền thu được từ lĩnh vực A qua các tháng là 5.

c) Độ lệch chuẩn của số tiền thu được từ lĩnh vực B qua các tháng $\approx 8,42$

d) Đầu tư vào lĩnh vực B rủi ro hơn.

Lời giải

Số tiền trung bình thu được từ lĩnh vực A, B tương ứng là

$$\bar{x}_A = \frac{1}{24} (2 \cdot 7,5 + 4 \cdot 12,5 + 12 \cdot 17,5 + 4 \cdot 22,5 + 2 \cdot 27,5) = 17,5$$

$$\bar{x}_B = \frac{1}{24} (8 \cdot 7,5 + 2 \cdot 12,5 + 4 \cdot 17,5 + 2 \cdot 22,5 + 8 \cdot 27,5) = 17,5$$

Suy ra a) đúng.

Phương sai của số tiền thu được hàng tháng khi đầu tư vào lĩnh vực A, B tương ứng là:

$$S_{x_A}^2 = \frac{1}{24} \left[2 \cdot (17,5 - 7,5)^2 + 4 \cdot (17,5 - 12,5)^2 + 12 \cdot 0^2 + 4 \cdot (17,5 - 22,5)^2 + 2 \cdot (17,5 - 27,5)^2 \right] = 25$$

$$\Rightarrow S_{x_A} = 5 \quad \text{suy ra b) sai.}$$

$$S_{x_B}^2 = \frac{1}{24} \left[8 \cdot (17,5 - 7,5)^2 + 2 \cdot (17,5 - 12,5)^2 + 4 \cdot 0^2 + 2 \cdot (17,5 - 22,5)^2 + 8 \cdot (17,5 - 27,5)^2 \right] \approx 70,8$$

$$\Rightarrow S_{x_B} \approx 8,42 \quad \text{suy ra c) đúng.}$$

Do $S_{x_A} < S_{x_B}$ nên đầu tư vào lĩnh vực B rủi ro nhiều hơn. Suy ra d) đúng.

Câu 4. Điều tra về số tiền mua sách (đơn vị: nghìn đồng) trong một năm của 50 sinh viên người ta thu được bảng số liệu sau và ghép nhóm dãy số liệu trên thành các nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là $[0,100)$:

203	37	141	43	55	303	252	758	321	123
425	27	72	87	215	358	521	863	284	279
608	302	703	68	149	327	127	125	489	234
498	968	350	57	75	503	712	440	185	404
98	552	101	612	333	451	901	875	789	202

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc bằng khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm.

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc là 378

c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm $\approx 263,2$.

d) $\Delta_Q = 378$ là giá trị xấp xỉ

Lời giải

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{50}$ là số tiền mua sách tương ứng của 50 sinh viên trong một năm và được sắp xếp theo thứ tự không giảm. Khi đó:

+) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là $R = 968 - 27 = 941$.

+) Do cỡ mẫu $n = 50$ nên tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = x_{13} = 125$; tứ phân vị thứ ba là $x_{38} = 503$

+) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc là $\Delta_Q = 503 - 125 = 378$ nên b) đúng

Từ mẫu số liệu gốc ta có bảng phân bố tần số ghép lớp thỏa yêu cầu như sau:

Số tiền	$[0;100)$	$[100;200)$	$[200;300)$	$[300;400)$	$[400;500)$
Số HS	10	7	7	7	6
Số tiền	$[500;600)$	$[600;700)$	$[700;800)$	$[800;900)$	$[900;1000)$
Số HS	3	2	4	2	2

Khi đó:

+) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R' = 1000 - 0 = 1000 \neq R$ nên a) sai.

+) Giá trị trung bình

$$\bar{x} = \frac{1}{50}(10.50 + 7.150 + 7.250 + 7.350 + 6.450 + 3.550 + 2.650 + 4.750 + 2.850 + 2.950) = 360$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm

$$\begin{aligned} S'_x &= \frac{1}{50} \sqrt{10.(50-360)^2 + 7.(150-360)^2 + 7.(250-360)^2 + 7.(350-360)^2 + 6.(450-360)^2 +} \\ &= \frac{1}{50} \sqrt{3.(550-360)^2 + 2.(650-360)^2 + 4.(750-360)^2 + 2.(850-360)^2 + 2.(950-360)^2} \\ &\approx 263,2 \end{aligned}$$

Suy ra c) đúng

+) Do cỡ mẫu $n = 50$ nên tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = x_{13} \in [100; 200)$ và

$$Q_1 = 100 + \frac{\frac{50}{4} - 10}{7} 100 = \frac{950}{7};$$

+) Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = x_{38} \in [500; 600)$ và $Q_3 = 500 + \frac{\frac{3.50}{4} - 37}{3} 100 = \frac{1550}{3}$

+) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{1550}{3} - \frac{950}{7} = \frac{8000}{21}$ nên

d) sai.

Đáp án phần II.

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
a) S	a) S	a) Đ	a) S
b) Đ	b) S	b) S	b) Đ
c) S	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Chiều cao (đơn vị: m) của 35 cây bạch đàn được cho ở bảng sau:

Số đo chiều cao (m)	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)
Số cây	6	9	15	4	1

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là $R = 9 - 6,5 = 2,5$

Câu 2. Thời gian truy cập internet mỗi buổi trưa của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tìm khoảng tứ phân vị thứ của dãy số liệu trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Cỡ mẫu là: $n = 3 + 12 + 15 + 24 + 2 = 56$.

Gọi $x_1, \dots, x_{56}$ là thời gian truy cập internet của 56 học sinh và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó, tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = \frac{x_{14} + x_{15}}{2}$.

Do $x_{14}, x_{15} \in [12, 5; 15, 5)$ nên $Q_1 = 12,5 + \frac{\frac{56}{4} - 3}{12} \cdot 3 \approx 15,3$

Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = \frac{x_{42} + x_{43}}{2}$.

Do $x_{42}, x_{43} \in [18, 5; 21, 5)$ nên $Q_3 = 18,5 + \frac{\frac{3 \cdot 56}{4} - 30}{24} \cdot 3 = 20$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 20 - 15,3 = 4,7$.

Câu 3. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Tìm phương sai của mẫu số liệu trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$.

Thời gian tập thể dục trung bình của 42 học sinh khối 12 trên là

$$\bar{x} = \frac{1}{42} (5 \cdot 10 + 9 \cdot 30 + 12 \cdot 50 + 10 \cdot 70 + 6 \cdot 90) = 51,4$$

Phương sai

$$S_x^2 = \frac{1}{42} \left[5 \cdot (10 - 51,4)^2 + 9 \cdot (30 - 51,4)^2 + 12 \cdot (50 - 51,4)^2 + 10 \cdot (70 - 51,4)^2 + 6 \cdot (90 - 51,4)^2 \right] \approx 598$$

Câu 4. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Số học sinh	2	7	7	3	1

Tìm độ lệch chuẩn về doanh số bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của cửa hàng trên (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14

Số học sinh	2	7	7	3	1
-------------	---	---	---	---	---

$$\bar{x} = \frac{2.6 + 7.8 + 7.10 + 3.12 + 1.14}{20} = 9,4$$

Số trung bình

Độ lệch chuẩn là

$$S_x = \sqrt{\frac{2.(6-9,4)^2 + 7.(8-9,4)^2 + 7.(10-9,4)^2 + 3.(12-9,4)^2 + 1.(14-9,4)^2}{20}} \approx 2,01$$

Câu 5. Tổng hợp tiền lương tháng của một số nhân viên văn phòng được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng):

Lương tháng (triệu đồng)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số nhân viên	3	6	8	7

Tìm tứ phân vị thứ ba của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{24}$ lần lượt là lương tháng của mỗi nhân viên được xếp theo thứ tự không giảm.

Vì cỡ mẫu $n = 24$ (là số chẵn) nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{18} + x_{19})$.

Do $x_{18}, x_{19} \in [12;14)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 12 + \frac{\frac{3.24}{4} - 17}{7} (14 - 12) \approx 12,3.$$

Câu 6. Một giống xoan đào được trồng tại hai địa điểm A và B . Người ta thống kê đường kính thân cây của một số cây xoan đào 5 tuổi ở bảng sau

Đường kính (cm)	[30;32)	[32;34)	[34;36)	[36;38)	[38;40)
Số cây trồng ở điểm A	25	38	20	10	7
Số cây trồng ở điểm B	22	27	19	18	14

Gọi a và b là phương sai về đường kính cây trồng ở hai địa điểm A và B . Tính giá trị biểu

thức $P = \frac{a}{b}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 25 + 38 + 20 + 10 + 7 = 22 + 27 + 19 + 18 + 14 = 100$

Đường kính thân cây trung bình của một số cây xoan đào trồng ở hai địa điểm A và B tương ứng là

$$\bar{x}_A = \frac{1}{100} (25.31 + 38.33 + 20.35 + 10.37 + 7.39) = 33,72$$

$$\bar{x}_B = \frac{1}{100} (22.31 + 27.33 + 19.35 + 18.37 + 14.39) = 34,5$$

Phương sai đường kính của cây ở hai địa điểm A, B lần lượt là

$$S_{x_A}^2 = \frac{1}{100} \left[25.(31-33,72)^2 + 38.(33-33,72)^2 + 20.(35-33,72)^2 + 10.(37-33,72)^2 + 7.(39-33,72)^2 \right]$$

$$= 5,4016$$

$$S_{x_B}^2 = \frac{1}{100} \left[22.(31-34,5)^2 + 27.(33-34,5)^2 + 19.(35-34,5)^2 + 18.(37-34,5)^2 + 14.(39-34,5)^2 \right]$$

$$= 7,31.$$

$$P = \frac{a}{b} \approx 0,74$$

Khi đó